

**ANÁLISIS DE LAS DECISIONES DE INVERSIÓN Y DE
FINANCIACIÓN EN LA EMPRESA**

**Marta Gómez-Puig
Universitat de Barcelona
Abril 2005**

Parte I (Decisiones de Inversión)

Tema 1: Introducción.

- 1.1. La función financiera de la empresa.
- 1.2. Decisiones financieras de la empresa.

Tema 2: La gestión del capital circulante

- 2.1. Activos y pasivos circulantes.
- 2.2. Análisis del fondo de maniobra.
- 2.3. Ciclo de explotación y período de maduración.

Tema 3: La gestión de tesorería

- 3.1. Concepto de Tesorería.
- 3.2. Razones para el mantenimiento de un saldo mínimo de tesorería.
- 3.2. Modelos básicos de Gestión de tesorería:
 - 3.3.1. Modelo de Baumol.
 - 3.3.2. Modelo de Beranek.
 - 3.3.3. Modelo de Miller-Orr.
 - 3.3.4. Modelo de Stone.

Tema 4: La gestión de inventarios

- 4.1. Concepto de inventarios, existencias o stocks.
- 4.2. Costes y beneficios asociados a la inversión en existencias.
- 4.3. Modelo EOQ (*Economic Order Quantity*)
- 4.4. Variaciones del Modelo EOQ.
 - 4.4.1. Introducción de una capacidad de aprovisionamiento finita y aprovisionamiento gradual.
 - 4.4.2. Introducción de descuentos en el precio de adquisición según el volumen del pedido.
 - 4.4.3. Introducción de costes de ruptura.
- 4.5. Alternativas a la inversión en existencias: Sistemas "*Just-in-time*".

Tema 5. La gestión de cobros

- 5.1. La decisión sobre los términos del cobro.
- 5.2. La decisión sobre las condiciones de crédito a los clientes.
- 5.3. Seguimiento de las cuentas a cobrar.

Tema 6. Métodos de evaluación y selección de proyectos de inversión en contexto de certeza

- 6.1. Concepto de inversión.
- 6.2. Concepto de rentabilidad.
- 6.3. Métodos estáticos de evaluación y selección de proyectos de inversión.
 - 6.3.1. Payback.
 - 6.3.2. Tasa de rentabilidad contable.
- 6.4. Coste de oportunidad del capital.
- 6.5. Métodos dinámicos de evaluación y selección de proyectos de inversión.
 - 6.5.1. Payback descontado.
 - 6.5.2. VAN.
 - 6.5.2.1. Concepto.
 - 6.5.2.2. El VAN como función decreciente de la tasa de descuento.
 - 6.5.2.3. Cálculo del VAN con flujos de caja constantes y duración del proyecto finita.
 - 6.5.2.4. El VAN en la evaluación y selección de proyectos de inversión.
 - 6.5.2.5. Ventajas e inconvenientes del VAN.
 - 6.5.3. TIR.
 - 6.5.3.1. Concepto
 - 6.5.3.2. La TIR como criterio de decisión en la evaluación y selección de proyectos de inversión.
 - 6.5.3.3. Ventajas e inconvenientes de la TIR
- 6.6. Introducción de la fiscalidad y/ o la inflación en el VAN y la TIR.

Tema 7: Métodos de evaluación y selección de proyectos de inversión en contexto de riesgo

- 7.1. Características de los proyectos de inversión en un contexto de riesgo.
 - 7.1.1. Concepto de rentabilidad esperada.
 - 7.1.2. Concepto de riesgo.

- 7.2. Métodos de evaluación y selección de proyectos de inversión que incorporan previamente el riesgo en el cálculo de la rentabilidad asociada al proyecto.
 - 7.2.1. Tasa de descuento ajustada al riesgo.
 - 7.2.2. Equivalente cierto.
 - 7.2.3. Comparación entre la tasa de descuento ajustada al riesgo y el equivalente cierto.
- 7.3. Métodos de evaluación y selección de proyectos de inversión que no incorporan previamente el riesgo en el cálculo de la rentabilidad asociada al proyecto.
 - 7.3.1. Esperanza-Varianza del VAN
 - 7.3.2. Inversiones secuenciales y árboles de decisión.

Tema 8: Introducción a la teoría de la formación de carteras o inversión financiera

- 8.1. Modelo de selección de carteras de Markowitz.
- 8.2. Impacto de la diversificación sobre el riesgo.

Parte II (Decisiones de Financiación)

Tema 9: Introducción y apalancamiento operativo y financiero

- 9.1. Estudio del binomio rentabilidad-riesgo de la empresa.
 - 9.1.1. Rentabilidad económica y rentabilidad financiera.
 - 9.1.2. Riesgo económico y riesgo financiero.
- 9.2. El Apalancamiento.
 - 9.2.1. Concepto de apalancamiento.
 - 9.2.2. Tipos de apalancamiento.
 - 9.2.2.1. El apalancamiento operativo como medida del riesgo económico.
 - 9.2.2.2. El apalancamiento financiero como medida del riesgo financiero.
- 9.3. Análisis del riesgo global de la empresa.

Tema 10: El coste de los recursos propios

- 10.1. El coste de las acciones ordinarias.
 - 10.1.1. Modelo de Shapiro.
 - 10.1.2. Modelo de Gordon.
 - 10.1.3. Modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model)
 - 10.1.4. Mercados de emisión de acciones.
 - 10.1.4.1. Funciones.
 - 10.1.4.2. Variables que definen un mercado bursátil

- 10.1.4.3. Construcción de índices bursátiles.
- 10.1.4.4. Principales ratios bursátiles.
- 10.2. El coste de los beneficios retenidos.

Tema 11: El coste de los recursos ajenos a corto plazo

- 11.1. Diferencias relevantes entre la financiación vía recursos propios o vía endeudamiento.
- 11.2. El coste de la financiación externa a corto plazo.
 - 11.2.1. Crédito de proveedores.
 - 11.2.2. Descuento de efectos.
 - 11.2.3. Préstamos bancarios.
 - 11.2.4. Póliza de crédito.
 - 11.2.5. Pagarés de empresa.
 - 11.2.6. Factoring.

Tema 12: El coste de los recursos ajenos a largo plazo

- 12.1. Tipos de financiación a largo plazo y coste de la deuda
- 12.2. Préstamos bancarios a medio y largo plazo.
- 12.3. Emisión de empréstitos u otros títulos de renta fija.
 - 12.3.1. El coste de la financiación vía obligaciones.
 - 12.3.2. Valoración de las obligaciones desde el punto de vista del emisor y del inversor.
 - 12.3.3. Mercados de emisión de obligaciones.
 - 12.3.4. Rating o calificación de títulos.
- 12.4. El leasing como alternativa al endeudamiento.

Tema 13: El coste del capital e introducción a la teoría de la estructura del capital

- 13.1. El coste del capital de la empresa como media ponderada.
- 13.2. Interrelación entre financiación e inversión empresarial.
 - 13.2.1. Utilización del coste del capital en la evaluación de proyectos de inversión.
 - 13.2.2. Utilización del coste del capital en la determinación de la estructura financiera óptima.
- 13.3. La estructura del capital y sus factores determinantes.
- 13.4. Influencia del ratio de apalancamiento financiero sobre el valor de la empresa y sobre su coste de capital.
- 13.5. Características comunes de las principales teorías sobre la determinación de la estructura óptima del capital.

Tema 14: Teoría de la estructura óptima del capital: Modelo de Modigliani-Miller

- 14.1. Hipótesis en las que se basa.
- 14.2. Propositiones acerca de la irrelevancia de la estructura del capital sobre el valor de mercado del modelo.
- 14.3. Análisis del modelo de Modigliani-Miller.
- 14.4. Variantes del modelo.
 - 14.4.1. Introducción de la fiscalidad
 - 14.4.2. Introducción de los costes de insolvencia.
 - 14.4.3. Introducción de los costes de agencia.

Tema 15: Toma de decisiones relativas a la estructura del capital

- 15.1. Elementos que influyen en la elección del ratio de endeudamiento en la práctica.
- 15.2. Aplicación de la relación BAIT-BPA a la determinación de la alternativa de financiación óptima.
- 15.3. Introducción a la política de dividendos: Modelo de Gordon-Shapiro y de Modigliani y Miller.

Bibliografía

- Analistas Financieros Internacionales. *Sistema Financiero Español: 1987-1997*. Escuela de Finanzas Aplicadas, Madrid, 1997.
- Borrell, M. y R. Crespi. *Direcció financera de l'empresa. Teoria de l'estructura de capital i les seves aplicacions*. Barcelona. Ed. Ariel. 1993.
- Brealey, R.A. y S.C. Myers. *Principios de Finanzas Corporativas*. 7ª edición. Madrid. Ed. McGraw-Hill. 2003
- Cuervo García, A.; L. Rodríguez Sáiz y J.A. Parejo Gámir. *Manual del Sistema Financiero Español*. Barcelona. 10ª Edición. Ed. Ariel. 1997.
- Durán Herrera, J. J. *Economía y Dirección Financiera de la Empresa*. Madrid. Ed. Pirámide. 1992.
- Ezquiaga, I. *El Mercado Español de Deuda del Estado*. Editorial Ariel, 1991.
- Fernández, A.I. y M.García Olalla. *Las decisiones financieras de la empresa*. Barcelona. Ed. Ariel. 1992.
- Fernández Blanco, M. *Dirección financiera de la empresa*. Madrid. 2ª Edición. Ed. Pirámide. 1992.
- Lumby, S. *Investment Appraisal and Financing Decisions*. Londres. 5ª Edición. Ed. Chapman-Hall. 1994.
- Mauleón, I. *Inversiones y riesgos financieros*. Editorial Espasa Calpe. 1991.
- Ontiveros, E.; A. Berges, D. Manzano y F.J. Valero. *Mercados financieros internacionales*. Madrid. 2ª Edición. Ed. Espasa Calpe. 1993.

Pérez-Carballo, A. y J. y E. Vela Sastre. *Principios de gestión financiera de la empresa*. Madrid. 2ª Edición. Ed. Alianza. 1992.

Scherr, F.C. *Modern Working Capital Management. Text and Cases*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall. 1989.

Suárez Suárez, A.S. *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. 20ª edición. Madrid. Ed. Pirámide. 2003.

Vela, M., M. Montesinos V. Serra, V. *Manual de Contabilidad*. Barcelona. 4ª Edición. Ed. Ariel. (1996)

Parte I: Análisis de las decisiones de inversión

Tema 1: Introducción

1.1. Función financiera de la empresa

- Engloba el *conjunto de decisiones financieras* que toma el responsable financiero en el seno de la empresa, por ello presenta *dos vertientes*.
 - Decisiones de inversión: asignación eficiente de recursos de manera que reporten a la empresa la máxima rentabilidad. Es decir, ¿cuáles son los activos específicos que debe adquirir una empresa?, ¿qué volumen total de activos debe tener una empresa?...
 - Decisiones de financiación: aprovisionamiento de recursos al menor coste posible. Es decir, ¿cómo financiar sus necesidades de capital?, ¿qué estructura financiera será aquella que minimice el coste del capital y maximice el valor de mercado de la empresa?...

1.2. Decisiones financieras de la empresa. Características.

- *Las dos vertientes* de la función financiera de la empresa (decisiones de inversión y de financiación) deben estar perfectamente *equilibradas*. El citado *equilibrio quedará reflejado en el balance de la empresa*.
 - Activo o estructura económica:
 - Refleja el capital en funcionamiento
 - Refleja el uso que se ha hecho de los recursos utilizados
 - Refleja las decisiones de inversión.
 - Pasivo o estructura financiera:
 - Refleja el capital de financiamiento.
 - Refleja la naturaleza de los recursos utilizados.
 - Refleja las decisiones de financiación.
- Desde un punto de vista económico, la empresa podría definirse como una sucesión en el tiempo de proyectos de inversión y de financiación.
 - De hecho, una empresa nace para hacer frente a una demanda insatisfecha.
 - Para satisfacer esa demanda deben efectuarse inversiones que no podrán llevarse a cabo si no se dispone de recursos financieros.
 - *La empresa podrá sobrevivir en el tiempo y, en su caso, crecer, cuando la rentabilidad de las inversiones realizadas supere al coste del capital utilizado para su financiación.*

- Las *decisiones de inversión y de financiación* son pues dos aspectos interdependientes, que configuran a la empresa como una verdadera *estructura económico-financiera*.
- Toda empresa tiene un *presupuesto de capital* (capital propio más capacidad crediticia) *limitado*, lo que limita sus posibilidades de inversión, pero a su vez *si la empresa dispone de oportunidades de inversión rentables, el presupuesto de capital* (vía aumento del endeudamiento de la empresa) *puede ser ampliado*.
 - El *concepto de coste del capital, sobre el que inciden los conceptos de riesgo económico y riesgo financiero, viene a ser una especie de bisagra que enlaza ambos aspectos fundamentales de la empresa*.
- La función financiera realiza la función de interconexión entre la empresa y los mercados financieros:
 - Fuente de la cual proceden los fondos que capta la empresa para su posterior inversión.
- El objetivo último de la función financiera es común al del resto de funciones desempeñadas en el seno de una empresa:
 - En un contexto de economía de mercado como el nuestro se concreta en la maximización del valor de mercado de la empresa desde el punto de vista de sus propietarios o accionistas.

Tema 2: Gestión del capital circulante

2.1. Activos y pasivos circulantes.

- El activo y el pasivo circulante:
 - Suponen un porcentaje muy significativo de las utilizaciones y fuente de fondos, respectivamente.
 - Su peso relativo es muy variable en función del sector de actividad de la empresa.
 - Su adecuada gestión resulta crucial para la buena marcha de la empresa.

- Activo circulante:
 - El funcionamiento de las empresas precisa de activos diferentes que pueden clasificarse por su grado de liquidez, es decir por las posibilidades que ofrecen de materializarse en dinero con rapidez y sin pérdida apreciable de su valor real.
 - Características de las cuentas de activo circulante:
 - Son complementarias de las cuentas de activo fijo, dependen de las mismas.
 - Son el resultado de la inmovilización de recursos realizada para hacer frente a las exigencias del proceso productivo. Por consiguiente, están ligadas al ciclo de explotación de la empresa (la duración del mismo se denomina *periodo de maduración*).
 - Se trata de inversiones de carácter cíclico.
 - Son fácilmente convertibles en líquido a lo largo del ciclo de explotación.
 - Entre los activos que suelen clasificarse como circulantes cabe destacar los siguientes:
 - *Tesorería* (caja y bancos): dinero en efectivo existente en las cajas de las empresas o en las cuentas corrientes de los bancos.
 - *Existencias*: mercaderías y stocks vinculados a la producción.
 - *Clientes, deudores y efectos a cobrar*: derechos de cobro sobre deudores por operaciones habituales o no, sin documentar o documentadas con medios formales de pago.
 - *Otras cuentas financieras*: inversiones financieras a corto plazo.

- Pasivo circulante:
 - Características:
 - Presentan un elevado grado de exigibilidad (su vencimiento es inferior o igual al año)
 - Se transforman en exigible a lo largo del ciclo de explotación.
 - Al igual que las cuentas de activo circulante, dado que están ligadas al ciclo de explotación de la empresa, tienen carácter cíclico.
 - Entre los pasivos que suelen clasificarse como circulantes cabe destacar los siguientes:
 - *Proveedores y acreedores*: obligaciones de pago respaldadas por instrumentos no formales de pago. Se denominan *créditos de provisión*, a los que son consecuencia del aprovisionamiento al que debe hacer frente la empresa como consecuencia de las exigencias del proceso productivo (proveedores)
 - *Efectos a pagar*: obligaciones de pago respaldadas con instrumentos formales y que tienen su origen en operaciones habituales o no.
 - *Anticipos de clientes*: cobros realizados a clientes a cuenta de un determinado pedido a suministrar.
 - *Créditos bancarios*: préstamos a corto plazo.
 - *Pagos al personal*: deudas pendientes con el personal.
 - *Impuestos a pagar*: deudas pendientes con la Administración Fiscal.

2.2. Análisis del fondo de maniobra.

- Concepto:
 - Se denomina fondo de maniobra, fondo de rotación, capital circulante o capital de trabajo (“working capital”):
 - *Bajo la perspectiva del activo y su financiación a corto plazo*, puede decirse que el fondo de maniobra o capital circulante es la diferencia entre el activo circulante y el pasivo circulante o financiación ajena a corto plazo. Esta definición nos estaría indicando que dicho *capital circulante sería la parte del activo circulante que la empresa tendría todavía a su disposición en la hipótesis que de que hubiese de satisfacer, en un momento dado, todas las deudas expresadas por el pasivo a corto plazo.*

- *Bajo la perspectiva del pasivo en su componente de financiación a largo plazo, diríamos que el fondo de maniobra o capital circulante es la parte de los recursos permanentes destinados a financiar el activo circulante. Dicho de otro modo, sería la parte de fondos propios y fondos ajenos a largo plazo que, después de financiar el activo fijo, han sobrado y se han aplicado a la financiación del activo circulante.*
- **Importancia de la óptima gestión del fondo de maniobra:**
 - La gestión óptima del capital importante es sumamente importante y es una de las principales funciones que desempeña el responsable financiero. Su correcta gestión está ligada a la solvencia financiera de la empresa a largo plazo (frente al análisis de tesorería o “cash-flow” que estudia la solvencia financiera a corto plazo). En concreto, el responsable financiero deberá lograr un equilibrio entre las dos siguientes fuerzas:
 - *El capital circulante deberá ser suficiente para hacer frente a los eventuales desfases entre cobros y pagos que se producen a lo largo del ciclo de explotación, para evitar situaciones de suspensión de pagos.*
 - *Deberá ser el mínimo necesario teniendo en cuenta el coste de oportunidad que implica para la empresa el mantenimiento de recursos ociosos. La mayor parte del activo circulante tiene carácter cíclico o coyuntural, es decir que se convierte en líquido a lo largo del período de maduración, por consiguiente, cuánta mayor parte del mismo sea financiada por pasivos permanentes mayor será el coste para la empresa.*

2.3. Ciclo de explotación y periodo de maduración.

- **Ciclo de explotación:**
 - Una empresa es una unidad económica de producción, ello supone que en la empresa se realiza una actividad productiva con una finalidad económica, es decir, un proceso de transformación de factores productivos (bienes y servicios tales como maquinaria, materias primas, instalaciones, mano de obra, etc.) en nuevos bienes y servicios (productos), con la intencionalidad de que el valor de éstos últimos sea superior al de los primeros.
 - Este proceso, denominado “ciclo de explotación”, se realiza en todas las empresas: industriales, comerciales o de servicios; y tiene un carácter repetitivo o cíclico.

- *La contabilidad informa de todas las actividades que tienen lugar en el “ciclo de explotación” y de su repercusión económica sobre el Patrimonio y los Resultados de la empresa. Se distingue, no obstante, entre contabilidad financiera (también denominada contabilidad general o externa) si se centra en las actividades del ciclo de explotación que dan lugar a relaciones de la empresa con su entorno (captación de recursos financieros, adquisición de factores productivos y venta de productos), y contabilidad de costes (también denominada contabilidad analítica, industrial o interna) si centra sus registros en las fases en las que se producen los costes en la empresa (almacenamiento, transformación de factores, obtención y almacenamiento de productos)*

- **Periodo de maduración:**
 - Este concepto, cuya elaboración corresponde inicialmente a la teoría económica, ha sido tomado por la contabilidad para establecer de una manera precisa la *separación entre los elementos del patrimonio que deben ser calificados como elementos de activo circulante y los que han de catalogarse como componentes del activo inmovilizado.*
 - Su objetivo es determinar para cada empresa *el periodo que podríamos denominar de liquidación normal de activos, o lo que es lo mismo, el periodo que tardan las cantidades invertidas en elementos o factores empleadas en el ciclo de explotación de aquélla en recuperarse de forma líquida.*
 - Puede definirse también como el *tiempo que tarda en “madurar” (por analogía con lo que sucede con los frutos en la naturaleza) o volver a caja el dinero que ha salido de la misma para hacer frente a las exigencias del proceso productivo.*
 - Una vez determinada la duración de dicho periodo *se consideran activos circulantes aquellos cuya conversión en dinero se efectúa en un tiempo inferior a dicho periodo de maduración*, y fijos a los que tardan en hacerse líquidos un periodo mayor al indicado.
 - En las empresas industriales que, por su complejidad, son las que presentan un periodo de maduración más dilatado se considera que éste comprende los siguientes subperiodos:
 - *Periodo medio de almacenamiento de materiales (Pa): tiempo que transcurre desde que los materiales que han de ser transformados entran en el almacén hasta que salen del mismo para ser sometidos al pertinente proceso industrial.*

- *Periodo medio de fabricación (Pf)*: es el intervalo temporal que se tarda en concluir el proceso que convierte los materiales en productos fabricados.
 - *Periodo medio de venta (Pv)* o de almacenamiento de productos terminados: es el tiempo que media entre el momento en que los productos fabricados quedan dispuestos para su venta, y el momento en que ésta tiene lugar.
 - *Periodo medio de cobro (Pc)*: es el tiempo que se tarda en cobrar de los clientes las ventas efectuadas a los mismos
 - En consecuencia: *Periodo maduración* : $Pa + Pf + Pv + Pc$
 - No obstante, la duración de este periodo puede *reducirse mediante el procedimiento de aplazar el pago a proveedores y anticipar el cobro de los clientes* gracias a la utilización del descuento bancario
 - Las variaciones del periodo de maduración (PM) implican un ritmo más o menos acelerado del proceso productivo. Incrementos del PM suponen una “menor velocidad de giro” del dinero y recíprocamente.
- Normalmente la empresa tiene como objetivo conseguir un PM equilibrado, puesto que una “velocidad de giro” demasiado “lenta” puede dar lugar, a un exceso de inversión en activo circulante, mientras que una velocidad de giro demasiado “rápida” puede provocar desajustes por falta de materia prima, baja calidad de la producción, pérdida de ventas por frecuentes rupturas de stocks o menores facilidades de pago a clientes.

Bibliografía.

Fernández. A.I. y M. García Olalla (1992), cap.1.

Pérez-Carballo, A. y J. y E. Vela Sastre (1992), cap.1y cap. 16.

Suárez Suárez, A.S. (2003), cap. 1.

Tema 3: La gestión de tesorería

3.1. Concepto de Tesorería

- Se denomina Tesorería a los activos completamente líquidos que posee la empresa:
 - Dinero disponible en caja.
 - Depósitos a la vista

3.2. Razones para el mantenimiento de un saldo mínimo de Tesorería

- Toda empresa debe mantener un saldo mínimo de tesorería con el fin de poder hacer frente a los eventuales desfases entre cobros y pagos.
- No obstante, el saldo que deberían mantener las empresas debería ser el *mínimo necesario*, teniendo en cuenta *el coste de oportunidad* que para la empresa supone el mantenimiento de unos recursos ociosos.
- De entre el conjunto de razones que conducen a las empresas al mantenimiento de un saldo mínimo de tesorería podemos destacar cinco. De ellas, las tres primeras son comunes a familias y empresas en su decisión de mantenimiento de una proporción determinada de su riqueza en efectivo, y fueron originalmente formuladas por Keynes.
 - *Motivo transacción*: para hacer frente al pago de las operaciones corrientes ligadas a la actividad económica de la empresa.
 - *Motivo precaución*: para hacer frente a eventuales situaciones de carencia de liquidez motivadas por unas entradas anómalamente bajas o unas salidas anómalamente altas (en realidad, no debe olvidarse que los flujos de caja son magnitudes inciertas). Por consiguiente, el saldo que las empresas mantienen en caja y bancos por este motivo podría identificarse con una especie de *stock de seguridad*.
 - *Motivo especulación*: para poder aprovechar la aparición de eventuales posibilidades de inversión o de obtención de beneficios (ya sean ligadas a su actividad o no)
 - *Motivo: "Política de imagen"*: para mejorar su consideración o imagen de entidad solvente que de ellas puedan tener bancos y acreedores.
 - *Motivo: "Necesidad de mantenimiento de un saldo de compensación"*: para hacer frente a las exigencias o requerimientos de los bancos con el fin de tener acceso a los préstamos de los mismos.

3.3. Modelos Básicos de Gestión de Tesorería.

- De forma correcta, el problema de la determinación del saldo óptimo de tesorería debería resolverse dentro del entorno global de la empresa.
- No obstante, para simplificar el problema, tal como efectúan los más importantes modelos de determinación del saldo óptimo de tesorería, aislaremos este objetivo del resto de los objetivos de la actividad económica empresarial.

3.3.1. Modelo de Baumol.

- 1) Costes y beneficios asociados al mantenimiento de un determinado nivel o saldo de tesorería:
- 2) Hipótesis en las que se basa.
- 3) Desarrollo del modelo y determinación del saldo óptimo de tesorería.
- 4) Críticas al modelo.

1) Costes y beneficios asociados al mantenimiento de un determinado nivel o saldo de tesorería:

- a. En el modelo de Baumol el saldo en caja y Bancos es considerado de forma similar al nivel de stocks en almacén. En consecuencia, los costes y beneficios ligados al mantenimiento de un determinado nivel son similares en ambos casos.
- b. *Beneficios:*
 - i. Disminuye la probabilidad de que se produzca una eventual situación de iliquidez ligada a la incertidumbre asociada a los cobros y pagos.
 - ii. Disminuyen los costes de transacción vinculados a las transferencias entre una eventual cuenta de inversión que reportara una rentabilidad y la cuenta de tesorería que reporta un rendimiento nulo.
- c. *Costes:*
 - i. Aumenta el coste de oportunidad, es decir la rentabilidad que dejamos de percibir por las inversiones alternativas en el mercado monetario.

2) Hipótesis en las que se basa.

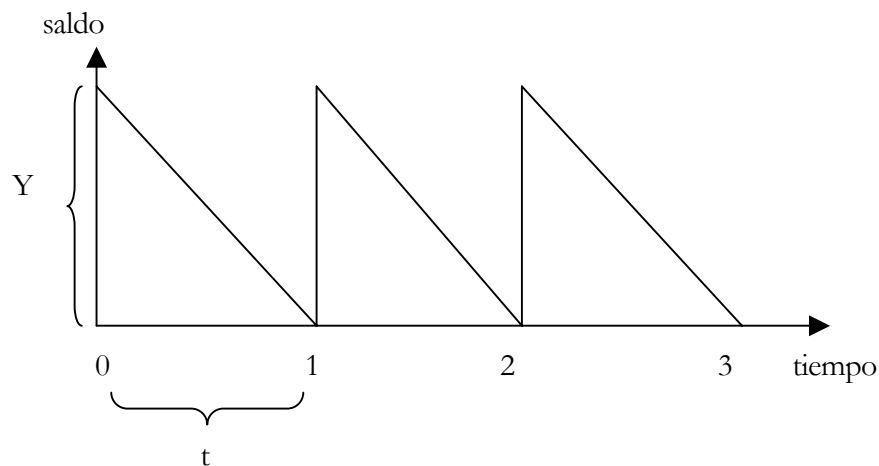
- Los flujos de caja (cobros y pagos) se conocen con certeza. En consecuencia, no es necesario el mantenimiento de un *stock de seguridad* para hacer frente a eventuales situaciones de iliquidez.
- Los cobros se producen de forma periódica, al principio de cada período y en una cuantía constante.

De ese modo denominamos:

t = Período entre cobros (en el desarrollo del modelo supondremos que es de 1 año)

Y = Cuantía del cobro que de forma regular se percibe al principio de cada período.

- Los pagos se producen de forma uniforme a una tasa constante a lo largo del período t . De tal manera que al final de " t " habrá salido de caja en concepto de pagos la misma cuantía que había sido cobrada al principio del período.
- Por consiguiente, a partir de las hipótesis (a), (b) y (c) podemos representar el perfil temporal del saldo de tesorería de la siguiente manera:



Cobros por una cuantía Y en $t=0$, $t=1$ y $t=2$

Pagos uniformes a una tasa constante por una cuantía Y durante:

$$t = t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = t_3 - t_2$$

- El tipo de interés de los activos en los mercados monetarios se mantiene constante a lo largo del tiempo. De ese modo para $t = 1$ año, supondremos i = tipo de interés anual en el mercado monetario (vencimiento ≤ 1 año)
- El coste de las transferencias ente la cuenta de tesorería y la cuenta de inversión y viceversa es constante e independiente de la cuantía de las mismas.
De ese modo: si a = coste constante de cada transferencia

n = número de transferencias entre cuentas

$n.a$ = costes de transacción asociados al mantenimiento de un determinado saldo de tesorería.

3) Desarrollo del modelo y determinación del saldo óptimo de tesorería.

- El objetivo del modelo de Baumol será la determinación del número de transacciones (n^*) óptimo entre cuentas para poder obtener el saldo óptimo de tesorería $Y^* = Y/n^*$

- Para su obtención deberemos tener en cuenta

a = coste constante de las transacciones

i = tipo de interés anual en el mercado monetario

- En este contexto, la estrategia óptima (n^*) será aquella para la cual:

- El beneficio asociado a n^* sea el máximo

$Bf^o = I$ (rendimiento obtenido en el m.monetario) – C (costes de transacción entre cuentas)

- Los costes asociados a n^* sean los mínimos

$C_T = C_O$ (c.oportunidad/rendimiento que se deja de percibir en el m.monetario) + C_{TR} (c.transacción)

- Observaremos que de las dos maneras se llega al mismo resultado.

- Puede demostrarse que:

$$Bf^o = ((n-1)/2n) iY - na$$

De ese modo:

$$n^* \rightarrow \partial Bf^o / \partial n = 0$$

$$\text{Por consiguiente: } n^* = \sqrt{(iY/2a)}$$

n^* = número de transferencias óptimo

$$1 \text{ depósito inicial en la cuenta de inversión} = ((n^*-1)/n^*)Y$$

$$(n^* - 1) \text{ reintegros desde la cuenta de inversión hacia la cuenta de tesorería}$$

$$= Y/n^*$$

$$\text{Depósito inicial en la cuenta de tesorería} = Y - \text{depósito en la cuenta de inversión}$$

$$= Y/n^*$$

$$\text{Saldo óptimo medio de la cuenta de tesorería} = Y/2n^*$$

$$\text{Periodo de aprovisionamiento (entre cada dos transacciones)} = t/n^*$$

$$\text{Beneficio máximo} = ((n^* - 1)/2n^*)iY - n^*a$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Bf^o = i(Y/2)$$

$$n \rightarrow \infty$$

Por consiguiente, el beneficio está limitado por el que se obtendría en el caso de mantener todo el saldo inicial en la cuenta de inversión y fuéramos efectuando (∞) transferencias de forma continua hacia la cuenta de tesorería.

- Por su parte,

$$C_T = C_o + C_{TR} = (iY/2n) + na$$

De ese modo:

$$n^* \rightarrow \partial C_T / \partial n = 0$$

$$\text{En consecuencia: } n^* = \sqrt{(iY/2a)}$$

4) Críticas al modelo.

- Supone que los flujos de caja se conocen con certeza y que además presentan un determinado perfil temporal (los modelos de Miller-Orr y de Stone tratarán de flexibilizar este supuesto de certeza acerca de la evolución futura de los flujos de caja)
- No tiene en consideración la posibilidad de reinvertir los intereses que se obtienen en cada uno de los periodos de aprovisionamiento.

EJEMPLO:

Una empresa gestiona un complejo de apartamentos. Las entradas tienen lugar al principio del mes por un montante de 500.000 u.m., cuando se reciben las rentas de los alquileres y las salidas se producen de forma uniforme a lo largo del mes por una cuantía igual a ese montante (500.000 u.m.) Suponiendo que la empresa pueda ganar un 0,5% mensual en el mercado monetario y que los costes de transacción sean iguales a 50 u.m. por transferencia.

- a) ¿Cuál será la estrategia óptima de tesorería?
- b) ¿Cuál será el saldo óptimo mantenido en tesorería?
- c) ¿Cuál será el periodo de aprovisionamiento?
- d) ¿Cuál será el beneficio asociado a la estrategia óptima?
- e) ¿Cuáles serán los ingresos asociados a la estrategia óptima?
- f) ¿Cuáles serán los costes asociados a la estrategia óptima?

a) $n^* = \sqrt{(iY/2a)} = \sqrt{((0,005 \cdot 500000)/(2 \cdot 50))} = \boxed{5}$

para $n^* = 5 \rightarrow$ mantendremos inicialmente $Y/n^* = 500.000/5 = 100.000$ en la cuenta de tesorería

\rightarrow efectuaremos un depósito inicial de $((n^*-1)/n) Y = (4/5) 500000 = 400.000$ en la c.inversión

\rightarrow efectuaremos $(n^*-1) = 4$ transferencias de $Y/n^* = 100.000$ desde la cuenta de inversión hacia la cuenta de tesorería.

b) Saldo óptimo medio de tesorería = $Y/2n^* = 50.000$

c) Periodo de aprovisionamiento (entre cada dos transferencias) = $t/n = 30 \text{ días}/5 \text{ días} = 6$
días

d) $Bf^o (n^* = 5) = ((n^*-1)/2n)iY - na = 750$

e) $I (n^* = 5) = ((n^*-1)/2n)iY = 1.000$

g) Costes totales ($n^* = 5$) = Coste oportunidad + Costes transacción =
 $(iY/2n^*) + n^*a = 250 + 250 = 500$

3.3.2. Modelo de Beranek.

1) Hipótesis en las que se basa

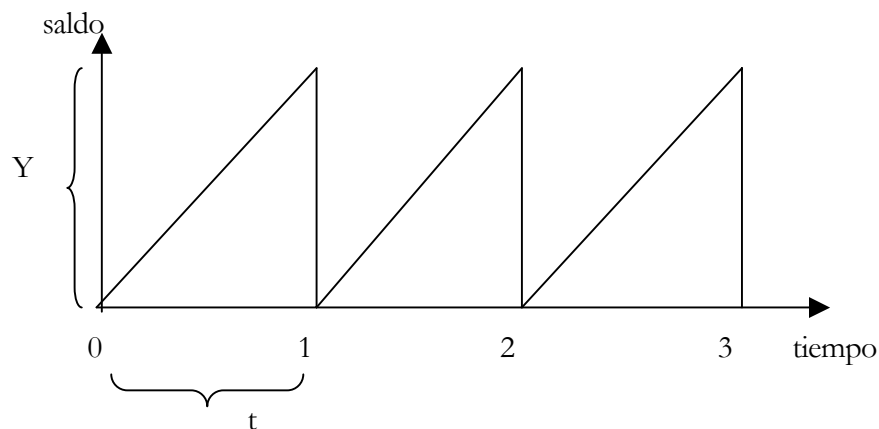
- Los flujos de caja (cobros y pagos) se conocen con certeza. En consecuencia, no es necesario el mantenimiento de un *stock de seguridad* para hacer frente a eventuales situaciones de iliquidez.
- Los pagos se producen de forma periódica, al final de cada período y por una cuantía constante.

De ese modo denominamos:

t = Período entre pagos (en el desarrollo del modelo supondremos que es de 1 año)

Y = Cuantía del pago que de forma regular se realiza al final de cada período.

- Los cobros se producen de forma uniforme a una tasa constante a lo largo del período t . De tal manera que al final de “ t ” habrá entrado en caja en concepto de cobros la misma cuantía que deberá pagarse al final del período.
- Por consiguiente, a partir de las hipótesis (a), (b) y (c) podemos representar el perfil temporal del saldo de tesorería de la siguiente manera:



Pagos por una cuantía Y en $t = 1, t = 2$ y $t = 3$

Cobros uniformes a una tasa constante por una cuantía Y durante:

$$t = t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = t_3 - t_2$$

- e. El tipo de interés de los activos en los mercados monetarios se mantiene constante a lo largo del tiempo. De ese modo para $t = 1$ año, supondremos $i =$ tipo de interés anual en el mercado monetario (vencimiento ≤ 1 año)
- f. El coste de las transferencias ente la cuenta de tesorería y la cuenta de inversión y viceversa es constante e independiente de la cuantía de las mismas. De ese modo: si
 - $a =$ coste constante de cada transferencia
 - $n =$ número de transferencias entre cuentas
 - $n.a =$ costes de transacción asociados a un determinado saldo de tesorería

2) Desarrollo del modelo y determinación del saldo óptimo de tesorería.

- El objetivo del modelo de Beranek será la determinación del número de transacciones (n^*) óptimo entre cuentas para poder obtener el saldo óptimo de tesorería $Y^* = Y/n^*$
- Para su obtención deberemos tener en cuenta
 - $a =$ coste constante de las transacciones
 - $i =$ tipo de interés anual en el mercado monetario
- En este contexto, la estrategia óptima (n^*) será aquella para la cual:
 - El beneficio asociado a n^* sea el máximo
 - $Bf^o = I$ (rendimiento obtenido en el m.monetario) $- C$ (costes de transacción entre cuentas)
 - Los costes asociados a n^* sean los mínimos
 - $C_T = C_O$ (c.oportunidad/rendimiento que se deja de percibir en el m.monetario) $+ C_{TR}$ (c.transacción)
- Observaremos que de las dos maneras se llega al mismo resultado.
 - Puede demostrarse que:
 - $Bf^o = ((n-1)/2n) iY - na$
 - De ese modo:
 - $n^* \rightarrow \partial Bf^o / \partial n = 0$
 - Por consiguiente: $n^* = \sqrt{(iY/2a)}$
 - $n^* =$ número de transferencias óptimo
 - 1 transferencia final de la cuenta de inversión a la de tesorería $= ((n^*-1)/n^*)Y$
 - $(n^* - 1)$ depósitos en la cuenta de inversión $= Y/n^*$
 - Saldo óptimo de la cuenta de tesorería $= Y/n^*$
 - Saldo óptimo medio de la cuenta de tesorería $= Y/2n^*$

Periodo de aprovisionamiento (entre cada dos transacciones) = t/n^*

Beneficio máximo = $((n^* - 1)/2n^*)iY - n^*a$

$\lim_{n \rightarrow \infty} Bf^0 = i(Y/2)$

Por consiguiente, el beneficio está limitado por el que se obtendría en el caso de que fuéramos efectuando (∞) transferencias de forma continua hacia la cuenta de inversión y un reintegro al final.

- Por su parte,

$C_T = C_O + C_{TR} = (iY/2n) + na$

De ese modo:

$n^* \rightarrow \partial C_T / \partial n = 0$

En consecuencia: $n^* = \sqrt{(iY/2a)}$

3) Críticas al modelo.

- Supone que los flujos de caja se conocen con certeza y que además presentan un determinado perfil temporal (los modelos de Miller-Orr y de Stone tratarán de flexibilizar este supuesto de certeza acerca de la evolución futura de los flujos de caja)
- No tiene en consideración la posibilidad de reinvertir los intereses que se obtienen en cada uno de los periodos de aprovisionamiento.

EJEMPLO:

Una empresa recibe unas entradas de caja de 100.000 u.m. al día que utilizará para hacer frente a los pagos que deberá efectuar cada dos semanas por un montante igual a la cantidad acumulada durante ese período. Suponiendo que pueda invertir el efectivo en el mercado monetario a un interés del 6,75% anual y que el coste de cada transacción sea de 37.5 u.m. ¿Cuál será según el modelo de Beranek la estrategia óptima de tesorería y el beneficio derivado de la misma?

$Y = 100.000 \cdot 14$ (días) = 1.400.000 será la cuantía acumulada cada dos semanas.

$t =$ período entre pagos = 14 días

$i_{ANUAL} = 6,75\% \rightarrow i_{14DÍAS} = 0,002625$

$n^* = \sqrt{(iY/2a)} = \sqrt{((0,002625 \cdot 1400000)/(2 \cdot 37,5))} = \boxed{7}$

para $n^* = 7 \rightarrow$ efectuaremos $(n^*-1) = 6$ depósitos de $Y/n^* = 200.000$ hacia la cuenta de inversión

\rightarrow efectuaremos un reintegro final de $((n^*-1)/n)Y = (6/7)1400000 = 1.200.000$ hacia tesorería

$$Bf^o (n^* = 7) = ((n^*-1)/2n)iY -na = 1312,5$$

$t/n =$ período de aprovisionamiento (entre cada dos transferencias entre cuentas) = $14/7 = 2$ días

Diferencias entre los modelos de Baumol y Beranek dado un número “n” de transferencias entre cuentas.

	Baumol	Beranek
Saldo inicial en tesorería	Y/n	0
Saldo acumulado en tesorería al final de cada período de aprovisionamiento (antes de efectuar la transferencia entre cuentas)	0	Y/n
Cuantía de los depósitos en la cuenta de inversión	$((n-1)/n)Y = Y - Y/n$	Y/n
Número de depósitos en la cuenta de inversión	1 (inicial)	$n-1$ (a lo largo del periodo)
Número de reintegros hacia la cuenta de tesorería	$n-1$ (a lo largo del periodo)	1 (final)
Cuantía de los reintegros hacia la cuenta de tesorería	Y/n	$((n-1)/n)Y = Y - Y/n$
Período de aprovisionamiento(entre transferencias)	t/n	t/n

3.3.3. Modelo de Miller-Orr.

1) Hipótesis

- Los flujos de caja no se conocen con certeza
- Se considera que los flujos de caja se distribuyen según una normal que presenta las siguientes características:

$$E(Q_i) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, t$$

$$\sigma^2(Q_i) = \text{constante}$$

$$\sigma(Q_i, Q_j) = 0 \text{ (los flujos no están correlacionados entre sí)}$$

- El tipo de interés de los activos monetarios es constante.
- Los costes de transacción son constantes e independientes de la cuantía.
- Requerimiento de un stock de tesorería mínimo (stock de seguridad) por parte de la empresa y que es una variable exógena al modelo.

2) Desarrollo del Modelo

- Partiendo de las anteriores hipótesis, estos autores formulan una estrategia para la maximización del beneficio ligado a la gestión de tesorería basado en el enfoque de los límites de control.
- Este enfoque se utiliza de forma tradicional en la teoría de producción para determinar la estrategia idónea de actuación. En ese contexto, según el enfoque de los límites de control, inicialmente el proceso productivo se ajusta a un objetivo: “maximización del output”. De ese modo, si se producen desfases a lo largo del proceso (retrasos en el aprovisionamiento o en cualquier otra fase del proceso...), éste no se reajustará mientras no sean rebasados unos límites previamente establecidos: “los límites de control”.
- Así pues, este mismo enfoque de “los límites de control”, tradicionalmente utilizado en la teoría de la producción es aplicado por Miller y Orr en la gestión de la tesorería.
- De ese modo, parten del supuesto de que (contrariamente a lo que ocurría en los modelos de Baumol y Beranek) el saldo de tesorería no se conoce con certeza sino que se moverá de forma aleatoria en torno a un nivel denominado “nivel deseable” o “punto de retorno”.
- En este contexto, ninguna actuación será llevada a cabo para modificar el mismo, mientras no sean superados los límites de control. En caso contrario:
 - Si se rebasa el límite superior. Se efectuará una compra inmediata de activos en el mercado monetario (inversión) hasta que el saldo de tesorería sea reconducido al “nivel deseable” o “punto de retorno”
 - Si se rebasa el límite inferior: Se efectuará una venta inmediata de títulos en el mercado monetario (desinversión/préstamo) hasta que el saldo de tesorería sea reconducido al “nivel deseable” o “punto de retorno”
- El modelo de Miller-Orr determina el valor para
 - a) el nivel deseable de tesorería o punto de retorno (PR)
 - b) el límite superior (LS)

De ese modo, aplicando la estrategia antes mencionada, se consigue que el beneficio asociado a la gestión de tesorería sea el máximo o que sus costes sean los mínimos.

- Para la determinación de (PR) y (LS) el modelo de Miller-Orr parte del conocimiento de:
 - a) $\sigma^2(Q_i)$ = varianza de los flujos de caja = V
 - b) i = tipo de interés diario en los mercados monetarios.
 - c) a = costes de transacción
 - d) LI = límite inferior (stock de seguridad, externo al modelo)
- Y denomina $R = 1/3 (LS - LI) = PR - LI =$
- En consecuencia: $LS = 3R + LI$ y $PR = R + LI$
- A partir de una serie de cálculos estos autores demuestran que la R óptima (aquella que permite maximizar los beneficios asociados a la gestión de tesorería) es:

$$R = (3aV/4i)^{1/3}$$
- De la anterior expresión se deduce:
 - A mayor variabilidad de los flujos de caja, mayores costes de transacción y menor tipo de interés (coste de oportunidad); mayor será $R = 1/3 (LS - LI)$. Por consiguiente, mayor será la separación entre límites y mayor será el margen de fluctuación que se concederá al saldo de tesorería en torno al nivel deseado antes de proceder a una actuación.
 - Contrariamente, a menor variabilidad de los flujos de caja, menores costes de transacción y mayor tipo de interés (coste de oportunidad); menor será $R = 1/3 (LS - LI)$. Por consiguiente, menor será la separación entre límites y menor será el margen de fluctuación que se concederá al saldo de tesorería en torno al nivel deseado antes de proceder a una actuación.
 - Es de resaltar que el nivel deseable (PR) según el modelo de Miller-Orr, no se encuentra a la mitad de la distancia entre el límite superior (LS) y el límite inferior (LI), sino que

$$PR = R + LI = LS - 2R;$$
 por consiguiente está más cerca del límite inferior que del superior.
 - En consecuencia, el saldo de tesorería se aproximará con mayor frecuencia al límite inferior que al superior.

3) Críticas al modelo

- Supone una distribución normal para los flujos de caja.
- Supone que la empresa no tiene ninguna información acerca de la evolución futura de los flujos de caja. Este supuesto es tan restrictivo como el de Baumol/Beranek quienes

suponían una evolución predeterminada para los flujos de caja, ya que, en la práctica, las empresas conocen, al menos, con elevada certeza los flujos de caja asociados a los pagos.

- En consecuencia, en la medida en que la empresa tenga algún conocimiento acerca de la evolución futura de los flujos de caja, el modelo de Miller-Orr podría no ser el apropiado.
- En este contexto, el modelo de Stone permite ajustar la estrategia de inversión/desinversión que se derivaría de la aplicación estricta del modelo de Miller-Orr, teniendo en cuenta las expectativas sobre los flujos de caja futuros.

EJEMPLO:

Una empresa ha confirmado que sus flujos de tesorería se ajustan a las hipótesis del modelo de Miller-Orr. De la citada empresa se conocen los siguientes datos:

$i = 0,002$ diario

$a = 45$ u.m.

$\sigma(Q) = 50.000$ u.m. (desviación estándar)

$LI = 100.000$ u.m.

El saldo de tesorería actual es de 150.000 u.n. y se estima que durante los próximos 5 períodos los flujos de caja serán los siguientes:

1.....	-25.000
2.....	-75.000
3.....	100.000
4.....	-25.000
5.....	125.000

¿Cuál será la gestión de tesorería que debería llevar a cabo esta empresa según el modelo de Miller-Orr?

$$R = (3aV/4i)^{1/3} = \boxed{75.000}$$

$$R = 1/3 (LS - LI) \rightarrow LS = 3R + LI = \boxed{325.000}$$

$$PR = R + LI = \boxed{175.000}$$

Gestión de tesorería prevista por el modelo de Miller-Orr, a partir de los anteriores resultados:

Saldo de tesorería

0.....150.000

1.....150.000-25.000 = 125.000

2.....125.000-75.000 = 50.000 < LI = 100.000→

Venta de activos monetarios por valor de (PR- 50.000) = (175.000 – 50.000) = 125.000

$$50.000 + 125.000 = \mathbf{175.000 (PR)}$$

3.....**175.000 (PR)** + 100.000 = 275.000

4.....275.000 - 25.000 = 250.000

5.....250.000 + 125.000 = 375.000 > LS = 325.000→

Compra de activos monetarios por valor de (375.000 - PR) = (375.000 – 175.000) = 125.000

$$375.000-125.000 = \mathbf{175.000 (PR)}$$

3.3.4. Modelo de Stone.

1) Hipótesis en las que se basa

- Los flujos de caja no se conocen con certeza.
- Se presupone cierta capacidad de predicción de los flujos de caja futuros por parte del responsable financiero.
- Existe un nivel mínimo (stock de seguridad) por debajo del cual los flujos de caja no pueden descender.

2) Desarrollo del modelo

- En el modelo de Stone se determinan “dos tipos” de límites superiores e inferiores.
 - Límites superiores externos e internos (LSE y LSI)
 - Límites inferiores externos e internos (LIE y LII)
- Siguiendo el modelo formulado por Stone, la estrategia óptima de tesorería será la siguiente:
 - Mientras no se rebasen los límites externos (superior o inferior) la empresa no se cuestionará su gestión de tesorería.
 - En el momento en el que el saldo de tesorería rebase los límites externos, en lugar de actuar de forma inmediata como ocurría en el modelo de Miller-Orr, se añade al saldo actual de tesorería las suma de las expectativas que la empresa tiene sobre la evolución de los flujos de caja durante los períodos siguientes (el modelo no especifica cuántos).
 - En consecuencia:

- Si la suma del saldo actual de tesorería y la expectativa sobre el valor de los flujos de caja durante los siguientes períodos rebasa los *límites internos* (se sitúa entre el límite externo y el interno), se efectuará una inversión o desinversión en los mercados monetarios hasta reconducir el saldo de tesorería al nivel deseable o punto de retorno (PR).
- Si la suma del saldo actual de tesorería y la expectativa sobre el valor de los flujos de caja durante los siguientes períodos no rebasa los límites internos, no se efectuará ninguna actuación.
- De este modo, en el modelo de Stone (a diferencia de lo que ocurría en el modelo de Miller-Orr), si el saldo de tesorería rebasa los límites externos esto no se traduce en una señal automática de inversión/ desinversión, sino que la actuación en los mercados monetarios dependerá de las estimaciones del responsable financiero acerca de la evolución futura de los flujos de caja.

3) Críticas al modelo.

- *Inconvenientes:*
 - Es un modelo puramente intuitivo ya que no especifica el procedimiento para calcular el punto de retorno, los límites, ni especifica el nº de días a utilizar al hacer la predicción acerca de los flujos de caja futuros.
 - Por ello, en la práctica los límites externos y el punto de retorno se suelen obtener aplicando el procedimiento de Miller-Orr, mientras que los límites internos los establece el responsable financiero en función de su experiencia pasada.
 - No ofrece garantía alguna de que la aplicación del modelo conduzca a la maximización de los beneficios o minimización de los costes asociados a la gestión de tesorería.
 - En consecuencia, el modelo de Stone no suele utilizarse para determinar la gestión óptima de tesorería, sino como complemento a la gestión diaria de la misma.
- *Ventajas:*
 - Resultará más óptimo que el modelo de Miller-Orr cuando sea posible efectuar algún tipo de predicción acerca de la evolución futura de los flujos de caja.
 - Presenta mayor flexibilidad que el modelo de Miller-Orr, en el sentido de que los límites internos pueden aproximarse o alejarse del punto de retorno, en función de la información que posea el responsable financiero acerca de la evolución futura de los flujos. De ese modo:

- A mayor información, menor necesidad de actuación→ más alejados estarán los límites internos del punto de retorno o dicho de otra manera, más próximos estarán los límites internos y externos.
- A menor información, mayor necesidad de actuación→ más cercanos estarán los límites internos del punto de retorno o dicho de otra manera, más alejados estarán los límites internos y externos.

EJEMPLO:

Suponga que una empresa ha calculado los siguientes límites externos e internos y punto de retorno:

LSE = 325.000

LIE = 100.000

PR = 175.000

Y que considera oportuno situar los límites internos a una distancia de 20.000 u.m. de los límites externos. Suponga, además, que en base a su experiencia, la citada empresa considera que está capacitada para conocer los flujos de caja correspondientes a los dos períodos siguientes. Si el saldo actual de tesorería fuera de 150.000 u.m. y los flujos de caja durante los cinco períodos siguientes fueran:

- 1.....-25.000
- 2.....-75.000
- 3.....100.000
- 4.....-25.000

¿Cuál sería la estrategia óptima de tesorería que debería llevar a cabo esta empresa según el modelo de Stone?

LSI = 325.000 – 20.000 = 305.000

LII = 100.000 + 20.000 = 120.000

Saldo de tesorería

- 1.....150.000-25.000 = 125.000
- 2.....125.000-75.000 = 50.000 < LIE = 100.000→

50.000+ 100.000-25.000= 125.000> LII = 120.000→

ninguna actuación

- 3.....50.000 + 100.000 = 150.000
- 4.....150.000 - 25.000 = 125.000
- 5.....125.000 + 125.000 = 250.000

Según estos datos, a partir del modelo de Stone la estrategia e tesorería no conllevaría ninguna inversión o desinversión en los mercados monetarios.

Bibliografía.

Brealey & Myers (2003), cap. 31.

Scherr (1989), cap. 4

Prácticas Tema 3

1.- Una empresa, que cuenta con unas entradas de caja periódicas, debe hacer frente a unas salidas que tienen lugar de forma uniforme y pretende utilizar el modelo de Baumol para formular una estrategia que le permita decidir la parte de su tesorería que será invertida de forma temporal. En concreto, se sabe que esta empresa recibe unas entradas de caja cada 16 días por un montante de 3,2 millones de u.m., que la rentabilidad en el mercado monetario correspondiente a ese periodo (16 días) es del 0.5% y que los costes derivados de cada inversión o desinversión ascienden a 500 u.m. **Se pide:**

- a) El número óptimo de transacciones entre cuentas.
- b) El montante de la inversión inicial en los mercados monetarios.
- c) El montante de los reintegros periódicos.
- d) El beneficio resultante de la estrategia óptima de tesorería.
- e) Representar gráficamente el perfil temporal de los saldos de las cuentas de tesorería y de inversión durante el periodo entre cobros.

2.- Suponga que una empresa, que cuenta con entradas de caja que se producen de forma uniforme a lo largo del mes, debe hacer frente periódicamente al final del mismo a unas salidas por un montante igual a la cantidad acumulada durante ese periodo. Las salidas de caja que tienen lugar al final de cada mes (30 días) ascienden a una cuantía de 2,16 millones de u.m. El coste asociado a cada inversión o desinversión en el mercado monetario es de 200 u.m., y el tipo de interés anual en el citado mercado es del 8% (se recomienda utilizar un año de 360 días) **Se pide:**

- a) ¿Qué modelo debería utilizarse para determinar la estrategia óptima de tesorería?
- b) El número óptimo de transacciones entre la cuenta de tesorería y la cuenta de inversión.
- c) El número óptimo de depósitos en la cuenta de inversión.
- d) El número óptimo de reintegros de la cuenta de inversión a la cuenta de tesorería.
- e) Los costes totales asociados a la estrategia óptima de tesorería.
- f) Representar gráficamente el perfil temporal de los saldos de las cuentas de tesorería y de inversión durante el periodo entre pagos.

3.- Una empresa recibe a principios de cada año 125 millones de u.m. en un depósito bancario a la vista. El tipo de interés que obtendría si invirtiera dicha cantidad en los mercados monetarios sería del 20% anual, pero el coste de cada transferencia entre el depósito bancario y una cuenta de inversión en los citados mercados es de 5.000 u.m.. Además, a lo largo del año, la empresa debe hacer frente, a un ritmo uniforme en cada momento, a unos pagos que ascienden a 125 millones de pesetas. En las anteriores circunstancias, **se pide:**

- a) ¿Qué modelo debería utilizarse para determinar la estrategia óptima de tesorería?
- b) ¿Cuál sería la cantidad máxima de beneficios anuales que podría obtener esta empresa de la gestión de su tesorería?
- c) En caso de considerarse oportuno depositar dinero en una cuenta de inversión, ¿cuál sería el número óptimo de veces que debería retirarse dinero de la citada cuenta, para hacer frente a los pagos, y cuál sería la cuantía de los reintegros?
- d) Suponiendo que la estrategia óptima de tesorería considerara conveniente depositar dinero en una cuenta de inversión, ¿cuál sería el número óptimo de veces que deberían efectuarse depósitos en la citada cuenta, y en qué cuantía?

4.- Suponga que, en una empresa, el perfil temporal de los flujos de caja se corresponde a las hipótesis del modelo de Beranek. En ese contexto, sabiendo que el coste de oportunidad de mantener el dinero ocioso en la caja de la empresa se cifra en el 20% anual, que los costes asociados a cada transferencia son de 3.000 u.m., y que el volumen de pagos efectuado al final del año asciende a 108 millones de u.m. **Se pide:**

- a) En caso de considerarse oportuno depositar dinero en una cuenta de inversión, ¿cuál sería el número óptimo de veces que debería retirarse dinero de la citada cuenta, para hacer frente a los pagos, y cuál sería la cuantía de los reintegros?
- b) Suponiendo que la estrategia óptima de tesorería considerara conveniente depositar dinero en una cuenta de inversión, ¿cuál sería el número óptimo de veces que deberían efectuarse depósitos en la citada cuenta, y en qué cuantía?
- c) Indicar cuál sería el montante mínimo anual de los costes totales asociados a la gestión de tesorería por parte de esta empresa.

5.- Una empresa ha confirmado que sus flujos de caja diarios están en concordancia con las hipótesis del modelo de Miller-Orr y, por ello, ha decidido utilizar este modelo para la gestión de su tesorería. En base a datos históricos, ha calculado que la desviación estándar de los flujos de caja diarios es de 400.000 u.m., mientras que la media es igual a cero. El tipo de interés de las inversiones a corto plazo es del 6,75% anual (se recomienda utilizar un año de 360 días) y el coste de cada inversión/desinversión es de 100 u.m.. Adicionalmente, una entidad bancaria

que ha concedido a la empresa un crédito requiere a ésta el mantenimiento de un nivel mínimo de tesorería de 500.000 u.m. **Se pide:**

a) Señalar cuáles serían, en base al modelo de Miller-Orr, los niveles para el punto de retorno, el límite de control inferior y el límite de control superior.

b) Utilizando los límites de control y el punto de retorno calculados en el apartado anterior, y suponiendo que el saldo actual de tesorería de esta empresa es de 1 millón de u.m., pero que durante los próximos siete días registrará los flujos de caja que, a continuación, se indican, se pide explicar la estrategia óptima de tesorería que la citada empresa debería llevar a cabo durante ese periodo de tiempo, señalando el montante de las eventuales compras o ventas de activos a corto plazo en el mercado monetario.

Día	Flujos netos de caja.
1	-300.000
2	-400.000
3	500.000
4	-200.000
5	900.000
6	200.000
7	700.000

6.- Una empresa, que desea utilizar el modelo de gestión de tesorería de Stone, ha calculado los siguientes niveles óptimos para los límites de control y punto de retorno. El límite de control superior externo es de 1,6 millones de u.m., el límite de control superior interno de 1,3 millones de u.m., el punto de retorno de 1 millón de u.m., el límite de control inferior interno de 750.000 u.m. y el límite de control inferior externo de 500.000 u.m. Considerando que el saldo de tesorería inicial fuera de 1.000.000, que, en base a su experiencia pasada, en la que la empresa ha demostrado su capacidad de predicción de los flujos de caja correspondientes al periodo siguiente, el responsable financiero decidiera utilizar las predicciones referidas a ese horizonte temporal en el desarrollo de su estrategia de tesorería, y suponiendo que durante los próximos siete días tuvieran lugar los cash-flows indicados en el problema 5, se pide indicar, en base al modelo citado, ¿cuál sería el montante de las eventuales compras o ventas de activos a corto plazo que se producirían a lo largo de los próximos seis días?

Tema 4: La gestión de inventarios

4.1. Concepto de inventarios/existencias/stocks

- Se denominan stocks/inventarios o existencias al conjunto de mercancías acumuladas en almacén a la espera de ser vendidas o utilizadas en el proceso de producción.
- La inversión en existencias es común a todo tipo de empresas, pero las características de las mismas variarán en función de la actividad profesional desarrollada (empresas comerciales: existencias = productos terminados listos para la venta; empresas industriales: existencias = materias primas y auxiliares + productos semi-terminados/en curso + productos terminados listos para la venta)

4.2. Costes y beneficios asociados a la inversión en existencias.

- **Beneficios:**
 - *Desde un punto de vista técnico:* otorgan a la empresa flexibilidad operativa, necesaria dado que existen dos variables muy importantes de las que depende el resultado final del proceso productivo (demanda final de los clientes y plazo de entrega de los proveedores) que no son conocidas con certeza, sino sólo en términos de probabilidad. A mayor inversión en existencias, mayor capacidad de compensar oscilaciones no previstas en las anteriores variables y menor probabilidad de interrupción del proceso productivo (con los costes de ruptura que esta circunstancia lleva asociada). Puede establecerse una analogía entre dichos costes y el asociado a una situación de iliquidez, en el caso de la gestión en tesorería.
 - *Desde un punto de vista económico:*
 - a) Permiten, en función de su volumen, acceder a descuentos en la compra del pedido.
 - b) Permiten, en función de su volumen, una reducción en el precio unitario de renovación/reposición de existencias que suele ser fijo. También puede establecerse una analogía entre este coste (coste del pedido) y los costes de transacción vinculados a la gestión en tesorería.
- **Costes:**
 - Costes de almacén, mantenimiento o posesión. En este apartado deberemos incluir: alquiler del almacén, gastos en mantenimiento de los stocks, gastos

en seguro y el coste de oportunidad de no estar destinando los recursos a inversiones alternativas (o el coste de financiación si estamos utilizando recursos ajenos). Asimismo, también puede establecerse una analogía entre estos costes y el coste de oportunidad asociado a la gestión en tesorería.

- En el anterior contexto de costes y beneficios asociados al mantenimiento de un determinado volumen de existencias, el nivel óptimo de pedido (determinará el nivel óptimo de la inversión en existencias) será aquel que maximice los beneficios asociados a la inversión en existencias o minimice los costes.

4.3. Modelo EOQ (“Economic Order Quantity) o modelo del lote óptimo de pedido o modelo de Wilson.

1) Hipótesis en las que se basa

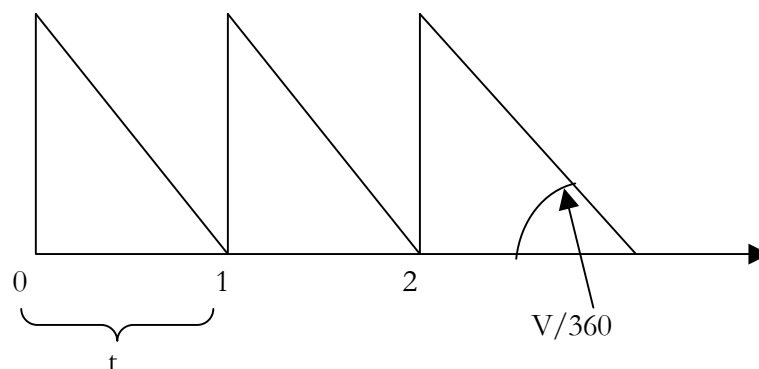
- a) La demanda final y el plazo de entrega de los proveedores son variables que se conocen con certeza (este hecho permite depreciar el coste de ruptura y no requiere la realización de una inversión en un stock de seguridad)
- b) Capacidad de aprovisionamiento infinita por parte del proveedor y aprovisionamiento instantáneo.
- c) Tasa de agotamiento del producto constante. De este modo, a partir de (b) y (c), si denominamos:

V = cantidad de producto comprada y consumida al año.

t = período de tiempo, para el cual la empresa realiza la planificación de la inversión en existencias (normalmente $t = 1$ año = 360 días)

Tasa de agotamiento del producto = $V/360$

En este escenario, el perfil temporal del nivel de existencias en almacén si únicamente se efectuara un pedido al año sería el siguiente (observad la analogía con el modelo de Baumol)



- d) El coste de mantenimiento de las existencias permanece constante a lo largo del tiempo, como un porcentaje del valor monetario del producto

g = coste de mantenimiento (% valor monetario producto almacenado)

valor monetario stock medio almacenado = precio unitario stock . stock medio almacenado

p = precio unitario del stock.

C_p = Costes de posesión = $g \cdot p \cdot$ stock medio almacenado

Aunque g sea constante el conjunto de costes de mantenimiento serán mayores cuanto mayor sea el volumen del pedido y, en consecuencia, la inversión en existencias (el equivalente en el modelo de Baumol sería el coste de oportunidad en los mercados monetarios)

- e) El coste de renovación/reposición es fijo e independiente del tamaño del pedido (por consiguiente, el coste unitario de reposición, disminuirá con el tamaño del pedido)

k = coste de renovación/reposición del pedido

n = número de pedidos al año

$k \cdot n$ = Costes de reposición (serían análogos a los costes de transacción en Baumol)

- f) No considera la posibilidad de reducciones en el precio de compra en función del tamaño del pedido.

- g) En consecuencia, según el modelo EOQ, los costes asociados a la inversión en existencias serán:

C_p = Costes de posesión = $g \cdot$ valor monetario stock medio almacenado.

C_R = Costes de renovación = nk

Por consiguiente, el nivel óptimo de pedido será aquel que minimice los costes totales

2) Desarrollo del modelo

- Denominamos:

V = cantidad de producto comprada y consumida al año

$t = 1$ año = 360 días = período de tiempo para el cual la empresa efectúa la planificación de stocks

$V/360$ = Tasa de agotamiento del producto (se considera constante)

n = número de pedidos al año

$T = t/n = 360/n$ = periodo de reaprovisionamiento del stock (periodo de tiempo entre pedidos)

$V/n = S =$ Volumen del lote o pedido (stock máximo mantenido en almacén)

$S/2 = V/2n =$ Stock medio mantenido en almacén

$n = V/S =$ número pedidos

$P =$ precio unitario del producto

$k =$ coste de reposición/renovación

$g =$ coste de posesión/mantenimiento

$$C_T = C_R + C_p = nk + gP(S/2) = (V/S)k + gP(S/2)$$

S^* (volumen óptimo de pedido) será aquel que minimice los costes:

$$\partial C_T / \partial n = 0$$

Se obtiene $n^* = \sqrt{(gpV/2k)}$

gP (EOQ) \rightarrow i (Baumol)

V (EOQ) \rightarrow Y (Baumol)

k (EOQ) \rightarrow a (Baumol)

$$\text{y } S^* = \sqrt{(2kV/gP)}$$

- Adicionalmente, si denominamos:

$l =$ plazo de entrega = unidades de tiempo que transcurren entre la formulación del pedido y la entrega de la mercancía.

$S_m =$ Punto de pedido = unidades de stock necesarias para hacer frente al consumo de "l" días

Podemos calcular S_m de la siguiente manera:

$$\text{Tasa de agotamiento del pedido} = \text{cte} = V/360 = S/T = S_m/l \rightarrow S_m = (l \cdot V)/360$$

EJEMPLO:

Una empresa compra 10.000 unidades de producto al año. El precio unitario del citado producto es de 8 u.m. La suma del coste de oportunidad, almacenamiento y seguro es del 20% del valor monetario del stock medio invertido. Los costes de pedido ascienden a 50 u.m. ¿Cuál es el lote óptimo de pedido? ¿Cuál será el punto de pedido si el plazo de entrega es de 7 días?

$$C_T = C_R + C_p = nk + gP(S/2) = (V/S)k + gP(S/2) = (10.000/S) 50 + 0,2 \cdot 8(S/2)$$

a) $S^* = \sqrt{(2kV/gP)} = \sqrt{(2 \cdot 50 \cdot 10000 / 0,2 \cdot 8)} = 790,56 \approx \boxed{791}$ lote óptimo de pedido

$$n^* = V/S^* = 10000/791 = 12,64 \approx \boxed{13 \text{ pedidos}}$$

$$T = \text{período de reaprovisionamiento (entre pedidos)} = 360/n^* = 360/13 = 27,68 \\ \approx \boxed{28 \text{ días}}$$

b) Punto de pedido = $S_m = (l \cdot V)/360 = (7 \cdot 10000)/360 = 194,4 \approx \boxed{194 \text{ u.p.}}$

Cuando el nivel de almacén sea de 194 u.p, realizaremos el pedido, sabiendo que su entrega tarda 7 días.

3) Críticas al modelo EOQ básico

1. Considera una capacidad de aprovisionamiento infinita y un aprovisionamiento instantáneo por parte del proveedor, mientras que en la práctica puede suceder que la empresa proveedora no tenga capacidad para efectuar suministros por encima de un determinado nivel.



Para solventar este problema, se ha formulado un modelo EOQ con capacidad de aprovisionamiento finita y gradual por parte del proveedor.

2. No considera la posibilidad de reducciones en el precio de compra, en función del tamaño del pedido, mientras que en la práctica suele suceder que un aumento en el volumen del pedido conduce a una reducción en el precio de adquisición.



La manera de solventar este problema sería la introducción de descuentos en función del tamaño del pedido.

3. Considera que pueden conocerse con certeza la demanda final y el plazo de entrega de los proveedores, mientras que, en la práctica, las anteriores variables no se conocen con certeza, por lo que es necesario considerar los costes de ruptura y analizar la necesidad de efectuar una inversión en un stock de seguridad



Para solucionar este problema se introducen los costes de ruptura en el modelo

4. 4. Variaciones al modelo EOQ

4.4.1. Introducción de una capacidad de aprovisionamiento finita y gradual

- Se aplica a aquellos casos en los que debido a la incapacidad por parte de la empresa proveedora de efectuar suministros por encima de una determinada cantidad, el aprovisionamiento no se efectúa de forma instantánea, sino gradual.
- La consecuencia inmediata, es que durante el período de aprovisionamiento, la empresa habrá consumido una parte del stock que se le ha ido suministrando, y el nivel máximo de existencias de almacén no coincidirá con el volumen de pedido (como en el modelo EOQ básico), sino que será inferior.
- De ese modo, si denominamos:
 - r = número de unidades de tiempo necesarias para efectuar un suministro de S unidades de pedido (en EOQ básico tras “ T ” (plazo de entrega), el suministro era instantáneo)
 - S_r = número de unidades de stock consumidas en “ r ” unidades de tiempo (la tasa de agotamiento/ consumo del stock, continúa siendo constante = $V/360$)
 - Stock máximo en almacén = $S - S_r$
 - Stock medio en almacén = $(S - S_r)/2$
 - Tasa agotamiento/consumo del stock = $V/360 = S/T = S_r/r$
 - $T = t/n = 360/n$ = período de reaprovisionamiento del stock (entre pedidos)
 - Tasa de aprovisionamiento/suministro del stock = $R/T = S/r = R_A/360$ (R = volumen suministrado durante el periodo de reaprovisionamiento; R_A = volumen que se suministraría anualmente a esa tasa).
 - $S_r = r.S/T = S.[1/(R/T)].(S/T) = S[(S/T)/(R/T)] = S[(V/360)/(R_A/360)] = S(V/R_A)$
 - $S - S_r = S[1 - (V/R_A)]$
- El objetivo es encontrar el lote óptimo de pedido, en términos de que sea aquel que minimice los costes totales asociados a las existencias.

$$C_T = C_R + C_p = nk + gP[(S - S_r)/2] = (V/S)k + gP [S(1 - (V/R_A))]/2$$

S^* (volumen óptimo de pedido) será aquel que minimice los costes:

$$\partial C_T / \partial n = 0$$

Se obtiene y $S^* = \sqrt{(2kV/gP (1 - (V/R_A)))}$
- Observad que $\lim_{R_A \rightarrow \infty} S^* = \sqrt{(2kV/gP)}$; es decir el lote óptimo de pedido según el modelo EOQ básico con capacidad de aprovisionamiento infinita.

EJEMPLO:

Una empresa está intentando decidir la cantidad por la que efectuará el pedido de un determinado líquido. El líquido se almacena en un tanque que posee unos conductos diferenciados para la entrada y la salida del mismo. La empresa utiliza 10.000 litros de líquido al año. Siete días después de efectuar una orden de pedido al proveedor, llega una furgoneta que llena de líquido el tanque. Debido al pequeño tamaño del conducto de entrada solamente pueden ser introducidos en el tanque 111,11 litros al día. Los costes fijos asociados a cada orden de pedido son de 50 u.m. Los costes de mantenimiento son del 20% anual y cada litro de líquido cuesta 8 u.m. La firma mantiene en todo momento un stock de seguridad de 1.000 litros de líquido. **Se pide:**

a) Calcular el lote óptimo de pedido (EOQ) y el punto de pedido.

b) Suponga que la capacidad máxima del tanque es de 2.000 litros. Dada su estrategia de pedido, explique si el tanque rebosará de líquido o no y por qué.

$$\mathbf{a)} \text{ Tasa de aprovisionamiento anual} = R_A/360 = (111,11 \cdot 360)/360 = 40.000/360$$

$$\text{Tasa de agotamiento anual} = V/360 = 10.000/360$$

$$S^* = \sqrt{[2kV/gP (1-(V/R_A))] = \sqrt{[2 \cdot 50 \cdot 10000/0,2 \cdot 8(1-(10000/40000))] = 912,87 \approx$$

$$\boxed{913 > 791 \text{ (EOQ básico)}}$$

El lote óptimo de pedido es superior que en el modelo EOQ básico, ya que al ser el stock medio inferior, también son inferiores los costes de mantenimiento en almacén.

$$n^* = 10000/913 = 10,95 \approx \boxed{11 < 13 \text{ (EOQ básico)}}$$

$$T = \text{Período de reaprovisionamiento (entre dos pedidos)} = 360/11 = \boxed{32,72 \approx 33 \text{ días} > 28}$$

$$\boxed{\text{(EOQ b.)}}$$

$$S_m = \text{punto de pedido} = (l \cdot V)/360 = 7 \cdot 10000/360 \approx \boxed{194 \text{ días}}$$

$$\mathbf{b)} r = \text{tiempo de suministro} = S_1/(R/T) = 8,21 \approx \boxed{8 \text{ días}}$$

$$S_r = \text{unidades de stock consumidas durante el período de suministro} = r \cdot S/T =$$

$$228,25 \approx \boxed{228}$$

$$S^c = \text{stock de seguridad} = 1.000$$

$$S_{\text{MAX}} = [S^* - S_r] + S^c = [913 - 228] + 1.000 = \boxed{1.685 < 2.000} \Rightarrow \text{El tanque no rebosará de líquido.}$$

4.4.2. Introducción de descuentos en el precio de adquisición según el volumen del pedido

- Bajo este supuesto, los costes asociados a la gestión de stocks que deberán ser minimizados serán:

Costes totales (C_T) = Coste de Adquisición (C_A) + Coste renovación (C_R) + Coste posesión (C_P)

$$C_A = p \cdot V$$

$$C_R = k \cdot V/S$$

$$C_P = g \cdot p \cdot S/2$$

- Ahora bien, si admitimos la posibilidad de que se produzcan descuentos en el precio de compra en función del tamaño del pedido, el precio dejará de ser una constante, sino que será función del volumen del pedido $p = f(S)$
- Lo habitual, dada la práctica del mercado, es que el precio no sea una función continua respecto a “S”, ya que frecuentemente se ofrecen descuentos por volumen o “rappels” si el volumen de las compras supera una determinada cantidad.

EJEMPLO:

Una empresa utiliza 7.500 unidades por año de un determinado material. Los costes de mantenimiento son del 15% anual y los costes fijos asociados a cada orden de pedido son de 15 u.m. La tasa de aprovisionamiento es infinita. Si la firma ordena cantidades iguales o inferiores a las 1.000 unidades, el precio unitario del material es de 6 u.m. Si la empresa ordena cantidades superiores a las 1.000 unidades, el precio unitario del mismo es de 5,95 u.m. Calcular la estrategia óptima de pedido a partir de la evaluación de los costes totales (incluyendo el coste del material) de las estrategias de orden de pedidos entre 250 y 1.200 unidades de producto.

$$C_T = C_A + C_R + C_P = P \cdot V + k \cdot V/S + g \cdot P \cdot S/2$$

$$V = 7.500 \text{ u.p.} \quad \text{para } S \leq 1.000 \Rightarrow P = 6 \text{ u.m.}$$

$$g = 15\% \quad \text{para } S > 1.000 \Rightarrow P = 5,95 \text{ u.m.} \quad k = 15 \text{ u.m.}$$

S	P	$C_A = P.V$	$C_R = K.V/S$	$C_P = g.P.S/2$	$C_T = C_A + C_R + C_P$
250	6	45.000	450	112,5	45.562,5
500	6	45.000	225	225	45.450
750	6	45.000	150	337,5	45.487,5
1000	6	45.000	112,5	450	45.562,5
1005	5,95	44.625	111,94	448,48	45.185,4
1025	5,95	44.625	109,75	457,48	45.192,15
1050	5,95	44.625	107,14	468,56	45.200,7
1100	5,95	44.625	102,27	496,875	45.218,1
1150	5,95	44.625	97,82	517,5	45.240,32
1200	5,95	44.625	93,75	533,5	45.254,25

Para $S = 1001 \Rightarrow C_T = 45.184,08 = \text{Coste m\u00ednimo}$

4.4.3. Introducci\u00f3n de costes de ruptura

Este modelo supone que ni el plazo de entrega de los proveedores (l), ni la demanda final del producto (X) son variables que se conocen con certeza.

- Por consiguiente, existe un riesgo de interrupci\u00f3n del proceso productivo, si se produce una variaci\u00f3n no anticipada en alguna de las anteriores variables.
- En ese contexto, existir\u00e1 un “*coste de ruptura*” que deberemos tratar de minimizar. El modo de disminuir dicho coste es a trav\u00e9s del mantenimiento de un stock de seguridad en almac\u00e9n.
- De ese modo, cuando debido a la existencia de un coste de ruptura positivo, la empresa mantenga un stock de seguridad, el stock total mantenido en almac\u00e9n se subdividir\u00e1 en:
 - a) “*Stock activo o c\u00edclico*”: aquel que la empresa mantiene para hacer frente a las exigencias de los clientes o del proceso productivo (se calcula en base al modelo EOQ, suponiendo X y l constantes)
 - b) “*Stock de seguridad*”: es un stock complementario al stock c\u00edclico y es mantenido por la empresa para hacer frente a variaciones no anticipadas en el plazo de entrega o en la demanda final del producto.
- *Para calcular el stock de seguridad (S), dado que tanto el plazo de entrega como la demanda final se comportan como variables aleatorias, lo habitual es utilizar “modelos estoc\u00e1sticos” de gesti\u00f3n de stocks. El objetivo com\u00fan a todos estos modelos es el c\u00e1lculo del stock de seguridad que minimice los costes de*

mantenimiento asociados al mismo y todos ellos parten de algún supuesto acerca de la función de probabilidad asociada a las variables aleatorias (I) y (X).

- El supuesto habitual es, no obstante, que las anteriores variables aleatorias se comportan como una normal

EJEMPLO:

De los archivos contables de la empresa Y se han extraído copias de las facturas de venta de un cierto artículo, para conocer la evolución de las ventas a lo largo de las últimas 20 semanas. Una vez obtenida la correspondiente serie temporal, se ha calculado la media y la varianza de esta muestra, arrojando unos valores de 1.380 y 14.400. En el supuesto de que la variable aleatoria X que describe la evolución de las ventas de este artículo se comporte normalmente y que el reaprovisionamiento del stock de este producto se efectúa al término de cada semana,

se pide:

a) Determínese la cantidad de artículo que se debe tener en el almacén al comienzo de la semana para tener una seguridad al menos de un 99,7 por 100 de que la demanda va a ser satisfecha.

b) ¿Qué cantidad de artículo debe tenerse en almacén al comienzo de la semana para que la probabilidad de ruptura o carencia sea como máximo del 2,5 por 100?

a) Probabilidad de que no se produzca ruptura = probabilidad de que la demanda será satisfecha $\geq 99,7\%$

X = Ventas

S = Stock almacenado al comienzo de la semana.

$$P(X \leq S) \geq 0,997 = P(z \leq [S-1380]/120) \geq 0,997$$

$$P(z \leq 2,75) \geq 0,997 \Rightarrow \boxed{S = 1.710} \text{ (según las tablas de la normal tipificada)}$$

b) Probabilidad de carencia o ruptura $\leq 0,025$

$$P(X > S) \leq 0,025 = P(z > [S-1380]/120) \leq 0,025 = 1 - P(z \leq [S-1380]/120) \leq 0,025$$

$$1 - 0,025 \leq P(z \leq [S-1380]/120)$$

$$P(z \leq [S-1380]/120) \geq 0,975$$

$$P(z \leq 1,96) \geq 0,975 \Rightarrow \boxed{S = 1.615,2} \text{ (según las tablas de la normal tipificada)}$$

4.5. Alternativas a la inversión en existencias. Sistemas “Just in time”

1) Características.

- a) Considera que se conoce con certeza el plazo de entrega de los proveedores. De hecho, éstos se consideran una etapa más del proceso productivo. De este modo, el responsable de compras deberá estar en permanente contacto con los proveedores y conseguir que éstos sean capaces de suministrar pequeños lotes de pedido, numerosas veces en el tiempo.
- b) La demanda final es la única variable que se produce incierta y, en consecuencia, se producirá en función de la misma. Así pues, a medida que va apareciendo la necesidad de un producto (aumento de su demanda en los puntos de venta) se pone en marcha un sistema de señales que abarca desde la última fase del proceso productivo hasta la primera (y de ésta hasta los proveedores que, como se ha señalado, son considerados como una propia fase del sistema productivo)
- c) La inversión en inventarios es minimizada ya que únicamente se produce a medida que el producto es demandado y justamente para satisfacer esa demanda. Bajo estas condiciones, se consigue minimizar los costes asociados al mantenimiento de existencias garantizando, al mismo tiempo, la no interrupción del proceso productivo.

2) Costes y beneficios.

- *Beneficios:*
 - Minimiza los costes de posesión y de almacenamiento asociados a la inversión en inventarios.
- *Costes:*
 - Para que el sistema funcione eficazmente, la empresa debe destinar recursos (1) para mejorar la formación de los trabajadores con el fin de aumentar su flexibilidad de manera que éstos sean capaces de realizar su actividad en cualquier fase del proceso productivo (las diferentes fases se irán poniendo en marcha a medida que sea necesario) y (2) para garantizar unos costes mínimos de puesta en funcionamiento de la maquinaria, así como de fabricación de productos de elevada calidad (el no almacenamiento de productos implicará la supresión de los controles de seguridad que habitualmente se efectúan en almacén)
- En consecuencia, para que esta alternativa sea rentable, la empresa deberá poseer una dimensión suficiente, de modo que los costes de formación del

personal y de capital para perfeccionar el proceso de producción compensen el ahorro asociado a la disminución de los costes de mantenimiento/posesión de inventarios.

Bibliografía.

Scherr (1989), cap.8.

Suárez Suárez (2003), cap. 17.

Prácticas Tema 4

1.- Una empresa está intentando decidir cuál es el lote óptimo de pedido adecuado para un determinado producto. El citado producto puede ser librado en cantidades ilimitadas y la empresa utiliza 3.000 unidades del mismo, al año. El precio de compra de cada unidad es de 3 u.m. La empresa ha calculado que el coste de almacén y seguro de sus stocks es del 12% anual. El coste del capital de esta empresa es del 10% anual. El coste asociado a cada orden de compra es de 37 u.m. En general se espera que los pedidos lleguen a la empresa siete días después de la orden de compra. **Se pide:**

- a) Calcular el lote óptimo de cada pedido de compra.
- b) El punto de orden de pedido.
- c) El coste total de la estrategia de pedido, suponiendo que la empresa no mantiene un stock de seguridad.

2.- Un mayorista aprovisiona a varias pequeñas y medianas empresas cercanas a su almacén de cierto artículo que él compra al precio de 500 u.m./unidad a un fabricante de una Comunidad Autónoma vecina. La demanda del artículo por parte de su clientela es regular y constante a lo largo de los 250 días hábiles que tiene el año, cifrándose la misma en 1.000 unidades al día. El transporte del artículo desde la empresa fabricante al mayorista se realiza en un camión que es propiedad de éste. Luego de un detallado estudio de costes, el mayorista ha calculado que los gastos de transporte más de emisión del pedido ascienden a 50.000 u.m. por viaje realizado. La empresa de venta al por mayor se ha comprometido frente a sus clientes a asegurarles un avituallamiento regular y constante y es consciente de que un retraso en el mismo podría costarle la pérdida de la clientela. El coste anual de almacenamiento de 1.000 unidades de dicho artículo (excluido el coste del capital) es de 10.000 u.m. Si el coste de oportunidad del capital se estima en un 20%, **se pide:**

- a) ¿Qué cantidad del artículo debe transportar en cada viaje?
- b) ¿Cuántos viajes a lo largo del año ha de realizar el camión a la Comunidad Autónoma vecina?
- c) El coste total mínimo de la gestión del stock durante el período de planificación anual.

3.- Una empresa está intentando decidir la cantidad por la que efectuará el pedido de un determinado líquido. El líquido se almacena en un tanque que posee unos conductos diferenciados para la entrada y la salida del mismo. La empresa utiliza 500 litros de líquido al día. Siete días después de efectuar una orden de pedido al proveedor, llega una furgoneta que llena de líquido el tanque. Debido al pequeño tamaño del conducto de entrada solamente pueden ser introducidos en el tanque 2.500 litros al día. Los costes fijos asociados a cada orden de pedido son de 500 u.m. Los costes de mantenimiento son del 20% anual y cada litro de líquido cuesta 10 u.m. La firma mantiene en todo momento un stock de seguridad de 1.000 litros de líquido. **Se pide:**

- a) Calcular el lote óptimo de pedido (EOQ) y el punto de pedido.
- b) Suponga que la capacidad máxima del tanque es de 10.000 litros. Dada su estrategia de pedido, explique si el tanque rebosará de líquido o no y por qué.

4.- Responda a las siguientes cuestiones:

- 4.1. ¿Cuáles son los costes asociados a la inversión en inventarios por parte de una empresa?
- 4.2. Indique alguna de las alternativas existentes a la posesión de inventarios.
- 4.3. ¿Cuáles son las similitudes que existen entre las hipótesis sobre las que se basan los modelos EOQ básico, de gestión de inventarios, y Baumol, de gestión de tesorería?

5.- Resuelva el siguiente ejercicio utilizando el modelo EOQ, e indique qué hipótesis varía en el mismo, respecto al modelo EOQ básico:

Un mayorista aprovisiona a varias pequeñas y medianas empresas cercanas a su almacén de cierto artículo que él compra a 62,5 u.m. la unidad. La demanda del artículo por parte de su clientela es regular y constante a lo largo del año, cifrándose la misma en 50 unidades al día. Por su parte, la empresa que le suministra el artículo lo hace a una tasa, también constante, de 250 unidades al día. Los costes fijos asociados a cada orden de pedido ascienden a 500 u.m. y son independientes de la cuantía de la misma. El coste anual de almacenamiento de 1.000 unidades de dicho artículo (excluido el coste del capital) es de 10.000 u.m. Si el coste de oportunidad del capital se estima en un 20%, **se pide:**

- a) ¿Cuál es el stock medio óptimo que debería mantenerse durante el año en el almacén, según el modelo EOQ?
- b) ¿Cuál es la demanda del artículo durante los días que dura el suministro?

- c) ¿Cuál es el período de reaprovisionamiento?
- d) ¿En qué circunstancias sería oportuno mantener un stock de seguridad en el almacén?

6.- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones no corresponde a los Sistemas "Just-in-time"?

- a) El mantenimiento de existencias se considera poco económico para la empresa.
- b) El output es producido y entregado en función de su demanda.
- c) Los trabajadores deben ser especialistas en la realización de una única tarea.
- d) Los costes de puesta en marcha de la maquinaria deben ser minimizados.

7.- Una empresa utiliza 7.500 unidades por año de un determinado material. Los costes de mantenimiento son del 15% anual y los costes fijos asociados a cada orden de pedido son de 15 u.m. La tasa de aprovisionamiento es infinita. Si la firma ordena cantidades iguales o inferiores a las 1.000 unidades, el precio unitario del material es de 6 u.m. Si la empresa ordena cantidades superiores a las 1.000 unidades, el precio unitario del mismo es de 5,95 u.m. Calcular la estrategia óptima de pedido a partir de la evaluación de los costes totales (incluyendo el coste del material) de las estrategias de orden de pedidos entre 250 y 1.200 unidades de producto.

8.- De los archivos contables de la empresa Y se han extraído copias de las facturas de venta de un cierto artículo, para conocer la evolución de las ventas a lo largo de las últimas 20 semanas. Una vez obtenida la correspondiente serie temporal, se ha calculado la media y la varianza de esta muestra, arrojando unos valores de 1.380 y 14.400. En el supuesto de que la variable aleatoria X que describe la evolución de las ventas de este artículo se comporte normalmente y que el reaprovisionamiento del stock de este producto se efectúa al término de cada semana, **se pide:**

- a) Determinése la cantidad de artículo que se debe tener en el almacén al comienzo de la semana para tener una seguridad al menos de un 99,7 por 100 de que la demanda va a ser satisfecha.
- b) ¿Qué cantidad de artículo debe tenerse en almacén al comienzo de la semana para que la probabilidad de ruptura o carencia sea como máximo del 2,5 por 100?

Tema 5: La gestión de cobros

5.1 .La decisión sobre los términos(condiciones) del cobro

5.1.1. Elección de la modalidad de venta.

- Al cerrarse una operación de venta, una de las partes, el vendedor, se obliga a entregar un objeto o a prestar un servicio determinado, y la otra, el comprador a pagar por ella cierta cantidad en el lugar y tiempo fijado por el contrato.
- Desde el punto de vista del vendedor el cobro efectivo y adecuado de la venta debe constituir una preocupación constante, pues no hay ingresos por ventas si éstas no se cobran en cantidad y plazo. Sólo el cobro realiza las cuentas de clientes y deudores y permite la libre disposición de los fondos correspondientes.
- Una tipología de las operaciones de venta, de marcado carácter financiero, puede establecerse relacionando en el tiempo el momento de la venta, el de la entrega de la mercancía y el del plazo. Así pues, pueden distinguirse las siguientes modalidades:
 - Venta al contado.
 - Venta con pago anticipado.
 - Venta a plazos.
 - *Venta a crédito*: Esta es la fórmula más habitual en las relaciones comerciales entre empresas y se caracteriza por la concesión, a partir del momento de entrega de la mercancía, de un plazo de tiempo estipulado al cliente, para que pueda efectuar el pago que le corresponde. De ese modo, *la habitual concesión de ese plazo de tiempo entre la entrega de la mercancía y la recepción de la cuantía monetaria correspondiente al pago* de la misma implica la necesidad de llevar a cabo una *adecuada gestión del cobro*.

5.1.2. Política de crédito.

- La razón de ser de una venta a crédito es el de facilitar la transacción al diferir el pago correspondiente, es decir contribuir al incremento de las ventas propiciado adecuadamente el pago.
- No obstante, además del anterior, el departamento de crédito de una empresa también persigue los objetivos siguientes: (1) garantizar la regularidad del flujo de cobros protegiendo la liquidez de la empresa y (2) salvaguardar la inversión de la empresa en cuentas a cobrar.

- Por ello, la decisión acerca de la *extensión y cuantía total* del crédito concedido por la empresa, deberá ser tomada con el fin de maximizar los beneficios empresariales. De ese modo, el departamento de crédito tendrá en consideración la interacción de dos fuerzas que afectan a la política de crédito en sentido inverso y, en consecuencia, deberá encontrar el *punto de equilibrio* entre ambas. En este sentido,
 - Por un lado, en la medida en que la empresa flexibiliza las condiciones de cobro y aumenta la posibilidad de concesión de créditos a los clientes, aumentarán sus ventas y sus beneficios potenciales.
 - Por otro, el aumento del volumen de crédito concedido por la empresa es susceptible de producir dos eventuales efectos negativos.
 - (1) A medida que aumenta el período medio de cobro (PMC), aumenta el tiempo en que la empresa renuncia a la disponibilidad de esos fondos y, en consecuencia, deberá asumir el coste de oportunidad asociado a esa renuncia (rentabilidad que deja de obtener por no tener la capacidad de destinar esos montantes a inversiones alternativas)
 - (2) Con el aumento del volumen de crédito, incrementa el riesgo de impago que debe afrontar la empresa.

5.2. La decisión sobre las condiciones de crédito a los clientes

- Una vez definida la política general de crédito de la empresa (en términos de la cuantía total de crédito que, en una situación óptima que conduzca a la maximización de los beneficios, ésta debe conceder), será necesario *decidir de forma individual a qué clientes debe concederse crédito*.

5.2.1. Análisis de la solvencia financiera de los clientes.

- Es decir, de su capacidad de devolución del crédito. Para ello es primordial el conocimiento del patrimonio (capital) de las empresas clientes y de su capacidad de generación de beneficios.
- Con este objetivo, las empresas analizarán la información obtenida a través de diferentes vías. Entre ellas:
 - La calificación crediticia otorgada por las agencias de “rating”
 - La valoración que de la empresa hacen los mercados bursátiles.
 - Los estados contables que legalmente debe presentar la empresa.

- Empresas competidoras y bancos que eventualmente hayan podido suministrar información.
- o Tras el anterior análisis, se asignará a cada empresa cliente una determinada probabilidad de cumplimiento de las obligaciones de pago contraídas.

5.2.2. Decisión acerca de la concesión de crédito a cada cliente de forma individual.

- o Para tomar esta decisión, el responsable financiero puede apoyarse en la utilización de un pequeño árbol de decisión (utilizado también en la toma de decisiones sobre la realización de proyectos de inversión con rasgos secuenciales) y calcular el VAN(E) asociado a la decisión de concesión de crédito. Si éste es positivo, la decisión de conceder crédito al cliente resultará rentable para la empresa.
 - Si p = probabilidad de que el cliente pague
 $(1-p)$ = probabilidad de que el cliente no pague

$$VAN(E) = p[\text{Valor actual I} - \text{Valor actual C}] + (1-p) [-\text{Valor actual C}]$$
 De ese modo, si $VAN(E) > 0 \rightarrow$ se concederá el crédito.

5.3. Seguimiento de las cuentas a cobrar

- Finalmente, el departamento de crédito también tiene la responsabilidad del cobro de las cuentas y para ello deberá realizar un control de las cuentas a cobrar. El citado seguimiento comporta, entre otros elementos:
 - o Control de la antigüedad de las cuentas a cobrar:
 - Permite identificar sobre qué clientes se debe actuar primero e incluso si la política de cobro mantenida hasta ese momento es la correcta.
 - o Construcción de la curva ABC de clientes:
 - En las empresas que realizan múltiples transacciones, con un nutrido grupo de clientes, la implantación y gestión de un sistema de control que se ocupe de todas y cada una de las cuentas puede resultar poco operativo y frecuentemente de dudosa rentabilidad. En esos casos resulta conveniente dar prioridad, en el control, a aquellos clientes (o cuentas a cobrar) que por su entidad relativa la merecen más.
 - Un procedimiento muy sencillo y extendido consiste en ordenar las cuentas, o los clientes, de mayor a menor valor o importancia, según los créditos concedidos, con el objeto de construir la llamada curva ABC de cuentas a cobrar o de clientes.

- De ese modo, es posible determinar en qué grupo de clientes, con carácter prioritario, debe la empresa centrar su atención.
- o Control del grado de morosidad:
 - Es decir, del riesgo de impago que tiene la empresa, de tal manera que las cuentas a cobrar deban contabilizarse como “clientes de dudoso cobro” o definitivamente como “incobrables”.

Bibliografía.

Brealey & Myers (2003), cap. 30.

Pérez-Carballo, A. y J. y E. Vela Sastre (1992), cap. 17.

Prácticas Tema 5

1.- La empresa Cast Iron recibe por cada venta pagada puntualmente unos ingresos por valor de 1.200 u.m. y tiene que hacer frente a unos gastos por un valor de 1.000 u.m. ¿Cuál debería de ser la probabilidad mínima de cobro, de manera que a Cast Iron le resultara rentable vender a crédito?

2.- Supongamos que la sección de créditos de Cast Iron lleva a cabo un estudio para determinar qué clientes es más probable que no paguen. Se encuentra con que el 95 por ciento de sus clientes pagan puntualmente y que un 5 por ciento pagan tarde. Además, los clientes con historial de morosidad tienen mucha más propensión a no pagar el próximo pedido que los que presentan un historial de pagos puntuales. Como promedio, un 20 por ciento de los morosos no pagan, mientras que sólo un 2 por ciento de los que pagan a tiempo no hacen frente a la deuda. Ahora, el director financiero se enfrenta a las siguientes decisiones:

- a) ¿debería la empresa negar el crédito a aquellos clientes que han sido morosos en el pasado?
- b) Suponiendo que el coste de buscar en los archivos de Cast Iron el historial de un cliente para determinar si ha sido pagador puntual o moroso en el pasado, ¿merece la pena realizar esa investigación?

3.- Un nuevo cliente ha pedido que Cast Iron le conceda crédito. No ha sido posible averiguar mucho sobre dicho cliente y se cree que la probabilidad de pago no es superior al 0,8. No obstante, si el cliente paga, Cast Iron sabe que tendrá un nuevo pedido al cabo de un año y que la probabilidad de que el cliente pague en ese segundo periodo será del 95 por ciento. ¿Cuál es la decisión que deberá tomar el director financiero ante esta situación?

Tema 6: Métodos de evaluación y selección de proyectos de inversión en contexto de certeza

6.1. Concepto de Inversión

a) *Concepto de inversión y de proyectos de inversión*

- *Inversión*: Recibe esta denominación al acto mediante el cual se produce una renuncia a una satisfacción inmediata y cierta (desembolso) con la esperanza de obtener una satisfacción futura incierta.

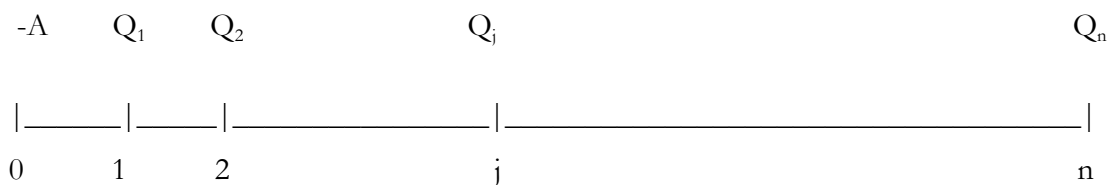
Desde un punto de vista económico: se denomina inversión al conjunto de bienes que se adquieren con la finalidad de producir otros bienes y tienen su traducción en un incremento del activo del balance.

- *Concepto de proyecto de inversión*: se denomina proyecto de inversión a la *suma de una inversión principal en activo fijo* (se planifica a largo plazo, el dinero desembolsado se recupera lentamente a lo largo del proceso de amortización, su objetivo es dar “vida” a la empresa) y de una *serie de inversiones complementarias en activo circulante* (son complementarias a las inversiones en activo fijo, se trata de inmovilizaciones de recursos destinadas a hacer frente a las exigencias del proceso productivo que se ha puesto en marcha gracias a la inversión en activo fijo, son inversiones cíclicas y ligadas al ciclo de explotación)

b) *Características financieras de un proyecto de inversión*

- *Coste de adquisición*: pago o salida de dinero efectuado para adquirir los elementos de activo fijo y de activo circulante necesarias para llevar a cabo el proyecto de inversión (-A)
- *Duración temporal o vida económica del proyecto*: número de periodos de tiempo que transcurren desde que se produce el primer desembolso hasta que dejan de producirse cobros o pagos asociados al mismo (n)
- *Cobros o entradas de dinero*: Flujos de caja de signo positivo (C_t , $t= 1, \dots, n$)
- *Pagos o salidas de dinero*: Flujos de caja de signo negativo (P_t , $t= 1, \dots, n$)
- *Flujos netos de caja o cash-flows*: Diferencias entre los cobros y pagos. Reflejará, en cada periodo, el saldo de tesorería como consecuencia del desarrollo del proyecto de inversión ($Q_t = C_t - P_t$)

- Distinta consideración de un proyecto de inversión desde un punto de vista contable y financiero: Desde un punto de vista contable, se analizan la adquisición de derechos de cobro y/o compromisos de pago, es decir de ingresos y gastos, con independencia del momento del tiempo en que tiene lugar la entrada o salida monetaria de caja. Desde un punto de vista financiero se analizan las entradas y salidas de efectivo de tesorería, es decir de los cobros y de los pagos, en consecuencia, es primordial el conocimiento del momento del tiempo en el que se produce la entrada o la salida monetaria de caja.
- Diagrama que representa las características financieras de un proyecto de inversión



c) Tipos de proyectos de inversión

- *Mutualmente excluyentes*: No pueden efectuarse a la vez, la puesta en práctica de uno conlleva el rechazo del otro.
- *Independientes*: No guardan ninguna relación entre sí, la puesta en marcha de uno no facilita ni perjudica la obtención de beneficios por parte del otro.
- *Interdependientes*:
 - *Complementarios*: la realización de uno favorece la obtención de beneficios por parte del otro.
 - *Sustitutivos*: la realización de uno entorpece la obtención de beneficios por parte del otro.

6.2. Concepto de Rentabilidad

- Recibe esta denominación la tasa de variación de nuestra riqueza durante un determinado periodo de tiempo.
- Formas de medición:
 - *Términos absolutos*: Diferencia entre la riqueza en el periodo final y el inicial.
 - *Términos relativos*: Tanto de variación de nuestra riqueza a lo largo de un periodo de tiempo.

- **Modelos de evaluación y selección de proyectos de inversión**

- **Objetivos:**

- *Evaluación:* Determinación de la conveniencia de ejecutar o no un determinado proyecto en función de su grado de contribución al objetivo último empresarial: “la maximización del valor de mercado de la empresa desde el punto de vista del accionista”.
- *Selección:* Ordenación jerárquica de diferentes proyectos de inversión (todos ellos rentables) con el fin de poder escoger entre los mismos en caso de (1) existencia de una restricción presupuestaria o (2) de ser mutuamente excluyentes.

- **División de los modelos según la consideración que efectúen del valor temporal del dinero:**

- *Modelos estáticos:* No tienen en cuenta el valor temporal del dinero (la tasa de rentabilidad contable y el plazo de recuperación)
- *Modelos dinámicos:* Sí tienen en consideración el valor temporal del dinero. Por consiguiente, no consideran homogéneas las cuantías monetarias percibidas en diferentes momentos del tiempo y para homogeneizarlas utilizan tasas de actualización o descuento (el VAN y la TIR).

Motivos por los que no se consideran comparables cuantías monetarias percibidas en distintos momentos del tiempo:

- *Aversión al riesgo:* Los individuos muestran preferencia por la liquidez y penalizan los flujos más alejados en el tiempo, uno de los motivos es que cuánto más alejada está en el tiempo una misma cuantía, mayor es la probabilidad de error en la estimación de su valor.
- *Coste de oportunidad:* La existencia de los mercados monetarios implica la pérdida de una rentabilidad en los mismos durante el periodo de tiempo en que no se tiene disponibilidad de los fondos.

6.3. Modelos de evaluación y selección de proyectos de inversión estáticos.

6.3.1. Tasa de rentabilidad contable

1) Concepto

- Es un ejemplo de tasa de rentabilidad relativa. En concreto, se define como “el ratio entre el BF^P contable medio y el capital desembolsado en el proyecto de inversión”.

Existen dos formas de calcularla:

- $T.R.C = \text{BF}^P \text{ contable medio} / \text{valor medio del capital empleado}$
- $T.R.C = \text{BF}^P \text{ contable medio} / \text{desembolso inicial}$
 - Aunque no existe consenso pleno entre los distintos autores, habitualmente el BF^P contable medio se considera después de la amortización del activo fijo y antes de impuestos
 - El desembolso inicial incluirá el pago por la adquisición tanto del activo fijo como del activo circulante complementario al primero para el buen desarrollo del proyecto de inversión.
 - El valor medio del capital empleado:

$$(\text{Desembolso inicial} + \text{Valor residual}) / 2$$

2) Aplicación en la evaluación y selección de proyectos de inversión.

- *Evaluación de proyectos:* Deberá fijarse previamente un criterio de aceptación en términos de una mínima T.R.C. De ese modo se aceptará el proyecto si $T.R.C \geq T.R.C \text{ mínima}$
- *Selección de proyectos:* En este caso, se escogerá aquel proyecto que presente superior T.R.C.

3) Críticas: Ventajas e inconvenientes.

- *Ventajas:* Evalúa los proyectos de inversión en función de su capacidad de generación de beneficios.
- *Inconvenientes:*
 - Ambigüedad en su cálculo
 - No es posible su aplicación si existen más desembolsos además del inicial.
 - Se basa en los beneficios contables y no en los flujos de caja. Por consiguiente, no tiene en cuenta el momento del tiempo en que el ingreso o coste se materializa en una entrada o salida de dinero. No obstante, desde un punto de vista financiero es fundamental el conocimiento de ese momento, para poder maximizar la rentabilidad empresarial.

EJEMPLO:

La compañía Beta quiere evaluar una propuesta de inversión utilizando la técnica de la Tasa de Rentabilidad Contable. El proyecto requiere una inversión en activo fijo de 10.000 u.m. junto con una inversión en activo circulante de 3.000 u.m. La duración temporal del proyecto será de 4 años, al final de los cuales el activo circulante se recuperará totalmente, mientras que el activo fijo tendrá un valor residual de 2.000 u.m. Los beneficios contables de la compañía antes de impuestos son los siguientes:

Año 1.....	4.000
Año 2.....	6.000
Año 3.....	3.500
Año 4.....	1.500

También se conoce que la amortización del activo fijo tiene lugar de forma lineal. En este contexto, se pide calcular la T.R.C. en función del valor medio del capital empleado y en función del desembolso inicial.

Amortización lineal → cuota amortización anual = Valor inicial – valor residual/ horizonte temporal = $(10.000 - 2.000)/4 = 2.000/\text{año}$

Beneficios contables después de amortización y antes de impuestos:

Año 1.....	$4.000 - 2.000 = 2.000$
Año 2.....	$6.000 - 2.000 = 4.000$
Año 3.....	$3.500 - 2.000 = 1.500$
Año 4.....	$1.500 - 2.000 = -500$
	<hr style="width: 50%; margin-left: auto; margin-right: 0;"/> $\Sigma 7.000$

- Beneficio medio anual = $7.000/4 = 1.750$
- Desembolso inicial = $10.000 + 3.000 = 13.000$
- Valor medio del capital empleado = $(13.000 + 5.000)/2 = 9.000$
- T.R.C = Bf^p contable medio/valor medio capital empleado = $(1.750/9000) \cdot 100 = \boxed{19,4\%}$
- T.R.C = Bf^p contable medio/desembolso inicial = $(1.750/13000) \cdot 100 = \boxed{13,5\%}$

6.3.2. Payback o plazo de recuperación.

1) Concepto

- Periodo de tiempo que transcurre hasta que los flujos de caja permiten recuperar el coste de la inversión ligada a la adquisición del activo fijo.
- Por consiguiente, el payback únicamente tiene en consideración el desembolso realizado en activo fijo, y no en activo circulante.
- El motivo radica en que el payback o plazo de recuperación es una medida del riesgo (asociado a la pérdida de liquidez) ligada a un proyecto de inversión.
 - De forma predominante, el riesgo está asociado al desembolso efectuado por la adquisición del activo fijo (ya que al final de la inversión tan sólo tendrá un valor residual inferior al valor histórico o contable; contrariamente, la inversión en activo circulante de forma mayoritaria se recupera a lo largo del ciclo de explotación y, en consecuencia, al final del proyecto de inversión)
 - Es de gran utilidad en aquellos casos en los que al empresario le preocupa de forma prioritaria la rápida recuperación del capital invertido.
- Modo de cálculo:

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 -A & Q_1 & Q_2 & & & & Q_j & & & & Q_n \\
 +-----+-----+-----+-----+-----+ \\
 0 & 1 & 2 & & & & j & & & & n \\
 Q_j = C_j - P_j & & & & & & j = 1, 2, \dots, n. & & & &
 \end{array}$$

Si $A = \sum_{j=1}^t Q_j \rightarrow$

t = payback o plazo de recuperación = número de periodos necesarios para que el valor acumulado de los flujos netos de caja sea suficiente para recuperar el desembolso inicial.

En el caso particular, en el que los flujos de caja fueran constantes:

Payback = A/Q

2) Aplicación en la evaluación y selección de proyectos de inversión.

- *Evaluación de proyectos:*
 - Será necesario definir previamente un “payback de referencia o máximo, el cual se fijará en base a (1) la experiencia pasada, (2) el riesgo asociado al proyecto (a

mayor/menor capacidad para predecir los futuros flujos de caja menor/mayor riesgo→mayor/menor payback máximo).

- Una vez definido el payback máximo, se aceptará el proyecto de inversión si su plazo de recuperación (PR) \leq payback máximo o de referencia.
- *Selección de proyectos:* El criterio de decisión consistirá en elegir aquel proyecto que presente un plazo de recuperación inferior.

3) Críticas: Ventajas e inconvenientes.

- *Ventajas:*
 - Es un método rápido y sencillo.
 - Permite elegir la inversión menos arriesgada.
 - Ahorra tener que estimar los flujos de caja para todo el horizonte temporal de duración del proyecto de inversión (cuánto más nos alejemos en el tiempo, mayor será la probabilidad de error en las estimaciones)
- *Inconvenientes:*
 - Únicamente tiene en consideración el desembolso efectuado al inicio de la inversión.
 - Sólo tiene en cuenta los cash-flows anteriores al plazo de recuperación. Si bien este hecho, como ha sido indicado, facilita el cálculo también supone despreciar información relevante acerca de la rentabilidad del proyecto.
 - Hace necesaria la definición de un payback máximo de referencia, que será establecido de forma subjetiva.
 - No tiene en cuenta el valor temporal del dinero. Considera homogéneos flujos de caja que han sido percibidos en diferentes momentos del tiempo. Esta última deficiencia puede ser, sin embargo, solventada a través del cálculo del “payback descontado”

EJEMPLOS:

(1) Suponga que el responsable financiero de una empresa ha determinado que el payback máximo para aceptar un proyecto de inversión es de 4 años. Se pide que evalúe si en base a ese criterio el proyecto A, cuyas características financieras se detallan a continuación, será aceptado o rechazado:

Años	Cash-Flows
0.....	-4.000
1.....	1.000
2.....	1.000
3.....	2.000
4.....	3.000
5.....	11.000

Años	Cash-Flows acumulados
0.....	-4.000
1.....	1.000
2.....	1.000 + 1.000 = 2.000
3.....	2.000 + 2.000 = 4.000 = A

Payback = 3 años < 4 = payback máximo

Aceptaríamos el proyecto.

(2) Suponga que una empresa debe escoger entre los proyectos B y C, los cuales son mutuamente excluyentes y cuyas características financieras se describen a continuación. Se pide ¿cuál sería el proyecto escogido en base al payback?

Proyecto B		Proyecto C	
Años	Cash-Flows	Años	Cash-Flows
0.....	-10.000	0.....	-12.000
1.....	3.000	1.....	5.000
2.....	4.000	2.....	7.000
3.....	5.000	3.....	1.000
4.....	6.000	4.....	1.000
5.....	6.000	5.....	1.000

Proyecto B		Proyecto C	
Años	Cash-Flows acumulados	Años	Cash-Flows acumulados
0.....	-10.000	0.....	-12.000
1.....	3.000	1.....	5.000
2.....	4.000 + 3.000 = 7.000	2.....	7.000 + 5.000 = 12.000
3.....	5.000 + 7.000 = 12.000	3.....	1.000
4.....	6.000	4.....	1.000
5.....	6.000	5.....	1.000

Proyecto B

En el periodo 3 se habrá recuperado $12.000 > A = 10.000 \rightarrow$ *El $payback$ se situará entre los 2 y los 3 años.*

Proyecto C

En el periodo 2 se habrá recuperado $12.000 = A = 12.000 \rightarrow$ *El $payback$ se situará en los 2 años.*

$Payback C < Payback B \rightarrow$ En base a este criterio se escogería el proyecto C

6.4. Concepto de coste de oportunidad del capital

- La existencia de los mercados monetarios implica la pérdida de la rentabilidad que los mismos proporcionan, durante el periodo de tiempo en que no se tiene disponibilidad de los fondos.
- En consecuencia, no pueden considerarse comparables unidades monetarias percibidas en diferentes momentos del tiempo.
- En este contexto, para homogeneizar los flujos de caja será necesario utilizar técnicas de actualización o de descuento.

6.5. Modelos dinámicos de evaluación y selección de proyectos de inversión

- Hipótesis de trabajo comunes a todos ellos:
 - No existencia de restricción presupuestaria. Es decir, no existencia de racionamiento de capital bajo la consideración de que en un mercado de capitales perfecto existe la posibilidad de financiación sin restricción alguna.

- Existencia de estabilidad de precios y de un sistema impositivo que no grava el beneficio de las sociedades (posteriormente será abandonada)
- Ausencia de riesgo. Es decir, posibilidad de estimar con certeza los flujos de caja futuros (esta hipótesis será abandonada en el siguiente tema)
- Modelos estudiados:
 - Payback descontado.
 - VAN
 - TIR

6.5.1. Payback descontado

1) Concepto

- Periodo de tiempo necesario para que la *suma del valor actualizado de los flujos de caja* generados por un proyecto de inversión iguale el capital invertido.
Si $A = \sum_{j=1}^t Q_j / (1+k)^j \rightarrow t = \text{plazo de recuperación descontado.}$
- Para calcularlo, deberemos acumular, periodo a periodo, los flujos de caja descontados hasta que alcancen una cuantía igual al montante de la inversión.

2) Crítica

- *Ventajas:*
 - Incorpora el valor temporal del dinero.
 - Es un método rápido y sencillo de cálculo.
 - Su aplicación más importante es la medida del riesgo asociado al proyecto en términos de la rapidez con que será recuperado el desembolso inicial.
- *Inconvenientes:*
 - Ambigüedad en su definición y cálculo si existen más desembolsos a lo largo del horizonte temporal del proyecto de inversión, más allá del desembolso inicial.
 - No tiene en cuenta los cash-flows posteriores al periodo de tiempo correspondiente al “payback descontado.
 - Requiere, al igual que el método del payback, la definición de un payback máximo al cual va asociado un componente de subjetividad.

EJEMPLO:

Suponiendo que el coste de oportunidad del capital $k = 10\%$, calcule el payback descontado del siguiente proyecto de inversión:

Año	Cash-flows
0.....	-250
1.....	100
2.....	100
3.....	102
4.....	50
5.....	35

Año	Cash-flows descontados acumulados
0.....	-250
1.....	$100(1,1)^{-1} = 90,91$
2.....	$[100(1,1)^{-2} = 82,64] + 90,91 = 173,55$
3.....	$[102(1,1)^{-3} = 76,63] + 173,55 = \boxed{250,18 > 250}$
4.....	50
5.....	35

En consecuencia, el “payback descontado” será aproximadamente de 3 años.

6.5.2. El VAN

1. Concepto
2. El VAN como función decreciente de la tasa de descuento.
3. Cálculo del VAN con flujos de caja constantes y duración del proyecto finita.
4. El VAN en la evaluación y selección de proyectos de inversión.
5. Ventajas e inconvenientes del VAN.

1) Concepto.

- “Suma de todos los flujos de caja asociados a un proyecto de inversión (incluyendo el desembolso inicial), actualizados a una tasa de descuento k_i ”

- Dicho de otra manera: “Diferencia entre el valor actualizado de la corriente de cobros y el valor actualizado de la corriente de pagos generados por un proyecto de inversión”

$$\begin{array}{ccccccc}
 -A & Q_1 & Q_2 & & Q_j & & Q_n \\
 | & | & | & & | & & | \\
 \hline
 0 & 1 & 2 & & j & & n
 \end{array}$$

$$\text{VAN} = -A + \frac{Q_1}{(1+k_1)} + \frac{Q_2}{(1+k_1)(1+k_2)} + \dots + \frac{Q_n}{(1+k_1)(1+k_2)\dots(1+k_n)}$$

Si consideramos, para simplificar el análisis que la tasa de descuento permanece constante a lo largo del horizonte temporal del proyecto de inversión: $k_1 = k_2 = \dots = k_n = k$

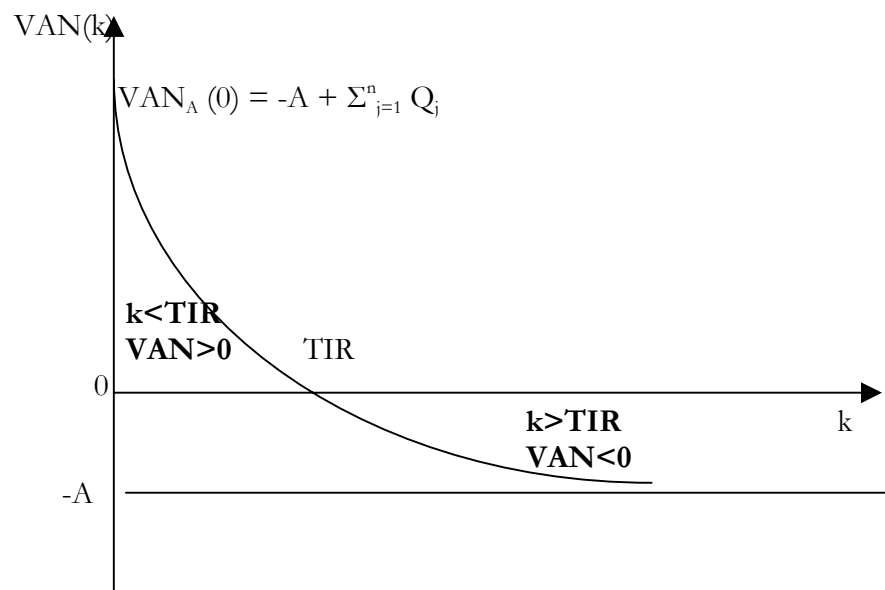
$$\text{VAN} = -A + \sum_{j=1}^n \frac{Q_j}{(1+k)^j}$$

- El VAN es una medida de la “Rentabilidad Absoluta Neta” de un proyecto de inversión
 - *Absoluta*: Expresa el valor actualizado de la variación de la riqueza como consecuencia de la realización del proyecto de inversión. En consecuencia, se expresa en unidades monetarias y no en porcentaje.
 - *Neta*: En su cálculo se tienen en consideración los flujos *netos* de caja (cobros – pagos) asociados en cada período del tiempo a un proyecto de inversión.

2) El VAN como función decreciente de la tasa de descuento

- $\text{VAN} = -A + \sum_{j=1}^n \frac{Q_j}{(1+k)^j} \rightarrow \text{VAN} = f(k)$
 - $\frac{\partial \text{VAN}}{\partial k} < 0 \rightarrow \text{VAN}$ es una función decreciente respecto a k
 - $\frac{\partial^2 \text{VAN}}{\partial k^2} > 0 \rightarrow \text{VAN}$ es una función convexa respecto al origen de coordenadas.

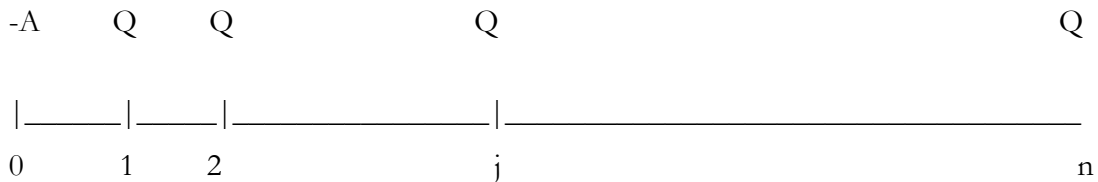
Gráficamente:



- Por consiguiente:
 - a) Si $k = 0 \rightarrow VAN = VAN \text{ máximo} = VAN = -A + \sum_{j=1}^n Q_j$
 - b) Si $k = TIR \rightarrow VAN = 0$
 - c) Si $k \rightarrow \infty \rightarrow VAN = VAN \text{ mínimo} = -A$
- En consecuencia, es fundamental para que el análisis conduzca a decisiones correctas la elección de la tasa de descuento adecuada, ya que según cuál sea el valor de la misma, para unos mismos flujos de caja, el valor del VAN variará, y con él nuestra decisión acerca la aceptación o rechazo del proyecto.
- En concreto, las dos funciones básicas que realiza la tasa de descuento son las siguientes:
 - Sirve para homogeneizar los flujos de caja correspondiente a diferentes momentos del tiempo.
 - Sirve de referencia acerca de la rentabilidad mínima que la empresa exige a sus inversiones (coste de oportunidad o de financiación según se utilicen recursos propios o ajenos).

3) Cálculo del VAN si los flujos de caja son constantes y la duración del proyecto es finita.

- En el caso en que los flujos de caja generados por el proyecto de inversión sean constantes y la duración del proyecto sea finita (n períodos). Es posible utilizar una fórmula derivada de las matemáticas financieras para actualizar rentas constantes y, de ese modo, simplificar el cálculo



$$VAN = -A + Q [(1+k)^{-1} + (1+k)^{-2} + \dots + (1+k)^{-n}]$$

La expresión entre corchetes es una suma de una progresión geométrica de “n” términos y razón igual a $(1+k)^{-1}$ y equivaldrá a: $[(1 - (1 + k)^{-n})/k]$

Por consiguiente: $VAN = -A + Q [(1 - (1 + k)^{-n})/k]$

4) El VAN en la evaluación y selección de proyectos de inversión

- En el caso de *la evaluación* de proyectos de inversión: un proyecto resultará rentable siempre que el valor del VAN resulte positivo.
- En el caso de *la selección* de proyectos, podemos diferenciar entre varios casos según sean las características que los proyectos guardan entre sí.

- *Proyectos independientes:* no guardan ninguna relación entre sí. La ejecución de uno ni favorece ni perjudica la obtención de beneficios por parte del otro

En este caso se aceptara cada uno de los proyectos si $VAN > 0$

- *Proyectos mutuamente excluyentes:* No pueden efectuarse a la vez (la aceptación de uno conlleva el rechazo del otro). En este caso, entre los proyectos que presente un VAN positivo se escogerá aquel que presente un VAN superior.

- *Proyectos interdependientes*

- *Complementarios:* La aceptación de “A” favorece la generación de beneficios por parte de “B”.

- *Sustitutivos*: La aceptación de “A” entorpece la generación de beneficios por parte de “B”.
- *En ambos caso se analizarán las alternativas*: “A”, “B” y “A+B” como si se trataran de proyectos mutuamente excluyentes. De tal manera que la alternativa óptima será la que lleve asociado superior VAN (positivo)

EJEMPLOS:

(1) Suponga que una empresa se encuentra frente a los proyectos de inversión A y B. El proyecto A es independiente de cualquier otro proyecto de inversión llevado a cabo por la empresa. Sin embargo, el proyecto B presenta dos posibles alternativas de cash-flows en función de que A sea aceptado o no. Suponiendo que no existe restricción presupuestaria alguna, ¿Cuál será la decisión de inversión óptima de esta empresa si el coste de oportunidad es del 10%?

<u>Proyecto A</u>		<u>Proyecto B</u>			
		<u>Si A es aceptado</u>		<u>Si A es rechazado</u>	
Años	Cash-flows	Años	Cash-flows	Años	Cash-flows
0.....	-1.000	0.....	-2.000	0.....	-2.000
1.....	400	1.....	500	1.....	500
2.....	500	2.....	800	2.....	800
3.....	200	3.....	1.000	3.....	1.200
	$VAN_A = -72,09$	4.....	1.000	4.....	600
			$VAN_B = 549,97$	>	$VAN_B = 427,03$

Se trata de dos proyectos *complementarios*.

Proyecto A+B(si A es aceptado)

Años	Cash-flows
0.....	-1.000-2.000 = -3.000
1.....	400+500 = 900
2.....	500+800 = 1.300
3.....	200 + 1.000 = 1.200
4.....	0+1.000 = 1.000

$$VAN(A) = -1.000 + 400(1,1)^{-1} + 500(1,1)^{-2} + 200(1,1)^{-3} = \boxed{-72,90} < 0$$

$$\text{VAN (B si A es rechazado)} = -2.000 + 500(1,1)^{-1} + 800 (1,1)^{-2} + 1.200(1,1)^{-3} + 600 (1,1)^{-4} = \boxed{427,03} > 0$$

$$\text{VAN(A + B)} = -3000 + 900(1,1)^{-1} + 1.300 (1,1)^{-2} + 1.200(1,1)^{-3} + 1.000 (1,1)^{-4} = \boxed{477,07} > 0$$

La alternativa preferible será pues la ejecución simultánea de los proyectos A y B.

(2) Suponga que una empresa se encuentra frente a los proyectos de inversión C y D. El proyecto C es independiente de cualquier otro proyecto de inversión llevado a cabo por la empresa. Sin embargo, el proyecto D presenta dos posibles alternativas de cash-flows en función de que C sea aceptado o no. Suponiendo que no existe restricción presupuestaria alguna, ¿Cuál será la decisión de inversión óptima de esta empresa si el coste de oportunidad es del 10%?

<u>Proyecto C</u>		<u>Proyecto D</u>			
		<u>Si C es aceptado</u>		<u>Si C es rechazado</u>	
Años	Cash-flows	Años	Cash-flows	Años	Cash-flows
0.....	-100	0.....	-100	0.....	-100
1.....	120	1.....	110	1.....	150
VAN _C = 9,09		VAN _D = 0 < VAN _D = 36,36			

Se trata de dos proyectos *sustitutivos*

Proyecto C+D(si C es aceptado)

Años	Cash-flows
0.....	-100-100 = -200
1.....	120+110 = 230

$$\text{VAN (C)} = -100 + 120 (1,1)^{-1} = \boxed{9,09} > 0$$

$$\text{VAN (D si C es rechazado)} = -100 + 120 (1,1)^{-1} = \boxed{36,36} > 0$$

$$\text{VAN (C + D)} = -200 + 230 (1,1)^{-1} = \boxed{9,09} > 0$$

La alternativa preferible es realizar únicamente el proyecto D.

5) Ventajas e inconvenientes del VAN

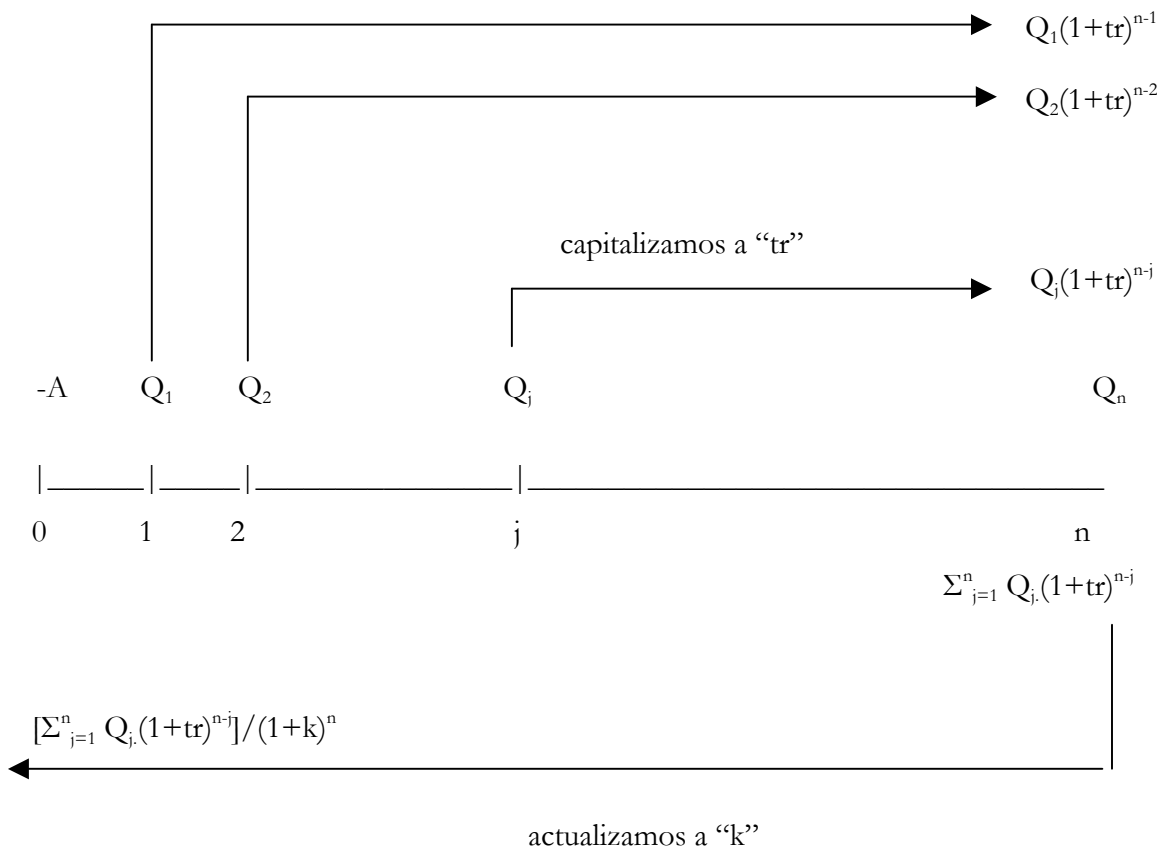
▪ *Ventajas:*

- Sencillez de cálculo
- Tiene en cuenta el valor temporal del dinero
- Al medir la “rentabilidad absoluta neta” asociada a un proyecto de inversión, mide el incremento de riqueza (aumento de posibilidades de consumo presentes) que la adopción de un proyecto de inversión supone para la empresa. Esta medida está en perfecta concordancia con el objetivo último que debe perseguir toda decisión empresarial: “maximizar el valor de mercado de la empresa desde el punto de vista de los accionistas”.

▪ *Inconvenientes:*

- Dificultad en la definición de la tasa de descuento adecuada para actualizar los flujos de caja. Lo correcto, dado que debe reflejar la tasa de rentabilidad mínima exigida al proyecto o coste de oportunidad, sería que fuera utilizada como tasa de descuento el coste medio ponderado del capital para cada empresa.
 - En esas circunstancias, dado que la estructura del capital varía de una empresa a otra, también lo hará su coste medio del capital y un mismo proyecto podría resultar rentable para una empresa y para otra no.
- Pesimismo en la hipótesis implícita acerca de la reinversión de los flujos de caja intermedios (el propio coste del capital, k)
 - Esta hipótesis será realista para los flujos negativos (suponemos que su coste de financiación es el coste del capital)
 - No obstante, la hipótesis es “pesimista” en el caso de los flujos de caja positivos, ya que estamos suponiendo que no existe posibilidad alguna de reinvertir a una tasa superior al coste del capital que por definición es “la rentabilidad mínima que exigimos al proyecto de inversión”.
- Para dotar de mayor realismo a la hipótesis sobre la reinversión de los flujos de caja intermedios, a menudo se calcula el denominado VAN_G (incorpora una tasa explícita de reinversión, tr , de los flujos de caja intermedios)
 - De ese modo,

$$VAN_G = -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+tr)^{n-j} / (1+k)^n$$



De ese modo,

$$VAN_G = -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+tr)^{n-j} / (1+k)^n$$

$$-A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+tr)^{n-j} / (1+TIR)^n = 0$$

TIR_G = aquella tasa de descuento que iguala el VAN_G (con una tasa explícita de los flujos de reinversión) a cero.

$$\text{Si } tr = k \Rightarrow VAN_G = VAN$$

$$\text{Si } tr = TIR \Rightarrow TIR_G = TIR$$

En el caso del VAN:

$$VAN_G = -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+tr)^{n-j} / (1+k)^n$$

$$\text{Si } tr = k \Rightarrow VAN_G = VAN = -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+k)^{n-j} / (1+k)^n = -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+k)^{-j}$$

En el caso de la TIR:

$$TIR_G \Rightarrow -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+tr)^{n-j} / (1+TIR)^n = 0$$

$$\text{Si } tr = TIR \Rightarrow TIR_G = TIR \Rightarrow -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+TIR)^{n-j} / (1+TIR)^n = -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+TIR)^j$$

6.5.4. La TIR.

- 1) Concepto.
- 2) La TIR como criterio de decisión en la evaluación y selección de proyectos de inversión.
- 3) Ventajas e inconvenientes de la TIR.

1) Concepto.

- Se denomina TIR a la tasa de actualización/descuento (k) que iguala el valor actual de la corriente de cobros con el valor actual de la corriente de pagos asociados a un proyecto de inversión. Es decir, aquella tasa de descuento que iguala a cero el VAN del proyecto de inversión.

$$VAN (TIR) = -A + \sum_{j=1}^n Q_j / (1+k)^j$$

EJEMPLO:

Año	Flujo de caja
0.....	-100
1.....	120

$$-100 + 120(1+ TIR)^{-1} = 0 \Rightarrow TIR = 20\%$$

$$-100 + 120(1,2)^{-1} = 0$$

- Una vez calculada la TIR de un proyecto de inversión, para poder calcular en base a la misma, la conveniencia o no de efectuar el proyecto, deberemos compararla con k coste medio ponderado del capital utilizado en el proyecto de inversión.
- Por ello, decimos que la TIR es una medida de la RENTABILIDAD RELATIVA BRUTA asociada al proyecto de inversión:

Relativa: Se expresa en %.

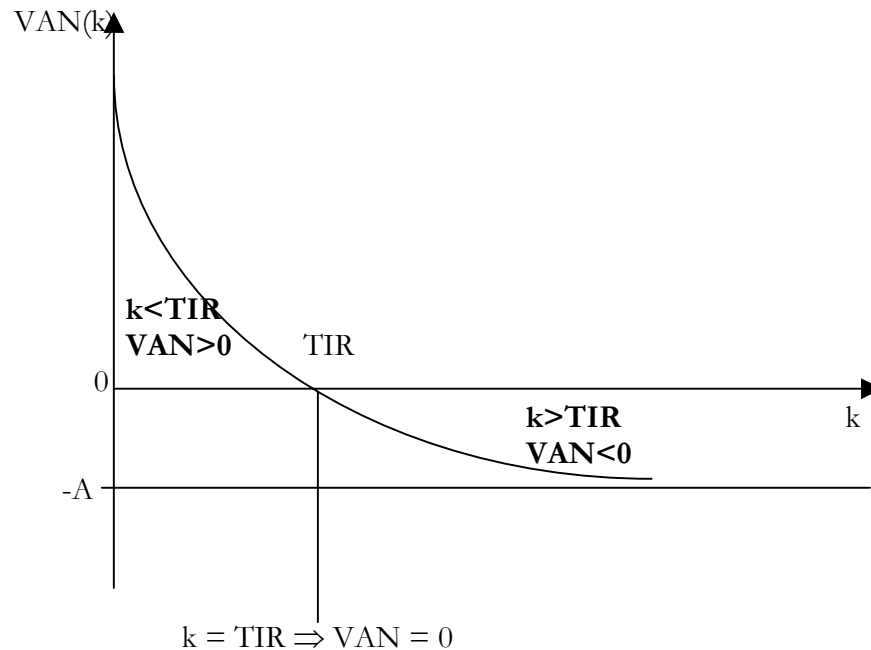
Bruta: Para evaluar en base a ella la conveniencia de efectuar un proyecto de inversión deberemos compararla con “k” y obtener la “Rentabilidad relativa neta” del proyecto.

De ese modo, “Rentabilidad relativa neta” = $TIR - k = R_N$

Si $TIR > k \Rightarrow R_N = TIR - k > 0 \Rightarrow$ Se aceptaría el proyecto $\Rightarrow VAN > 0$

Si $TIR = k \Rightarrow R_N = TIR - k = 0 \Rightarrow$ Se rechazaría el proyecto $\Rightarrow VAN = 0$

Si $TIR < k \Rightarrow R_N = TIR - k < 0 \Rightarrow$ Se rechazaría el proyecto $\Rightarrow VAN < 0$



2) La TIR como criterio de decisión en la evaluación y selección de proyectos de inversión.

a) Proyectos independientes:

Si $TIR > k \Rightarrow$ se acepta el proyecto

Si $TIR \leq k \Rightarrow$ se rechaza el proyecto

b) Proyectos interdependientes (complementarios o sustitutivos)

Se utiliza la misma estrategia que en el caso del VAN, de ese modo, dados dos proyectos “A” y “B” interdependientes, la estrategia óptima consiste en tratar las alternativas: “A”, “B”, y “A+B” como si fueran mutuamente excluyentes y entre aquellos que presentaran una TIR mayor a k, se escogería el que presentara superior TIR.

<u>Proyecto A</u>		<u>Proyecto B</u>			
		<u>Si A es aceptado</u>		<u>Si A es rechazado</u>	
Años	Cash-flows	Años	Cash-flows	Años	Cash-flows
0.....	-100	0.....	-100	0.....	-100
1.....	120	1.....	110	1.....	150
TIR _A = 20%		TIR _B = 10% < TIR _B = 50%			

Se trata de dos proyectos *sustitutivos*

Proyecto C+D(si C es aceptado)

Años	Cash-flows
0.....	-100-100 = -200
1.....	120+110 = 230
TIR _{A+B} = 15%	

TIR (A) = 20%

TIR (B si A es rechazado) = 50%

TIR (A + B) = 15%

La alternativa preferible es realizar únicamente el proyecto B.

- c) *Proyectos mutuamente excluyentes*: Entre aquellos que sean rentables (TIR > k), se escogerá aquel que presente superior TIR.



En consecuencia, si debemos escoger entre dos proyectos mutuamente excluyentes (todos ellos rentables), ¿la decisión acerca del proyecto más rentable será la misma tanto si aplicamos el criterio del VAN como el de la TIR?



La respuesta será afirmativa, excepto para determinados valores de la tasa de descuento, siempre y cuando se cumplan los siguientes requisitos:

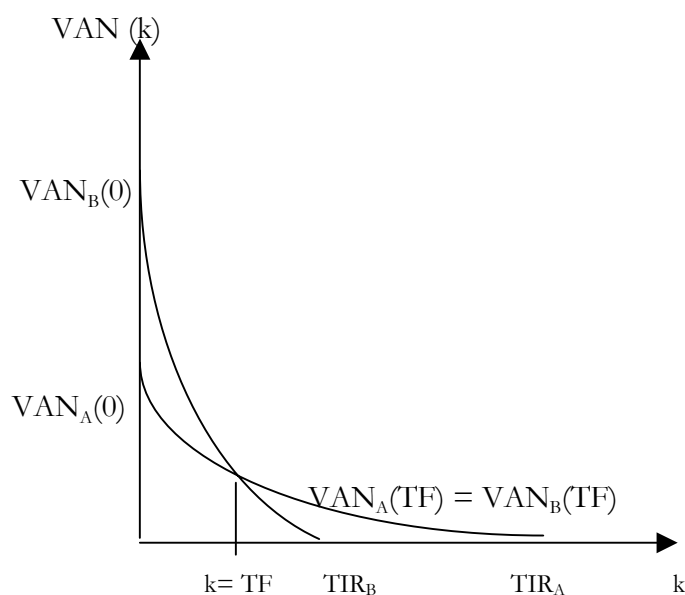
(1) $VAN_B(0) > VAN_A(0)$

(2) $\partial VAN_B / \partial k > \partial VAN_A / \partial k$

(3) $TIR_A > TIR_B$

Es decir en el caso en que la pendiente de la función del VAN de B sea superior a la pendiente de la función del VAN de A y, además, ambas funciones se cruzan en un

valor de k tal que el valor del VAN de los dos proyectos es positivo (al valor de k para el cual las dos funciones se cruzan se denomina tasa de fisher)



Por consiguiente, dado que $TIR_A > TIR_B$

Si $k > TF$ (tasa de fisher) $\Rightarrow VAN_A > VAN_B \Rightarrow$ Los resultados son convergentes utilizando uno u otro método: *B es preferible a A.*

Si $k < TF$ (tasa de fisher) $\Rightarrow VAN_A < VAN_B \Rightarrow$ Los resultados son divergentes utilizando uno u otro método:
 según la TIR: *A es preferible a B.*
 según el VAN: *B es preferible a A.*

EJEMPLO (problema 11)

Sean dos proyectos de inversión mutuamente excluyentes:

A: Desembolso inicial = 500, $Q_1 = 0$ y $Q_2 = 1100$

B: Desembolso inicial = 500, $Q_1 = 700$ y $Q_2 = 260$

¿para qué valores de k , será el proyecto B preferible al A?

<u>Proyecto A</u>		<u>Proyecto B</u>		<u>Proyecto A-B</u>	
Años	Cash-flows	Años	Cash-flows	Años	Cash-flows
0.....	-500	0.....	-500	0.....	0
1.....	0	1.....	700	1.....	-700
2.....	1100	2.....	260	2.....	840

$$VAN_A = VAN_B \Rightarrow -500 + 1100 (1+k)^{-2} = -500 + 700 (1+k)^{-1} + 260 (1+k)^{-2}$$

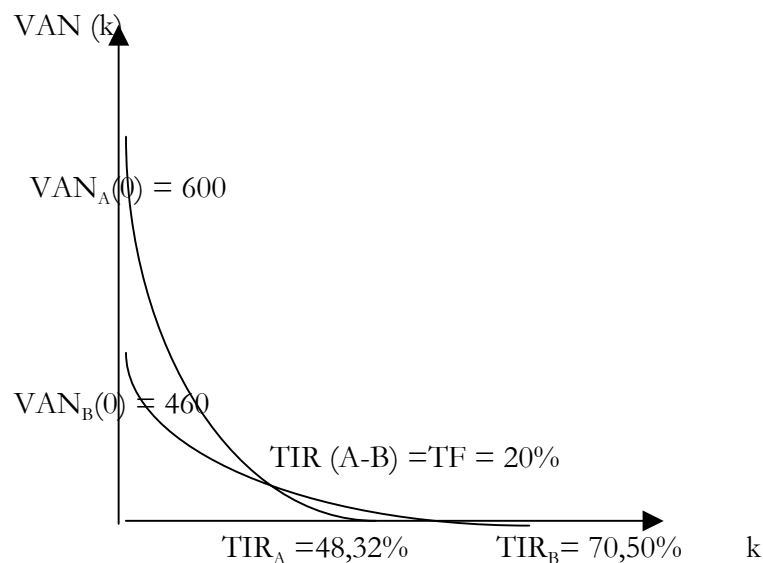
$$\Rightarrow k = 20\% = \text{Tasa de fisher.}$$

$$TIR(A-B) \Rightarrow -700 (1+k)^{-1} + 840 (1+k)^{-2} = 0 \Rightarrow k = TIR(A-B) = 20\% = \text{Tasa de fisher.}$$

$$VAN_A (20\%) = VAN_B (20\%) = 263,89$$

$$VAN_A (0) = 600 > VAN_B (0) = 460$$

$$TIR_A = 48,32\% < TIR_B = 70,50\%$$



Por consiguiente para $k > TF = 20\% \Rightarrow VAN_B > VAN_A$ y $TIR_B > TIR_A$

- El conocimiento de la tasa de fisher (TIR (A-B)) permite definir para qué valores de la tasa de descuento se va a producir una coincidencia o divergencia de resultados según se utilice un criterio u otro, pero no soluciona el problema.

Para solucionar el problema de la divergencia de resultados:

- Habitualmente predomina el criterio del VAN, debido a la superioridad técnica y teórica que presenta frente a la TIR (mayor facilidad de cálculo, muestra el incremento de la riqueza en valor absoluto asociado a la ejecución de un determinado proyecto de inversión)
- Puede utilizarse el VAN_G y la TIR_G , asumiendo en ambos casos la misma tasa de reinversión explícita de los flujos intermedios.

$$VAN_G = -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+tr)^{n-j} / (1+k)^n$$

$$-A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+tr)^{n-j} / (1+TIR)^n = 0$$

TIR_G = aquella tasa de descuento que iguala el VAN_G (con una tasa explícita de los flujos de reinversión) a cero.

Para muchos autores el motivo de discrepancia de resultados (según se utilice el criterio del VAN o de la TIR), al ordenar jerárquicamente proyectos de inversión homogéneos y excluyentes se debe a las distintas hipótesis implícitas en esos criterios, acerca de la tasa de reinversión de los flujos intermedios:

En concreto:

$$VAN \Rightarrow tr = k$$

$$TIR \Rightarrow tr = TIR$$

En el caso del VAN:

$$VAN_G = -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+tr)^{n-j} / (1+k)^n$$

$$\text{Si } tr = k \Rightarrow VAN_G = VAN = -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+k)^{n-j} / (1+k)^n = -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+k)^{-j}$$

En el caso de la TIR:

$$TIR_G \Rightarrow -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+tr)^{n-j} / (1+TIR)^n = 0$$

$$\text{Si } tr = TIR \Rightarrow TIR_G = TIR \Rightarrow -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+TIR)^{n-j} / (1+TIR)^n = -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+TIR)^{-j}$$

- De ese modo, en el caso de la TIR, la hipótesis es poco realista ya que supone que es posible encontrar, en cualquier momento del horizonte temporal de duración del proyecto de inversión, un activo que proporcione la misma rentabilidad que la TIR del proyecto (que por otra parte no se conocerá con certeza hasta haber finalizado el mismo). Adicionalmente, en el caso de existir flujos de caja intermedios negativos, supone que éstos se financian a la TIR (superior, por definición, si el proyecto es rentable, al coste medio ponderado del capital).
- Por consiguiente, el hecho de que la hipótesis sobre la reinversión de los flujos intermedios sea (aunque algo pesimista) más realista en el caso del VAN que en el caso de la TIR también favorece el predominio del mismo como criterio de selección en caso de divergencia de resultados.

3) Ventajas e inconvenientes de la TIR.

- *Ventajas:*
 - Incorpora el valor temporal del dinero.
 - Visualiza la rentabilidad del proyecto de inversión al expresarla en términos relativos (por unidad monetaria comprometida), y no en términos absolutos como el VAN. Este es el motivo de su amplia utilización, ya que no es preciso el conocimiento del desembolso inicial para tener una idea de la magnitud de la rentabilidad generada por el proyecto.
- *Inconvenientes:*
 - Dificultad en su cálculo, en relación al VAN.
 - Mayor dificultad que en el método del VAN de la incorporación de una eventual estructura no constante de tipos de interés.
 - Optimismo/falta de realismo en la hipótesis implícita sobre la reinversión de los flujos intermedios (la propia TIR).

6.5.4. Introducción de la inflación y la fiscalidad en los modelos del VAN y la TIR.

6.5.4.1. Incorporación de la inflación en el modelo del VAN

- a) Cobros y pagos insensibles a la inflación
- b) Cobros y pagos sensibles a la inflación.

a) Cobros y pagos insensibles a la inflación

- En este caso se encontrarían aquellas inversiones cuya corriente de cobros y pagos se halla prefijada generalmente mediante un contrato, no revisable ante el cambio del nivel general de precios. Situaciones de este tipo ocurren en contratos de suministro, de arrendamiento, etc...
- No obstante, también pueden existir inversiones cuya corriente de cobros y pagos, si bien no está preestablecida mediante un contrato, razonablemente no deberían ver su cuantía modificada por la tasa de inflación.
- En ambos casos, la empresa recibirá los flujos de caja que en un principio esperaba de la inversión sin ser ajustados por la inflación. Sin embargo, el valor real de esos flujos de caja será cada vez inferior debido al incremento acumulativo del índice general de precios y la consiguiente pérdida de poder adquisitivo de la moneda.
- En este contexto, los flujos de caja referidos a diferentes momentos del tiempo no serán homogéneos por un doble motivo:

- Coste de oportunidad (precio del paso del tiempo)
- Pérdida de poder adquisitivo debido a la inflación
- Por consiguiente, si denominamos:
 - g = tasa de inflación anual
 - k_R = tasa de descuento real (coste neto de oportunidad, una vez deducida la parte que compensa la pérdida de poder adquisitivo)
 - k_N = tasa de descuento nominal (coste bruto de oportunidad)
 - $(1 + k_N) = (1 + k_R) (1 + g)$
- De ese modo, el VAN se calculará:

$$VAN = -A + \sum_{j=1}^n Q_j / (1+k_N)^j =$$

$$VAN = -A + \sum_{j=1}^n Q_j / (1+k_R)^j (1 + g)^j =$$

$$\boxed{VAN = -A + \sum_{j=1}^n [Q_j / (1+g)^j] / (1+k_R)^j}$$

b) Cobros y pagos sensibles a la inflación

- Los flujos de caja de la mayor parte de inversiones productivas no son independientes del grado de inflación.
- Por ejemplo, si la empresa adquiere un nuevo equipo industrial, es lógico que si el índice general de precios aumenta como consecuencia de la inflación, la empresa incrementa en la cuantía que considere oportuno el precio de sus productos y, en consecuencia, se produzca un aumento en sus entradas de caja.
- Por su parte, con la inflación también incrementarán los precios de los inputs (materias primas, mano de obra, etc...), si bien este aumento puede coincidir o no con el aumento registrado en el precio de los outputs.
- Por consiguiente, si denominamos:
 - g = tasa de inflación anual
 - I_C = Tasa de inflación anual de los cobros
 - I_P = Tasa de inflación anual de los pagos

k_R = tasa de descuento real (coste neto de oportunidad, una vez deducida la parte que compensa la pérdida de poder adquisitivo)

k_N = tasa de descuento nominal (coste bruto de oportunidad)

$$VAN = -A + \sum_{j=1}^n [C_j (1 + I_C)^j - P_j (1 + I_P)^j] / (1 + k_R)^j =$$

$$VAN = -A + \sum_{j=1}^n [C_j (1 + I_C)^j - P_j (1 + I_P)^j] / [(1 + k_R)^j (1 + g)^j] =$$

$$\boxed{VAN = -A + \sum_{j=1}^n [C_j [(1 + I_C)/(1 + g)]^j - P_j [(1 + I_P)/(1 + g)]^j / (1 + k_R)^j]}$$

Siendo $E_C = [(1 + I_C)/(1 + g)] =$ Elasticidad de los precios de los cobros a la variación del
IPC

Siendo $E_P = [(1 + I_P)/(1 + g)] =$ Elasticidad de los precios de los pagos a la variación del
IPC

De ese modo:

$$\boxed{VAN = -A + \sum_{j=1}^n [C_j E_C - P_j I_P] / (1 + k_R)^j]}$$

Por consiguiente:

a) Si $E_C > E_P \rightarrow$ La inflación repercute favorablemente sobre el proyecto de inversión.

b) Si $E_C < E_P \rightarrow$ La inflación repercute negativamente sobre el proyecto de inversión.

(en épocas inflacionistas, la empresa deberá intentar utilizar aquellos inputs menos sensibles a las subidas de precios, de tal manera que se produzca: $E_C > E_P$)

c) Si $E_C = E_P \rightarrow [(1 + I_C)/(1 + g)] = [(1 + I_P)/(1 + g)] \rightarrow I_C = I_P = f$

En este caso,

$$VAN = -A + \sum_{j=1}^n [C_j [(1 + f)/(1 + g)]^j - P_j [(1 + f)/(1 + g)]^j / (1 + k_R)^j =$$

$$\boxed{VAN = -A + \sum_{j=1}^n Q_j [(1 + f)/(1 + g)]^j / (1 + k_R)^j]}$$

En este contexto si:

$(1 + f)/(1 + g) > 1 \rightarrow$ La inflación repercutirá favorablemente sobre el proyecto de
inversión.

$(1 + f)/(1 + g) < 1 \rightarrow$ La inflación repercutirá negativamente sobre el proyecto de
inversión.

$(1 + f)/(1 + g) = 1 \rightarrow$ La inflación no afecta al proyecto de inversión.

6.5.4.2. Incorporación de la inflación en el modelo de la TIR

$$\text{TIR} \rightarrow \text{VAN}(\text{TIR}) = 0$$

En consecuencia si g = tasa de inflación anual

Denominamos:

TIR_N = Tasa interna de rentabilidad nominal.

TIR_R = Tasa interna de rentabilidad real

De modo que:

$$(1 + \text{TIR}_N) = (1 + \text{TIR}_R)(1+g) \rightarrow \text{TIR}_R = [(1 + \text{TIR}_N)/(1+g)] - 1 \cdot 100$$

En consecuencia:

TIR_N = Tasa de descuento que iguala el valor del VAN en términos nominales a 0

$$\boxed{\text{VAN} = -A + \sum_{j=1}^n Q_j / (1 + \text{TIR}_N)^j = 0} \rightarrow \text{VAN} = -A + \sum_{j=1}^n Q_j / (1 + \text{TIR}_R)^j (1+g)^j = 0$$

TIR_R = Tasa de descuento que iguala el valor del VAN en términos reales a 0

$$\boxed{\text{VAN} = -A + \sum_{j=1}^n Q_j (1+g)^j / (1 + \text{TIR}_R)^j = 0}$$

Así pues, el proyecto será rentable si:

$$\text{TIR}_N > k_N \quad \text{o} \quad \text{TIR}_R > k_R$$

6.5.4.3. Incorporación de la fiscalidad en los modelos del VAN y de la TIR

▪ Supuestos con los que vamos a trabajar:

- Dado que el impuesto de Sociedades grava los beneficios empresariales y no los flujos de caja y en el análisis de la rentabilidad de los proyectos de inversión trabajamos con flujos de caja, deberemos asumir que *los ingresos se cobran al contado y que los costes también se pagan al contado.*
- De la hipótesis anterior, vamos a excluir las amortizaciones. Es decir, *debido al hecho que las amortizaciones son un coste al que no va asociado una salida de caja, sí formarán parte de la base imponible, a efectos de cálculo del impuesto sobre Sociedades, aunque no disminuirán el valor de los flujos de caja (no suponen ningún pago).* De ese modo,
 B_j = Base imponible en “j”

Q_{aj} = Flujos de caja antes de impuestos en “j”

A_j = Amortizaciones en “j”

- Aunque en la realidad el impuesto se liquida en el período siguiente al que se devenga, *supondremos que la liquidación se produce en el mismo ejercicio que el devengo*:

Así pues,

τ = tipo impositivo

Q_j = flujo de caja en “j” después de impuestos.

$$Q_j = Q_{aj} - \tau B_j = Q_{aj} - \tau (Q_{aj} - A_j) = Q_{aj} (1 - \tau) + \tau A_j$$

- En $t = n$, *formará parte de la base imponible la diferencia entre el valor residual real del activo fijo y el valor residual fiscal del mismo* (en base al cual se han calculado las cuotas de amortización de los distintos períodos)

De ese modo, si denominamos:

V.R.R. = Valor residual real

V.R.F. = Valor residual fiscal

(Si la amortización es lineal: $A_j = (\text{Valor inicial activo} - \text{Valor residual fiscal})/n$)

Plusvalía valor residual = V.R.R. – V.R.F.

B_n = Base imponible en “n”

$$\tau B_n = [Q_{an} - A_n + \text{Plusvalía valor residual}]$$

Mientras que: $Q_n = Q_{an} - \tau B_n + \text{V.R.R.} [\text{V.R.F.} + \text{Plusvalía valor residual}]$

EJEMPLOS: Problemas 14 y 15.

Problema 14:

Para la renovación de su equipo industrial, una empresa estudia las siguientes alternativas:

	<u>Equipo A</u>	<u>Equipo B</u>
Coste inicial.....	1.000.000.....	800.000
Vida útil.....	5 años	5 años
Flujos netos de caja antes de impuestos:		
Q_1	220.000.....	180.000
Q_2	230.000.....	190.000
Q_3	230.000.....	200.000
Q_4	220.000.....	230.000
Q_5	210.000.....	210.000
Valor Residual.....	100.000.....	50.000

Supuestos un coste del capital del 8%, un sistema lineal de amortización y una tasa sobre beneficios del 30%, **se pide** decidir cuál será la mejor inversión con la ayuda de los criterios del Valor Actual Neto y de la Tasa Interna de Rentabilidad. Se estima que la tasa de reinversión para los flujos netos de caja liberados es del 12% y que los sistemas de amortización están aprobados por la Administración.

$$k = 8\%$$

$$Tr = 12\%$$

Equipo A:

Valor residual fiscal = Valor residual real \Rightarrow Plusvalía valor residual = 0

$$\text{Amortización lineal} \Rightarrow A_t = [1.000.000 - 100.000]/5 = \boxed{180.000}$$

	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5
(1) Q_{at}	220.00	230.000	230.000	220.000	210.000
(2) A_t	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000
(3) B_t	40.000	50.000	50.000	40.000	30.000
(1)-(2)					
(4) τB_t	12.000	15.000	15.000	12.000	9.000
(5) V.R.R = V.R.F	--	--	--	--	100.000
(6) Q_t					
(1)-(4)+(5)	208.000	215.000	215.000	208.000	301.000

$$VAN_G = -1.000.000 + [208.000 (1,12)^4 + 215.000 (1,12)^3 + 215.000 (1,12)^2 + 208.000 (1,12) + 301.000] (1,08)^{-5} = \boxed{-24.719,14 < 0} \Rightarrow \text{PROYECTO NO RENTABLE}$$

$$TIR_G \Rightarrow -1.000.000 + [208.000 (1,12)^4 + 215.000 (1,12)^3 + 215.000 (1,12)^2 + 208.000 (1,12) + 301.000] (1 + TIR_G)^{-5} = 0 \Rightarrow \boxed{TIR_G = 7,4\% < 8\%} \Rightarrow \text{PROYECTO NO RENTABLE}$$

Equipo B

Valor residual fiscal = Valor residual real \Rightarrow Plusvalía valor residual = 0

$$\text{Amortización lineal} \Rightarrow A_t = [800.000 - 50.000]/5 = \boxed{150.000}$$

	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5
(1) Q_{at}	180.000	190.000	200.000	230.000	210.000
(2) A_t	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000
(3) B_t	30.000	40.000	50.000	80.000	60.000
(1)-(2)					
(4) τB_t	9.000	12.000	15.000	24.000	18.000
(5) V.R.R = V.R.F	--	--	--	--	50.000
(7) Q_t					
(1)-(4)+(5)	171.000	178.000	185.000	206.000	242.000

$$VAN_G = -800.000 + [171.000 (1,12)^4 + 178.000 (1,12)^3 + 185.000 (1,12)^2 + 206.000 (1,12) + 242.000] (1,08)^{-5} = \boxed{32.988 > 0} \Rightarrow \text{PROYECTO RENTABLE}$$

$$TIR_G \Rightarrow -800.000 + [171.000 (1,12)^4 + 178.000 (1,12)^3 + 185.000 (1,12)^2 + 206.000 (1,12) + 242.000] (1 + TIR_G)^{-5} = 0 \Rightarrow \boxed{TIR_G = 8,87\% > 8\%} \Rightarrow \text{PROYECTO RENTABLE}$$

Problema 15:

Una empresa está analizando dos alternativas de inversión, las cuales presentan las siguientes características financieras:

ALTERNATIVA A:

- Coste de adquisición: 2.000.000 u.m.
- Duración temporal: 3 años.
- Sistema de amortización fiscal: lineal con un valor residual de 200.000 u.m. No obstante, la empresa considera que puede vender el equipo al final de su vida útil por 400.000 u.m.
- Los datos relativos al volumen de producción y venta son los reflejados en la tabla.

	AÑO 1	AÑO 2	AÑO 3
PRODUCCIÓN ANUAL	150.000 u.p.	25.000 u.p.	1.750.000 u.p.
COSTE VARIABLE UNITARIO	25 u.m.	35 u.m.	50 u.m.
GASTOS GENERALES	1.000.000 u.m.	1.500.000 u.m.	2.000.000 u.m.
PRECIO DE VENTA UNITARIO	20 u.m.	30 u.m.	70 u.m.

ALTERNATIVA B:

- Coste de Adquisición: 1.000.000 u.m.
- Vida útil: 3 años.
- Flujos netos de caja después de impuestos:
Año 1 = -2.000.000 u.m.; Año 2 = -1.300.000 u.m.; Año 3 = 12.450.000 u.m.

Supuestos un coste del capital para la empresa del 10%, un índice general de precios al consumo de 5% anual y constante para el período de análisis y una tasa impositiva sobre el impuesto de sociedades del 30%, **se pide:**

- a) Si los proyectos son excluyentes entre sí y no hay limitaciones financieras, ¿cuál sería el proyecto escogido en base al VAN?

b) Suponga, ahora, que el coste real de la financiación de los flujos de caja intermedios es del 12%. ¿Qué proyecto elegiría?. ¿Existe diferencia alguna entre el valor del VAN de cada proyecto, así calculado, y el obtenido en el apartado b)?. ¿Por qué?.

a)

Alternativa A

Plusvalía Valor Residual = Valor residual real – Valor residual fiscal = 400.000 – 200.000 = 200.000

Amortización lineal $\Rightarrow A_t = [2.000.000 - 200.000]/3 =$ 600.000

$k = 10\%$

$g = 5\%$

$\tau = 30\%$

	t = 1	T= 2	t=3
(1) C_t	3.000.000	750.000	122.500.000
(2) P_t	4.750.000	2.375.000	89.500.000
(3) Q_{at} (3) = (1) –(2)	-1.750.000	-1.625.000	33.000.000
(4) Plusvalía valor residual	--	--	200.000
(5) A_t	600.000	600.000	600.000
(6) B_t (6) = (3) +(4) –(5)	-2.350.000	-2.225.000	32.600.000
(7) τB_t	--	--	9.780.000
(8) Valor residual fiscal	--	--	200.000
(9) Q_t (9) = (3)+(4)-(7)+(8)	-1.750.000	-1.625.000	23.620.000

$(1+k_N) = (1,1)(1,05) = (1,155) \Rightarrow k_N = 15,5\%$

$VAN_A = -2.000.000 -1.750.000 (1,155)^{-1} -1.625.000 (1,155)^{-2} + 23.620.000 (1,155)^{-3} =$ 10.596.440 > 0

$VAN_B = -1.000.000 -2.000.000 (1,155)^{-1} -1.300.000 (1,155)^{-2} + 12.450.000 (1,155)^{-3} =$ 4.373.127,8 > 0

$VAN_A > VAN_B \Rightarrow A$ es preferible a B

b)

$$\text{Tr real} = 12\% \Rightarrow (1,12)(1,05) = (1+\text{Tr nominal}) = 1,178 \Rightarrow \text{Tr nominal} = 17,8\%$$

$$\text{VAN}_G (A) = -2.000.000 + [-1.750.000 (1,178)^2 - 1.625.000 (1,178) + 23.620.000](1,155)^{-3} =$$

$$\boxed{10.511.239 < \text{VAN}_A = 10.596.440}$$

$$\text{VAN}_G (B) = -1.000.000 + [-2.000.000 (1,178)^2 - 1.300.000 (1,178) + 12.450.000](1,155)^{-3} =$$

$$\boxed{4.285.071,4 < \text{VAN}_B = 4.374.127,8}$$

Con una tasa de financiación real de los flujos intermedios del 12% superior al 10% implícita en el cálculo del VAN) el VAN resultante es *inferior* ya que el coste de financiación de los flujos intermedios negativos ha aumentado del 10% al 12%

Bibliografía.

Fernández, A..I. y M. García Olalla (1992), cap. 2 y 3.

Fernández Blanco, M. (1992), cap. 16 a 18.

Suárez Suárez A.S. (2003), cap. 2 a 8.

Prácticas Tema 6

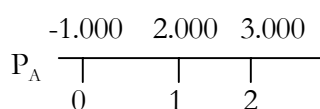
1.- Zeta S.A. es una empresa productora y distribuidora de helados. El Comité de dirección de la misma está considerando la posibilidad de aceptar un proyecto que requeriría una inversión principal en activo fijo por valor de 200 millones de u.m., junto con una inversión complementaria en activo circulante por un valor de 50 millones de u.m. El activo inmovilizado se considera que tendrá un valor residual de 80 millones de u.m. al cabo de cuatro años, al tiempo que se considera, asimismo, que el 80% del activo circulante será recuperado al finalizar el proyecto de inversión (el 20% restante se estima que podrían ser deudas impagadas y stocks estropeados) Los ingresos y costes operativos del proyecto se estima que serán:

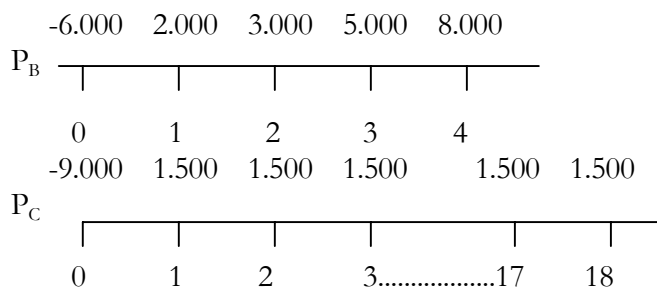
Año.	Ingresos.	Costes operativos.
1	200 u.m.	150 u.m.
2	260 u.m.	200 u.m.
3	400 u.m.	290 u.m.
4	100 u.m.	80 u.m.

La empresa normalmente amortiza el activo fijo de forma lineal y evalúa sus proyectos de inversión utilizando como métodos tanto el payback, como la tasa de rentabilidad contable (calculada sobre el desembolso inicial) El criterio de decisión utilizado es de un máximo de tres años, para el primer caso, y de una rentabilidad mínima del 13%, para el segundo. **Se pide:**

- Evaluar el proyecto utilizando los criterios corrientes de evaluación empleados por la compañía. ¿Cuál sería su asesoramiento?.
- El director financiero, tras recibir su asesoramiento, está preocupado acerca del tratamiento dado al activo circulante en el cálculo del payback. Explique su razonamiento.
- El director financiero le pide, asimismo, que calcule la tasa de rentabilidad contable sobre el capital medio empleado en la inversión y no sobre el desembolso inicial. ¿Cuál sería en ese caso su asesoramiento?.

2.- Sean los proyectos de inversión A, B y C, cuyas características financieras son las que se detallan a continuación en sus respectivos diagramas temporales:





Se pide determinar el plazo de recuperación para cada uno de ellos.

3.- Una determinada empresa está analizando la conveniencia de adquirir un determinado equipo productivo del que se tiene la información siguiente:

Coste de adquisición.....12.000.000 u.m..
 Vida útil..... 4 años.
 Costes fijos anuales..... 2.500.000 u.m.
 Costes variables unitarios..... 160 u.m./unidad.
 Precio de venta unitario..... 200 u.m./unidad.
 Amortización lineal y valor residual nulo.

Volumen anual de producción / venta:

Año 1..... 90.000 unidades.
 Año 2..... 100.000 unidades.
 Año 3..... 150.000 unidades.
 Año 4..... 250.000 unidades.

Se pide calcular la tasa de rentabilidad contable (utilizando el ratio de beneficios contables sobre el valor del capital medio empleado) del anterior proyecto.

4.- Evalúe utilizando el criterio de la tasa de rentabilidad contable, y sabiendo que la mínima tasa normalmente aceptada por la empresa en la evaluación de sus proyectos de inversión es del 8%, los tres siguientes proyectos de inversión. De ellos, sabemos que tienen una vida media de cinco años, al cabo de la cual el valor residual del desembolso inicial (1.000 millones de u.m.) sería nulo, y que los beneficios contables anuales (después de la amortización del activo fijo) que de ellos se obtendrían, a lo largo de su vida económica, son los que se especifican en la siguiente tabla.

<u>Año.</u>	<u>Proyecto A</u>	<u>Proyecto B</u>	<u>Proyecto C.</u>
1	0	50 u.m.	0
2	100 u.m.	50 u.m.	0
3	50 u.m.	50 u.m.	0
4	50 u.m.	50 u.m.	0
5	50 u.m.	50 u.m.	250 u.m.

Razone su respuesta.

5.- El Ayuntamiento de Santa Cruz de Tenerife está considerando la posibilidad de instalar una depuradora de agua de mar, para lo cual encarga un estudio a su departamento económico. Los datos de la inversión son los siguientes:

- a) El coste total de la instalación y equipo supone veinte millones de unidades monetarias, a pagar en el momento inicial.
- b) La localización de la depuradora será a orillas del mar, siendo necesario expropiar doscientos cincuenta mil metros cuadrados de terreno a razón de 200 u.m. por metro cuadrado.
- c) La vida útil estimada para la instalación es de veinte años.
- d) Los pagos anuales correspondientes a costes fijos, se pueden considerar constantes e iguales a 2.000.000 unidades monetarias por año, pagaderas a final de cada año.
- e) Los costes variables se estiman en 3 u.m. por metro cúbico de agua depurada, constantes durante toda la vida útil de la inversión.
- f) La producción y venta anual de agua depurada es de 1.000.000 m³.
- g) A los veinte años se venderá el solar por el precio de compra.

Se pide:

Sabiendo que el coste del capital para el citado Ayuntamiento es del 8%, ¿cuál sería el precio mínimo de venta del metro cúbico de agua depurada, con objeto de que la instalación no resulte gravosa?

6.- La empresa Mourelles S.A. desea llevar a cabo una inversión de ampliación de su activo al objeto de suministrar bajo contrato 20 unidades anuales de un producto a un determinado cliente. El precio que se estipulará en el contrato es de 100 u.m. por producto, constante para los tres años que durará el suministro. Para la fabricación del producto anterior, la empresa citada necesita adquirir un activo fijo nuevo cuyo precio al contado es de 3.000 u.m., así como 80 m² de terreno a 10 u.m. el metro cuadrado. Al final de los tres años el activo fijo puede ser

vendido por 100 u.m. y los terrenos a 15 u.m. el metro. Los gastos anuales en concepto de materia prima, mano de obra y gastos generales ascienden, respectivamente, a 200, 150 y 250 u.m. por año. En el supuesto de que no existan impuestos, y de que los gastos e ingresos son al contado (pagos y cobros), **se pide** determinar, para un coste del capital del 10%:

- a) Coste inicial de la inversión.
- b) Flujos netos de caja para cada uno de los tres años.
- c) Valor actual neto de la inversión. ¿Sería aconsejable que la dirección de la citada empresa firmara el contrato de suministro?

7.- Syldavia tiene una tasa de inflación igual a cero. Para fomentar el turismo, se proyecta construir un túnel cuyo coste es de 300 u.m. El mantenimiento del túnel costará 3 u.m. anuales y se considera que será utilizado dos millones de veces al año. El Banco Mundial concede un crédito para su construcción, al 20% anual, a devolver en 20 años. Durante los primeros 20 años, el Ministerio de Obras Públicas no quiere hacer beneficios, sino que sólo desea fijar un peaje que permita sufragar los gastos de mantenimiento y retornar el crédito al Banco Mundial. ¿A cuánto debe ascender dicho peaje?

8.- D. César de Echagüe, rico hacendado mejicano, está considerando la adquisición de una maquinaria, para sustituir a su vaquero Alonso Quijano. La maquinaria cuesta 10.000 unidades monetarias y necesita un mantenimiento cuyos costes ascienden a 500 unidades monetarias anuales. Alonso cobra anualmente 9000 u.m. y debería jubilarse al cabo de 3 años. Si Alonso fuera despedido debería cobrar un año de sueldo como indemnización. Para evaluar estas alternativas hay que tener en cuenta que D. César podría colocar su dinero en el mercado financiero donde obtendría la espléndida rentabilidad del 20%. ¿Puede usted aconsejar a D. César de Echagüe sobre si comprar o no la maquinaria?

9.- Suponga que una empresa se plantea un proyecto de inversión que consiste en utilizar la plantilla existente y comprar **K** unidades de maquinaria para fabricar **Y** unidades de producto. El proyecto tiene una duración de dos años al cabo de los cuales la maquinaria tendrá un valor residual igual a cero y el personal se dedicará a otro proyecto. Otros datos del proyecto son:

- | | |
|--|---------------------------|
| Función de producción | $Y = 100 K^{1/3} N^{1/2}$ |
| Plantilla | $N = 100$ |
| Salario anual por trabajador | = 2.0 u.m. |
| Precio del producto | = 0.4 u.m. |
| Precio de una máquina | = 5.0 u.m. |
| Coste de oportunidad de los recursos financieros empleados | = 20%. |

Se pide:

- a) ¿Realizará la empresa el proyecto?, ¿por qué?. ¿En base a qué criterio se tomará la decisión?.
b) ¿Cuál es el número de máquinas que comprará?.

10.- Supongamos que una empresa se encuentra frente a los proyectos de inversión **C** y **D**. El proyecto C es independiente de cualquier otro proyecto de inversión llevado a cabo por la empresa. Sin embargo el proyecto D presenta dos posibles alternativas de cash-flows en función de si C es aceptado ó no. Suponiendo que no existe restricción presupuestaria alguna, ¿Cuál será la decisión de inversión óptima de esta empresa?. Suponemos que el coste de oportunidad es del 10%.

Proyecto C	
<u>Año</u>	<u>Cash-flows</u>
0	-1.000
1	400
2	500
3	200

Proyecto D			
Si C es aceptado		Si C es rechazado	
<u>Año</u>	<u>Cash-flows</u>	<u>Año</u>	<u>Cash-flows</u>
0	-2.000	0	-2.000
1	500	1	500
2	800	2	800
3	1.000	3	1.200
4	1.000	4	600

11.- Sean dos proyectos de inversión mutuamente excluyentes: **A** (Desembolso inicial= 500, $Q_1=0$, $Q_2=1100$) y **B** (Desembolso inicial = 500, $Q_1=700$, $Q_2=260$). El proyecto B será preferible al A si:

- a) $k < \text{Tasa de Fisher}$
b) para ningún k
c) $k > \text{TIR (A-B)}$
d) para todo k .

12.- Una empresa estudia la sustitución de un determinado equipo industrial de renovación única, ya fuera de uso, por otro cuyas características financieras son las que a continuación se detallan:

Coste de adquisición.....12.000.000 u.m.
Vida útil..... cuatro años.
Precio de venta unitario.....1.000 u.m./unidad
Coste variable unitario.....600 u.m./unidad

Producción anual prevista, en unidades de producto:

Año 1..... 8.000 unidades.
Año 2..... 8.500 unidades.
Año 3..... 9.250 unidades.
Año 4..... 8.200 unidades.

Sistema de amortización: lineal con un valor residual aceptado por la Administración de 2.000.000 u.m.

Se pide:

Dados un coste del capital para la empresa del 7% y una tasa impositiva sobre el beneficio de sociedades del 30%, determinar la rentabilidad absoluta neta del proyecto en el supuesto de que anualmente se dé una inflación de cobros del 16%, una inflación de pagos del 9% y una tasa de inflación general del 10%, constante durante la vida de la inversión.

13.- Sea un proyecto de inversión cuyas características financieras son las que a continuación se detallan:

Coste de adquisición..... 15.000.000 u.m.
Duración temporal..... cuatro años.

Flujos netos de caja antes de impuestos:

Año 1..... 5.500.000 u.m.
Año 2..... 5.800.000 u.m.
Año 3..... 6.250.000 u.m.
Año 4..... 5.650.000 u.m..

Sistema de amortización fiscal: lineal con un valor residual de 2.500.000 u.m. Valor residual real estimado en 2.600.000 u.m.. Suponiendo un coste del capital del 10% anual y una tasa impositiva sobre el beneficio de sociedades del 30%, **se pide:**

a) Calcular la rentabilidad absoluta neta y relativa bruta del proyecto.

b) Calcular la tasa interna de rendimiento real del proyecto en el supuesto de que se produzca un incremento acumulativo anual del 12% en el índice general de precios al consumo.

14.- Para la renovación de su equipo industrial, una empresa estudia las siguientes alternativas:

	<u>Equipo A</u>	<u>Equipo B</u>
Coste inicial.....	1.000.000.....	800.000
Vida útil.....	5 años	5 años

Flujos netos de caja antes de impuestos:

Q ₁	220.000.....	180.000
Q ₂	230.000.....	190.000
Q ₃	230.000.....	200.000
Q ₄	220.000.....	230.000
Q ₅	210.000.....	210.000

Valor Residual.....	100.000.....	50.000
---------------------	--------------	--------

Supuestos un coste del capital del 8%, un sistema lineal de amortización y una tasa sobre beneficios del 30%, **se pide** decidir cuál será la mejor inversión con la ayuda de los criterios del Valor Actual Neto y de la Tasa Interna de Rentabilidad. Se estima que la tasa de reinversión para los flujos netos de caja liberados es del 12% y que los sistemas de amortización están aprobados por la Administración.

15.- Una empresa está analizando dos alternativas de inversión, las cuales presentan las siguientes características financieras:

ALTERNATIVA A:

- Coste de adquisición: 2.000.000 u.m.
- Duración temporal: 3 años.
- Sistema de amortización fiscal: lineal con un valor residual de 200.000 u.m. No obstante, la empresa considera que puede vender el equipo al final de su vida útil por 400.000 u.m.
- Los datos relativos al volumen de producción y venta son los reflejados en la tabla.

	AÑO 1	AÑO 2	AÑO 3
PRODUCCIÓN ANUAL	150.000 u.p.	25.000 u.p.	1.750.000 u.p.
COSTE VARIABLE UNITARIO	25 u.m.	35 u.m.	50 u.m.
GASTOS GENERALES	1.000.000 u.m.	1.500.000 u.m.	2.000.000 u.m.
PRECIO DE VENTA UNITARIO	20 u.m.	30 u.m.	70 u.m.

ALTERNATIVA B:

- Coste de Adquisición: 1.000.000 u.m.
- Vida útil: 3 años.
- Flujos netos de caja después de impuestos:
Año 1 = -2.000.000 u.m.; Año 2 = -1.300.000 u.m.; Año 3 = 12.450.000 u.m.

Supuestos un coste del capital para la empresa del 10%, un índice general de precios al consumo de 5% anual y constante para el período de análisis y una tasa impositiva sobre el impuesto de sociedades del 30%, **se pide:**

- a) Determinar el volumen de producción anual y constante que sería necesario producir y vender para que la rentabilidad del proyecto A sea de 3.000.000 u.m. (Plantear sólo la ecuación)
- b) Si los proyectos son excluyentes entre sí y no hay limitaciones financieras, ¿cuál sería el proyecto escogido en base al VAN?
- c) Suponga, ahora, que el coste real de la financiación de los flujos de caja intermedios es del 12%. ¿Qué proyecto elegiría? ¿Existe diferencia alguna entre el valor del VAN de cada proyecto, así calculado, y el obtenido en el apartado b)? ¿Por qué?

16.- Un comerciante paga 100.000 u.m. por un cargamento de grano y tiene la certeza de que podrá venderlo al cabo de un año por 132.000 u.m., **se pide:**

- a) ¿Cuál es la tasa de rentabilidad, en términos relativos, de esta inversión?
- b) Si esta rentabilidad es menor que el tipo de interés en los mercados monetarios, ¿la inversión tendrá un valor actual neto positivo o negativo?
- c) Si el tipo de interés en los mercados financieros es del 10%, ¿cuál es el VAN de la inversión?

Tema 7: Evaluación y selección de proyectos de inversión a medio y largo plazo. Contexto de riesgo

7.1. Características de los proyectos de inversión en contexto de riesgo.

- Un proyecto de inversión en contexto de riesgo se define por un conjunto de flujos de caja que se comportan como variables aleatorias, a cada una de las cuales le corresponde una determinada distribución de probabilidad.
- En consecuencia, cada flujo de caja se caracterizará por (1) su media o valor esperado, y (2) su desviación típica o riesgo.
 - (1) *Media o valor esperado de los flujos de caja*: Se calcula efectuando una suma ponderada de los diferentes valores que puede tomar cada flujo de caja, utilizando como ponderaciones sus respectivas probabilidades de ocurrencia.
 - (2) *Desviación típica o riesgo asociado a un flujo de caja*. Es una medida de la variabilidad de los flujos de caja en torno a su valor medio y servirán como medida del riesgo de que las estimaciones que se utilizan para cada flujo de caja no se confirmen finalmente a posteriori. En concreto, miden la diferencia media entre los posibles valores que pueden presentar los flujos de caja de un proyecto de inversión y su valor esperado.
- De ese modo, a partir del conocimiento de la esperanza matemática y de la desviación típica/ varianza de cada flujo de caja, estaremos en condiciones de calcular la rentabilidad esperada y el riesgo asociado a cada proyecto de inversión.
- *Rentabilidad esperada y riesgo* serán las dos variables que definirán los diferentes proyectos de inversión, de tal manera que con el conocimiento de los mismos el responsable financiero pueda decidir sobre la conveniencia de efectuar o no un proyecto de inversión en función de su actitud frente al riesgo.

7.2. Métodos que incorporan el riesgo previamente en el cálculo de la rentabilidad asociada al proyecto de inversión.

7.2.1. Tasa de descuento ajustada al riesgo

- Este procedimiento consiste en ajustar la tasa de descuento en función del grado de riesgo que globalmente se asocia al proyecto de inversión.
- Por consiguiente, los flujos de caja esperados deberán ser ajustados utilizando una *tasa de descuento ajustada al riesgo*.

- La prima de riesgo (ρ) reflejará el incremento de la rentabilidad mínima que se exige al proyecto de inversión en compensación al riesgo asociado al mismo. Por consiguiente, será superior cuánto mayor sea el riesgo que se asocie al proyecto.
- Para cada sujeto será diferente ya que dependerá de su curva de indiferencia “rentabilidad esperada-riesgo” y de su grado de aversión al riesgo.
- Denominamos:

k = tasa de descuento libre de riesgo

k^* = tasa de descuento ajustada al riesgo

ρ = prima de riesgo

$k^* = k + \rho$

EJEMPLO:

$k = 8\%$

$\rho = 2,5\%$

Proyecto A

Año $E(Q_i)$

0.....-50

1.....162

Calcular el VAN del proyecto utilizando la tasa de descuento ajustada al riesgo

Tasa de descuento ajustada al riesgo = $k^* = k + \rho = 8\% + 2,5\% = 10,5\%$

Tasa de descuento libre de riesgo = $k = 8\%$

Utilizando la tasa libre de riesgo:

$VAN(E) = -50 + 162/(1,08) = \boxed{100}$ No podemos adoptar una decisión acerca de la conveniencia de realizar el proyecto, ya que necesitamos una medida de su riesgo

Utilizando la tasa de descuento ajustada al riesgo:

$VAN = -50 + 162/(1,105) = \boxed{96,60} > 0 \rightarrow$ ACEPTAREMOS EL PROYECTO

En la k^* utilizada para actualizar los flujos de caja ya hemos incorporado una penalización en función del riesgo del proyecto y la actitud frente al riesgo del decisor.

7.2.2. Equivalente cierto

- Este método se basa en el ajuste individualizado de los flujos de caja en función del riesgo específico asociado a cada uno de ellos.

- Los flujos de caja esperados serán multiplicados por un coeficiente de ajuste, de modo que la cuantía resultante sea igual al montante equivalente para el sujeto decisor a ese flujo de caja esperado, pero en condiciones de certeza.
 - El coeficiente de ajuste que se aplicará al valor esperado de cada flujo de caja será diferente y dependerá de las combinaciones rentabilidad-riesgo que resultan indiferentes al inversor.
 - Una vez aplicados los coeficientes de ajuste a los valores esperados para cada flujo de caja y obtenidos los correspondientes equivalentes ciertos, evaluaremos el proyecto de inversión en base a alguno de los criterios estudiados en condiciones de certeza (el VAN por ejemplo)
- De ese modo, denominamos:

α_j = coeficiente de ajuste correspondiente al flujo de caja esperado j.

$$(EC)_j = \alpha_j E(Q_j)$$

Y calculamos:

$$VAN = -A + \sum_{j=1}^n (\alpha_j E(Q_j)) / (1+k)^j = -A + \sum_{j=1}^n (EC)_j / (1+k)^j$$

EJEMPLO:

Años	E(Q _j)	σ(Q _j)	α _j
0.....	-5.....	0.....	1 (se conoce con certeza)
1.....	20.....	5.....	0,5
2.....	10.....	15.....	0,15
3.....	40.....	25.....	0,074

Suponemos que los coeficientes de ajuste han sido obtenidos para cada flujo de caja esperado, en función de las combinaciones rentabilidad-riesgo que le son indiferentes al inversor. Se observa (ésta es la situación habitual) que a mayor desviación típica del flujo de caja (mayor riesgo), menor coeficiente de ajuste corresponderá al flujo de caja esperado, de ese modo *a mayor riesgo el equivalente cierto será inferior*.

Se pide valorar este proyecto de inversión en base al método del Equivalente Cierto.

$$(EC)_1 = \alpha_1 E(Q_1) = 0,5 * 20 = 10$$

$$(EC)_2 = \alpha_2 E(Q_2) = 0,18 * 10 = 1,8$$

$$(EC)_3 = \alpha_3 E(Q_3) = 0,074 * 40 = 2,96$$

$$VAN = -5 + 10/(1,08) + 1,8/(1,08)^2 + 2,96/(1,08)^3 = \boxed{8,15} > 0 \rightarrow \text{ACEPTARÍAMOS EL PROYECTO}$$

7.2.3. Comparación de los métodos de la tasa de descuento ajustada al riesgo y del equivalente cierto.

- Teniendo en consideración la valoración que ambos métodos efectúan del riesgo, una primera diferencia entre ambos es:
 - *La tasa de descuento ajustada al riesgo:* valora el *riesgo total asociado*, en conjunto, al proyecto de inversión y lo cuantifica en una prima que se añade a la tasa de descuento.
 - *El Equivalente cierto* valora el *riesgo asociado de forma individual* a cada flujo de caja y lo traduce en un coeficiente de ajuste.
- En consecuencia, de forma implícita, la tasa de descuento ajustada al riesgo considera que el riesgo aumenta a una tasa constante con el transcurso del tiempo.
- Contrariamente, el método del equivalente cierto permite atribuir a cada flujo de caja el riesgo que le corresponda, el cual puede ser constante, creciente o decreciente con el tiempo (si bien la situación habitual es que sea creciente con el tiempo)
- Crítica a ambos métodos: dificultad en estimar la prima de riesgo correspondiente al conjunto del proyecto de inversión en el primer caso, o los coeficientes de ajuste para cada flujo de caja, en el segundo.
- *Demostración de que la tasa de descuento ajustada al riesgo considera implícitamente que el riesgo aumenta a una tasa constante con el tiempo.*

$$\begin{aligned} \text{VAN} &= -A + \sum_{j=1}^n E(Q_j)/(1+k^*)^j = -A + \sum_{j=1}^n [(1+k)/(1+k^*)]^j [E(Q_j)/(1+k^*)^j] \\ &= -A + \sum_{j=1}^n [(1+k)/(1+k^*)]^j E(Q_j)/(1+k)^j \end{aligned}$$

Si denominamos $((1+k)/(1+k^*))^j = \alpha_j$

Dado que $k^* > k \rightarrow ((1+k)/(1+k^*))^j < 1 \rightarrow ((1+k)/(1+k^*))^j = \alpha_j$ decrece con el tiempo a una tasa constante $((1+k)/(1+k^*))$.

Por consiguiente, estamos asumiendo que el riesgo crece a una tasa constante con el tiempo.

De ese modo,

$$\text{VAN} = -A + \sum_{j=1}^n E(Q_j)/(1+k^*)^j = -A + \sum_{j=1}^n (\alpha_j E(Q_j))/(1+k)^j$$

donde $\alpha_j = ((1+k)/(1+k^*))^j$

7.3. Métodos que no incorporan previamente el riesgo en la estimación de la rentabilidad esperada.

7.3.1. Método de la esperanza-varianza del VAN

- Es el método más correcto de incorporar el riesgo (posibilidad de que el resultado final de un proyecto difiera de su valor esperado) en la evaluación de los proyectos de inversión.
- Este método considera que el VAN se comporta como una variable aleatoria y que está definida por dos parámetros:
 - La esperanza: $VAN(E) \rightarrow$ es una medida de la rentabilidad esperada.
 - La varianza $\sigma^2(VAN) \rightarrow$ es una medida del riesgo.
- Ahora bien, la consideración conjunta de estos dos parámetros puede conducir al inversor a decidir entre dos fuerzas que se mueven en sentido opuesto, ya que muy a menudo los proyectos más arriesgados son los que ofrecen mayor rentabilidad esperada.
- En este contexto, si el objetivo es maximizar $E(VAN)$, y minimizar $\sigma^2(VAN)$, ¿qué decisión deberá tomarse si el resultado es divergente en base a uno u otro criterio?
 - Una posibilidad es utilizar como criterio de decisión el coeficiente de variación (CV) del VAN, ya que esta variable, al definirse como la relación entre la desviación típica y el valor esperado, es una medida del riesgo relativo de una variable aleatoria determinada (valora el riesgo por unidad de valor esperado). En base al CV (VAN) escogeremos aquel proyecto que presente un valor inferior para el mismo.

$$CV(VAN) = \sigma(VAN)/E(VAN)$$

EJEMPLO: Problema 4.

Para cada una de las tres siguientes situaciones (I, II, y III),

Se pide:

- a) Aplicar el criterio E-V del VAN
- b) En el caso de que este criterio no sirviera para decidir la mejor inversión, hacer intervenir el coeficiente de variación. Comente los resultados.

SITUACIÓN I	A	B
ESPERANZA	400	400
VARIANZA	173,2	86,6

SITUACIÓN II	A	B
ESPERANZA	10.000	40.000
VARIANZA	1.000	20.000

SITUACIÓN III	A	B	C
ESPERANZA	0,12	0,2	0,15
VARIANZA	0,1	0,22	0,1

- a) Criterio de la Esperanza-Varianza del VAN: serán preferibles aquellos proyectos con superior esperanza e inferior varianza.

SITUACIÓN I

$$\begin{array}{l}
 E(VAN_A) = E(VAN_B) \Rightarrow \text{proyectos indiferentes} \\
 \sigma^2(VAN_A) > \sigma^2(VAN_B) \Rightarrow \text{B preferible a A}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} E(VAN_A) = E(VAN_B) \\ \sigma^2(VAN_A) > \sigma^2(VAN_B) \end{array}} \right\} \text{Preferible B}$$

SITUACIÓN II

$$\begin{array}{l}
 E(VAN_A) < E(VAN_B) \Rightarrow \text{B preferible a A} \\
 \sigma^2(VAN_A) < \sigma^2(VAN_B) \Rightarrow \text{A preferible a B}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} E(VAN_A) < E(VAN_B) \\ \sigma^2(VAN_A) < \sigma^2(VAN_B) \end{array}} \right\} \text{Indeterminación}$$

SITUACIÓN III

$$\begin{array}{l}
 E(VAN_A) < E(VAN_B) < E(VAN_C) \Rightarrow \text{B} \\
 [\sigma^2(VAN_A) = \sigma^2(VAN_C)] < \sigma^2(VAN_B) \Rightarrow \text{A/C}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} E(VAN_A) < E(VAN_B) < E(VAN_C) \\ [\sigma^2(VAN_A) = \sigma^2(VAN_C)] < \sigma^2(VAN_B) \end{array}} \right\} \text{Indeterminación}$$

- b) Criterio del Coeficiente de variación: serán preferibles aquellos proyectos con inferior Coeficiente de variación.

$$\text{Coeficiente de Variación} = CV = \sigma(VAN)/E(VAN)$$

SITUACIÓN II

$$\begin{array}{l}
 CV_A = 31,62/10.000 = 0,003162 \\
 CV_B = 141,42/40.000 = 0,003536
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} CV_A = 31,62/10.000 \\ CV_B = 141,42/40.000 \end{array}} \right\} CV_A < CV_B \Rightarrow \text{preferible A}$$

SITUACIÓN III

$$\left. \begin{aligned} CV_A &= 0,3162/0,12 = 2,635 \\ CV_B &= 0,469/0,2 = 2,345 \\ CV_C &= 0,3162/0,15 = 2,108 \end{aligned} \right\} CV_C < CV_B < CV_A \Rightarrow \text{preferible C}$$

- La segunda posibilidad, y la más correcta, sería escoger la combinación rentabilidad esperada-riesgo que reportara al inversor la máxima utilidad. Para ello, *deberíamos analizar el mapa de curvas de indiferencia de cada sujeto inversor en particular, ya que en base al mismo, el proyecto escogido será diferente para distintos inversores.*

(a) Cálculo de la Esperanza del VAN:

“Suma del valor actualizado de los flujos de caja esperados asociados a un proyecto de inversión”

$$VAN(E) = -A + \sum_{j=1}^n E(Q_j)/(1+k)^j$$

Siendo $E(Q_j) = \sum_{i=1}^m Q_{ji} P(Q_{ji})$ $i = 1, \dots, m$ (estados de la naturaleza)

En el caso particular en que $P(Q_j) = \text{constante}$ para todo “j”

$$P(Q_{1i}) = P(Q_{2i}) = \dots = P(Q_{ni})$$

La probabilidad de ocurrencia de un estado de la naturaleza es constante a lo largo de la vida del proyecto.

Se cumplirá:

$$VAN(E) = -A + \sum_{j=1}^n E(Q_j)/(1+k)^j = \sum_{i=1}^m VAN_i P_i = \sum_{i=1}^m (-A + \sum_{j=1}^n Q_{ji}/(1+k)^j) P_i$$

EJEMPLO: Problema 9.

Suponga una inversión con un coste inicial de 10 u.m., un coste del capital del 10% y los cash-flows anuales que se muestran en la tabla:

AÑO 1		AÑO 2		AÑO 3	
CASH-FLOW	P	CASH-FLOW	P	CASH-FLOW	P
3	0,1	2	0,1	2	0,1
4	0,25	3	0,25	3	0,25
5	0,3	4	0,3	4	0,3
6	0,25	5	0,25	5	0,25
7	0,1	6	0,1	6	0,1

Se pide hallar la esperanza de la variable aleatoria VAN.

En este ejemplo se observa que $P_i = \text{constante}$

$$\begin{aligned}
 P(Q_{11}) &= P(Q_{21}) = P(Q_{31}) = 0,1 \\
 P(Q_{12}) &= P(Q_{22}) = P(Q_{32}) = 0,25 \\
 P(Q_{13}) &= P(Q_{23}) = P(Q_{33}) = 0,3 \\
 P(Q_{14}) &= P(Q_{24}) = P(Q_{34}) = 0,25 \\
 P(Q_{15}) &= P(Q_{25}) = P(Q_{35}) = 0,1
 \end{aligned}$$

Por consiguiente, podremos calcular el VAN de las dos maneras:

$$a) \text{VAN}(E) = -A + \sum_{j=1}^n E(Q_j)/(1+k)^j$$

$$\text{Siendo } E(Q_i) = \sum_{j=1}^m Q_{ij} P(Q_{ij}) \quad i = 1, \dots, m \text{ (estados de la naturaleza)}$$

$$E(Q_1) = 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,25 + 5 \cdot 0,3 + 6 \cdot 0,25 + 7 \cdot 0,1 = 5$$

$$E(Q_2) = 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,25 + 4 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,25 + 6 \cdot 0,1 = 4$$

$$E(Q_3) = 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,25 + 4 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,25 + 6 \cdot 0,1 = 4$$

$$\text{VAN}(E) = -10 + 5(1,1)^{-1} + 4(1,1)^{-2} + 4(1,1)^{-3} = \boxed{0,8564}$$

$$b) \text{VAN}(E) = -A + \sum_{j=1}^n E(Q_j)/(1+k)^j$$

$$\text{VAN}(E) = \sum_{i=1}^m \text{VAN}_i P_i = \sum_{i=1}^m (-A + \sum_{j=1}^n Q_{ji}/(1+k)^j) P_i$$

$$\begin{aligned}
[\text{VAN}_1 = -10 + 3 (1,1)^{-1} + 2 (1,1)^{-2} + 2 (1,1)^{-3} = -4,1172051] \cdot [P_1 = 0,1] &= -0,4117 \\
[\text{VAN}_2 = -10 + 4 (1,1)^{-1} + 3 (1,1)^{-2} + 3 (1,1)^{-3} = -1,6303532] \cdot [P_2 = 0,25] &= -0,4075 \\
[\text{VAN}_3 = -10 + 5 (1,1)^{-1} + 4 (1,1)^{-2} + 4 (1,1)^{-3} = 0,8564988] \cdot [P_3 = 0,3] &= 0,25694 \\
[\text{VAN}_4 = -10 + 6 (1,1)^{-1} + 5 (1,1)^{-2} + 5 (1,1)^{-3} = 3,3433508] \cdot [P_4 = 0,25] &= 0,835 \\
[\text{VAN}_5 = -10 + 7 (1,1)^{-1} + 6 (1,1)^{-2} + 6 (1,1)^{-3} = 5,8302028] \cdot [P_5 = 0,1] &= 0,58302
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{VAN(E)} &= \sum_{i=1}^m \text{VAN}_i P_i \\
&= \boxed{0,8564}
\end{aligned}$$

(b) Cálculo de la Varianza del VAN:

$$\text{VAN} = -A + \sum_{j=1}^n Q_j / (1+k)^j$$

El VAN es una variable aleatoria suma de variables aleatorias. Por consiguiente, la varianza del VAN será la suma de la varianza de cada una de las variables aleatorias que lo componen y de las covarianzas entre cada dos variables aleatorias.

De ese modo:

$$\boxed{\sigma^2(\text{VAN}) = \sum_{j=1}^n \sigma^2(Q_j) / (1+k)^{2j} + \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^n \text{cov}(Q_p, Q_q) / (1+k)^{p+q}}$$

Siendo $\text{cov}(Q_p, Q_q) = \rho_{pq} \sigma(Q_p) \sigma(Q_q)$

ρ_{pq} = coeficiente de correlación entre Q_p y Q_q

La anterior expresión puede ser simplificada en dos casos:

- a) si los flujos de caja son independientes entre sí.
- b) si los flujos de caja están perfectamente correlacionados

a) *si los flujos de caja son independientes entre sí.*

$$\rho_{pq} = 0 \Rightarrow \text{cov}(Q_p, Q_q) = \rho_{pq} \sigma(Q_p) \sigma(Q_q) = 0$$

En ese caso: $\boxed{\sigma^2(\text{VAN}) = \sum_{j=1}^n \sigma^2(Q_j) / (1+k)^{2j}}$

b) *si los flujos de caja están perfectamente correlacionados entre sí.*

$$\rho_{pq} = 1 \Rightarrow \text{cov}(Q_p, Q_q) = \rho_{pq} \sigma(Q_p) \sigma(Q_q) = \sigma(Q_p) \sigma(Q_q)$$

En ese caso: $\boxed{\sigma^2(\text{VAN}) = [\sum_{j=1}^n \sigma(Q_j) / (1+k)^j]^2}$

$$\boxed{\sigma(\text{VAN}) = \sum_{j=1}^n \sigma(Q_j) / (1+k)^j}$$

EJEMPLO: problema 8.

Sea la siguiente propuesta de inversión, de vida 3 años y desembolso inicial igual a 10 u.m.:

AÑO 1		AÑO 2		AÑO 3	
CASH FLOW	P	CASH FLOW	P	CASH FLOW	P
4	0,3	4	0,3	2	0,2
5	0,4	6	0,4	5	0,6
6	0,3	8	0,3	8	0,2

Suponiendo que los cash flows son independientes entre sí y que la tasa de descuento es del 10%, se pide:

- Las varianzas anuales de los cash-flows.
- La varianza y la desviación típica del proyecto.

$$\begin{aligned} a) \quad E(Q_1) &= 4 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,4 + 6 \cdot 0,3 = 5 \\ E(Q_2) &= 4 \cdot 0,3 + 6 \cdot 0,4 + 8 \cdot 0,3 = 6 \\ E(Q_3) &= 2 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,6 + 8 \cdot 0,2 = 5 \end{aligned}$$

$$\sigma^2(Q_i) = \sum_{j=1}^m [Q_{ji} - E(Q_i)]^2 P_{ji}$$

$$\sigma^2(Q_1) = [4-5]^2 \cdot 0,3 + [5-5]^2 \cdot 0,4 + [6-5]^2 \cdot 0,3 = \boxed{0,6}$$

$$\sigma^2(Q_2) = [4-6]^2 \cdot 0,3 + [6-6]^2 \cdot 0,4 + [8-6]^2 \cdot 0,3 = \boxed{2,4}$$

$$\sigma^2(Q_3) = [2-5]^2 \cdot 0,2 + [5-5]^2 \cdot 0,6 + [8-5]^2 \cdot 0,2 = \boxed{3,6}$$

$$b) \quad \sigma^2(\text{VAN}) = \sum_{j=1}^n [\sigma^2(Q_j) / (1+k)^{2j}]$$

$$\sigma^2(\text{VAN}) = 0,6 (1,1)^{-2} + 2,4 (1,1)^{-4} + 3,6 (1,1)^{-6} = \boxed{4,167}$$

$$\sigma(\text{VAN}) = \boxed{2,041}$$

7.3.2. Inversiones secuenciales y árboles de decisión.

- *Inversiones secuenciales* son aquellas que presentan las siguientes características:
 - Se analizan a lo largo de un período completo de planificación y no sólo al comienzo del mismo.
 - Las decisiones de inversión y/o los estados de la naturaleza están conectados en el tiempo.
- *Árboles de decisión*:
 - Son aplicables en el caso de inversiones secuenciales.

- No constituyen una aportación teórica, sino tan sólo son una aportación formal (un instrumento) en la evaluación/selección de proyectos de inversión en contexto de riesgo.
- Se traducen en una representación gráfica que sirve para visualizar de forma global los diferentes resultados que puede obtener el inversor según cuál sea la alternativa escogida y el estado que presente el entorno económico.
- *Componentes:*
 - Nudos/puntos o vértices
 - Decisionales (□) son el origen de ramas que se corresponden con decisiones del inversor.
 - Aleatorios (O) son el origen de ramas que se corresponden con estados de la naturaleza o del entorno económico.
 - Finales (Δ) reflejan el resultado obtenido tras seguir cada una de las posibles combinaciones: alternativas de inversión-estados de la naturaleza.
 - Arcos o ramas:
 - Se representan por una flecha y unen dos nudos o puntos.
 - Pueden representar una alternativa de inversión o un estado de la naturaleza.
- *Forma de utilización de los árboles de decisión:* La secuencia óptima se elige analizando el árbol desde el final hasta el principio, para ello:
 - 1) Representación gráfica del problema.
 - 2) Estimación de los rendimientos correspondientes a cada una de las alternativas representadas por nudos finales (Δ)
 - 3) Asignación de una probabilidad a cada uno de los estados de la naturaleza (vendrán representados por una flecha)
 - 4) Estimación del VAN(E) correspondiente a los nudos aleatorios (O). Es decir, cálculo de la esperanza del VAN de cada una de las ramas que confluyen en el nudo aleatorio.
 - 5) Estimación del VAN correspondiente a los nudos decisionales (□). Se elegirá el VAN superior entre aquellos asociados a cada una de las ramas que confluyen en el nudo decisional.

Bibliografía.

Fernández, A.I. y M. García Olalla (1992), cap.4.

Fernández Blanco, M. (1992), cap. 19

Suárez Suárez A.S. (2003), cap. 9 a 14.

Prácticas Tema 7

1.- Una compañía industrial está considerando el proyecto de fabricación de una hormigonera que cuesta 25.000 u.m. y que se espera produzca unos cash flows de 10.000 u.m., 15.000 u.m., 20.000 u.m. y 20.000 u.m. al final, respectivamente, de cada uno de los cuatro años de vida de la inversión. La Dirección de la empresa opina que los cash flows serán tanto más arriesgados cuanto más lejanamente en el tiempo se perciban. Admitiendo que los equivalentes ciertos correspondientes a los indicados cash flows son 98,2%, 93,0%, 69,4%, y 42,2%, respectivamente, y que la tasa de descuento libre de riesgo es del 8%; **se pide** hallar el VAN del proyecto.

2.- Se considera que un determinado proyecto de inversión, que actualmente está analizando MELINA, es moderadamente arriesgado y que exigirá un desembolso inicial de 1.000 u.m.. Se sabe que la tasa libre de riesgo es del 4% admitiéndose que el riesgo específico de la inversión requiere un aumento de esta tasa en un 6%. Los cash flows estimados son los siguientes:

CONDICIONES DEL MERCADO	PROBABILIDAD	AÑOS		
		1	2	3
BUENO	0,1	1000	1000	1000
BASTANTE BUENO	0,2	800	800	800
REGULAR	0,4	600	600	600
BASTANTE MALO	0,2	400	400	400
MALO	0,1	200	200	200

Se pide:

a) Hallar el VAN(E) con la tasa de descuento ajustada al riesgo.

3.- Sea un proyecto de inversión cuyas características financieras son las que a continuación se detallan:

-Coste de adquisición 15.000.000 u.m.

-Duración temporal cuatro años

-Flujos netos de caja antes de impuestos:

Año 1 5.500.000 u.m.

Año 2 5.800.000 u.m.

Año 3 6.250.000 u.m.

Año 4 5.650.000 u.m.

-Sistema de amortización: Lineal con un valor residual de 2.500.000 u.m. Valor residual real estimado en 2.600.000 u.m.

Supuesto un coste de capital del 10 por 100 anual y una tasa impositiva sobre el beneficio de sociedades del 30 por 100, **se pide** calcular el valor actual neto del proyecto en el supuesto de que los flujos netos de caja sean valores estimados y que el riesgo inherente a tales estimaciones se recoja:

a) Globalmente mediante una prima por riesgo del 6 por 100 anual y constante a lo largo de la vida de la inversión.

b) Individualmente para cada flujo neto de caja mediante los siguientes coeficientes de certeza:

Año 0 = 1
 Año 1 = 1
 Año 2 = 0.9
 Año 3 = 0.8
 Año 4 = 0.8

4.- Para cada una de las tres siguientes situaciones (I, II, y III),

Se pide:

a) Aplicar el criterio E-V.

b) En el caso de que este criterio no sirviera para decidir la mejor inversión, hacer intervenir el coeficiente de variación. Comente los resultados.

SITUACIÓN I	A	B
ESPERANZA	400	400
VARIANZA	173,2	86,6

SITUACIÓN II	A	B
ESPERANZA	10.000	40.000
VARIANZA	1.000	20.000

SITUACIÓN III	A	B	C
ESPERANZA	0,12	0,2	0,15
VARIANZA	0,1	0,22	0,1

5.- La empresa X ha terminado la investigación de un nuevo producto y ha llegado ya al punto de tener que tomar una decisión acerca de si lo fabrica o no. La maquinaria para su fabricación costaría 90 u.m. y se espera que la vida del proyecto sea de 6 años. Sin embargo, como el comportamiento del producto en el mercado es incierto, se precisa un estudio sobre el mismo. El director de marketing, a quien se ha confiado la realización del citado estudio ha llegado a la conclusión de que cabe considerar cuatro posibles resultados (estados I a IV): gran éxito; éxito moderado; fracaso moderado; y gran fracaso. Sobre esta base se han estimado los siguientes VANs:

ESTADO DE LA NATURALEZA	PROBABILIDAD	VAN	VAN*PROBAB.
I	0,2	110	22
II	0,5	70	35
III	0,2	5	1
IV	0,1	-25	-2,5

$$\text{VAN(E)} = 55,5$$

=====

Dado que el VAN(E) es positivo la firma decide la fabricación, pero justo antes de que se inicie la misma una compañía de investigación de mercados, la Market Research, S.A. ofrece realizar un informe sobre el nuevo producto en el que, antes del comienzo de la fabricación, indicará qué estado de la naturaleza es el más probable que ocurra. Sabiendo que el coste del informe es de 2 u.m; **Se pide** la decisión que la Dirección de X tomará acerca de si encargar o no la realización del informe.

6.- La firma Y está considerando emprender un proyecto cuyas características son:

ESTADO DE LA NATURALEZA	PROBABILIDAD	VAN	VAN*PROBAB.
Éxito	0,6	100	60
fracaso	0,4	-40	-16

$$\text{VAN(E)} = 44$$

=====

Un informe de Market Research, S.A. indicará con un 90% de confianza qué resultado se producirá. **Se pide:** Hallar el valor máximo que puede tener el informe, sabiendo que existen cuatro posibles estados de la naturaleza:

- A: el informe indica "éxito" y es correcto;
- B: el informe indica "éxito" y es erróneo;
- C: el informe indica "fracaso" y es correcto;
- D: el informe indica "fracaso" y es erróneo.

7.- La firma Z posee una cadena de tiendas fotocopiadoras, cada una muy cerca de los clientes. Normalmente, Z sigue la política de conservar las máquinas durante sólo dos años y luego las vende inmediatamente en el mercado secundario (cuyo precio tiene fundamentalmente en cuenta la edad de la máquina) Un fabricante, que está intentando irrumpir en el mercado propone a Z la adquisición de máquinas al precio unitario de 10.000 u.m. El factor esencial en la decisión de compra es la confianza en las prestaciones de la fotocopiadora y, por la experiencia acumulada hasta el presente, Z cree que únicamente hay un 60% de probabilidad de que tal confianza se confirme posteriormente. Sobre esta base, Z ha estimado los siguientes cash-flows netos para una sola máquina del nuevo fabricante:

CONFIANZA EN LA FOTOCOPIADORA	AÑO 1	AÑO 2	VALOR RESIDUAL
CONFIRMADA.	8.000	6.000	400
NO CONFIRMADA.	4.000	3.000	200

Sabiendo que la tasa de descuento utilizada es del 15%, que se considera refleja el riesgo del negocio, **se pide:**

- a) A través del VAN(E), demostrar que desde el punto de vista financiero a Z no le conviene la oferta del nuevo fabricante.
- b) A fin de intentar cambiar esta decisión, el fabricante ofrece a Z la posibilidad de que, tras un año de funcionamiento, se desprenda de la máquina, recomprándosela al 50% del precio de coste (es decir, el fabricante ofrece a Z la opción de abandono de la inversión efectuada en cada máquina) ¿Qué decisión tomará Z ahora?

8.- Sea la siguiente propuesta de inversión, de vida 3 años y desembolso inicial igual a 10 u.m.:

AÑO 1		AÑO 2		AÑO 3	
CASH FLOW	P	CASH FLOW	P	CASH FLOW	P
4	0,3	4	0,3	2	0,2
5	0,4	6	0,4	5	0,6
6	0,3	8	0,3	8	0,2

Suponiendo que los cash flows son independientes entre sí y que la tasa de descuento es del 10%, se pide:

- Los cash-flows esperados cada año.
- El VAN(E) del proyecto.
- Las varianzas anuales de los cash-flows.
- La varianza y la desviación típica del proyecto.

9.- Suponga una inversión con un coste inicial de 10 u.m., un coste del capital del 10% y los cash-flows anuales que se muestran en la tabla:

AÑO 1		AÑO 2		AÑO 3	
CASH-FLOW	P	CASH-FLOW	P	CASH-FLOW	P
3	0,1	2	0,1	2	0,1
4	0,25	3	0,25	3	0,25
5	0,3	4	0,3	4	0,3
6	0,25	5	0,25	5	0,25
7	0,1	6	0,1	6	0,1

Se pide:

- Hallar la esperanza y la desviación típica de la variable aleatoria VAN, suponiendo que los cash-flows son independientes entre sí.
- Idem que en a), pero suponiendo que entre los cash-flows existe correlación perfecta.
- Hallar la probabilidad de que el VAN alcance un valor negativo, suponiendo que la distribución del VAN es normal.

10.- Sea el proyecto de inversión inicial 10 u.m., en el que se admite:

a) que hay una probabilidad del 50% de que el cash flow del primer año sea de 4 u.m. y del 50% de que sea de 8 u.m.

b) que el cash flow del segundo año depende de lo que suceda en el año precedente, según la tabla que se muestra a continuación:

AÑO 1		AÑO 2	
CASH-FLOW	P	CASH-FLOW	P
4	0,5	1	0,5
		6	0,5
8	0,5	6	0,25
		8	0,5
		12	0,25

Se pide:

Hallar la esperanza y la desviación típica del proyecto, suponiendo una tasa de descuento del 10%.

11.- La firma Y diseña y manufactura ropa para el segmento del sector de la moda juvenil comprendido entre los 13 y los 15 años. El éxito o fracaso anual de sus productos depende de si están o no de moda. La Dirección considera la posible realización de una inversión de 40.000 u.m. en una línea de cinturones que, según cree, estarán de moda durante 2 años; pero como el resultado del proyecto está condicionado a la evolución que experimente la moda de los cinturones, admite en su análisis tres estados:

I. pleno éxito

II. no coincidente con la moda pero aceptado parcialmente (fracaso relativo)

III. desastre.

Los analistas del departamento de marketing han estudiado cuidadosamente la situación y han estimado las siguientes cifras de ingresos (en miles de u.m.) para el proyecto:

Año 1

Estado I: Ingresos: 80; Probabilidad: 0,5.

Estado II: Ingresos: 30; Probabilidad: 0,3.

Estado III: Ingresos: 10; Probabilidad: 0,2.

Año 2

Si se presentó en el año 1 el estado:

a) I: se considera: Estado I: Prob.: 0,6 de ingresos iguales a 100

Estado II: Prob.: 0,3 de ingresos iguales a 80

Estado III: Prob.: 0,1 de ingresos iguales a 20

- b) II: se considera: Estado I: Prob.: 0,4 de ingresos iguales a 80
 Estado II: Prob.: 0,3 de ingresos iguales a 40
 Estado III: Prob.: 0,3 de ingresos iguales a 10
- c) III: se considera: Estado I: Prob.: 0,1 de ingresos iguales a 70
 Estado II: Prob.: 0,4 de ingresos iguales a 40
 Estado III: Prob.: 0,5 de ingresos iguales a 5.

Se pide:

Analizar el proyecto de inversión sabiendo que Y utiliza una tasa de descuento del 20% para reflejar el elevado riesgo que existe en el sector de la moda.

12.- Sea un proyecto secuencial de inversión en el que se consideran tres alternativas: construir directamente una fábrica para la producción de una mercancía determinada; realizar previamente una investigación de mercado sobre el posible éxito o fracaso de la mercancía para, según el resultado de la investigación, construir la fábrica o abandonar el proyecto; y abandonar directamente el proyecto. Sin investigación de mercado, la probabilidad de éxito en la decisión de construir la fábrica se estima en un 50%, con un VAN de 400 u.m., y la de fracaso en otro 50%, con un VAN de -400 u.m. Se admite que la investigación de mercado señale un 50% de probabilidad de éxito y otro 50% de probabilidad de fracaso, con un 90% de probabilidades de acertar en la predicción del resultado de la inversión. La realización de la investigación de mercado ocupará pocas semanas, considerándose, pues, que no afectará a los VANs. Si el coste de la investigación es de 100 u.m. **Se pide:**

- a) Construir el correspondiente árbol de decisión.
- b) Determinar las probabilidades asociadas a cada rama del árbol.
- c) Calcular la esperanza y la desviación típica de la v.a. VAN asociados a cada punto aleatorio.

13.- Una empresa desea instalarse en una determinada ciudad. Las condiciones de ésta son buenas para la producción y los abastecimientos, pero son regulares para la comercialización, por lo que la firma se plantea la posibilidad de montar sus redes de distribución a nivel de provincia o bien a nivel nacional. La red provincial supondría un coste de 10 u.m. y la nacional de 24 u.m. Existe la posibilidad de comenzar con la red provincial, seguir con ella durante 2 años y, al final de éstos, reconsiderar la decisión de continuar a nivel provincial o ampliar a nivel nacional, que costaría 20 u.m., a precios corrientes. Las distintas probabilidades y cash-flows asociados a cada decisión se estima que son los siguientes:

Si inicialmente se distribuyera a nivel provincial: 70% de probabilidad de buena acogida, obteniendo entonces unos cash-flows de 2 u.m. el año 1, de 6 u.m. el año 2. Si la recepción fuera mala se opina que los cash-flows serían iguales a 0,4 u.m. y 0,8 u.m., respectivamente.

En caso de continuar a nivel provincial: la acogida en los 4 años siguientes sería la misma que durante los dos primeros años; si en éstos fue buena, los cash-flows serían: 10, 14, 8 y 4 u.m.; si hubiera sido mala, serían: 2, 4, 2 y 0,4 u.m.

Si inicialmente la acogida fuera buena y se decidiera ampliar la red: habría un 70% de probabilidades de que la acogida siguiera siendo buena, con lo que los cash-flows serían de -14, 20, 40 y 16 u.m.; mientras que si fuera mala, serían de -14, 16, 12 y 8 u.m.

Si inicialmente la recepción fuera mala y se decidiera ampliar la red: habría un 20% de probabilidad de buena acogida, con cash-flows de -22, 16, 30 y 10 u.m.; y si la acogida fuera mala, serían de: -22, 6, 8 y 8 u.m.

Si desde el primer momento se montara la red a nivel nacional: habría un 60% de probabilidades de buena acogida, con cash-flows de 6, 20, 30, 40, 24 y 10 u.m.; y si fuera mala, serían de: 2, 4, 6, 4, 6 y 2 u.m.

Tema 8: Introducción a la teoría de la formación de carteras o inversión financiera

8.1. Modelo de selección de carteras de Markowitz

- La teoría de la formación de carteras analiza el comportamiento del inversor que desea optimizar sus decisiones de inversión en los mercados de capitales.
- Los orígenes de esta teoría se remontan en el trabajo iniciado por H.Markowitz en 1952 donde plantea un modelo que recoge de forma explícita el comportamiento racional del inversor: “maximizar las expectativas de ganancia y minimizar el riesgo”.
- La originalidad de las investigaciones realizadas por Markowitz reside en la consideración de que únicamente dos características de los títulos son relevantes para la estructuración de carteras: “ el rendimiento esperado y el riesgo”, desarrollando un modelo matemático para la selección de la cartera óptima.
- Los trabajos de Markowitz han sentado las bases para buena parte de los avances importantes de la economía financiera. Desde entonces, la teoría moderna de carteras se ha nutrido de distintas aportaciones como la teoría de la eficiencia, el modelo de mercado o los modelos de fijación de precios en equilibrio (CAPM y APM), junto con las distintas versiones de cada uno de ellos.

▪ Rendimiento y riesgo de una cartera

- El rendimiento de un activo financiero i durante un período de tiempo t se puede estimar como la relación de sus valores entre el momento final y el momento inicial de ese período:

$$R_{it} = (V_{it} - V_{i,t-1}) / V_{i,t-1}$$

- En realidad, R_{it} se comporta como una variable aleatoria que tomará distintos valores con unas probabilidades determinadas; la *esperanza matemática* es una medida de la rentabilidad media del activo financiero mientras que la *varianza* proporciona una medida de su riesgo.
- Si se pretende analizar una cartera de activos financieros es posible calcular su *rendimiento esperado* como la media ponderada de los rendimientos esperados de los títulos que la componen, los pesos asignados a cada uno de ellos equivaldrán a la proporción del presupuesto invertido en los mismos:

$$R_p = \sum_{i=1}^n x_i R_i$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i)$$

$E(R_p)$ = rendimiento esperado de la cartera P

x_i = proporción de fondos invertidos en el título i

$E(R_i)$ = rendimiento esperado para el título i

n = número de títulos que componen la cartera.

- El riesgo, o variación del rendimiento de la cartera respecto a su valor esperado, se estima a partir de la desviación típica o varianza, la cual viene determinada por la expresión:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \text{cov}(R_i, R_j) = \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Donde:

σ_p^2 = varianza de la cartera P

σ_i^2 = varianza del título i

$\text{cov}(R_i, R_j) = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$ = covarianza entre los títulos i y j

ρ_{ij} = coeficiente de correlación entre los rendimientos de los títulos i y j

La expresión anterior nos indica que el riesgo de una cartera de activos financieros no depende exclusivamente del riesgo de cada uno de los valores que la componen, sino que está determinado por varias variables:

- Riesgo de cada título (σ_i)
- Proporción del presupuesto invertido en cada título (x_i)
- Correlación o grado de asociación existente entre los rendimientos de los distintos títulos que componen la cartera (ρ_{ij})

▪ Modelo de la media-varianza de Markowitz

- Este método fue desarrollado por Markowitz en 1952 como modelo teórico del comportamiento normativo del inversor.
- A partir de la premisa de que los rendimientos de los títulos, y en consecuencia, los de las carteras, se comportan como variables aleatorias, el modelo de Markowitz establece que el inversor adoptará su decisión en función de dos parámetros: “el valor esperado” y “la desviación típica” de cada cartera, que le proporcionarán la información relevante para su decisión.
- Esta decisión dependerá, en último término, de la actitud del inversor frente al riesgo representada por su función de utilidad.
- El modelo de Markowitz se fundamenta en dos hipótesis que sustentarán su teoría:

- El inversor tiene un *comportamiento racional*, por lo que *prefiere más riqueza a menos*. Ello le conduce a *elegir aquella cartera que le proporcione el rendimiento esperado más alto*.
- El *inversor presenta aversión al riesgo*, por lo que *prefiere la cartera que ofrezca el mínimo riesgo*.
- o Es evidente que la combinación de n títulos da lugar a un número infinito de posibilidades de inversión. No obstante, Markowitz restringe este número de alternativas al conjunto de carteras que considera como “eficientes”.
- o En este sentido, *una cartera será “eficiente” cuando proporciona el máximo rendimiento para un riesgo determinado, o el mínimo riesgo para un nivel de rendimiento establecido*. El conjunto de carteras que cumplen esta condición constituye la “*frontera eficiente*”.
- o Una vez definido el conjunto de carteras eficientes, el inversor deberá elegir aquella que se corresponda con sus preferencias en cuanto a rendimiento y riesgo. De ese modo, *la determinación de la cartera óptima dependerá del grado de aversión al riesgo del inversor medido por su función de utilidad*.
- o Las curvas de indiferencia reflejan los binomios de rentabilidad-riesgo que proporcionan la misma utilidad al inversor (en el eje de abscisas se representa σ_p y en el eje de ordenadas $E(R_p)$) y presentan las siguientes propiedades:
 - Su pendiente es positiva, dada la hipótesis de aversión al riesgo del inversor.
 - La forma de la curva es cóncava respecto al eje de ordenadas; esto supone una tasa marginal de sustitución entre σ_p y $E(R_p)$ creciente (cuanto mayor es el grado de riesgo, mayor será la rentabilidad esperada que se exigirá para asumir una unidad adicional de riesgo) .
 - Nunca se cortan, ya que una misma cartera de títulos no puede proporcionar más de un grado de utilidad.
 - Las curvas de indiferencia más altas, tienen un índice de utilidad o satisfacción superior.
- o En este contexto, *la cartera óptima será definida por el punto de tangencia entre la frontera eficiente y una curva de indiferencia*. En realidad la frontera eficiente está determinada por el mercado y es la misma para todos los inversores; sin embargo, las curvas de indiferencia se establecen de forma individual por el inversor y, en consecuencia, *la cartera óptima será distinta en cada caso particular*.

- Sin embargo, la combinación de n activos financieros (incluso cuando el valor de n es pequeño) supone un número infinito de alternativas disponibles; la frontera eficiente estará formada por infinitos puntos y esto dificultará su identificación por parte de los inversores.
- Markowitz soluciona el problema desarrollando un modelo de programación cuadrática a partir del cual se obtiene el conjunto de carteras eficientes. No obstante, la aplicación práctica de este modelo es muy limitada a causa del elevado número de datos que es preciso estimar.

8.2. Impacto de la diversificación sobre el riesgo

- No obstante las limitaciones señaladas en el apartado anterior, el modelo de Markowitz resulta de gran utilidad cuando se aplica a carteras de dos activos ya que permite estudiar *el efecto de la diversificación sobre el riesgo* (una combinación adecuada de los activos que forman parte de la cartera del inversor puede suponer una reducción del riesgo de la misma sin que se reduzca necesariamente el rendimiento).
- Supongamos que existe la posibilidad de adquirir dos activos, S y T, cuyos rendimientos esperados se definen por $E(R_S)$ y $E(R_T)$ y su riesgo por las desviaciones típicas σ_S y σ_T los cuales presentan las siguientes características:

$$E(R_T) > E(R_S)$$

$$\sigma_T > \sigma_S$$

- Si denominamos x_T a la proporción del activo T en una cartera formada por los dos títulos, el rendimiento esperado de la misma será:

$$E(R_p) = x_T E(R_T) + (1 - x_T) E(R_S)$$

- Mientras que la varianza se calculará:

$$\sigma_p^2 = x_T^2 \sigma_T^2 + (1 - x_T)^2 \sigma_S^2 + 2 x_T (1 - x_T) \text{cov}(R_T, R_S)$$

$$\text{siendo } \text{cov}(R_T, R_S) = \rho_{TS} \sigma_T \sigma_S$$

- En definitiva, el rendimiento esperado de la cartera es igual a la media ponderada de los rendimientos de los títulos T y S, mientras que para determinar su varianza es necesario conocer, en primer lugar, el grado de correlación entre los dos activos. A continuación, estudiaremos los distintos casos que se pueden presentar en función del valor del coeficiente de correlación.

- *Correlación perfecta positiva* : $\rho_{TS} = 1$. En ese caso el cálculo de la varianza se simplifica como sigue:

$$\sigma_p^2 = x_T^2 \sigma_T^2 + (1 - x_T)^2 \sigma_S^2 + 2 x_T (1 - x_T) \sigma_T \sigma_S = (x_T \sigma_T + (1 - x_T) \sigma_S)^2$$

Por lo tanto, la desviación típica o riesgo de la cartera será la media ponderada de las desviaciones típicas de los activos que la componen:

$$\sigma_p = x_T \sigma_T + (1 - x_T) \sigma_S$$

En este caso es fácil concluir que la cartera con el riesgo más bajo es la que contiene únicamente el activo S, mientras que, según se incrementa la proporción de T el valor de σ_p crece.

Bibliografía.

Brealey & Myers (2003), cap. 7 y 8.

Fernández, A.I. y M. García Olalla (1992), cap.12.

Mauleón (1991), cap.8.

Suárez Suárez A.S. (2003), cap. 30.

Prácticas Tema 8

1.- Dada una cartera formada por las dos clases de títulos siguientes y sabiendo que el coeficiente de correlación entre ambas clases de títulos es de $\rho_{AB} = -0,2$

CLASES DE TÍTULOS	RENTABILIDAD MEDIA	DESVIACIÓN TÍPICA	PROPORCIÓN
Acciones A	11,5%	5%	90%
Acciones B	15,0%	8%	10%

Se pide:

- Aplicar el modelo de selección de carteras de Markowitz.
- En el supuesto anterior, cuál sería la proporción de A y B para que el riesgo de la cartera fuera el mínimo.

2.- El inversor X es asesorado por una Sociedad de Análisis Financiero para formar la siguiente cartera compuesta por tres clases de títulos:

CLASE DE TÍTULO	RENTABILIDAD MEDIA	DESVIACIÓN TÍPICA	PROPORCIÓN
Acciones A	11,5%	5%	60%
Acciones B	15%	8%	30%
Acciones C	17%	9%	10%

Sabiendo que los coeficientes de correlación entre las acciones de A, B y C son:

$$\rho_{AB} = -0,2$$

$$\rho_{AC} = 0,1$$

$$\rho_{BC} = 0,4$$

Se pide aplicar razonadamente el modelo de selección de carteras de Markowitz a los siguientes supuestos:

- Rentabilidad y riesgo de dicha cartera.
- Proporciones de A, B y C que determinan el riesgo mínimo de la cartera.
- Rentabilidad y riesgo de la cartera si las proporciones decididas son: 30% de acciones A, 45% de acciones B y 25% de acciones C.

Parte II: Análisis de las decisiones de financiación

Tema 9: Introducción y apalancamiento operativo y financiero

9.1. Estudio del binomio rentabilidad-riesgo de la empresa.

9.1.1. Rentabilidad económica y rentabilidad financiera.

- *Los ratios de rentabilidad* establecen una relación entre el resultado o beneficio obtenido por la empresa y los recursos utilizados para su consecución.

- *Clasificación de los ratios* de rentabilidad:

- *Ratios de rentabilidad económica:* Miden la capacidad de generación de beneficios de los activos de que dispone la empresa con independencia de su fuente de financiación. Por consiguiente, tienen en cuenta todos los recursos utilizados por la empresa (propios y ajenos) para la obtención de un determinado resultado de explotación.

- El principal ratio de rentabilidad económica es el ROA, r , (“return on assets”) y expresa la relación entre los beneficios de explotación y los activos utilizados para su obtención: $r = \text{ROA} = \text{BAIT}/A$

BAIT = Beneficio de explotación.

A = Activo

Ps = Pasivo

r = Rentabilidad económica

P = Recursos propios

E = Recursos ajenos

Según la ecuación fundamental de balance: $A = \text{Ps} = P + E$

Por consiguiente:

Si $r = \text{BAIT}/(P + E)$

$$\text{BAIT} = r (P + E)$$

- *Ratios de rentabilidad financiera:* Miden los resultados disponibles para los accionistas o propietarios de la empresa. Se trata de los indicadores de rentabilidad más significativos para la empresa.

- El principal ratio de rentabilidad financiera se expresa como la relación entre el resultado neto de ejercicio (Resultado después de intereses e impuestos, RNE), y los recursos propios (P)

$$\rho = \text{ROE} = \text{“return on equity”} = \text{RNE} / P$$

RNE = Resultado neto del ejercicio

P = recursos propios

ρ = rentabilidad financiera

E = endeudamiento o recursos ajenos

k_E = Tipo de interés o coste de la deuda

$I = k_E E$ = Intereses de la deuda o de los recursos ajenos

τ = tipo impositivo

$A = P_s = P + E$

$e = E / P$ = ratio de endeudamiento (o de apalancamiento financiero de la empresa)

BAIT = rA

$\rho = \text{ROE} = \text{RNE} / P = \text{BAIT} (1 - \tau) / P = (\text{BAIT} - I) (1 - \tau) / P =$

$(rA - k_E E) (1 - \tau) / P = (rP + rE - k_E E) (1 - \tau) / P =$

$\rho = [r + e (r - k_E)](1 - \tau)$ Esta ecuación se denomina ecuación de *apalancamiento financiero*.

Tal como estudiaremos, el *apalancamiento financiero* mide el efecto del endeudamiento (es decir, de la existencia de cargas financieras fijas) sobre la *rentabilidad financiera o rentabilidad disponible para los accionistas*.

9.1.2. Riesgo económico y riesgo financiero

- Características: se define como riesgo a la variabilidad del beneficio empresarial, el cual depende de las diferentes variables que componen el beneficio.
- Clasificación:
 - *Riesgo económico*: Se define como la variabilidad de los beneficios de explotación (BAIT) y está ligado a la rentabilidad económica (ROA)
 - Factores que afectan al mismo: depende únicamente de la estructura económica (activo) de la empresa y, por consiguiente, es independiente de la forma como se financie. Se ve afectado por todos aquellos elementos que generan inestabilidad en el beneficio de explotación (BAIT).
 - En lo que concierne a los ingresos de explotación: cuota de mercado, preferencias de los consumidores, precio del bien, precio de los productos competidores, existencia de productos sustitutivos, renta per cápita.

- En lo que concierne a los gastos de explotación, su variabilidad dependerá de la estructura de costes de la empresa (es decir de la proporción entre costes fijos y variables). Cuánto *mayor sea la proporción de costes fijos sobre costes variables (eso implicará mayor apalancamiento operativo) mayor será el riesgo económico.*
- Medidas:
 - Varianza del beneficio de explotación, tal como se estudia en DF1 esta medida se utiliza en la evaluación de proyectos de inversión en contexto de riesgo.
 - Grado de apalancamiento operativo o elasticidad económica.
- *Riesgo financiero:* Está ligado a la rentabilidad financiera, no obstante, aunque la ROE tenga en consideración el beneficio disponible para los accionistas (es decir, después de intereses e impuestos), para el análisis del riesgo financiero no se tienen en consideración los impuestos. Por consiguiente, el *riesgo financiero* se define como la variabilidad del beneficio después de intereses (BAT)
- Factores que afectan al mismo: son factores que están relacionados tanto con la estructura económica de la empresa, como con la forma cómo ésta se financia, es decir con la estructura financiera. De ese modo, los factores que afectaran al riesgo financiero serán:
 - Los factores que afectan al riesgo económico, dado que afectarán a la variabilidad del BAIT.
 - El nivel de endeudamiento (apalancamiento financiero de la empresa), ya que define la estructura de capital.
- Medidas:
 - Varianza del BAT
 - Grado de apalancamiento financiero o elasticidad financiera.

9.2. Apalancamiento.

9.2.1. Concepto de apalancamiento

- Se denomina apalancamiento al efecto que ejercen los costes fijos sobre los beneficios empresariales, ya que éste es similar al efecto que ejerce una palanca sobre un cuerpo pesado.
- En el caso de la palanca, lo que sucede es que el efecto alcanzado sobre el cuerpo pesado es muy superior al impulso realizado, si bien la nueva situación es más inestable que la inicial.
- Por analogía, se denomina apalancamiento al efecto que ejercen los costes fijos sobre los beneficios empresariales, ya que en presencia de costes fijos, una variación de las ventas tiene un efecto amplificador sobre los beneficios empresariales, al tiempo que origina un aumento en la volatilidad de los mismos (es decir, genera un aumento del riesgo)
- El efecto apalancamiento será positivo en épocas de expansión económica y negativo en épocas de recesión económica. Por ello decimos que, en presencia de costes fijos, aumenta el riesgo empresarial (la volatilidad de los beneficios)

9.2.2. Tipos de apalancamiento

9.2.2.1. Apalancamiento operativo.

- **Concepto y expresión formal:**
 - Se denomina apalancamiento operativo al efecto que ejercen los costes fijos operativos sobre el beneficio de explotación (BAIT), ya que en presencia de éstos, una variación de las ventas tiene un efecto amplificador sobre el beneficio de explotación.
 - Expresión formal: $(\Delta \text{BAIT} / \text{BAIT}) / (\Delta V / V) > 1$ (demostración)

Demostración:

$$\boxed{\text{BAIT} = V - \text{CT} = V - (\text{CF} + \text{CV})}$$

BAIT = Beneficio de explotación

V = Ingresos por Ventas (aproximación de los ingresos de explotación)

CT = Costes totales operativos (de explotación)

CF = Costes fijos operativos

CV = Costes variables operativos = a.V (suponemos que a CP los CV representan una proporción constante “a” de las ventas)

$$a = CV/V$$

Por consiguiente:

$$BAIT = V - CT = V - (CV + CF) = V - (a.V + CF) = V(1 - a) - CF$$

$$\boxed{BAIT = V(1 - a) - CF}$$

$$\text{Si } \Delta V \rightarrow \Delta CF = 0 \text{ (CF = cte)} \rightarrow \boxed{\Delta BAIT = \Delta V(1 - a)}$$

$$(\Delta BAIT/BAIT)/(\Delta V/V) = (\Delta V(1 - a)/BAIT)/(\Delta V/V) = V(1 - a)/BAIT =$$

$$= (BAIT + CF)/BAIT = 1 + CF/BAIT$$

$$\boxed{(\Delta BAIT/BAIT)/(\Delta V/V) = 1 + CF/BAIT}$$

Por consiguiente, si $CF \neq 0 \rightarrow (\Delta BAIT/BAIT)/(\Delta V/V) > 1$

EJEMPLO:

t = 0	Empresa “X”	Empresa “Y”
Ventas	100	200
Costes operativos	70	140
Costes fijos	50	40
Costes variables	20	100
BAIT	30	60
Ratios apalancamiento		
CF/CT	0,714	0,285
CF/V	0,5	0,2

t = 1 ΔV/V= 25% ΔCV/CV= 25%	Empresa “X”	Empresa “Y”
Ventas	125	250
Costes Totales Operativos	75	165
Costes fijos	50	40
Costes variables	25	125
BAIT	50	85
Ratios apalancamiento		
CF/CT	0,666	0,242
CF/V	0,4	0,16
ΔBAIT/BAIT	66,67%	41,67%
Elasticidad-ventas del BAIT [ΔBAIT/BAIT]/[ΔV/V]	2,66%	1,66%

t = 1 $\Delta V/V = -25\%$ $\Delta CV/CV = -25\%$	Empresa "X"	Empresa "Y"
Ventas	75	150
Costes Totales Operativos	65	115
Costes fijos	50	40
Costes variables	15	75
BAIT	10	35
Ratios apalancamiento		
CF/CT	0,769	0,347
CF/V	0,66	0,26
$\Delta BAIT/BAIT$	-66,67%	-41,67%
Elasticidad-ventas del BAIT $[\Delta BAIT/BAIT]/[\Delta V/V]$	2,66%	1,66%

▪ **El apalancamiento operativo como medida del riesgo económico:**

- A la expresión formal del apalancamiento operativo también se la denomina elasticidad económica o grado de apalancamiento operativo (GAO), ya que mide la sensibilidad de los beneficios de explotación (BAIT) ante cambios en el número de unidades vendidas.
- Dado que el riesgo económico ha sido definido como la variabilidad de los beneficios de explotación, la elasticidad económica o grado de apalancamiento operativo es la medida que habitualmente se utiliza para expresar el riesgo económico de una empresa.
- De ese modo:

$$\text{Riesgo económico} = Re = (\Delta BAIT/BAIT) / (\Delta V/V) = 1 + CF/BAIT$$

▪ **Ratios de apalancamiento operativo:**

- Sirven para medir la magnitud del apalancamiento operativo de una empresa. Entre ellos pueden ser destacados: CF/V y CF/CV; cuánto mayor sea su valor, mayor será el efecto palanca.

9.2.2.2. Apalancamiento financiero.

- **Concepto y expresión formal:**

- El apalancamiento financiero puede definirse como la amplificación que se produce, bajo determinadas circunstancias, en la diferencia entre la rentabilidad financiera (ROE) y la rentabilidad económica (ROA) al utilizar la deuda (es decir, al aumentar las cargas financieras) en la financiación de nuevas oportunidades de inversión.

- A partir de la ecuación de apalancamiento financiero: $\rho = [r + e(r - k_E)](1 - \tau)$ obtenemos la siguiente expresión: $\rho = r(1 - \tau) + e(r - k_E)(1 - \tau)$

- Por consiguiente, si la empresa financia nuevos proyectos de inversión mediante endeudamiento (aumenta e), la variación de la rentabilidad financiera (ρ) dependerá del efecto que Δe tenga sobre el segundo sumando de la expresión anterior.

- En este sentido, pueden darse tres situaciones:

- Si $r > k_E$; es decir, $(r - k_E) > 0$. La empresa dispone de oportunidades de inversión capaces de proporcionar rentabilidades económicas (r) superiores al coste de financiación con recursos ajenos (k_E). Por consiguiente, la utilización de la deuda (Δe) para financiar dichas inversiones, producirá un incremento en la rentabilidad sobre los fondos propios ($\Delta\rho$).

Bajo estas circunstancias, se dice que el apalancamiento es positivo o amplificador:

$$\text{Si } \Delta e \Rightarrow \Delta\rho, \text{ y } \rho > r(1 - \tau)$$

es decir, $\rho / (1 - \tau) > r$, o lo que es lo mismo:

rentabilidad financiera antes de impuestos $>$ rentabilidad económica.

- Si $r < k_E$; es decir, $(r - k_E) < 0$. La empresa no dispone de oportunidades de inversión capaces de proporcionar rentabilidades económicas (r) superiores al coste de financiación con recursos ajenos (k_E). Por consiguiente, la utilización de la deuda (Δe) para financiar dichas inversiones, producirá una disminución de la rentabilidad sobre los fondos propios ($\Delta\rho$).

Bajo estas circunstancias, se dice que el apalancamiento es negativo o reductor:

$$\text{Si } \Delta e \Rightarrow \nabla\rho, \text{ y } \rho < r(1 - \tau)$$

es decir, $\rho / (1 - \tau) < r$, o lo que es lo mismo:

rentabilidad financiera antes de impuestos $<$ rentabilidad económica.

□ Si $r = k_E$; es decir, $(r - k_E) = 0$. Bajo estas circunstancias, el incremento del endeudamiento tiene un efecto nulo sobre la rentabilidad de los fondos propios.

$$\text{Si } \Delta e \Rightarrow \Delta \rho = 0, \text{ y } \rho = r(1 - \tau)$$

- A partir del análisis anterior, puede llegarse a la siguiente conclusión: existe un nivel de rentabilidad económica denominado “umbral” por encima del cual es conveniente el endeudamiento ($\Delta e \Rightarrow \Delta \rho$), y por debajo del cual no es conveniente el endeudamiento ($\Delta e \Rightarrow \nabla \rho$)
- Este nivel umbral es $r^* = k_E$ y a él corresponde la siguiente rentabilidad financiera:

$$\rho^* = [r^* + e(r^* - k_E)](1 - \tau) = r^*(1 - \tau)$$
- (r^*, ρ^*) serán las coordenadas del denominado punto de indiferencia (aquel punto para el cual un Δe tiene un efecto nulo sobre la rentabilidad financiera (ρ))
- Gráficamente, para cada nivel de endeudamiento $e = E/P$, podemos construir una recta que exprese $\rho = f(r)$. En concreto: $\rho = (r + e(r - k_E))(1 - \tau)$. El conjunto de rectas que obtendríamos para los diferentes valores de “e” se cortarían precisamente en el punto de indiferencia (r^*, ρ^*) , ya que si $r^* = k_E$ se cumple $\rho^* = r^*(1 - \tau)$ (sea cual sea el nivel de endeudamiento).

EJEMPLO:

$$\tau = 0$$

Situación 1.

$$E = 0 \quad (I = 0)$$

$$P = 100$$

$$e = E/P = 0$$

$$A = E + P = 100$$

$$RNE = BAT = BAIT = 20$$

$$ROE = Q = (RNE/P) \cdot 100 = (20/100) \cdot 100 = 20\%$$

$$ROA = r = (BAIT/A) \cdot 100 = (20/100) \cdot 100 = 20\%$$

Situación 2.

$$E = 50$$

$$k_E = 14\%$$

$$I = 0,14 \cdot 50 = 7$$

$$P = 50$$

$$A = E + P = 100$$

$$RNE = BAT = 20 - 7 = 13$$

$$BAIT = 20$$

$$ROE = \rho = (RNE/P) \cdot 100 = (13/50) \cdot 100 = 26\%$$

$$ROA = r = (BAIT/A) \cdot 100 = (20/100) \cdot 100 = 20\%$$

Si $\Delta e \rightarrow \Delta \rho$, ya que $r = 20\% > k_E = 14\%$

Ecuación de apalancamiento financiero: $\rho = [0,20 + e(0,20 - 0,14)]$

para $e = 50/50 = 1 \rightarrow \rho = [0,20 + e(0,20 - 0,14)] = 0,26$

Punto de indiferencia $\rightarrow r^* = K_E = 0,14$

$$\rightarrow \rho^* = r^* = 0,14$$

$$(r^*, \rho^*) = (0,14, 0,14)$$

▪ El apalancamiento financiero como medida del riesgo financiero

- El riesgo financiero fue definido como la volatilidad del BAT (beneficio después de intereses y antes de impuestos).
- La medida que habitualmente se utiliza para su medición es el grado de apalancamiento financiero (GAF) o elasticidad financiera, que se definen como la variación porcentual de los beneficios después de intereses y la variación porcentual del beneficio de explotación.
- Riesgo financiero = $R_f = \text{GAF}$ o elasticidad financiera =

$$(\Delta BAT / BAT) / (\Delta BAIT / BAIT)$$

Demostración:

$$1) (\Delta BAT / BAT) / (\Delta BAIT / BAIT) = (\Delta RNE / RNE) / (\Delta BAIT / BAIT)$$

$$= ((\Delta BAT (1 - \tau) / (BAT(1 - \tau))) / (\Delta BAIT / BAIT))$$

$$= (\Delta BAT / BAT) / (\Delta BAIT / BAIT)$$

(los impuestos no tienen pues importancia en el análisis de la volatilidad de la Rentabilidad financiera, ROE)

$$2) BAT = BAIT - k_E E \rightarrow BAIT = BAT + k_E E \rightarrow \Delta BAIT = \Delta BAT$$

(los intereses no varían al variar el BAIT)

$$3) R_f = (\Delta BAT / BAT) / (\Delta BAIT / BAIT) = (\Delta BAIT / BAT) / (\Delta BAIT / BAIT) =$$

$$BAIT / BAT = (BAT + k_E E) / BAT = 1 + k_E E / BAT$$

Por consiguiente:

$$\text{Si } k_E E \neq 0 \rightarrow R_f > 1 \rightarrow (\Delta \text{BAT}/\text{BAT}) > (\Delta \text{BAIT}/\text{BAIT})$$

Es decir, a medida que aumenta el endeudamiento, aumenta el riesgo financiero.

9.3. El riesgo global de la empresa.

- Se denomina riesgo global (R_g) asumido por los accionistas de una empresa a la elasticidad del resultado neto del ejercicio (RNE) con relación a las ventas. A esta elasticidad se la denomina elasticidad global
- $R_g = \text{Elasticidad global} = (\Delta \text{RNE}/\text{RNE})/(\Delta V/V)$
- Puede demostrarse que $R_g = R_e \cdot R_f$
- $R_g = (\Delta \text{RNE}/\text{RNE})/(\Delta V/V) =$
 $[(\Delta \text{RNE}/\text{RNE})/(\Delta V/V)][(\Delta \text{BAT}/\text{BAT})/(\Delta \text{BAT}/\text{BAT})][(\Delta \text{BAIT}/\text{BAIT})/(\Delta \text{BAIT}/\text{BAIT})]=$
 $[(\Delta \text{RNE}/\text{RNE})/(\Delta \text{BAT}/\text{BAT})][(\Delta \text{BAT}/\text{BAT})/(\Delta \text{BAIT}/\text{BAIT})][(\Delta \text{BAIT}/\text{BAIT})/(\Delta V/V)]=$
 $R_g = 1 \cdot R_e \cdot R_f = R_e \cdot R_f$
- En consecuencia, puede afirmarse que el efecto palanca total (de todos los costes fijos) sobre los resultados de la empresas viene definido por el efecto combinado del apalancamiento operativo y del apalancamiento financiero.

Resumen:

$$\text{Si } (\Delta V/V) \text{ y } CF \neq 0 \rightarrow (\Delta \text{BAIT}/\text{BAIT}) > (\Delta V/V)$$

(Riesgo económico-apalancamiento operativo)

$$\text{Si } (\Delta \text{BAIT}/\text{BAIT}) \text{ y } k_E E \neq 0 \rightarrow (\Delta \text{BAT}/\text{BAT}) > (\Delta \text{BAIT}/\text{BAIT})$$

(Riesgo financiero-apalancamiento financiero)

Por consiguiente si \exists CF y $K_E E$

$$\text{Si } (\Delta V/V) \Rightarrow (\Delta \text{RNE}/\text{RNE}) > (\Delta V/V) = R_g = R_e \cdot R_f$$

Bibliografía.

Borrell, M. y R. Crespi (1993), cap. 1

Fernández, A.I. y M. García Olalla (1992), cap.6

Suárez Suárez A.S. (2003), cap.9, 10 y 20.

Prácticas Tema 9

1.- La Sociedad "X" presenta las siguientes características:

Activo.....	10.000 u.m.
Resultado operativo.....	1.500 u.m.
Tipo de interés de la deuda.....	10 %
Tipo impositivo.....	35 %

y desea decantarse por una de las dos estructuras financieras siguientes:

- (a) No apalancada.
- (b) Niveles idénticos de deuda y capital propio.

Se pide:

- 1.1. Obtener la ecuación de apalancamiento financiero y las coordenadas del punto de indiferencia (valores de $r = \text{ROA} = \text{Rentabilidad económica}$ y $\rho = \text{ROE} = \text{Rentabilidad financiera}$, para los cuales es indiferente el endeudamiento)
- 1.2. Calcular para cada una de las dos estructuras financieras mencionadas los ratios: ROA y ROE.
- 1.3. Emita un juicio de valor sobre la conveniencia o no del endeudamiento.

2.- La firma "X" presenta los siguientes elementos en su cuenta provisional de resultados de explotación:

COSTES		INGRESOS	
Costes variables.....	20	Ventas.....	75
Costes fijos.....	20		
Total	<u>40</u>		<u>75</u>

Sabiendo que el tipo de interés de la deuda es del 10%, que la tasa impositiva es del 35%, y que la citada empresa desea decidirse entre dos estructuras financieras (A= Activo total; P= Capitales propios; E= Endeudamiento)

- (a) A= 100; P= 20; E= 80.
- (b) A= 100; P= 100; E= 0.

Se pide:

- 2.1. En base al criterio de mayor rentabilidad sobre los capitales propios, ¿cuál será la estructura financiera elegida?
- 2.2. Determinése el valor umbral de $r = \text{ROA} = \text{rentabilidad económica}$, a partir del cual el efecto palanca opera positivamente.

2.3. Partiendo de la estructura financiera elegida en el primer apartado, suponga que todas las previsiones se cumplieran, a excepción de la cifra de ventas, que podría variar entre 65 y 75 u.m. Cuantifique, en esa situación, la magnitud máxima del riesgo económico, financiero y global de la empresa. (Nota: se supone que costes variables / ventas = constante)

3.- La empresa *Alfa*, que presenta las siguientes características:

A = 1200
 $K_E = 12\%$
 $\tau = 35\%$
 BAIT = 192

debe decidir entre dos posibles estructuras financieras:

I) $e = 0$; $E = 0$ y $P = 1200$

II) $e = 5/7$; $E = 500$ y $P = 700$.

Se pide:

3.1. Calcular para las dos posibles estructuras financieras la ROA y la ROE.

3.2. Indicar si es positivo para la empresa el incremento del nivel de apalancamiento financiero (es decir, el paso de la estructura financiera I a la estructura financiera II) ¿Por qué?

3.3. Señalar cuáles serían las coordenadas del punto de indiferencia de la empresa *Alfa*.

4.- De la empresa *Beta*, se dispone de la siguiente información:

Ventas.....250 u.m.
 Costes Fijos operativos.....50 u.m.
 Costes Variables operativos.....40 u.m.
 Deuda (E).....400 u.m.
 Recursos Propios (P).....300 u.m.
 Coste de la Deuda (K_E).....12%.
 Tipo impositivo (τ).....35%.

Se pide:

Suponiendo que las ventas y los costes variables operativos aumentaran un 20%, calcular el riesgo económico, el riesgo financiero y el riesgo global de *Beta*.

5.- La empresa XYZ presenta la siguiente cuenta de resultados:

Ventas.....	200.000
C.F.Operativos.....	25.000
C.V.Operativos.....	75.000
B.A.I.T.....	100.000
Intereses.....	30.000
B.A.T.....	70.000
Impuestos ($\tau=35\%$).....	24.500
R.N.E.....	45.500

y la siguiente estructura de pasivo:

Capital Propio.....	200.000
Valor nominal acciones.....	400
Nº acciones.....	500
Endeudamiento.....	300.000

Se pide:

5.1.- Calcular el riesgo económico, el riesgo financiero y el riesgo global de la citada empresa. Si $\Delta V/V=10\%$, ¿cuál sería $\Delta BAIT/BAIT$ y $\Delta RNE/RNE$?

5.2.- Calcular la rentabilidad económica (ROA) y la rentabilidad financiera (ROE) de XYZ. Señale cuáles serían las coordenadas del punto de indiferencia (aquél en el cual el endeudamiento tendría un efecto nulo sobre "Q") y si en la situación actual el apalancamiento es positivo o negativo para la empresa.

Tema 10: El coste de los recursos propios

Los recursos propios en una empresa engloban:

- Aportaciones de los accionistas
- Autofinanciación de la empresa
 - Por enriquecimiento (beneficios retenidos)
 - Por mantenimiento (amortizaciones, provisiones y provisiones)

10.1. El coste de las acciones ordinarias

(a) Concepto

- Al igual que en el caso de los beneficios retenidos, las acciones ordinarias no tienen un coste explícito, sino *implícito* que está vinculado con el *coste de oportunidad* en el que incurren los titulares de las mismas al no destinar esos fondos a recursos alternativos.
- En consecuencia, el coste de las acciones ordinarias vendrá determinado por la *rentabilidad mínima* que exigen los accionistas en compensación por los fondos aportados a la empresa.
- Si $R_{EMPRESA} > R_{MÍNIMA}$; mantendrán su inversión en la empresa.
- Si $R_{EMPRESA} \leq R_{MÍNIMA}$; venderán sus acciones.
- Es importante no olvidar que la rentabilidad de su inversión en la empresa es una variable sujeta a incertidumbre que dependerá de los dividendos y de las plusvalías como consecuencia de la revalorización de los títulos.

(b) Modelos para su determinación

- **Modelos positivos** (indican el coste que partiendo de unos determinados supuestos corresponde a las acciones según el precio de mercado de las mismas)

10.1.1. Modelo de Shapiro

10.1.2. Modelo de Gordon

Los dos modelos llegan al mismo resultado aunque parten de hipótesis diferentes, por ello al modelo resultante habitualmente se le denomina “Modelo Gordon-Shapiro”.

- **Modelos normativos** (indican el coste que los accionistas *deberían* exigir en función del riesgo asociado a la acción)

10.1.3. Modelo CAPM

10.1.1. Modelo de Shapiro

1) Hipótesis en las que se basa

- El Precio de mercado de una acción es igual a la suma del valor actual de los dividendos que se espera que la misma genere en el futuro, excluido el dividendo en el momento de su valoración (precio ex-dividendo)
- Se supone que la acción generará dividendos de forma perpetua en el futuro.
- Se asume que los dividendos crecen a una tasa anual constante denominada “g”

2) Desarrollo del modelo

- En base a las hipótesis anteriores, el precio de mercado de la acción (excluido el dividendo en el momento de su valoración) será igual a la suma del valor actual de los dividendos esperados de forma perpetua en el futuro.

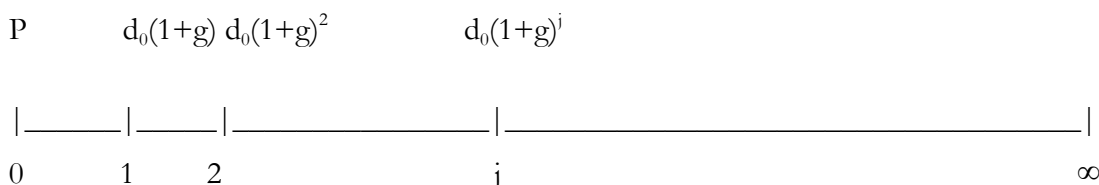
g = tasa de crecimiento de los dividendos.

d_0 = dividendo en $t = 0$

d_1 = dividendo en $t = 1 = d_0(1+g)$

d_2 = dividendo en $t = 2 = d_1(1+g) = d_0(1+g)^2$

k_p = tasa de descuento que se utiliza para calcular el valor actual de los dividendos, expresa la rentabilidad mínima exigida por los accionistas a su inversión (dicho de otro modo, el coste de oportunidad ofrecido por inversiones alternativas)



$$P = d_1(1+k_p)^{-1} + d_2(1+k_p)^{-2} + d_3(1+k_p)^{-3} + \dots$$

$$P = d_0((1+g)/(1+k_p)) + d_0((1+g)/(1+k_p))^2 + d_0((1+g)/(1+k_p))^3 + \dots$$

$$P = d_0 [((1+g)/(1+k_p)) + ((1+g)/(1+k_p))^2 + ((1+g)/(1+k_p))^3 + \dots]$$

La anterior expresión corresponde a la suma de una progresión geométrica de infinitos términos, que crece a una razón: $((1+g)/(1+k_p))$

El resultado de esa suma será $= [(1+g)/(k_p - g)]$

Por consiguiente, sustituyendo en la expresión del precio ex – dividendo, obtendremos:

$$P = d_0 [(1+g)/(k_p - g)] = d_1/(k_p - g) \rightarrow \boxed{k_p = d_1/P + g}$$

Este será el coste de las acciones ordinarias según el modelo de Shapiro (la rentabilidad mínima exigida por los accionistas)

10.1.2. Modelo de Gordon

1) Hipótesis en las que se basa

- El precio de mercado de la acción es igual a la suma del valor actual de los dividendos que se espera que la misma genere en el futuro, excluido el dividendo en el momento de la valoración (precio ex-dividendo).
- Se supone que la acción genera dividendos de forma perpetua en el futuro.
- La empresa no recurre al endeudamiento para su financiación ($e = 0$), únicamente se financia vía fondos propios.
- En concreto, la única fuente de financiación de las nuevas inversiones son los beneficios retenidos.
- Los nuevos proyectos de inversión (financiados con beneficios retenidos) generan una rentabilidad anual constante e igual a “R”.
- La empresa mantiene una política de reparto de dividendos constante en el tiempo. De ese modo, en cada período del total de beneficios (B) se destina:
 - δB..... al pago de dividendos
 - (1-δ)B..... a beneficios retenidos → se destinarán a la financiación de nuevas inversiones $0 \leq \delta \leq 1$
- De las hipótesis anteriores se desprende que la tasa de crecimiento de los dividendos (g) será función de:
 - a) (1- δ): proporción de beneficios retenidos (determinará la capacidad de financiación de nuevas inversiones).
 - b) R : la rentabilidad de las nuevas inversiones
- En concreto:
 $g = g(\delta, R) = R(1 - \delta) \rightarrow$ esta expresión muestra la rentabilidad obtenida de los recursos que se destinan a la financiación de nuevos proyectos.
De ese modo, dado que $\delta = \text{cte}$ y $R = \text{cte}$; entonces $g = \text{cte}$ (modelo Shapiro)

2) Desarrollo del modelo.

Partiendo de las anteriores hipótesis se demuestra:

$$d_j = d_1 [1 + R(1 - \delta)]^{j-1} = \delta B_1 [1 + R(1 - \delta)]^{j-1}$$

De ese modo,

$$P = d_1 + d_1[1+R(1-\delta)] + d_1[1+R(1-\delta)]^2 + \dots$$



Por consiguiente,

$$P = d_1(1+k_p)^{-1} + d_2(1+k_p)^{-2} + d_3(1+k_p)^{-3} + \dots$$

$$P = d_1(1+k_p)^{-1} [1 + ((1+R(1-\delta))/(1+k_p)) + ((1+R(1-\delta))/(1+k_p))^2 + \dots]$$

Por lo tanto, estamos ante una suma de una progresión geométrica de infinitos términos y razón igual a:

$$((1+R(1-\delta))/(1+k_p))$$

Fácilmente puede demostrarse que esta suma será igual a $[(1+k_p)/(k_p - R(1-\delta))]$

De ese modo,

$$P = d_1(1+k_p)^{-1} [(1+k_p)/(k_p - R(1-\delta))] = d_1/(k_p - R(1-\delta)) = d_0(1+R(1-\delta))/(k_p - R(1-\delta))$$

Si consideramos $g = R(1-\delta)$ estamos ante los mismos resultados que en el modelo de Shapiro:

$$k_p = d_1/p + g$$

Los dos modelos llegan a la misma conclusión, ambos consideran $g = cte$; pero a diferencia de Shapiro, Gordon especifica a qué equivaldrá la tasa de crecimiento de los dividendos.

Por ello, dado que formalmente el coste de las acciones propias es el mismo en uno u otro modelo, habitualmente a esta manera de cálculo del coste de las acciones se le denomina: “Modelo Gordon-Shapiro”

10.1.3. Modelo de CAPM

1) Hipótesis en las que se basa

- La tasa de rentabilidad asociada a una inversión en acciones es una variable que no se conoce a priori.
- El motivo radica en que se comporta como una variable aleatoria y como tal queda definida por un:

1) valor esperado \rightarrow rentabilidad esperada.

2) una varianza \rightarrow volatilidad o riesgo asociado a esa rentabilidad.

De ese modo, si denominamos

R_i = Posibles valores que puede presentar la rentabilidad, $i = 1, \dots, n$

$P(R_i)$ = Probabilidad asociada a cada valor R_i

Podemos definir la *rentabilidad esperada*: $E(R) = \sum_{i=1}^n R_i P(R_i)$ y la *varianza*: $\sigma^2(R) = \sum_{i=1}^n [R_i - E(R)]^2 P(R_i)$

- Es un modelo normativo de determinación del coste de las acciones que señala que éste *debería* reflejar la rentabilidad esperada mínima que *deberían* exigir los accionistas a su inversión, la cual *debería* ser función del riesgo asociado a cada inversión.
- En consecuencia se define:

$$K_p = E(R) = R_0 + \text{prima de riesgo}$$

$$R_0 = \text{tipo de interés que reportan los activos libres de riesgo (habitualmente se asocia a la rentabilidad de títulos emitidos por el Tesoro Público)}$$

$$\text{Prima de riesgo} = \text{remuneración adicional que debería exigirse a una acción en función de su riesgo (volatilidad presentada por sus rendimientos que dependerá del riesgo económico y financiero de la empresa)}$$

2) Desarrollo del modelo.

- El modelo CAPM (“Capital Pricing Asset Model”) utiliza un parámetro denominado β = Beta para medir el riesgo asociado a cada acción y, en consecuencia, la prima de riesgo que deberá añadirse a R_0 para obtener la rentabilidad esperada mínima que debería corresponder a cada acción.
- β = Beta \rightarrow mide la sensibilidad de la rentabilidad de una acción, en relación a las variaciones de la rentabilidad general del mercado. Por consiguiente, es una medida del riesgo “relativo” de una determinada acción, al medir la volatilidad de la rentabilidad de cada acción, en relación a la volatilidad del conjunto de acciones que conforman el mercado.
- Así pues, para calcular la β de cada acción denominaremos:

$$S = 1, \dots, n \quad n = \text{n}^\circ \text{ de acciones que cotizan en el mercado}$$

$$\beta_s = \text{Beta de la acción “S”}$$

$$M = \text{Cartera del mercado} \rightarrow \text{compuesta por todas las acciones (n) que cotizan en el mismo.}$$

$$X_s = \text{proporción de la acción “s” en M} \rightarrow \sum_{s=1}^n X_s = 1$$

$$E(R_s) = \text{Rentabilidad esperada de la acción “S”}$$

$$R_M = \text{Rentabilidad de la cartera del mercado (normalmente se utiliza un índice bursátil que represente al mismo)}$$

$$E(R_M) = \text{Rentabilidad esperada de la cartera del mercado} = \sum_{s=1}^n X_s E(R_s)$$
- De ese modo, se denomina

$$\beta_s = [\text{cov}(R_s, R_M)] / \sigma^2(R_M)$$

Dado que $\text{cov} (R_s, R_M) = \rho_{S,M} \sigma_S \sigma_M$, en último término β_s dependerá del grado de correlación existente entre la rentabilidad de la acción y la rentabilidad del mercado.

▪ En concreto:

- 1) Si $\beta_s > 1 \rightarrow \text{cov} (R_s, R_M) > \sigma^2 (R_M)$, la volatilidad de la acción “S” es superior a la volatilidad general del mercado.
- 2) Si $\beta_s < 1 \rightarrow \text{cov} (R_s, R_M) < \sigma^2 (R_M)$, la volatilidad de la acción “S” es inferior a la volatilidad general del mercado.
- 3) Si $\beta_s = 1 \rightarrow \text{cov} (R_s, R_M) = \sigma^2 (R_M)$, la volatilidad de la acción “S” es igual a la volatilidad general del mercado.

▪ De ese modo, se define:

$$K_p(S) = E(R_s) = R_0 + \text{prima de riesgo (f}(\beta_s)) = R_0 + \lambda \beta_s$$

▪ La obtención del parámetro λ es muy sencilla, partiendo de la base que el modelo CAPM considera que la cartera del mercado presenta el mismo comportamiento que un título individual. Así pues,

$$E(R_M) = R_0 + \lambda \beta_M = R_0 + \lambda \quad \beta_M = [\text{cov} (R_M, R_M)] / \sigma^2 (R_M) = 1$$

$$\lambda = E(R_M) - R_0$$

▪ Bajo estas condiciones, finalmente podemos expresar el coste de las acciones propias como:

$$\boxed{K_p(S) = E(R_s) = R_0 + [E(R_M) - R_0] \beta_s}$$

▪ En definitiva, el modelo CAPM calcula el coste de las acciones sin tener en consideración el precio de mercado de las mismas, ni los dividendos que se espera que éstas generen en el futuro. Contrariamente, a partir del modelo CAPM se obtiene un coste del capital (tasa de descuento) que teóricamente debería ser el utilizado para actualizar el valor de los dividendos de las acciones, ya que para su obtención se ha tenido en consideración el riesgo asociado a la acción.

▪ A partir del coste del capital obtenido a través del modelo CAPM es posible evaluar si el precio de mercado de una acción está sobrevalorado o infravalorado, comparándolo con el que se obtendría en caso de actualizar los dividendos esperados en el futuro precisamente con el coste del capital indicado por el propio modelo CAPM.

EJEMPLO:

En los últimos años, la empresa "Blanco, S.A." ha experimentado un crecimiento medio de los dividendos del 8% anual y se cree que dicho crecimiento continuará a lo largo del tiempo. Además, se sabe:

- a) El dividendo actual (d_0) es de 100 u.m. por acción.
- b) La beta de la sociedad se estima que es igual a 2.
- c) La diferencia entre la rentabilidad esperada anual de la cartera del mercado y la de los títulos de renta fija libres de riesgo es del 6%.
- d) La tasa de interés de los títulos de renta fija libres de riesgo es del 10%.
- e) Las acciones de la empresa "Blanco, S.A." tienen un precio de mercado actual igual a 1.200.

Se pide:

2.1. Calcular el coste de la acción de la empresa "Blanco, S.A." según el modelo de Gordon-Shapiro y el de CAPM.

2.2. ¿Cree usted que la acción está sobrevalorada o infravalorada?. Razone su respuesta.

2.1.**Gordon-Shapiro:**

$$k_p = (d_1/p) + g = [(100 \cdot 1,08)/1200] + 0,08 = 0,17 \Rightarrow \boxed{17\%}$$

CAPM

$$k_p = R_0 + [E(R_M) - R_0] \beta_s = 10\% + 2 \cdot (6\%) = \boxed{22\%}$$

2.2.

Precio de las acciones según k_p obtenido con el modelo CAPM.

$$P = d_1 / (k_p - g) = 108 / (0,22 - 0,08) = \boxed{771,42 < 1200}$$

En consecuencia, según el modelo CAPM, el coste de las acciones debería ser del 22% en lugar del 17% y el precio de mercado de las mismas (1.200) estaría sobrevalorado.

10.1.4. Mercados de emisión y negociación de acciones: Mercados bursátiles.

10.1.4.1. Funciones y características generales.

- Permiten el trasvase de fondos desde ahorradores hacia inversores, ya que de forma genérica los que ahorran (economías domésticas), no son los mismos que los que invierten (empresas).
- Por consiguiente, los mercados bursátiles contribuyen a la eficiencia del sistema económico al evitar el desajuste (y el despilfarro) de recursos al enlazar el ahorro y la inversión.
- Existe, pues, un acuerdo, más o menos generalizado, en señalar que una función esencial de todo mercado organizado consiste en garantizar una eficaz asignación de los recursos financieros. Es decir, el mercado bursátil debe proporcionar al sistema económico los recursos que éste precisa, apropiados no sólo en volumen o cuantía, sino también en naturaleza, plazos y costes.
- Funciones que cumplen:
 - Posibilitan el contacto entre ahorradores e inversores.
 - Especifican el mecanismo de determinación de precios.
 - Suministran pautas para dotar de liquidez a los activos.
 - Minimizan los plazos para la concreción de las transacciones.
 - Reducen los costes de intermediación y mediación entre la formalización y la liquidación de los contratos.
 - Dado que son mercados organizados funcionan de acuerdo a unos procedimientos estipulados y garantizados, además de estar sujetos a la supervisión de las autoridades propias y de otros organismos oficiales.
 - Su función “principal” es la de actuar como mercados secundarios, en los que se negocian títulos previamente emitidos. De ese modo, su operatividad dependerá de su grado de liquidez. A mayor contratación (liquidez), mayor posibilidad por parte de las empresas de emitir títulos con el fin de captar fondos.
 - Su función guarda cierto parecido con la de un “barómetro” del grado general de la economía, ya que no indica “la temperatura” económica en un momento determinado, sino la “presión” a la que está sometida la situación que atraviesa la economía.

- Finalmente, debido al hecho de que las principales empresas cotizan en bolsa, la evolución de los índices bursátiles será un buen reflejo de la confianza que los agentes económicos otorgan al conjunto de la actividad productiva.

10.1.4.2. Variables que definen un mercado bursátil.

- *Amplitud*: depende de la cantidad de activos diferentes que se negocien en los mismos.
- *Transparencia*: hace referencia a la posibilidad de disponer de información con rapidez y a bajo precio.
- *Libertad*: depende de la facilidad de acceso al mismo.
- *Profundidad*: está relacionada con el número de transacciones que se efectúan en el mismo.
- *Flexibilidad*: depende de la capacidad de reacción ante cambios inesperados de los precios.
- *Capitalización*: hace referencia al valor de mercado de todos los títulos admitidos a cotización en un determinado mercado bursátil = nº títulos emitidos * precio de mercado de cada título. La variable *capitalización* también se utiliza de forma individual para los títulos de una empresa. De ese modo:

Capitalización (valor mercado) de los títulos de una empresa = nº acciones emitidas * precio mercado acción

- *Liquidez*: hace referencia a la velocidad de rotación (transmisión de títulos de unos inversores a otros) de los activos en un determinado mercado bursátil.

Habitualmente se utiliza el siguiente ratio de liquidez:

Ratio liquidez = Contratación/ Capitalización =

Valor de mercado títulos contratados/Valor de mercado títulos admitidos a cotización.

Cuanto mayor sea el valor del anterior ratio, mayor será la velocidad de rotación de los títulos existentes y, en consecuencia, mayor será la liquidez del mercado.

10.1.4.3. Construcción de índices bursátiles

- Los índices bursátiles realizan la función de indicadores de la evolución conjunta de los precios de los diferentes títulos que son negociados en un determinado mercado.
- Para la construcción de los índices bursátiles debe seguirse los siguientes pasos:
 - Determinación de la muestra de títulos a utilizar. Habitualmente el criterio utilizado es el de escoger aquellos títulos con mayor peso relativo en el mercado en términos de contratación y de capitalización. En definitiva, en términos de

liquidez. Habitualmente no se incluyen un número de títulos muy elevado (entre 30 y 500 en los principales mercados)

- Determinación del procedimiento que se utilizará para promediar. El método más utilizado es el de la media ponderada.
- Determinación de la ponderación asignada a cada título en el caso de que el procedimiento para promediar sea el de la media ponderada. Uno de los métodos más utilizados de ponderación (así ocurre en el Ibex-35) es el de la capitalización del título en relación a la capitalización bursátil. En consecuencia, las ponderaciones, aunque las variaciones sean pequeñas, cambian día a día.
- En el caso del selectivo de los principales valores de la bolsa española, el Ibex-35, se realiza una revisión de los títulos que lo integran con una frecuencia semestral.

10.1.4.4. Principales ratios bursátiles

- Estos ratios sirven para comparar magnitudes contables con magnitudes bursátiles
 - BPA = Beneficio por acción = RNE/nº acciones
 - PER = “Price earnings ratio” (mide el nº de veces que el precio de la acción contiene el BPA; habitualmente se utiliza para medir el grado de infra/sobre valoración de una acción. De modo que a menor PER, menor sobrevaloración)
= Precio acción /BPA
 - TCB = Tasa de capitalización de los beneficios = BPA/ Precio acción =
1 / PER
 - TRD = Tasa de rentabilidad sobre dividendos = Dividendos por acción/
precio por acción.

10.2. Coste de los beneficios retenidos

- El coste de los beneficios retenidos al igual que el coste de las acciones es un coste “implícito” no explícito, que refleja la rentabilidad mínima exigida a la inversión para que ésta sea mantenida.
- Si denominamos k_R = coste de los beneficios retenidos, observaremos que, en la práctica, sucede que $k_R \approx k_P$, ya que en ambos casos representara la rentabilidad “mínima” exigida por el accionista.

- No obstante, existen algunos factores que conducen a que $k_R < k_P$. El motivo radica, en el hecho de que en el caso de los beneficios retenidos es la empresa y no el accionista quien “invierte” los recursos y eso será fuente de ahorro, entre otros, por dos motivos:
 1. *Fiscalidad*: Los accionistas deberán incluir en su impuesto sobre la renta los beneficios percibidos en forma de dividendos. Contrariamente, si la empresa retiene los beneficios y no reparte dividendos (reinvirtiendo los recursos en su lugar), el accionista no deberá pagar impuestos por esos beneficios.
 2. *Comisiones y costes de transacción*: Son aquellos costes que debería asumir el accionista si fuera él mismo, quien reinvirtiera directamente los dividendos. Estos costes serán un ahorro para el accionista si es la empresa quien realiza la tarea de reinversión de los citados dividendos, que no ha repartido.

10.3. La política de amortizaciones como fuente de financiación.

- *Las amortizaciones* juntamente con la retención de beneficios constituyen la llamada “autofinanciación” o “financiación interna” de la empresa.
- Se trata, en efecto, de unos recursos financieros que afluyen a la empresa desde ella misma, a diferencia de los restantes recursos financieros que provienen del exterior, tales como créditos a corto, medio o largo plazo, la obtención de capital a través de la emisión de acciones, etc..., que constituyen la denominada “financiación externa” de la empresa.
- De ese modo, las amortizaciones junto con las provisiones, las provisiones y los beneficios retenidos integran la denominada “autofinanciación” de la empresa.
- En concreto, mientras que a la retención de beneficios se la denomina “autofinanciación por enriquecimiento”, a las amortizaciones se las denomina “autofinanciación por mantenimiento”.

Bibliografía.

Borrell, M. y R. Crespi (1993), cap. 2

Fernández, A.I. y M. García Olalla (1992), cap.9

Analistas Financieros Internacionales (1997), cap.5.

Ontiveros y otros (1993), cap.11

Suárez, A.S. (2003), cap.21 a 23.

Bibliografía complementaria.

Banco de España (2001)“La integración de los mercados de renta variable europeos: desarrollos recientes”. *Boletín Económico*, Octubre.

Prácticas Tema 10

1.- Para la sociedad "X", que cotiza en bolsa, un analista financiero decide estimar el coste de las acciones a partir del modelo de Gordon-Shapiro. Para ello, sabe que el PER actual de las acciones es de 100, que la proporción de beneficios que esta empresa reparte en concepto de dividendos es constante e igual a $\delta = 0,6$ y que el BPA de los últimos cuatro años ha sido el que se indica en la tabla adjunta

<u>Año</u>	<u>Beneficio por acción (u.m.)</u>
-4	10
-3	10.16
-2	12.5
-1	14.16
0	17.5

2.- En los últimos años, la empresa "Blanco, S.A." ha experimentado un crecimiento medio de los dividendos del 8% anual y se cree que dicho crecimiento continuará a lo largo del tiempo. Además, se sabe:

- El dividendo actual (d_0) es de 100 u.m. por acción.
- La beta de la sociedad se estima que es igual a 2.
- La diferencia entre la rentabilidad esperada anual de la cartera del mercado y la de los títulos de renta fija libres de riesgo es del 6%.
- La tasa de interés de los títulos de renta fija libres de riesgo es del 10%.
- Las acciones de la empresa "Blanco, S.A." tienen un precio de mercado actual igual a 1.200.

Se pide:

2.1. Calcular el coste de la acción de la empresa "Blanco, S.A." según el modelo de Gordon-Shapiro y el de CAPM.

2.2. ¿Cree usted que la acción está sobrevalorada o infravalorada?. Razone su respuesta.

3.- La empresa "Growth" paga en la actualidad un dividendo de 160 pesetas anuales por acción. Este dividendo se espera que aumente a una tasa anual del 15% acumulativo durante 2 años y después un 5% a perpetuidad. **Se pide:**

3.1. ¿Cuál podría ser la valoración de cada acción si la tasa de rentabilidad mínima requerida por los accionistas se sitúa en el 9% anual?.

3.2. ¿El hecho de que la tasa anual de crecimiento de los dividendos varíe con el tiempo, es consistente con las hipótesis del modelo de Gordon-Shapiro?

4.- De la Sociedad "A" disponemos de la siguiente información:

- (a) Precio de mercado de las acciones: 1.000 u.m.
- (b) Dividendo anual: 200 u.m. Se sabe, además, que la empresa lleva cinco años con esta política y que no existe ninguna señal que indique un cambio de esta magnitud.
- (c) Fuentes de financiación:

Deuda a corto plazo (13% interés)	25%
Deuda a largo plazo (15% interés)	20%
Capital social	30%
Reservas.....	25%
Total.....	100%

Se pide:

4.1. Estimar el coste de las acciones ordinarias según el modelo de Gordon-Shapiro.

4.2. Sabiendo que el coste de oportunidad asociado a las Reservas es del 10% y que los intereses son fiscalmente deducibles en un 35%, calcular el coste medio ponderado del capital después de impuestos.

5.- La empresa XYZ presenta la siguiente cuenta de resultados:

Ventas.....	200.000
C.F. Operativos.....	25.000
C.V. Operativos.....	75.000
B.A.I.T.....	100.000
Intereses.....	70.000
Impuestos ($\tau=35\%$).....	30.000
B.A.T.....	24.500
R.N.E.....	45.500

y la siguiente estructura de pasivo:

Capital Propio.....	200.000
Valor nominal acciones.....	400
Nº acciones.....	500
Endeudamiento.....	300.000

adicionalmente se conoce la siguiente información:

- (a) El PER actual de las acciones de la empresa XYZ es de 15.
- (b) La proporción de los beneficios que la citada empresa reparte en concepto de dividendos es constante e igual a $\delta=0,75$.
- (c) La tasa anual de crecimiento de los mismos se supone constante e igual a $g=3\%$.

- (d) La rentabilidad de los bonos del Tesoro es del 8%.
- (e) La rentabilidad esperada de la cartera del mercado es del 10%.
- (f) La Beta de la empresa XYZ es igual a 0,73.

Se pide:

5.1.- Calcular el coste de las acciones de esta empresa según el modelo CAPM y según el modelo de Shapiro.

- 5.1.1. A partir del valor de $\beta_{XYZ}=0,73$. ¿qué podría decir de la volatilidad de las acciones de XYZ en relación a la volatilidad media del mercado?.
- 5.1.2. El hecho de que el valor del ratio de apalancamiento de dicha empresa sea $e=1,5$, ¿es consistente con las hipótesis del modelo de Gordon para la determinación del coste de las acciones?.
- 5.1.3. ¿Cuál debería ser el precio de mercado de las acciones de XYZ si la tasa de rentabilidad exigida por los accionistas fuera la obtenida a partir del modelo CAPM?. En base al anterior resultado, ¿estarían las acciones de XYZ sobrevaloradas o infravaloradas?.

5.2.- Calcular el coste medio ponderado del capital de XYZ, después de impuestos, utilizando para las acciones, el coste obtenido a partir del modelo de Shapiro.

6.- La cuota de mercado de la empresa X ha pasado en los últimos cuatro años del 20% al 40%, utilizando una política de autofinanciamiento. De la empresa X, disponemos, además, de la siguiente información:

- a) El precio de mercado actual de sus acciones es de 1.250 u.m.
- b) La rentabilidad de los nuevos proyectos de inversión ha venido presentando, en los últimos años, un comportamiento estable, y ha alcanzado, en promedio, valores próximos al 22%.
- c) Los datos correspondientes a los dividendos por acción, que la empresa X ha repartido en los últimos cuatro años, son los que se presentan en la tabla:

<u>Año</u>	<u>Dividendo</u>
-3.....	15
-2.....	18
-1.....	20
0.....	23

Se pide:

6.1.- Suponiendo que se cumplen las hipótesis implícitas en los modelos de Shapiro y de Gordon, estimar el coste, en el momento actual, de las acciones ordinarias, utilizando, para ello, los citados modelos.

6.2.- Bajo los supuestos del apartado anterior, indicar cuál sería la proporción anual que, sobre sus beneficios, la empresa X reparte en forma de dividendos.

7.- De la sociedad Y , disponemos de los siguientes datos:

- a) La tasa de crecimiento anual de sus dividendos: $g = 15\%$.
- b) El dividendo actual: $d_0 = 50$ u.m.
- c) El precio de mercado actual de sus acciones: $P_0 = 2.500$ u.m.
- d) La Beta de sus acciones: $\beta = 0,94$.

Adicionalmente, se conoce la siguiente información:

- a) Rentabilidad de los Bonos del Tesoro (libres de riesgo): $R_0 = 9\%$.
- b) Rentabilidad esperada de la cartera del mercado: $E(R_M) = 18\%$.

Se pide:

7.1.- Calcular el coste implícito de las acciones de la sociedad Y , utilizando:

- 7.1.1.- El modelo CAPM
- 7.1.2.- El modelo Gordon-Shapiro.

7.2.- Comentar los resultados.

Tema 11: El coste de los recursos ajenos a corto plazo

11.1. Diferencias relevantes entre la financiación vía recursos propios o vía endeudamiento.

- Además de los recursos financieros propios (ya sean internos, como la autofinanciación, o externos, como el capital propio), la empresa necesita hacer uso de los recursos externos o deudas. Por ello, es importante destacar algunas de las diferencias relevantes entre la financiación vía recursos propios o vía endeudamiento.
 - Para el inversor (suministrador de fondos) la financiación de la empresa vía deuda no implica derecho alguno sobre la propiedad de la empresa.
 - A diferencia de los dividendos, el pago en concepto de intereses se considera un coste para la empresa y, como tal, es deducible fiscalmente.
 - La deuda pendiente de amortizar constituye un pasivo para la empresa. En consecuencia, si la empresa no tiene capacidad de devolverla, los acreedores pueden actuar legalmente. Por ello, a diferencia de lo que ocurre con la financiación vía recursos propios, a la financiación vía deuda van asociados unos costes denominados “costes de quiebra” (aquellos en los que, en caso extremo, deberá hacer frente la empresa si no fuera capaz de devolver la deuda contraída y los acreedores actuaran legalmente)
- Las deudas se pueden clasificar atendiendo a diferentes puntos de vista. Así pues, según su vencimiento, podemos hablar de créditos a largo, a medio y a corto plazo. En general, se conviene que un préstamo o crédito es a largo plazo cuando su vencimiento es superior a los cinco años, a medio plazo cuando su vencimiento se halla comprendido entre los dieciocho meses y los cinco años, y a corto plazo cuando su vencimiento es inferior al año y medio.

11.2. El coste de la financiación externa a corto plazo.

- La empresa necesita hacer uso del crédito a corto plazo para mantener el equilibrio de tesorería, esto es, para asegurar la correspondencia entre los flujos monetarios de entrada y los de salida.
- Se trata de créditos que se obtienen para financiar operaciones concretas de producción, venta, etc., que pertenecen al ciclo de explotación o ciclo “dinero-mercancías-dinero”, y que son, por tanto, a corto plazo.

- Estos créditos se caracterizan por su especialización o finalidad concreta, lo que les diferencia de los créditos a largo plazo, que se basan en la rentabilidad esperada de las inversiones previstas.
- La financiación a corto plazo que las empresas utilizan más frecuentemente son.
 - Crédito de proveedores.
 - Descuento de efectos.
 - Préstamos bancarios.
 - Póliza de crédito.
 - Pagarés de empresa.
 - Factoring.

11.2.1. Crédito de Proveedores.

- El crédito concedido a la empresa por sus proveedores para el pago de las mercancías recibidas constituye la forma de crédito más utilizada en el mundo económico moderno, ya que, por lo general, las empresas no pagan al contado los distintos “inputs” que utilizan.
- En este contexto, el adeudamiento en cuenta es la forma de crédito más corriente y dado su carácter automático se denomina “fuente espontánea de financiación”.
- Por lo general no requiere previa negociación, y su gratuidad (si suponemos que el proveedor no efectúa descuentos por pronto pago) hace que sea uno de los tipos de crédito a corto plazo más utilizados.
- A estas ventajas hay que añadir otra no menos importante, y es su adaptabilidad casi perfecta a los aumentos y disminuciones accidentales del capital circulante, ya que tales variaciones suelen llevar aparejadas otras de igual sentido en las adquisiciones de recursos y, por tanto, en los créditos concedidos por los proveedores.

11.2.2. Descuento de efectos.

- Una de las maneras de instrumentarse el crédito comercial es a través de efectos o letras que por ser susceptibles de ser descontados y por las ventajas jurídicas que proporcionan, en caso de litigio, suele ser la preferida por el proveedor.
- Por ello, otra posibilidad de financiación a corto plazo que el empresario puede utilizar, si cuenta en su poder con efectos comerciales girados contra sus clientes que aún no han llegado a su vencimiento, es llevar dichos efectos a un banco para que se los descuenta, es decir, para que le anticipe al día de hoy aquel dinero que su cliente se ha comprometido a pagarle en el futuro.

- En general, si llamamos:

N = nominal de la letra o descuento comercial.

t = días que faltan hasta el vencimiento

i = tipo de descuento (se tratará de un tipo de interés simple) aplicado por el banco expresado en tanto por uno anual.

En el momento presente, el efectivo que recibirá el solicitante del descuento, que en su día vendió mercancías a crédito a un cliente por un importe N será (no tenemos en cuenta las comisiones):

$$E = N - [(N \cdot (i/360) \cdot t)]$$

Por lo que la operación de descuento se limita a un acuerdo, en virtud del cual la entidad de crédito le entrega a la empresa E unidades monetarias hoy a cambio que la misma le devuelva N u.m. dentro de “t” días.

11.2.3. Préstamos bancarios.

- El crédito comercial junto con el descuento de efectos pueden resultar insuficientes para hacer frente a las salidas de liquidez que origina el ciclo de explotación.
- En estos casos, la empresa puede apelar a la solicitud de un crédito bancario a corto plazo, paliando de esta manera sus dificultades de tesorería, que muchas veces son debidas a la insuficiencia del fondo de maniobra.
- Los créditos bancarios a corto plazo suelen ser concedidos para financiar operaciones concretas del ciclo de explotación, y requieren una negociación previa con la institución financiera correspondiente.
- Carecen del automatismo o espontaneidad de los créditos de proveedores. Contrariamente, la concesión de un crédito bancario y sus condiciones dependen de la solvencia de la empresa que lo solicita, y también de la posibilidad de que la operación que financian pueda generar flujos netos de caja suficientes, antes de que expire el crédito, para hacer frente al pago del mismo.
- En este tipo de créditos los bancos corren un riesgo mayor que en el descuento de efectos comerciales. Por ello, no es de extrañar que cuando se trata de empresas no demasiado solventes, el banco les exija unas garantías complementarias (a menudo el banco exige el mantenimiento de un saldo compensatorio en tesorería).

11.2.4. Póliza de crédito.

- Esta es la tercera alternativa de financiación negociada a corto plazo con que puede contar la empresa para cubrir déficits transitorios de tesorería.
- En esta fuente de financiación, una empresa contrata una póliza de crédito con un banco hasta una cierta cuantía (límite), y va haciendo uso de ese importe según lo vaya necesitando. La entidad financiera sólo le cobrará intereses por la cantidad efectivamente dispuesta.
- A primera vista, parece una alternativa poco costosa y muy flexible, ya que únicamente se pagan intereses por la cantidad utilizada. Sin embargo, tanto la comisión inicial y los gastos de formalización sobre el límite de la línea de crédito, como la comisión periódica sobre la cantidad no dispuesta, pueden invalidar esos calificativos.

11.2.5. Pagarés de empresa o pagarés financieros.

- Se trata de la emisión de activos financieros a corto plazo para obtener financiación directamente de los propios ahorradores, eludiendo, en consecuencia al sistema bancario.
- Únicamente las grandes compañías con buena reputación tienen la capacidad de captar fondos a través de esta fuente de financiación, y será precisamente la percepción que de su solvencia tengan los inversores o ahorradores uno de los elementos que determinará la mayor o menor rentabilidad (coste para la empresa) que éstos exijan por su aportación de fondos.
- Generalmente, las empresas, garantizan sus emisiones de pagarés financieros concertando una línea subsidiaria especial de crédito con el banco. Esto garantiza que la empresa tendrá a su disposición dinero para amortizar el pagaré. El riesgo de impago es, por tanto, pequeño.
- Al eliminar a los intermediarios, las grandes compañías pueden endeudarse a tipos de interés mucho más bajos que los cargados por los bancos, incluso después de tener en cuenta la comisión del agente intermediario y el coste de la línea subsidiaria de crédito.

11.2.6. Factoring.

- Finalmente, el factoring puede considerarse como una operación mediante la cual una empresa denominada “factor” presta servicios relacionados con operaciones comerciales a otra empresa denominada “cliente”, a cambio de comisiones e intereses financieros. Dichos servicios pueden ser clasificados en tres categorías:
 - *Administrativos*: son los relacionados con la administración de las operaciones de venta (análisis de la solvencia de los clientes, gestión de los derechos de cobro, etc.)

- *Financieros*: suponen el anticipo del importe de los derechos de cobro sin esperar a su vencimiento. Son servicios de características similares a las del descuento comercial con entidades bancarias, aunque sus gastos, generalmente, son superiores. Por otro lado, además de letras, suelen admitirse facturas y otros documentos que garanticen derechos de cobro. En cualquier caso, el riesgo de impago es asumido por la empresa cliente.
- *De transferencia de riesgos*: conllevan la compra-venta de los derechos de cobro, asumiendo la empresa factor los riesgos de insolvencia y las gestiones de cobro. Pueden realizarse sobre derechos ya vencidos o pendientes de vencimiento. La empresa factor deduce del valor nominal de los derechos una parte destinada a cubrir posibles riesgos de impago y, si procede, los intereses por el pago anticipado.

Bibliografía.

Brealey, R.A. y S.C. Myers (2003), cap. 32.

Pérez-Carballo, A y J. y E.Vela Sastre (1992), cap.19.

Suárez, A.S.(2003), cap.25.

Prácticas Tema 11

1.- La empresa Alpujarra, S.A. dedicada desde hace más de 90 años a la fabricación de turrónes, compra harina y almendra a sus proveedores extremeños bajo las siguientes condiciones:

- El descuento por pronto pago es del 3% , siempre que se pague en 10 días.
- El pago es neto a 30 días, y no hay recargo por incumplimiento de plazo.

Debido a sus necesidades financieras, los pagos no se efectúan hasta 40 días después del día de facturación. A lo largo de todo el año, Alpujarra, S.A. compra un total de 75 millones de u.m. en estas materias primas imprescindibles para la elaboración del turrón. Se supone un año natural de 365 días.

Se pide: ¿Cuál es el coste del crédito comercial para Alpujarra, S.A.?

- a) 30,01%
- b) 37,62%
- c) 39,71%
- d) No se puede calcular, al no saber si existe un recargo adicional al pagar en 40 días.

2.- Uno de los principales problemas de los cultivos hortofrutícolas extra-tempranos del sudeste español es la necesidad de renovación de los plásticos invernaderos cada dos campañas. Por ello, una empresa localizada en la zona industrial barcelonesa, Plastifuerte, S.A., ha diseñado un nuevo material más duradero y que proporciona, al mismo tiempo, mejoras en las cosechas. Para poder poner este nuevo plástico en el mercado, el departamento financiero de Plastifuerte, S.A., debe solicitar 420 millones de u.m. , los cuales, y según las condiciones del mercado financiero, pueden ser obtenidos en un banco a un 12% a descuento. Por otra parte, esta necesidad de financiación puede ser sufragada por los proveedores. En la fecha actual, Plastifuerte, S.A. compra bajo las siguientes condiciones: obtiene un descuento del 3% si paga en 15 días y el pago es neto a 50 días; pero la dirección de Plastifuerte, S.A., cree que puede retrasar aún más el pago a sus proveedores hasta 90 días, sin ningún recargo adicional. Se supone que el año natural es de 360 días.

Se pide: ¿Qué opción elegirá Plastifuerte, S.A., para afrontar esta nueva inversión, el préstamo o la financiación vía proveedores?

- a) El crédito comercial, pues su coste es de 1,51 puntos más barato que el del préstamo bancario.
- b) El crédito comercial, pues su coste es 3,2 puntos más barato que el del préstamo bancario.

- c) El préstamo bancario, pues su coste es 1,21 puntos más barato que el del crédito comercial.
- d) El coste de ambas opciones es el mismo.

3.- Para comprar tres vehículos todo-terreno, el propietario de la pequeña empresa de alquiler de coches Auto-Turístico, S.A., tras una intensa labor de investigación, ha conseguido una oferta del banco de Ubrique al 9% de interés nominal para 10 millones de u.m., a un año. **Se pide:**

3.1. ¿Cuál será el coste efectivo del préstamo si se trata de un préstamo a descuento?

- a.) Un punto por debajo del tipo de interés nominal.
- b.) Igual al tipo de interés nominal.
- c.) Un punto por encima del tipo de interés nominal.
- d.) Ninguna de las anteriores.

3.2. ¿Cuál será el tipo de interés efectivo aproximado si el préstamo es a plazos en 12 pagos?

- a.) 16%
- b.) 17%
- c.) 18%
- d.) Ninguna de las anteriores.

Tema 12: El coste de los recursos ajenos a largo plazo

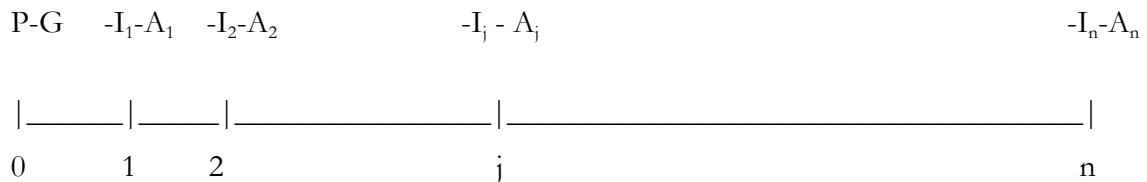
12.1. Tipos de financiación a largo plazo vía recursos ajenos y el coste de la deuda

- a) *Préstamos bancarios a medio y largo plazo.*
- b) *Emisión de empréstitos u otro tipo de títulos de renta fija:* La emisión de empréstitos son operaciones de préstamo que se caracterizan porque no hay un único prestamista, sino que existen múltiples prestamistas. Podría considerarse que la operación de préstamo ha sido subdividida en diferentes operaciones individuales, cada una de ellas con condiciones financieras similares. De ese modo, cada una de esas operaciones individuales, de características idénticas, se materializarán en títulos que recibirán el nombre de *bonos u obligaciones*.
- c) *El coste de la deuda:*
 - a. El coste de la deuda (sea cual sea su tipo) se define como el tipo de interés o tasa de descuento que iguala el valor actual de los fondos recibidos por la empresa, con el valor actual de las salidas de fondos asociadas a esa fuente de financiación.
 - b. En concreto, los flujos a considerar en la determinación del coste de la deuda son:
 - i. Entradas: Fondos recibidos por la empresa
 - ii. Salidas: Gastos iniciales; Pago de intereses (con la periodicidad que se especifique en cada caso); Amortización del principal (según la periodicidad que se especifique en el contrato y que no tiene por qué coincidir con la del pago de intereses)
 - o Dado que los pagos en concepto de intereses son deducibles fiscalmente para la empresa en su base imponible, al hablar del coste que la financiación vía deuda supone para la empresa, debe distinguirse entre:
 - k_E = Coste de la deuda antes de impuestos
 - $k_E^* = \text{Coste de la deuda después de impuestos} = k_E (1-\tau) = k_E - \tau k_E$
 - Siendo τ = tipo impositivo; τk_E = ahorro fiscal.

12.2. Préstamos bancarios a medio y largo plazo.

- En este caso, las entradas o fondos recibidos por la empresa son denominados *principal (P)*.
- En relación a las salidas, podemos distinguir entre:

- Gastos iniciales (G)
- Pago de intereses (I_1, \dots, I_n), siendo n el número de años hasta el vencimiento.
- Amortización (devolución del principal). Con la frecuencia establecida, vamos a suponer que se realiza con una periodicidad igual al pago de intereses.



- De ese modo, el coste del préstamo será la tasa de descuento que iguale el valor actual de las entradas con las salidas de fondos asociadas al mismo.

$$P = G + (I_1 + A_1)(1 + k_E)^{-1} + (I_2 + A_2)(1 + k_E)^{-2} + \dots + (I_n + A_n)(1 + k_E)^{-n}$$

k_E = coste del préstamo para la empresa antes de impuestos.

$$k^*_E = k_E (1 - \tau) = \text{coste del préstamo después de impuestos} = k_E - \tau k_E$$

De ese modo, si tenemos en cuenta el ahorro fiscal (τk_E) que supone para la empresa el hecho de que el pago en concepto de intereses sea deducible fiscalmente, el coste efectivo del préstamo para la empresa será inferior al previamente calculado.

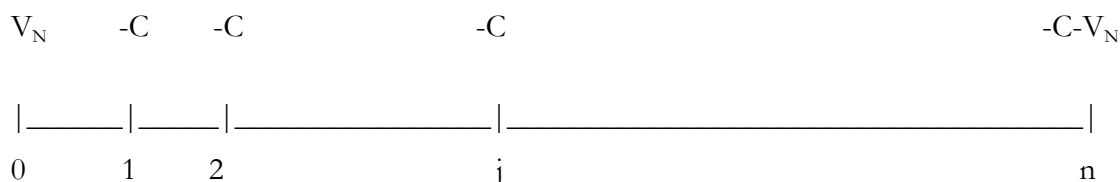
12.3. Emisión de empréstitos u otros títulos de renta fija.

12.3.1. El coste de la financiación vía obligaciones.

- En el caso en el que la empresa se financie vía emisión de obligaciones. La situación habitual será la siguiente:
 - A los fondos que la empresa ha recibido de cada prestamista (principal en el caso de un préstamo bancario) se le denomina *valor nominal* de la obligación (V_N).
 - Los intereses suelen expresarse en un % constante sobre el valor nominal de la obligación. A ese porcentaje se le denomina *cupón* (C). Existen no obstante, unas obligaciones denominadas “cupón cero” que se caracterizan porque a las mismas no van asociados pagos periódicos en forma de intereses. En ese caso,

el coste de la financiación para las empresas, o el rendimiento de su inversión para el prestamista, vendrá determinado por la diferencia entre el valor nominal de la obligación y el valor de reembolso de la misma.

- La situación habitual es que la devolución del valor nominal se efectúe al final de la operación.



De ese modo, el coste de la financiación vía emisión de obligaciones será la tasa de descuento que iguale el valor actual de las entradas con las salidas de fondos asociadas al mismo.

$$V_N = C \left[\frac{1 - (1 + k_E)^{-n}}{k_E} \right] + V_N (1 + k_E)^{-n}$$

Igual que en la financiación vía préstamos:

k_E = coste de la financiación vía emisión de obligaciones para la empresa antes de impuestos.

$$k^*_E = k_E (1 - \tau) = \text{coste de la financiación después de impuestos} = k_E - \tau k_E$$

12.3.2. Valoración de las obligaciones desde el punto de vista del emisor y del inversor.

- La tasa de descuento que iguala los fondos recibidos por la empresa con los pagos efectuados por ésta, será igual al coste de financiación (antes de impuestos) vía emisión de obligaciones, para la empresa.
- Desde el punto de vista del inversor, la citada tasa de descuento equivaldrá a la rentabilidad que obtendría en el caso de comprar la obligación en el momento de su emisión y mantener la misma hasta su vencimiento. Por ello, dado que a diferencia de lo que ocurre en la inversión en acciones, en la inversión en obligaciones existe la posibilidad de percibir un interés fijo (no vinculado a los beneficios empresariales), a este tipo de inversión se la denomina *inversión en títulos de renta fija*. Contrariamente, a la inversión en acciones, cuya rentabilidad depende de los beneficios empresariales, se la denomina *inversión en títulos de renta variable*.
- Ahora bien, en la práctica, al igual de lo que sucede en el caso de las acciones, las obligaciones también son negociadas en dos segmentos:

- *Segmento primario*: En él son emitidas por primera vez, y se produce el trasvase de fondos *desde* el inversor hacia la empresa.
- *Segmento secundario*: En él se produce la compraventa de títulos emitidos con anterioridad. Obviamente, el precio de compraventa de la obligación, no tiene por qué coincidir con el valor nominal de la misma, sino que dependerá, en cada momento de la rentabilidad mínima exigida por el inversor, la cual, a su vez, será función de los tipos de interés vigentes en cada momento en el mercado. Es decir, del coste de oportunidad de las inversiones alternativas.
 - En consecuencia, si bien *para la empresa* el coste de su financiación vía obligaciones siempre será el mismo y vendrá determinado por las condiciones establecidas en el momento de la emisión del título.
 - *Para el inversor*, la rentabilidad únicamente será fija si el inversor mantiene su inversión hasta el vencimiento. En caso contrario, es decir si compra un título en circulación o vende un título antes de su vencimiento, la rentabilidad de su inversión dependerá del precio de compraventa del título, el cual es incierto y dependerá de las fluctuaciones de los tipos de interés en los mercados financieros.

12.4.3. Mercados de emisión de obligaciones.

- El mercado primario o mercado de emisión de obligaciones es el lugar, mecanismo o sistema a través del cual las empresas venden por primera vez (y reciben a cambio financiación) los títulos.
- Es pues, aquella parte del mercado de capitales donde acuden empresas y otras unidades con déficit (el Tesoro Público, p.e.) para recabar recursos financieros a largo plazo de los ahorradores.
- En los mercados primarios, por parte de la oferta hay un único agente: el emisor de los títulos; mientras que por parte de la demanda puede haber uno, varios o muchísimos.
- No se trata de mercados organizados ya que es el emisor el que fija el precio de los activos o elige el mecanismo apropiado para ello. No obstante, la regulación establece unas condiciones o requisitos mínimos que deben cumplirse.
- La forma más sencilla de organizar el mercado de emisión, a la vez que la más barata para la empresa, es la colocación privada de la totalidad de la emisión en las carteras de

inversores institucionales. En este caso se pactan previamente todas las condiciones de la transacción.

- Sin embargo, cuando el emisor quiere colocar los títulos entre inversores individuales lo hará a través de ofertas al público en general. Estas ventas puede realizarlas la empresa directamente o contar para ello con los servicios de especialistas (“brokers” y “dealers”)
- En último término, puede apuntarse que una emisión tendrá éxito si se venden todos los títulos emitidos al precio esperado. Algunos de los factores determinantes del éxito de una emisión son los que se citan a continuación:
 - Precio de emisión
 - Volumen de la emisión
 - Publicidad adecuada
 - Elección de un momento idóneo.

12.3.4. El rating o calificación de títulos.

- 1) Definición
- 2) Títulos sometidos a este tipo de análisis.
- 3) Utilidad.
- 4) Fuentes de información de las Agencias de Rating, y factores que influyen en las Calificaciones.
- 5) Limitaciones del Rating.

1) Definición

Es un instrumento que sirve a los inversores para valorar la calidad crediticia de los emisores de títulos de renta fija. Es decir, su capacidad para pagar puntualmente los intereses y el principal, conforme a las condiciones estipuladas en cada emisión de deuda.

2) Títulos sometidos a este tipo de análisis.

Cualquier tipo de título de renta fija. Entre ellos: obligaciones, pagarés de empresa....

3) Utilidad.

Las Agencias de Rating surgen como consecuencia del desarrollo y crecimiento de los mercados de deuda, ya que éste trae consigo un progresivo alejamiento entre el prestatario (demandante de fondos) y el prestamista (proveedor de fondos). En consecuencia, aparece la

necesidad, por parte del prestamista, de obtener información acerca de la calidad crediticia del prestatario. En concreto, los Ratings o Calificaciones Crediticias:

- a) Ofrecen información al inversor acerca de la probabilidad de una eventual situación de insolvencia/quiebra, por parte del prestatario (demandante de fondos).
- b) Generan una disminución de los costes de agencia ligados a la financiación vía deuda. A este respecto, cabe recordar que este tipo de costes se resume en la mayor propensión a tomar decisiones excesivamente arriesgadas por parte de los propietarios/accionistas, cuando la empresa se financia básicamente, vía fondos ajenos, ya que, en ese caso, no arriesgan sus recursos. En ese contexto, las Agencias de Rating, al disminuir la Calificación otorgada a las empresas que actúan de ese modo (debido al mayor riesgo de insolvencia que a ese tipo de actuación va asociado), ejercen un freno ante ese tipo de comportamientos. A este respecto, es importante señalar que a mayor "Rating", menor será la remuneración mínima exigida por los inversores (coste de la deuda para la empresa), y viceversa.

4) Fuentes de información de las agencias de Rating y factores que influyen en las Calificaciones.

4.1. Fuentes de información:

- a) Entrevistas con los directivos de las empresas.
- b) Examen de los datos suministrados por la Dirección.
- c) Informaciones públicas.

En cualquier caso, es importante resaltar que el proceso de Calificación no constituye una "Auditoria" o verificación de los datos empleados. Por otro lado, por lo general, un "Rating" no se hace público sin el conocimiento del emisor, con el objeto de que éste pueda, en su caso, aportar información complementaria que pudiera afectar al resultado de la Calificación.

4.2. Factores que afectan al "Rating":

- a) Probabilidad de que se produzca un incumplimiento. En este sentido, se valora la voluntad y la capacidad del emisor para hacer frente al pago puntual del principal e intereses en los términos estipulados.

- b) Existencia, en la empresa emisora, de provisiones de garantía o seguridad. Por ejemplo, existencia de activos que actúen de garantía colateral del pago de la deuda, de tal manera que, en situaciones de impago, los acreedores puedan adquirir derechos sobre esos activos.
- c) Grado de endeudamiento/apalancamiento de la empresa (cuanto mayor sea, mayor será la probabilidad de insolvencia).
- d) Mecanismos previstos por la empresa para solucionar de forma inmediata eventuales atrasos en los pagos.
- e) Protección que la empresa tenga prevista, para el acreedor, en caso de quiebra.
- f) Factores externos (coyuntura económica general), que puedan afectar al cumplimiento con las cargas financieras de la deuda, por parte de la empresa.

5) Limitaciones del Rating.

- a) Un Rating sólo hace referencia a la calidad crediticia (solventía financiera) del emisor, y no a la evolución de los precios de mercado de los diferentes títulos. Por consiguiente, un Rating no debe contemplarse nunca como una recomendación para adquirir, vender o mantener en cartera un determinado título.
- b) Un Rating no debe interpretarse como un indicador inequívoco e invariable de la calidad crediticia del inversor. Los Ratings pueden ser objeto de revisión, en cualquier momento, si cambian cualquiera de los factores que afectan al mismo.

12.5. El leasing como alternativa al endeudamiento.

- El leasing, también denominado arrendamiento financiero, es una operación mediante la cual una empresa (cliente) interesada en la adquisición/ usufructo de un bien de inmovilizado establece un contrato con otra empresa (empresa de leasing), la cual adquiere el bien y se lo cede en usufructo a cambio del pago de unas cuotas de alquiler.
- Una vez finalizado el período de contrato, la empresa cliente puede hacer uso de la llamada “opción de compra”, alternativa que le posibilita convertirse en propietaria del bien a cambio del pago de una cantidad preestablecida.
- Para comprender el desarrollo de estas operaciones es conveniente tener en cuenta las siguientes cuestiones:
 - La empresa cliente tiene derecho al usufructo del bien, pero no se convierte en su propietaria hasta tanto no haga uso de la opción de compra.

- Se trata de una operación, normalmente, a largo plazo.
- El contrato entre ambas empresas es irrevocable, lo cual conlleva a que las cuotas comprometidas por parte de la empresa cliente constituyan deudas a las que ha de hacer frente obligatoriamente.
- La suma de las cuotas que la empresa cliente paga a la empresa de leasing comprende el precio de adquisición del bien objeto de arrendamiento así como unos intereses, con los que la empresa de leasing cubre sus costes (financieros, de gestión, etc.) y obtiene su margen comercial. Por tanto, al finalizar el contrato, la empresa cliente habrá pagado íntegramente el precio del bien y los intereses de la fuente financiera empleada.
- La empresa cliente, generalmente, considera el leasing como una operación de carácter financiero, pretendiendo con ella obtener una fuente de financiación que le posibilite acceder a la propiedad de un bien y aprovechar las ventajas que esta fuente ofrece frente a otras alternativas (deducciones fiscales, financiación por el importe total del bien, reducción de riesgos, etc.)

▪ **Ventajas del leasing, con respecto a otras fuentes de financiación:**

1. A través de un contrato de leasing, la sustitución de la compra por el alquiler, supone un importante alivio financiero para la empresa (no debe movilizar recursos cuantiosos para la adquisición de bienes de equipo)
2. El riesgo de obsolescencia, que constituye una seria amenaza para la empresa industrial moderna, es trasladado de la empresa cliente a la empresa de leasing, siempre que los términos del contrato lo permitan.
3. El canon anual por leasing es deducible en su totalidad de la base imponible del Impuesto de Sociedades (si el elemento patrimonial fuera adquirido mediante la emisión de acciones, sólo sería deducible a efectos impositivos la amortización, si la adquisición fuera financiada mediante préstamos, serían deducibles de la base imponible la amortización y los intereses)
4. La financiación mediante leasing ejerce un efecto favorable, pero engañoso, sobre los ratios financieros. Los acreedores, a la hora de decidir la concesión de créditos a la empresa, se fijan de una manera especial en la proporción que guardan entre sí las deudas y las fuentes financieras propias ($e = \text{ratio de apalancamiento} = E/P$). La financiación mediante leasing, en cuanto aumenta las cargas fijas de la empresa, incrementa el riesgo financiero de la misma. Sin embargo, en tanto que el leasing no

incrementa el volumen de deudas en el pasivo de la empresa, aumenta su solvencia financiera aparente.

5. En el caso de insolvencia de la empresa cliente, el máximo derecho de la empresa de leasing es generalmente un año de alquiler. Esto hace que la financiación mediante leasing sea más flexible que la financiación mediante deudas.

▪ **Inconvenientes del leasing frente a otras fuentes de financiación:**

1. El inconveniente más elevado del leasing es su elevado coste. Por ello, sólo resulta idónea su utilización en sectores cuya tecnología cambia rápidamente.
2. Otro inconveniente es que sólo pueden ser objeto del contrato de leasing determinados elementos patrimoniales.
3. La empresa cliente pierde el valor residual del bien, ya que éste pertenece a la empresa de leasing.

Bibliografía.

Analistas Financieros Internacionales (1997), cap.6.

Brealey, R.A. y S.C. Myers (2003), cap. 23, 24 y 26.

Ezquiaga, I. (1991), cap.7.

Mauleón, I. (1991), cap.2

Ontiveros y otros (1993), cap.13

Suárez, A.S (2003), cap.23 a 25.

Bibliografía complementaria.

Banco de España (2002) “Los mercados de renta fija europeos: grado de integración y evolución reciente”. *Boletín Económico*, Marzo.

Prácticas Tema 12

1.- Suponga que un inversor desea comprar una obligación, ya en circulación, con la esperanza de obtener una rentabilidad de su inversión. Finalmente, se decide por la compra de una obligación emitida hace diez años, de valor nominal 1.000 u.m. y a la que quedan dos años para su vencimiento. El rendimiento anual de la obligación (cupón) es del 10% sobre su valor nominal. **Se pide:**

1.1.- ¿Cuál es el precio de mercado que estará dispuesto a pagar el inversor si desea obtener una rentabilidad R de su inversión?

1.2.- Si la tasa de rentabilidad que exigiera el inversor fuera el tipo de interés del mercado, que en ese momento se sitúa en el 12%, ¿cuál sería el precio de mercado de esa obligación?

1.3.- Bajo los supuestos del apartado 1.2., ¿cree usted que el coste de financiación para la empresa sería del 12%?. ¿Por qué?

1.4.- Si el tipo de interés del mercado disminuyera hasta el 8%, ¿cómo variaría el precio de mercado de la obligación?

1.5.- Explique cuál es la relación entre el precio de mercado y el valor nominal de la obligación en función de la relación existente entre el tipo de interés del cupón y el tipo de interés del mercado.

2.- Un inversor ha adquirido obligaciones del Tesoro por valor nominal de 100 millones de pesetas, que tienen un cupón del 10%, pagadero anualmente por períodos vencidos, y con vencimiento dentro de cinco años. **Se pide:**

2.1.- Suponiendo que la rentabilidad, para el inversor, de estas obligaciones fuera del 10%, indicar el importe que el citado inversor habría pagado por las mismas.

2.2.- ¿Cuál sería el valor de mercado de las obligaciones suponiendo que los tipos de interés del mercado:

(a) Subieran un punto.

(b) Bajaran un punto.

2.3.- ¿Cuál sería el coste de financiación para el Tesoro, bajo los supuestos del apartado 2.2.?

3.- La Corporación *Sagunto* tiene una emisión de bonos pendiente, cuyo vencimiento debería producirse dentro de cinco años. El valor nominal del bono es de 10.000 u.m. y pagan un cupón anual del 6%. Si las condiciones del mercado justificaran la exigencia, por parte de los inversores de un tipo de interés del 12%, ¿cuál sería el valor de mercado actual del bono?

Tema 13: El coste del capital y factores que inciden en la estructura de capital

13.1. El coste del capital de la empresa como media ponderada del coste de las diferentes fuentes de financiación utilizadas.

- La empresa para la financiación de los activos necesarios para llevar a cabo sus decisiones de inversión, requiere de la utilización de distintas fuentes de financiación (recursos financieros) cada una de las cuales tendrá un coste determinado (explícito o implícito)
- De ese modo, el coste del capital de la empresa se determinará a partir de la media aritmética ponderada del coste de los diferentes recursos financieros, utilizando como ponderaciones las proporciones que esos recursos suponen en relación al pasivo total de la empresa.
- Por consiguiente en la determinación del coste del capital global de la empresa intervienen dos elementos:
 - El coste de cada una de las fuentes de financiación utilizadas por la empresa (K_j con $j= 1, \dots, n$)
 - La proporción que, sobre el total de recursos de financiación, representa cada una de las fuentes utilizadas ($\Pi_j = (F_j / \sum_{j=1}^n F_j)$)
 - De ese modo,
$$K = \text{Coste medio ponderado del capital} = \sum_{j=1}^n \Pi_j K_j$$

13.2. Interrelación entre financiación e inversión empresarial.

- El coste del capital calculado como la media ponderada del coste de los diferentes recursos financieros utilizados por la empresa se convierte en el nexo que interrelaciona las decisiones de inversión y de financiación en la empresa.
- De hecho, dado que sobre el concepto de coste del capital inciden los conceptos de riesgo económico y financiero, el coste del capital se convierte en una especie de *bisagra* que enlaza ambos aspectos y, por ello, también las decisiones de inversión y de financiación.
- Así pues, el cálculo del coste del capital tiene gran relevancia para la empresa por un doble motivo:

13.2.1. Utilización del coste del capital en la evaluación de proyectos de inversión.

- En primer lugar, el coste del capital es el umbral mínimo de rentabilidad, la tasa de rendimiento mínimo que deben generar los proyectos de inversión para contribuir a crear riqueza para los accionistas. En este sentido, la empresa sólo podrá sobrevivir y, en su caso, crecer siempre y cuando la rentabilidad de sus inversiones supere el coste medio del capital utilizado para su financiación.
- El conocimiento del coste del capital ayuda a tomar decisiones sobre la selección de proyectos de inversión.
- De hecho, el coste del capital es un buen indicador de la rentabilidad que ofrecen alternativas de inversión comparables, y tiene en cuenta el nivel de riesgo económico y financiero de la empresa. Así pues, la rentabilidad mínima exigible a los proyectos de inversión (el coste del capital) considera:
 - En el mercado financiero existen alternativas de inversión que ofrecen una rentabilidad segura (rentabilidad de los activos libres de riesgo)
 - Sin embargo, el coste del capital añade a la anterior rentabilidad una prima, en función de los niveles de riesgo económico y financiero asociados a la inversión en títulos de la empresa.

13.2.2. Utilización del coste del capital en la determinación de la estructura de capital que maximice el valor de mercado de la empresa.

- En segundo lugar, el conocimiento del coste del capital global de la empresa servirá para la determinación de la “estructura óptima del capital”, en el sentido de que sea aquella que minimice el coste medio ponderado del capital, o lo que es lo mismo, que maximice el valor de mercado de la empresa.
- De ese modo, una vez conocido el coste de las diferentes fuentes de financiación, se puede calcular la combinación de las mismas que haga mínimo el coste del capital medio ponderado.
- El conocimiento del coste del capital ayuda, por consiguiente, a determinar cuál es la combinación de fuentes de financiación más adecuada para llevar a cabo los proyectos de inversión y a diseñar la estructura óptima de capital o composición de pasivo óptima.

13.3. La estructura del capital y sus factores determinantes.

1) Relativos a la empresa en sí misma, y al sector de actividad en el que opera.

- 1.1) Estructura del activo.
 - A mayor proporción de activo fijo en relación al activo circulante, mayor necesidad de obtener financiación de carácter más permanente (a largo plazo).
- 1.2) Características del apalancamiento.
 - Cuánto mayor sea la probabilidad de que la palanca financiera tenga efectos positivos. Es decir en la medida en que $(r - K_E) > 0$, mayor utilización cabrá esperar del endeudamiento en la financiación de la empresa.
- 1.3) Crecimiento y estabilidad de las ventas.
 - Cuánto mayores sean tanto la tasa de crecimiento de las ventas como el grado de estabilidad de dicha tasa, mayores serán los beneficios esperados por la empresa y mayor será la capacidad de obtención de financiación por parte de la misma (tanto vía endeudamiento como vía aportaciones de accionistas). Este elemento, condiciona la estructura financiera de la empresa desde un punto de vista cuantitativo no cualitativo.
- 1.4) Riesgo de insolvencia.
 - Hace referencia a la posibilidad de que la empresa pueda encontrarse en una situación en la que no sea capaz de hacer frente a las deudas contraídas. En consecuencia, cuanto mayor sea la valoración que el responsable financiero haga de ese riesgo (mayor aversión) menor será la financiación vía endeudamiento. Debe recordarse que la valoración del riesgo de insolvencia puede depender entre otros factores (1) de la tasa de crecimiento de las ventas y la estabilidad de dicha tasa, y (2) de la estructura del activo, en términos del grado de facilidad que éste presente para su conversión en líquido en un momento crítico para la empresa.
- 1.5) Características sectoriales.
 - La pertenencia a uno u otro sector de actividad condicionará la estructura de activo de la empresa y, consecuentemente, también su estructura financiera tal y como ha sido señalado en el punto 1.1.

2) Relativos a las actitudes de los agentes económicos.

2.1) Aversión frente al riesgo.

- A mayor grado de aversión al riesgo (tanto por parte de propietarios como de gestores de la empresa), mayor prudencia revestirán sus actuaciones. Este hecho se reflejará en una menor propensión, en general, al incremento de las diferentes fuentes de financiación (tanto vía deuda como vía ampliaciones de capital). Debe señalarse, no obstante, que un comportamiento de este tipo es insostenible, de forma sistemática, en una empresa con una dimensión mediana o grande.

2.2) Actitud de los gestores ante una posible pérdida de control.

- En las empresas actuales, a partir de una determinada dimensión, suele existir una separación entre la figura del propietario y la del gestor. Como consecuencia de esa situación, el gestor puede intentar protegerse del riesgo de pérdida del control de la empresa, favoreciendo la financiación vía deuda frente a la financiación vía ampliaciones de capital. Los elementos negativos de una actitud de este estilo se traducen en un incremento de los costes de insolvencia y de quiebra.

2.3) Actitud de los suministradores de capital ante las características de la empresa y del sector.

- La percepción que los potenciales prestamistas o accionistas tengan sobre la situación de la empresa y del sector en la que ésta opera tendrá una influencia decisiva en su grado de inversión en la misma y, en consecuencia, condicionará su estructura de capital. Con relación a este punto, cabe señalar que la información que los inversores tienen sobre la empresa la obtienen básicamente, a través de tres canales: (1) estados económico-financieros que, por ley, las empresas están obligadas a presentar, (2) grado de utilización de las vías publicitarias por parte de la empresa para aumentar su atractivo, y (3) calificación otorgada a la empresa por las agencias especializadas en “rating” o calificación de títulos de renta fija (a mejor “rating”, mayor solvencia financiera se presupone a la empresa y menor el riesgo asociado a la inversión en la misma, en consecuencia, menor será la rentabilidad requerida por los inversores o suministradores de fondos)

3) Relativos a los intereses de propietarios y gestores.

3.1) Política de dividendos

- Una política de distribución de dividendos caracterizada por el reparto de una cuantía constante a lo largo del tiempo, proporciona al mercado una señal de estabilidad en las actuaciones de la empresa y en la rentabilidad de sus inversiones. En consecuencia, favorece la atracción de futuros inversores en la empresa. No debe olvidarse, en todo caso, que una política de dividendos como la apuntada puede verse comprometida cuando coexiste con elevadas tasas de apalancamiento (mayores serán las cargas financieras a las que deberá hacer frente la empresa antes del reparto de dividendos). Este hecho refleja que no sólo la política de dividendos condiciona la estructura financiera de la empresa, sino que la propia estructura financiera, también condicionará la política de dividendos (tema 6 del programa)

3.2) Costes de Agencia.

- Se denominan costes de agencia a aquellos que aparecen cuando la figura del propietario difiere de la del gestor y existe una divergencia de intereses entre ambos (en líneas generales, el principal objetivo del accionista será la maximización del valor de mercado de sus acciones, mientras que el objetivo primordial del gestor podría ser la obtención de unos determinados ingresos y el mantenimiento del control de la empresa). En estas circunstancias, los costes de agencia se concretan en los incentivos que los propietarios deben conceder a los gestores para lograr una mayor coincidencia entre los objetivos de ambos o, en caso extremo, en los costes asociados con el control que los propietarios deberán efectuar sobre la actuación de los gestores. De ese modo, cuánto mayores sean los costes de agencia de una empresa (reflejarán divergencias importantes entre los intereses de propietarios y gestores), mayor será la propensión que presentará el gestor a aumentar la financiación vía endeudamiento, con el fin de escapar del control de los propietarios.

4) Relativos a la coyuntura económica general.

- Finalmente, es importante recordar que el margen de maniobra del que disponen los distintos agentes que intervienen en la toma de decisiones acerca de la estructura financiera de la empresa (propietarios/accionistas, prestamistas, gestores....) variará en función de que la coyuntura económica sea favorable al sector, en general, y a la empresa, en particular. Consecuentemente, la propia coyuntura económica, afectará, en última instancia, a la definición de la estructura financiera de la empresa.

13.4. Influencia del ratio de apalancamiento financiero sobre el valor de la empresa y su coste de capital.

- Elementos *positivos* de un aumento del ratio de endeudamiento de la empresa:
 - A diferencia de lo que sucede en la financiación vía recursos propios, los intereses de la deuda son deducibles fiscalmente.
 - Adicionalmente, es susceptible de generar un efecto apalancamiento positivo sobre la rentabilidad percibida por los accionistas.
- Elementos *negativos* de un aumento del ratio de endeudamiento de la empresa:
 - El grado de exigibilidad en la financiación vía deuda es muy elevado.
 - Incrementa el riesgo financiero (volatilidad de los beneficios) en la empresa.
 - Incrementa el coste de quiebra.
- En este contexto, una de las funciones primordiales del *responsable financiero* de la empresa es la determinación de aquella estructura financiera (combinación de deuda y recursos propios) representada por el ratio de endeudamiento ($e = E/P$) que *minimice el coste medio ponderado del capital y maximice el valor de mercado de la empresa*.

13.5. Características comunes a las principales teorías sobre la determinación de la estructura óptima del capital (incluido el modelo de Modigliani-Miller). Modelo básico de determinación del valor de mercado de una empresa

- Suponen que la financiación a largo plazo de la empresa se produce únicamente vía deuda y acciones (se hace referencia a los mismos como recursos propios). En consecuencia, se supone que todos los beneficios después de impuestos son repartidos a los accionistas y que la empresa no utiliza beneficios retenidos en su financiación.
- Parten de la hipótesis de que la estructura óptima del capital es aquella que maximiza el valor de mercado de la empresa considerado como suma del valor de mercado de los

diferentes recursos utilizados por la empresa. Es decir, el valor de mercado de los recursos propios (V_p) y el valor de mercado de la deuda (V_E).

- Suponen que los beneficios generados por la empresa son constantes y se obtienen de forma perpetua en el tiempo. En consecuencia, si no tenemos en consideración los impuestos, el BAIT (beneficio de explotación) se repartirá entre la remuneración destinada a los prestamistas (I) y la remuneración correspondiente a los accionistas ($BAIT - I = BAT = \text{dividendos}$).
- Como consecuencia del supuesto anterior: $V_E = I/K_E$ y $V_p = BAT/K_p$
 $V = V_E + V_p = I/K_E + BAT/K_p = BAIT/K$
 $K = K_p * V_p/V + K_E * V_E/V$

Elementos de discrepancia entre las diferentes teorías sobre la determinación de la estructura óptima del capital:

- Difieren en el efecto que las diferentes estructuras del capital (combinaciones de recursos propios y deuda) tienen sobre el coste de cada una de las fuentes de financiación ($K_p = \text{coste de los recursos propios}$, y $K_E = \text{coste de la deuda}$), sobre el coste del capital conjunto de la empresa (K) y, en consecuencia, sobre su valor de mercado ($V = BAIT/K$)

Bibliografía.

Borrell, M. y R. Crespi (1993), cap. 2 y 3

Brealey, R.A. y S.C. Myers (2003), cap.19.

Fernández, A.I. y M. García Olalla (1992), cap.6 y 9

Suárez, A.S. (2003), cap.36 y 39.

Prácticas Tema 13

1.- La Sociedad Anónima de Embutidos Cantimpalos está considerando tres proyectos de inversión, cuyos costes y rendimientos internos se exponen a continuación:

Inversión	Coste de la Inversión	Rendimiento interno
Aldeacorvo	165.000.000	16%
Barbacana	200.000.000	13%
Canalejas	125.000.000	12%

El plan de la empresa es financiar las inversiones mediante 60% de recursos propios y 40% de recursos ajenos. El coste de los recursos ajenos (después de impuestos) es de 7% para los primeros 120 millones de u.m. A partir de esa cantidad, el coste será de 11%. El rendimiento exigido por los accionistas es de 19%, pero si hay que emitir nuevas acciones el coste será de 22%. Téngase en cuenta que ya existen reservas disponibles para su inversión por un total de 180 millones de u.m. Con estos datos, **se pide:**

- 1.1. Constrúyase la curva del coste ponderado del capital.
- 1.2. Determinése qué proyectos deben aceptarse, y dibújese un solo gráfico que refleje las inversiones (con sus rendimientos) y los costes ponderados del capital.

2.- La empresa Adrada tiene la siguiente estructura financiera, que desea conservar en el futuro:

- Acciones ordinarias.....2.500 millones de u.m.
- Acciones preferentes.....500 millones de u.m.
- Recursos ajenos.....2.000 millones de u.m.

El coste de los nuevos recursos ajenos antes de impuestos será del 12% para los primeros 120 millones; a partir de esa cantidad el coste se elevará al 15%. Las acciones preferentes tienen un nominal de 100.000 u.m. cada una, pero se venden en Bolsa a 95.000 u.m. y reciben un dividendo del 14% sobre el nominal. La emisión de nuevas acciones preferentes exigiría afrontar costes de emisión y otros descuentos por valor de 8% de la actual cotización en Bolsa. En el caso de que la emisión superase los 50 millones, los costes de emisión subirían al 11%. Ya hay recursos propios disponibles en forma de reservas por valor de 150 millones de u.m. Se puede emitir acciones ordinarias nuevas a la actual cotización en Bolsa de 30.000 u.m. por acción, pero se incurriría en unos costes de emisión de 3.000 u.m. por acción. Los propósitos del consejo de administración consisten en pagar un dividendo de 2.500 u.m. que se irá incrementando en lo sucesivo a razón de un 9% anual. La empresa paga 34% de impuestos.

Por otro lado, Adrada tiene en perspectiva cuatro inversiones, cuyos costes y tipos de interés interno aparecen en la siguiente tabla:

Inversión	Coste de la Inversión	Rendimiento interno
Alcudia	200.000.000	18%
Baracaldo	125.000.000	16%
Cestona	150.000.000	12%
Dueñas	275.000.000	10%

Se pide: Dibújese el gráfico que refleje tanto el coste ponderado de capital como los rendimientos de las posibles inversiones, para determinar qué inversiones deben llevarse a cabo.

Tema 14: Teoría de la estructura óptima del capital: Modelo de Modigliani-Miller

14.1. Hipótesis del Modelo básico de Modigliani-Miller sobre la determinación de la estructura óptima de capital en la empresa (1958).

- 1) Los mercados de capitales son perfectos. No existe ineficiencia en la labor de los diferentes agentes que intervienen en el mercado (responsables financieros de las empresas e inversores individuales).
- 2) Los inversores individuales y las empresas pueden endeudarse al mismo tipo de interés (K_E), sin riesgo ni limitación alguna.
- 3) El coste de la deuda (K_D) es independiente del grado de endeudamiento de la empresa (riesgo financiero) y, además, la corriente de rendimientos que perciben los acreedores se considera segura, por parte de los mismos (es decir, no existen costes de insolvencia).
- 4) Los inversores tienen expectativas homogéneas sobre beneficios y riesgo. Es decir, no hay asimetría en la información: todos tienen acceso a la misma información, sin coste alguno.
- 5) No existen costes de agencia.
- 6) No existen impuestos.
- 7) No existen costes de transacción.
- 8) Los flujos de renta generados por la explotación se consideran constantes y perpetuos. Adicionalmente, se considera que los beneficios, después de intereses, son repartidos de forma íntegra a los accionistas.
- 9) Las empresas se agrupan en diferentes categorías, cada una de ellas con un riesgo equivalente. De ese modo, cada categoría incluye todas las empresas cuya actividad implica un mismo nivel de riesgo económico y a las cuales les corresponderá un mismo coste del capital.
- 10) Las empresas sólo emiten dos tipos de títulos: deuda a una tasa libre de riesgo y acciones.

14.2. Propositiones acerca de la irrelevancia de la estructura del capital sobre el valor de mercado de la empresa.

- PROPOSICIÓN I:
 - En mercados de capitales perfectos, el valor de mercado de una empresa es independiente de su estructura de capital y se obtiene actualizando los beneficios que se espera que la empresa genere en el futuro, a una tasa de descuento igual para todas las empresas con el mismo nivel de riesgo económico ($V = \text{BAIT}/K$).
 - En consecuencia, si dos empresas pertenecen a la misma categoría de “riesgo económico” les corresponderá el mismo coste del capital (K). De ese modo, si adicionalmente generan el mismo BAIT, en el equilibrio deberán presentar el mismo valor de mercado. Contrariamente, será posible obtener beneficios mediante la realización de operaciones de arbitraje, las cuales no cesarán hasta que el mercado sea reconducido a su nivel de equilibrio.

- PROPOSICIÓN II
 - La tasa de descuento exigida por los accionistas es una función lineal de su grado de endeudamiento:
$$K_p = K + (K - K_E) f \quad f = (V_E/V_P)$$
 - El motivo radica en que tanto K como K_E son independientes de f (nivel de endeudamiento), por consiguiente $(K - K_E)$ será constante.

- PROPOSICIÓN III
 - Es consecuencia de P-I y de P-II y postula que dadas las decisiones de inversión de la empresa, a los suministradores de capital (accionistas o acreedores) les es indiferente la forma como la empresa se financie, puesto que no afecta a su riqueza.
 - Por consiguiente, existe una perfecta separación entre las decisiones de inversión y las de financiación en la empresa.

12.3. Análisis del modelo de Modigliani-Miller.

Vamos a estudiar el funcionamiento del modelo de Modigliani-Miller (1958) a través de un ejemplo:

Suponga dos empresas M y N con las siguientes características:

- a) Pertenecen a la misma categoría de riesgo económico y sus expectativas de generación de beneficios de explotación (BAIT) son idénticas e igual a 4.0000.000 u.m.
- b) Presentan distinta estructura financiera: $f_N = V_E/V_P = 7.5$ y $f_M = 0$. De ese modo, la empresa M no está endeudada mientras que la empresa N sí presenta endeudamiento en su estructura de capital ($V_E(N) = 30.000.000$ u.m. y $K_E = 10\%$)
- c) Ambas empresas tienen distinto coste de capital y valor de mercado. Para la empresa M: $K = 20\%$ y $V = 20.000.000$. Por su parte, para la empresa N: $K = 11,765\%$ y $V = 34.000.000$.

Se pide:

- 1) Indicar para cada empresa el valor de: BAIT, I, BAT; K_E , K_P , V_E , V_P , f , K , y V .
- 2) Analizar si es posible la obtención de beneficios realizando operaciones de arbitraje a través de la venta de acciones de N (empresa endeudada) y la compra de acciones de M (empresa no endeudada). En concreto, suponga un inversor "X" que posea el 2% de las acciones de N y que realizase la operación anterior, al tiempo que mantuviese el mismo nivel de riesgo financiero que en la situación inicial.
- 3) Suponga ahora que la realización de las operaciones de arbitraje detalladas en el apartado anterior conducen a una disminución de $V_P(N)$ hasta 2.500.000 u.m., y a un aumento de $V_P(M)$ hasta 32.500.000 u.m., mientras que el valor y el coste de la deuda de ambas empresas se mantiene idéntico que en la situación inicial:
 - 3.1. Indique cuál sería ahora, para cada empresa el valor de: BAIT, I, BAT, K_E , K_P , V_E , V_P , f , K , y V .
 - 3.2. Bajo las condiciones del presente apartado, ¿se encuentran M y N en una situación de equilibrio? ¿Por qué? En caso afirmativo, demuestre que ahora no es posible la obtención de beneficios a través de la realización de operaciones de arbitraje.

Situación I (desequilibrio)

	M (no endeudada)	N(endeudada)
BAIT	4.000.000	4.000.000
I	0	$I = k_E V_E = 0,1 \cdot 3.000.000 = \mathbf{3.000.000}$
BAT	4.000.000	$BAT = BAIT - I =$ $4.000.000 - 3.000.000 = \mathbf{1.000.000}$
K_E	10%	10%
K_p	$K_p = K + (K - K_E) \cdot f =$ $K = \mathbf{20\%} = BAIT/V_p =$ 20%	$K_p = 0,11765 + (0,11765 - 0,10) \cdot 7,5 = \mathbf{25\%} =$ $BAT/V_p = \mathbf{25\%}$
V_E	$V_E = I/K_E = \mathbf{0}$	$V_E = I/K_E = 3.000.000/0,1 = \mathbf{30.000.000}$
V_p	$V_p = BAT/K_p =$ $4.000.000/0,2 =$ 20.000.000	$V_p = BAT/K_p = 1.000.000/0,25 = \mathbf{4.000.000}$
f	$V_E/V_p = \mathbf{0}$	$V_E/V_p = 30.000.000/4.000.000 = \mathbf{7,5}$
V	$V = V_E + V_p =$ 20.000.000 = $BAIT/K$ $= 4.000.000/0,2 =$ 20.000.000	$V = V_E + V_p = 30.000.000 + 4.000.000$ $= \mathbf{34.000.000} = BAIT/K = 4.000.000/0,11765 =$ 34.000.000
K	$K = K_p$ $(V_E/V) + K_p(V_p/V) =$ $K_p = \mathbf{20\%}$	$K = K_E(V_E/V) + K_p(V_p/V) = 0,1$ $(30.000.000/34.000.000) + 0,25(4.000.000/34.000.000) = \mathbf{11,765\%}$

Situación I (desequilibrio)

- Dado que $V(M) < V(N)$
 - Es posible la obtención de beneficios a través de la realización de operaciones de arbitraje, consistentes en la venta de acciones de N y la compra de acciones de M.
 - Estas operaciones cesaran cuando el mercado alcance la situación de equilibrio:
 $V(M) = V(N)$ y $K(M) = K(N)$
- Vamos a demostrarlo comparando los potenciales beneficios de un inversor "X" que contara con el 2% de las acciones de N (empresa endeudada) en las dos alternativas siguientes:
 - a) Manteniendo las acciones de "N"
 - b) Vendiendo las acciones de "N" y comprando acciones de "M" (manteniendo el mismo nivel de riesgo financiero que en la situación inicial)
- Resultados de ambas alternativas:
 - **Alternativa (a) (mantenimiento de las acciones de "N")**
 - Ingresos anuales de "X" = 0,02. BAT = 0,02. 1000000 = $\boxed{20.000}$
 - Rentabilidad sobre los fondos propios =
(Ingresos anuales generados por N) / (Valor de los fondos propios invertidos en N) =
 $[20000 / (0,02 \cdot V_p)] \cdot 100 = [20000 / (0,02 \cdot 4000000)] \cdot 100 = 0,25 \cdot 100 = \boxed{25\% = K_p}$
 - **Alternativa (b) (operación de arbitraje)**
 - Ingresos por la venta de las acciones de "N" = 0,02. $V_p = \boxed{80.000}$
 - Mantenimiento del mismo nivel de riesgo financiero que en la situación inicial
 $f = V_E / V_p = \boxed{7,5}$
 - Para ello "X" se endeudará en los mercados financieros a un tipo de interés del 10% en una proporción de 7,5 sobre sus fondos propios:
 $V_E(X) = 7,5 \cdot 80000 = 600.000 \rightarrow I = 0,10 \cdot 600000 = \boxed{60.000}$
 - En consecuencia, el importe total de su inversión en "M" será:
 $80000 + 600000 = \boxed{680.000}$
 - Su inversión en "M" representará el siguiente porcentaje sobre los fondos propios de "M": $\alpha = [680000 / V_p(M)] \cdot 100 = \boxed{3,4\%}$
 - Ingresos anuales de sus acciones en "M" = 0,034. BAT = 0,034. 4000000 = $\boxed{136.000}$
 - Ingresos netos anuales del arbitraje: $136.000 - I = 136.000 - 60.000 = \boxed{76.000 > 20.000}$
 - Rentabilidad sobre los fondos propios = $(76.000 / 80.000) \cdot 100 = \boxed{95\% > 25\%}$
 - **En consecuencia, manteniendo el mismo nivel de riesgo financiero obtiene superior rentabilidad con la operación de arbitraje.**

Situación II (equilibrio)

	M (no endeudada)	N(endeudada)
BAIT	4.000.000	4.000.000
I	0	$I = k_E V_E = 0,1 \cdot 3.000.000 = \mathbf{3.000.000}$
BAT	4.000.000	$BAT = BAIT - I = 4.000.000 - 3.000.000 = \mathbf{1.000.000}$
K_E	10%	10%
K_P	$K_P = K + (K - K_E) \cdot f = K = BAT/V_P = 4.000.000/32.500.000 = \mathbf{12,31\%}$	$K_P = K + (K - K_E) \cdot f = BAT/V_P = 1.000.000/2.500.000 = \mathbf{40\%}$
V_E	$V_E = I/K_E = \mathbf{0}$	$V_E = I/K_E = 3.000.000/0,1 = \mathbf{30.000.000}$
V_P	$V_P = BAT/K_P = 4.000.000/0,1231 = \mathbf{32.500.000}$	$V_P = BAT/K_P = 1.000.000/0,4 = \mathbf{2.500.000}$
f	$V_E/V_P = \mathbf{0}$	$V_E/V_P = 30.000.000/2.500.000 = \mathbf{12}$
V	$V = V_E + V_P = \mathbf{32.500.000} = BAIT/K = 4.000.000/0,1231 = \mathbf{32.500.000}$	$V = V_E + V_P = 30.000.000 + 2.500.000 = \mathbf{32.500.000} = BAIT/K = 4.000.000/0,1231 = \mathbf{32.500.000}$
K	$K = K_E (V_E/V) + K_P (V_P/V) = K_P = \mathbf{12,31\%}$	$K = K_E (V_E/V) + K_P (V_P/V) = 0,1 (30.000.000/32.500.000) + 0,4 (2.500.000/32.500.000) = \mathbf{12,31\%}$

Situación II (equilibrio)

- Las operaciones de arbitraje (venta de “N” y compra de “M”) han propiciado:
 - $V(M) = V(N)$ y $K(M) = K(N)$
 - En esta situación *no es posible la obtención de beneficios* a través de la realización de operaciones de arbitraje, consistentes en la venta de acciones de N y la compra de acciones de M.
- Vamos a demostrarlo comparando los potenciales beneficios de un inversor “X” que contara con el 2% de las acciones de N (empresa endeudada) en las dos alternativas siguientes:
 - a) Manteniendo las acciones de “N”
 - b) Vendiendo las acciones de “N” y comprando acciones de “M” (manteniendo el mismo nivel de riesgo financiero que en la situación inicial)
- Resultados de ambas alternativas:
 - **Alternativa (a) (mantenimiento de las acciones de “N”)**
 - Ingresos anuales de “X” = $0,02 \cdot \text{BAT} = 0,02 \cdot 1000000 = 20.000$
 - Rentabilidad sobre los fondos propios =
(Ingresos anuales generados por N) / (Valor de los fondos propios invertidos en N) =
 $20000 / (0,02 \cdot V_P) \cdot 100 = 20000 / (0,02 \cdot 2500000) \cdot 100 = 0,4 \cdot 100 = 40\% = K_p$
 - **Alternativa (b) (operación de arbitraje)**
 - Ingresos por la venta de las acciones de “N” = $0,02 \cdot V_P = 50.000$
 - Mantenimiento del mismo nivel de riesgo financiero que en la situación inicial
 $f = V_E / V_P = 12$
 - Para ello “X” se endeudará en los mercados financieros a un tipo de interés del 10% en una proporción de 12 sobre sus fondos propios:
 $V_E(X) = 12 \cdot 50000 = 600.000 \rightarrow I = 0,10 \cdot 600000 = 60.000$
 - En consecuencia, el importe total de su inversión en “M” será:
 $50000 + 600000 = 650.000$
 - Su inversión en “M” representará el siguiente porcentaje sobre los fondos propios de “M”:
 $\alpha = [650000 / V_P(M)] \cdot 100 = 2\%$
 - Ingresos anuales de sus acciones en “M” = $0,02 \cdot \text{BAT} = 0,02 \cdot 4000000 = 80.000$
 - Ingresos netos anuales del arbitraje: $80.000 - I = 80.000 - 60.000 = 20.000 = 20.000$
 - Rentabilidad sobre los fondos propios = $(20.000 / 50.000) \cdot 100 = 40\%$
 - **En consecuencia, manteniendo el mismo nivel de riesgo financiero en la situación de equilibrio no es posible la obtención de beneficios a través de la realización de operaciones de arbitraje.**

Del anterior ejemplo se extraen las siguientes conclusiones:

a. En el equilibrio, las dos alternativas estudiadas (mantenimiento de la inversión en una determinada empresa u operación de arbitraje) implican un paquete de acciones del mismo % sobre el valor total de las acciones de la empresa (el 2% en el ejemplo).

b. En el equilibrio, las dos empresas presentan el mismo coste del capital. El cual, además, se corresponde con la tasa de rentabilidad económica (T.R.E), relación entre el BAIT y el valor de mercado de la empresa, exigida por los inversores a las empresas con el mismo riesgo económico que M y N.

$$K(M) = K(N) = \text{BAIT}/V = \text{T.R.E}$$

c. En el equilibrio también se cumple:

$$K(M) = K(N) = \text{T.R.E} = K_p(M) = 0,1231$$

Es decir, el coste del capital de equilibrio coincide con la T.R.E. exigida a las empresas con el mismo grado de riesgo económico que “M” y “N” y con el coste de los recursos propios de la empresa no endeudada (M)

d. Por consiguiente, dado que $K_p = K + (K - K_E) \cdot f$ (esta relación se deriva del modelo básico de valoración de empresas utilizado por M-M) en el equilibrio deberá cumplirse:

$$K_p(N) = K(N) + [K(N) - K_E] \cdot f = \text{T.R.E.} + [\text{T.R.E.} - K_E] \cdot f = K_p(M) + [K_p(M) - K_E] \cdot f$$

$$K_p(N) = [a] = [b] = [c]$$

e. La primera igualdad [a] deberá cumplirse siempre, tanto si estamos en una situación de equilibrio como si no ya que se deriva del modelo básico de valoración de empresas (lo característico de la P-II de M-M, es que en el equilibrio esta función es lineal, al ser $K(N)$ y K_E independientes de f)

f. La igualdad [b] es una ecuación similar a la de apalancamiento financiero sin impuestos

$$\rho = r + (r - k_e) \cdot e$$

g. Las igualdades [b] y [c] sólo se cumplirán en el equilibrio.

h. Finalmente, vamos a comprobar que se cumplen los puntos (d a g) con los datos del ejemplo:

- *En situación de desequilibrio:*

$$K_p(N) = K(N) + [K(N) - K_E] \cdot f = K_p(M) + [K_p(M) - K_E] \cdot f$$

$$K_p(N) = \boxed{0,25} = 0,11765 + (0,11765 - 0,1) \cdot 7,5 \neq 0,2 + (0,2 - 0,1) \cdot 7,5 = \boxed{0,95}$$

Por consiguiente, la rentabilidad sobre los recursos propios para un inversor que posea acciones de “N” será diferente si mantiene su inversión en “N” o si efectúa operaciones de arbitraje. Esta es pues una situación de desequilibrio, ya que existe la posibilidad de obtención de beneficios a través de la realización de operaciones de arbitraje (venta de acciones de N y compra de acciones de M)

- *En situación de equilibrio:*

$$K_p(N) = K(N) + [K(N) - K_E] \cdot f = K_p(M) + [K_p(M) - K_E] \cdot f$$

$$K_p(N) = \boxed{0,4} = 0,1231 + (0,1231 - 0,1) \cdot 12 = 0,1231 + (0,1231 - 0,1) \cdot 12 = \boxed{0,4}$$

Por consiguiente, la rentabilidad sobre los recursos propios para un inversor que posea acciones de “N” es la misma si mantiene su inversión en “N” o si efectúa operaciones de arbitraje. Esta es pues una situación de equilibrio, ya que no existe la posibilidad de obtención de beneficios a través de la realización de operaciones de arbitraje.

EJEMPLOS: problemas 1 a 4.

14.4. Variantes del Modelo de Modigliani-Miller

14.4.1. Introducción de la fiscalidad (1963)

- Los primeros en introducir el efecto del impuesto sobre sociedades en la determinación de la estructura óptima del capital fueron los mismos Modigliani y Miller en un trabajo posterior a su trabajo germinal de 1958 y que fue publicado en 1963.
- En este trabajo, al incluir en el modelo los efectos del impuesto sobre sociedades, efectúan algunas correcciones de sus conclusiones anteriores acerca de la “irrelevancia” de la estructura del capital en el valor de mercado de la empresa

- En concreto, la nueva conclusión será que, bajo estas nuevas hipótesis, la estructura óptima de capital será aquella compuesta íntegramente por recursos ajenos (deuda).
- El motivo radica en el hecho de que, en presencia de impuestos, para un mismo BAIT, la empresa endeudada tributará menos (los intereses son deducibles del impuesto sobre sociedades) y, en consecuencia, el beneficio o remuneración que, globalmente, repartirá a los diferentes inversores (accionistas y acreedores) será superior.
- De ese modo, para un determinado BAIT

Sin impuestos:

	Remuneración acreedores	Remuneración accionistas	Remuneración conjunto de inversores
Empresa endeudada	I	BAT = BAIT - I	I + BAT = BAIT
Empresa no endeudada	0	BAIT - 0 = BAIT	0 + BAIT = BAIT

Con impuestos:

	Remuneración acreedores	Remuneración accionistas	Remuneración conjunto de inversores
Empresa endeudada	I	[BAT = (BAIT - I)](1-τ)	BAIT(1- τ) + I τ
Empresa no endeudada	0	BAIT(1-τ)	BAIT(1- τ)

- De ese modo (para un mismo BAIT), si denominamos:

$V(AP)$ = valor de mercado en el equilibrio de una empresa apalancada sin impuestos.

$V(NAP)$ = valor de mercado en el equilibrio de una empresa no apalancada sin impuestos.

$V^*(AP)$ = valor de mercado en el equilibrio de una empresa apalancada con impuestos.

$V^*(NAP)$ = valor de mercado en el equilibrio de una empresa no apalancada con impuestos.

Sucedirá:

$$V(AP) = V(NAP)$$

$$V(AP) > V^*(AP)$$

$$V(NAP) > V^*(NAP)$$

$$V^*(AP) > V^*(NAP)$$

De ese modo, en presencia del impuesto sobre sociedades, cuanto mayor sea el ratio de apalancamiento de la empresa, mayor será el valor de mercado de la misma.

- o En concreto M-M, demuestran que, en el equilibrio, en presencia del impuesto sobre sociedades, para dos empresas con el mismo BAIT se cumple:

$$(1) \quad \boxed{V^*(AP) = V^*(NAP) + \tau V_E(AP)} \quad \tau V_E(AP) = \text{ahorro fiscal.}$$

$$(2) \quad \boxed{K_p^*(AP) = TRE^* + (TRE^* - K_E) (1-\tau) f^*}$$

$$(3) \quad \boxed{K^*(AP) = K^*(NAP) [1 - ((V_E(AP)/V^*(AP)) \tau]}$$

Por consiguiente, en el equilibrio

Sin impuestos

$$K_p(AP) = TRE + (TRE - K_E) f$$



Prima de riesgo o remuneración adicional que se exige a los recursos propios por encima TRE.
Depende únicamente del grado de apalancamiento (f)

Con impuestos

$$K_p^*(AP) = TRE^* + (TRE^* - K_E) (1-\tau) f^*$$



Prima de riesgo o remuneración adicional que se exige a los recursos propios por encima TRE.
Depende positivamente de f^* (Δ riesgo) y negativamente de τ (Δ ahorro fiscal)

EJEMPLO: problema 6.

Suponga que una empresa obtiene un BAIT de 3.000.000 u.m. y opera en un entorno en el que el tipo impositivo es del 35%. La citada empresa puede endeudarse a un tipo de interés del 14%. Sabiendo que la Tasa de Rentabilidad Económica de las empresas que pertenecen a su misma categoría de riesgo económico es del 18%. **Se pide:**

- a) ¿Cuál sería, en los tres casos siguientes, el valor de equilibrio de la empresa, en base al Modelo Modigliani-Miller con ausencia de impuestos?:

- (a) Si no hay endeudamiento.
- (b) Si $V_E = 4.000.000$ u.m.
- (c) Si $V_E = 7.000.000$ u.m.

b) ¿Cuál sería, en los tres casos anteriores, el valor de equilibrio de la empresa, en base al Modelo Modigliani-Miller con presencia de impuestos?.

a) Sin impuestos

	(a)	(b)	(c)
BAIT	3.000.000	3.000.000	3.000.000
I	0	560.000(0,14.4000000)	980.000(0,14.7000000)
BAT	3.000.000	2.440.000= 3.000.000- 560.000	2.020.000= 3.000.000- 980.000
BAT + I (remuneración inversores)	3.000.000	3.000.000 = 2.440.000 + 560.000	3.000.000 = 2.020.000 + 980.000

En ausencia de impuestos, la remuneración que la empresa reparte al conjunto de inversores (ya sean acreedores o accionistas) es la misma en los tres casos e igual a **3.000.000**.

Por consiguiente:

$$V(a) = V(b) = V(c) = \text{BAIT}/\text{TRE} = (\text{BAT} + \text{I})/\text{TRE} = 3.000.000/0,18 = \boxed{16.666.667}$$

En ausencia de impuestos, para el mismo BAIT y riesgo económico, en el equilibrio:

$V(\text{AP}) = V(\text{NAP}) \Rightarrow$ La estructura financiera no influye en el valor de mercado de la empresa.

b) Con impuestos.

	(a)	(b)	(c)
BAIT	3.000.000	3.000.000	3.000.000
I	0	560.000(0,14.4000000)	980.000(0,14.7000000)
BAT	3.000.000	2.440.000= 3.000.000- 560.000	2.020.000= 3.000.000- 980.000
BAT(1-τ)	1.950.000 = 0,65. 3000000	1.586.000 = 0,65.2440000	1.313.000 = 0,65.2020000
BAT(1-τ) + I (remuneración inversores)	1.950.000	2.146.000 = 1.586.000 + 560.000	2.293.000 = 1.313.000+980.000

En presencia de impuestos, la remuneración que reparte la empresa al conjunto de inversores es diferente según cuál sea el grado de apalancamiento de la empresa (mayor a mayor grado de endeudamiento)

Por consiguiente:

$$(a) \boxed{V^*(\text{AP})} = [\text{BAIT}(1-\tau) + \text{I}]/\text{TRE} = 1.950.000/0,18 = \boxed{10.833.333 < V(\text{NAP}) =}$$

$$\boxed{16.666.667}$$

$$(b) \boxed{V^*(AP)} = V^*(NAP) + \tau V_E = 10.833.333 + 0,35.4000000 = \boxed{12.233.333}$$

$$(c) \boxed{V^*(AP)} = V^*(NAP) + \tau V_E = 10.833.333 + 0,35.7000000 = \boxed{13.283.333}$$

De ese modo,

$$V^*(NAP) = 10.833.333 < V^*(AP; E= 4.000.000) = 12.233.333 < V^*(AP; E= 7.000.000) = 13.283.333 \\ < V(NAP) = V(AP) = 16.666.667$$

Es decir, según el modelo M-M con impuestos, para el mismo riesgo de mercado y el mismo BAIT, el valor de mercado de la empresa será mayor cuanto mayor sea el ratio de apalancamiento y, en cualquier caso, será inferior al valor de mercado que presentaría la empresa (fuera cual fuera su estructura financiera) sin impuestos.

14.4.2. Introducción de los costes de insolvencia.

- *Insolvencia financiera* situación de dificultades financieras por parte de la empresa, para hacer frente a sus obligaciones contractuales (pago de intereses y principal de la deuda)
- *El caso extremo al anterior, sería la situación de quiebra* en la cual los acreedores pueden actuar legalmente contra la empresa si ésta incumple sus obligaciones de pago.
- Ambas posibilidades (*insolvencia y quiebra*) deberán ser previstas por el responsable financiero en la medida en que:
 - 1) La empresa mantenga deuda en su estructura de capital.
 - 2) El BAIT se comporte como una variable aleatoria.
- El motivo radica en que ambas situaciones llevan asociados una serie de *costes* para la empresa que inciden negativamente en su valor de mercado. Estos costes pueden resumirse en:
 - a) Costes administrativos, de gestión, de honorarios de abogados..., que intervienen en el proceso de suspensión de pagos o en el caso extremo, en el de quiebra.
 - b) Pérdidas resultantes de la liquidación o, en su caso, de la reorganización de la empresa.
 - c) Deterioro de la imagen de la empresa. Pérdida de confianza de proveedores y clientes.
 - d) Costes asociados a determinadas decisiones que toman los administradores-propietarios cuando existe una alta probabilidad de quiebra (pueden pensar que los

beneficios de las inversiones terminarán en manos de los acreedores), que se traducen en una baja tasa de reinversión de los beneficios y una mayor tendencia a la aceptación de proyectos más arriesgados.

▪ En consecuencia, la inclusión de los costes de insolvencia/quiebra en el modelo M-M, modifica las conclusiones del mismo de la siguiente forma:

- Si Δf (ratio de endeudamiento)

→ efecto positivo: ahorro fiscal $\Rightarrow \nabla k \Rightarrow \Delta V$

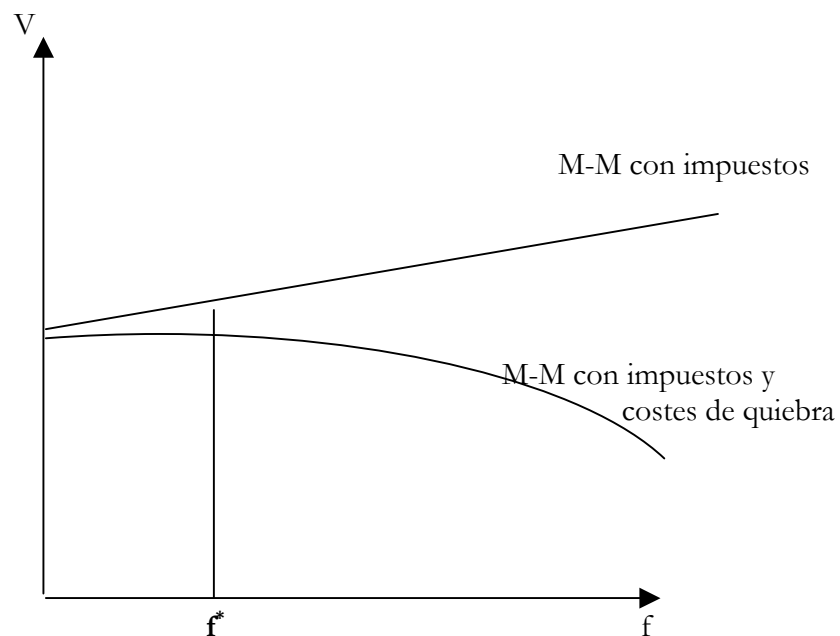
→ efecto negativo: Δ probabilidad insolvencia/quiebra $\Rightarrow \Delta k \Rightarrow \nabla V$

- Por consiguiente, existe un “trade-off” entre el efecto positivo de los impuestos y el efecto negativo de los costes de quiebra sobre el valor de mercado de la empresa, a medida que aumenta el nivel de endeudamiento. La conclusión será que *el nivel de endeudamiento óptimo será muy inferior al que cabría esperar desde el punto de vista del ahorro fiscal, ya que existen otros factores que actúan en sentido contrario.*

$$V^*(AP) = V^*(NAP) + \tau V_E(AP) - V_I(AP)$$

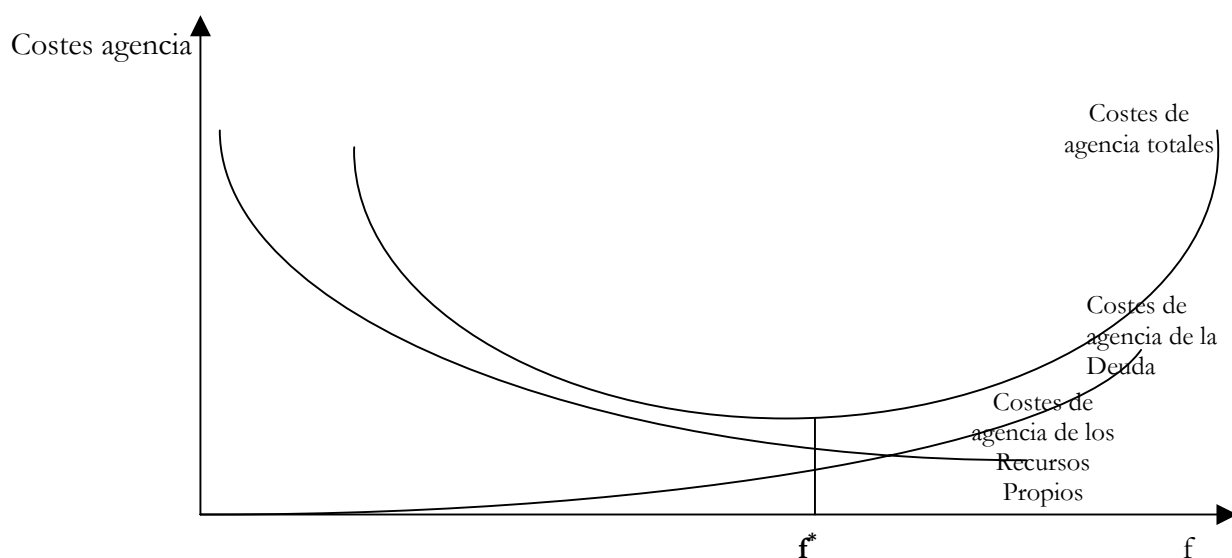
Siendo $V_I(AP)$ = Valor actual de los costes de insolvencia/quiebra de la empresa apalancada.

f óptimo $\Rightarrow \Delta V$ (ahorro fiscal) = ∇V (costes insolvencia/quiebra)



14.4.2. Introducción de los costes de agencia.

- Los *costes de agencia* se derivan de la existencia de conflicto de intereses entre los suministradores de fondos (bien sean accionistas o acreedores) y los gestores de la empresa.
- De hecho, tanto la financiación vía *recursos propios* como en la financiación vía *deuda* genera sus propios costes de agencia a la empresa.
- En ambos casos incluirán:
 - a) Costes de control: por parte de los suministradores de fondos.
 - b) Costes de justificación: por parte del gestor.
 - c) Costes residuales: reflejan las diferencias en los resultados obtenidos por haber sido el gestor y no el inversor quien ha administrado los recursos, a pesar de los costes de control.
- Adicionalmente, en la financiación vía deuda y, para ratios de endeudamiento elevados, deben añadirse los costes asociados a la mayor propensión del administrador-propietario de aceptar proyectos más arriesgados (únicamente arriesga los recursos de los acreedores).
- Consecuentemente, un cambio en la estructura de capital de la empresa comportará un ahorro de un tipo de costes de agencia (los asociados a aquel medio de financiación que decrece en términos relativos) y un aumento de otro tipo de costes de agencia (los asociados al medio de financiación que crece relativamente)
- De ese modo, el endeudamiento será positivo si:
 $\Delta f \Rightarrow \nabla \text{costes agencia (recursos propios)} > \Delta \text{costes agencia (deuda)}$
y negativo en caso contrario.

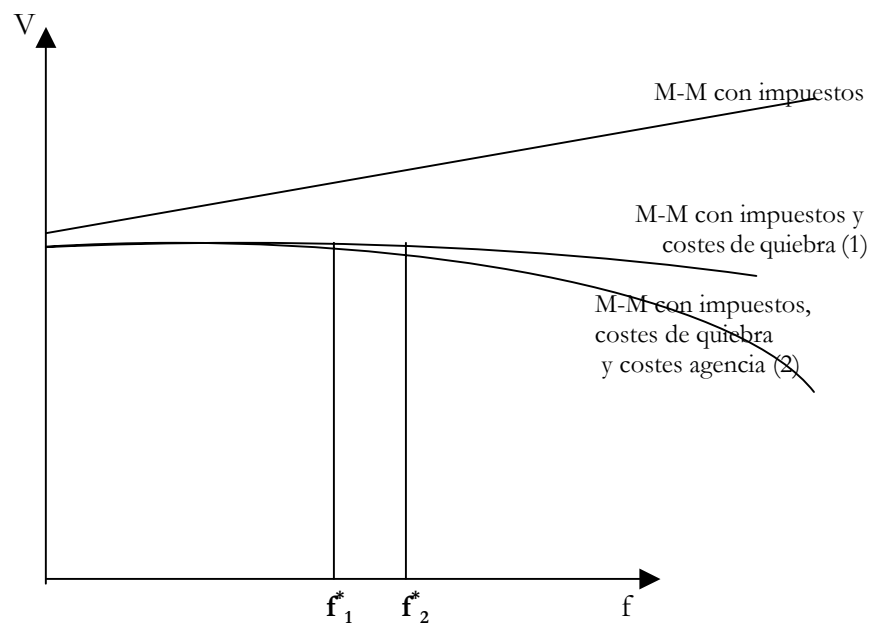


- Así pues, el valor de la empresa considerando conjuntamente el impuesto de sociedades, los costes de insolvencia /quiebra y los costes de agencia, vendrá dado por:

$$V^*(AP) = V^*(NAP) + \tau V_E(AP) - V_I(AP) - V_A(E + P)$$

Siendo $V_A(E + P)$ = Valor actual de los costes de agencia totales (tanto los asociados a la deuda como los asociados a los recursos propios)

f^* óptimo \Rightarrow Los efectos positivos del endeudamiento (ahorro fiscal) quedan compensados por los efectos negativos (costes de quiebra y de agencia). En consecuencia, el ratio de apalancamiento óptimo disminuirá respecto a una situación en la que únicamente existan costes de quiebra.



14.5. Breve referencia a teorías alternativas a la de Modigliani-Miller.

Entre la muy prolífica literatura acerca de la determinación de la estructura óptima de capital en la empresa, podemos destacar los siguientes trabajos:

- Modelo de Black y Scholes (1973) en el que demuestran que, en ausencia de impuestos, la proposición acerca de la irrelevancia de la estructura financiera de la empresa sobre el valor de mercado de la misma de Modigliani-Miller, puede explicarse con la utilización de la teoría de las opciones.
- Modelo de Merton (1974) en el que, dentro del marco analítico propuesto por Black y Scholes, estudia la relación entre el coste del capital de la empresa y los costes de insolvencia.
- Modelo de Shapiro y Titman (1985) en el que analizan los efectos de los costes de insolvencia en la determinación de la estructura óptima del capital.
- Modelo de Jensen y Meckling (1976) en el que examinan la relación de los costes de agencia con la estructura financiera de la empresa.
- Modelo de Ross (1977) en el que analiza la relación entre la señalización financiera y la estructura del capital.

Bibliografía.

Borrell, M. y R. Crespi (1993), cap. 4

Brealey, R.A. y S.C. Myers (2003), cap.17 y 18.

Fernández, A.I. y M. García Olalla (1992), cap.5

Suárez, A.S. (2003), cap. 37 y 38.

Prácticas Tema 14

Suponga que se cumplen todos los supuestos del modelo básico de Modigliani-Miller (1958) sobre la determinación de la estructura óptima de capital de las empresas. En esas circunstancias, se pide que resuelva los siguientes ejercicios.

1.- Sean dos empresas *Never* (*N*) y *Ever* (*E*), que pertenecen a la misma clase de riesgo económico. De ellas conocemos la siguiente información:

	<i>N</i>	<i>E</i>
BAIT	500.000	500.000
I	0	100.000
K_E	--	10%
K_p	20%	20%

Se pide:

1.1. Calcular para las dos empresas: V_p (Valor de mercado de los fondos propios), V_E (Valor de mercado del endeudamiento), f (ratio de apalancamiento), K (coste del capital como media ponderada) y V (Valor de mercado de la empresa).

1.2. Analice si el mercado se encuentra en una situación de equilibrio.

1.3. Si fuera usted un inversor racional que tuviera el 1% de las acciones de la empresa endeudada, ¿qué ingresos y qué rentabilidad sobre sus fondos propios obtendría a través de una operación de arbitraje?

2.- Supongamos dos empresas *Aina* y *Marbe*, que presentan las siguientes características:

	<i>Aina</i>	<i>Marbe</i>
BAIT	96.000	96.000
I	22.000	0
k_E	8%	--
Nº Acciones	5.250	8.000
P_M Acciones	100	100

Teniendo en cuenta que las dos empresas *Aina* y *Marbe* presentan el mismo nivel de riesgo económico y que los mercados de capitales son perfectos. **Se pide:**

2.1. Calcular para las dos empresas: V_p (Valor de mercado de los fondos propios), V_E (Valor de mercado del endeudamiento), V (valor de mercado de la empresa), K_p (Coste de los recursos propios), K (Coste del capital como media ponderada), f (ratio de apalancamiento).

2.2. ¿Existen posibilidades de obtención de beneficios, a través de la realización de una operación de arbitraje libre de riesgo, por parte de un inversor que posea el 2% de las acciones de la empresa *Marbe* (no endeudada)?

3.- Sean dos empresas: *Blanco S.A.* y *Negro S.A.* que presentan idénticos niveles de riesgo económico, pero distintos flujos de caja. Suponemos que no existe impuesto de sociedades.

De estas empresas disponemos de la siguiente información:

	<u><i>Blanco S.A.</i></u>	<u><i>Negro S.A.</i></u>
Dividendos anuales	100.000	200.000
Intereses anuales	0	40.000
Flujo de caja anual	100.000	240.000
V_P	625.000	1.200.000
V_E	0	400.000
Valor mercado empresa	625.000	1.600.000
Nº Acciones	625	1000

Se pide:

3.1. Calcular el K_P (coste de los recursos propios), K_E (coste de la deuda) y K (coste del capital) para cada una de las empresa.

3.2. ¿Nos encontramos ante una situación de equilibrio?. Recuerde que las dos empresas presentan el mismo nivel de riesgo económico (sus flujos de caja están perfectamente correlacionados).

3.2. En caso negativo, ¿qué empresa estaría sobrevalorada y cuál estaría infravalorada?.

4.- Sean dos empresas *Hoy S.A.* y *Mañana S.A.*, de las cuales disponemos de la siguiente información:

	<u><i>Hoy S.A.</i></u>	<u><i>Mañana S.A.</i></u>
Ventas.....	400.000.....	500.000
C.F.Operativos.....	100.000.....	100.000
C.V.Operativos.....	40.000.....	140.000
B.A.I.T.....	260.000.....	260.000
Intereses.....	0.....	26.000
B.A.T.....	260.000.....	234.000
K_E	0.....	10%
K_P	20%.....	20%

Se pide:

4.1. Si utilizáramos como medida del riesgo económico de las anteriores empresas el grado de apalancamiento operativo o elasticidad económica, ¿perteneceían estas

dos empresas a la misma clase de riesgo económico?. ¿Podría decirse lo mismo acerca de su riesgo global (puede utilizarse la elasticidad global como medida de éste).

- 4.2. Calcule para las dos empresas: V_P , V_E , f , K y V .
- 4.3. ¿Se encuentra el mercado en equilibrio?.
- 4.3. Si fuera usted un inversor de la empresa *Mañana S.A.*, ¿qué rentabilidad sobre sus fondos propios obtendría: (a) manteniendo la inversión en esa empresa, (b) vendiendo sus acciones de *Mañana S.A.* y comprando acciones de *Hoy S.A.*, al tiempo que mantiene el mismo nivel de riesgo financiero inicial (no efectúe los cálculos correspondientes a la operación de arbitraje).
- 4.4. Compruebe el resultado del apartado anterior, calculando los ingresos netos que obtendría de ambas alternativas, suponiendo que inicialmente tuviera un 1% de las acciones de *Mañana S.A.*.
- 4.5. Suponga, ahora, que ambas empresas operan en un entorno en el que el tipo impositivo del impuesto sobre sociedades es $\tau=35\%$ y que la tasa de rentabilidad económica (T.R.E.) correspondiente a su nivel de riesgo económico es del 19%. ¿Cuál sería, en el equilibrio, el valor de mercado y el coste del capital de ambas empresas, antes y después de impuestos?.

5.- Sean dos empresas *Sigma* y *Omega* que generan el mismo BAIT y pertenecen a la misma clase de riesgo económico. De ellas, tenemos la siguiente información:

	<i>Sigma</i>	<i>Omega</i>
BAIT.....	250 u.m.....	250 u.m.
I.....	0 u.m.....	50 u.m.
K_E	---	10%.
V (equilibrio).....	1.000 u.m.	
V^* (equilibrio).....	650 u.m.	
τ	35%.....	35%.

Se pide:

- 5.1.- Calcular la tasa de rentabilidad económica requerida por el mercado para invertir en la empresa *Sigma*.
- 5.2.- Calcular para la empresa *Omega* los valores de equilibrio, antes y después de impuestos de:
 - (a) Valor de mercado de la empresa.
 - (b) Valor de mercado de los fondos propios.
 - (c) Coste del capital.

(d) Coste de los fondos propios.

6.- Suponga que una empresa obtiene un BAIT de 3.000.000 u.m. y opera en un entorno en el que el tipo impositivo es del 35%. La citada empresa puede endeudarse a un tipo de interés del 14%. Sabiendo que la Tasa de Rentabilidad Económica de las empresas que pertenecen a su misma categoría de riesgo económico es del 18%. **Se pide:**

6.1.- ¿Cuál sería, en los tres casos siguientes, el valor de equilibrio de la empresa, en base al Modelo Modigliani-Miller con ausencia de impuestos?:

- (a) Si no hay endeudamiento.
- (b) Si $V_E = 4.000.000$ u.m.
- (c) Si $V_E = 7.000.000$ u.m.

6.2.- ¿Cuál sería, en los tres casos anteriores, el valor de equilibrio de la empresa, en base al Modelo Modigliani-Miller con presencia de impuestos?.

Tema 15: Toma de decisiones relativas a la estructura del capital

15.1 Elementos que influyen en la elección del ratio de endeudamiento, en la práctica.

1. Resultados de la empresa.

Cuanto mayores y más estables sean los mismos; mayor capacidad de financiación por parte de la empresa; tanto vía deuda como vía recursos propios. En concreto, en el caso de la deuda, dado que compromete a la empresa al desembolso de unas cuantías periódicas, en concepto de intereses, cuanto mayores y más estables sean los resultados empresariales, es decir, cuanto mayor sea la capacidad de generación de recursos por parte de la empresa, *mayor será la capacidad de endeudamiento de la misma.*

2. Entorno económico, financiero y fiscal.

2(a) Entorno económico:

Dentro de este apartado deben incluirse una serie de factores que se caracterizan por ser externos a la empresa (la empresa no tiene ningún control sobre ellos). Entre otros, podemos destacar: La situación económica nacional e internacional. El crecimiento económico del país y la *tasa de inflación*. En relación al último elemento, debemos señalar que la teoría financiera sostiene que el *endeudamiento es económicamente rentable en épocas de inflación, pues en términos reales, el coste de la deuda disminuye, y con ello, la valoración de la financiación vía deuda.*

2(b) Entorno financiero:

Este apartado hace referencia a las decisiones de política monetaria (tipos de interés, grado de desarrollo de los mercados financieros,...), que afectan a la capacidad de la empresa para financiarse vía endeudamiento.

2(c) Entorno fiscal:

Ya ha sido mencionado que el hecho de que los intereses sean deducibles fiscalmente y los dividendos no, favorece tanto la financiación vía deuda, como la autofinanciación (vía beneficios retenidos).

3. Sector de actividad.

La pertenencia de la empresa a uno u otro sector de actividad implicará la realización de un tipo u otro de inversiones. Es decir, condicionará la estructura de su activo y, en

consecuencia, dado que es necesario un equilibrio entre la estructura económica y la estructura financiera de la empresa, *condicionará la composición del pasivo de la empresa*. Además, los resultados de diversos estudios empíricos, muestran la preferencia, por parte de los directivos de las empresas, a adecuar el ratio de endeudamiento de la empresa, al ratio medio del sector de actividad, al que ésta pertenece.

4. Coste del capital.

Dado que el mismo se define como la media ponderada del coste de las diferentes fuentes de financiación utilizadas por la empresa, sin lugar a dudas, si el objetivo de la empresa es minimizar el coste del capital, el coste de cada una de las fuentes (en este caso, el coste de la deuda), condicionará la elección de una u otra estructura de capital.

5. Riesgo financiero y riesgo de insolvencia.

Sabemos que si la rentabilidad económica es superior al coste de la deuda, el efecto apalancamiento es positivo. Es decir, un incremento del endeudamiento produce un incremento de la rentabilidad financiera (rentabilidad sobre los recursos propios, que reciben los accionistas). Ahora bien, a medida que incrementa el endeudamiento, aumenta, asimismo, el riesgo financiero y el riesgo de insolvencia. Por consiguiente, el nivel de endeudamiento óptimo dependerá del grado de aversión al riesgo de los accionistas y vendrá representado por la combinación rentabilidad-riesgo que sea preferible, para los mismos.

6. Dimensión de la empresa.

Habitualmente, cuanto mayor es la dimensión de la empresa, menor es el coste financiero o la rentabilidad que los diferentes inversores exigen para invertir en la misma, al tiempo que mayor es la facilidad de la empresa para acceder a las diferentes alternativas de financiación (contrariamente, para empresas de pequeño tamaño, el acceso a los mercados de valores es comparativamente muy difícil).

7. Comportamiento de la gerencia.

Ya hemos estudiado, que cuanto mayores sean los costes de agencia (reflejo de mayores discrepancias entre propietarios y gestores), mayor será la propensión a la financiación vía deuda con el fin escapar del control de los propietarios, por parte de los gestores.

15.2. Aplicación de la relación BAIT/BPA a la determinación de la alternativa de financiación óptima.

- Los distintos modelos teóricos para la determinación de la estructura óptima del capital, entre los que se encuentra el de Modigliani-Miller, resultan poco operativos en la práctica.
- De ese modo, en la práctica entre los factores que influyen en la decisión del ratio de endeudamiento podemos citar los siguientes:
 - El ratio medio de apalancamiento del sector o de empresas similares.
 - El ratio de apalancamiento máximo será aquel a partir del cual empiece a ser preciso tener en consideración los costes de quiebra (en la medida en la que la empresa se acerque a ese nivel deberá hacer frente a unas exigencias de superior rentabilidad por los fondos prestados).
 - Finalmente, entre las metodologías que, en la práctica, utilizan las empresas para la determinación de la alternativa de financiación más conveniente, destaca el denominado “análisis de la relación BAIT/BPA”

15.2.1 Hipótesis en la que se basa

- El objetivo empresarial es maximizar el valor de mercado de la empresa, desde el punto de vista de sus propietarios (accionistas).
- Los propietarios / accionistas únicamente están interesados en el Beneficio por Acción (BPA). Es decir, no conceden importancia al diferente riesgo asociado a las distintas alternativas de inversión, sino que tienen por objetivo la maximización de la rentabilidad de las mismas.
- En consecuencia, para ellos, a partir de unas determinadas expectativas de beneficio de explotación, la estructura de capital óptima será aquella que maximice el BPA.

15.2.2. Desarrollo del modelo

- Suponemos que $RNE = (BAIT - I)(1-\tau)$ (es decir despreciamos todo componente del resultado financiero distinto al pago de intereses de la deuda, así como la existencia de eventuales resultados extraordinarios).
- Bajo el anterior supuesto, si $N =$ número de acciones de la empresa:
 $BPA = \text{Beneficio por acción} = RNE/N = [(BAIT - I)(1-\tau)]/N$

- Vamos a comprobar que la remuneración que perciben los accionistas por cada acción (BPA) variará en función de la estructura financiera de la empresa. Supongamos una empresa que inicialmente se financie de forma exclusiva vía acciones

$$(N_0 = N_0 \text{ y } E_0 = 0)$$

$$\text{En ese caso: } BPA = [(BAIT)(1-\tau)]/N_0$$

- En ese contexto, la empresa desea obtener una cuantía adicional de fondos para llevar a cabo un proyecto de inversión. Para ello, cuenta con dos posibles alternativas de financiación:

$$\text{ALTERNATIVA A: Ampliación de capital: } N_1 = N_0 + \Delta N \quad \text{y} \quad E_1 = 0$$

$$\text{ALTERNATIVA B: Financiación vía deuda: } N_1 = N_0 \quad \text{y} \quad E_1 = E_1$$

- BPA correspondiente a la alternativa A:

$$BPA_p = [(BAIT)(1-\tau)]/(N_0 + \Delta N)$$

- BPA correspondiente a la alternativa B:

$$BPA_E = [(BAIT - I)(1-\tau)]/N_0$$

- Según este análisis, dado un determinado BAIT, la alternativa óptima será aquella que maximice el BPA.

- Puede observarse que para ambas alternativas el BPA es una función lineal del BAIT

$$\text{Alternativa A (financiación vía acciones): } \partial BPA / \partial BAIT = (1-\tau)/N_1$$

$$\text{Alternativa B (financiación vía deuda): } \partial BPA / \partial BAIT = (1-\tau)/N_0$$

No obstante dado que $N_0 < N_1$, la pendiente será superior en el segundo caso. De ese modo, cuánto mayor sea el grado de apalancamiento de la empresa, mayor será la sensibilidad del BPA ante cambios del BAIT.

- Dado que ambas rectas tienen distintas pendientes, se cruzarán en un punto ($BAIT^*$, BPA^*) denominado w = “punto muerto o punto de indiferencia”. Este punto representará el nivel de BAIT para el cual serán indiferentes ambas alternativas de financiación ya que generaran el mismo BPA.

- No obstante:

Si $BAIT > BAIT^* \rightarrow$ será preferible la financiación vía deuda ya que reportará un BPA superior

Si $BAIT < BAIT^* \rightarrow$ será preferible la financiación vía acciones ya que reportará un BPA superior

- En consecuencia, esta metodología permite una vez conocidas las coordenadas del punto de indiferencia (w) y el nivel esperado de BAIT, diseñar la política financiera óptima bajo la cual se maximicen los BPA..

- Para calcular las coordenadas del punto de indiferencia $w = (BAIT^*, BPA^*)$, fácilmente puede demostrarse que dadas dos alternativas de financiación:

ALTERNATIVA A: Ampliación de capital: N (número acciones) = N^A y I (Intereses deuda) = I^A

ALTERNATIVA B: Financiación vía deuda: N (número acciones) = N^B y I (Intereses deuda) = I^B

En el punto de indiferencia $w = (BAIT^*, BPA^*)$ se cumple:

$$BAIT^* = [N^B I^A - N^A I^B] / [N^B - N^A]$$

EJEMPLO:

1.- Suponga una empresa que genera un BAIT de 2.000.000 u.m. y que tiene la siguiente estructura de capital:

Acciones ($N = 15.000$).....	15.000.000 u.m.
Deuda ($K_E = 8\%$).....	5.000.000 u.m.
Total financiación.....	20.000.000 u.m.

La citada empresa opera en un entorno en el cual $\tau = 35\%$, y se le plantean dos opciones para financiar un proyecto de inversión que tiene un coste de 5.000.000 u.m. y que es susceptible de generar un BAIT anual de 1.000.000 u.m. durante bastantes años.

Alternativa A: *Ampliación de Capital.*

Acciones ($N = 20.000$).....	20.000.000 u.m.
Deuda ($K_E = 8\%$).....	5.000.000 u.m.
Total financiación.....	25.000.000 u.m.

Alternativa B: *Emisión de 5.000.000 u.m. en obligaciones con un coste del 8,5%.*

Acciones ($N = 15.000$).....	15.000.000 u.m.
Deuda ($K_E = 8\%$).....	5.000.000 u.m.
Deuda ($K_E = 8,5\%$).....	5.000.000 u.m.
Total financiación.....	25.000.000 u.m.

Se pide determinar qué alternativa de financiación sería preferible para la empresa, en base a los resultados del análisis BAIT/BPA.

ALTERNATIVA A (Acciones) : $N^A = 20.000$ y $I^A = 0,08.5000000 = 400.000$

ALTERNATIVA B (Deuda) : $N^B = 15.000$ y $I^B = 0,08.5000000 + 0,085.500000 = 850.000$

$$\boxed{\text{BAIT}^*} = [N^B I^A - N^A I^B] / [N^B - N^A] = [15000 \cdot 400000 - 20000 \cdot 850000] / [15000 - 20000] = \boxed{2.100.000}$$

Por consiguiente, dado que

$$\boxed{\text{BAIT esperado} = 2.000.000 + 1.000.000 = 3.000.000 > 2.100.000 = \text{BAIT}^*}$$

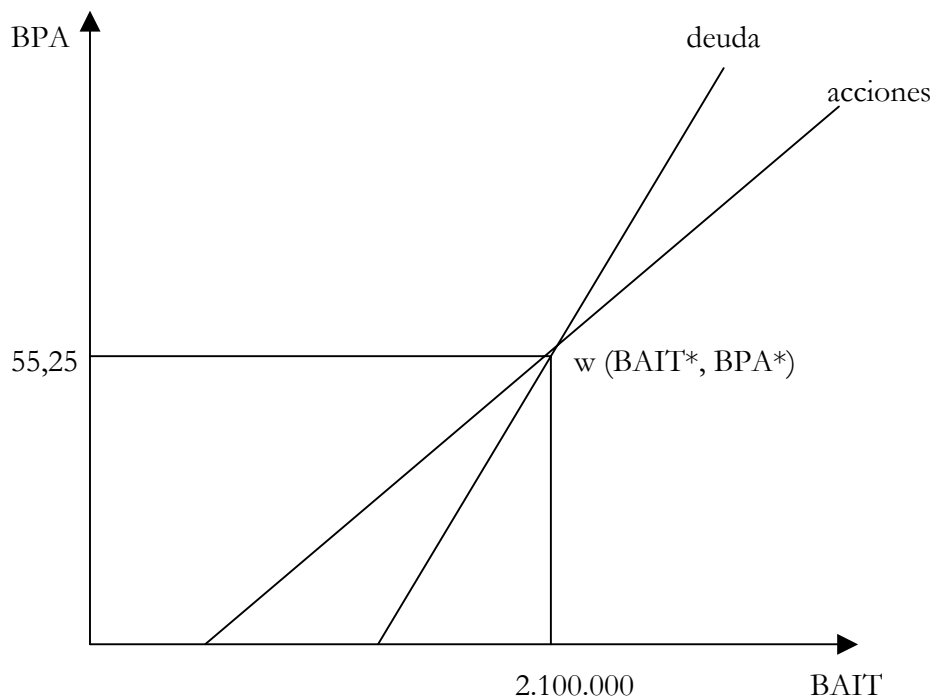
será preferible la financiación vía deuda ya que generará superior BPA.

En concreto, puede calcularse:

$$\text{BPA (acciones)} = (\text{BAIT} - I^A) (1-\tau) / N^A = 84,5$$

$$\text{BPA (deuda)} = (\text{BAIT} - I^B) (1-\tau) / N^B = 94,25$$

Gráficamente, sería:



15.2.3. Críticas

- Este análisis parte del supuesto de que los inversores (propietarios) únicamente están interesados en la rentabilidad de su inversión (BPA) e ignoran el riesgo asociado a la misma en función de la fuente de financiación.
- No obstante, en la práctica, los inversores valoran de forma conjunta el binomio rentabilidad-riesgo.

15.3. Elementos que la empresa debe analizar para tomar decisiones acerca de la política de dividendos.

- Existen pocas dudas acerca del hecho que los dividendos transmiten al mercado bursátil información acerca de las expectativas futuras de la empresa. Por ello, la decisión que el responsable financiero debe adoptar acerca de la política de dividendos es de gran trascendencia para la empresa. En la toma de esa decisión, entre las variables que afectan a la misma, podemos subrayar las siguientes:

- *El ratio estándar de reparto de dividendos del sector.* Asumiendo que los factores que determinan el conflicto de intereses en la empresa son similares en todas las empresas de un mismo sector, es de esperar que las mayores diferencias entre ratios de reparto de dividendos se encuentren entre empresas de distintas actividades, siendo fuerte la homogeneidad de las tasas de distribución de beneficios para empresas de un mismo sector económico.
- *Las oportunidades de inversión.* Cuanto mayores sean las oportunidades de inversión, menores serán los dividendos repartidos, y ello por dos razones:
 - Cuanto más elevados sean los fondos propios de la empresa, mayor será la probabilidad de demandar fondos externos adicionales para llevar a cabo las citadas oportunidades de inversión.
 - El mantenimiento de un objetivo de “ratio de endeudamiento” implica unos mayores fondos propios según crecen las inversiones totales y, en consecuencia, una mayor tendencia a la retención.

Precisamente la “teoría de la agencia” cuando señala que no sólo los dividendos dependen de las oportunidades de inversión, sino que también la inversión efectuada depende de los beneficios retenidos, está reconociendo la interdependencia entre ambas decisiones financieras.

- *La estabilidad de los beneficios.* Cuanto mayor sea la estabilidad de los beneficios, menor será necesidad de la empresa de acudir a los mercados de capitales, y serán de esperar dividendos más altos.
- *La disponibilidad y el coste de las fuentes de financiación alternativas.* Cuanto más barata sea la retención de beneficios, con respecto a otras fuentes de financiación, menores serán los dividendos repartidos.
- *La liquidez de la empresa.* Cuanto mayor sea la liquidez de la empresa, mayor será su capacidad real de distribuir dividendos. De ese modo, aunque la empresa haya obtenido durante un período unos resultados muy favorables, si carece de liquidez

(por encontrarse en un período de expansión, p.e.) o ha agotado su capacidad de endeudamiento, forzosamente deberá seguir una política de bajos dividendos.

- *La discrecionalidad directiva.* Cuanto mayor sea el control efectuado sobre el equipo directivo, mayores serán los beneficios retenidos y menores serán los dividendos pagados, para satisfacer las preferencias directivas por el crecimiento.
- *Las restricciones impuestas por los acreedores.* Las limitaciones introducidas en los contratos de endeudamiento pueden condicionar a la baja el reparto de dividendos.
- *Las restricciones legales.* La distribución de dividendos está, en todo caso, condicionada por el cumplimiento de diversos requisitos legales.

15.4. Modelos de Gordon-Shapiro y de Modigliani-Miller sobre la decisión de dividendos.

- Durante las tres últimas décadas la política de dividendos seguida por las empresas ha sido uno de los temas que mayor interés ha suscitado dentro de la Economía Financiera.
- Teóricos y analistas financieros han intentado encontrar una respuesta satisfactoria a la pregunta: ¿por qué reparten dividendos las empresas?
- La respuesta no es obvia. Por un lado, las empresas distribuyen dividendos para satisfacer a sus accionistas actuales y atraer a otros nuevos. Por otro, la retención de beneficios es un factor indicativo de la capacidad de la empresa para generar oportunidades rentables de inversión, y los dividendos no percibidos por los accionistas en el momento actual pudieran verse compensados por futuras ganancias de capital.
- El aspecto crucial de la cuestión radica en “clarificar” si el valor de mercado de las acciones viene determinado por los flujos de caja futuros o por los dividendos esperados. En el primer caso, la política de dividendos sería irrelevante, mientras que, en el segundo, el valor de la empresa dependerá tanto de la política de dividendos como de la política de retención de beneficios.
- La teoría clásica postulaba la relevancia de la política de dividendos en el proceso de valoración de la empresa por el mercado atribuyendo un papel más activo al dividendo que a las ganancias de capital. Williams (1983) fue quien primero argumentó a favor de la primacía de los dividendos al entender que el precio de una acción debería corresponderse con el valor descontado del flujo de dividendos esperados. Con posterioridad, los trabajos de Durand (1957) y Gordon (1959) coincidieron en señalar

que el efecto multiplicador de los dividendos es claramente superior al de los beneficios retenidos.

- En clara ruptura con la teoría tradicional, Miller y Modigliani (1961) demostraron que, bajo la hipótesis de mercados de capitales perfectos, y en tanto la distribución de probabilidad de los flujos de caja de la empresa se suponga dada y no existan efectos fiscales, la política de dividendos no afectará al valor actual de la empresa en el mercado.
- Así pues, vamos a analizar dos de las principales escuelas de pensamiento en relación al efecto de la decisión de reparto de dividendos sobre el precio de las acciones.
- La primera escuela, encabezada por Gordon, argumenta que la política de dividendos afecta al valor de la empresa. En consecuencia, los inversores no son indiferentes respecto a la política de distribución y sí existe una tasa óptima que maximiza el valor de la empresa para sus accionistas.
- La segunda, encabezada por Miller y Modigliani argumenta que la política de dividendos de la empresa no afecta al precio de las acciones. Los inversores son indiferentes entre recibir dividendos o beneficios retenidos en un mercado de capitales perfecto dada una decisión de inversión de la empresa, esto es, no existe una tasa de distribución óptima que maximice el valor de la empresa.

15.4.1. El modelo de Gordon-Shapiro.

- Según dicho modelo, el valor actual de la empresa en el período cero es el valor actual de todos los dividendos futuros actualizados a la tasa de rendimiento requerida por los inversores (k_p o coste de capital de los recursos propios), por consiguiente dicho valor vendrá dado por:

$$V_0 = d_1(1+k_p)^{-1} + d_2(1+k_p)^{-2} + d_3(1+k_p)^{-3} + \dots$$

Si se supone que los dividendos van a crecer a una tasa constante ($g = b.R$), donde:

R = rentabilidad proporcionada por las inversiones financiadas con beneficios retenidos

$(1-b) = \delta$ = proporción de beneficios destinada al pago de dividendos

$b = (1 - \delta)$ = proporción de beneficios retenidos

B = beneficios obtenidos a lo largo de cada período

Entonces,

$$V_0 = d_0 / (k_p - g)$$

$$V_0 = (1-b).B / [k_p - (b.R)]$$

Puesto que el coeficiente de retención (b) se puede considerar independiente de K_p y de R , derivando el valor de la empresa con relación a la tasa de retención tendríamos:

$$\frac{\partial V_0}{\partial b} = \left[\frac{B}{(k_p - b.R)^2} \right] \cdot (R - k_p)$$

De la ecuación anterior, se deriva que la empresa puede encontrarse en una de las tres siguientes situaciones:

- Si $R = k_p \rightarrow \frac{\partial V_0}{\partial b} = 0 \rightarrow V_0$ será independiente del coeficiente de retención (b)
- Si $R > k_p \rightarrow \frac{\partial V_0}{\partial b} > 0 \rightarrow$ un mayor coeficiente de retención aumenta el valor de la empresa.
- Si $R < k_p \rightarrow \frac{\partial V_0}{\partial b} < 0 \rightarrow$ un mayor coeficiente de retención disminuye el valor de la empresa, en ese caso interesará distribuir hasta el límite todos los beneficios.

▪ *Críticas al modelo:*

- El modelo de Gordon y Shapiro determina el dividendo neto, que maximiza el valor de la empresa y que se corresponde con el nivel de inversión óptimo, a partir de la selección de todos los proyectos que generan una rentabilidad superior a la tasa de rentabilidad requerida por los accionistas.
- Sin embargo, es preciso señalar que aunque la decisión de inversión influye sobre el valor de la empresa y está relacionada con el dividendo neto, pudiera no estarlo con los dividendos pagados o con los beneficios retenidos. En este sentido, sería, por ejemplo, posible mantener constante la inversión y simultáneamente pagar dividendos, siempre y cuando fuera factible realizar ampliaciones, es decir cubrir la diferencia mediante la emisión de nuevas acciones.

15.4.2. El modelo de Miller y Modigliani.

- Un trabajo básico en el estudio de la decisión de dividendos se debe a Miller y Modigliani con la publicación en 1961 de un estudio teórico en el que demostraban la irrelevancia de la política de dividendos en un mundo sin impuestos, costes de transacción u otras imperfecciones de mercado.
- En concreto, las hipótesis del modelo de M-M pueden sintetizarse del siguiente modo:
 - *Mercados de capitales perfectos.* En los que todos los inversores tendrán disponible la misma información. No hay costes de transacción y los impuestos gravan de la misma forma a los dividendos y a las ganancias de capital.
 - *Comportamiento racional de los inversores.* Los inversores prefieren más riqueza a menos y son indiferentes ante un aumento de la riqueza procedente de un reparto de

dividendos o un aumento equivalente en el precio de las acciones, esto es, ganancias de capital.

- *Certeza.* No hay riesgo en los beneficios esperados por la empresa
- Miller y Modigliani demuestran que en mercados financieros perfectos la decisión de dividendos no afecta al valor de mercado de la empresa siempre que no se alteren las decisiones de inversión y financiación.
- La emisión de nuevas acciones para financiar incrementos de los dividendos reducirá el precio de las existentes en igual cuantía al incremento del dividendo por acción pagado con los fondos procedentes de la venta de acciones. Ello significa que para el accionista hay un intercambio (*trade-off*) entre dividendos y ganancias de capital esperadas.
- Al ampliar el modelo contemplando la posibilidad de endeudamiento se llega a la misma conclusión, ya que el aumento de riqueza derivado del pago de dividendos financiados con deuda se ve compensado por una reducción en la cuantía en el valor de mercado de las acciones que les pertenece y que transfieren a los acreedores.
- La conclusión básica de Modigliani y Miller es que, determinada la distribución de probabilidad de los flujos de tesorería por las decisiones de inversión, la decisión de dividendos es irrelevante para el valor de mercado de la empresa.
- Desde esta perspectiva, la política de dividendos es un subproducto de las decisiones de inversión y financiación de la empresa, de las oportunidades de inversión existentes y de la política de endeudamiento más adecuada para ese período.
- De ese modo, la decisión de distribuir dividendos es una decisión residual resultado de la decisión acerca de los beneficios que se deben retener.
- *Críticas al modelo:*
 - Aunque los trabajos de Modigliani y Miller (1961, 1966) supusieron una contribución crucial para el desarrollo de una teoría positiva de la política de dividendos, sus contribuciones no proporcionan una explicación satisfactoria de las políticas de reparto seguidas por las empresas en el mundo real, ya que habitualmente éstas se caracterizan por su estabilidad y convivencia con emisiones de nuevas acciones, en general más costosas.
 - La causa de la divergencia entre la teoría y la realidad pudiera estar en la hipótesis nada realista de mercados de capitales perfectos de la que se deriva la proposición de “irrelevancia”. De este modo, la controversia sobre los dividendos se reduciría a discusiones sobre las imperfecciones del mercado.

Bibliografía.

Brealey, R.A. y S.C. Myers (2003), cap.16.

Fernández, A.I. y M. García Olalla (1992), cap.6, 7 y 8

Suárez, A.S (2003), cap.38 y 39

Prácticas Tema15

1.- Suponga una empresa que genera un BAIT de 2.000.000 u.m. y que tiene la siguiente estructura de capital:

Acciones (N = 15.000).....	15.000.000 u.m.
Deuda ($K_E = 8\%$).....	5.000.000 u.m.
Total financiación.....	20.000.000 u.m.

La citada empresa opera en un entorno en el cual $\tau = 35\%$, y se le plantenan dos opciones para financiar un proyecto de inversión que tiene un coste de 5.000.000 u.m. y que es susceptible de generar un BAIT anual de 1.000.000 u.m. durante bastantes años.

Alternativa A: *Ampliación de Capital.*

Acciones (N = 20.000).....	20.000.000 u.m.
Deuda ($K_E = 8\%$).....	5.000.000 u.m.
Total financiación.....	25.000.000 u.m.

Alternativa B: *Emisión de 5.000.000 u.m. en obligaciones con un coste del 8,5%.*

Acciones (N = 15.000).....	15.000.000 u.m.
Deuda ($K_E = 8\%$).....	5.000.000 u.m.
Deuda ($K_E = 8,5\%$).....	5.000.000 u.m.
Total financiación.....	25.000.000 u.m.

Se pide determinar qué alternativa de financiación sería preferible para la empresa, en base a los resultados del análisis BAIT/BPA.

2.- La empresa XYZ presenta la siguiente cuenta de resultados:

Ventas.....	200.000
C.F. Operativos.....	25.000
C.V. Operativos.....	75.000
B.A.I.T.....	100.000
Intereses.....	30.000
B.A.T.....	70.000
Impuestos ($\tau=35\%$).....	24.500
R.N.E.....	45.500

y la siguiente estructura de pasivo:

Capital Propio.....	200.000
Valor nominal acciones.....	400
Nº acciones.....	500
Endeudamiento.....	300.000

Se pide:

Suponiendo que la empresa XYZ deseara llevar a cabo un nuevo proyecto de inversión, con un coste de 100.000 u.m., que implicaría un incremento del BAIT de 50 u.m., durante bastantes años, ¿qué alternativa de financiación sería preferible según el análisis BAIT/BPA?

Alternativa A: Emisión de 250 acciones del mismo valor nominal (400 u.m.)

Alternativa B: Emisión de obligaciones por un valor total de 100.000 u.m., al coste $K_E = 9\%$.

3.- Sean dos empresas *Rojo S.A.* y *Azul S.A.*, de las que disponemos de la siguiente información:

	<u>Rojo S.A.</u>	<u>Azul S.A.</u>
Ventas.....	700.000.....	600.000
C.F.Operativos.....	200.000.....	200.000
C.V.Operativos.....	150.000.....	50.000
Intereses.....	0.....	25.000
τ (t.imp s/sociedades).....	35%.....	35%
K_E	10%.....	10%
K_p	20%.....	20%

Además, de la empresa *Rojo S.A.*, se conoce:

(a) Valor contable del Activo: 1.000.000; (b) N° acciones: 500; (c) La proporción de beneficios que la citada empresa reparte en concepto de dividendos es constante e igual a $\delta=1$; (d) El valor de los dividendos repartidos se supone constante a lo largo del tiempo.

Se pide:

3.1. Utilizando el grado de apalancamiento operativo o elasticidad económica como medida del riesgo económico de las empresas: *Rojo S.A.* y *Azul S.A.*; ¿pertencerían a la misma clase de riesgo económico (suponga costes variables/ventas = constante). ¿Podría decirse lo mismo acerca de su riesgo global?

3.2. Calcular, para la empresa *Rojo S.A.*:

3.2.1. La rentabilidad económica (ROA) y la rentabilidad financiera (ROE), así como las coordenadas del punto de indiferencia (aquél en el cual el endeudamiento tendría un efecto nulo sobre ρ).

3.2.2. Sabiendo que la rentabilidad esperada de la cartera del mercado, 12%, excede en 2 puntos porcentuales la rentabilidad de los activos libres de riesgo y que la beta correspondiente a las acciones de esta empresa es igual a 0,75. ¿Cuál sería el coste y el PER de las acciones de *Rojo S.A.*, según el modelo CAPM?

3.2.3. Sin considerar el efecto del impuesto sobre sociedades y suponiendo que se cumplen todas las hipótesis del modelo básico de Modigliani-Miller, calcule para

las dos empresas: V_P , V_E , f , K y V y señale si el mercado se encuentra o no en equilibrio.

3.4. Si fuera usted un inversor de *Azul S.A.*, ¿qué rentabilidad sobre sus fondos propios obtendría: (a) manteniendo la inversión en esa empresa; (b) vendiendo las acciones de *Azul S.A.*, y comprando acciones de *Rojo S.A.*, al tiempo que mantiene el mismo nivel de riesgo financiero inicial? (no efectúe los cálculos correspondientes a la operación de arbitraje).

3.5. Compruebe el resultado del apartado anterior, calculando los ingresos netos que obtendría de ambas alternativas, suponiendo que inicialmente tuviera un 2% de las acciones de *Azul S.A.*

3.6. Suponiendo que la empresa *Rojo S.A.*, deseara llevar a cabo un nuevo proyecto de inversión, con un coste de 200.000 u.m., que implicara un incremento del BAIT de 50.000 u.m. durante bastantes años, ¿qué alternativa de financiación sería preferible según el análisis BAIT/BPA?:

Alternativa A:

Emisión de 100 acciones de 2.000 u.m. de valor nominal.

Alternativa B:

Emisión de obligaciones por un valor total de 200.000 u.m. al coste de $K_E = 10\%$.

4.- La cuenta de explotación de la empresa X, que cotiza en bolsa, presenta la siguiente información en relación al ejercicio actual (ejercicio 0).

Cifra de Negocio.....	1.000.000.000 u.m.
Costes fijos.....	500.000.000 u.m.
Costes variables.....	150.000.000 u.m.
Valor total activos.....	513.544.018 u.m.
Nominal de las acciones.....	500 u.m.
Número de acciones.....	1.400.000
Empresa no apalancada.	
Tipo impositivo.....	35%

El dividendo unitario correspondiente a los últimos siete ejercicios es:

Ejercicio	Dividendo
-7	8
-6	8
-5	8
-4	8,80
-3	11,20
-2	11,20
-1	12,80
0	12,80

Se pide:

- 4.1. Sabiendo que la Sociedad procedió en el ejercicio -1 a la distribución de nuevas acciones gratuitas, con cargo a reservas, y en la proporción 1 acción nueva por cada 10 antiguas, con derecho a la percepción de dividendos desde el 1 de enero del ejercicio 0, encontrar la tasa de crecimiento de los dividendos suponiendo un ajuste semilogarítmico.
- 4.2. Calcular la tasa de retención de los beneficios.
- 4.3. Calcular la tasa de rentabilidad deseada por los accionistas cuando la acción alcanza la cotización de 800 u.m.
- 4.4. Calcular el valor contable de la acción.
- 4.5. Para el ejercicio $+1$, la firma considera la realización de una cartera de inversiones de 16 M de u.m., financiada en un 75% mediante un préstamo concedido al 12% y el resto con capitales propios. Sabiendo que la rentabilidad que se espera conseguir con las nuevas inversiones es del 18%, calcular la incidencia de las nuevas inversiones en la rentabilidad de la empresa.
- 4.6. Obtener la cotización de equilibrio de la acción si K_p , g , y la tasa de distribución de los dividendos permanecieran constantes.

5.- Las informaciones disponibles de la empresa Z son las siguientes:

Beneficio por acción previsto para el próximo ejercicio.....	120 u.m.
Dividendo por acción previsto para el próximo ejercicio.....	60 u.m.
Tasa de crecimiento del beneficio previsto por los accionistas.....	6%, indefinidamente.
Tasa de rentabilidad deseada por los accionistas.....	11%

Se pide:

- 5.1. Utilizando el modelo de Gordon-Shapiro, obtener la cotización de las acciones.
- 5.2. Sabiendo que la sociedad Z anuncia que aplicará una política de dividendos consistente en el reparto del 100% de los beneficios, con las ampliaciones de capital necesarias para financiar el crecimiento, calcular la evolución de la cotización bursátil de las acciones.