Facultat de Matemàtiques
i Informàtica

GRAU DE MATEMÀTIQUES

Treball final de grau

Modelització i propostes de solució de problemes de trànsit amb simulacions de casos reals

Autor: Edgar Lucas Harris Expósito

Director: Dr. Antoni Benseny
Realitzat a: Departament de Matemàtiques i Informàtica

Barcelona, 20 de juny de 2019

Abstract

The *highways traffic jam problem* worries local, autonomical and state governments. The key to the solution is the detection and the classification of the sections of the highway network that are saturated, formed jams... The objectif of this paper is to design a circulation model to detect the saturated sections and the degree of saturation of the highways. Therefore, we can propose improvements to solve the traffic jams problem in Houston.

Resum

El *problema dels embussos de trànsit* d'autopistes al voltant d'una ciutat preocupa molt als governs locals, autonòmics i estatals. La clau de la solució és la detecció i la classificació dels diversos trams de la xarxa on hi ha saturacions i formacions de cua/embussos... L'objectiu d'aquest treball és dissenyar un model de circulació per detectar aquests trams saturats i el seu grau de saturació en un problema pràctic de la ciutat de Houston. D'aquesta manera, es disposa de més informació per tal de plantejar millores a la xarxa i resoldre el problema.

Agraïments

Primer de tot, vull agrair sincerament al meu tutor, Dr. Antoni Benseny, la seva dedicació, la seva paciència i les correccions del treball.

Segon de tot, vull agrair a tots els professors i docents de la Facultat de Matemàtiques i Informàtica per ensenyar-me tot lo necessari per poder realitzar aquest treball.

Finalment, voldria agrair a la meva família, als meus amics i companys de classe, el seu suport i ajuda durant tot la meva estança a la facultat.

Índex

1 Introducció **1**

1.1 El projecte . . . 1

1.2 Estructura de la Memòria . . . 1

2 El problema de Houston **2**

3 Modelització **4**

3.1 Cruïlles . . . 4

3.2 Trams . . . 5

3.3 Autopistes . . . 5

3.4 Supervèrtexs . . . 5

4 Models de circulació **7**

4.1 Model microscòpic . . . 7

4.2 Model macroscòpic . . . 8

4.2.1 Introducció . . . 8

4.2.2 Relació entre la distància de seguretat i la velocitat . . . 11

4.3 Model macroscòpic amb paràmetre de seguretat . . . 15

4.4 Detecció de trams saturats . . . 22

5 Implementació **25**

5.1 Introducció i explicació global del funcionament . . . 25

5.2 Extracció de les dades . . . 26

5.3 Estructures d'informació en memòria . . . 27

5.3.1 Cruïlles . . . 27

5.3.2 Trams . . . 28

5.3.3 Autopistes . . . 28

5.3.4 Supervèrtex . . . 29

5.4 Descripció dels mòduls . . . 29

6 Resultats **31**

7 Conclusions **33**

1 Introducció

1.1 El projecte

L'objectiu del treball és resoldre el problema *Traffic Jams in Houston, Texas*, Mathematical Competitive Game 2018-2019 emès per la Fédération Française des Jeux Mathématiques et la Société de Calcul Mathématique SA.

Totes les ciutats del món tenen problemes d'embussos de trànsit i, cada cop més, els usuaris consideren el temps de viatge com una prioritat en els desplaçaments. Hi han maneres per reduir embussos: d'una banda, la modificació del trànsit (instal·lació semàfors, glorietes, animar la gent a compartir vehicles...) i d'altra banda, la millora de les infraestructures (retirada d'obstacles, ampliació de carrils, construcció de nous túnels i ponts, construcció de noves autopistes...).

El problema que ens plantejem és resoldre el problema de les autopistes de Houston per poder donar solucions viables a l'alcaldia de la ciutat. Es pot extrapolar aquest problema a qualsevol ciutat o qualsevol xarxa de autopistes i resoldre el problema dels fluxos de vehicles i temps mínims. Es vol veure en quins trams de la xarxa hi han saturacions i fer el càlcul del temps mínim entre dos punts de la xarxa diferents.

La motivació principal per fer aquest treball ha sigut realitzar una modelització que resolgués un problema real com pot ser el problema dels fluxos en una xarxa d'autopistes. És així, pensant en un tema per al meu treball final de grau, que vaig rebre un correu del professor Dr. Carlos D'Andrea amb el problema en questió. Aleshores vaig decidir de fer un treball al voltant del problema plantejat.

1.2 Estructura de la Memòria

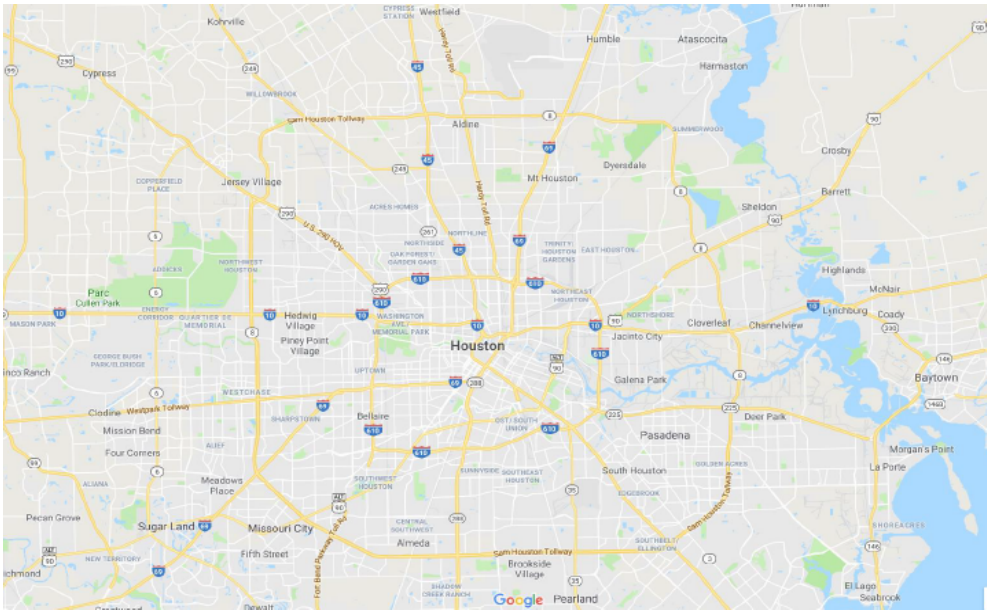
La memòria està constituïda de tres parts:

En primer lloc, s'explicarà amb detall el problema a resoldre i se'n farà una modelització del problema. En aquest punt, veurem com emmagetzem, treballarem amb les dades que ens donen en el problema.

En segon lloc, es veurà un primer model estàtic de circulació del model que tindrà en compte les distàncies de seguretat entre els vehicles.

En tercer lloc, es veurà la implementació dels models en un programa C++ que s'ha dissenyat per resoldre la part pràctica del model.

Per finalitzar es veuran els resultats i conclusions que es poden treure a partir del model proposat i les dades de Houston. És així com es donaran solucions als problemes plantejats per millorar la circulació.



Mapa de la xarxa d'autopistes de Houston

2 El problema de Houston

Aquí teniu una referència d'on trobar el problema que volem resoldre:

`http://www.scmsa.eu/archives/SCM_FFJM_Competitive_Game_2018_2019.pdf`

Totes les ciutats del món experimenten problemes de trànsit, i, cada cop més, són importants els desplaçaments ràpids. És per això que la planificació i la reducció d'embussos és un problema clau en els desplaçaments. A més, com que cada cop hi ha més relacions comercials entre els països i més habitants en el planeta, hi haurà més vehicles en les autopistes i això inevitablement incrementarà el nombre d'embussos creats en les autopistes.

Hi ha dos tipus de mesures per reduir els embussos:

- Reduir o modificar el trànsit (ex: instal·lació de semàfors, glorietes, animar la gent a compartir cotxes...)
- Millora física de les infraestructures de la xarxa (ex: retirada d'obstacles, ampliació de carrils, construcció de nous túnels i ponts, construcció de noves carreteres...)

També és interessant trobar la ruta òptima entre qualssevol dos punts de la xarxa d'autopistes i minimitzar el temps de trajecte per a trobar camins mínims.

El problema que es proposa considera les autopistes de Houston en un dia qualsevol, a hora punta: de 8h a 9h del matí.

Les dades dels fluxos de cada tram d'autopistes estan guardats en l'arxiu següent:

`http://www.scmsa.eu/archives/SCM_FFJM_Information_highways_2018_2019.xls`

En aquest arxiu hi consten les columnes següents:

Name of Highway	Name of crossroad	Number of crossroad	Length section(km)
Number of lanes	Real flux after	Incoming flux	Outgoing Flux

Explicació de les dades

En la xarxa d'autopistes de Houston hi ha les autopistes següents: "10 Eastbound", "45 Northbound", "69 Eastbound", "610 Clockwise Southwest", "610 Clockwise Northwest", "610 Clockwise NorthEast", "610 Clockwise Southeast", "8 Clockwise SouthWest", "8 Clockwise Northwest", "8 Clockwise NorthEast", 290 Eastbound", "288 Northbound", "288 Southbound", "290 Westbound", "8 Counter-Clockwise Northeast", "8 Counter-Clockwise Northwest", "8 Counter-Clockwise Southwest", "8 Counter-Clockwise Southeast", "610 Counter-Clockwise Southeast", "610 Counter-Clockwise Northeast", "610 Counter-Clockwise Northwest", "610 Counter-Clockwise Southwest", "69 Westbound", "45 Southbound", "10 Westbound".

Tenim un total de 25 autopistes i cada autopista té una sèrie de trams i d'encruïllas amb altres autopistes o altres carreteres.

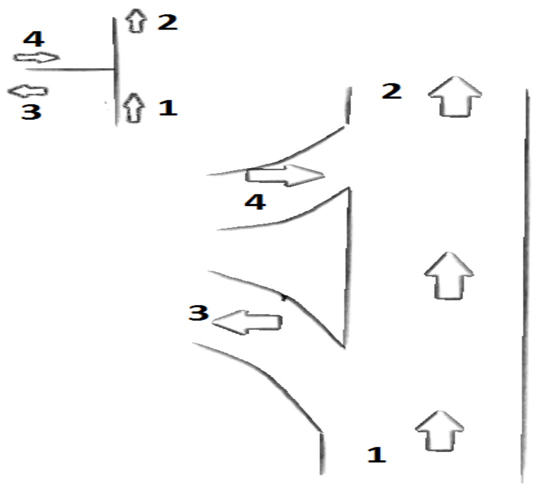
El fitxer de dades Excel dona dades de les cruïlles i dels trams d'autopistes. En el fitxer tenim un total de 11 columnes:

- "Name of highway": Ens indica el nom de l'autopista què està la cruïlla que s'estudia.
- "Name of crossroad": Ens indica el nom de la cruïlla, n'hi ha de dos tipus: carretera d'entrada/sortida de la xarxa i autopista.
- "Number of crossroad": És el nom de la cruïlla (ex: sortida 755 per Wilcrest Drive sortint de l'autopista 10 Eastbound)
- "lenght of section(miles)/length of section(km)": Distància en milles o kilòmetres del tram que segueix per la mateixa autopista fins a la cruïlla següent.
- "speed limit in mph/speed in km/h": velocitat límit del tram que segueix per la mateixa autopista fins a la cruïlla següent.
- "Number of lanes": nombre de carrils en el tram que segueix per la mateixa autopista fins a la cruïlla següent.
- "Real flux after crossroad (vehicles per hora)": flux del tram que segueix per la mateixa autopista fins a la cruïlla següent després de la cruïlla en qüestió.
- "Incoming flux (vehicles per hour)": flux entrant en la cruïlla de l'autopista en qüestió.
- "Outgoing flux (vehicles per hour)": flux sortint per la cruïlla de l'autopista en qüestió.

Aquesta xarxa es modelitzarà com un graf dirigit o un dígras on els vèrtexs del graf són les cruïlles de la xarxa i on els arcs són trams d'autopistes.

Els fluxos abans/després/entrant/sortint corresponen al nombre de vehicles/hora que entren/sorten/continuen per una autopista en el nivell de la cruïlla en qüestió.

Per tant, el flux en cada tram serà el mateix que el flux després de la cruïlla que dona inici del tram corresponent.



Representació de la cruïlla autopista-carretera

3 Modelització

Modelització de les dades de connexió

En aquest apartat veurem amb més detall les cruïlles i els trams de la xarxa.

Sigui G=(V,A) el dígraf de la xarxa d'autopistes. El dígraf G representarà la totalitat de la xarxa d'autopistes, els vèrtexs seran el conjunt de cruïlles autopista-carretera i autopista-autopista que es veurà amb més detall més endavant. Els arcs A seran el conjunt de trams de cada autopista entre dos vèrtexs (cruïlles).

3.1 Cruïlles

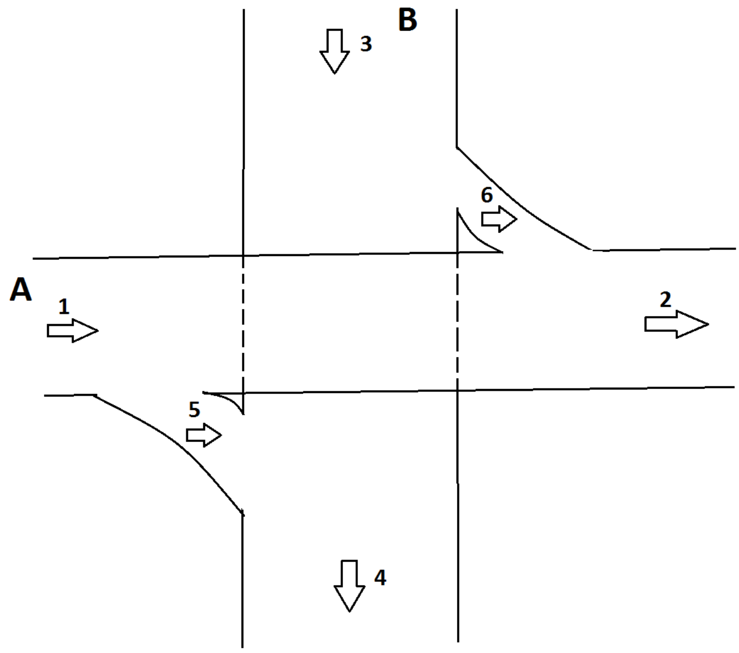
Per tal d'estudiar el problema dels fluxos en la xarxa, els vèrtexs del dígraf són cruïlles.

En aquest moment hem de distingir entre dos tipus de cruïlles:

- autopista-carretera: aquest tipus de cruïlla es dóna quant una carretera incideix amb una autopista i tenim un flux de vehicles entrant o sortint de la carretera a l'autopista (exemples: un vehicle en l'autopista X surt per una carretera comarcal per anar a casa seva; un vehicle que va per un carrer i entra a una autopista).
- autopista-autopista: aquest tipus de cruïlla ocorre quan hi ha un encreuament entre dues autopistes a diferents nivells i tenim fluxos de vehicles de la primera autopista a la segona i viceversa (exemple: un vehicle va per l'autopista X, agafa la sortida Y per incorporar-me a l'autopista Z).

Els dos dibuixos de cruïlles representen bé els dos tipus de cruïlles que existeixen.

Sempre que es parli de tram següent després de la cruïlla ens referirem a: anant per la mateixa autopista mirem el tram següent que comença en la cruïlla en qüestió. Guardarem una sèrie d'informació en cada cruïlla com el nom de l'autopista i la carretera o autopista que creua, els fluxos d'entrada/sortida...



Representació de la cruïlla autopista-autopista

3.2 Trams

Com s'ha mencionat anteriorment, els trams de les autopistes es modelitzen com a arcs en el nostre dígraf. Cada arc en el nostre dígraf és una unió de dos vèrtexs amb una direcció predeterminada.

A més a més, cada tram guardarà la informació següent: el nom de l'autopista en què es troba aquest tram, el nom de les dues cruïlles entre les quals es troba el tram quin l'autopista, dades físiques del tram com nombre de carrils, velocitat màxima, longitud tram i fluxos de vehicles... En l'esquema del dígraf a continuació tenim que A-B és un tram del nostre dígraf.

3.3 Autopistes

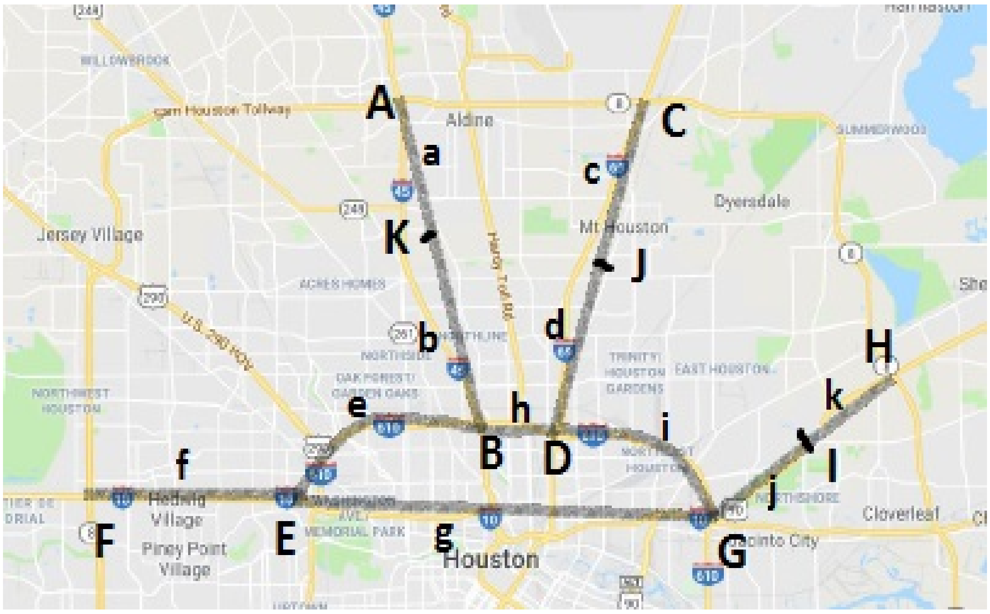
S'ha de recordar que tot el problema gira al voltant de les autopistes. Les autopistes vistes des d'un punt de vista físic són un conjunt de trams i de cruïlles i, en el nostre cas, tenim un conjunt de 25 autopistes. Per tant, guardem a cada autopista el conjunt de cruïlles per la que passa i guardem també el conjunt de trams que constitueixen aquesta autopista. D'aquesta manera sabem exactament per on passen tots els vehicles si comencen al principi de l'autopista i acaben al final d'aquesta mateixa.

3.4 Supervèrtexs

Per simplificar el dígraf, es crea un nou dígraf que s'anomenarà supergraf que només guarda els vèrtexs A-A(autopista-autopista). D'aquesta manera tindrem un dígraf més simplificat on els vèrtexs són les cruïlles de dues autopistes. Per tant, la informació que es guarda dels supervèrtexs és similar a la dels vèrtexs.

Aleshores, tenim que el conjunt de supervèrtexs és un conjunt contingut dins del conjunt de vèrtexs.

$$\text{Supervèrtexs} \subset \text{vèrtexs}$$



Exemple de modelització d'un graf qualsevol

En el exemple anterior, el graf es composa de:

- Vèrtexs: I,J,K (cruïlles autopista-carretera); A,B,C,D,E,F,G,H (cruïlles autopista-autopista).
- Trams: a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k
- Supervèrtex: A,B,C,D,E,F,G,H representen supervèrtex ja que són cruïlles de dues autopistes.
- Autopistes: 4 autopistes:
  - Autopista I: trams a,b; vèrtexs A,K,B
  - Autopista II: trams c,d; vèrtexs C,J,D
  - Autopista III: trams f,g,j,k; vèrtexs F,E,G,I,H
  - Autopista IV: trams e,h,i; vèrtexs E,B,D,G

4 Models de circulació

En aquest apartat es dissenya un primer model per resoldre el problema de la xarxa d'autopistes.

Hi han dues maneres distintes d'estudiar el flux en una xarxa: la primera forma és d'estudiar el sistema de manera microscòpica i la segona forma és estudiar el sistema de manera macroscòpica. En el cas del sistema microscòpic, totes les dades han de dependre del sistema a un entorn prou proper al punt que es vol estudiar, es mira només els punts propers al punt observat. En el cas del problema seria agafar un vehicle en particular i veure què li passa en la seva trajectòria. En el cas del sistema macroscòpic, estem estudiant el sistema en la seva totalitat, sense fixar-nos què li passa a cada vehicle en concret, sinó mirant la situació general de trànsit. Tanmateix farem un model que tingui en compte la seguretat viària en funció d'un paràmetre que anomenarem paràmetre de seguretat.

El model finalitzarà amb la detecció i la classificació dels trams saturats.

4.1 Model microscòpic

Es recorda que, per a l'estudi microscòpic de la situació, ens centrem en el moviment d'un objecte a mesura que passa el temps. Tenim que el nostre vehicle és α, el vehicle que hi ha davant del nostre vehicle α és α+1. Per simplificar la situació suposarem, en un principi, que només hi ha un carril, no valen els desplaçaments laterals. La trajectòria es defineix com la posició del vehicle passar el temps. S'ha de tenir en compte que el vehicle té una llargada pròpia. Per a un estudi teòric, agafarem d_α com la longitud del vehicle α.

Estudi de les variables

En un primer instant definirem la posició x_α, la velocitat v_α i l'acceleració a_α de cada vehicle α. La velocitat serà sempre positiva, ja que els vehicles no poden anar cap enrere en les autopistes, l'acceleració serà positiva si està accelerant i negativa si està frenant:

$$v_\alpha(t) = \frac{dx_\alpha(t)}{dt}$$
$$a_\alpha(t) = \frac{d^2x_\alpha(t)}{dt}$$

A continuació, es defineix la distància d'ocupació s_α com la distància entre dos conductors consecutius (distància entre dos vehicles consecutius) i la distància de seguretat d_α (distància física entre els dos vehicles).

$$s_\alpha(t) = x_{\alpha+1}(t) - x_\alpha(t)$$
$$s_\alpha(t) = d_\alpha + L_\alpha(t)$$

on L_α és la longitud del vehicle α.

Es defineix la velocitat relativa Δv_α com la diferència entre la velocitat del vehicle $\alpha + 1$ i la del vehicle α.

$$\Delta v_\alpha(t) = v_{\alpha+1}(t) - v_\alpha(t) = \frac{ds_\alpha(t)}{dt}$$

Aquesta dada és interessant ja que si $\Delta v_\alpha = 0$ tindrem que el trànsit és homogeni (tots els vehicles van a la mateixa velocitat), en cas que $\Delta v > 0$ tindrem que el vehicle de davant està accelerant (això passa en les interseccions i el vehicle accelera per incorporar-se a l'autopista i quan hi ha un gran flux de vehicles que surten de l'autopista, aleshores el vehicle accelera). En el cas que $\Delta v < 0$ tenim que el trànsit s'està frenant i sí la velocitat és prou baixa aleshores tindrem que hi ha alta probabilitat que es formi un embús.

També hi ha una relació entre la velocitat del vehicle i la distància de seguretat amb el vehicle de davant, però, aquesta relació es veurà en un apartat posterior. De manera intuïtiva tindrem que, si la densitat dels vehicles és menor (distància entre vehicles més gran), la velocitat serà més alta. Però, també hi pot haver el cas que hi hagi molts vehicles tots anant a alta velocitat, però, això és poc probable.

Si tinguéssim totes les dades de cada vehicle que circula per cada tram de les autopistes seria genial, ja que l'estudi del problema seria exacte. L'únic problema d'això és que hi hauria masses dades que computar i això ho faria gairebé impossible. Per tant, és més viable fer un estudi de fluxos de xarxes per resoldre aquest tipus de problemes. L'altre inconvenient és que, en aquest primer estudi, no hem tingut en compte que hi ha diversos carrils per autopista, i això també complica el problema. D'aquesta manera la posició tindria dues components i no només una com és el cas vist anteriorment. Amb tot això esmentat, optem més per fer un estudi macroscòpic dels fluxos de la xarxa.

4.2 Model macroscòpic

4.2.1 Introducció

Ara es veurà l'estudi del model macroscòpic del problema de *Traffic flow*. En aquest cas, no estudiem els vehicles com a entitats separades, sinó que veurem un model més global que tindrà en compte els fluxos dins de la xarxa.

Abans de començar a estudiar el problema pràctic, analitzem que magnituds conegudes necessitem.

- la llargada L del tram d'autopista
- la velocitat límit v_l en mph i km/h (només agafarem la velocitat en km/h)
- el nombre de carrils c
- el flux de vehicles per hora F després de les interseccions (amb un càlcul fàcil podem trobar el flux de cada tram d'autopista).

En aquest estudi macroscòpic suposem que tots els vehicles van a la mateixa velocitat v en cada tram d'autopista. Llavors, tenim que el temps T que triguen els vehicles en fer la distància L és:

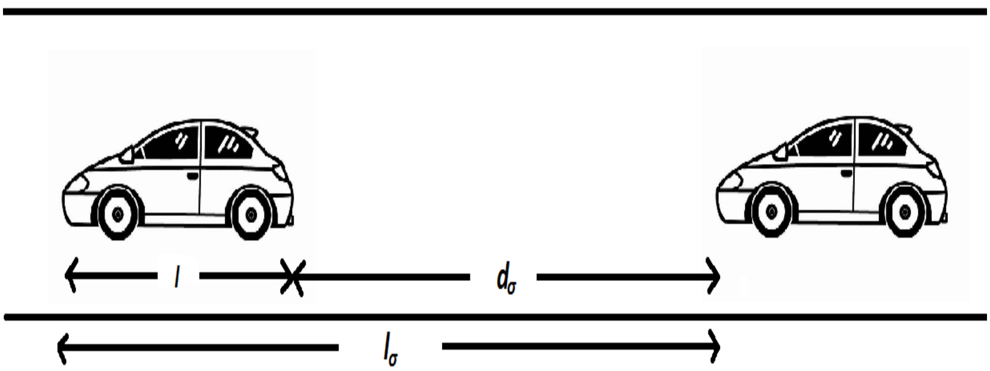
$$T = \frac{L}{v} \tag{4.1}$$

Anomenarem l la longitud de cada vehicle: aproximadament 4.5m pels cotxes, 10m pels autobusos i 15m pels camions.

Definim $d_\sigma(v)$ com la distància de seguretat de cada vehicle en funció de la velocitat que circuli. Aquesta distància ha de ser prou gran per a poder garantir la seguretat viària en les autopistes i poder d'aquesta manera evitar accidents de xoc entre dos vehicles consecutius. Anomenarem σ el paràmetre de seguretat de cada tram.

Amb tot això, obtenim la longitud d'ocupació de cada vehicle $l_\sigma(v)$ que depèn de la velocitat i es defineix com l'espai físic d'ocupació necessària de cada vehicle per a circular amb seguretat (de manera informal ho definim com la longitud entre dos conductors de vehicles consecutius).

$$l_\sigma(v) = l + d_\sigma(v) \tag{4.2}$$



Definim n el nombre de vehicles per carril, N els vehicles totals i c el nombre de carrils.

$$n = \frac{N}{c} \tag{4.3}$$

Aleshores, amb tot això, trobem que el flux (nombre vehicles/hora) és:

$$F = \frac{n}{T} = \frac{n \cdot v}{L} \tag{4.4}$$

I el nombre de vehicles per carril en funció del flux és:

$$n = \frac{F\,L}{v} \tag{4.5}$$

Per facilitar l'estudi, trobem la longitud mitjana $\bar{l}$ i suposem per comoditat que cada vehicle té aquesta longitud.

Com que podem tenir tant autobusos, camions com cotxes: suposem que hi circulen les següents proporcions de vehicles: 10% camions, 10% autobusos i un 80% cotxes com a mitjana per cada autopista.

Aleshores, obtenim una distància mitjana per vehicle de 6,1m $(0,1 \cdot 15 + 0,1 \cdot 10 + 0,8 \cdot 4,5)$. Aquesta distància la utilitzem per a parlar de la longitud de cada vehícle, independentment de si és un cotxe, camió o autobus. $\bar{l} = 6.1$ m.

Per tant l'equació (4.2) de la longitud d'ocupació serà la següent:

$$l_\sigma(v) = \bar{l} + d_\sigma(v) = 6.1 + d_\sigma \qquad \text{(m)} \tag{4.6}$$

Per tant, es troba a continuació l'equació fonamental per a resoldre el nostre problema. Per tal que els vehicles càpiguen en l'autopista, cal que la longitud del tram L sigui més gran que el nombre de vehicles per carril n per la longitud d'ocupació de cada vehicle l_σ. Obtenim la relació:

$$L \geq n \cdot l_\sigma(v) \tag{4.7}$$

En aquest cas tenim que $d_\sigma(v)$ pertany al següent interval $[0, +\infty]$, ja que la distància de seguretat ha de ser positiva. El cas més desfavorable seria amb una distància de seguretat nula (tindriem que els vehicles s'estarien apilant els uns amb els altres, sense espai entre ells). El cas més optimista és que el vehicle en qüestió estigui tot sol en el tram estudiat, d'aquesta manera tindrem que la distància de seguretat és $+\infty$. Per tant, $l_\sigma(v) \in [\bar{l}, +\infty]$, i la longitud mínima de $l_\sigma(v)$ és $\bar{l}$.

A continuació, volem trobar una relació entre la distància de seguretat d_σ i la velocitat, ja que estan correlacionades. De manera intuïtiva, com més alta sigui la velocitat, més gran hauria de ser la distància de seguretat (això és degut al fet que la distància de seguretat ha de ser suficientment gran com perquè en cas de frenada brusca d'un vehicle no hi hagui un xoc). Tanmateix, si la velocitat de cada vehicle és petita, tindríem que la distància de seguretat hauria de ser petita.

Podem deduir un rang de valors per a la velocitat: ha de ser estrictament positiva perquè és una magnitud física i per a haver-hi existència de flux, la velocitat ha de ser superior a 0. A més, la velocitat ha de ser més petita que la velocitat màxima permesa. Per tant $v \in (0, v_{max}]$.

4.2.2 Relació entre la distància de seguretat i la velocitat

Propietats mecàniques Recordem que la distància de seguretat és aquella necessària a un vehicle per aturar-se en cas d'accident sense donar-li al vehicle del davant. Aleshores, utilitzarem les equacions de la mecànica clàssica estàndards per a trobar les posicions d'objectes. Per l'estudi **s** és la distància recorregut pel cos, **v** és la velocitat del cos i **a** és l'acceleració del cos.

En el nostre cas suposarem que no hi ha forces de fregament i per tant les equacions del moviment són aquestes:

$$v = v_0 - at \tag{4.8}$$

$$s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \tag{4.9}$$

Aleshores el temps per a que el vehicle s'aturri al complet és:

$$t_f = \frac{v_0}{a} \tag{4.10}$$

Tenim llavors que la distància de seguretat és $d_\sigma = s(t_f)$ amb t_f el temps que triga el vehicle a aturar-se completament des de la velocitat v_0 que anava.

$$s(t_f) = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} \tag{4.11}$$

Trobem una relació quadràtica entre la distància de seguretat i la velocitat que porta el vehicle v_0. Només ens falta calcular o trobar el valor de l'acceleració que agafarem constant per a cada vehicle per facilitar el problema. Suposem que el cotxe frena sempre amb acceleració constant.

Amb l'expressió següent trobem l'acceleració a partir de la posició i la seva velocitat:

$$a = \frac{v_0^2}{2s} \tag{4.12}$$

Per poder utilitzar correctament les equacions anteriors cal que les magnituds estiguin en les mateixes unitats per tot arreu. En aquest cas, agafem les unitats internacionals: el temps es calcula en segons, la distància en metres, velocitat en $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}^2}$ i l'acceleració en $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}^2}$.

Per a trobar l'acceleració s'ha hagut de buscar dades de frenada estàndard de cotxes. En la taula següent, tenim la distància de frenada en funció de la velocitat que vagi el vehicle(20,40...,100,120) i amb l'equació (4.12) es troba l'acceleració de frenada.

velocitat(km/h)	velocitat(m/s)	distància de frenada (m)	acceleració frenada ($\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}^2}$)
20	5.55	4	3.858
40	11.11	16	3.858
60	16.67	36	3.858
80	22.22	64	3.858
100	27.78	100	3.858
120	33.33	144	3.858

Hi ha una noció popular que diu: l·la distància de seguretat es troba agafant la velocitat (en km/h) traient-li el darrer zero (correspon a dividir per 10) i fer el quadrat del mateix", $d_s = (\frac{v((km/h)}{10})^2$.

D'aquesta manera es troba que l'acceleració és $a = 3.858\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Aleshores, gràcies a les equacions (4.6) i (4.11) obtenim que la longitud d'ocupació en funció de la velocitat és la següent:

$$l_\sigma(v) = \bar{l} + \frac{v^2}{2\,a} = 6.1 + \frac{v^2}{7.716} \qquad (\mathrm{m}) \tag{4.13}$$

on l_σ està donada en m i v està donat en $\frac{m}{s}$.

Trobem la relació inversa que ens serà més util $v(L)$:

$$v = \sqrt{2\,a(l_\sigma - \bar{l})} \tag{4.14}$$

Amb això es pot conèixer quina és la velocitat mitjana de cada vehicle en cada tram de l'autopista. Un cop obtingut la velocitat es pot calcular el temps que necessita un vehicle per creuar tot el tram.

$$t = \frac{L}{v} = \frac{L}{\sqrt{2\,a(l_\sigma - \bar{l})}} \tag{4.15}$$

amb L la longitud de cada tram.

Model de frenada i seguretat

A continuació fem un model de frenada per a tenir en compte la seguretat viària dels passatgers.

Recuperem l'equació $\frac{L}{n} \geq l_\sigma(v)$. En aquest apartat farem un model més complet que tingui en compte tots els marges de seguretat necessaris a tenir en compte a l'hora de mirar les distàncies de seguretat.

Recordem que $\frac{L}{n}$ és la distància mitjana que hi ha entre dos vehicles de cada tram per a cada carril. $l_\sigma(v)$ és la longitud entre dos vehicles consecutius tenint en compte la longitud del vehicle i la distància de seguretat per a fer frenar el vehicle des de la velocitat v fins a aturar-lo. En el càlcul de d_σ hem tingut en compte la distància de frenada però no hem tingut en compte la distància de reacció del conductor a l'hora de frenar. Per tant:

$$d_\sigma = d_{aturada} = d_r + d_f \tag{4.16}$$

on $d_{aturada}$ és la distància d'aturada, d_r la distància de reacció i d_f la distància de frenada.

Arribem a la següent igualtat:

$$l_\sigma(v) = \bar{l} + d_r(v) + d_f(v) = 6.1 + d_r(v) + d_f(v) \qquad (\mathrm{m}) \tag{4.17}$$

Llavors aquesta nova equació és la mateixa que l'equació (4.6) però tenint en compte la distància de reacció.

Distància de reacció

El temps de reacció és el temps que passa des que percebem un accident fins que fiquem el peu sobre els frens per aturar el vehicle. La distància de reacció és aquella distància recorreguda en el temps de reacció. Aquesta distància depèn de la velocitat que circula el vehicle. Segons la *Dirección General de Tráfico Española* tenim que el temps de reacció mitjà d'un ciutadà és 0.75s. En el nostre cas agafarem $t_r = 0.85s$ per raons de seguretat.

$$d_r = v\, t_r = 0.85v \tag{4.18}$$

A continuació, hem trobat una relació entre distància de reacció i velocitat i substituint-ho a l'equació (4.17):

$$l_\sigma(v) = \bar{l} + t_r\, v + \frac{v^2}{2\,a} = 6.1 + 0.85v + \frac{v^2}{7.716} \tag{4.19}$$

Per a trobar la relació inversa $v(l_\sigma)$ hem de resoldre la següent relació:

$$\frac{v^2}{2\,a} + t_r\, v + (\bar{l} - l_\sigma(v)) = 0 \tag{4.20}$$

$$\frac{v^2}{7.716} + 0.85v + (6.1 - l_\sigma(v)) = 0 \tag{4.21}$$

Relació entre $l_\sigma(v)$ i $\frac{L}{n}$

Recordem la inequació $l_\sigma(v) \leq \frac{L}{n}$. Es tindria una igualtat en el cas en què la longitud de seguretat l_σ fos exactament igual a la separació de dos vehicles i això el que ens diu és que en cas de frenada brusca per a aturar el vehicle, el vehicle recorreria exactament la mateixa distància entre 2 vehicles i s'aturaria just al cul del vehicle de davant, cosa que podria ser perillós.

Una possible idea seria de dir que la distància entre 2 vehicles hauria de ser la distància de seguretat més una distància extra perquè no hi hagi el problema anterior de xocs. Però això té un problema, ja que no és el mateix aturar-se de 40km/h que aturar-se de 100km/h que es necessita més espai per aturar-se. Per tant, hem optat per multiplicar la distància de seguretat per un factor σ que hem anomenat paràmetre de seguretat per tal de tenir en compte el factor velocitat en el paràmetre de seguretat viària.

Obtenim la igualtat següent:

$$\frac{L}{n} = \sigma\, l_\sigma(v) \tag{4.22}$$

Idealment, el paràmetre σ hauria de ser superior a un però no sempre és el cas. Per a desxifrar el valor agafarem valors diferents de σ i veurem quin és el que millor ens convé.

vel (km/h)	dist (m)	$l_\sigma(v, \sigma = 1.1)$	$l_\sigma(v, \sigma = 1.2)$	$l_\sigma(v, \sigma = 1.3)$	$l_\sigma(v, \sigma = 1.4)$
20	14.82	16.30	17.78	19.27	20.75
50	42.9	47.19	51.48	55.77	60.06
80	88.99	97.89	106.79	115.69	124.46
100	129.7	142.68	155.64	168.61	181.58
120	178.43	196.27	214.12	231.96	249.80

Per criteri personal, crec que seria convenient agafar σ=1.2 ja que en el cas d'anar a 50km/h tindrem un marge de 9m de més, al anar a 80km/h tindrem un marge de 17m de mes (gairebé una distància de 4coches) i al anar a 120km/h tindrem un marge extra de 36m (gairebé una distància de 8coches d'espai).

Les equacions a resoldre amb el paràmetre σ trobat són les següents:

$$l_\sigma(v) = \frac{L}{\sigma\, n}$$
$$\frac{v^2}{2\,a} + t_r\, v + (\bar{l} - \frac{L}{\sigma\, n}) = 0$$

Veiem que la velocitat ara dependrà de la longitud de cada tram i del nombre de vehicles per carril. Resolent aquesta equació de segon grau es troba v(L,n).

$$v_\pm = \frac{-t_r \pm \sqrt{t_r^2 - 4\frac{1}{2\,a}(\bar{l} - \frac{L}{\sigma\, n})}}{2\frac{1}{2\,a}} = \frac{-0.85 \pm \sqrt{0.85^2 - 4\frac{1}{7.716}(6.1 - \frac{L}{1.2n})}}{2\frac{1}{7.716}} \tag{4.23}$$

En aquest cas només agafarem la solució v_+, ja que en el nostre problema no té sentit trobar velocitats negatives. A més, al circular per autopistes amb velocitat màxima, la velocitat que agafarà el vehicle serà el mínim entre la velocitat trobada i la velocitat màxima. Per tant:

$$v = \min\,(v_+, v_{lim}) \tag{4.24}$$

Nivells de saturació

Definirem diversos nivells de saturació de cada tram en funció de la velocitat que vagi els vehicles en aquest tram.

Tenim que pel cas de les autopistes de Houston la velocitat màxima de tots els trams és 112.63km/h (hem agafat el màxim de totes les velocitats límits). Per tant, hem optat en fer quatre nivells de saturació equiespaiats aproximadament. Assignem un 1 a saturació baixa i 4 a la saturació alta.

velocitat(km/h)	Tipus de saturació	Nivell saturació
[0,30]	saturació altisima, formació de cua	4
[30,60]	saturació mitjana	3
[60,90]	saturació lleu	2
[90,112.63]	cap saturació	1

El estudi anterior (amb equació (4.23)) seria correcte utilitzar-ho en cas que tinguéssim el nombre de vehicles n per carril. Però, en el nostre cas no es tenim el nombre de vehicles per carril sinó que tenim el flux de vehicles (nombre de vehicles per hora) i això depèn del temps que al seu torn depèn de la velocitat. Recordem les relacions:

$$T = \frac{L}{v}\,(s);\; n = \frac{F\,T}{3600}(\text{vehicles}) \tag{4.25}$$

El 3600 surt de la conversió de F(vehicles/h) a vehicles/s.

Obtenim que:

$$\sigma\, l_\sigma(v) = \frac{L}{n} = \frac{3600Lc}{Ft} = \frac{3600Lcv}{FL} = \frac{c}{F}3600v \tag{4.26}$$

Reemplaçant amb l'expressió de $l_\sigma(v)$ obtenim la següent equació de segon grau:

$$\frac{\sigma}{2\,a}v^2 + (t_r\,\sigma - \frac{c}{F}3600)v + \bar{l}\,\sigma = 0 \tag{4.27}$$

4.3 Model macroscòpic amb paràmetre de seguretat

Hem de fer certes modificacions al model anterior: el nostre paràmetre està multiplicant $\bar{l}$ i això no té sentit del fet que la nostra longitud mitjana és fixa i no es pot contraure/dilatar (contraure: multiplicar per $\sigma < 1$, dilatar: multiplicar per $\sigma > 1$). És aleshores que l'hem de modificar el model o fer un de nou.

Agafant σ qualsevol:

Ara modificarem una mica el model, la desigualtat $\frac{L}{n} \geq l_\sigma(v, \sigma)$ es convertirà en igualtat amb la nova distància de seguretat. En el cas en què no es coneix σ tenim que el problema és:

$$\frac{L}{n} = \frac{Tv}{n} = \frac{v}{F}$$
$$\frac{v}{F} = \bar{l} + d_\sigma(v, \sigma)$$

En aquest cas només incloem σ a la distància de seguretat i no a la longitud d'ocupació. És un petit canvi que ara tindrà sentit. Només podrem dilatar o contraure la distància de seguretat sense modificar la longitud dels vehicles.

A continuació, la distància de seguretat d_σ es multiplicarà per σ i sumem 1 a aquesta distància a fi que compleixi la relació següent $d_\sigma(0) = 1$ (la distància de seguretat entre vehicles parats/quiets és de 1 m, així no estan pegats els uns als altres). Per tant, obtenim les relacions següents:

$$d_\sigma(v) = \sigma(t_r\, v + \frac{\sigma}{2\,a} v^2) + 1$$
$$\frac{v}{F} = \bar{l} + 1 + \sigma(t_r\, v + \frac{v^2}{2\,a}) = 7.1 + \sigma(0.85v + \frac{v^2}{7.716})$$

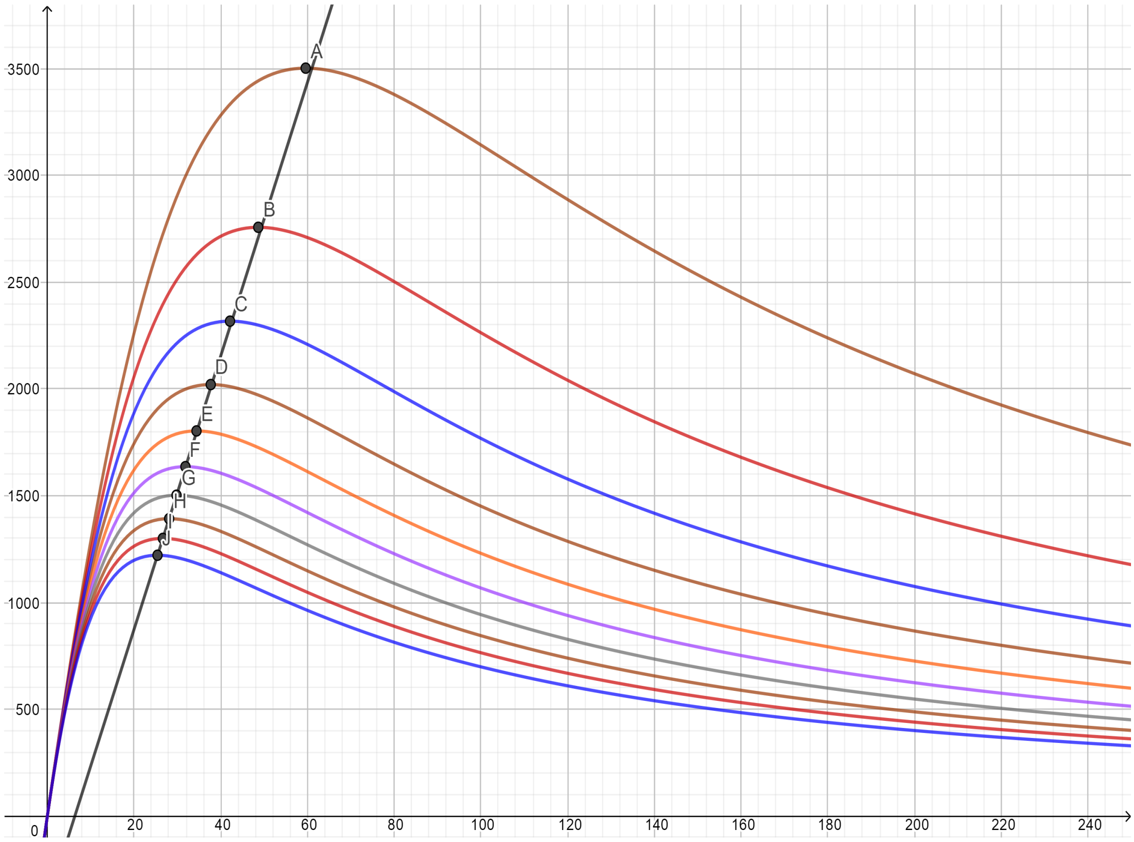
Aleshores s'arriba a l'equació que es vol resoldre:

$$\frac{\sigma}{2\,a} v^2 + (t_r \sigma - \frac{1}{F})v + (\bar{l} + 1) = 0 \tag{4.28}$$

Obtenim una equació de segon grau amb dos paràmetres que no coneixem, σ i F que depenen del tram agafat.

De l'equació anterior es troba el flux F que depèn de la velocitat i del paràmetre σ d'aquesta manera:

$$F(v, \sigma) = \frac{v}{\bar{l} + 1 + \sigma(t_r v + \frac{v^2}{2\,a})} \tag{4.29}$$
$$F(v, \sigma) = \frac{v}{7.1 + \sigma(0.85v + \frac{v^2}{7.716})} \tag{4.30}$$



Flux de vehicles en funció de la velocitat amb $\sigma \in [0.2, 1.1]$

Ara volem fer un estudi d'aquesta funció F en funció del paràmetre σ. S'obté la següent gràfica fent variar el paràmetre $\sigma \in [0.2, 1.1]$, on l'eix de les abscisses representa la velocitat i l'eix de les ordenades correspon al flux de vehicles.

Anomenem velocitat crítica v_c a la velocitat per a la qual el flux és maximal. En la taula següent tenim les velocitats crítiques fent variar el paràmetre de seguretat σ. Els punts A, B, C, D, E, F, G, H, I, J són els extrems de F en variar el factor σ. El flux màxim és $F_{max} = F(v_c, \sigma)$ i depèn del paràmetre σ.

Punt	σ	velocitat crítica (km/h)	Flux màxim (vehicles/h)
A	0.2	59.6	3502
B	0.3	48.7	2757
C	0.4	42.1	2318
D	0.5	37.7	2021
E	0.6	34.4	1804
F	0.7	31.9	1636
G	0.8	29.8	1503
H	0.9	28.1	1393
I	1.0	26.7	1300
J	1.1	25.4	1222

La velocitat crítica és aquella que haurien d'anar els vehicles per a maximizar el flux.

Això ve de resoldre la següent equació $\dfrac{\partial F}{\partial v} = 0$:

$$\frac{\partial F}{\partial v} = \frac{(\bar{l}+1) - \frac{\sigma}{2\,a}v^2}{(\bar{l}+1+\sigma(t_r v + \frac{v^2}{2\,a}))^2} = 0 \tag{4.31}$$

$$\frac{\partial F}{\partial v} = \frac{7.1 - \frac{\sigma}{7.716}v^2}{(7.1+\sigma(0.85v + \frac{v^2}{7.716}))^2} = 0 \tag{4.32}$$

Resolent això trobem que la velocitat crítica és:

$$v_c(\sigma) = \sqrt{\frac{(\bar{l}+1)\cdot 2\,a}{\sigma}} = \sqrt{\frac{54.7836}{\sigma}} \tag{4.33}$$

Tanmateix, trobem el flux màxim (en vehicles/hora):

$$F_{max} = F(v_c, \sigma) = 3600\frac{v_c(\sigma)}{(\bar{l}+1) + \sigma(t_r\, v_c(\sigma) + \frac{v_c(\sigma)^2}{2\,a})} = 3600\frac{\sqrt{54.7836}}{14.2\sqrt{\sigma} + 0.85\sqrt{54.7836}\sigma} \tag{4.34}$$

El 3600 multiplicant surt de convertir el flux de vehicles/segon a vehicles/hora.

El nostre problema és molt complicat de resoldre ja que ens falta conèixer una variable: σ, la velocitat crítica o el flux màxim. Aleshores, utilitzem dades nacionals per a poder procedir amb el problema. Segons *la Direcció General de Tràffic (DGT)*, el flux màxim que pot soportar una autopista és de 2200 vehicles/hora, això correspon a $\sigma \in [0.4, 0.5]$. Per a facilitar els càlculs s'agafarà a continuació $\sigma = 0.5$.

Agafant $\sigma = 0.5$

Agafant $\sigma = 0.5$ obtenim les seguents igualtats:

$$d_\sigma(v) = t_r \sigma v + \frac{\sigma}{2\,a}v^2 + 1 = 0.425v + 0.0648v^2 + 1 \tag{4.35}$$

$$\frac{v}{F} = \bar{l} + 1 + t_r\sigma\, v + \frac{\sigma}{2a}v^2 = 7.1 + 0.425v + 0.0648v^2 \tag{4.36}$$

D'aquesta manera, obtenim $F(v)$:

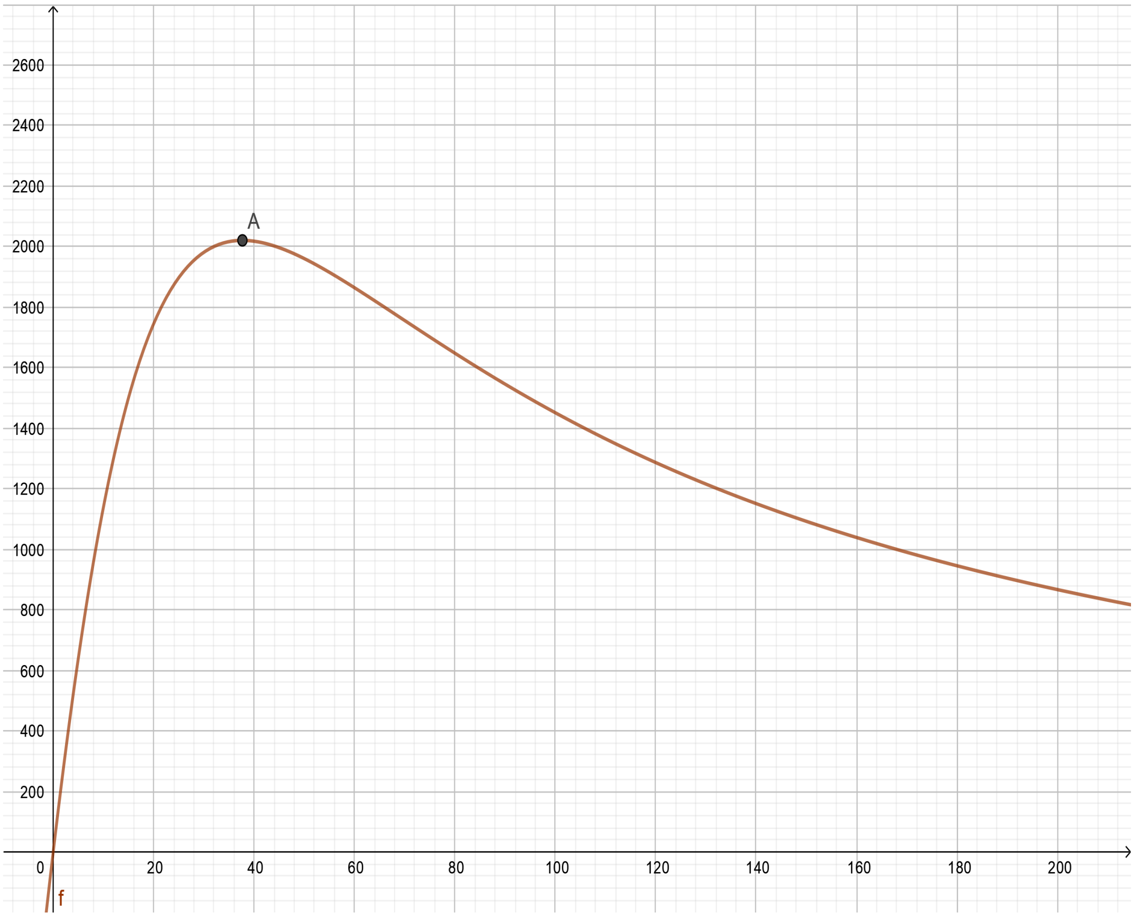
$$F = \frac{v}{(\bar{l}+1) + t_r\sigma v + \frac{\sigma}{2\,a}v^2} = \frac{v}{7.1 + 0.425v + 0.0648v^2} \tag{4.37}$$

Tenim que la funció F ha de ser positiva ja que un flux negatiu no té sentit, $v \in (0, v_{max}]$.

Llavors per a trobar el flux maxim resoldrem l'equació:

$$\frac{dF}{dv} = 0 \tag{4.38}$$

$$\frac{7.1 + 0.425v + 0.0648v^2 - v(0.425 + 0.0648\cdot 2v)}{(7.1 + 0.425v + 0.0648v^2)^2} = 0 \tag{4.39}$$



Flux de vehicles en funció de la velocitat amb $\sigma = 0.5$

Amb això arribem al resultat:

$$(\bar{l}+1) - \frac{\sigma}{2\,a}v^2 = 0 \tag{4.40}$$

$$7.1 - 0.0648v^2 = 0 \tag{4.41}$$

I per tant, la velocitat que fa el flux maximal és:

$$v_c = \sqrt{\frac{\bar{l}+1}{\frac{\sigma}{2\,a}}} = \sqrt{\frac{7.1}{0.0648}} = 10.467\text{m/s} = 37.68\text{km/h} \tag{4.42}$$

I el flux màxim per a $\sigma = 0.5$ serà:

$$F = \frac{10.467}{7.1 + 0.425 \cdot 10.467 + 0.0648 \cdot 10.467^2} = 0.5613\text{vehicles/s} = 2021\text{vehicles/h} \tag{4.43}$$

Agafem per a comoditat que $F_{max} = 2020\text{vehicles/h}$.

Llavors segons aquest model amb $\sigma = 0.5$ tots els trams que tinguin més de 2020 vehicles/h estaran embossats.

Ara ja podem calcular el temps que triga cada vehicle en fer cada tram de longitud L.

$$T = \frac{L}{v} \tag{4.44}$$

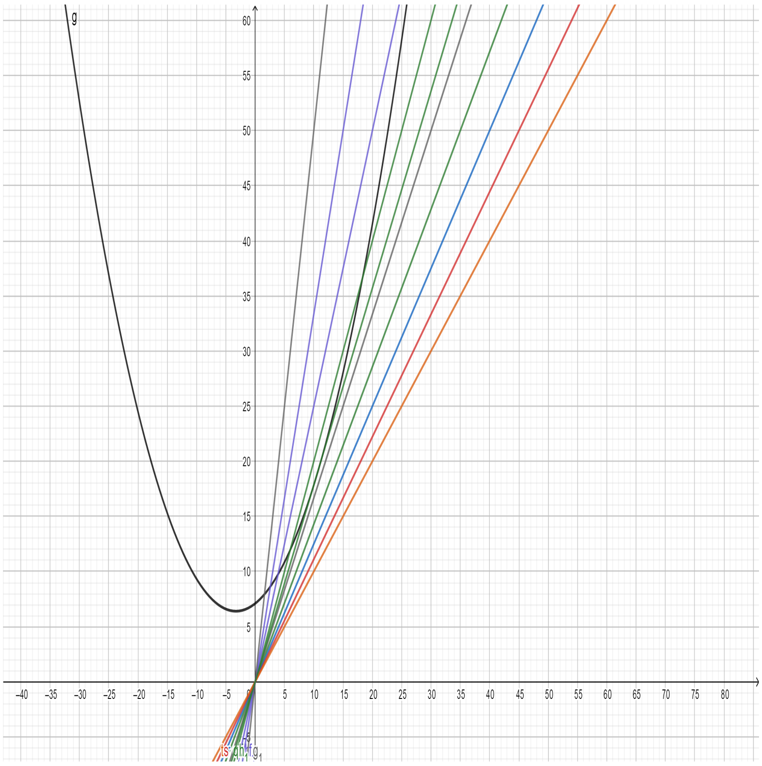
I tenim que la velocitat es resol de la següent manera:

$$\frac{\sigma}{2\,a}v^2 + (t_r\sigma - \frac{1}{F})v + (\bar{l} + 1) = 0 \tag{4.45}$$

$$v = \frac{\frac{1}{F} - t_r\sigma \pm \sqrt{\Delta'}}{\frac{\sigma}{a}} \tag{4.46}$$

$$\Delta' = (t_r\sigma - \frac{1}{F})^2 - \frac{2\sigma(\bar{l} + 1)}{a} \tag{4.47}$$

Recordem que només té solució la velocitat per a un flux major al flux màxim de 2020 vehicles/h. Per tant calcularem en primer lloc la velocitat dels vehicles dels trams no congestionats i mirarem que fem amb els trams congestionats.



Representació de la longitud d'ocupació l_σ i $\frac{v}{F}$

Estudi de l'equació (4.36)

Ara es farà una resolució de l'equació (4.36) d'una manera diferent.

$$\frac{v}{F} = (\bar{l}+1) + 0.5 t_r v + \frac{v^2}{4\,a} = 7.1 + 0.425v + 0.0648v^2$$

Es té un problema al resoldre aquesta equació ja que si el flux és superior al flux màxim calculat aleshores no sabem calcular la velocitat que van els vehicles. Per tant, graficant cada costat de l'equació en una mateixa gràfica obtenim els resultats següents.

Interpretació de la gràfica

La paràbola negra és la longitud d'ocupació (distància entre dos vehicles consecutius) en funció de la velocitat. Les rectes que passen per l'origen de coordenades representen $\frac{v}{F}$ quan fem variar el flux F.

$$l_\sigma(v) = \bar{l} + d_\sigma(v) = (\bar{l}+1) + t_r \sigma v + \frac{\sigma}{2a} v^2 = 7.1 + 0.425v + 0.0648v^2.$$

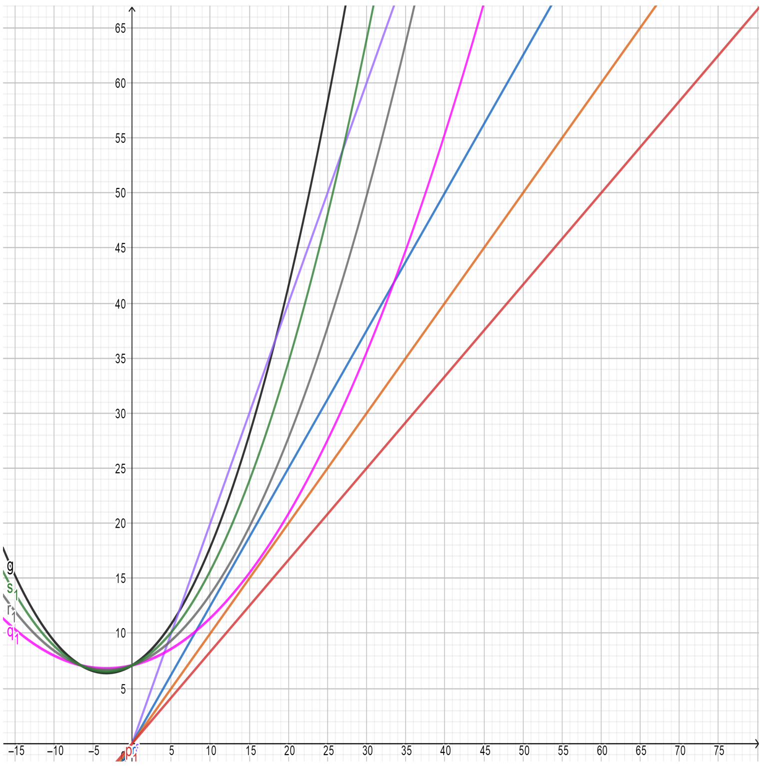
Si ens tornem a mirar el model, s'ha de complir $l_\sigma(v) \leq \frac{v}{F}$ i per tant això en el gràfic ens diu que només les rectes amb pendent $\frac{1}{F}$ que estan per sobre de la paràbola són solucions possibles pel mètode. Llavors les rectes que passen per sota de la paràbola no tenen solució en el model i per tant no les tindrem en compte. Resoldre l'equació es tradueix a trobar les rectes (amb pendent $\frac{1}{F}$) que tallen la paràbola negra.

També veiem que la recta tangent és aquella que té un pendent de $\frac{1}{0.56}$. Per tant, les solucions són totes aquelles amb un pendent superior a $\frac{1}{0.56}$. Llavors el flux de vehicles ha de ser menor a aproximadament 0.56 vehicles/s=2020 vehicles/h com predèiem abans.

L'única manera de fer augmentar el flux de vehicles és fer reduir el pendent de les rectes ($\frac{1}{F}$) i això implica agafar cada cop rectes amb menys pendent. Però, cal recordar que volem trobar la paràbola tangent a aquestes rectes. Aleshores, haurem de modificar la distància entre els vehicles i reduir la distància de seguretat (agafar σ més petit) per tal de fer cabre més vehicles.

El problema d'això és que només es pot fer cabre més vehicles quan no respectem les distàncies de seguretat i això normalment dóna lloc a augmentar el nombre d'accidents, cosa que no ens interessa perquè la seguretat viària és important.

Ara es graficarà la distància de seguretat amb $\sigma = 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ i fluxos de 0.5,0.8,1,1.2 vehicles/s=1800,2880,3600,4320 vehicles/h.



Representació de la longitud d'ocupació l_σ i $\frac{v}{F}$ variant σ

Com a comentari, veiem que a l'agafar σ més petits tenim que la seguretat disminueix però que el flux màxim augmenta (el pendent $\frac{1}{F}$ disminueix). Fixem-nos en el cas de la recta taronja que és tangent a la paràbola rosa, tenim que $\sigma = 0.2$ i F=1 vehicle/s=3600 vehicles/h.

Model amb distància de seguretat constant

Anteriorment s'ha fet un estudi amb una distància de seguretat que depenia de la velocitat, ara es farà un procediment diferent i suposem que la distància de seguretat és sempre constant independent de la velocitat que circulen els vehicles. Per tant, el flux serà:

$$F = \frac{v}{l_\sigma} \tag{4.48}$$

Fem una taula resum on ens indiqui el flux de vehicles que circulen anant a una certa velocitat $v \in [60, 120]$ (km/h)amb una distància de seguretat fixada $d_{seguretat} \in [15, 80]$ (m).

vel(km/h)/dist(m)	15	20	30	40	50	60	70	80
120	8000	6000	4000	3000	2400	2000	1715	1500
110	7335	5500	3670	2750	2200	1835	1570	1375
100	6670	5000	3335	2500	2000	1670	1430	1250
90	6000	4500	3000	2250	1800	1500	1285	1125
80	5335	4000	2670	2000	1600	1335	1150	1000
70	4670	3500	2335	1750	1400	1170	1000	875
60	4000	3000	2000	1500	1200	1000	860	750

Només agafem aquestes velocitats, ja que per velocitats inferiors les distàncies de seguretat constants ja no es respecten. En la realitat, normalment en vies amb molts vehicles, la distància de seguretat tendeix a disminuir per a poder augmentar el flux, llavors en aquests casos $d_\sigma \in [15, 30]$. En vies amb perills (mullat, nevat, túnels...) es recomana mantenir una distància de seguretat superior als 50m.

Després d'haver analitzat els pros i els contres d'aquest model, no utilitzarem una distància de seguretat constant, ja que la distància de seguretat amb velocitats elevades ha de ser més gran que per a velocitats petites. Tenim que la distància de seguretat no és lineal amb la velocitat.

Amb això finalitzem el model de seguretat. El nostre problema ara és trobar els trams saturats/col·lapsats i poder donar solucions per millorar la xarxa. Una cosa també interessant que no veurem en aquest treball seria de mirar com varia el traffic flow en funció del temps i veure com es forma/allibera els embussos.

4.4 Detecció de trams saturats

En aquesta secció mirarem on estan els trams saturats en funció de diversos factors. Determinarem quins trams estan saturats/col·lapsats en funció del nostre model on la distància de seguretat depèn de v i agafant $\sigma = 0.5$.

Per a continuar el treball, s'ha hagut de fer una suposició important. En l'arxiu Excel adjuntat amb les dades ens diuen: *"Real flux after the crossroad(vehicles per hour)"*, es refereix al nombre de vehicles que voldríem fer passar per aquell tram, però no és el nombre de vehicles que hi passen realment. S'ha de suposar així, ja que el flux de vehicles en alguns trams és molt superior al flux màxim de vehicles calculat en el model anterior.

Es té aleshores diferents tipus de saturació en funció de la velocitat que vagin els vehicles. Podem fer una escala d'1 a 4 de saturació on 4 representi la saturació màxima i 1 representi cap saturació. Aquesta classificació ja l'hem vist en un apartat anterior.

D'aquesta manera, una de les formes per a millorar la xarxa d'autopista és ficant cartells que indiquin els trams saturats. Així, es pot fer circular els vehicles per altres llocs per reduir el temps de trajecte per exemple i desplaçar-se per la xarxa més rapidament.

L'algoritme que utilitzem per detectar els trams saturats és el següent: Primer de tot, cal recordar que utilitzem el model estàndard de seguretat amb $\sigma = 0.5$ i, per tant, el flux màxim per carril de vehicles és de 2020 vehicles/h.

Recordem l'equació següent que ens relaciona el nombre de vehicles amb la velocitat i el flux:

$$F = v\, n \tag{4.49}$$

En aquest model de seguretat tenim que el nombre màxim de vehicles per tram és:

nombres carrils	1	2	3	4	5
Flux màxim (vehicles/h)	2020	4040	6060	8080	10100

Tot això ens diu el flux màxim que pot passar a una seguretat alta de $\sigma = 0.5$. Però, en la vida real sabem que no es respecten del tot les distàncies de seguretat i normalment es tendeix a mantenir una distància amb el vehicle de davant molt més petita que la distància de seguretat i això afecta la seguretat de l'autopista.

Aleshores, pels trams amb un flux més gran que el $F_{max}(\sigma = 0.5)$ el que farem és augmentar el nombre de vehicles amb un factor de $\frac{4}{3}$, això vol dir que, on cabien 3 vehicles ara hi ficarem 4 vehicles. Això representa un increment del 33% el nombre de vehicles en el tram i d'aquesta manera s'augmenta el flux. En contrapartida es disminueix la seguretat del tram, ho tindrem en compte a l'hora de programar l'algoritme final.

Recordem que $F_{max} = 2020$ vehicles/h per $v_c = 37.7$km/h, amb aquesta dada es calcula el nombre de vehicles en aquest tram incrementat per un factor de $\frac{4}{3}$ i obtenim:

$$n_{incrementat} = \frac{4}{3}\frac{F}{v} = \frac{4 \cdot 2020}{3 \cdot 37.7} = 71.4 \text{ vehicles/km} \tag{4.50}$$

Ara, cal calcular la distància de seguretat entre els vehicles. Sabem que en un tram de 1000?m (1km) hi ha 71.4 vehicles. Aleshores tenim 71.4 espais entre vehicles que representaran les distàncies de seguretat (s'ha d'agafar per a cada vehicle la seva distància de seguretat). Aleshores arribem a la relació següent:

$$n_{inc} \cdot \bar{l} + d_s \cdot n_{inc} = 1000 \tag{4.51}$$

la d_s indica la distància entre cada vehicle o la distància de seguretat.

D'aquesta manera obtenim que d_s(distància seguretat) serà:

$$d_s = \frac{1000 - n_{inc} \cdot \bar{l}}{n_{inc}} = \frac{1000 - 71.4 \cdot 6.1}{71.4} = 7.9m \tag{4.52}$$

Obtenim aleshores una distància de seguretat és 7.9m. Trobem que la distància de seguretat correspon a un paràmetre de seguretat $\sigma = 0.30$. Amb l'equació (4.34) trobem el nou flux màxim: $F_{max} = 2766.8$ vehicles/h que agafarem per comoditat $F_{max} = 2770$ vehicles/h.

Obtenim la següent taula de comparació que mostra el flux en funció del nombre de carrils i del paràmetre σ.

Flux/nombres carrils	1	2	3	4	5	6
σ=0.5	2020	4040	6060	8080	10100	12120
σ=0.3	2770	5540	8310	11080	13850	16620
increment vehicles	750	1500	2250	3000	3750	4500

Veim que camviant σ obtenim un augment de 750 vehicles/carril.

Algoritme per veure la saturació

1. Primer de tot s'agafa cada tram d'autopista i es mira el flux per carril: F.

2. Si aquest flux és més petit que $Fmax(\sigma = 0.5) = 2020$, aleshores computem la seva velocitat amb l'equació (4.46). Trobem 2 velocitats possibles i agafem la més gran, ja que la circulació vagi més ràpida (en cap cas aquesta velocitat poc ser superior

a la velocitat màxima del tram). En aquest punt retornarem la velocitat trobada: $min(v_{\sigma=0.}, v_{max})$ i tindrem que la seguretat és la normal, $\sigma = 0.5$. En aquest punt, ja hauríem acabat l'algoritme.

3. En cas que F> $F_{max} = 2020$, es mira si el flux és superior/inferior a $F_{max2} =$ 2770veh/h.

4. En cas que $2020 < F < 2770$, es recalcula la velocitat amb $\sigma = 0.3$. Com que hem de resoldre una equació de segon grau, trobem dues solucions, en el nostre cas agafarem la velocitat més petita positiva, ja que en aquest tram la seguretat és menor. Retornem la velocitat i indicarem que tenim menor seguretat. Ja hauríem acabat l'algoritme en aquest punt.

5. L'últim cas a analitzar: si $F > 2770$ veh/h, es té un tram hipersaturat i es tindrà inevitablement formació d'una cua de vehicles. Per a minimitzar el temps de cua agafarem que la velocitat sigui la velocitat crítica dels vehicles per a $\sigma = 0.3$ (volem fer passar els vehicles del tram el més ràpid possible per a buidar la cua), $v_c(\sigma = 0.3) = 48.7km/h$. Tenim que el temps que passi aquell vehicle per aquell tram serà igual al temps que passin els 2770 primers vehicles més el temps que passi el sobrant de vehicles $(F - 2770)$. Per tant, el temps que trigui un vehicle serà el doble del temps anant a la velocitat crítica.

   Per a explicar millor aquest apartat farem un exemple: Suposem que el flux és $F = 2900 > 2770$. Aleshores, tenim una formació de cua. Suposarem que tots els vehicles circulen a v_c com ens diu l'algoritme. Per tant, el temps que triga aquell vehicle a passar el tram és igual al temps que triguin els primers 2770 vehicles a passar (a velocitat crítica) més el temps que passen els següents 130 (130=2900-2770) vehicles a velocitat crítica. Per tant, trobem que el temps és el doble del relacionat amb la velocitat crítica.

   Retornem aquest temps i tenim seguretat menor i hipersaturació del tram. Donem l'algoritme per finalitzat.

En aquest punt tenim les velocitats dels vehicles amb la seva seguretat corresponent. Depenent de la velocitat i de la seguretat, es troba el nivell de saturació d'1 a 4 de cada tram.

Es calcula el temps mínim de cada tram:

$$\text{temps} = \frac{\text{distància tram}}{\text{velocitat}} \tag{4.53}$$

En el cas en què $F > 2770$, hem de tenir en compte que el temps serà el doble del que trobaríem agafant v_c.

Ara ja sabem quins són els trams saturats i quin és el temps mínim per recorre cada tram. Això ens serà útil per trobar camins mínims.

Fent l'estudi de les dades que ens donen de la xarxa d'autopistes de Houston tenim que:

- 412 trams amb bona seguretat ($\sigma = 0.5$) (66.34% total)
- 11 trams amb mala seguretat ($\sigma = 0.3$) (1.77% total)
- 198 trams hipersaturats amb formació de cua($F > 2770$ veh/h) (31.89% total)

5 Implementació

5.1 Introducció i explicació global del funcionament

En aquesta secció es veurà la part pràctica del treball amb la implementació del model proposat per resoldre les preguntes plantejades. Per això, hem utilitzat el llenguatge de programació C++ amb l'ús d'estructures de dades per poder tractar la informació de manera adequada.

Hem modelat la xarxa d'autopistes del nostre problema com un graf dirigit i usant tècniques apresses en l'assignatura de Grafs de la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona.

El nostre programa utilitza el *model macroscòpic amb paràmetre de seguretat* de la xarxa per resoldre el problema de *"Traffic Jams"*, calcula el temps mínim entre dues cruïlles amb l'algoritme de Dijkstra, i troba els trams saturats i els classifica. Per fer això, s'ha implementat un programa modular.

Descripció del programa:

La primera cosa que fa és llegir les dades d'un document .txt i les emmagatzemarà en estructures de dades.

Fa servir estructures de programació per guardar cruïlles, trams i autopistes del dígraf per modelar la xarxa. Les funcions de lectura i d'escriptura serveixen per llegir les dades d'un document .txt, emmagatzemar-les en les estructures creades i escriure resultats en fitxers .txt.

Crea supervèrtexs a partir del dígraf original per poder utilitzar l'algoritme Dijkstra a fi de calcular camins de temps mínims.

Per terminar, calcula la velocitat de cada tram, detecta aquells que estan saturats i escriu els resultats que permetran fer un estudi posterior de com millorar la xarxa.

El programa es compon dels mòduls seguents:

- main.cpp: Conté la funció principal que crida funcions d'altres mòduls.
- ReadVerticesEdges.cpp: Conté funcions de lectura de vèrtexs i arcs del dígraf G construït.
- WriteVerticesEdges.cpp: Conté funcions d'escriptura dels vèrtexs i arcs del dígraf construït.
- Autopistes.cpp: Conté funcions per crear i escriure la informació de l'estructura autopista.
- Conectivity.cpp: Conté funcions relacionades amb els supervèrtexs i la connectivitat.
- Camins.cpp: Conté funcions per trobar els camins més ràpids a partir del vèrtexs i supervèrtexs fent servir l'algoritme de Dijkstra.
- Vehicles.cpp: Conté funcions de càlcul de velocitats, detecció de trams saturats i classificació segons el seu nivell de saturació.

5.2 Extracció de les dades

Un cop introduït el problema, tenim les dades de les cruïlles, trams, fluxos, etc en un arxiu Excel. Ens interessa fer una extracció de les dades d'alguna manera per poder-les usar al programa. Com que no coneixem cap funció de C++ que llegeixi dades que provenen d'un arxiu Excel, hem hagut de trobar altres formes de convertir les dades del primer arxiu a un altre tipus d'arxiu que el nostre programa sàpiga llegir.

El document original (Excel) té un total de 10 columnes i 647 files. Dues columnes no les utilitzem, ja que contenen longituds en milles i nosaltres només utilitzarem les dades que estan en kilòmetres. Recordem que cada fila dóna informació de les cruïlles (poden contenir informació redundant).

Les dades contenen noms d'autopistes, carreteres que cal guardar utilitzant strings.

Una primera idea que se'ns va ocorre era guardar les dades en un arxiu TXT i reservar un espai fix de memòria per a cada variable, d'aquesta manera guardaríem un espai fix en la memòria del programa. Un exemple per a entendre millor la situació: suposem que reservem 10 espais pel nom de l'autopista, 15 espais pel nom de la carretera i 6 espais pel flux. Però això té un problema: no tots els strings on guardarem la informació dels noms de les autopistes, carreteres tenen la mateixa longitud. Aleshores, si agafem un espai predefinit per guardar els noms, és possible que alguns noms no es guardin complets. Això es resoldria agafant un espai molt gran de memòria per a guardar la informació dels noms, però això porta a un altre problema: es malgasta molt espai de memòria pels noms que ocupen poca memòria. Per tant, vam rebutjar aquesta manera de guardar les dades.

Aleshores, vam decidir guardar-les dades en un arxiu CSV amb les opcions següents: Unicode UTF-8, Delimitador del camp= punt i coma, sense Delimitador de text. L'arxiu es guardarà com *datosProblemaInicial.txt*.

D'aquesta manera tenim que les dades estan guardades així:

10 Eastbound;6;751;1.61;96.54;4;14112;14112;0;0

10 Eastbound;Dairy Ashford Road;753B;1.61;96.54;4;12768;1327;2671;14112

Ara ja és molt fàcil extreure les dades, ja que la funció de lectura pot llegir això. La funció de lectura utilitzarà una variable string per llegir les dades, en el moment que arriba a un punt i coma, es guardarà la informació en una altra variable i recomençarà el procés fins a llegir un punt i coma o fins a arribar al final de la línia. En cas que la dada sigui un enter (o un double), utilitzarem la funció stoi, stod per convertir l'string a un enter (o un double).

5.3 Estructures d'informació en memòria

Veurem com està guardada la informació de la xarxa dins de l'estructura de memòria. Ja hem vist com estan guardades les dades en el format excel/txt, ara el que hem de fer és crear una estructura de memòria dins del nostre programa per guardar les dades en memòria i poder computar-les per trobar els resultats desitjats.

Per tant, hem creat diverses estructures de dades de C++ per facilitar la implementació del programa.

5.3.1 Cruïlles

Cal recordar que una cruïlla és un encreuament dins la xarxa, n'hi ha de dos tipus: autopista-autopista i autopista-carretera. Modelem la cruïlla de la millor manera possible. Per això, s'ha creat una estructura anomenada *vertex* que conté la informació següent:

- highway1 : nom de l'autopista en què està la cruïlla.
- namecrossroad: nom de la segona carretera de la cruïlla (aquesta pot ser també una autopista).
- numbercrossroad: identificador extern de la cruïlla.
- fluxbeforecross1: flux abans de la cruïlla*.
- fluxaftercross1: flux després de la cruïlla.
- Incomeflux1: flux entrant a la cruïlla.
- OutgoingFlux1: flux sortint de la cruïlla.
- identificadorvèrtex: identificador del vèrtex.
- road: true si el namecrossroad és una carretera, i false si és una autopista.
- speedlimit1: velocitat màxima del tram següent després de la cruïlla.
- lengthsection1: longitud del tram següent després de la cruïlla.
- numberlanes1: nombre de carrils que té el tram després de la cruïlla.

*flux abans de la cruïlla es refereix al flux que hi ha en el tram anterior de l'autopista, i, és igual al flux després de la cruïlla més el flux sortint, menys el flux entrant a la cruïlla. ($f_{abans} = f_{despres} + f_{sortint} - f_{entrant}$; fluxaftercross1= fluxbeforecross1+ Incomeflux1-OutgoingFlux1).

En el cas en què el nostre vèrtex sigui del tipus A-A (autopista-autopista) també ens interessa què passa al tram després de la cruïlla anant per la segona autopista. Si la cruïlla és A-A, tenim la informació de l'encreuament de dues autopistes i els dos trams següents a la cruïlla (venint de les dues autopistes diferents) ens interessa guardar la informació.

En cas que la cruïlla sigui A-C (autopista-cruïlla), les dades següents són totes iguals a -1.

- fluxbeforecross2: flux del tram després de la cruïlla amb l'autopista 2.

- fluxaftercross2: flux després de la cruïlla en l'autopista 2.
- Incomeflux2: flux entrant a la cruïlla de l'autopista 2.
- OutgoingFlux2: flux sortint de la cruïlla de l'autopista 2.
- speedlimit2: velocitat màxima del tram següent a la cruïlla de l'autopista 2.
- lengthsection2: longitud del tram següent a la cruïlla de l'autopista 2.
- numberlanes2: nombre de carrils que té el tram següent a la cruïlla de l'autopista 2.

5.3.2 Trams

Recordem que un tram és una secció d'autopista entre dues cruïlles consecutives. Per tant, els arcs del nostre graf representen els trams d'autopista. Aleshores, s'ha creat una estructura anomenada *arc* que conté la informació següent:

- highway: nom de l'autopista en què es troba el tram.
- fromcross: nom de la cruïlla on s'inicia el tram.
- tocross: nom de la cruïlla on finalitza el tram.
- vertexanterior: identificador del vèrtex que inicia el tram.
- vertexsegüent: identificador del vèrtex que finalitza el tram.
- lenghtsection: longitud del tram.
- speedlimit: velocitat màxima a què es pot circular al tram.
- numberlanes: nombre de carrils que té el tram.
- FluxAfterCross: flux de vehicles del tram.
- CarsPerLane: flux de vehicles per carril.

5.3.3 Autopistes

La nostra xarxa està formada de diverses autopistes. Per tant, té sentit crear una estructura de dades que guardi la informació rellevant de cada autopista. D'aquesta manera, tenim que ens serà més fàcil trobar els trams o cruïlles de cada autopista per un futur anàlisi. Aleshores, s'ha creat una estructura anomenada *autopista* que conté la informació següent:

- namehighway: nom de l'autopista.
- namecross: vector que guarda els identificadors dels vèrtexs de l'autopista.
- namedges: vector que guarda els identificadors dels arcs de l'autopista.

5.3.4 Supervèrtex

Fem memòria i recordem que un supervèrtex és un encreuament del tipus autopista-autopista. En aquest cas només guardarem els vèrtexs que són encreuaments de dues autopistes. Aquest tipus de vèrtexs són útils, ja que ens simplifiquen el graf. Per això, s'ha creat una estructura anomenada *supervertex* que conté la informació següent:

- vertice: identificador del vèrtex en qüestió.
- entrantes: vector que guarda els identificadors dels vèrtexs amb flux entrant.
- salientes: vector que guarda els identificadors dels vèrtexs amb flux sortint.
- entrarsuper: vector que guarda els identificadors dels supervèrtexs amb flux entrant.
- salirsuper: vector que guarda els identificadors dels supervèrtexs amb flux sortint.
- t1: vector que guarda els temps de recorregut del supervèrtex anterior fins al supervèrtex.
- t2: vector que guarda els temps de recorregut del supervèrtex al supervèrtex següent.

5.4 Descripció dels mòduls

En aquesta secció, farem una breu explicació del que fan les funcions dels diferents mòduls.

- Les funcions del mòdul *ReadVerticesEdges.cpp*, llegeixen el fitxer de dades .txt i emplenen la memòria corresponent a les cruïlles i als trams de la xarxa.

  Per exemple, en la intersecció "10 Eastbound- 610 Clockwise Northwest", tenim la informació del tram que va per l'autopista "10 Eastboundï creua amb "610 Clockwise Northwest"en la línia de dades 10. Però, en la línia 176 tenim la informació del tram que va per l'autopista "610 Clockwise Northwestï creua "10 Eastbound". Aquestes dues interseccions representen el mateix vèrtex però estan escrites en línies d'informació diferents. Això ha sigut un dels primers desafiaments del problema: com guardar tota aquesta informació de forma adequada.

- El mòdul *WriteVerticesEdges.cpp* conté les funcions per a la sortida de la informació guardada en els vèrtexs, arcs i supervèrtexs.

  Per als vèrtexs, la funció *WriteVertices* escriu la informació dels vèrtexs (nom autopista, nom cruïlla, flux de vehicles abans/després/entrant/sortint) i en cas que sigui una cruïlla A-A i també la informació de la segona autopista.

  Per als trams, la funció *FunctionWriteEdges* escriu la informació dels trams de la xarxa (nom autopista, noms i identificadors de la cruïlla anterior i posterior, la longitud de la secció, la velocitat màxima del tram, el nombre de carrils).

  Per als supervèrtexs, la funció *WriteSupervertices* escriu la informació dels supervèrtexs (identificador del vèrtex, vèrtexs entrant i sortint, supervèrtexs entrant i sortint i temps entrants i sortints).

- En el mòdul *Autopistes.cpp*, es crea les autopistes i se n'escriu la informació. Aquesta estructura és important, ja que per a cada autopista de la xarxa, tenim els identificadors dels vèrtexs per on passa l'autopista. D'aquesta manera és fàcil saber en quina autopista està cada vèrtex i els vèrtexs anteriors i següents a aquest. També tenim els trams guardats en les seves corresponents autopistes.

  Les autopistes de Houston son: "10 Eastbound", "45 Northbound", "69 Eastbound", "610 Clockwise Southwest", "610 Clockwise Northwest", "610 Clockwise NorthEast", "610 Clockwise Southeast", "8 Clockwise SouthWest", "8 Clockwise Northwest", "8 Clockwise NorthEast", 290 Eastbound", "288 Northbound", "288 Southbound", "290 Westbound", "8 Counter-Clockwise Northeast", "8 Counter-Clockwise Northwest", "8 Counter-Clockwise Southwest", "8 Counter-Clockwise Southeast", "610 Counter-Clockwise Southeast", "610 Counter-Clockwise Northeast", "610 Counter-Clockwise Northwest", "610 Counter-Clockwise Southwest", "69 Westbound", "45 Southbound", "10 Westbound".

  Tenim que la funció *printHighway* ens retorna els identificadors dels vèrtexs de cada autopista.

- En el mòdul *conectivity.cpp* es fa la creació dels supervèrtexs. Aquesta part és molt important, ja que la idea per a crear els supervèrtexs és fer un dígraf més petit en el qual tenim només les autopistes, sense tenir les carreteres d'entrada i sortida. Llavors, en cada vèrtex tenim 0,1,2 trams entrants i 0,1,2 trams sortints. Els inicis i finals d'autopistes també els hem guardat en els supervèrtexs.

  La funció *CreateSuperverticesFromVertices* crea els supervèrtexs a partir dels vèrtexs i de les autopistes, és la funció principal del fitxer. Les altres funcions del fitxer són funcions menys importants que estan lligades a la funció principal.

- En el mòdul *Camins.cpp* es resol el temps mínim entre dos vèrtexs. Primer, es troba els temps mínims de cada tram via l'algoritme de la secció (4.4) i a continuació, utilitzant la funció *DijkstraPath*, es troba el camí més ràpid entre dos supervèrtexs.

- Per finalitzar, el mòdul *"Vehicles.cpp"* conté el càlcul i l'escriptura dels trams saturats/ no saturats. Utilitzant *l'algoritme dels trams saturats*, es troba el temps mínim de cada tram i la velocitat a què hi circulen els vehicles en cada tram. Per últim calcula el nombre de kilòmetres d'autopista que estan hipersaturats.

6 Resultats

Recordem que tot el problema radica en solucionar el problema dels embussos de les autopistes i poder donar solucions per tal que la situació millori: els temps de recorregut siguin mínims i el trànsit en les autopistes sempre respecti la seguretat viària per evitar accidents innecessaris.

El nostre model és un model estàtic, ja que les dades són en una hora en particular. Les possibles solucions que proposi a continuació per a millorar els fluxos són en funció d'aquest model estàtic i podrien estar totalment errònies si considerem un model dinàmic més complet.

Tenim que hi ha 412 trams amb bona seguretat ($\sigma = 0.5$), 11 trams amb seguretat mala ($\sigma = 0.3$) i 197 trams hipersaturats, col·lapsats i amb formació de cua.

Amb aquestes dades trobem la taula següent:

	número trams seguretat alta $\sigma = 0.5$	número trams seguretat baixa $\sigma = 0.3$
[0,30]	0	11
[30,60]	7	0
[60,90]	400	0
[90, v_{max}]	5	0

Taula resum:

Nivell saturació	1	2	3	4	5
Numero trams	5	400	7	11	197

1 és el nivell de saturació inexistent i 5 és el nivell d'hipersaturació.

Ja hem identificat quins són els trams saturats i no saturats i quins trams estan hipersaturats. Tenim un 66.5% de trams no saturats i un 31.8% de trams hipersaturats.

Veiem que la situació és insostenible i s'hauria de fer actuacions com la derivació del trànsit per una ruta diferent, la reducció dels fluxos de vehicles, la modificació de la infraestructura de les autopistes... Nosaltres, només ens centrarem a resoldre el problema dels trams hipersaturats ja que en tenim molts i són més urgents de resoldre.

Tenim un total de 214.84 km de trams hipersaturals (nivell de saturació 5). Una solució ràpida a aquest problema d'hipersaturació seria afegir un carril extra a cada tram hipersaturat i així tindríem que el flux/carril disminuiria i no tindríem situació d'hipersaturació. El cost mitjà de construcció de 1000 m^2 d'autopista són 160.000€. L'amplada estàndard d'un carril d'autopista són 3.5m, el cost de construir un carril d'un kilòmetre de llargada és aproximadament 560.000€($160\,000 \cdot 3.5$). Per tant, el preu d'afegir un carril extra a tots els trams saturats és de 120 millons €($214.84 \cdot 560\,000 \simeq 120 \cdot 10^6$€).

Tanmateix ens podríem plantejar si és la millor opció econòmicament/ambientalment viable per resoldre aquest problema. Altres solucions que podríem donar serien desviacions del flux via trams que no estiguin saturats (per exemple: si volem anar de A a B, desviar el flux per C per a després tornar a B). Aquest tipus de mesura pot ser eficient en alguns trams però al modificar els fluxos de vehicles d'uns trams a uns altres hauríem de tornar a recalcular tots els fluxos i així s'hauria de reestudiar quins nous trams podrien estar saturats. Per a aquesta mesura, només caldria instal·lar panels informatius en les autopistes indicant camins alternatius per anar més ràpid des de punt A fins a punt B.

Però sense dubte la millor opció seria de reduir dràsticament el flux de vehicles en tota la xarxa d'autopistes per que no se saturin les vies. Per poder dur això a terme es podria demanar a la gent a compartir vehicles, millorar el transport públic (més freqüència i més línies...). Seria una situació econòmicament barata però té un problema: primer de tot la gent ha d'acceptar d'utilitzar el transport públic en comptes d'agafar el cotxe, les línies de transport han d'estar en els recorreguts més transitats de tota la xarxa... Això és complicat de saber-ho, ja que la circulació correspon a un problema dinàmic i, en el nostre cas, hem resolt un problema estàtic. Podria ser que, en el nostre problema, trobem els trams més freqüentats però que en un altre moment del dia, sorgirien altres línies més freqüentades (ens falten dades per resoldre això).

Per concloure la secció hem de dir que el problema és molt ampli i nosaltres ens hem centrat més en trobat un model que ens digui els nivells de saturació i el temps mínim de recorregut de cada tram.

7 Conclusions

L'objectiu d'aquest treball era resoldre el Problema *"Traffic Jams in Houston, Texas"* que és un problema pràctic de trànsit en la vida real en la ciutat de Houston.

Primer de tot hem entès bé el problema i com funcionaven les dades per així poder escriure-les i emmagatzemar-les en el nostre programa. Hem verificat que tots els fluxos entrants i sortints quadressin els uns amb els altres així tenim un flux continu en la nostra xarxa. A més, hem dissenyat aquest sistema d'autopistes com un graf dirigit.

A continuació, hem fet un primer model macroscòpic estàtic de la situació del trànsit per veure com estaven relacionats la velocitat i el flux de vehicles en cada tram d'autopista. D'aquesta manera hem pogut millorar el model de seguretat i hem pogut detectar els trams que estan saturats, hipersaturats... Tanmateix, una vegada trobada la velocitat dels vehicles en cada tram (depenent de $\sigma = 0.3/0.5$), trobem que tenim un 64.52% de trams amb velocitat v $\in [60, 90]$, i un 31.77% de trams hipersaturats.

El problema també demanava de trobar temps mínims entre dos punts de la nostra xarxa, i ho hem fet amb l'algoritme de Dijkstra.

El nostre treball finalitza proposant millores a la xarxa. En aquest cas, només en els trams hipersaturats que hem de tractar amb més urgència.

Caldria fer un debat sobre si les millores proposades per disminuir el flux per carril amb un cost total d'aproximadament 120 milions d'€, és la més convenient per a Houston o si, per contra, es podria donar un altre tipus de solució més econòmica i viable.

No ha donat temps de fer un estudi del cas dinàmic d'aquest problema de trànsit, la qual cosa podria ser un futur treball molt interessant a plantejar-se, però caldria disposar també de dades dinàmiques dels fluxos de vehicles.

Aquest treball m'ha servit per treballar amb un problema de modelització d'un cas real. No ha sigut gens fàcil, han aparegut complicacions a mig treball. És un problema que vist des de fora sembla fàcil; és fàcil d'explicar a un nen petit que es vol resoldre amb el model però, no és tan fàcil plantejar-se quin model utilitzar i dur a terme la programació que resol el problema. Ha sigut desafiant i gratificant, al final hem pogut donar algunes solucions al problema de *Traffic Jams in Houston, Texas.*

Referències

[1] https://www.motor.es/noticias/los-coches-que-mejor-frenan-201738060.html

[2] https://www.autonocion.com/por-que-no-es-proporcional-la-velocidad-y-la-distancia-de-

[3] https://www.expertoautorecambios.es/magazine/calcular-la-distancia-de-frenado-96

[4] https://www.20minutos.es/noticia/2839009/0/porque-se-producen-los-atascos/

[5] www.race.es/distancia_de_seguridad#

[6] www.motor.mapfre.es/consejos_practicos/seguridad_vial/cual_es_distancia_de_seguridad_

[7] https://es.wikipedia.org/wiki/Autov%C3%ADa

[8] http://www.carreteros.org/planificacion/2001/2001_8.pdf

[9] http://www.rtve.es/noticias/20130716/kilometro-carretera-espana-cuesta-cuatro-veces-m

[10] http://www.carreteros.org/normativa/trazado/31ic_2016/apartados/7.htm

[11] http://www.carreteros.org/normativa/trazado/31ic_2016/pdfs/7.pdf

[12] https://www.naciodigital.cat/opinio/14814/mobilitat/criminal