



IMPACTES DE LA INNOVACIÓ EN LA DOCÈNCIA I L'APRENTATGE

QUÈ AMAGUEN AQUESTES RUINES?

Disseny d'una unitat didàctica interdisciplinària per a una plataforma virtual

Sala Sebastià, Gemma

Universitat de Barcelona

Departament d'Educació Lingüística i Literària i Didàctica de les CCEE i la Matemàtica. Facultat d'Educació

Pg. Vall d'Hebron, 171. 08035. Barcelona

gsala@ub.edu

Barquero Farràs, Berta

Universitat de Barcelona

Departament d'Educació Lingüística i Literària i Didàctica de les CCEE i la Matemàtica. Facultat d'Educació

Pg. Vall d'Hebron, 171. 08035. Barcelona

bbarquero@ub.edu

Barajas Frutos, Mario

Universitat de Barcelona

Departament de Didàctica i Organització Educativa. Facultat d'Educació.

Pg. Vall d'Hebron, 171. 08035. Barcelona

mbarajas@ub.edu

Font Moll, Vicenç

Universitat de Barcelona

Departament d'Educació Lingüística i Literària i Didàctica de les CCEE i la Matemàtica. Facultat d'Educació

Pg. Vall d'Hebron, 171. 08035. Barcelona

vfont@ub.edu

- 1. RESUM:** A partir de l'anàlisi de la implementació d'una seqüència didàctica interdisciplinària d'història i matemàtiques amb alumnat de secundària: Què amaguen aquestes ruïnes?, presentem el redisseny que s'ha realitzat en el marc del projecte europeu MCSquared per transformar-la en el format d'una unitat virtual (l'anomenada c-unitat). Es mostrarà com un grup mixt de dissenyadors ha enfocat el seu redisseny, tot discutint els avantatges i limitacions que aquesta proposta didàctica virtual presenta.



IMPACTES DE LA INNOVACIÓ EN LA DOCÈNCIA I L'APRENTATGE

2. ABSTRACT: From the analysis of the implementation of an interdisciplinary teaching sequence which connects history and mathematics with high secondary school students: "What is hidden under these ruins?", we present its redesign to be transformed as a virtual unit in the frame of the European project MCSquared. We focus on how a mixed team of designers have framed its redesign, at the same time they discuss the advantages and limitations this digital technology presents..

3. PARAULES CLAU: educació matemàtica, context arqueològic, modelització matemàtica, c-unitat, tecnologia educativa.

KEYWORDS: mathematic education, archaeological context, mathematic modelling, c-unit, e-learning.

4. DESENVOLUPAMENT:

Introducció: el disseny d'una seqüència didàctica interdisciplinària

Aquest treball parteix d'una seqüència didàctica interdisciplinària que ha estat dissenyada i experimentada, durant el curs 2014-15 amb alumnat de primer curs de secundària amb el doble objectiu de promoure, per una banda, la integració de la modelització en l'ensenyament de les matemàtiques i, per altra banda, l'aprenentatge per indagació a partir d'un context arqueològic, fent interactuar dues disciplines, història i matemàtiques, que l'ensenyament més tradicional manté en terrenys independents. Es tracta d'una proposta resultant de la col·laboració d'investigadors en didàctica de les matemàtiques amb professors de secundària, tant de matemàtiques com, en aquesta ocasió en particular, d'història i que apareix en la mateixa línia que d'altres ja dissenyades i experimentades prèviament (Sala & Barquero, 2015). Tanmateix, en aquesta ocasió, la situació problemàtica inicial se centra en l'estudi d'un jaciment de restes romanes trobades per l'equip d'arqueòlegs del Museu de Badalona. La qüestió inicial i generadora de tot el procés d'indagació tracta de descobrir a quin tipus d'edificació romana podien correspondre les restes descobertes, tot preguntant-se: què amaguen aquestes ruïnes?

L'estiu de 2015, el primer disseny d'aquesta proposta va ser experimentada amb un grup de 1r d'ESO de l'escola Betúlia (Badalona). El procés d'estudi dels alumnes, organitzats en equips cooperatius d'investigació i sota la guia de les professores de matemàtiques i d'història i una investigadora en didàctica de les matemàtiques, es va conduir a través de l'estudi d'una seqüència de qüestions dissenyades a priori amb l'objectiu que anessin endinsant-se en diferents etapes d'un procés complet d'indagació. En termes generals, aquestes etapes van girar al voltant de les següents qüestions que es van anar platejant a l'alumnat:



IMPACTES DE LA INNOVACIÓ EN LA DOCÈNCIA I L'APRENENTATGE

Q1: Quina forma geomètrica creieu que millor s'ajusta a les restes arqueològiques (formades principalment per un mur semicircular d'un metre i mig d'alçada construït amb materials d'època romana)? Podeu conjecturar sobre a quin tipus d'edificació pot pertànyer? Es demanava als estudiants, treballant en grup, de cercar quins eren els edificis romans que podien tenir les característiques que aquestes ruïnes presenten i formular hipòtesis sobre quin o quins d'aquests respectaven millor les formes descrites en el mapa analitzat.

Q2: Si simulem diferents formes geomètriques (rectangles, circumferències, el·lipses, etc.), quina d'aquestes és la que millor s'ajusta a la configuració real de les ruïnes? Davant d'aquesta qüestió, els estudiants pogueren posar a prova les seves primeres hipòtesis realitzades en l'etapa anterior. L'estudi aquí realitzat va implicar dues etapes, una a l'aula en la que es van estudiar les diferents formes geomètriques que consideraven tenir més possibilitats a ajustar-s'hi i, posteriorment, van poder comprovar vivencialment, sobre una maqueta a mida real creada en una plaça propera a l'escola i amb l'ús de diferents materials (guix, llapis, cordills, etc.) per generar les diferents figures geomètriques, com de bé aquestes s'ajustaven a la realitat.

Q3: Treballant ara amb el Geogebra, com podríem fer un model del teatre amb les diferents formes geomètriques simulades per aquest mateix programa? I, si ens basem ara en el manual del cànon arquitectònic legat per Vitruvi (un arquitecte de la Roma antiga) per a la construcció de diferents tipus d'edificis públics, podem ara assegurar a quin tipus d'edifici corresponien les ruïnes trobades? En aquesta etapa les professores van facilitar als diferents grups les instruccions en Geogebra per a reproduir el cànon de Vitruvi. Seguint aquestes indicacions, els estudiants van poder validar les seves hipòtesis i si les ruïnes s'ajustaven realment als cànons de construcció reals de l'època, comprovant que la imatge del model del teatre construït amb Geogebra encaixava perfectament en el mapa de la zona del jaciment.

Q4: Quanta gent podria cabre en el teatre? Era prou gran per a tots els habitants de Baetulo? Hi assistia gent de fora de la ciutat? En aquesta etapa van haver de calcular quants graons podia tenir la cavea (graderia) del teatre, també seguint les mesures del cànon de Vitruvi, i quanta gent s'hi podia asseure. Gràcies a la col·laboració de l'arqueòloga responsable de l'equip del museu que va fer el descobriment de les ruïnes, l'alumnat va poder veure sobre terreny real les ruïnes del teatre i, a més d'escoltar les explicacions de l'experta sobre les tècniques que varen seguir per a descobrir què els amagaven les ruïnes trobades, va poder contrastar la seva feina d'indagació amb la real, fent preguntes i exposant les seves hipòtesis que eren comentades per l'experta.

Durant el desenvolupament del projecte els grups d'investigació, compostos per 3-4 alumnes, havien d'anar redactant un informe grupal amb les hipòtesis, respostes i conclusions de la seva investigació.

L'experimentació completa de tota aquesta seqüència va poder-se desenvolupar en tres setmanes, dedicant totes les hores de matemàtiques i d'història que els estudiants tenien



IMPACTES DE LA INNOVACIÓ EN LA DOCÈNCIA I L'APRENENTATGE

planificades (i algunes més d'altres assignatures que es van necessitar i ens van poder cedir al estar quasi a final de curs) d'on en van resultar aproximadament 8 hores per setmana d'experimentació. El disseny complet d'aquesta proposta didàctica, així com dels materials i les fonts d'informació a consultar, van ser mediades amb l'ajuda d'un blog anomenat: "Què amaguen aquestes ruïnes?", dissenyat especialment amb aquest objectiu i que es pot consultar a la següent adreça: <http://ruinesdebaetulo.blogspot.com.es/>. Amb la creació d'aquest media (mitjà de comunicació) crucial per a l'experimentació, a més a més de ser el mitjà d'intercanvi dels dossiers de treball, de les tasques que els estudiants van haver d'entregar i dels format d'informe d'investigació que van entregar al final del projecte, va permetre incloure les diferents referències a respostes preexistents sobre estudis realitzats (per exemple, fotografies reals sobre les excavacions facilitades pel museu de Badalona, el llibre d'arquitectura de Vitruvi, instruccions sobre Geogebra, etc.).

Així com també posar a la disposició de tot el grup classe, tots els informes que varen anar realitzant els diferents equips, permetent crear el medi didàctic molt apropiat per a que els estudiants junt a les professores, poguessin avançar progressivament i conjuntament en la investigació.

Redisseny de la seqüència didàctica en l'entorn del c-llibres

El disseny i experimentació de la seqüència didàctica que acabem d'introduir i la seva posterior anàlisi (Sala, Font, Giménez & Barquero, 2015) són la base de partida del redisseny d'aquesta mateixa proposta en el marc del projecte europeu MCSquared (<http://www.mc2-project.eu>). Aquest projecte se centra el disseny d'unitats o seqüències didàctiques, en format de les anomenades c-unitats (c en referència a creativitat) que són integrades en l'entorn dels designats c-llibres (c-books) que tenen per a objectiu la creació de recursos didàctics per a la promoció de la indagació i la creativitat matemàtica a través del disseny innovador de propostes didàctiques per a l'escola Secundària (Barquero, Richter, Barajas & Font, 2014). En el marc d'aquest projecte, els focus principals se situen en el mateix procés de disseny de les c-unitats que són creades per equips mixtos de dissenyadors amb diferents perfils professionals, i en l'anàlisi de quines característiques aquestes integren per a promoure la creativitat matemàtica en les futures experimentacions. En el disseny de la c-unitat que aquí ens ocupa, un equip de cinc persones van intervenir en la seva creació, des d'investigadors en didàctica de les matemàtiques, professors de secundària d'història i de matemàtiques i persones expertes en tecnologia educativa.

Amb l'objectiu d'adaptar la seqüència didàctica als requeriments, tant tecnològics com didàctics, de l'entorn del c-llibre, se'n va fer un redisseny tenint en compte de no perdre algunes de les característiques essencials d'aquesta. En primer lloc, es manté la seva estructura arborescent de qüestions que es van derivant a partir de la presentació de la situació i qüestió inicial sobre "què amaguen aquestes ruïnes?". Aquesta primera qüestió es seguida aleshores



IMPACTES DE LA INNOVACIÓ EN LA DOCÈNCIA I L'APRENENTATGE

per una estructura en fases i subqüestions (en particular, Q1, Q2, Q3 i Q4 descrites a la primera secció) que van guiant i narrant l'evolució de la seqüència i la metodologia d'ensenyament-aprenentatge de les matemàtiques basada en indagació i modelització matemàtica. Tot i això, la seva adaptació a l'entorn del c-llibre, ha requerit desglossar certes etapes per assegurar que el possible alumnat usuari vagi involucrant-se gradualment en la indagació que se li proposa, així com demanar a l'alumnat que, en lloc d'anar confeccionant un únic informe al llarg del desenvolupament del procés de la indagació, redacti diversos informes parcials (en concret, un al final de cada fase de la c-unitat). En segon lloc, a més d'adaptar les activitats de la seqüència didàctica original pensant en que aquesta pogués ser el màxim autogestionada, s'inclouen diverses activitats aprofitant el potencial de la infraestructura tecnològica presentada en el c-llibre, on es mesclen espai de redacció de text amb la possibilitat d'integrar aplicacions (anomenats widgets) provinents de diferents factories de tecnologia educativa en educació matemàtica com, per exemple: aplicacions de Geogebra, aplicatius dissenyats per Cinderella, recursos integrats en la plataforma del DME (Digital Math Environment, desenvolupada de l'Institut Freudenthal), entre d'altres.

Amb aquest propòsit, la nova proposta didàctica queda finalment articulada en 5 fases (en les figures es poden veure exemples d'algunes de les pàgines de la c-unitat dissenyada):

Fase 1: Presentació de la notícia de la troballa de les ruïnes romanes (Fig. 1), i formulació de Q1 sobre l'exploració i primeres propostes sobre a quin tipus d'edifici pot correspondre a les ruïnes trobades. En aquesta primera fase, la c-unitat incorpora diferents recursos: articles, vídeos, enllaços web (per exemple, al Geoportal urbanístic) per a situar millor als futurs usuaris en el context arqueològic on es platejaran les qüestions a tractar. A més a més, al finalitzar aquesta primera fase la c-unitat incorpora un format de primer informe on s'hauran d'incorporar per escrit les primeres respostes a Q1.

Fase 2: Formulació de les primeres hipòtesis sobre a quin tipus d'edifici poden pertànyer les ruïnes i sobre quines formes geomètriques poden ajustar millor la configuració real de les ruïnes (Fig. 2), corresponent a l'estudi de Q2. En aquesta segona fase la c-unitat incorpora, en primer lloc, un recull d'edificis romans per a discutir quines formes geomètriques s'amaguen darrera la seva construcció i, en segon terme, espais habilitats (en les successives pàgines i en el format d'informe d'investigació a la darrera pàgina) per a que els alumnes puguin introduir les seves respostes en relació a Q2.

Fase 3: Avaluació i validació de les hipòtesis i disseny del model de teatre segons el cànon de Vitruvi (Fig.3), corresponent a l'estudi de Q3. La tercera fase de la c-unitat incorpora el Geogebra com una eina essencial, primerament, per a provar com de bé les diferents formes geomètriques s'ajusten al plànol adaptat de les ruïnes trobades i, posteriorment, emprar-lo per a simular les instruccions de construcció de Vitruvi en el cas de teatres romans i poder superposar aquesta simulació a la imatge adaptada de les ruïnes descobertes.



IMPACTES DE LA INNOVACIÓ EN LA DOCÈNCIA I L'APRENENTATGE

Fase 4: Aproximació del càlcul de la capacitat de persones de l'edifici, corresponent a l'estudi de Q4. Aquesta qüestió permet el contrast de les respostes donades en la fase 3 amb els informes dels arqueòlegs experts, ja que no es pot suposar que en futures experimentacions es pugui comptar amb la intervenció de l'arqueòloga responsable de la investigació.

Fase 5: Informe final amb les conclusions de la investigació realitzada (Fig.4).

Consideracions finals

En primer lloc, un aspecte important que ha marcat el redisseny de la seqüència didàctica original és que aquesta es va realitzar pensant en què la futura implementació de la c-unitat podia fer-se tant en una aula convencional, sota condicions com les descrites en la seva primera versió, com en entorns d'ensenyament autogestionats, fins i tot, virtuals. Aquest fet ha portat als dissenyadors a incloure, en diversos punts de la seqüència, moltes més explicacions i recursos, com ara vídeos filmats in situ, propostes opcionals d'activitats vivencials que després puguin ser incorporades a la plataforma i que d'aquí emergeixi una reflexió conjunta, etc. També, s'ha trobat indispensable habilitar espais per al treball col·laboratiu i/o individual i requerir que aquest quedés recollit a la plataforma en format de preguntes obertes o com a informes parcials o final d'investigació, com els que es demana al final de cada fase que configura la c-unitat.

Per altra banda, cal destacar que les c-unitats han ofert la possibilitat de combinar fàcilment l'escriptura de les diferents tasques i qüestions amb un gran ventall de widgets, manipulables per a cada usuari, dotant l'entorn d'aprenentatge d'un gran potencial per a l'ensenyament de les matemàtiques. Així mateix, l'ús de d'aquesta tecnologia educativa permetrà integrar-hi moltes dimensions que queden sovint excloses en els recursos i dispositius més tradicionals: experimentació, conjeturació, comparació, validació i avaluació de diferents propostes dels estudiants, autoavaluació i autocorrecció de les tasques, múltiples ocasions d'ampliació dels continguts, etc. D'aquesta manera, la plataforma s'erigeix com un nou mediador que facilita i promou l'autonomia de l'alumnat respecte el seu propi aprenentatge, però que també obra moltes qüestions com, per exemple, quin ha de ser el paper i responsabilitats del professor en la gestió i integració d'aquest nou univers de medis que es posen a disposició dels estudiants (Clark-Wilson et al., 2014).

Per últim, no es poden obviar algunes restriccions que ja detectem del fet de treballar sols a través del medi ofert per la c-unitat. En primer lloc, a causa de la seva estructura lineal de pàgines i fases, pot portar als alumnes i professor a seguir-les ordenadament, fet que fàcilment implicaria un cert tancament de l'activitat indagativa i, segurament, un excés de guiatge de l'alumnat. En futures investigacions, ens proposem estudiar quines condicions, en situacions reals d'aula, permeten superar aquesta rigidesa i com la articulació i mediació del treball individual i grupal a l'aula, junt amb el treball a l'entorn digital (com indiquen, Russell,



IMPACTES DE LA INNOVACIÓ EN LA DOCÈNCIA I L'APRENENTATGE

2013 en el cas de l'ensenyament de la història o Drijvers, 2013 en el cas de l'ensenyament de les matemàtiques), pot potenciar un tipus d'activitat que ajudi a promoure la indagació, la creativitat, tot superant l'aïllament disciplinar, com és el cas de la història i les matemàtiques.

4.1. FIGURA O IMATGE 1

The screenshot shows a web application interface for 'MC2'. At the top, there is a navigation bar with the text 'Qué esconden estas ruinas?' and 'FASE 1: Qué noticia!'. On the left side, there is a sidebar with buttons for 'C-Books', 'My profile', 'Class manage...', and 'Workspaces...'. The main content area features a news article titled 'DESCUBRIMIENTO EN BADALONA DE IMPORTANTES RESTOS ARQUEOLÓGICOS DE UN EDIFICIO PÚBLICO ROMANO'. The article text describes the discovery of a Roman public building in the Dalt de la Vila neighborhood of Badalona. Below the text is a photograph of an excavation site. The article concludes with information about the site's history, mentioning the Roman emperor Augustus and the population of Baetulo.

4.2. FIGURA O IMATGE 2

The screenshot shows a web application interface for 'FASE 2: Formulación primeras hipótesis'. The main text area contains a paragraph: 'La observación de los mapas de la zona nos ha permitido conocer bien la forma de sus calles y los restos arqueológicos hallados en los alrededores.' Below this text is a photograph of an archaeological site. To the right of the text is a map of the area, showing a grid of streets and a highlighted area. The map is titled 'Mapa interactivo de la zona' and includes a toolbar with various tools like 'Move', 'Drag or select objects (Esc)', and 'Input'. Below the map, there is a text input field with the prompt: '¿Cómo has llegado a esta conclusión? ¿Qué herramientas has utilizado en el plano para ajustar la forma?'. At the bottom, there is a small text block: 'Pero... para trabajar como verdaderos especialistas bien los diferentes tipos de edificios públicos que se les daban? Para empezar a informarnos podéis...'



IMPACTES DE LA INNOVACIÓ EN LA DOCÈNCIA I L'APRENENTATGE


4.3. FIGURA O IMATGE 3

FASE 3: Comprovación de hipótesis

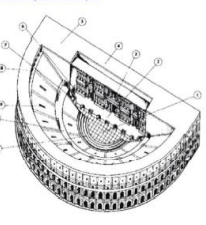
Como decíamos en la página anterior, Marcus Vitruvius Pollio fue un arquitecto muy famoso del siglo I a. EC. Es el autor del libro "De Arquitectura", conocido hoy como "Los Diez Libros de Arquitectura", un tratado escrito en latín y griego antiguo sobre el arte de construir, dedicado al emperador Augusto. En su libro afirma que los edificios públicos deben cumplir las siguientes tres cualidades: *firmitas*, *utilitas*, *venustas* - es decir, deben ser sólidos, útiles, hermosos. Nos referimos a estas cualidades como las virtudes de Vitruvio o la Tríada de Vitruvio.

Tratado de arquitectura
Resolución de la proporción del cuerpo humano del libro de Vitruvio, conocido como el hombre en los libros de arquitectura de Vitruvio.

En esta actividad puedes encontrar más información sobre Marcus Vitruvius.

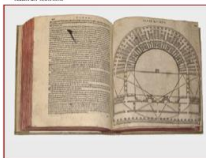


Los primeros teatros romanos estaban organizados en los teatros griegos. Busca los nombres de las distintas partes de un teatro romano y completa en cada apartado correspondiente de la ilustración. Esta actividad te ayudará a familiarizarte con el vocabulario arquitectónico de esta época.



- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11

Aquí te tenemos propuesto el libro escrito por Marcus Vitruvius "De Architectura", obtenido por la página de [openstax.org](#).



Con los nombres de construcción de los edificios romanos que has aprendido en este libro del apartado de vocabulario de la época que hemos creado los nombres que se venían investigando vamos a poder diseñar un teatro. (Depende de cómo os vaya el día).

A continuación te incluyamos algunos videos donde se muestra la traducción del libro "De Architectura" desde su versión original en latín.

[Vídeo de la traducción al inglés](#)
[Vídeo de la traducción de 1971 al español.](#)

4.4. FIGURA O IMATGE 4

INFORME FINAL DE LA INVESTIGACIÓN

What? Who? Where? When? Why? How?

1) RESUMEN GENERAL DEL TRABAJO REALIZADO. Síntesis en unas 20 líneas haciendo referencia a cada una de las cuatro fases de la investigación.

2) EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

2.1) Descripción del contexto de la investigación

2.2) ¿Cuál era la pregunta de investigación?

3) OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

OBJETIVOS PLANTEADOS:	OBJETIVOS LOGRADOS:

4) FUENTES DE INFORMACIÓN Y CONOCIMIENTOS PREVIOS. Relaciona los conocimientos que has adquirido (tanto si ya lo sabías como si has tenido que buscarlos) para realizar el trabajo de investigación.

Historias:

Matemáticas:

Otros (especifica de qué materias)

5) MÉTODOS Y ESTRATEGIAS UTILIZADAS EN EL PROCESO DE INVESTIGACIÓN

Tratamiento de la información (clasificación de datos, búsqueda de información, etc.)

Herramientas tecnológicas:

Métodos y estrategias de resolución matemática que has intervenido en la toma de decisiones:

Otros métodos /o estrategias útiles en el proceso de investigación:

6) ANALISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS. Exposición de los resultados obtenidos en cada fase.

7) CONCLUSIONES FINALES



IMPACTES DE LA INNOVACIÓ EN LA DOCÈNCIA I L'APRENTATGE

5. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

BARQUERO, B., RICHTER, A., BARAJAS, M., & FONT, V. (2014). Promoviendo la creatividad matemática a través del diseño colaborativo de c-unidades. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 157-166). Salamanca: SEIEM.

CLARK-WILSON, A., ROBUTTI, O., & SINCLAIR, N. (Eds.) (2014). *The Mathematics Teacher in the Digital Era*. Springer, Dordrecht. <http://www.springer.com/br/book/9789400746374>

DRIJVERS, P. (2013). Digital technology in mathematics education: why it works (or doesn't). *PNA*, 8(1), 1-20.

RUSSELL, M. (2013). Lest We Forget: Mixing Traditional and Digital Learning in the History Classroom. *Teaching and Learning in the Digital World: Possibilities and Challenges. Learning Landscapes*, 2013, 6(2). <http://www.learninglandscapes.ca/images/documents/ll-no12-vfinal-lr-links.pdf>

SALA, G., & BARQUERO, B. (2015). Towards an interdisciplinary study of questions. A mathematical approach to the historical incident of Barcelona's siege in 1714. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, special issue: proceedings of the CIDUI 2014 – Modelos flexibles de formación: una respuesta a las necesidades actuales, 196, 183–189. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042815040112>

SALA, G., BARQUERO, B., FONT, V., & GIMÉNEZ, J. (2015). A multidisciplinary approach to model some aspects of historical events. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp.923-929). Prague.

SALA, G., FONT, V., GIMÉNEZ, J., & BARQUERO, B. (2015). Inquiring and modelling in a real archaeological context: the importance of the sequence tasks design. *Proceedings of the Seventeen Congress of the International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA 17)*.