POSTRES D’HIDROMEL I FRACTAL FLUID

INSTITUT ESTEVE ALBERT

SARA SALADICH

MERCÈ BALART

SANT VICENÇ DE MONTALT

04 / 02 / 2019

INDEX

1. INTRODUCCIÓ

1.1 Motivació

La meva idea inicial de treball de recerca de 2n de Batxillerat estava relacionada amb un aspecte de l’alimentació. Per raons que m’afecten directament, em van aconsellar, per diverses bandes, que no agafés aquest tema. Així ho vaig fer, tot i que en el seu moment em vaig quedar una mica frustrada. Però, a mesura que he anat elaborant aquest treball, m’alegro d’haver-me endinsat a dos temes totalment desconeguts per mi, i no quedar-me amb el que em conec massa bé.

Un d’aquests dos temes, me’l va proposar la meva tutora de Treball de recerca, la Mercè. Aquest tema eren els fractals. En començar a conèixer-los em vaig adonar de seguida que aquestes formes eren fantàstiques i les diverses teories implicades eren molt interessants. Però sobretot, el que em va motivar més va ser conèixer un nou fenomen del qual no havia sentit a parlar mai, i estava present en qualsevol lloc: els fractals.

La meva sorpresa, però, va ser trobar que els fractals tenen una aplicació culinària, molt vistosa i també innovadora. Aquesta troballa va acabar amb la meva indecisió sobre quin tema escollir, ja que em va permetre unir els fractals i la cuina molecular.

1.2 Objectiu del treball (hipòtesi)

La hipòtesi de la investigació no la vaig tenir clara des del començament, sinó que va anar sorgint a mida que anava treballant, i canviant d’aquesta manera també l’enfocament del treball.

Les hipòtesis d’aquest treball son:

- reproduir les postres creades per Xabi Gutiérrez, utilitzant els mateixos ingredients per verificar que obtinc un fractal.
- esbrinar si puc obtenir un creixement fractal en les postres, utilitzant la mateixa base però canviant el colorant.
- comprovar si el patró de creixement dels fractals obtinguts amb altres colorants segueix el patró inicial o no.

1.3 Estructura del treball

El treball consta de dues parts diferenciades però evidentment relacionades. En la primera, que correspon a la més teòrica, hi trobem la definició i característiques, la història, la dimensió, el tipus i les aplicacions dels fractals. En aquest últim apartat s’introdueix i enllaça amb la cuina molecular, on s’explica la definició i l’origen, i més concretament l’aparició dels fractals en la cuina molecular i les postres d’hidromel i fractal fluid.

La segona part es centra en la part pràctica del treball, on es plantegen els experiments, s’obtenen els resultats, i s’elaboren les conclusions.

1.4 Metodologia

Per realitzar aquest treball, primer he fet un estudi teòric dels fractals i la cuina molecular, a partir de llibres i pàgines d’Internet. Després, basant-me amb els coneixements obtinguts, he fet una investigació experimental fent les postres d’hidromel i fractal fluid amb reactius diferents als coneguts, per tal de comprovar les meves hipòtesis.

Espero que els lectors del meu treball gaudeixin del què hi trobaran. Espero també que les explicacions i informació sigui prou entenedora, ja que he fet un esforç per simplificar-la. També desitjo que el treball empíric de les postres d’hidromel resulti atractiu, encara que només sigui a la vista. Haig de confessar que al provar-lo, no em va agradar gaire, i puc assegurar que no va ser per falta d’afany en l’elaboració de la recepta.

Per acabar aquesta introducció, m’agradaria compartir dos fragments que em van captivar del llibre “La geometria fractal de la naturaleza”, de Benoit Mandelbrot, que he consultat molt al llarg del treball:

"Per què sovint es descriu la geometria com una cosa freda i àrida? Sí, és incapaç de descobrir la forma del núvol, una muntanya, una costa o un arbre, perquè ni els núvols són esfèrics, ni les muntanyes còniques, ni les costes circulars, ni el tronc d'un arbre cilíndric, ni un raig rectilini . "

"La Geometria Fractal els farà veure les coses de manera diferent. Hi ha un risc si continuen llegint. Es juguen la pèrdua de la seva visió de la infància dels núvols, boscos, galàxies, fulles, plomes, roques, muntanyes, torrents d'aigua, maons i moltes altres coses. Mai més la seva interpretació d'aquests objectes serà la mateixa "....

2. MARC TEÒRIC

2.1 DEFINICIÓ DE FRACTAL I CARACTERÍSTIQUES

Hi ha diverses definicions del terme fractal, i totes elles varien considerablement. El que sí tenen en comú és definir un fractal com una figura geomètrica, però aquesta idea és molt simplificada. El que faré doncs, és proposar una definició prenent idees de totes les fonts revisades, per tal de facilitar la seva comprensió.

Podríem definir què és un fractal de la següent manera:

Un fractal és una figura semi geomètrica que disposa d'una estructura essencial que es repeteix a diferents escales, infinitament. És a dir, tant ens podem apropar o allunyar de l'objecte, que sempre veurem la mateixa estructura. Diem però, què és una figura semi geomètrica, ja que presenta irregularitats que no pertanyen a la geometria tradicional.

Tot i que amb aquesta definició es pot comprendre què és un fractal, trobo important esmentar la definició de Benoit Mandelbrot, que va ser el científic i matemàtic que va crear el concepte de fractal. Per tal d'entendre la seva definició, prèviament hem de conèixer els següents dos conceptes:

Dimensió topològica: és un nombre enter, que defineix qualsevol espai topològic.

Dimensió de Hausdorff-Besicovitch: és un nombre que no ha ser necessàriament enter, i per tant pot definir una dimensió fraccionaria.

Segons Mandelbrot,"*Un fractal és per definició un conjunt el qual la seva dimensió de Hausdorff-Besicovitch és estrictament major que la seva dimensió topològica*." Potser ens caldrien més coneixements per a comprendre realment la definició d'aquest autor, així que continuarem el treball amb la referència de la primera definició aportada, que és molt més entenedora.

Cal entendre que no tots els objectes poden ser fractals, ja que perquè una figura es consideri fractal, cal que compleixi les característiques següents:

Autosemblança: L'autosemblança o autosimilitud, s'origina quan les parts d'un objecte tenen la mateixa forma o estructura que el total, encara que poden presentar-se a diferent escala i poden estar lleugerament deformades. Encara que l'autosemblança és una propietat essencial dels fractals, no tots els fractals posseeixen aquesta característica, i en cas de posseir-la, no és igual en tots, ja que hi ha diferents tipus d'autosemblança, que ja explicaré més endavant.

Un exemple molt clar per entendre aquesta característica és l'estora de Sierpinski. Amb aquest exemple, podem observar una autosemblança perfecta, ja que l'estructura és sempre la mateixa però a diferents escales.

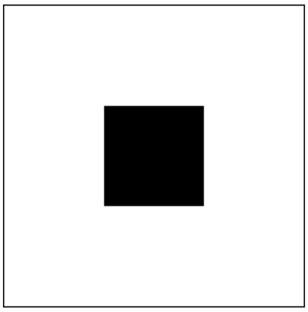


Fig. 1: Estora de Sierpinski (I)

Aquesta és la imatge inicial, on només podem veure un sol quadrat al centre. En augmentar l'escala, veiem més parts d'ella:

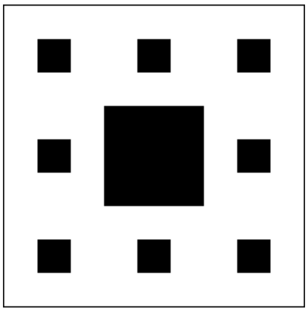


Fig. 2: Estora de Sierpinski (II)

El quadrat inicial està envoltat per vuit quadrats més petits. Si tornem a augmentar l'escala, però aquesta vegada ens centrem en els quadrats més petits, veiem el següent:

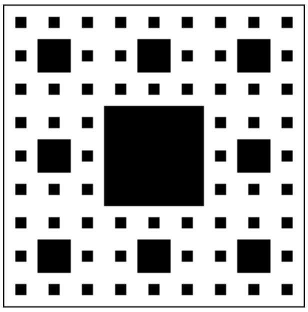


Fig. 3: Estora de Sierpinski (III)

Cada quadrat petit té vuit quadradet més petits encara, que l'envolten, formant així la mateixa estructura que inicialment. Augmentem una vegada més l'escala centrant-nos en els quadradets encara més petits.

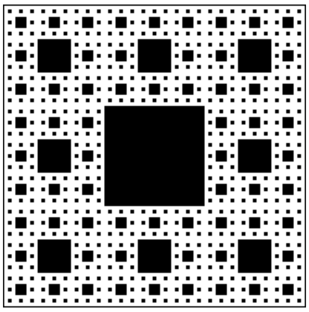


Fig. 4: Estora de Sierpinski (IV)

El resultat de la següent imatge, com ja és d'esperar, és que hi ha vuit quadrats nous molt petits envoltant els quadradets anteriorment esmentats.

Tal i com hem vist amb aquestes imatges, cada vegada que augmenten l'escala, trobem la mateixa estructura inicial, vuit quadrats més petits i un central més gran. Tot i que jo he decidit augmentar l'escala, el resultat és el mateix si la disminuïm, es a dir, la mateixa figura pot subdividir-se en peces cada una de les quals es una còpia a diferent escala de la figura gran.

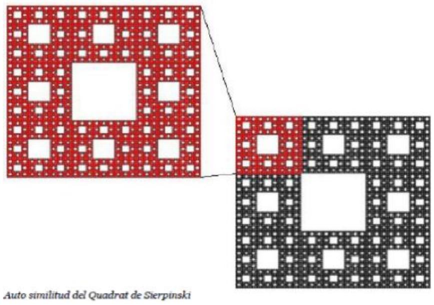


Fig. 5: Estora de Sierpinski (V)

Dimensió Fraccionaria: La dimensió d'un fractal no és necessàriament un valor enter, a diferència de la geometria clàssica, sinó que és un nombre generalment irracional. En les matemàtiques, un punt posseeix dimensió cero, una línia posseeix dimensió u, una superfície dimensió dos i un volum dimensió tres. Doncs en el cas de la dimensió fractal, aquesta és una quantitat fraccionaria, la qual representa el grau d'ocupació de l'estructura en l'espai que la conté.

Un exemple molt clar és la corba de Koch, on cada corba és 4/3 de l’anterior.

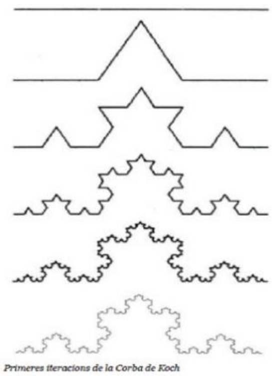


Fig. 6: Corba de Koch

Tot i així, existeixen fractals que tenen dimensions enteres, com pot ser el fractal del moviment brownià en un pla (dimensió fractal 2) o la corba de Peano (dimensió fractal 2). Quan parlem de corbes fractals amb una dimensió entre 1 i 2, aquestes ocupen part del pla, es per això que tenen una dimensió fraccionaria. En el cas de la corba de Peano o del moviment brownià, entre d’altres, ocupen tot el pla, per tant, la seva dimensió fractal, és la mateixa que el pla.

Més endavant explicarem detalladament les dimensions.

Infinitud: Els fractals es consideren infinits, ja que a mesura que augmentem la precisió de l'instrument de mesura, observem que el fractal augmenta en longitud o perímetre. Tot i que, cal destacar, hi ha molts objectes al nostre voltant que són considerats fractals naturals per la seva estructura, no són infinits com els fractals matemàtics.

Un exemple de la infinitud dels fractals és el següent:

Fig. 7: petxina del Nautiluspompilius

Per a donar un exemple de fractal natural, he escollit el romanescu, el qual és molt clar.

Fig. 8: Romanescu; fractal natural.

Complexitat infinita: Aquesta última característica dels fractals es deu a que mostren estructures molt complexes independentment de l'escala a la qual els observem. Això es deu en la construcció reiterativa dels fractals, que disposen d'un nombre infinit de procediments, generant així una estructura infinitament complexa. A mesura que s'executa un determinat procés, es troba com a sub-procés el mateix procediment anteriorment executat, de tal manera que trobem la mateixa complexitat a qualsevol escala. Per tant, si cada procés ja és complex, i el fractal disposa d'un nombre infinit de procediments, podem afirmar que els fractals tenen una complexitat infinita.

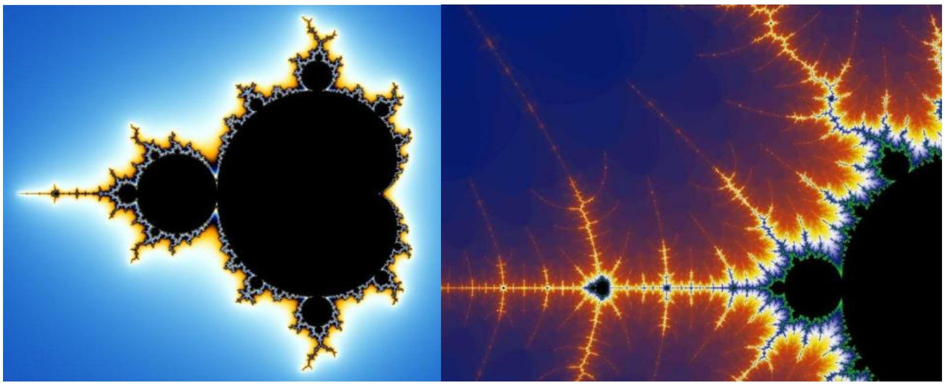


Fig. 9: Fractals altament complexos

Les imatges de dalt mostren el conjunt de Mandelbrot. Podem observar que les dues imatges són la mateixa estructura a diferent escala, però tot i així mostren la mateixa complexitat.

2.2 HISTÒRIA DELS FRACTALS

El terme fractal, concebut per Benoit Mandelbrot l'any 1970, prové de l'adjectiu llatí *fractus*, que vol dir fragmentat i irregular. El verb corresponent és frangere, que significa "trencar en trossos". Per tant la paraula fractus, apart de significar "fragmentat", també significa "irregular", unint els dos significats en el terme fractal.

Els fractals tenen un paper fonamental en el desenvolupament de les matemàtiques pures. El seu origen es remunta a l'època d'Aristòtil, on es troben relacions matemàtiques i científiques que contribueixen en varies idees bàsiques a la dels fractals. Considero però, que és millor centrar-nos més en l'origen dels fractals que no pas en totes les teories i avenços matemàtics que s'hi relacionen.

Les primeres formes fractals van aparèixer al segle XIX, quan el matemàtic Karl Weierstrass va crear la seva funció l'any 1861. Aquesta funció està definida en la recta i pren valors reals, però tot i ser continua en tots els punts, no és derivable en cap d'ells. El fet important és, doncs, la seva condició fractal, que es mostra amb l'auto semblança del gràfic, i en que no posseeix dimensió 1 ni 2.

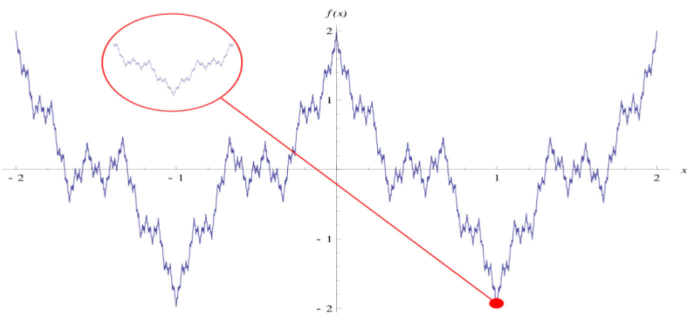


Fig. 10: Funció de Weierstrass

Aquesta funció descriptiva de fractal no va ser suficient per desmentir les creences d'aquella època. La matemàtica clàssica, basada en les estructures regulars de la geometria d'Euclides i en l'evolució continua, característica de la dinàmica de Newton, regien la matèria.

Això va canviar al segle XX amb el començament de la matemàtica moderna, originada per la teoria de conjunts de Cantor i la corba de Peano. Georg Cantor i Giuseppe Peano es van adonar que les formes irregulars no eren l'excepció, sinó la norma.

La qüestió clau dels seus descobriments va venir plantejada per les corbes. Aquestes, en qualitat de línies, havien de posseir dimensió u. Però a l'omplir un quadrat, la seva dimensió hauria de ser dos. Davant d'aquest fet insòlit, aquestes estructures van ser considerades monstres matemàtics. Perquè s'entengui millor, a continuació explicaré els conjunts de Cantor i les corbes de Peano.

El conjunt de Cantor va ser descobert per Georg Cantor l'any 1883, quan estudiava la continuïtat. Es tracta d'un dels fractals més antics, i es construeix de la següent manera: s'agafa un segment i es divideix en tres sub-segments de la mateixa mida. Esborrem el segment central, i ens quedem amb dos segments. Repetim aquest procés de divisió en tres parts iguals els dos segments i esborrem el segment central, i així indefinidament.

Fig. 11: Conjunt de Cantor

Com podem observar, el conjunt de Cantor presenta una auto semblança, ja que des de qualsevol nivell podem aconseguir el conjunt de Cantor original. Per exemple, si agafem el interval [0,1/3] i l'ampliem tres vegades, obtindrem el conjunt original. Per tant, totes les línies contenen la informació del tot.

Giuseppe Peano va donar a conèixer l'any 1891 la seva corba, coneguda com a corba de Peano. Aquesta posseeix la propietat notable d'"omplir" el pla, de forma que la corba passa per qualsevol punt d'una superfície. Per tal de construir aquest fractal, partim d'un quadrat, al qual li dibuixem una diagonal, començant per el vèrtex inferior esquerre. Seguidament dividim el quadrat inicial en nou quadrats iguals, i dibuixem una diagonal a cadascun dels nou quadrats. Les diagonals han de començar igual que la primera, des del vèrtex inferior esquerra. A més a més les anirem unint entre elles. Repetim infinitament el que hem fet anteriorment, aconseguint així la corba de Peano.

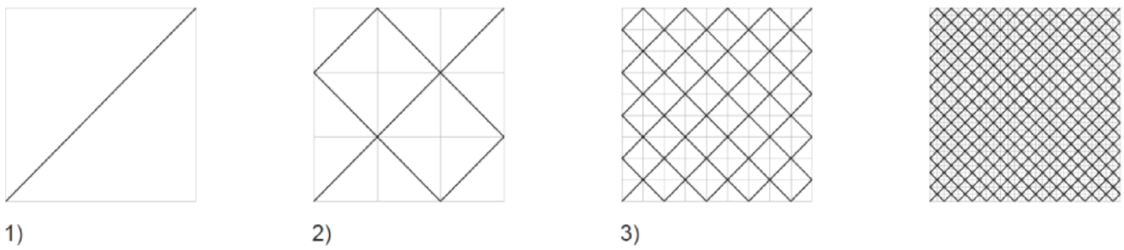


Fig. 12: Corba de Peano

Més endavant, al 1904, seguint propietats semblants a les de Cantor, Helge von Koch va crear la seva corba, anomenada la corba de Koch. Aquesta té la peculiaritat de ser una corba infinita, contínua i tancada, que envolta una superfície finita.

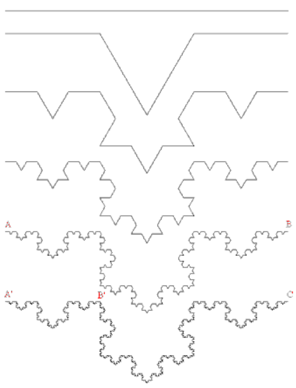


Fig. 13: Corba de Koch

Tal i com es pot observar, aquesta imatge ens mostra les etapes de creació de la corba, la qual per construir-la es dibuixa un segment. Aquest el dividim en tres parts iguals reemplaçant la part central per dos parts de la mateixa longitud, fent un angle de seixanta graus. D'aquesta manera obtenim quatre segments dels quals, els dos centrals, estan formant una espècie de triangle. Si fem el mateix procediment en els quatre segments, obtindrem setze segments més petits. Seguint aquest procés infinitament obtenim la corba de Koch.

El 1915, Waclaw Sierpinski va construir el seu triangle, el qual té la peculiaritat de que la seva àrea és zero, és a dir, no té superfície, però tot i així té una existència gràfica.

Per construir aquest fractal partim d'un triangle equilàter qualsevol. Seguidament, es marca un punt al mig de cadascun dels seus costats i s'uneixen per tal de formar un altre triangle. Aleshores es deixa en blanc el triangle central, per representar que és buit i que no pertany a la figura. D'aquesta manera, ens queda un triangle dividit en quatre triangles. Aquesta operació es repeteix amb els tres triangles ombrejats indefinidament, obtenint la següent figura:

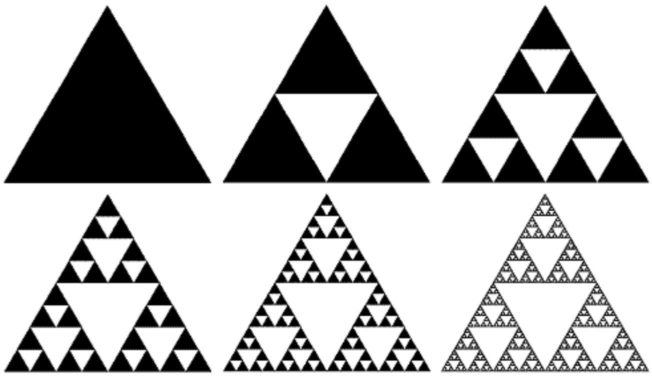


Fig. 14: Triangle de Sierpinski

Podem observar que cada nou pas del triangle de Sierpinski s'obté fent tres còpies auto similars del pas anterior. Per tant, podem afirmar que aquesta figura es auto semblant.

Un any desprès d'aparèixer el triangle, Waclaw Sierpinski va definir la seva estora, anomenada estora de Sierpinski. El procés d'elaboració d'aquesta estora és molt similar a la del triangle. La imatge següent ens mostra tant l'estora de Sierpinski, com els passos per construir-la.

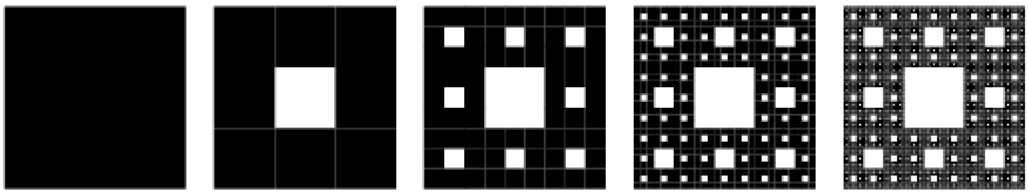


Fig. 15: Estora de Sierpinski

El procés de construcció de l'estora es molt semblant al del triangle. Es comença dividint un quadrat en nou quadrats més petits, on el quadrat central es representarà blanc, per simbolitzar el buit. Desprès tan sols s'ha de repetir aquest procés als vuit quadrats ombrejats infinitament.

Per arrodonir l'explicació dels tres fractals acabats de veure, la corba de Koch i el triangle i l'estora de Sierpisnki, podem observar que tots tres segueixen la idea principal del conjunt de Cantor.

Abans de continuar explicant l'evolució dels fractals i introduir la Teoria del Caos, val la pena esmentar, sense grans explicacions que serien massa extenses, la següent gran troballa relacionada amb els fractals. El 1919 Félix Hausdorff va introduir la primera manera d'observar i estudiar aquest tipus de formes irregulars, que ja hem esmentat prèviament, en la vida real. Va crear la dimensió de Hausdorff-Besicovitch.

2.2.1 TEORIA DEL CAOS

La recerca d'una explicació dels fenòmens complexos anomenats fractals, els quals són irresolubles mitjançant models matemàtics, va donar llum a la Teoria del Caos.

Aquesta no nega la ciència clàssica, sinó que utilitza uns altres mètodes per estudiar la realitat. El matemàtic, físic i filòsof francès Henry Poincaré va ser el principal suport d'aquesta teoria, quan va posar en dubte l'estabilitat del sistema solar i va considerar la possibilitat de l'existència d'òrbites caòtiques i ambulants. Per entendre la relació de la teoria del caos amb els fractals, primer hem d'entendre què és la teoria del caos.

La teoria del caos tracta de certs sistemes dinàmics, els quals el seu estat evoluciona amb el temps, amb la particularitat de ser molt sensibles a les variacions de les condicions inicials. Per tant, una petita variació en les condicions inicials pot causar grans diferències en el futur, fent així complicada qualsevol predicció a llarg termini. Un exemple de sistema dinàmic són els planetes.

Tots els planetes tenen unes òrbites determinades, però això no implica que en qualsevol moment aquestes puguin variar i que el planeta canvi de recorregut. Els fractals representen també aquests sistemes dinàmics, la geometria natural i els efectes no lineals, és a dir, tot el que no pot ser mesurat en termes Euclidians. En definitiva, els fractals són la representació geomètrica de la Teoria del Caos.

A partir d'aquestes descobriments de Poincaré, el matemàtic també francès Gastón Julia va profunditzar en les seves idees i va crear, el 1918, els Conjunts de Julia. Aquests conjunts s'obtenen a partir de funcions quadràtiques simples formades per la iteració de nombres complexos. El conjunt de Julia està definit per la funció següent:

$$f\boldsymbol{c}(Z) = Z^2 + C$$

Tot i que depenent del nombre z que s'esculli la forma del fractal serà una o altre, ens podem fer una idea del conjunt de Julia amb aquestes imatges:

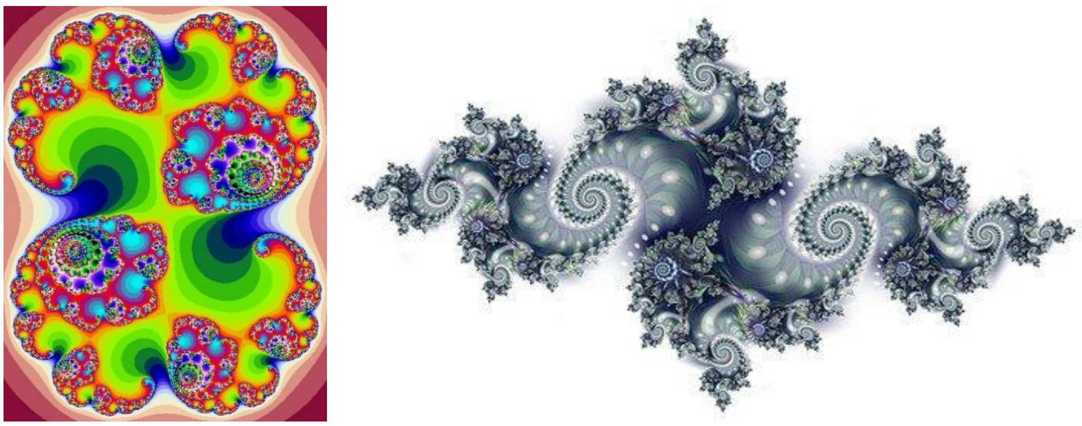


Fig. 16: Fractals derivats del conjunt de Julia

Com que per obtenir una gràfica del conjunt de Julia s'havia de realitzar un procés molt elaborat amb una infinitud de càlculs, el procés es va congelar fins el 1974. En aquell any es va aconseguir representar-los gràcies a la invenció de l'ordinador IBM, que va permetre representar aquest fractal a la pantalla.

Per acabar la història dels fractals, és necessari anomenar al matemàtic Benoit Mandelbrot, considerat pare de la geometria fractal, i creador del Conjunt de Mandelbrot. Aquest conjunt el va inventar a partir dels coneixements dels treballs de Gastón Julia, quan treballava per IBM, fet que el va permetre tenir accés als ordinadors. Per dur a terme el conjunt, Mandelbrot va modificar el procés reiteratiu de Julia fent variable el punt c i fixant el punt z, de tal manera que la funció ja no tendeix a infinit, sinó que esta acotada.

La següent funció defineix el conjunt de Mandelbrot, i a sota es mostren unes noves imatges de fractals:

$$z_{n+1} \;=\; F(zn) \;= z_n^2 + c$$

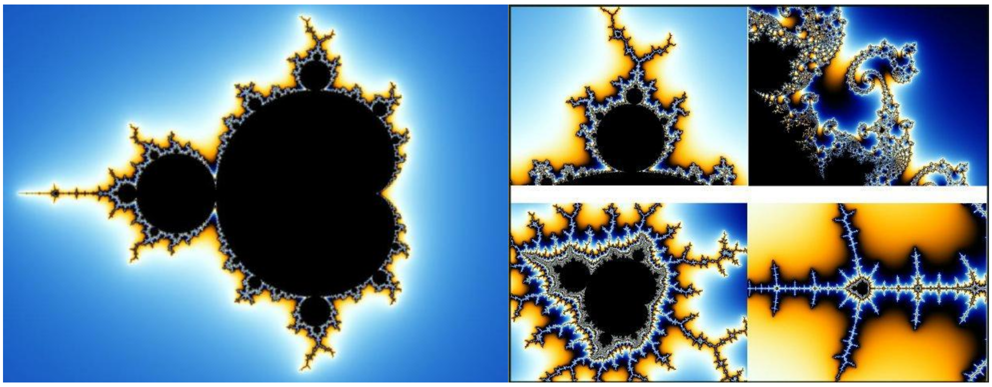


Fig. 18: Conjunt de Mandelbrot

Finalment, desprès de publicar el seu *Conjunt*, Mandelbrot va unir en una sola paraula tots els coneixements previs, més els propis, i va encunyar el terme fractals.

La historia dels fractals però, no acaba aquí, ja que actualment hi ha científics de moltes àrees que hi estan treballant. En la cerca d’informació actual, apareixen recurrentment noms com Adrien Douady, John H. Hubbard i Sullivan; i matemàtics moderns com Dr. Robert i L. Devaney, els quals tots ells dediquen la seva recerca els fractals.

2.3 DIMENSIÓ DELS FRACTALS

Des del meu punt de vista, un dels temes més complicats dels fractals són la seva dimensió. Per tant, intentaré explicar tant la dimensió fractal com les anteriors a aquesta el millor que pugui. Abans, però, crec que primer hem de tenir clar el concepte de dimensió.

El terme dimensió prové del llatí dīmensió, que significa mesurar, i és un número relacionat amb les propietats mètriques i topològiques d’un objecte. És a dir, la dimensió expressa la longitud, extensió o volum que una línia, superfície o cos ocuparà en l’espai, i per tant determina l’alçada, l’amplada i la profunditat d’un objecte. Una altra manera de definir la dimensió d’un objecte és: el número de coordenades necessàries per especificar un punt en el mateix objecte.

Ara que ja sabem que és dimensió, ens centrarem en la geometria euclidiana, ja que és anterior a la geometria fractal, i molt important per entendre la dimensió fractal.

Euclides va ser fundador de la geometria, que serviria per a estudiar les formes regulars com una línia, un triangle, etc. El problema és que aquesta geometria només analitza les propietats dels espais geomètrics que compleixen amb una sèrie de característiques, per tant no serveix per a totes les formes. Segons la geometria clàssica hi ha les següents dimensions:

Dimensió -1:

Aquesta dimensió no es sol nombrar, però representa el buit. És a dir, l'absència de material en els elements en un espai.

Dimensió 0:

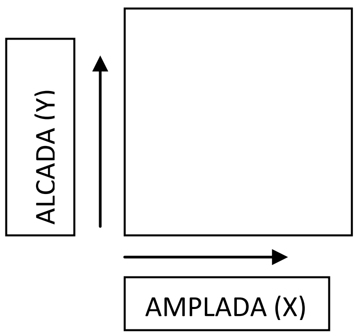
Un punt no té desenvolupament lineal, és a dir, no té longitud, àrea ni volum. Per aquesta raó es considera que no té cap dimensió i que la seva única funció és marcar una posició.

Dimensió 1:

Una línia és unidimensional, té una dimensió perquè tan sols té longitud, i només necessita una coordenada per especificar un punt d'ella mateixa.

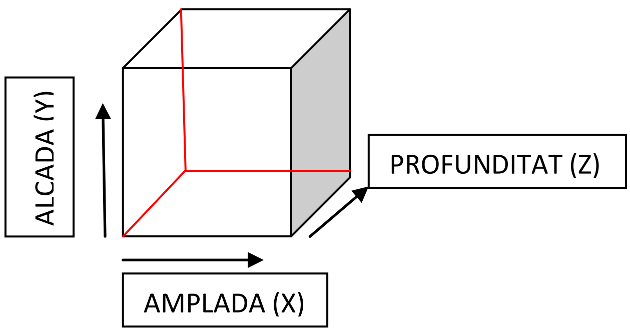
Dimensió 2:

Una superfície o un polígon son bidimensionals perquè per especificar un punt sobre ells mateixos necessiten dues coordenades, la distància horitzontal (X) i la distancia vertical (Y).



Dimensió 3:

Els poliedres tenen tres dimensions, per tant són cossos tridimensionals ja que per localitzar un punt a l'interior d'aquests cossos es necessita l'alçada, l'amplada i la profunditat, és a dir tres coordenades.



Aquestes són les diferents dimensions topològiques euclidianes.

A continuació us explicaré com calcular la dimensió topològica d'una línia, un quadrat i un cub. La fórmula que utilitzem és la següent:

$$N(r) = \left(\frac{1}{r}\right)^{D}$$

La N(r) es refereix al nombre de parts obtingudes, la rés un factor d'escala i la D la dimensió que té la figura. Com podem veure a la fórmula, la N apareix representada com a N(r), ja que hi ha una relació entre un factor d'escala r i el número N(r) de copies d'una forma similar necessàries per cobrir la forma original. És a dir que necessitem N peces d'una mida especifica r, per cobrir la forma original.

Com que el que volem saber és la dimensió de la figura, hem d'aïllar la D de la fórmula. Ho farem a partir de logaritmes.

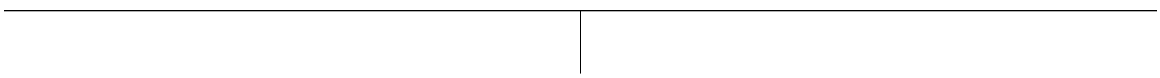
$$\log N = D \cdot \log\left(\frac{1}{r}\right) \rightarrow D = \frac{\log N}{\log\left(\frac{1}{r}\right)}$$

Ara que ja sabem la fórmula, calcularem la dimensió de les tres figures que he esmentat anteriorment.

FIGURA 1: UNA LÍNIA

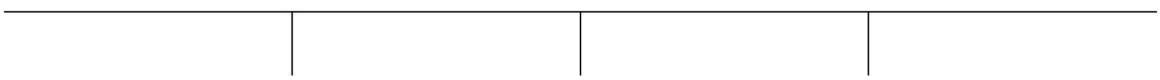
Pas 1: Dibuixem una línia de longitud 1.

Pas 2.1: Dividim la línia en dos trossos de ½.



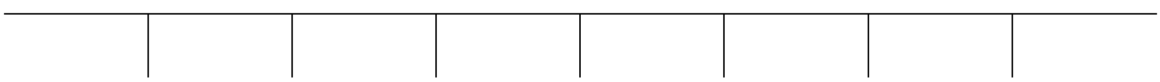
Hem obtingut dues línies de ½ cadascuna.

Pas 2.2: Tornem a dividir la línia, però aquesta vegada en quatre trossos.



Obtenim quatre línies de ¼ cadascuna.

Pas 2.3: Per últim dividim la línia en vuit trossos.



Com és d'esperar, hem obtingut vuit línies que mesuren 1/8.

Pas 3: Fer els càlculs

$$2 = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)}\right)^D \rightarrow \log 2 = \log 2 \cdot D \rightarrow \frac{\log 2}{\log 2} = D \rightarrow D = 1$$

$$4 = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)}\right)^D \rightarrow \log 4 = \log 4 \cdot D \rightarrow \frac{\log 4}{\log 4} = D \rightarrow D = 1$$

$$8 = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{8}\right)}\right)^D \rightarrow \log 8 = \log 8 \cdot D \rightarrow \frac{\log 8}{\log 8} = D \rightarrow D = 1$$

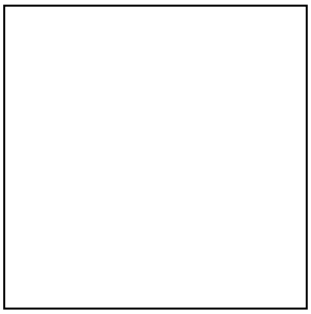
El número que està a l'esquerra de l'igual, son els trossos obtinguts (N(r)). El nombre divisor entre parèntesis, és el factor d'escala r, i la D és la dimensió de la figura.

Pas 4: Conclusió

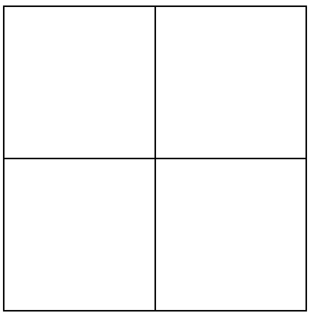
Com podem veure las tres línies tenen dimensió 1. Amb aquests càlculs, hem pogut comprovar que una línia té dimensió 1, independentment dels trossos en què estigui dividida.

<u>FIGURA 2: UN QUADRAT</u>

Pas 1: Dibuixem un quadrat d'àrea 1.

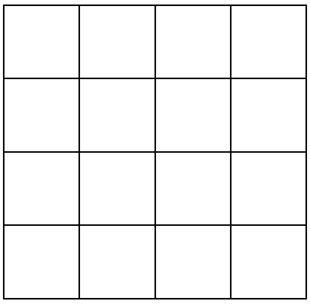


Pas 2.1: Fem dues divisions al quadrat, una horitzontal, i l'altra vertical, de tal manera que ens quedin quatre quadrats iguals.



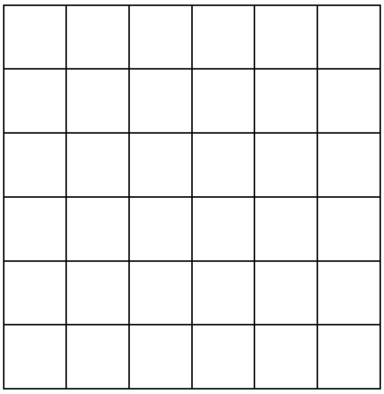
Així doncs, obtenim quatre quadrats que els seus costats mesuren ½.

Pas 2.2: Del quadrat inicial tornem a dividir-lo, però aquesta vegada farem quatre divisions a cada costat.



Hem obtingut setze quadrats que els seus costats mesuren ¼.

Pas 2.3: Per últim, dividim el quadrat inicial en trenta-sis quadrats.



Hem obtingut trenta-sis quadrats, on cadascun dels seus costats mesura 1/6.

Pas 3 : Càlculs

$$4=\left(\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)}\right)^{D} \rightarrow \log 4 = \log 2 \cdot D \rightarrow \frac{\log 4}{\log 2} = D \rightarrow D = 2$$

$$16=\left(\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)}\right)^{D} \rightarrow \log 16 = \log 4 \cdot D \rightarrow \frac{\log 16}{\log 4} = D \rightarrow D = 2$$

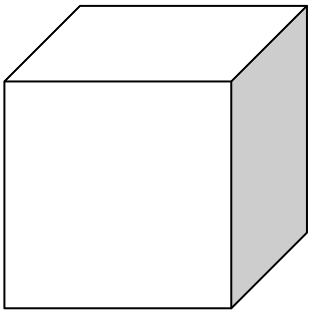
$$36=\left(\frac{1}{\left(\frac{1}{6}\right)}\right)^{D} \rightarrow \log 36 = \log 6 \cdot D \rightarrow \frac{\log 2}{\log 2} = D \rightarrow D = 2$$

Pas 4: Conclusions

Tal i com demostren els resultats de les operacions, el quadrat te dimensió dos. Podem veure que en els tres quadrats dividits en quadrats més petits de mesures diferents, tots tres arriben al mateix resultat, que tenen dimensió dos.

<u>FIGURA 3: CUB</u>

Pas 1: Dibuixem un cub amb volum 1.



Pas 2.1: Dividim el cub inicial en 8 cubs, fent una divisió per la meitat de cada costat.

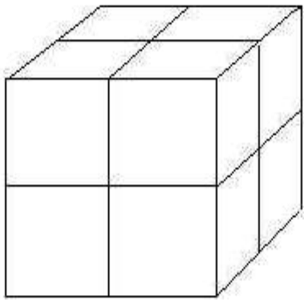


Fig. 19: Cub tridimensional dividit en 8 cubs.

Obtenim així, vuit cubs, els costats dels quals mesuren ½.

Pas 2.2: Del cub inicial, fem tres divisions, tan en l’eix de les X com el de les Y, a totes les cares.

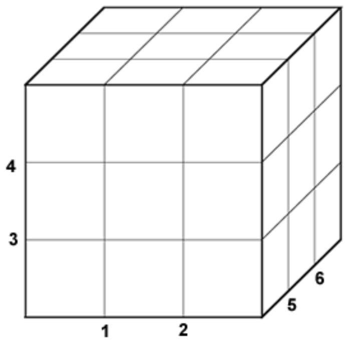


Fig. 20: Cub tridimensional en 27 cubs.

D’aquesta manera obtenim vint-i-set cubs que mesuren $1/_3$.

Pas 2.3: Tornem a dividir novament el cub inicial, de tal manera que ens quedin seixanta-quatre cubs.

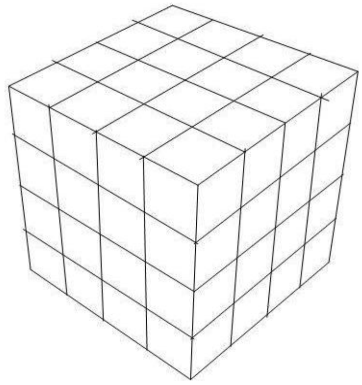


Fig. 21: Cub tridimensional dividit en 64 cubs.

Hem obtingut seixanta-quatre cubs iguals, on els seus costats mesuren ¼.

Pas 3: Càlculs.

$$8 = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)}\right)^{D} \rightarrow \log 8 = \log 2 \cdot D \rightarrow \frac{\log 8}{\log 2} = D \rightarrow D = 3$$

$$27 = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)}\right)^{D} \rightarrow \log 27 = \log 3 \cdot D \rightarrow \frac{\log 27}{\log 3} = D \rightarrow D = 3$$

$$64 = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)}\right)^{D} \rightarrow \log 64 = \log 4 \cdot D \rightarrow \frac{\log 64}{\log 4} = D \rightarrow D = 3$$

Pas 4: Conclusions

Els resultats dels càlculs obtinguts ens confirmen que un cub és una figura tridimensional, i per tant té dimensió tres.

Després d'aquests exemples hem pogut veure com es calcula la dimensió de tres figures diferents, a partir de la fórmula anterior. Tot i ser tres figures amb dimensions diferents, en totes elles hem pogut comprovar que tenien la mateixa dimensió independentment de l'escala a la qual estaven sotmeses. Aquest fet és possible gràcies a la relació que hi ha entre l'escala i el nombre de còpies que obteníem per cobrir la forma original. Per últim, recalcar que tots els resultats obtinguts corresponen a la teoria explicada.

Fins ara hem vist figures de la dimensió topològica euclidiana, però això canvia amb els fractals. Els fractals estan formats per elements cada vegada més petits de si mateixos que es repeteixen indefinidament a menor escala, formant-se així una figura de superfície, perímetre i longitud infinita. Això provoca que la majoria de fractals no s'ajustin als conceptes de la dimensió euclidiana, ja que el seu valor sol ser expressat amb un nombre fraccionari. Per aquesta raó es va crear la dimensió fractal. Aquesta dimensió, anomenada també dimensió de Hausdorff-Besicovitch, inclou totes aquelles figures que la seva dimensió no és un nombre enter.

Ara que ja coneixem les dues dimensions, la topològica i la de Hausdorff-Besicovitch, podem entendre molt millor la definició de fractal de Mandelbrot, que s'havia exposat a l'inici del treball (punt 2.1)

A continuació, calcularem la dimensió d'un fractal, amb la fórmula que hem utilitzat anteriorment, tenint en compte que la seva dimensió de Hausdorff-Besicovitch ha de ser major que la topològica, i que la seva dimensió, generalment, no pot ser -1,0,1,2,3 .Després analitzarem i compararem els resultats obtinguts.

FIGURA 4: LA CORBA DE KOCH

Pas 1: Dibuixar la corba de Koch.

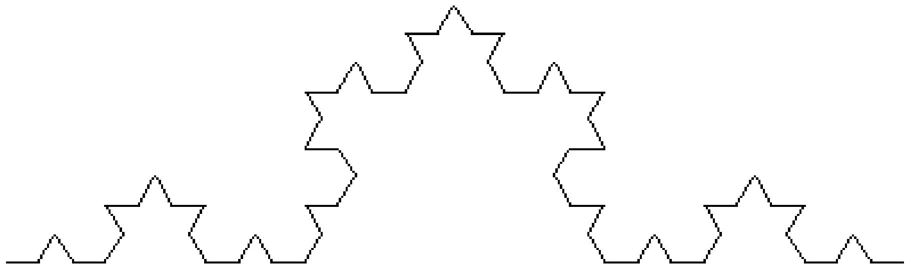


Fig. 22: Corba de Koch.

Pas 2: Com que tota l'estona es repeteix la mateixa seqüència (autosimilitud), seleccionem una part i la tornem dibuixar, augmentant l'escala.

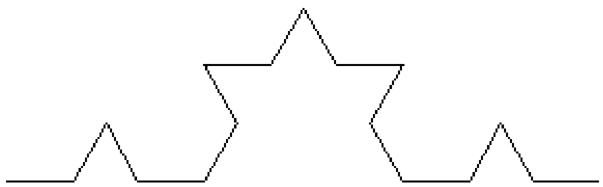
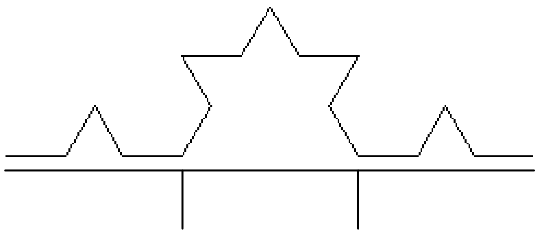


Fig.23: Corba de Koch.

Pas 3: Analitzem la figura per tal de trobar aquella estructura inicial que es repeteix infinitament.



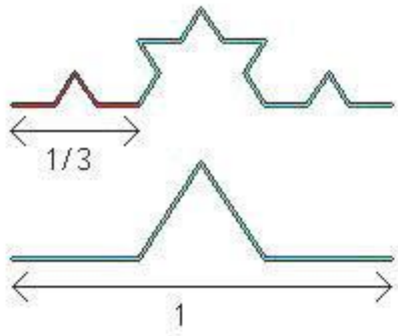


Fig. 24 i 25: Corba de Koch.

En aquest cas és un triangle, per tant trobem que aquesta figura està formada per quatre triangles, dos dels quals estan sobreposats de manera que formen una estrella de tres puntes. La longitud inicial de la figura és 1, i cada triangle que la forma és 1/3 de l'estructura inicial, ja que si dibuixem una línia a sota de la figura, veiem que els dos triangles del costat mesuren igual que la estrella de tres puntes, formada per dos triangles sobreposats, situada al centre.

Així doncs, hem obtingut quatre triangles, que mesuren 1/3 de la longitud inicial.

Pas 4: Càlculs

$$4 = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)}\right)^{D} \rightarrow \log 4 = \log 3 \cdot D \rightarrow \frac{\log 4}{\log 3} = D \rightarrow D = 1{,}261859 \ldots$$

Pas 5: Conclusions

Com podem observar, la dimensió de la corba de Koch, no és cap nombre enter (1,2,3...) com les figures regulars, sinó que es un nombre fraccionari comprès entre 1 i 2. Aquest fet, és la primera pista que ens indica que aquest conjunt és un fractal.

Per acabar de confirmar-ho, la seva dimensió topològica ha de ser més petita que la seva dimensió de Hausdorff-Besicovitch. La seva dimensió fractal l'acabem de calcular, i dóna 1,261859...; i la seva dimensió topològica és 1, ja que una línia té aquesta dimensió. Per tant, la corba de Koch és un fractal, perquè la seva dimensió de Hausdorff-Besicovitch és fraccionaria, i més gran que la topològica.

Cal remarcar que el nivell de iteració del fractal no influeix en la dimensió fractal. És a dir, la dimensió fractal és independent de l'escala de mesurament. Això també ho veiem en la dimensió euclidiana de les figures regulars, on hem comprovat que la seva dimensió és independent al nombre de divisions que tinguéssin.

2.3.1. BOX COUNTING

Hi ha moltes formes de calcular la dimensió fractal d'una figura irregular. Fins ara nosaltres hem explicat i utilitzat un dels mètodes de càlcul basat en una fórmula. Per això trobo important introduir el box counting, ja que és una altra forma de càlcul més gràfica, necessària per a calcular la dimensió dels fractals naturals. Aquestes figures no sempre són exactament auto similars, i per això necessitem un mètode més general pel càlcul de la seva dimensió.

Abans d'explicar com es duu a terme aquest mètode, hem de saber que es el box counting. Per definició, el box counting o recompte de caixes en català, és un mètode de recopilació de dades per analitzar patrons complexos al dividir objectes, imatges, etcètera, en peces cada vegada més petites i analitzar-les en cada escala.

Per calcular la dimensió d'un fractal utilitzant aquest mètode, el primer que hem de fer és dibuixar una graella sobre el fractal. Comptem els quadrats que ocupa la figura, ja sigui parcialment o totalment. Al nombre resultant se l'anomena N. Després fem el mateix disminuint l'escala de la graella, és a dir, fent una graella més fina amb els quadrats més petits. Al reduir la mida de la graella repetidament, aconseguim capturar amb major precisió l'estructura del patró i la seva dimensió. Sabem que el nombre de quadrats que ocupa el fractal s'anomena N, però també s'ha de tenir en compte el valor de la longitud dels quadrats que formen la graella, és a dir el factor d'escala, que correspon a r i que normalment sol esta representat com la longitud del costat (L) dividida per r, L és sol normalitzar a 1. És a dir, per tal de fer els càlculs més fàcils, el costat de la graella sempre serà 1.Com que N evidentment dependrà de la mida d'aquests quadrats, s'anomena N(r).

Ara que tenim clares les dades, utilitzarem la mateixa fórmula que hem utilitzat prèviament.

$$N(r) = \left(\frac{1}{r}\right)^D$$

A partir de la fórmula, nosaltres el que volem saber és la dimensió del fractal, que en la fórmula es troba representada com a D. Per tant, el que hem de fer és aïllar la D a partir de logaritmes i les seves propietats.

$$\log N = D \cdot \log\left(\frac{1}{r}\right) \rightarrow D = \frac{\log N}{\log\left(\frac{1}{r}\right)}$$

Finalment la fórmula queda simplificada així, on la D és la dimensió fractal, la N és el nombre de caixes ocupades i la r és la raó de les caixes, és a dir, és la longitud dels costats de la caixa (comptant per suposat que els costats d'un quadrat mesuren el mateix).

Després de realitzar aquests càlculs amb graelles cada vegada més petites, es representen en una gràfica d'eixos cartesians com un punt, de manera que l'eix d'abscisses correspon a log (1 / r), i l'eix d'ordenades a log N(r). D'aquesta forma es pot elaborar un gràfic com el següent:

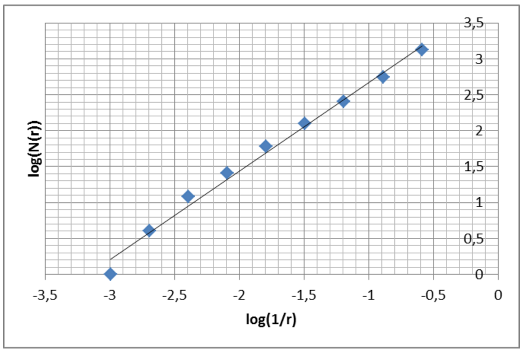


Fig. 26: Gràfica d'eixos cartesians.

A mesura que la quadrícula es fa més fina, els punts apareixen més alineats i es pot calcular la dimensió com la pendent de la recta que uneix els punts.

Per acabar d'entendre-ho, posarem tota la teoria en pràctica calculant la dimensió del triangle de Sierpinski. Hi ha molts programes per a elaborar el box counting, però jo he escollit el Geogebra. Primer de tot fem un triangle regular, i el dividim en quatre triangles iguals. De tal manera que ens quedaria de la següent manera:

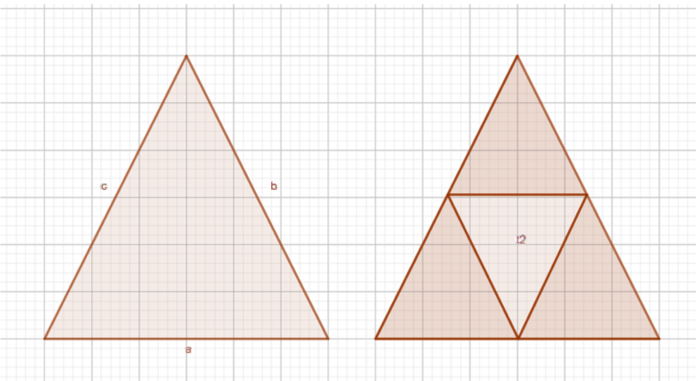


Fig. 27: Triangle de Sierpinski (I).

A continuació veurem que a la part superior esquerra del programa, entre altres, trobem el desplegable d'eines, pressionem a sobre d'ell, i escollim l'opció de crear una eina nova. En la pestanya que apareix, escriurem en els objectes de sortida, els quatre triangles petits, que en el meu cas son els triangles (F,E,D), (E,B,F), (F,C,D) i (A,E,D), i en els objectes d'entrada, afegirem el punt A, B i C. Fent això hem creat una eina que pressionant el triangle adequat, es crea la iteració necessària per fer el fractal. L'únic que hem de fer és utilitzar l'eina amb els tres triangles petits, menys el central, les vegades que es vulgui. Jo ho he fet cinc vegades, i aquest n'és el resultat:

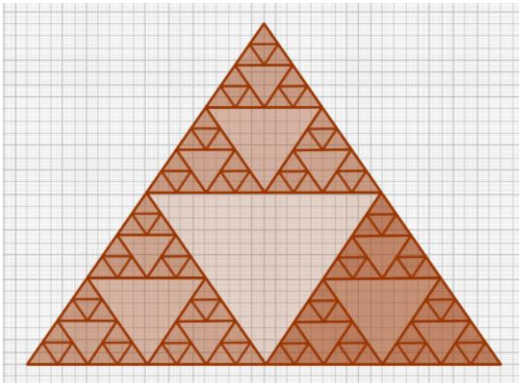


Fig. 28: Triangle de Sierpinski (II).

Ara que ja tenim el fractal construït, hem de fer una graella a partir d'un quadrat que englobarà tota la figura, i segments distribuïts d'una manera o altra segons l'escala de mesura que vulguem fer. Jo he fet la graella de 10x10, amb deu columnes i deu files.

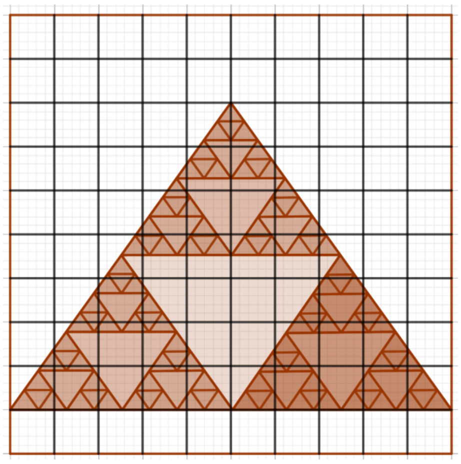


Fig. 29: Triangle de Sierpinski en una graella 10x10.

Una vegada ja tenim la graella, hem de comptar els quadrats ocupats pel triangle de Sierpinski, tenint en compte que els triangles centrals estan buits, i per tant els quadrats que ocupin no es comptaran.

Hi ha cent quadrats a la graella dels quals quaranta-quatre estan ocupats pel fractal. Per tant, tenim que N és igual a quaranta-quatre, i r és igual a un dècim, ja que es la raó de la graella. Així doncs, apliquem la fórmula per obtenir la dimensió:

$$44 = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{10}\right)}\right)^{D} \rightarrow \log 44 = \log 10 \cdot D \rightarrow \frac{\log 44}{\log 10} = D \rightarrow D = 1{,}643452\ldots$$

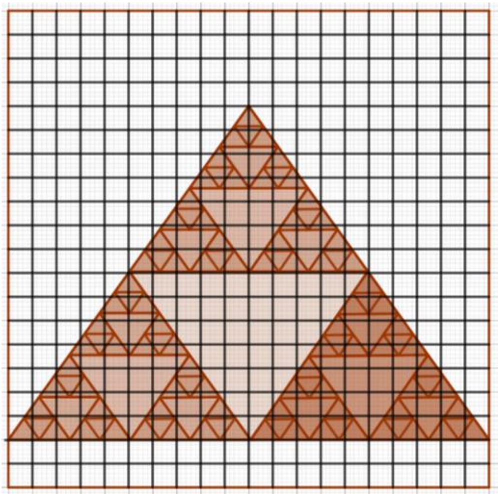


Fig. 30: Triangle de Sierpinski en una graella 20x20.

Ara repetirem la graella, però aquesta vegada la dividirem en vint columnes i vint files, obtenint una graella de 20x20.

Comptem els quadrats ocupats, que en aquest cas en són 132, i apliquem la fórmula, sabent que N és 132 i que r és 1/20.

$$132 = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{20}\right)}\right)^{D} \rightarrow \log 132 = \log 20 \cdot D \rightarrow \frac{\log 132}{\log 20} = D \rightarrow D = 1{,}629919\ldots$$

I per últim, tornem a disminuir encara més la graella, de tal manera que obtenim una graella de 40x40.

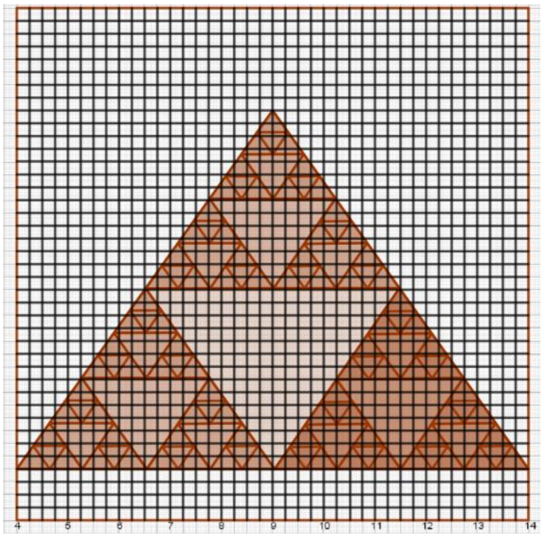


Fig. 31: Triangle de Sierpinski en una graella 40x40.

Comptem una vegada més els quadrats ocupats, que en són 390 de 1600, i apliquem la fórmula.

$$390 = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{40}\right)}\right)^{D} \rightarrow \log 390 = \log 40 \cdot D \rightarrow \frac{\log 390}{\log 40} = D \rightarrow D = 1{,}617333\ldots$$

Podem veure que la dimensió del triangle de Sierpinski és un valor comprès entre 1 i 2, però que a mesura que fem la graella més petita, i per tant precisem encara més el valor de la dimensió, aquest tendeix a 1,58496..., que es la seva dimensió. Si haguéssim seguit disminuint la graella, ens hagués confirmat la tendència a 1,58496..., ja que en la primera graella obtenim que la dimensió es 1,643452..., i l'última ens dona 1,617333 etc.

Per acabar, en el Geogebra mateix, farem una gràfica per tal de comprovar que el pendent de la recta, que ens surti a partir d'aquests tres punts, és la dimensió del triangle. Tot i que s'ha de tenir present que necessitaríem tenir uns 10 punts per tal que la recta fos fiable.

Per dur a terme la recta amb els tres punts, hem de prémer el desplegable on hi ha un punt, i col·locar-los en qualsevol lloc del pla, ja que a la finestra algebraica, que es troba a l'esquerra, veurem que hi ha les coordenades dels punts. Així doncs, premem a sobre cada punt, i les editem, de tal manera que la X sigui el $\log\left(\frac{1}{r}\right)$, i la Y sigui $\log N(r)$. Per tant en la gràfica resultant, l'eix d'abscisses correspondrà a $\log\left(\frac{1}{r}\right)$ i l'eix d'ordenades $\log N(r)$.

Una vegada tenim els tres punts amb les coordenades correctes, anem al quart desplegable, i premem la recta de regressió. Després seleccionem els tres punts, i seguidament es formarà la recta.

Però aquesta recta tan sols és de dos punts, per això, hem de prémer dues vegades sobre d'ella, i seguidament ens sortirà una finestra per redefinir-la. Finalment, en aquesta finestra veurem el següent: RegLinealY({A, B}), i l'únic que hem de fer, és afegir el punt C.

A partir d'aquí, obtenim una recta, on el punt A te les coordenades ($\log 10$, $\log 44$), el punt B ($\log 20$, $\log 132$) i el punt C ($\log 40$, $\log 390$).

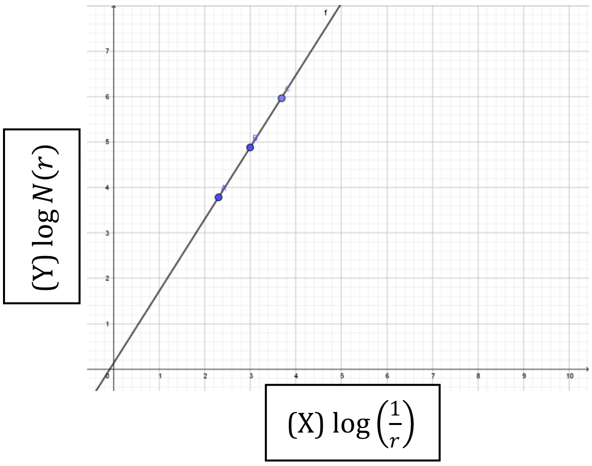


Fig. 32: Gràfica del triangle de Sierpinski.

Per calcular el pendent de la recta, hem d'anar on posa "Àlgebra", concretament on hi ha l'equació de la recta, i l'hem de canviar per y = ax + b, de tal manera que ax serà el pendent de la recta. En el meu cas, l'equació de la recta és f: y = 1.5739496817x + 0.1625805722. Per tant, el pendent i la dimensió que hem obtingut amb el box counting és 1,5739496817.

Finalment, tot i que no ens ha sortit la dimensió del triangle de sierpinski, ja que aquesta és 1,5849..., ens hem aproximat molt al seu valor. I tal i com he dit abans, necessitaríem més punts per tal que la recta fos precisa.

2.4 CLASSIFICACIÓ DELS FRACTALS

Fins ara hem vist molts fractals, i podem dir que els coneixem una mica millor, però no podem jutjar tots els fractals de la mateixa manera, perquè cadascun és diferent. Però dins d'aquestes diferències, els podem classificar segons la seva auto semblança, la seva linealitat i el seu origen.

D'acord a la seva propietat d'auto semblança, que ja hem explicat prèviament, els fractals es poden classificar en les tres categories següents:

Autosimilitud exacta: Aquesta és la categoria més restrictiva d'autosimilitud, ja que exigeix que el fractal sigui idèntic a diferents escales. Això permet la seva amplificació successiva amb una repetició exacta i infinita de les propietats inicials. Tenen a més un punt fix geomètric. Normalment els fractals que pertanyen a aquest grup estan definits per sistemes de funcions iterades (IFS), que són funcions compostes per elles mateixes de forma repetida. Alguns fractals d'aquesta categoria són: la corba de Peano, el triangle de Sierpinski, la corba de Koch i el conjunt de Cantor, els quals ja hem vist anteriorment.

Fig. 33: Fractals d'autosimilitud exacte.

Quasi autosimilitud: Exigeix que el fractal sigui aproximadament idèntic a diferents escales, però no perfectament idèntics com en la categoria anterior. Els fractals d'aquest grup contenen còpies menors i distorsionades d'ells mateixos, i solen estar definits per relacions de recurrència, és a dir, equacions que defineixen una seqüència recursiva, on cada terme de la seqüència es defineix com una funció de termes anteriors. El conjunt de Mandelbrot i el conjunt de Julia són alguns dels fractals que posseeixen aquest tipus de autosimilitud.

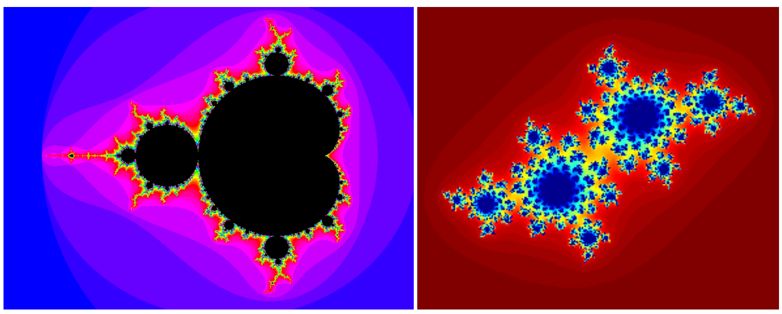


Fig. 34 i 35: Conjunt de Mandelbrot, Conjunt de Julia.

Autosimilitud estadística: Aquesta categoria és el grup més dèbil d’auto semblança, ja que només s’exigeix que el fractal tingui mesures numèriques o estadístiques que es mantinguin amb el canvi d’escala. Els fractals que pertanyen aquest grup són els fractals aleatoris tals com el moviment brownià (moviment aleatori que s’observa en algunes partícules que es troben en un medi fluid), paisatges fractals (paisatge produït per fractals) i arbres brownians, entre altres.

Fig. 36 i 37: Arbre brownià, Paisatge fractal.

Segons la seva propietat de linealitat, els podem classificar en:

Fractals lineals: Són aquells que es construeixen amb un canvi en la variació de les seves escales. Això implica que siguin exactament idèntics en totes elles, i per tant presenten una autosimilitud exacta. Es generen a partir de conceptes i logaritmes lineals, com les rectes o triangles, entre d’altres. En tenir autosimilitud exacta, tots els fractals que pertanyen a aquella categoria també estan inclosos en aquesta, però apart d’aquells fractals, aquest grup també inclou d’altres, com per exemple un arbre.

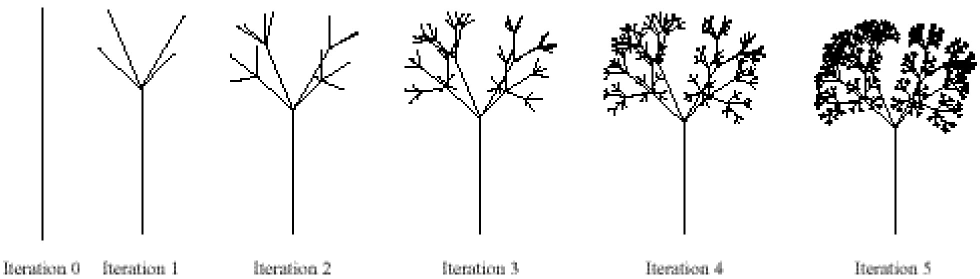


Fig. 38: Arbre fractal.

Fractals no lineals: Els fractals no lineals són aquells que es generen a partir de distorsions no lineals o complexes. Presenten una estructura similar a l’original, però no són exactament iguals ja que presenten algunes variacions que els diferencien. El conjunt de Mandelbrot i el conjunt de Julia, en són alguns que pertanyen aquest grup.

Per últim, els podem classificar en dos grans grups segons el seu origen.

Fractals matemàtics: Els fractals matemàtics o artificials són aquells creats per l’home. Com és evident, a partir de l’aparició de l’ordinador, crear un fractal artificial es més fàcil i accessible que anteriorment.

Fractals naturals: Són objectes naturals que es poden representar amb molta aproximació mitjançant fractals matemàtics. La diferència, però, és que tenen una autosimilitud estadística, per tant són estructures més aviat aleatòries, que s’estenen només a un rang d’escales.

Els objectes reals de la naturalesa no poden tenir la infinita quantitat de detalls i repeticions ja que les lleis físiques que governen el l'univers marquen uns límits. El tronc d'un arbre sempre es divideix en successives branques fins que arriba als nervis de les fulles on ja no es pot dividir més, i per tant arriba de forma finita al seu límit. Tot i que es considera que els fractals naturals no són perfectes, al contrari dels artificials, això no impedeix que no siguin espectaculars. El nostre voltant és ple de fractals naturals tals com els raigs, els núvols, les muntanyes, les plomes de paó reial o els flocs de neu, per citar-ne alguns.

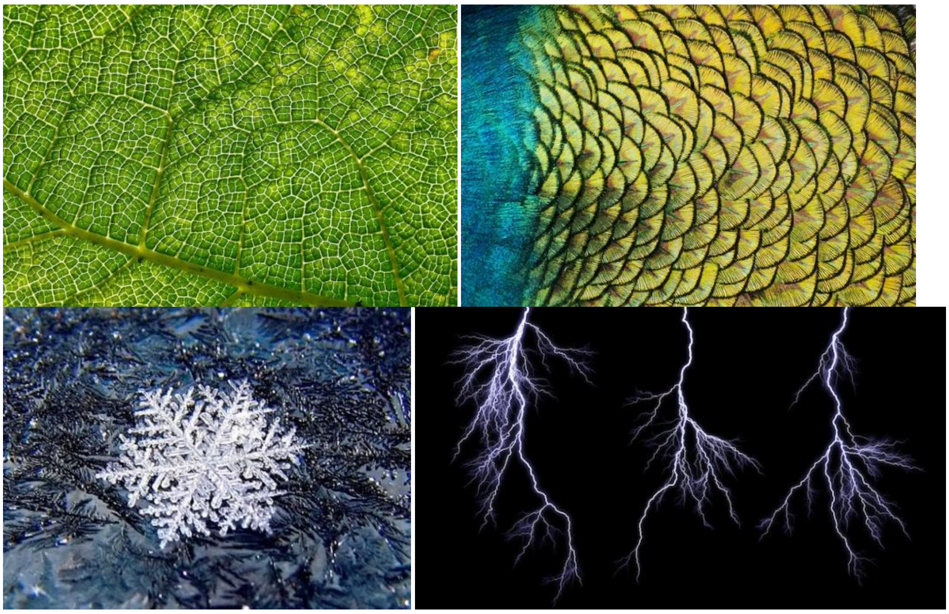


Fig. 39,40,41 i 42: Fractals naturals.

2.5 APLICACIONS DELS FRACTALS

Fins aquest punt del treball hem estat descobrint els fractals i la seva vinculació amb la matemàtica. Aquestes formes, però, tenen aplicacions en moltes altres àrees d'estudi i de la vida. En aquest nou apartat fem un lloc per a explorar-ne les principals.

2.5.1 NATURA

Els fractals solen aparèixer a la natura en relació a dues circumstàncies. La primera és en una situació de frontera, on incloíem els casos que entren en contacte dos medis humans, naturals..., o dues superfícies diferents de països, ribes dels rius, núvols etc. L'altra és en una situació d'arbre, quan es produeix una ramificació amb autosimilitud, com és el cas d'arbres, arbustos, plantes, conques fluvials amb sistemes de riu, rierols, etc.

Fig. 43 i 44: Fractal natural amb situació de frontera; Fractal natural amb situació d'arbre.

2.5.2 MEDICINA

En medicina s'utilitzen molts instruments informàtics, els quals les seves infografies - combinacions d'imatges sintètiques i textos, fàcils d'entendre, amb la fi de comunicar informació de manera visual - , es basen en fractals. Una altra de les aplicacions dins d'aquest àmbit són els anomenats virus fractals. De fet, hi ha investigacions que demostren que els tumors creixen i es ramifiquen en forma de fractal.

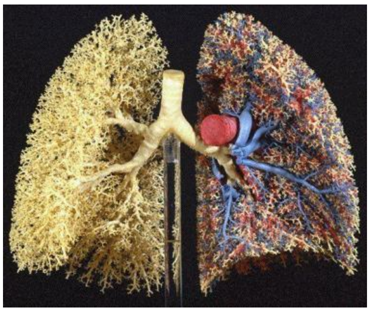


Fig. 45: Bronquis i pulmons.

2.5.3 MÚSICA

La música pot contenir formes fractals, com ens mostren algunes obres clàssiques de Beethoven, Bach i Mozart. El mètode que van utilitzar aquests compositors, ja sigui de forma intencionada o no, va ser mitjançant una relació de semblança entre una dimensió fractal i el número, i la disposició de les diferents notes d'una obra o peça. Així doncs, estructuràven les peces formades per 32 unitats, de tal manera que en conjunt l'obra quedava dividida en (32,16,8,4,2). Per tant, com a resultat s'obté una successió binaria que té una autosimilitud pròpia dels fractals. Un exemple d'obra que presenta formes fractals n'és "Primera Escossaien" de Beethoven. Però aquests objectes semi geomètrics no només es troben en grans obres clàssiques, sinó que actualment també els trobem com a base de música techno.

2.5.4 ART

L'art fractal va començar poc desprès de que Mandelbrot comencés a introduir equacions fractals als ordinadors. A partir d'aquell moment molts matemàtics es van unir a Mandelbrot en la creació de fractals. Gràcies als programes digitals es creaven formes fractals amb colors brillants i vistosos, mitjançant logaritmes de color, píxels i gradients. D'aquesta manera els artistes podien crear noves formes úniques.

Tot i així, abans d'aparèixer els fractals per ordinador, alguns artistes ja havien començat a experimentar amb la repetició de patrons, pròpies dels fractals, en l'art. Escher, per exemple, n'és un excel·lent exemple, tal com en mostra en les obres següents:

Fig. 46: Fractals d'Escher

Avui dia l'art fractal continua present com a corrent artístic. El fet que es faci per ordinador no li treu cap mèrit ja que es requereix ingeni i coneixements tant matemàtic (logaritmes, equacions fractals, etc), com artístic (combinacions de colors, formes).

Com a exemple, es mostren obres de reconeguts artistes com William Latham, Greg Sams, Vicky Bargo-Mitchell, Scott Draves, Alice Kelly, Kerry Mitchell, MerrinParkers i Carlos Ginzburg.

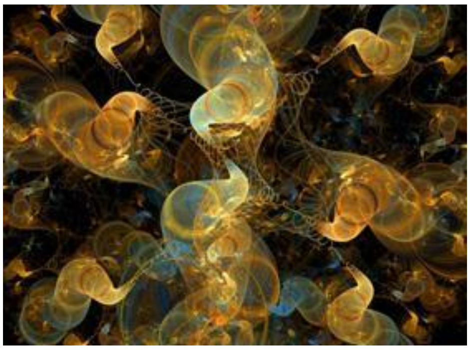
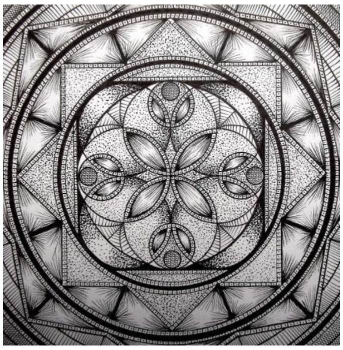



Fig. 47 i 48: Fractal de Scott Draves; Fractal de Greg Sams.

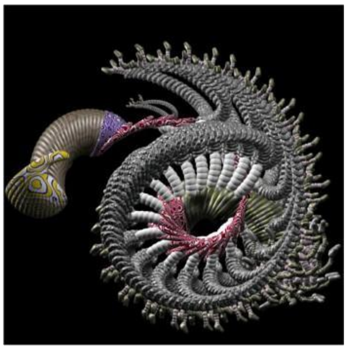
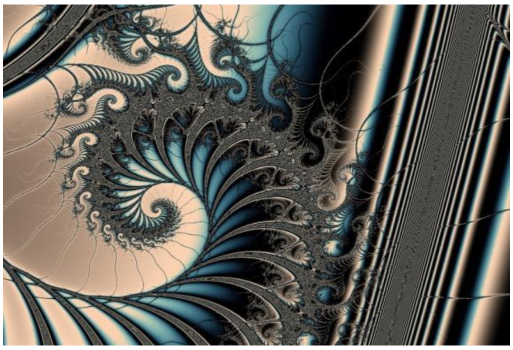



Fig. 49 i 50: Fractal de William Lathan; Fractal de Vicky Brago-Mitchell.

2.5.5 ARQUITECTURA

Els objectes fractals estan presents en el camp de l'arquitectura gràcies a la utilització dels logaritmes com a eina de disseny, creant així una nou corrent anomenat arquitectura fractal. Tot i així, s'ha fet molts anàlisis d'aquesta disciplina en construccions anteriors que revelen una similitud dels patrons que es repeteixen a nivells cada vegada més petits, formant una estructura que reitera la forma. Per tant, es considera que molts arquitectes de l'antiguitat basaven els seus dissenys en els principis fractals. Un exemple molt clar són les catedrals gòtiques, que presenten característiques fractals tant en l'interior, on la forma de les estructures grans es repeteix en escales menors, com en l'exterior, que presenta seqüències en la façana. No ens podem oblidar de la immensa bellesa i estructura fractal que trobem en el rosetó.


Fig. 50, 51 i 52: Catedral de Reims; Rosetó de la catedral de Reims; Cúpula del Taj Mahal

Per altre banda, si ens referim a autors, podem esmentar a Gaudí, qui va produir obres arquitectòniques amb formes irregulars però perfectament preconcebudes. És a dir, Gaudí aconsegueix construir uns edificis totalment caòtics i espontanis on no s'arriba a diferencia la part natural de l'artificial, més o menys com passa amb la geometria fractal natural. El Parc Güell, per exemple, el va cobrir tot amb triangles per tal de adaptar-se a la topogràfica de l'espai abans de construir-lo.

Fig. 53 i 54: Parc Güell de Gaudí

2.5.6 CUINA MOLECULAR

Encara que pugui semblar estrany, avui dia trobem les matemàtiques fins i tot en l'àmbit culinaris. Els fractals s'han introduït en el mon culinari, com una font d'innovació i bellesa. Per a aconseguir introduir-los en receptes o crear-ne de noves, s'han de tenir en compte molts factors, ja que l'estructura fractal no és gens senzilla. En moltes de les receptes on s'hi troben fractals s'han hagut de fer modificacions en els aliments, ja sigui canviant la textura, la tècnica, etc. És per això que gairebé sempre els trobem en la cuina molecular.

De les diverses receptes amb fractals que es coneixen, ens centrarem en unes postres d'hidromel i fractal fluid. Abans, però, crec important saber què és la cuina molecular.

Fig 55: Postres d'hidromel i fractal fluid

2.5.6.1 DEFINICIÓ DE LA CUINA MOLECULAR

Avui dia, en la nostra moderna i avantguardista època, on els avenços tecnològics i científics estan tant presents i en continu augment, fan que la innovació en tot tipus de productes i serveis sigui cada vegada major, fins i tot en l'àmbit culinari. És així doncs quan apareix la cuina molecular. Segurament heu sentit a parlar alguna vegada d'aquest fenomen tant innovador, que sovint es relaciona amb l'exclusivitat dels que tenen molts diners o bé posseeixen un gran coneixement gastronòmic. Doncs bé, més endavant mostraré que aquesta creença no és ben bé així, però abans hem d'entendre què és la cuina molecular.

Es diu que la cuina molecular és l'aplicació dels principis científics a la comprensió i desenvolupament de la preparació de les cuines domèstiques. Els creadors d'aquest corrent, el físic Nicholas Kurti i el químic Hervé This, defineixen la cuina molecular de la manera següent: "La cuina molecular és l'exploració científica de les transformacions i els fenòmens culinaris."

Amb una mica més de detall, podem dir que la cuina molecular combina la física i la química, mitjançant anàlisis i estudis de les propietats fisicoquímiques dels aliments, i dels processos als quals es sotmeten, per tal de transformar, a un nou nivell, els seus sabors i textures. Amb aquest estil, els cuiners exploren possibilitats culinàries amb eines del laboratori de ciències i ingredients de la indústria alimentaria, creant així una nova cuina que li dona importància tant al sabor, com a l'aparença dels aliments preparats.

Si ens fixem ara en el punt de vista dels xefs moderns, la defineixen com una cuina més experimental, impulsada pel desig i les idees, pròpies de cadascun, per explorar la gran varietat en el món d'ingredients, tècniques i aliments.

A continuació ens centrarem en la història d'aquesta gastronomia tan curiosa.

2.5.6.2 HISTÒRIA DE LA CUINA MOLECULAR

Si ens posem a pensar, podem veure que la química està present a la nostra vida, i que forma part de la majoria d'activitats quotidianes. De vegades creiem que la cuina molecular va ser l'inici d'una relació entre la química i la cuina, però això no és del tot cert, ja que la cuina és un espai on es produeixen processos químics i físics contínuament. No es produeix un procés químic quan elaborem un bistec a la planxa? Per tant, si volem saber l'origen de la introducció de la química a la cuina, ens podem remuntar a la prehistòria, quan es va descobrir el foc i es van començar a cuinar els aliments.

Considero però, que el que ens interessa saber és el moment en què es pren consciència, i es volen conèixer i investigar tots aquests processos químics i físics. Així doncs, diem que aquest moment té lloc el catorze de març del 1961, quan el físic anglès d'origen hongarès, Nicholas Kurti, realitza una conferència anomenada "El físic en la Cuina", i on va mostrar els seus experiments i els seus estudis sobre la física culinària. Aquesta conferència va estar encavalcada per la següent frase, la qual ha passat a la història:

"Penso amb una profunda tristesa sobre la nostra civilització, mentre mesurem la temperatura en l'atmosfera de Venus, ignorem la temperatura dins dels nostres soufflés".

Anys desprès, el químic francès Hervé This es sumà a la investigació de Kurti. El treball conjunt d'aquesta unió va donar com a resultat, cap a l'any 1988, l'origen d'una nova ciència, la gastronomia molecular.

Fig. 56,57 i 58: Nicholas Kurti; Hervé This; Nicholas Kurti i Hervé This.

Totes les investigacions de la nova ciència que realitzaven ambdós experts es basaven en entendre què succeeix realment als aliments dins d'una cassola, o qualsevol altre estri, en el moment de cocció, i comprovar que tot i que semblés un procés senzill, darrera s'amagava un sistema bioquímic molt complex. Per tant, aquests investigadors pretenien revelar les reaccions tant químiques com físiques que sofreixen els aliments durant la seva cocció, per tal de comprendre i millorar les tècniques de preparació tradicional, i aprofitar les coccions al màxim mantenint tots els nutrients i portar el sabor al límit.

Tot i que la gastronomia molecular es pot confondre amb la cuina molecular, posseeixen una gran diferència. Mentre que la gastronomia molecular es basa en modificar a través de la ciència receptes tradicionals, la cuina molecular va més enllà, ja que aquesta busca crear i innovar nous plats a través de la ciència. Per tant, podríem dir que la gastronomia n'és l'origen. És a dir, la cuina molecular sorgeix gràcies a l'evolució de la gastronomia molecular.

Aquesta evolució es deu a que molts cuiners com ara Ferran Adrià, Heston Blumenthal, Homaro Cantú, entre d'altres, van implementar la gastronomia molecular en les seves receptes, portant així a l'extrem aquesta jove ciència amb noves tècniques, ingredients i eines. Així doncs, com a resultat es va crear un moviment avantguardista, al qual avui dia anomenem cuina molecular.

Fins a aquest punt del treball s'han vist dos conceptes ben diferenciats, els fractals i la cuina molecular. El fet d'haver-los explicat és perquè s'entengui la part més important del treball -i al cap i a la fi en què es basa -, que són les postres d'hidromel i fractal fluid.

3.PART PRÀCTICA

3.1 INTRODUCCIÓ

Les postres d'hidromel i fractal fluid estan formades per dos líquids. L'un és transparent i s'anomena hidromel, i es troba a la base. Es prepara amb aigua, mel, goma xantana, xilitol i anís estrellat. L'altre líquid, de color vermell, és una preparació elaborada amb vodka, aigua, cotxinilla i sucre. El color vermell d'aquesta preparació, també anomenada reactiu, es deu a la cotxinilla, un colorant natural més conegut com àcid carmínic. Al superposar el reactiu, que ha de ser lleuger i a una elevada temperatura, sobre el centre de la hidromel, que ha d'estar a una baixa temperatura i a una densitat elevada, es comença a formar un fractal.

Aquestes postres, van ser creades als laboratoris del restaurant Arzak, que es troba a San Sebastià, el País Basc, pel cuiner Xabier Gutiérrez i Flo, un company seu, l'any 2009. En un principi, es va començar a servir la hidromel i fractal fluid, com una simple salsa dolça que acompanyava unes torradetes de llimona cruixents, sobre una sorra de galeta trencada. Però al crear un impacte tant gran al públic, van passar a servir les torradetes de llimona per una part, la hidromel per una altre, i per últim el reactiu en un got. D'aquesta manera els clients podien presenciar la creació del fractal.

Fig. 59: Torradetes de llimona cruixents, sobre una sorra de galeta trencada.

3.2 MATERIAL

Per elaborar aquestes postres s'ha utilitzat el material i substàncies següents:

- Aigua
- Vodka
- Goma Xantana
- Sucre morè
- Anís estrellat
- Xilitol
- Mel
- Colador de malla fina
- Batedor de varetes
- Balança
- Cotxinilla
- clorofil·la
- Enocianina
- Flor d'annato
- Cúrcuma
- Morter

3.3 PROCEDIMENT

Per fer aquestes postres, primer vaig elaborar la base d'hidromel, que em serviria per a tots els reactius, ja que només cal una cullerada de sopa gran per cada un.

Explicaré pas a pas com vaig elaborar la hidromel.

Pas 1: Vaig agafar una balança digital, i seguint les mesures que indicava la recepta, vaig pesar les quantitats que necessitava de tots els ingredients. Les mesures que es requereixen son les següents:

- 1/2 litre d'aigua
- 100 grams de mel
- 2 unitats d'anís estrellat
- 100 grams de xilitol
- 1.5 grams de xantana

Pas 2: Una vegada ho tenia tot preparat, vaig mesclar el mig litre d'aigua i els cent grams de mel en un bol gran, i els vaig posar en una olla al foc. Mentre la mescla s'escalfava, vaig afegir les dues unitats d'anís estrellat. Quan la mescla estava a punt d'ebullició, la vaig treure del foc per deixar-la infusionar amb l'anís.

Pas 3: Vaig treure l'anís, i un cop la mescla s'havia refredat, vaig afegir els altres ingredients. Seguidament vaig batre la base a un bol gran i amb un batedor de varetes fins que tot es va dissoldre.

Pas 4: Per últim, vaig deixar la hidromel reposant a la nevera durant sis hores, per tal de que es tornés més densa, i s'eliminés l'excés d'aire.

Un cop feta la base d'hidromel, vaig començar a elaborar els reactius.

<u>Reactiu 1: cotxinilla</u>

Pas 1: Abans de tot, vaig haver de triturar la cotxinilla en un morter, perquè me la van enviar de Lanzarote natural, sense moldre. Un cop això fet, vaig mesurar a la balança digital tots els altres ingredients:

- 10 grams de vodka
- 1.7 grams de cotxinilla
- 5 grams d'aigua
- 2 grams de sucre morè

Pas 2: Una vegada mesclats tots els ingredients, vaig posar al foc el reactiu, fins al punt d'ebullició. Seguidament vaig colar-lo, per separar la part no dissolta.

Pas 3: Per altre banda, vaig agafar una cullerada d'hidromel, que acabava de sortir del congelador,amb un cullerot, i la vaig abocar a un plat fons.

Pas 4: Finalment, agafant una cullereta del reactiu, la vaig tirar sobre la base d'hidromel.

Reactiu 2: cúrcuma

Pas 1: Tot i que la cúrcuma ja la vaig comprar en pols, a les proves que vaig fer anteriors a aquesta, la cúrcuma no s’acaba de dissoldre bé. Per això vaig pensar de triturar-la al morter, ja que si els granets estan més esmicolats, es podrien dissoldre millor. Seguidament vaig procedir a pesar les quantitats de tots els ingredients, utilitzant les mesures següents:

- 10 grams de vodka
- 1,7 grams de cúrcuma
- 5 grams d’aigua
- 2 grams de sucre morè

Pas 2: Vaig mesclar tots els ingredients en un recipient, i els vaig posar al foc en una cassola, fins al punt d'ebullició. Després vaig colar el reactiu amb un colador de malla fina, per tal que es quedés la cúrcuma no dissolta al colador.

Pas 3: Per últim vaig evocar amb una culleradeta de postres el reactiu, sobre un plat amb la base d’hidromel, acabada de sortir del congelador.

Reactiu 3: enocianina

Pas 1: Com l’enocianina estava en forma de pols des d’un principi, vaig procedir a mesurar tots els ingredients directament a la balança electrònica. Vaig seguir la pauta següent:

- 10 grams de vodka
- 1,7 grams d’enocianina
- 5 grams d’aigua
- 2 grams de sucre morè

Pas 2: Un vegada els vaig tenir amb les mesures correctes, els vaig mesclar en un bol, i els vaig posar al foc, fins al punt d’ebullició.

Pas 3: Vaig agafar un plat i vaig posar-li una cullerada d’hidromel molt freda, mentre el reactiu acabava de bullir. Com l’enocianina es va dissoldre tan bé, no vaig haver d’utilitzar el colador, així que tot just sortir del foc la vaig posar sobre el la hidromel amb una cullereta.

Reactiu 4: clorofil·la

Pas 1: La clorofil·la té la mateixa textura que la enocianina, és per això, que no vaig tenir la necessitat de triturar-la, ni de colar-la posteriorment. Per tant, vaig pesar les mesures indicades a continuació, a la bàscula.

- 10 grams de vodka
- 1,7 grams de clorofil·la
- 5 grams d'aigua
- 2 grams de sucre morè

Pas 2: Vaig evocar tots els ingredients a un recipient i vaig mesclar-los.

Pas 3: Seguidament vaig agafar una olla, on hi vaig dipositar la mescla, i la vaig posar als fogons fins que va bullir.

Pas 4: Una vegada llest el reactiu, vaig agafar la base del congelador i vaig posar una cullerada en un plat. Posteriorment, vaig evocar el reactiu al centre de la hidromel.

Reactiu 5: flor d'annato

Pas 1: La flor d'annato igual que els dos darrers colorants tenia una textura òptima per començar directament pesant a la balança els ingredients. Les mesures que vaig utilitzar, son les següents:

- 10 grams de vodka
- grams de flor d'annato
- 5 grams d'aigua
- grams de sucre morè

Pas 2: Vaig mesclar els ingredients abans de posar-los al foc fins el punt d'ebullició.

Pas 3: Una vegada assolit aquest punt, vaig treure el reactiu del foc, i tot posant una cullerada d'hidromel, treta del congelador, en un plat, vaig agafar una cullera de postres. Finalment utilitzant la cullera de postres, vaig afegir a la hidromel, una quantitat del reactiu.

3.4. RESULTATS

Reactiu 1: Cotxinilla

En afegir la culleradeta del reactiu de cotxinilla a la hidromel, es va formar un fractal d'arbre brownià, de color vermell, que es va desenvolupar per tota la superfície de la base de les postres. En les imatges següents podem veure el fractal i les ramificacions d'aquest:


Fig. 60 i 61: Fractal de cotxinilla.

Reactiu 2: Cúrcuma

Una vegada el reactiu de cúrcuma va entrar en contacte amb la hidromel, es va començar a formar un fractal anomenat arbre brownià. Com podem observar en les següents imatges, el fractal és d'un color groc clar, la qual cosa fa que sigui més difícil veure'l. Cal destacar també, que aquest no ocupa gaire superfície com ho va fer el fractal de cotxinilla, sinó que en un cert moment va deixar créixer.


Fig. 62 i 63: Fractal de cúrcuma.

Reactiu 3: Enocioanina

Amb el reactiu d'enocianina es va crear un fractal de color rosat sobre la hidromel. Aquest fractal s'anomena arbre brownià, i com veurem en les imatges de continuació, té una forma més arrodonida que el altres fractals obtinguts.

Fig. 64 i 65: Fractal d'enocianina.

Reactiu 4: Clorofil·la

Al sobreposar una cullerada del reactiu de clorofil·la a la base d'hidromel, es va originar un fractal verd, de tipus arbre brownià el qual, si ens fixem, ocupa gran part de la superfície de la hidromel. Com podem veure hi ha dos fractals. Això es deu a que mentre afegia el reactiu, se'm va caure una mica a un costat, formant així un petit fractal.

Fig. 66 i 67: Fractal de clorofil·la.

Reactiu 5: Flor d’annato

Amb el reactiu de la flor d’annato, es va crear un fractal molt diferent als vistos anteriorment. El que va sorgir era de color groc, i amb moltes fraccions petites, fins a tal punt que en el nucli no es poden distingir entre elles. Tota la base d’hidromel està coberta pel fractal, el qual arriba fins i tot sobre el plat. Per últim cal destacar que aquest fractal s’anomena arbre brownià.

Fig. 68,69 i 70: Fractal de flor d’annato.

Podeu veure els vídeos amb els resultats obtinguts als annexes.

4. CONCLUSIONS

Afirmant la nostra hipòtesi principal, sí que es poden crear fractals en la cuina molecular amb reactius diversos i naturals, tal i com acabem de comprovar amb els resultats obtinguts. La creació d'aquests és possible gràcies a la goma xantana, la qual està descrita àmpliament als annexos. Aquesta té la característica de ser lleugerament elàstica quan està dissolta. Es la particularitat pròpia dels gels, per tant la goma xantana, en dissolucions, té la capacitat de formar estructures que, sense ser gels, posseeixen la seva elasticitat. Això permet que es formi el fractal, ja que al no ser un espessidor, ni un gel, te unes característiques òptimes.

Però, per aconseguir aquest caràcter moderadament elàstic, s'ha de dissoldre molt bé la xantana en l'aigua, ja sigui mitjançant una agitació violenta, o un escalfament i agitació suau. Realitzant un d'aquests processos, aconseguim trencar la seva estructura basada en llargues cadenes enroscades sobre sí mateixes helicoïdalment i unides entre elles. Així aconseguim el resultat següent:

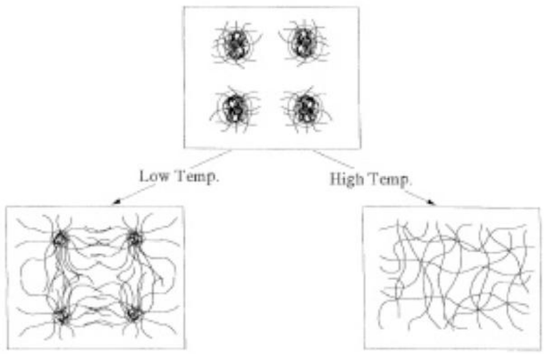


Fig. 71: Trencament de les cadenes de la goma xantana.

La imatge superior representa les cadenes enrotllades, és a dir l'estructura original. La inferior esquerra mostra el resultat de les cadenes, quan no dissolem correctament la xantana, de tal manera que l'estructura original es destrueix mínimament. I per últim, la part imatge inferior dreta mostra les cadenes totalment trencades, representant així la dissolució total de la xantana.

Les dissolucions de xantana, comencen a gelificar moderadament, quan el conjunt correctament dissolt, s'enfreda a uns 8ºC aproximadament. D'aquesta manera, les cadenes es queden més quietes i interaccionen entre elles formant unes xarxes amb part d'aigua.

Tot això provoca que la base d'hidromel, amb aquest lleuger caràcter elàstic, funcioni com un sòlid al afegir el reactiu, permetent així la circulació del líquid sobre la seva superfície. Això crea una sèrie de canals, cada vegada més fins, per els quals el reactiu viatge, formant un fractal.

Si analitzem els fractals obtinguts amb els diversos reactius, cap té la mateixa forma, tot i que tots formen part del mateix tipus de fractal, anomenat arbre brownià. Aquest tipus de fractal es forma amb un mecanisme d'agregació per difusió limitada. És per això que aquests fractals es poden anomenar també DLA (agregació per difusió limitada).

Aquest procés d'agregació consisteix en alliberar un nombre de partícules mòbils dins d'un recipient acotat, on prèviament haurem afegit una o unes partícules, les quals es mantindran fixes. Les partícules alliberades s'aniran movent pel recipient en moviment brownià, és a dir a l'atzar, fins que aconsegueixin una cel·la continua a una de les partícules fixes. Al posicionar-se contínuament a una partícula fixa, aquesta també es fixarà i servirà per capturar altres partícules que continuen en moviment brownià.

El fet que aquest tipus de fractals es formin a l'atzar provoca que no segueixin una estructura o patró marcat i, per tant, cadascun sigui en certa manera diferent. D'altra banda, el fet principal que influeix a les distintes formes d'aquests fractals, es la seva dimensió, és a dir, depenent de quina posseeixen, es forma un patró o un altre, tal i com es mostra a la imatge següent:

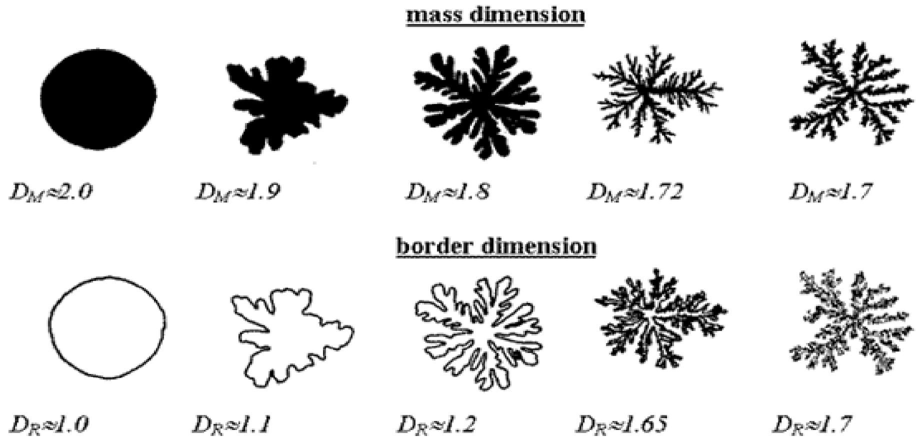


Fig.72: Classificació dels fractals d'arbre brownià segons la seva dimensió.

A partir d'aquesta podem comparar els resultats obtinguts, amb els fractals de la imatge, per tal de classificar-los segons la seva dimensió. Ara bé, la classificació serà aproximada, ja que no calcularem la dimensió de cadascun, sinó que ens guiarem per la similitud de la forma que posseeixen.

El fractal de cotxinilla posseeix una dimensió de 1,72 aproximadament.

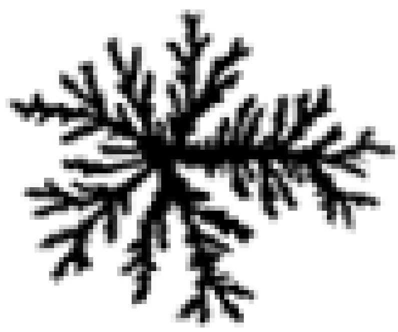


Fig.73 i 74: Fractal de cotxinilla; Fractal de dimensió 1,72.

El fractal de flor d'annato posseeix dimensió 2 aproximadament, ja que omple tota la superfície, com la corba de Peano.

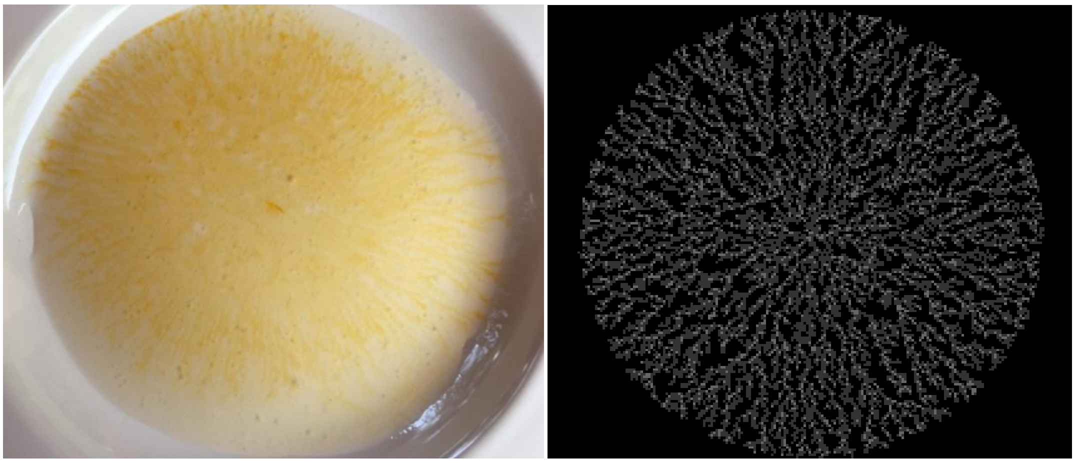


Fig.75 i 76: Fractal de flor d'annato; Fractal de dimensió 2.

El fractal d'enocianina posseeix una dimensió de 1,8.

Fig.77 i 78: Fractal d'enocianina; Fractal de dimensió 1,8.

Amb els fractals de clorofil·la i cúrcuma, la cosa es complica perquè no s'assemblen gaire als de la fotografia. Però com la classificació no és molt precisa farem una estimació aproximada.

Per tant, podríem dir que tant el fractal de clorofil·la, com el de cúrcuma, posseeixen una dimensió de 1,7, o de 1,72 aproximadament.

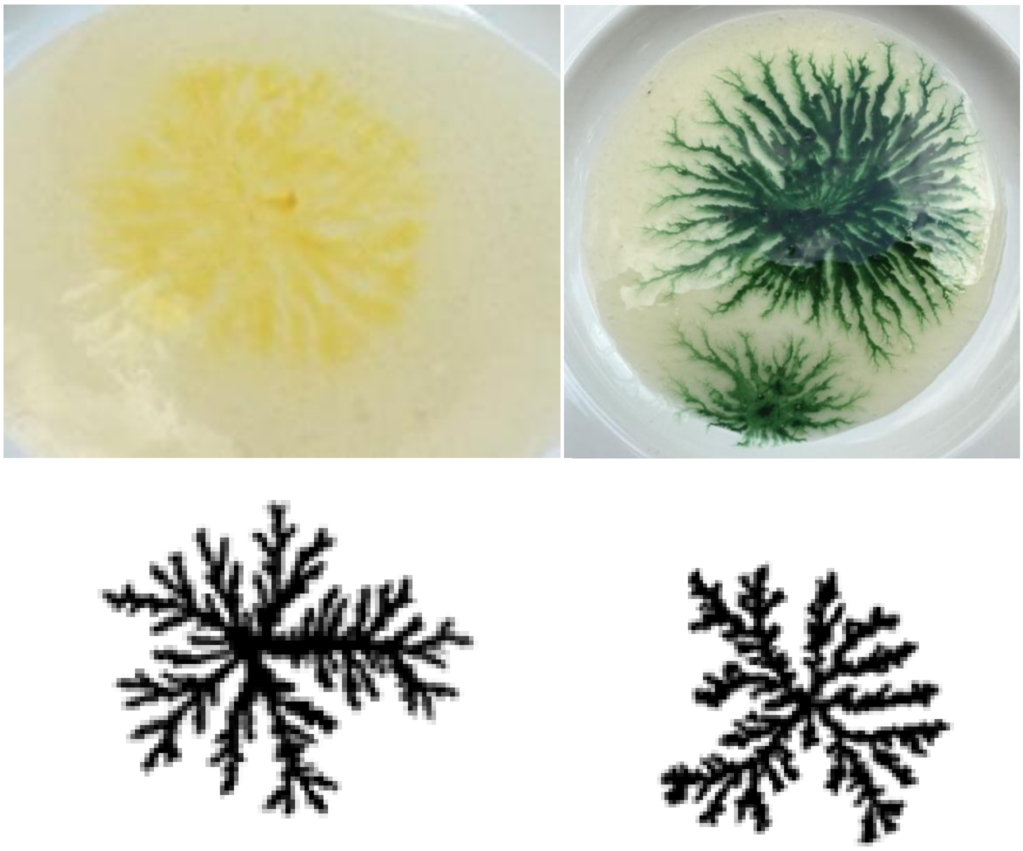


Fig.79,80,81 i 82: Fractal de cúrcuma; Fractal de clorofil·la; Fractal de dimensió 1,7; Fractal de dimensió 1,72.

Cal dir, que en el fractal de cúrcuma ha hagut un problema de creixement, ja que, tot i que no es pot apreciar molt bé, només ocupa el centre de la base. El primer que vaig pensar és que podria ser degut a la quantitat de colorant, però després de fer varies proves, les quals cap va sortir satisfactòriament, vaig arribar a la conclusió que explico a continuació.

Per aquestes postres, és essencial la diferència de densitats i viscositats entre la base i el reactiu, ja que si no poden haver-hi complicacions en la creació del fractal. De tal manera que, el reactiu ha de ser lleuger i poc viscós, i la base ha de ser molt viscosa i densa. Però també hem dit que la dissolució dels ingredients és molt important, no només de la goma xantana amb la base, sinó que també els components del reactiu, ja que és aquest el que viatja pels canals de la base.

Doncs bé, el problema del reactiu de cúrcuma, és que aquest colorant, no s’acabava de dissoldre correctament, al contrari dels altres colorants. De tal manera que la cúrcuma sedimenta, i a dalt queda el líquid groc, i a sota la cúrcuma. A partir d’aquest fet, interpreto que si una bona part del colorant queda sedimentat, per molt que la base estigui en bones condicions, el reactiu, al ser molt diluït no avançarà gaire pels canals, i per tant el fractal no creixerà correctament.

A continuació observarem la comparació dels reactius de cúrcuma, cotxinilla i enocianina, per comprovar la diferencia de dissolució entre ells, i la sedimentació de la cúrcuma.

Fig.83: Reactius de cotxinilla, cúrcuma i enocianina.

El primer recipient conté el reactiu de cotxinilla, el segon el reactiu de cúrcuma, i l'últim el reactiu d'enocianina.

Com podem observar, malgrat que tot els fractals obtinguts segueixen el patró d'arbre brownià, cap fractal ens ha sortit exactament igual, ha variat la seva dimensió. Això es deu a les característiques pròpies de cada colorant, i a com reaccionen amb la base d'hidromel. També s'ha de dir que per obtenir una classificació més detallada, s'hauria de calcular la dimensió de cada fractal, tot i així, d'aquesta manera més aproximada i per comparació amb imatges, hem obtingut el resultat que buscàvem: descobrir si amb diferents colorants es creava el mateix fractal, i el mateix patró de creixement.

Al llarg d'aquest treball hem pogut conèixer què son els fractals, quins tipus existeixen i on els podem trobar més enllà de les matemàtiques. Hem conegut quins investigadors al llarg de la història els han descobert i descrit. També s'ha aprofundit en la demostració matemàtica que hi ha al darrere d'aquestes formes.

Els fractals tenen moltes aplicacions en la nostra vida quotidiana, moltes d'elles força importants, que no consten en aquest treball per motius de llargada. Podrien, certament, produir altres treballs de recerca, però jo m'he centrat en la seva aplicació en el mon de la cuina.

La cuina molecular és també un punt central del treball. Aquesta disciplina ha avançat a passes gegantines en els darrers anys.

Per altre banda, ha estat divertit i emocionant per a mi elaborar aquest treball, tant per totes les coses que he après com per el repte que suposava fer unes postres tan curioses, afegint-hi a més les meves exploracions.

Tot i així, en l'elaboració del treball també ha hagut moments de desesperació i dificultosos, sobretot en l'obtenció dels ingredients, l'elaboració de les postres i la recerca d'informació de determinats conceptes.

Per acabar, el treball de les postres d'hidromel i fractal fluid ha resultat ser un treball interdisciplinari, que ha aconseguit unir mons tan diversos com les matemàtiques, química i art amb alimentació. Això m'ha fet reflexionar sobre si, els coneixements que he anat adquirint al llarg de la meva vida acadèmica, poden presentar molts més nexes d'unió dels que em podria haver esperat en un principi i m'encoratja a seguir explorant noves coses.

Agraïments

Vull agrair el suport i dedicació de la meva tutora de recerca, la Mercè Balart, qui m'ha ajudat molt en com enfocar la investigació i a resoldre els punts on jo m'encallava. També vull agrair l'ajut i la dedicació del departament de matemàtiques de l'institut, i en especial a la Gemma Valero.

D'altres agraïments, a la meva tieta Rosa, qui m'ha donat un cop de mà en l'obtenció de la majoria d'ingredients, i en especial la cotxinilla, un producte molt escàs d'origen canari. Finalment, com no, agrair a la meva família la paciència que han tingut en els moments en què m'he sentit estressada.

5. BIBLIOGRAFIA / WEBGRAFIA

Mandelbrot, Benoît. La geometria fractal de la naturaleza. Barcelona : Tusquets, 1997. Metatemas ; 49

https://definicion.de/fractal/

https://www.xatakaciencia.com/matematicas/que-son-los-fractales-y-como-se-construyen

https://wiki2.org/es/Dimensi%C3%B3n

https://es.wikipedia.org/wiki/Dimensi%C3%B3n_de_Hausdorff-Besicovitch

http://afractales.blogspot.com/2012/11/caracteristicas-de-un-fractal.html

http://www.asociacionceat.org/aw/2/autosimilitud.htm

https://www.caracteristicass.de/fractales/

https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/12553/report2_PauQueralto.pdf?sequence=1&isAllowed=y

https://complejidad.net/2017/03/21/historia-de-los-fractales-y-de-su-geometria/

http://www.esacademic.com/dic.nsf/eswiki/508425

http://sabrinamatematica.blogspot.com/2013/04/triangulo-de-sierpinski.html

https://www.microsiervos.com/archivo/ciencia/triangulo-de-sierpinski-animado.html

https://matap.dmae.upm.es/cursofractales/capitulo1/5.html

https://matap.dmae.upm.es/cursofractales/capitulo1/frames.htm

https://www.ellibrepensador.com/2009/10/10/teoria-del-caos-y-fractales/

http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/mrodperv/fractales/teoria-del-caos/

http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/mrodperv/fractales/conjuntos-de-julia-y-mandelbrot/

https://es.wikipedia.org/wiki/Dimensi%C3%B3n

https://www.definicionabc.com/general/dimension.php

https://definicion.de/geometria-euclidiana/

http://www.asociacionceat.org/aw/2/dimension_fractal.htm

http://platea.pntic.mec.es/~mzapata/tutor_ma/fractal/dim_frac.htm

http://figurasgeometricas.org/figuras-geometricas-y-las-dimensiones/

https://matap.dmae.upm.es/cursofractales/capitulo8/1.html

http://www.um.edu.ar/catedras/ANASEN/document/fractal/box_counting.pdf

http://www.oocities.org/capecanaveral/launchpad/9212/fract3.htm https://fractalesmatematicas.wordpress.com/2015/06/08/clases-de-fractales/

http://www.asociacionceat.org/aw/2/tipos_de_fractales.htm

https://sites.google.com/site/fractaleslineales/

https://es.wikipedia.org/wiki/Arquitectura_fractal

https://es.wikipedia.org/wiki/Autosimilaridad

http://www.geohikers.es/matematicas-en-la-naturaleza-i-el-universo-es-fractal/

http://areafractal.blogspot.com/2012/05/autosimilaridad-la-autosimilaridad-es.html

http://xfractal.blogspot.com/2008/06/aplicacion-de-fractales-en-la.html

http://aulamates.com/aplicaciones-fractales/

https://fractalescio.wordpress.com/2014/11/14/aplicaciones-de-los-fractales-2/

https://bajomarnepatricia.wordpress.com/2008/05/15/los-fractales-y-la-musica-fractal-3/

http://www5.uva.es/trim/TRIM/TRIM5_files/FRACTALES.pdf

https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/58637/MART%C3%8DNEZ%20-%20MAT-F0020.%20Objetos%20fractales%20y%20arquitectura.pdf?sequence=1

https://es.wikipedia.org/wiki/Gastronom%C3%ADa_molecular

http://www.molecularrecipes.com/cocina-molecular/

http://mitsubishi-motors.com.co/blog/2017/11/28/cocina-molecular-una-nueva-tendencia/

http://cocina-molecular123.blogspot.com/2011/11/historia-de-la-cocina-molecular.html

http://lacreatividaddelagastronomia.blogspot.com/p/cocina-molecular.html

https://www.ecured.cu/Gastronom%C3%ADa_molecular

http://cocinamolecularmalena.blogspot.com/2014/10/gelificacion.html

http://apuntococina.com/gelificantes-en-la-cocina-molecular/

http://cocinamolecular014.blogspot.com/2014/10/gelificacion-es-una-tecnica-y-tipos-de.html

https://gastromolecular.wordpress.com/category/tecnicas/gelificacion/

https://gastronomiaycia.republica.com/2013/05/27/kappa/

https://unabiologaenlacocina.wordpress.com/2015/03/11/esferificacion-la-tecnica-que-inicio-la-gastronomia-molecular/

https://www.directoalpaladar.com/cultura-gastronomica/como-se-puede-hacer-una-esferificacion-casera

https://www.cocinista.es/web/es/recetas/cocina-molecular/esferificaciones/la-tecnica-de-la-esferificacion.html http://jhonnycortezinmolecular.blogspot.com/2014/11/cocina-al-vacio.html

http://carlitag29.blogspot.es/1449809332/cocina-al-vacio/

https://www.vitonica.com/dietas/todo-sobre-la-cocina-al-vacio-asi-puedes-aplicarla-en-casa

http://www.gastronosfera.com/es/tendencias/cocinar-al-vacio-en-casa-como-hacerlo-y-algunas-recetas

https://es.wikipedia.org/wiki/Cocina_al_vac%C3%ADo

https://lovecooking.neff.es/cocina-al-vacio-arte-cocinar-baja-temperatura/

https://gastromolecular.wordpress.com/category/tecnicas/nitrogeno-liquido/

https://www.eldiariomontanes.es/planes/201609/17/nitrogeno-cocina-20160916211003.html

https://www.iberomed.es/blog/2018/01/09/nitrogeno-liquido-en-la-cocina/

https://www.chefuri.com/v4/reportaje-la-cocina-de-vanguardia-y-el-nitrogeno-liquido-202.html

https://www.cocinista.es/web/es/recetas/cocina-molecular/espumas-y-aires/espumas-con-sifon.html

https://www.frumen.com/espumas-y-aires-la-importancia-de-la-tecnica/

https://www.alambique.com/es/blog/tipos-espuma-sifon-cocina-n191

https://unabiologaenlacocina.wordpress.com/2017/10/11/ciencia-en-la-cocina-a-lo-ferran-adria-las-espumas-y-aires-comestibles/

http://cocinamolecular014.blogspot.com/2014/10/las-espumas-tipos-tecnicas-y-usos.html

https://gastromolecular.wordpress.com/category/tecnicas/emulsificacion/

http://qavgcmolecular.blogspot.com/2013/10/clase-4-emulsionantes-y-espesantes.html

https://cocina-molecular.webnode.es/news/aditivos-y-tecnicas-utilizadas-en-cocina-molecular-emulsiones-espesantes-y-aires-/

http://nikimolecular.blogspot.com/2013/10/emulsionantes-espesantes-y-aires.html

http://lacreatividaddelagastronomia.blogspot.com/p/r.html

http://desarrollodelacocinamolecular.blogspot.com/2011/09/deshidratado-liofilizado.html

https://es.wikipedia.org/wiki/Liofilizaci%C3%B3n

http://www.freezedryingtech.com/es/que-es-la-liofilizacion.aspx

http://desarrollodelacocinamolecular.blogspot.com/2011/12/tecnicas-de-gastronomia-molecular.html

http://cocina-molecular-vanguardia-ute.blogspot.com/2014/04/aditivos-y-tecnicas-utilizadas-en.html

http://cocinamolecular014.blogspot.com/2014/10/clase-5-aditivos-emulsionantes-y.html http://luciojoseluis.blogspot.com/2013/10/universidad-cocina-molecular.html

https://scientiablog.com/2015/01/07/ciencia-en-la-cocina-iv-postre-fractal-con-hidromiel/

https://www.hogarmania.com/cocina/programas-television/karlos-arguinano-en-tu-cocina/los-secretos-de-arzak/201010/fractal-7195.html

http://cocinamolecularlaguapillo.blogspot.com/2013/11/historia-de-un-sueno-y-fractales.html

https://blogs.alimente.elconfidencial.com/un-espia-en-el-supermercado/2018-08-28/fractal-hidromiel-postre-ciencia_1606163/

http://www.academicos.ccadet.unam.mx/jorge.marquez/Gallery/DLA/dla.html

http://www.dma.fi.upm.es/recursos/aplicaciones/geometria_fractal/proyectos/movimiento_browniano/procesodla.htm

https://matap.dmae.upm.es/cursofractales/capitulo8/4.html

http://labellateoria.blogspot.com/2016/07/polvo-fractal-con-dimension-entera.html

http://la-cocina-creativa.blogspot.com/2012/08/arzak-2012-el-sentido-del-sabor.html

https://www.hogarmania.com/cocina/programas-television/karlos-arguinano-en-tu-cocina/los-secretos-de-arzak/201010/fractal-7195.html

http://paulbourke.net/fractals/dla/

http://www.cubaeduca.cu/media/www.cubaeduca.cu/medias/cienciatodos/Libros_3/ciencia3/147/htm/sec_8.htm

6. ANNEXOS

A causa de la complexitat i la llargada dels dos temes que he escollit, m'he vist obligada a deixar una part complementària als annexos, ja que si no el treball seria massa llarg. És per això que per entendre una mica millor la cuina molecular, em sembla important descriure quines són les tècniques que es fan servir. Faré una breu descripció de la majoria d'elles, ja que en les postres d'hidromel i fractal fluid, només hi apareix una, l'especificació, la qual ja n'he parlat durant el treball, però ampliaré la informació aquí.

6.1. APLICACIONS CIENTÍFICO CULINÀRIES

Hi ha moltes aplicacions científico-culinàries que comporten canvis en una recepta tradicional, o bé que serveixen per a crear un plat absolutament nou. Aquestes tècniques ens permeten dur a terme qualsevol idea a la pràctica. N'hi ha moltes i segueixen augmentant. De fet, hi ha una gran varietat d'innovacions en aquest camp gràcies a les diferències produïdes pels ingredients que s'utilitzen, les mescles que s'elaboren entre ells i les tècniques que s'apliquen.

Els aliments son compostos orgànics, és a dir, proteïnes, hidrats de carboni, lípids, vitamines, i minerals, que quan son sotmesos a certs processos capaços de transformar les seves propietats, poden canviar a espumes, emulsions o gels, entre altres moltes possibilitats.

Les principals tècniques que originen aquests canvis son: les gelificacions, les esferificacions, la cuina al buit, la cuina amb nitrogen líquid, les escumes amb sifó, la deconstrucció, les emulsions, les liofilitzacions, i les especificacions, que ja les he explicat breument en el punt 3.

GELIFICACIÓ:

Es una tècnica i tipus d'elaboració més característica de la cuina clàssica, i que ara amb la cuina moderna ha evolucionat fins a aconseguir additius que ens permeten crear gels a l'instant sense aportar-hi sabor. Cal destacar les característiques que aporta aquesta tècnica, sobretot en relació a la textura, l'estabilitat, i en especial mesura a les condicions de processat, del component.

La gelificació d'aliments consisteix en espessir i estabilitzar solucions líquides, emulsions i suspensions, convertint aquests líquids en elaboracions que es troben entre l'estat sòlid i líquid, és a dir gels. Això és possible gràcies a que els agents gelificants, que es dissolen en la fase líquida en forma de mescla col·loïdal, i conformen una estructura interna d'aparença sòlida, en retenen a la fase líquida. Alguns dels agents gelificants més importants i utilitzats, son els següents:

Goma gellan: La goma gellan és una goma vegetal en forma de polisacàrid, soluble en aigua, que s'obté de la fermentació de la glucosa mitjançant la bactèria sphingomonas elodea. De tota la família de gelatines, aquest additiu és el que aconsegueix crear una gelatina més dura. Per utilitzar-la, tan sols s'ha de mesclar a temperatura ambient amb el compost, i s'escalfa a 80º centígrads per tal que gelifiqui a 60º centígrads. Cal destacar que la goma gellan és ideal per a elaborar làmines, raviolis, gelatina d'oli d'oliva i farcits de croissants, entre d'altres.

Aquesta goma es classifica en dos tipus bàsics, la gellanLA, que conté un nivell baix d'acil, i la gellan HA, que conté un nivell alt d'acil. Aquesta diferència fa que la primera s'utilitzi més, ja que és més resistent a la calor.


Fig. 84 i 85: Goma gellan; Gelatina d'oli d'oliva

Kappa: És un hidrocoloïde gelificant que s'extreu d'un tipus d'algues roges, dels gèneres Chondrus i Eucheuma majoritàriament, que produeix un gel ferm i abrupte. Gelifica de manera molt ràpida, i pot suportar temperatures de fins a 60º centígrads. Per això té una gran utilitat per fer recobriments. Apart, és perfecta per retenir i captar la humitat.

Es presenta en pols, i la seva realització és molt simple. Es realitza la mescla en fred i es porta fins al punt d'ebullició. La kappa es pot utilitzar en varis plats. Un d'ells és, per exemple, el gel de xocolata tou.

Fig. 86: Postres amb un gel de xocolata tou.

Iota: Al igual que la kappa, la iota també es un hidrocoloïde que s'extreu d'algues roges. Presenta, però, característiques molt específiques per treballar-la, ja que si no es desfà a temperatura ambient i es bull a 80º centígrads, no gelifica. Amb aquest additiu s'obté un gel de consistència tova, elàstica, i que si es talla es torna a recompondre.

La quallada, el flam, la gelatina beguda, la panacotta i el púding son algunes elaboracions amb iota.


Fig. 87 i 88: Panacotta de tòffee; Púding de carbassa.

Agar-agar: S'obté a partir d'un tipus d'algues roges, de gènere Gelidium i Gracilaria. Aquest és un gelificant que té una capacitat de formació de gel en proporcions molt baixes, i que a més a més és una gran font de fibra. Permet elaboracions de gelatina calenta, ja que suporta una temperatura de fins a 80º centígrads.

Per tal d'elaborar-la, es mescla en fred i es porta al punt d'ebullició. Desprès es deixa reposar i és quan gelifica. S'ha de tenir en compte però, que depenent del producte que es vulgui gelificar, l'agar reaccionarà d'una manera o altra. Alguns plats on s'utilitza l'agar-agar son la gelatina de préssec, la melmelada de taronja i el caviar d'agar-agar, entre d'altres.


Fig. 89 i 90: Agar-agar en pols; Caviar d'agar-agar.

Metilcel·lulosa: És un gelificant que s'extreu de la cel·lulosa dels vegetals, a partir d'un tractament amb cloro metà. Al contrari d'altres gelificants, la metilcel·lulosa té com a peculiaritat que actúa com a gelificant quan entra en contacte amb el calor, però quan està fred actua com a espessant.

Per una bona utilització d'aquest additiu, s'ha fer la mescla en fred i deixar reposar a la nevera fins els 4º centígrads. Desprès és necessari aplicar temperatura fins els 55º centígrads, ja que si s'enfreda, perd la capacitat de gel, i es torna líquid.

En la cuina molecular s'utilitza molt per fer falsos gnocchi de patata cremosos, espaguetis d'arròs i soja i coulants de patata, entre d'altres.

Fig. 91: Coulant de patata.

ESFERIFICACIÓ:

És una tècnica mitjançant la qual s'aconsegueix encapçalar en forma d'esfera o òvul un volum líquid d'un aliment. Això s'aconsegueix amb la formació d'una membrana fina que el rodeja, fent que tingui l'aparença d'una substància sòlida, encara que el seu interior sigui líquid. La capa exterior de l'esfera és una gelatina prou resistent, que s'ha format per la reacció de dos compostos, que normalment son l'alginat sòdic (gelificant obtingut de les parets cel·lulars de les algues, que gelifica quan interactua amb medis càlcics), i una solució de clorur càlcic (sal càlcica). El fet que la capa exterior estigui formada de gelatina fa que l'esfera tingui una textura tova, que quan s'ingereix, es trenqui a la boca i s'alliberi tot el sabor de l'aliment, produint així una curiosa i agradable sensació.

Depenent de la naturalesa i els components químics de l'aliment a esferificar, el procés d'esferificació canvia. Així doncs, existeixen les dues formes bàsiques d'esferificar:

Esferificació bàsica o directa: Aquesta tècnica es duu a terme amb aliments no molt líquids. És important saber que no funciona amb làctics, begudes alcohòliques amb una graduació superior a 30º, àcids ni aliments greixosos. L'esferificació directa consisteix, bàsicament, a aconseguir esferes petites, mitjançant una mescla de l'aliment amb una solució d'alginat de sodi i submergint aquesta amb una xeringa, o a cullerades, en una solució de clorur de calci. Al mesclar-se aquests elements, es genera una membrana de gelatina i una forma esfèrica.

Fig. 92: Esferificació directa mitjançant una xeringa.

El problema d'aquesta tècnica és que el procés de gelificació no es pot parar, encara que es tregui la mescla del bany en clorur de calci. El procés seguirà en el seu interior i s'acabarà formant una gelatina completament dura. Apart d'aquest aspecte negatiu, també trobem un altre inconvenient amb aliments que ja contenen calci de manera natural, ja què és quasi bé impossible mesclar-los amb la solució d'alginat.

Esferificació inversa: Davant dels problemes anteriors, es va crear l'esferificació inversa, que s'aplica a aliments líquids, rics en calci, ja sigui de forma natural o per l'addició de gluconat de calci (mescla de dos sals de calci, que actua com a font de calci i permet modificar el sabor salat), àcids, rics en greixos o amb elevada graduació alcohòlica. Si l'aliment conté calci afegit en forma de gluconat de calci, es necessita afegir goma xantana, per augmentar la viscositat de l'aliment a esferificar. En canvi, si el aliment a esferificar es àcid, és necessari evocar citrat sòdic, amb l'objectiu d'equilibrar el rang de pH.

En aquest cas, la mescla es submergeix en un bany d'aigua i alginat sòdic, on aquest gelifica al voltant de la mescla, formant així una fina membrana que manté el líquid a l'interior. Cal destacar que la gelificació no evoluciona amb el temps, per la qual cosa, no és necessari preocupar-se pel temps, òbviament dins d'uns límits. Una vegada es retiren les esferes del bany d'alginat sòdic, es passen per un aclarit amb aigua, per eliminar les restes de sabor d'alginat, i evitar que l'aliment perdi sabor com a conseqüència d'aquest. Com a resultat s'obtenen esferes més grans que amb l'esferificació directa.

Fig. 93 i 94: Esferificació inversa de iogurt.

CUINA AL BUIT:

La cuina al buit és un sistema senzill i eficient de preparació culinària, que es realitza introduint tots els ingredients a una bossa o barqueta, segellada sense deixar aire a dins. Posteriorment es sotmet la bossa o barqueta a un tractament tèrmic, com el bany maria, a temperatura controlada, o el forn de vapor, entre altres, que es duen a terme en un medi humit o líquid a una temperatura controlada.

Aquesta tècnica té diverses avantatges, començant per un profit màxim del producte, ja que tots els sabors i líquids queden capturats a la bossa de cocció. Això afavoreix la retenció de minerals i vitamines, apart de permetre un major control de la textura i el sabor. Una altra avantatja és l'augment de temps de l'aliment emmagatzemat, i el manteniment de tot el seu sabor, olor, textura i valor nutricional, ja que gràcies al contacte nul amb l'aire els aliments tarden més en oxidar-se. El problema de la cuina al buit, però, és que requereix una inversió important de temps per a elaborar-la, apart d'utensilis específics.

Dins la cuina al buit, podem esmentar dues tècniques, segons si s'aplica cocció o no a l'aliment:

Cuina al buit sense cocció: En alguns ingredients de textura porosa, durant el procés d'extracció d’aire de les bosses, també s’extreu una part de l’aire contingut en les seves estructures. Aquest fet fa que els líquids d’aquests ingredients penetren fins l'interior d’ells mateixos, creant així una impregnació que permet cuinar químicament els ingredients sense ús de temperatura.

Fig. 95: Poma cuinada al buit sense cocció

Cuina al buit amb cocció: La cocció d’aquesta tècnica és a baixa temperatura, és a dir, que la temperatura de la cocció no pot arribar a 100º centígrads. La variació d’un parell de graus pot fer que el col·lagen present a carns i peixos es pugui degradar, donant com a resultat un peix o una carn seca i estellada.

Existeixen diferents coccions al buit: la directa i la indirecta, ambdues elles amb característiques diferents. Explicaré en què consisteixen cadascuna:

Cocció directa: Es una cocció que el producte s’introdueix cru a la bossa del buit, i es realitza a temperatures baixes, en poc temps. Es ideal amb peces toves com el peix, el carbassó, etc.

Fig. 96: Cocció directa

Cocció indirecta: En aquesta, es realitzen coccions prèvies als aliments que aconsegueixen temperatures de seguretat. Es després, quan ja s’han refredat, que s’introdueixen a les bosses per tenir una segona etapa de cocció junt amb altres ingredients. Aquesta segona cocció consisteix en una cocció de temps llarg a temperatures més altes, i que son realment eficients en peces dures com la carn.

Fig. 97: Cocció indirecta

CUINA AMB NITROGEN LÍQUID:

El nitrogen és un gas incolor i inodor que es condensa en forma de líquid per utilitzar-se a la cuina, ja que permet congelar o emmagatzemar qualsevol aliment fresc o processat. Això es deu al seu baix punt d'ebullició, que és de 196 graus sota zero.

Amb aquesta tècnica, l’objectiu principal consisteix a obtenir aliments congelats mitjançant el nitrogen líquid, el qual proporciona una congelació instantània, i una acceleració de la cocció per a eliminar així els processos bacterians i reduir les pèrdues de propietats organolèptiques, com el sabor o l’olor. Apart, té la virtut de que cuina igual que el foc, és a dir, deshidrata els aliments amb el fred, obtenint la mateixa transformació, però a una temperatura totalment diferent.

En l’anomenada cuina calenta, s’utilitza el nitrogen per aconseguir la sensació de contrast fred-calent, és a dir, l’interior d’un producte està cuinat i es manté a la seva temperatura ideal de consum (50-55 ºC), mentre que a l’exterior està congelat i cruixent. Aquesta tècnica s’aplica sobretot en la fabricació de gelats instantanis, ja que es congela la crema base a mesura que es mou una mica el conjunt, evitant la formació de cristalls.

Fig. 98: Elaboració d’un gelat amb nitrogen líquid.

ESCUMES AMB SIFÓ:

Abans de descriure aquesta tècnica, hem de saber què és un sifó. Aquest és un recipient hermètic pressuritzat, que conté un gas en el seu interior per mitjà d'ampolles que l'introdueixen. Així doncs, les escumes, son un tipus d'emulsions produïdes entre un gas, que és la fase dispersa, i un líquid, que és la fase continua. S'utilitza un emulsionant com a base, per tal d'estabilitzar l'escuma, i es munta amb un sifó, ja que permet la introducció i la mescla del gas amb el líquid, donant com a resultat una mescla amb una textura esponjosa i lleugera. El fet d'utilitzar el sifó per fer escumes va permetre crear-les amb diferents densitats (espesses, fluides o líquides), i a diferents temperatures (calentes o fredes).

Les escumes es poden classificar segons la temperatura (fredes, calentes), el sabor (dolç, salat), o el tipus d'emulsionant que s'utilitzi com a base. Per tal de fer-ho més senzill, les classificarem segons la seva base:

Escumes amb base de gelatina: Es formen a partir de la introducció de gelatina dissolta, a un líquid, i segons si s'utilitza la cua de peix, l'escuma es freda, o calenta, si s'elabora amb agar-agar.

Fig. 99: Escuma de maduixa amb iogurt.

Escumes amb base de greix: Son escumes fredes i amb una textura similar a una mousse. S'ha de tenir molt en compte a no excedir-se amb l'agitat del sifó, ja que al tenir de base aliments grassos, poden tallar-se en moure'ls de més.

Fig. 100: Escuma de greix de foie .

Escumes amb base de clares d’ou: Son escumes que poden ser tant calentes com fredes, amb la diferència que les fredes tenen més cos que les calentes. Per elaborar les fredes, només s’ha de muntar la clara, ja sigui a mà o amb el sifó, per altre banda, per fer les escumes calentes, s’ha d'introduir el sifó mentre es fa un bany maria, tenint en compte de no sobrepassar els 62º centígrads, que és la temperatura màxima, abans que aquesta qualli. És important saber que una vegada calent, ja no es pot tornar a escalfar.

Fig. 101: merenga amaretto.

Escumes amb base de fècules: Aquesta tècnica permet crear escumes calentes i estables a partir de fècules o midons de diferents aliments. Encara que només es pot escalfar una vegada, les fècules poden suportar fins a 70º centígrads, recordant que s’utilitza el sifó mentre es fa el bany maria. Les escumes amb aquesta base fan possible elaborar escumes lleugeres d’aliments que en un inici son molt més pesats.

Fig. 102: Escuma de patata trufada.

DECONSTRUCCIÓ:

La deconstrucció en la cuina consisteix en utilitzar i respectar les harmonies ja concebudes i conegudes d'un plat, transformant la textura, forma i temperatura dels ingredients, mantenint el sabor de cadascun, inclús incrementant la intensitat d'aquests. L'objectiu principal d'aquesta tècnica és canviar la forma d'un plat o recepta tradicional, per reescriure les preparacions amb noves tècniques, fent que aquest plat o recepta no es reconegui pels ulls, sinó a través del gust. Un fet característic de la deconstrucció és que tots els ingredients es preparen per separat, i al final es combinen. La truita deconstrucció de la truita de patates és un clar exemple d'aquesta tècnica.

Fig. 103: Deconstrucció d'una truita de patates.

EMULSIONS :

Una emulsió és la unió més o menys estable d'una substància de medi aquós i una de medi greixós que de forma natural no son miscibles entre elles. Quan aquestes es mesclen, la substància discontinua es dispersa en petites gotes en l'altre. Dit d'una altra manera, una emulsió és una mescla homogènia de dos líquids no miscibles entre sí.

En un principi, una emulsió és inestable, ja que amb el temps les gotes del líquid dispers, tendeixen a reagrupar-se, separant-se així de l'altre substància. És per això, que és necessari incloure un tercer component, per tal de fer-la estable. Aquest es denomina, agent emulsificador.

Un emulsificador és un additiu, el qual podem trobar-lo de forma natural, com en el rovell d'ou, o de forma artificial, com en la sacarosa o els àcids grassos, entre d'altres, que es situa en la capa límit entre les gotes i la fase homogènia, gràcies a la capacitat de solubilitat tant en medis aquosos com greixosos de les seves molècules. Això fa que certs ingredients es barregin de manera estable, i que per tant, no es produeixi el fenomen de dispersió. Els principals additius emulsificadors son els següents:

Sucroèster: Emulsionant derivat de la sacarosa, que s'obté de la reacció entre la sacarosa i els àcids grassos. La seva estructura es resum en una part lipòfila i una hidròfila que atrau els greixos. Degut a la seva elevada estabilitat com emulsionant s'utilitza per integrar un medi gras en un medi aquos, permetent fer aires d'alcohols, i treballar en medis àcids.

Per elaborar-lo s'ha de dissoldre en un medi aquos, sense necessitat de temperatura, i després s'afegeix al medi greixos. Posseeix propietats airejants. Les aplicacions més importants són: l'augment del volum de masses de pa i pa de pessic, cremes pastisseres i gelats.

Glicèrids d'àcids grassos: Monoglicèrid i diglicèrid derivat dels greixos, i obtingut a partir de la glicerina i dels àcids grassos. S'utilitza per integrar un medi aquos dins d'un medi gras, ja que aquest emulsionant és afí als medis greixosos. És per això, que per elaborar-lo, primer es desfà amb l'element greixos i s'afegeix després a l'element aquós. Una de les principals aplicacions que té és d'estabilitzador de la margarina i greixos.

Lecitina de soja: S'obté a partir del rovell de l'ou, o com a subproducte del refinat oli de soja o de gira-sol. La lecitina, funciona tant en fred com en calent gràcies a la seva fàcil dissolució, i tampoc té cap problema de dispersió en medis àcids, alcohòlics, salats o ensucrats. La seva funció és emulsionant, i s'utilitza sobretot en la industria xocolatera. També es pot utilitzar com airejant i escumant.

LIOFILITZAT:

La liofilització és un procés de conservació dels aliments, en el que es congela el producte per sota la temperatura més baixa a la qual pot fondre. Així doncs l'aigua passa primer d'estat líquid a estat sòlid, i a continuació, s'elabora un secat al buit a una temperatura per sota del seu punt de congelació, i amb una pressió atmosfèrica baixa. El procés realitzat al buit assegura la sublimació o volatilització del producte, on l'aigua passa d'estat sòlid a gasos sense passar per l'estat líquid. El resultat és un aliment similar al deshidratat, però amb la diferència que no te no gens d'aigua, i que es pot conservar més temps.

El producte liofilitzat conserva la major part de les seves propietats nutritives originals i conserva pràcticament tot el seu sabor. En canvi, la textura, a no sé què es realitzi una rehidratació, es cruixent.

Fig. 74: Pa de pessic de pistatxo liofilitzat.

ESPECIFICACIÓ:

És una tècnica que s'ha utilitzat des de sempre en la cuina tradicional, per intentar espesar diferents preparacions com, les sopes, cremes, salses, sucs, etc. Anteriorment, per aconseguir especificar receptes, utilitzaven productes com la farina, les fècules, midons, entre d'altres, però el problema d'aquestes, és que alteraven el sabor del plat final. Amb la cuina molecular s'han descobert additius especificants, és a dir, subproductes que ens permeten obtenir solucions més o menys viscoses, que no alteren el sabor original de l'aliment.

S’ha d’anar molt en compte, i no confondre els espessants amb els gelificants. La principal diferència d’aquests, és que els espessants quan es dissolen en aigua o altres líquids, fan que la viscositat de la dissolució resultant augmenti. En canvi, els gelificants tenen la característica de que les seves cadenes de polímers, poden unir-se entre sí a través de forces físiques o interaccions. Això fa que es formi una espècie de xarxes, que provoquen una viscositat tan alta, que la dissolució es comporti en algun sentit, com un sòlid elàstic.

Un dels additius especificants més importants, és la goma xantana, la qual és un exopolisacàrid produït per la fermentació del sucre, que s'obté prèviament d’un patogen de les cols anomenat, Xanthomonas Campestres. La particularitat d’aquesta goma és la seva capacitat per modificar la consistència dels aliments gràcies a la seva forta acció espessant.

Però el que realment fa destacar aquesta substància és, com ja he explicat anteriorment, que en una dissolució pot formar estructures, que sense ser estrictament gels, tenen característiques d’aquests.

Aquest espessant, es presenta en forma de pols refinat, i no perd les propietats espessants encara que se li apliqui temperatura, això fa que tingui molta resistència en els processos de congelació i descongelació. Una altre característica és la seva fàcil solubilitat en fred com en calent, i tant en medis alcohòlics, com en un ampli rang de medis àcids.

Fig.75: Goma Xantana.

6.2. VIDEOS

https://youtu.be/7cu1ny5nXLk

https://youtu.be/dYn5NTgxCU4

https://youtu.be/7WpaQ_h-FCc

https://youtu.be/zA2f6wmtiuo

https://youtu.be/mLBQMU7Z8Tw