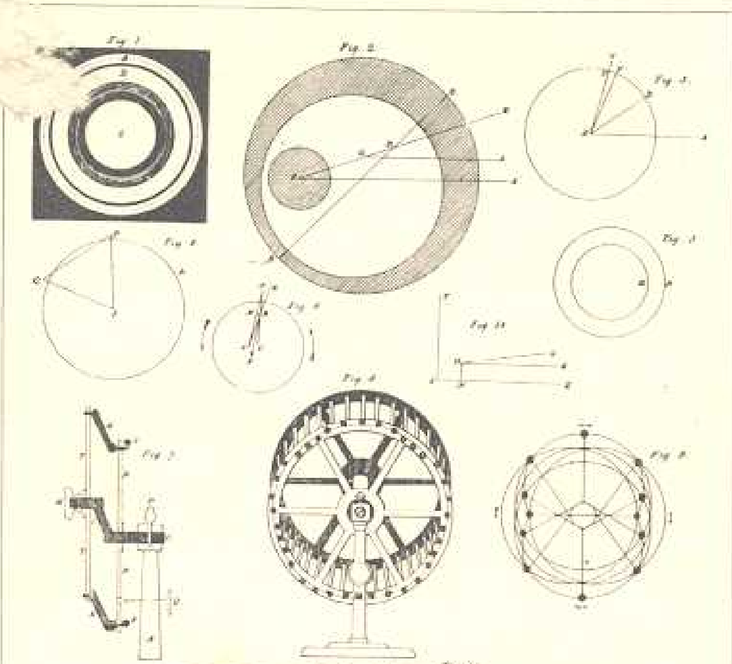
ALEPH

REVISTA DELS ESTUDIANTS DE MATEMÀTIQUES

NUM. 5 — MAIG 82



EN AQUEST NUMERO: ENCUESTAS: LA FACULTAD A EXAMEN — PLANS D'ESTUDI — LA LLEI DE MURPHY —— LÒGICA (DARRERA PART) — JOCS, ENTRETENIMENTS...

Editorial

En la editorial del número 2 de Aleph, escribíamos "...la gente que aquí trabaja se sucede de un año a otro...". Al finalizar este curso esto no deja de ser cierto y algunos de los que editamos la revista nos separamos con este número de ella, aunque más no sea en cuanto editores. También resumimos en esa editorial los motivos que hacían necesaria la publicación de Aleph, que tampoco dejan de ser válidos en este momento. Nueva gente se ha acercado a la revista y aún pueden hacerlo otros. Esperamos que así suceda antes del número 6.

El contenido de este número ha seguido la línea de los anteriores; así, por ejemplo, hemos finalizado la información sobre la especialización en lógica. La encuesta sobre la enseñanza en la Facultad es la concreción de un proyecto que veníamos elaborando hace ya tiempo. Los resultados, de alguna manera, eran previsibles.

En cuanto a la presentación, salta a la vista que ha cambiado. Ello ha encarecido este número, pero parte del precio quedará subvencionado por dinero de extensión universitaria.

El tiraje de este número ha aumentado, pues el número 4, del cual se tiraron 350 ejemplares se agotó casi inmediatamente después de su publicación.

Sumario

Equipo redactor:
José Coch,
Felipe Cucker,
Miguel Ralló,
Cesc Roselló.

Dibujos:
Mercè Mora

Colaboradores:
J. M. Font,
Josep Pla,
Alvaro Vinacua.

Nuestra portada:
Dibujo de Maxewell sobre un trabajo en que demostró que los anillos de Saturno no son sólidos ni líquidos, sino que están compuestos de partículas.

(El full d'en Miquel Ralló)

RESULTATS D'UNA DISCUSSIO SOBRE L'ACTUAL PLA D'ESTUDIS

Fruit de la preocupació que els estudiants sentim respecte de la reforma de l'actual pla d'estudis celebràrem una reunió en la que vàrem criticar alguns aspectes d'aquest i alhora surgiren algunes propostes relatives als canvis necesaris que cal intriduir en aquesta reforma. Totes les crítiques i propostes s'expressen seguidament i de forma puntual:

o) Cal reduir el nombre d'hores setmanal de classe. Com a proposta suggerim 15 hores, ja siguin 15 classes d'hora o 20 classes de 45 minuts.

o) Considerem que és necessari un petit intérval de temps lliure entre classes i que cal evitar fer un nombre excessiu d'hores de classe seguides.

o) Cal reduir el nombre d'alumnes per classe (això fa referència quasi exclussiva als cursos de primer) ja sigui augmentant el nombre o bé mitjançant altres mètodes.

o) Calen programes de les asignatures

o) Cal que el professorat es comprometi a seguir els programes previstos per a cada assignatura.

o) Considerem que cal suprimir tota abstracció que no estigui recolzada per una colla de casos coneguts o bé sigui necessària (restringint al màxim aquest concepte de necessitat):

o) Considerem que, molt sovint, es tendeix a un formalisme excessiu i a l'exposició de les assignatures.

o) Fem notar que existeix una desconnexió absoluta entre algunes de les diverses assignatures que s'imparteixen durant la llicenciatura.

o) Creiem que hi ha d'haver una equiparació entre el nombre d'hores de classe de teoria i el nombre d'hores de classe de problemes.

o) Fem notar que no es fa referència a les aplicacions de les teories que s'estudien durant la llicenciatura.

o) Considerem que s'han de "desteoritzar" els problemes. Amb això volem dir que, quan sigui possible, cal plantejar problemes que no facin referència exclusiva a entitats abstractes.

o) Creiem que el mètode actual d'optativitat en el segon cicle es vàlid.
o) No hi va haver acord respecte de la supressió de l'assignatura de Física.
o) Creiem que el Càlcul Numèric hauria de passar a cursos superiors.
o) Consideraríem positiva la el.laboració d'unes memòries de cada assignatura on s'hi recollissin:

a) Temari exposat (programa)
b) Valoració dels resultats obtinguts
c) Crítica de la valoració anterior

DR' CASAS: PNN'S: DOS PLANS D'ESTUDIS PER A UN CANVI

Tot el·que de moment hi ha sobre aquest tema es poc més que rumors.

Davant del projecte de pla d'estudis dels PNN's, que sense tractar gaire l'actual, l'acomoda a una substancial reducció d'hores trobem el projecte totalment renovador del Dr. Casas que introdueix una colla de seminaris i sembla tendir a un concepte menys rígid del ensenyament. Sobre aquest tema es possible que hi hagi un debat pròximament.

SUPRIMIDA LA SEGONA PROVA DE LA MODALITAT "TESINA" DEL EXAMEN DE GRAU

Va ser aprovat amb lleugeres modificacions, gens essencials, el reglament dels examens de grau tal com constava en el projecte dels PNN's. Malgrat que s'esperava una forta oposició el resultat de la votació que es va fer necessària per a l'aprovació, va resultar poc menys que sorprenent pel marge amb el que va aconseguir de tirar endavant l'esmentat reglament, el qual ja ha estat aprovat per la Junta de Govern de la Universitat.

M. Ralló

"No al cambio en las condiciones para las oposiciones"

Queridos compañeros : Solicitamos vuestra atención ante el siguiente hecho que nos afecta gravemente a los alumnos de quinto año de licenciatura.

En las convocatorias para cubrir plazas en los cuerpos de profesores numerarios de Bachillerato y de Formación Profesional se exige a partir de 1978 el estar en posesión del título de licenciado, o en condiciones de obtenerlo, *en el momento de hacer la solicitud para presentarse a la oposición* y no como ocurría en convocatorias anteriores, en que este requisito se exigía *en el momento de presentación ante el tribunal.*

Este cambio en las exigencias para poderse presentar en las citadas oposiciones, es claramente injusto para los alumnos que estamos en quinto año de licenciatura y reunimos el resto de ocndiciones exigidas por la ley. Así, *necesariamente*, hemos de esperar un año más para poder participar en las mismas, año que en la situación actual es a la fuerza un año de paro. Y no se ve qué interés social puede tener una medida, que a través de una sutileza burocrática hace que todos los licenciados que elijan como profesión la enseñanza de Bachillerato o F. Profesional deban estar al menos un año sin trabajo.

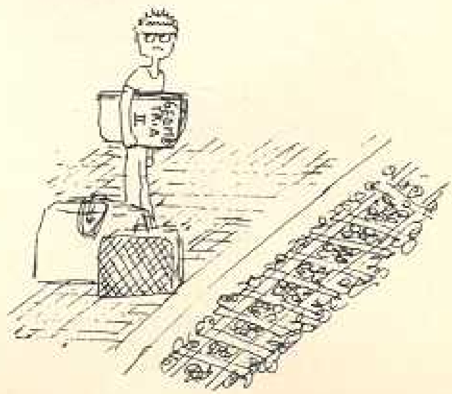
Por todo lo anterior vamos a solicitar de las autoridades del M.E.C. que en la próxima convocatoria de oposición se elimine esa condición que nos margina tan injustamente. Pensamos también enviar copias a los medios de información, prensa, radio, etc. Os pedimos que hagáis lo mismo o cualquier otra forma de presionar al Ministerio que se os ocurra.

Lo anterior es especialmente importante debido a que este año van a salir un número ma masivo de plazas, con lo cual será probable que en los próximos años no se convoquen oposiciones, o que se convoquen con un número muy escaso de plazas, con lo cual puede que ya no solo tendremos que esperar un año más para encontrar trabajo sino puede que no lo encontremos nunca.

Si se os ocurre algo que podamos hacer en común escribidnos a la Facultad de Ciencias de Málaga.

Málaga 2 –Marzo– 82

Alumnos de quinto año de las distintas Facultades de la Universidad de Málaga.



Encuesta sobre la enseñanza en nuestra facultad

El objetivo de esta encuesta no es medir el conocimiento de los alumnos sino valorar la enseñanza como un todo. Por esto pedimos completa sinceridad en las respuestas.

La primera parte de la encuesta intenta recoger una visión global del curso o la facultad. La segunda apunta a la calificación de los profesores por parte del alumnado.

Los resultados aparecerán en el próxino ALEPH.

Nota: en los casos en que no estés seguro o segura, puedes hacer una valoración de la respuesta con un número entre o y 1. Por ejemplo, no = 0, si = 1, más o menos = 1/2

Primera parte

1) ¿Has aprendido ideas globales de Matemáticas (en contraposición a conocimientos puntuales de resultados)?
2) ¿Los conocimientos de cada materia se integran en un todo, o resultan aislados unos de otros?
3) ¿Sabes para qué sirve lo que te han enseñado?
4) ¿Sabrías distinguir los resultados importantes de los otros y justificarlo?
5) ¿Has perdido entusiasmo por las Matemáticas?

Segunda parte :

1) ¿Aprendes en clase (= SI) o más bien por tu cuenta (= 0)?
2) ¿Motiva la asignatura?
3) ¿Fomenta la iniciativa del alumno?
4) ¿Te comunica entusiasmo?
5) ¿Llevas el curso al día?
6) ¿Es aburrido o desagradable?
7) ¿Sabe?
8) Supera el nivel del curso al de los alumnos?
9) Se le debería negar la posibilidad de dar clases?
10) Otras observaciones...

Resultados de la encuesta sobre la enseñanza: la facultad, a examen

A finales de Abril de este año los integrantes de Aleph hemos hecho una encuesta en los cursos segundo (mañana y tarde) y tercero de nuestra Facultad. Tal como prometimos, aquí presentamos los resultados. La participación en las respuestas es de un 60%, porcentaje bastante elevado si pensamos en las dificultades de coordinar horarios, etc., y si lo comparamos con otros casos, por ejemplo elección de representantes (cfr. Aleph, Nº1).

De la segunda parte, sólo damos la media de los resultados. Si algún interesado en la Estadística quiere calcular desviaciones típicas, las encuestas están a su disposición.

Hemos excluido de los resultados a aquellos profesores sobre los cuales no opinaron más de cinco estudiantes. Como pensamos que hay gente que no vio la encuesta en sí, la reproducimos ahora, y seguidamente los resultados.

Resultados de la primera parte (56 encuestados)

1) ¿Has aprendido ideas globales de matemáticas (en contraposición a conocimientos puntuales de resultados)?

SI: 17
1/2: 26
NO: 13
$\overline{X} = 0{,}53$

2) ¿Los conocimientos de cada materia se integran en un todo o resultan aislados unos de otros?

SI: 12
1/2: 20
NO: 24
$\overline{X} = 0{,}39$

3) ¿Sabes para que sirve lo que te han enseñado?

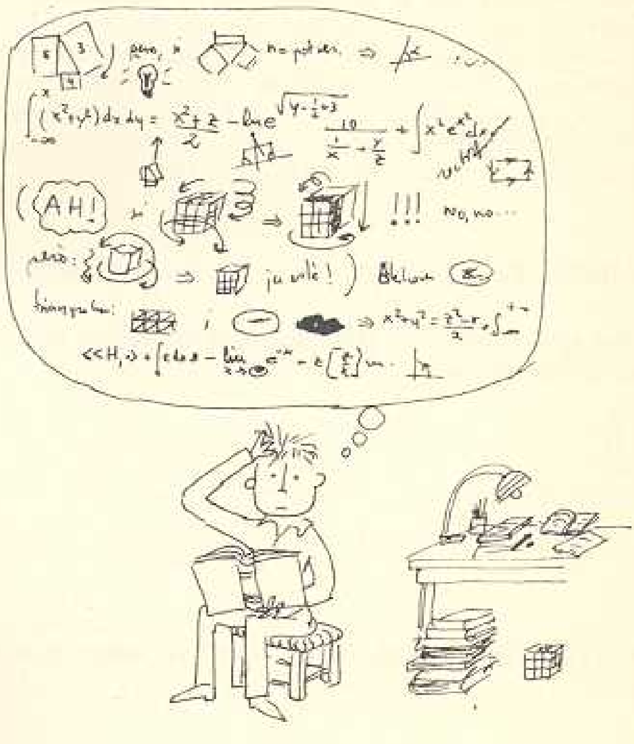
SI: 3
1/2: 25
NO: 28
$\overline{X} = 0{,}28$

4) ¿Sabrías distinguir los resultados importantes de los otros y justificarlo?

SI: 11
1/2: 30
NO: 15
$\overline{X} = 0{,}46$

5) ¿Has perdido entusiasmo por las Matemáticas?

SI: 18
1/2: 9
NO: 29
$\overline{X} = 0{,}4$



Resultados de la segunda parte

1) Aprendes en clase (= 1) o más bien por tu cuenta (= 0)?

Sr. Zarzuela	92%
Sra. Teixidor (Montse)	87,5
Dr. Casas	87
Dr. Mallol	68

Dr. Vaquer	71
Sr. Garriga	65
Dr. Pla	61
Dr. Hurtado	60
Sr. Palanques	57
Dr. Welters	50
Sr. Chavarriga	47
Sra. Gómez (Lupe)	48
Sr. Ras	45
Dr. Simó	41
Dr. Marro	39
Dr. Augé	37
Dr. Currás	36
Dr. Tort	28
Sra. Alberto (Esther)	25
Dra. Llerena	17
Dr. Cascante	1,7

$\overline{X} = 51$

2) ¿Motiva la asignatura?

Dr. Hurtado	83%
Dr. Casas	82
Dr. Welters	81
Dr. Vaquer	74
Sr. Zarzuela	67
Dr. Pla	63
Dr. Simó	59
Sra. Teixidor (Montse)	55
Sr. Garriga	50
Dr. Mallol	45
Sra. Gómez (Lupe)	42
Dr. Augé	29
Dr. Currás	29
Sra. Alberto (Esther)	25
Sr. Palanques	25
Sr. Ras	25
Sr. Chavarriga	12
Dr. Marro	11
Dr. Tort	10
Dr. Cascante	7
Dra. Llerena	4

$\overline{X} = 41,8$

3) ¿Fomenta la iniciativa del alumno?

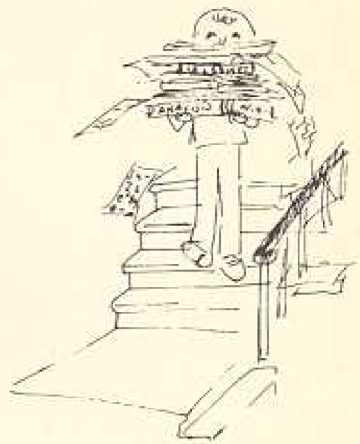
Sra. Teixidor (Montse)	81%	
Dr. Welters	81	
Dr. Hurtado	74	
Dr. Casas	73	
Dr. Vaquer	71	
Sr. Zarzuela	67	
Dr. Pla	66	
Dr. Simó	64	
Sr. Garriga	54	
Sra. Gómez (Lupe)	54	
Sra. Alberto (Esther)	40	$\bar{X} = 41{,}6$
Sr. Palanques	39	
Sr. Ras	34,5	
Dr. Mallol	34	
Sr. Chavarriga	22	
Dr. Currás	18	
Dr. Tort	12	
Dr. Marro	11	
Dr. Augé	8	
Dra. Llerena	8	
Dr. Cascante	7	

4) ¿Te comunica entusiasmo?

Dr. Welters	81%	
Sr. Zarzuela	67	
Dr. Casas	63	
Dr. Hurtado	63	
Dr. Mallol	57	
Dr. Vaquer	43	
Sr. Garriga	42	
Dr. Pla	39	
Dr. Simó	39	
Sr. Ras	30	
Sra. Gómez (Lupe)	23	
Sra. Alberto (Esther)	21	
Sra. Teixidor (Montse)	19	
Sr. Palanques	18	
Dr. Augé	12	
Dr. Tort	12	
Sr. Chavarriga	9	
Dr. Currás	8	$\bar{X} = 27{,}2$
Dr. Cascante	7	
Dra. Llerena	4	
Dr. Marro	2,8	

5) **¿Llevas el curso al día?**

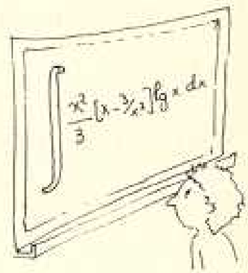
Sr. Ras	90%
Sr. Zarzuela	83
Sra. Alberto (Esther)	79
Dr. Currás	73
Sra. Gómez (Lupe)	65
Dr. Mallol	64
Sr. Chavarriga	62
Dr. Augé	58
Dr. Vaquer	56
Dr. Marro	53
Dr. Welters	51
Sr. Palanques	48
Sr. Garriga	46
Dr. Casas	42
Dr. Pla	37
Dr. Hurtado	36
Dr. Simó	36
Dr. Cascante	35
Sra. Teixidor (Montse)	35
Dr. Tort	34
Dra. Llerena	32



$\overline{X} = 50{,}6$

6) **¿Es aburrido o desagradable?**

Dr. Cascante	91%
Dr. Marro	78
Dr. Augé	74
Dr. Currás	68
Dra. Llerena	64
Sra. Alberto (Esther)	62,5
Dr. Tort	60
Sr. Ras	50
Sr. Chavarriga	47
Dr. Vaquer	39
Sr. Garriga	35
Sra. Gómez (Lupe)	31
Sr. Palanques	29
Dr. Pla	24
Dr. Simó	23
Sra. Teixidor (Montse)	22
Dr. Welters	21
Dr. Hurtado	18
Dr. Mallol	4,5
Dr. Casas	3
Sr. Zarzuela	0



$\overline{X} = 40$

7) ¿Sabe?

Dr. Simó	100%	
Sr. Zarzuela	100	
Dr. Hurtado	99	
Dr. Casas	97	
Dr. Mallol	95,5	
Dr. Augé	95	
Dr. Vaquer	94	
Dr. Welters	94	
Dr. Tort	92	
Sra. Teixidor (Montse)	89	
Dr. Pla	86	$\bar{X} = 76,7$
Dr. Cascante	79	
Sr. Garriga	77	
Sr. Palanques	72	
Sr. Ras	65	
Dr. Marro	57	
Sr. Chavarriga	54	
Sra. Gómez (Lupe)	50	
Sra. Alberto (Esther)	46	
Dr. Currás	40	
Dra. Llerena	28	

8) ¿Supera el nivel del curso al de los alumnos?

Dr. Simó	100%	
Dr. Mallol	68	
Dr. Cascante	66	
Dr. Hurtado	61	
Dr. Casas	58	
Dr. Tort	50	
Dr. Welters	50	
Sra. Teixidor (Montse)	45	
Dr. Currás	42	
Dr. Marro	42	
Dr. Vaquer	41	$\bar{X} = 44,3$
Dr. Augé	39	
Sr. Garriga	38	
Sr. Palanques	36	
Sra. Gómez (Lupe)	35	
Dr. Pla	34	
Sr. Zarzuela	33	
Sr. Chavarriga	32	
Sra. Alberto (Esther)	21	
Dra. Llerena	20	
Sr. Ras	20	

9) ¿Se le debería negar la posibilidad de dar clase?

Dr. Cascante	95%	
Dra. Llerena	60	
Sra. Alberto (Esther)	54	
Dr. Currás	54	
Dr. Marro	37,5	
Sr. Ras	30	
Dr. Augé	24	
Sr. Chavarriga	23	
Sra. Gómez (Lupe)	18	
Dr. Vaquer	12	
Dr. Tort	11	$\bar{X} = 21{,}3$
Dr. Welters	8,3	
Dr. Mallol	4,5	
Dr. Simó	4,5	
Sr. Garriga	4	
Sr. Palanques	4	
Dr. Pla	3	
Dr. Casas	0	
Dr. Hurtado	0	
Sra. Teixidor (Montse)	0	
Sr. Zarzuela	0	

NOTA: DAMOS A CONTINUACION EL NUMERO DE PERSONAS QUE RESPONDIERON SOBRE CADA PROFESOR.

Dr. Casas	31	personas	Sra. Montse Teixidor	16	”
Dr. Cascante	29	”	Sr. Palanques	19	”
Dr. Curras	28	”	Sra. Lupe Gómez	13	”
Dr. Tort	25	”	Sr. Garriga	13	”
Dr. Hurtado	21	”	Dra. Llerena	12	”
Dr. Auge	19	”	Sra. Esther Alberto	12	”
Dr. Pla	19	”	Dr. Mallol	11	”
Dr. Welters	18	”	Dr. Simó	11	”
Dr. Marro	18	”	Sr. Ras	10	”
Dr. Vaquer	17	”	Sr. Zarzuela	6	”
Sr. Chavarriga	17	”			

Sobre los resultados de la encuesta

Lo que se acaba de leer son los resultados numéricos de la encuesta. ¿Pero qué se ha leído? ¿Cuáles han sido los resultados? El estudiantado (cierta parte de él) ha "medido" la calidad de la enseñanza impartida en la casa y se trata de medir esa medida. Entiéndase bien, no se trata de descalificar la opinión del estudiantado "porque todavía no sabe lo suficiente". No faltará, desgraciadamente, quien se ocupe de eso. Se trata más bien de analizar el estado de la Facultad por medio de las ideas de los estudiantes. Explicar la encuesta a partir de la encuesta. Incluídas sus contradicciones.

A la pregunta sobre la utilidad de lo aprendido (en la primera parte), sólo 3 personas respondieron conocerla, en un total de 56 encuestados. 25 lo sabían más o menos y 28 directamente no lo sabían. Resultado nada extraño (como no sea por las 3 primeras personas) pues pareciera que los conocimientos de un curso sólo sirven para cimentar el que viene. Algo así como el niño que amontona cosas una encima de la otra para subir sobre ellas, con la diferencia que seguramente el niño sabe del pastel que le espera arriba. Lo extraño es que mucha de la gente que no sabe para qué sirve lo que le han enseñado sí sabe (al parecer) distinguir (será por el tono de respeto con que se habla de ellos) y justificar (?) los resultados importantes.

Otro tipo de contradicción es el que aparece entre las respuestas 5 y 8 de la segunda parte. Parece ser que en muchas materias el alumno lleva –en general– el curso al día a pesar de que el nivel del curso supera al de los alumnos (por ejemplo Algebra, donde sabemos cierta la segunda afirmación).

La lectura de estos hechos nos muestra que parte de la gente se encuentra perdida ante una tarea que no comprende, unas clases en las que no aprende (cfr. pregunta 1 de la segunda parte), y una relación alienante con el profesorado. En efecto, notemos que en general la iniciativa del alumno no es fomentada. Sin embargo los profesores saben (si hay dudas, cfr. pregunta 7). Pero ¿no habrá aquí un nuevo error? Una mirada a la memoria de actividades que se encuentra en el Seminario nos enseñaría que –a juzgar por los trabajos realizados, medida usual en el ámbito científico– no todos saben lo que parecen. El distanciamiento empaña las apariencias. Y la memoria, el aplomo y la buena letra son más ayuda que el saber para aquel que recita en lugar de dialogar, que expone la respuesta a una pregunta que nadie ha formulado. En estos casos, saber es escribir Weierstrass sin faltas de ortografía.

Hay al respecto al juicio sobre el profesorado, algunos casos que no pueden dejar de llamar nuestra atención. Por ejemplo, cursos donde el 100% de los encuestados opina que el nivel del curso supera a los alumnos; o profesores cuya capacidad de ejercer como tales es negada por la casi totalidad de los encuestados.

Sobre las preguntas globales, la más deprimente es el 40 % de pérdida de entusiasmo por el objeto de estudio. Este porcentaje no tiene en cuenta además el elevado número de abandonos que se produce al comienzo del primer ciclo.

Una última observación: no nos llama la atención que el teórico de Geometría II sea el que más motive a la gente y le comunique más entusiasmo. Su objeto de estudio es el más cercano a la realidad, y esto, en medio del caos de abstracciones que reina en otras materias, debe ser parte de la causa. Sí nos llama la atención en cambio, que su prático sea aquel cuyo nivel supere menos a los alumnos. Esperamos que este hecho se refleje en los exámenes.

J.C., F.C., A.V.

Com es podría articular una opció de logica matemàtica al segon cicle?

J. M. FONT

Adenom-nos d'una cosa: a nivell del segon cicle universitari, només els especialistes en una matèria en poden donar un ensenyament satisfactori en tots sentits. Aquesta sola consideració bastaría per a justificar la no uniformitat dels plans d'estudi a Facultats diferents, i fins i tot la inexistència a alguns llocs d'assignatures i opcions que en d'altres es considerin essencials. En la meva opinió això justificaría també l'establiment formal dins del nostre pla d'estudis d'un itinerari de Lògica Matemàtica, ja que a la nostra Facultat existeix un grup de professors que s'han especialitzat en aquesta matèria i han desenvolupat tres assignaures, una d'interès general (a nivell de primer cicle) i dues d'introducció a l'especialitat.

Mentre aquesta possibilitat no es reculli oficialment, els alumnes interessats poden presentar un pla propi a la Junta de Facultat, possibilitat que ofereix l'opció de Matemàtica Fonamental. Aleshores hom es pot preguntar: quines són les assignatures més convenients per a completar aquest pla?

En primer lloc, n'hi ha dues directament relacionades amb la matèria que són Llenguatges Formals i Compilació, i Lingüística Matemàtica (de la Facultat de Filología); en elles es poden conèixer dos camps d'aplicació de la Lògica, i això les fa interessants. En segon lloc, el Departament de Lògica de la Facultat de Filosofía i Ciències de l'Educació organitza assignatures (variables) de segon cicle que poden ser interessants pel seu contingut, contingut que caldría estudiar en cada cas concret, tenint però en compte que s'adrecen a un públic no matemàtic.

La resta del pla s'ha de pensar com una formació complementària a escollir segons els interessos particulars de cadascú i l'orientació que es vulgui prendre.

Els que tinguin intenció de ficar-se a l'ampli camp que hom anomena "Fonaments" probablement trobaran interessant la Geometría Clàssica; i segurament necessitaran una formació bàsica en història i filosofia de la ciència, epistemologia, etc., que hauran d'anar a buscar a altres Facultats.

El qui vulgui formar-se com a investigador en temes avançats de Lògica Matemàtica, evidentment haurà d'aprofundir la base que aquí pot adquirir. Però a més, segons a quins camps es vulgui dedicar necessitarà uns coneixements matemàtics que pot iniciar ja durant la carrera. Per exemple, les tècniques més modernes de Teoria de Models i Lògica Categorial estan estretament lligats a l'Algebra i la Geometria Algebraica, i d'altra banda és en aquestas matèries on la Teoria de Models ha trobat aplicacions més interessants i profundes. Per tant uns estudis bàsics i amplis d'Algebra, especialment Homològica i Geometria algebraica, serian aconsellables a la majoria dels interessats.

Si parlèssin de la Teoria de conjunts diríem el mateix respecte l'Anàlisi, la Topologia general i la Combinatòria, però posiblement no en la línia de les assignatures existents a la nostra Facultat. Finalment notem que la Recursivitat treballa amb funcions sobre els naturals, i per tant un coneixement d'Aritmètica Clàssica seria segurament beneficiòs; com anècdota direm que quan Gödel va obtenir els seus primers resultats importants encara no havia estudiat anàlisi real a fons però si en canvi Aritmètica.

10. Comentarios recogidos en el apartado "Otras observaciones"

Sobre cierto profesor: "quedaría bien en una película de Fellini con guión de Kafka".
"El profesorado debería tener menos cinismo de cara al alumnado".
"Creo que falta calidad en la casa por la perpetuidad que gozan muchos en sus puestos".
Sobre el mismo profesor: "sabe y es muy buena persona pero no está en condiciones de dar clase".
Sobre otros profesores: "Es un gandul i un fresc".
"El nivel del curso no es el mismo que el del examen".

He aquí algunos comentarios un poco curiosos:
"La resposta a la pregunta 8 ha de ser sempre afirmativa perque en cas contrari, el curs corresponent seria una perdua de temps".
Como casi todo el mundo entendió, se preguntaba si el nivel era superior al que un alumno normal puede entender; por tanto el anterior comentario está fuera de lugar.

"Durante el curso no distinguimos los resultados importantes, pero sí normalmente en verano si nos queda alguna materia colgada o bien arrastrada de un curso anterior".
Esto es asombroso. Siguiendo a este señor, habría que hacer repetir a toda la gente, para hacerle comprender las ideas de fondo de la Matemática. ¿Alargar la carrera a 10 años?

Sugerencias de otras preguntas:
"Es necessari (es pot prescindir d'"ell)?
"Es prepara les classes?

"Es preocupa pels seus alumnes?
"Coneix als seus alumnes?
"Justifica el seu sou?
"Está loco?
"Está de mala uva?
"El mismo se aburre?"
"Transmite ansiedad?"

"Com que em sembla que l'enquesta de fet cerca una renovació pedagògica, plantejo les següents preguntes:
1) Per què es dediquen les classes –bàsicament– a donar definicions i demostrar teoremes quan hi ha força llibres en els quals es pot trobar?
2) Quin valor tenen els cursos sistemàtics i abstractes dels quals –com a curiositat– s'en dedueix els casos particulars, quan de fet, són aquets casos particulars els que han de permès der la sistematització?
3) Suposa el professorat que l'alumne que arriba a la Facultat és ric en coneixements i casos particulars?"

Notes sobre el curs de **Fonaments de les matemàtiques II**

Josep PLA CARRERA

Tots els qui tenen un cert coneixement de matemàtiques distingueixen perfectament bé la diferència existent entre els conceptes de *teoría formal* i de *model* d'aquesta teoría. Malgrat tot, però, ho explicarem breument.

Pensem en la teoría de *grups* de primer ordre –solament podem quantificar 'elements' (ens calen, dones, *signes de variable, signes logics* $\neg$, &, $\leftrightarrow$, $\forall$, $\exists$ i signes propis de la teoria: $=$, $*$, e)

Aleshores tenim els *axiomes de la teoria de grups* de primer ordre:

A1. $\forall v_1 \forall v_2 \forall v_3 \ (v_1 * (v_2 * v_3) = (v_1 * v_2) * v_3)$,
A2. $\forall v_1 \ (v_1 * e = e * v_1 = v_1)$,
A3. $\forall v_1 \exists v_2 \ (v_1 * v_2 = v_2 * v_1 = e)$,

Disposem dels mecanismes de la *lògica formal* –que el matemàtic, per ofici, maneja de forma automàtica i, àdhuc, inconcientment– per tal d'establir la *teoria o conjunt de teoremes*. Aquesta teoria la designarem T. Com tots sabem:

$$\forall v_1 \forall v_2 \ (v_1 * v_2 = v_1 \rightarrow v_2 = e) \in T;$$

és a dir, és un *teorema* de la teoria de grups deprimer ordre, ja que hom pot deduir-ho dels axiomes usant solament els mecanismes de la lògica.

Un cop s'ha establert una teoria hom en dóna exemples; és a dir: *models concrets* de la teoria en qüestió. Això significa un conjunt *concret G* i en ell una operació binària $\circ$ que haurà de fer el paper del *símbol* $*$ —que és absolutament abstracte. Si al llegir els axiomes en $(G\ \ )$ s'obtenen enunciats vàlids relatius als elements de G, diem que $(G, \circ)$ és un *model* —un exemple— de la teoria de grups de primer ordre. Així $(Z, +)$ i $(S_n, \circ)$ són models de la teoria de grups de primer ordre; en canvi, $(N, +)$, $(Z, \circ)$ no ho són pas.

En aquesta situació es planteja la qüestió que segueix: existeixen expressions formals que es poden escriure en el llenguatge de la teoria de grups i que són certes en alguns models i falses en d'altres;

$$\forall v_1 \forall v_2 \ (v_1 * v_2 = v_2 * v_1)$$

val en $(Z, +)$ i falla en $(S_n, \circ)$. Aquest fet ens diu que aquesta fórmula *NO ES pas un teorema de la teoria de grups de primer ordre;* no pertany a T. Ara bé si una sentència σ, escrita en el llenguatge de la teoria de grups de primer ordre és *vàlida* en *tots* els grups possibles —en tots els *models de la teoria de grups*—, és un teorema de la teoria?

Com es veu en el curs de *Fonaments de les Matemàtiques I*, el teorema de completesa de GODEL (1930) ens diu que sí: una sentència σ, escrita en un llenguatge L és teorema d'una certa teoria T (L) si, i només si, és *vàlida* en tots els models de la teoria.

Aquest teorema és anàleg al teorema de completesa del càlcul de proposicions (POST 1921). Però en el cas del càlcul de proposicions, s'en dedueix el caracter *decidible* del dit càlcul; volem dir, existeix un *mètode, un algorisme* —les taules de veritat— que ens permet de saber si una proposició donada σ és o no un teorema del *càlcul de proposicions.*

En canvi, en el curs de Fonaments I, no es planteja, ni es resol, una qüestió anàloga pel que fa referència al càlcul de predicats de primer ordre. La dificultat rau en el fet de no disposar d'una definició idònia del concepte *d'algorisme.*

Abans de continuar amb aquest problema ens en plantejarem un altre: considerem un conjunt X en el qual s'han distingit unes quantes operacions, unes quantes relacions i uns quants elements concrets (per exemple, l'àlgebra de BOOLE (A, ¬, &, 0,1) on A és un conjunt ben determinat, o el conjunt dels naturals (N, 0, s, +, ., (),...) i considerem aleshores un llenguatge L *abstracte* que tingui un *signe* per a cada un dels objectes distingits que, a l'interpretar-lo en l'estructura donada jugui el paper que lo correspon, d'acord amb la correspondència establerta a l'introduir-lo.

En aquest llenguatge podem escriure les sentències σ i podem considerar la *teoria* T (X):

T (X) = σ: σ és una sentència en el llenguatge L, vàlida llegida en l'estructura donada sobre X.

Existeix sempre un conjunt Σ de *sèntencies* –que jugaran el paper d'axiomes d'una certa teoria formal T (L) –tal que

T (L) = T (X)?

El *formalisme* de HILBERT establia que la pregunta anterior havia de tenir sempre una resposta afirmativa. El formalisme de HILBERT establia, a l'engròs, que la *veritat d'un model concret* sempre és exiomatitzable.

Pero Gödel, l'any 1931, en dóna una resposta negativa que es coneix amb el nom de teorema d'*incompletesa de Gödel*.

Pot sorprendre i, de fet, sorprèn que aquest darrer problema que hem plantejat i el problema relatiu a la decidibilitat del càlcul de predicats de primer ordre estinguin lligats i que el punt de contacte que hi ha entre ells sigui precisament el concepte de *funció recursiva*, introduit per K. Gödel, l'any 1931, en el citat treball.

Aquesta situació es deu al fet que totes les definicions d'*algorisme* que els matemàtics aconsegueixen d'establir –l'exemple més característics de les quals és la definició de *màquina de TURING*, (1935), si bé no es l'única– són de tal naturalesa que les funcions *computables* són, precisament i exacta, les funcions recursives).

Així s'obre el camí adequat per a tractar els problemes de *decidibilitat*, alguns d'ells plantejats alguns anys abans, però que restaven sense solució pel fet que hom no disposava dels conceptes formals idonis. Ara el problema de *decidibilitat* s'estableix en els termes segënts: donada una col.lecció X d'objectes (i. e. fórmules de càlcul de predicats de primer ordre, equacions diofàntiques P $(x_1 ..., x_n)$ = 0, paraules d'un cert vocabulari, etc...), com podem lligar-la amb les funcions recursives, que són funcions d'una part de N^k en N? La resposta –que també és de Gödel i es troba en el ja citat treball– ens la dóna la *gödelització*: consisteix en *atribuir adequadament números als objectes del conjunt X*. Aleshores hom diu que la questió '$x \in y$' és decidible si la imatge de Y per la gödelització és *recursiva* –intuitivament, computable.

Considerem l'exemple següent: donat un alfabet finit a_1,..., a_n formem totes les tires finites possibles; és a dir, totes les paraules que podem confegir amb l'alfabet donat. Ara establim certes equacions –formals– entre paraules: $p_1 = p_1'$,..., $p_k = p_k'$. Dues paraules són *inmediatament equivalents* sii una d'elles s'obté de l'altre canviant una de les concurrències possibles de les paraules p_i o p_i' per p_i' o per p_i, respectivament. Dues paraules A i B són *equivalents* sii hom pot passar d'una a l'altra amb un número finit d'equivalències elementals. Existeix un algorisme tal que, donades dues paraules arbitràries A i B ens pugui dir si són o no són equivalents? El *problem de les paraules per a semigrups és decidible?*

El curd de Lògica II es planteja, en la seva primera part, aquest tipus de qüestions, i estableix la limitació del formalisme que és el teorema d'incompletesa de Gödel, s'introdueix el concepte de màquina de TURING i es demostra l'equivalència existent entre funcions recursives i computables de TURING i, a partir d'aquí, s'analitzen certes qüestions de decidibilitat, com són la *no-decidibilitat del càlcul de predicats de primer ordre* (CHURCH (1936)), *la no-decidibilitat del problem 10 de HILBERT* (o problema diòfantic, HILBERT (1900), MATIJASEVICZ (1970), *la no-decidibilitat de certs problemes de les paraules* (MARKOV (1947), TURING (1936), POST (1947), NOVIKOV (1955), etc...).

En l'exposició que hem fet sobre què és un model d'una teoria hem dit que una estructura convenient és un model d'una sentència σ sii la sentència llegida en l'estructura esdevé vàlida. Que significa que una sentència, llegida en una estructura esdevé vàlida? Significa que l'enunciat que s'obté a l'interpretar la sentència en l'estructura és un teorema d'una certa teoria, que hom admet *consistent*, –i que, en general, és la teoria de conjunts. Així quan diem que (Z, +) és un model de la sentència

$$\forall v_1 \forall v_2 \ (v_1 * v_2 = v_2 * v_1)$$

volem dir, en rigor que

$$\forall v_1 \forall v_2 \ (v_1 \in Z \& v_2 \in Z \longrightarrow v_1 + v_2 = v_2 + v_1)$$

és un teorema de –per exemple– la teoria de conjunts.

Això planteja una dificultat que intentarem d'exposar breument a continuació. Ens pot interessar –i de fet, com diu HILBERT, és l'única garantia de coherència –de saber si una teoria formal T és *consistent;* és a dir, ens pot interessar saber si hi ha sentències que no són teoremes. Un camí realment simple consisteix en mostrar un *model* de la teoria, ja que per la definició mateixa d'ésser vàlid en un model, resulta que si una sentència σ és vàlida en el model, aleshores $\neg\sigma$ no pot ser-ho mai. Per tant $\neg\sigma$ no pot ésser tampoc un teorema de la teoria T i T és consistent. El que realment hem fet ha estat *admetre la consistència de la teoria de conjunts de CANTOR* i, a partir d'ella, establir la consistència o no consistència de les altres teories. Ara bé, si volem recórrer a la teoria de conjunts per tal d'establir la consistència de la pròpia teoria de conjunts caiem en *un cercle viciós.*

La tècnica que cal utilitzar aleshores és la següent: hom admet una *certa* teoria de conjunts com sonsistent i en ella *construeix models* de la teoria que li convé. D'aquesta forma obtenim una demostració de *consistència relativa*. Un exemple, potser, ens ho fera més aclaridor. Suposem que la teoria ZF de conjunts –que és la teoria en la qual sabem 1º dos conjunts són iguals sii tenen els mateixos elements; 2º existeix un conjunt ω que és el conjunt dels nombres naturals; i en la qual disposem de les següents operacions per a construir conjunts: el parell desordenat, la unió, les parts, les imatges per una aplicació– és consistent.

En ella, podem definir *recursivament* sobre ω els conjunts següents:

$$V_0 = \emptyset \qquad i V_{n+1} = P(V_n), \quad n \in \omega$$

Aleshores considerem l'aplicaicó: $n \longrightarrow V_n$ i la seva imatge $\{V_n : n \in W\}$ és un conjunt; per tant, $V \bigcup V_n$ és un conjunt.

Així doncs en ZF existeix un conjunt que té les propietats següents: valen tots els axiomes de ZF –teoria usada per a construir-lo– llevat l'axioma de l'infinit: dit altrament,

$$\text{Con (ZF)} \longrightarrow \text{Con (ZF – Ax. infinit} + \neg \text{ Ax. de l'infinit).}$$

Hem establert doncs que la negació de l'axioma de l'infinit és relativament consistent a la teoria ZF-Ax. de l'infinit, ja que, en suposar que 'ZF' és consistent, tenim, de retruc, que

'ZF-Ax. infinit' també ho és i a l'afegir-li la negació de l'axioma de l'infinit obtenim una nova teoria que és consistent.

Si hom vol veure, per sobre, sense entrar en detalls, que V és un model dels axiomes de 'ZF-Ax. infinit' és suficient que observi que tots els elements de V són *finits* (inducció sobre n). Aquesta constatació és la que ens diu també que en V no ni ha cap element que pugui jugar el paper que li pertoca a ω, ja que ω, al contenir amb cada element el següent, no pot ésser mai finit.

Aquest tipus de qüestions se les planteja Gödel (1940) en relació amb l'axioma de l'elecció –donada una partició d'un conjunt, existeix un conjunt que conté un i un sol element de cada una de les parts– i en relació amb la *hipòtesi del continu*– tot subconjunt de R o és equipotent a R o és equipotent a N.
(Dit altrament, entre el continu i el numerable no hi ha cap altre cardinal).

Hi havia hagut una gran polèmica sobre la necessitat d'admetre l'axioma de l'elecció des de finals del segle XIX fins a mitjans del segle XX. Ara bé, com ja hem dit, l'únic que d'una forma definitiva pot cloure la discussió és el fet que afegir l'axioma de l'elecció porti a la contradicció del sistema que s'obté. Pel que fa referència a la hipòtesi del continu –ja sigui la restringida, deguda a CANTOR i que hem especificat abans, ja sigui la generalitzada que diu: "entre un conjunt X i P(X) tots els conjunts que s'hi troben o bé tenen la potència del primer o bé la del segon" –la situació era, en certa forma, anàloga a la que s'havia plantejat amb l'axioma V d'Euclides; és a dir: CANTOR estava convenñut que havia demostrat la dependència de la hipòtesi restringida, si bé mai no va publicar la demostració.

Gödel, construint la teoria von Neumann-Bernays-Gödel una classe pròpia demostra que l'A. C. (axioma de l'elecció) i la H. G. C. (hipotesi general de continu) són relativament consistents amb la dita teoria.

D'aquesta manera s'obté, com a corol.lari, la consistència relativa de A. C. i H. G. C. amb la teoria usual de conjunts ZF.

La idea de Gödel consisteix en *construir*, amb poques operacions i a partir del buit, una classe L de conjunts –la classe dels conjunts *definibles o constructibles.* Imposa aleshores la hipòtesi de constructibilidad –que diu que els conjunts constructibles són, precisament, tots els conjunts– i demostra que aquesta hipòtesi implica simultàneament A. C. i H. G. C. Solament ha de provar aleshores que L és model de ZF i de la hipòtesi de constructibilitat. La gran habilitat de Gödel li permet d'introduir els conceptes indispensables –entre els que cal destacar el concepte d'*absolutesa*– per tal que el teorema esdevengui un exercici més o menys llarg i complex.

Restava aleshores la qüestió de la *independència* de A. C. i H. G. C. respecte de ZF; és a dir, podem acceptar la negació d'aquests axiomes? SIERPINSKI (1947) demostra que H. G. C. implica la A. C. La situació és aleshores la següent: és possible admetre ZFC + $\neg$ H. G. C.? és possible admetre ZF + $\neg$ A. C.?

Aquí el problema es complica, ja que el mètode de Gödel és, per la mateixa construcció, incompetent per abordar la ressolució. Cal el *mètode del forcing i els models genèrics* de COHEN (1966) per arribar a donar una resposta positiva.

Exposar en poques paraules els mètodes de COHEN és difícil i corre el risc d'ésser molt menys entenedor que la resta del que hem intentat d'exposar, però la segona part del curs de Lògica II està dedicada totalment a plantejar curosament i a resoldre amb tot detall aquest tipus de qüestions.

Barcelona, Maig 1982

Petita introducció a l'estudi de la llei de Murphy en una o varies variables complexes

Baix aquest nom es coneix un dels principis fonamentals del que podriem denominar "ciència empírica", en quant que el seu camp d'acció s'exten a la part pràctica i experimental de qualsevulla ciència (malgrat, que, també com veurem, té conseqüències importantíssimes en la vida de cada día).

En la seva forma més usual, diu

(1) "Tot el que pot anar malament, anirà malament"*

Tots els altres enunciats d'aquest fet són maneres més o menys barroques d'expressar el mateix. Personalment m'encanta el que al respecte diu en W,. Allen a no sé quina pel. lícula:

(1 bis) "De fet, l'assumpte de les probabilitats és una presa de pèl. A tot experiment tan sols hi ha dos successos possibles: que una cosa passi o que no passi. I ni tan sols són equiprbables: el que volem que passi sempre té la probabilitat més petita" (cito de memoria).

La finalitat d'aquest article és purament enciclopedista: prenent tal llei com a postulat indemostrable (teòricament; empiricament, segur que ja tothom se n'ha convençut), em limitaré a enumerar, i a vegades a comentar sucintament, algunes de les conseqüències i aplicacions que porta, dins alguns camps propers a les nostres vivències.

Per exemple, com no, dins el camp de la matemàtica. Algunes de les conseqüències més remarcables que hi podem enunciar son:

(2) "Gairebé tot raonament matemàtic (i principalment analític) condueix a l'expresió '0 = 0' (o '1 = 1') just quan pareix que es veu la solució".

(3) Tota genialitat matemàtica de un estudiant es caurà per terra al posar correctament els "signes (+) i (−)".

(4) (*Llei d'en Gumperson*) "La probabilitat de que a un problema d'examen obtinguis el resultat demanat és inversament proporcional a l'importància d'aquest problema".

(5) (*Constant de Skinnen, o factor de Finnigan*) "es la que al multiplicar-la, sumar-la o restar-la del resultado obtingut ens dóna el resultat esperat".

(6) "Quasi sempre el teorema que vols emprar és vàlid amb una hipòtesi més de les que tens".

(7) (*Principi de Finagle*) "L'ordre del factors alterarà el producte, donant el resultat més fals possible".

(8) a) "Si un procés matemàtic es fa infinit, és que el procés falla".

b) "Si un procés matemàtic és molt curt, segur que també falla i a més no tens ni idea del que estàs fent".

(9) "Tot procediment per a trobar una constant segurament donarà una variable".

(10) "Si una teoria no esta d'acord amb els fets, es treuen els fets en favor de la coherència".

(11) "Qualsevulla que sigui l'estructura supercomplicada que t'inventis, qualcú li trobarà aplicació en quelcom".

Passant al terreny de la física, menció primera i apart mereix la

(12) (*Llei de perversitat de la matèria*) "la matèria es molt perversa, i sempre actuarà de mode que sa més mínima acció o omisió produeixi el major desastre possible".

Cal dir que son primer enunciat va ésser donat per un mecànic d'avions durant la segona guerra mundial referint-se als perns dels avions (també cal avisar que no hi ha que confondre-la amb la també famosa:

(12 bis) (*Llei de la perversitat dels objectes inanimats*). "Tot objecte inanimat, independentment de la composició o configuració, pot porduir a qualsevol moment, i d'un mode totalment inesperat, i per raons que sempre remandran fosques i misterioses, actes perversos en contre dels nostres desitjos i projectes").

Algunes conseqüències importants de (12) son:

(13) "La perversitat de la matèria es constant a tot l'espai, excepte a on busquem menys perversitat, ja que aquí creix exponencialment".

(14) "Si els cossos 'caiguent' cap amunt es rompessin més completament i en menys temps, la gravetat sería repulsiva".

(15) "Les coses són tan complicades com poden". (si poguessin ésser-ho més, ho seríen, però encara no en hauríem adonat).

(16) "El principi d'incertesa mecànica-quàntica és a on més bona persona és mostra la matèria" (malgrat que sigui perquè la matèria hi està reduida a sa forma més elemental).

(17) (*Regla de* Ketterling) "Si quelcom no funciona, no és pel que nosaltres creiem que és, sino perquè li dona la gana".

Vegem-ne ara algunes conseqüències dins el camp del treball experimental a un laboratori:

(18) (*Teorema de Patrick*) "Si el teu experiment ha funcionat, segurament és perquè has emprat l'equip que no tocava".

(19) (*Corol.lari de la compensació*) "Es pot considerar un èxit qualsevol experiment que ens doni un 50% de resultats equivocats respecte a la teoría que volíem comprovar".

(20) (*Factor de futilitat*) "Cap experiment es un fracàs complet, al menys pot servir com un mal exemple".

(21) (*Axioma II d'en Allen*) "Quan tot falla, llegeix les instruccions".

(22) "Res no està fet a prova de ximples" (Quan volen trencar quelcom els xiplets esdevenen inteligentíssims).

(23) (*Postular de Horner*) "L'experiència varia proporcionalment amb l'equip destroçat".

(24) (*XI^{a} Llei d'Anderson*) "Mai es trenca la peça de la que tenim recanvis".

(25) (*Principi de les peçes petites*) La probabilitat de trobar una peça que cau de la taula de treball es directament proporcional a son tamany, i inversament proporcional a sa importància per a acabar la feina que estem fent".

(26) (*Principi VII$^{\text{è}}$ de la Ciència*) "Quan hom investiga el desconegut, no sap el que es trobarà".

I per a acabar, i com habia avançat al començament del texte, heus aquí algunes de les aplicacions a la vida de cada día de la llei de Murphy:

(27) "L'altra cua sempre va més de pressa".

(28) "Les instruccions del aparell nou i misteriós que acabem de comprar, segur que estan en alemany".

(29) "La probabilitat de que el pa untat amb melmelada i mantega caigui presentat a la estora la cara més engreixada es directament proporcional al preu de la estora". (Naturalment, aquest darrer enunciat permet moltes reescritures).

(30) "La probabilitat de que una cosa es trenqui només mirant-la es directament proporcional al seu preu i al que t'odia".

En fí, aquest es tan sols un petit treball de recopilació d'aci i allà. Qui estigui més interessat en el tema, encara trobarà més enunciats a les referències de la bibliografia. Tan sols em queda reivindicar el nom de Mr. Murphy, tan injustament oblidat a la introducció del curs de probabilitats de 3$^{\text{èr}}$, malgrat sa fama popular clarament merescuda.

CESC

Bibliografía

1. Revista "Algo", Febrer 1980, "La ley de Murphy" (hi trobareu tot el desenvolupament històric i gran quantitat de corol.laris dins del camp de la vida quotidiana).
2. S. Castellanos "La ley de Murphy" Rev. Planta 8 Nr. 13.
3. J. Thiaville. "Los principios básicos de la ciencia". Edició particular seva.

JUEGOS Y ENTRETENIMIENTOS

Los problemas que planteamos en el número anterior se deben a Raymond Smullyan. De su "¿Cómo se llama este libro?" extrajimos las anécdotas que siguen:

222

Esta anécdota se les ha atribuido a muchos matemáticos diferentes: Un profesor de matemáticas durante una clase da un enunciado y luego dice "Esto es evidente". Un alumno levanta la mano y pregunta "Por qué es evidente?". El profesor se queda pensando un momento, sale de la clase, y a los veinte minutos vuelve y dice " ¡Sí, es evidente!" y continúa su clase.

223

Hay otra historia de un profesor que se encuentra a un alumno en el pasillo inmediatamente después de acabadá la clase y éste le dice "Profesor, no he entendido bien la demostración que hizo Usted del Teorema 2. ¿Me lo puede volver a explicar?" El profesor se quedo un rato como en trance y de repente volviendo a la tierra le dijo: "Sí, luego así queda demostrado." "Pero, cómo se demuestra?" El profesor volvió a quedarse en trance, y después de unos minutos dijo: "... luego la demostración es correcta". "Seguro –dijo el alumno– pero aún no me ha dicho Usted cuál es la demostración." "Bueno, te lo demostraré por otro procedimiento", dijo el profesor y volvió a su estado de trance, del que salió diciendo "que igualmente lo demuestra". El pobre alumno se le quedó mirando más asombrado todavía que las otras dos veces. "Mira, te he hecho ya tres demostraciones, si ninguna de ella la entiendes, creo que no hay nada que hacer", y se fue.

225

Cuando yo estaba haciendo el doctorado en Princeton, corría por allí la siguiente explicación del significado de la palabra "evidente" según quien fuera el profesor del departamento de matemáticas que la utilizara. (En vez de los nombres, usaré letras). Cuando el profesor A dice que algo es evidente, quiere decir que si tevas a casa y te quedas dándole vueltas dos semanas, al final verás que es verdad.

Cuando el profesor L dice que algo es evidente, quiere decir que te vas a tu casa, te lo piensas el resto de la vida y *a lo menor* un día lo ves.

Cuando el profesor C dice que algo es evi
piensas el resto de la vida y a *lo mejor* un día lo ves.

Cuando el profesor C dice que algo es evidente quiere decir que toda la clase lo sabía ya desde hacía dos semanas.

Cuando el profesor F dice que algo es evidente quiere decirse que probablemente sea falso.

* * *

Hemos recibido una colaboración de un alumno de 5º en donde nos hace ver un pequeño error que cometimos en el enunciado del "puzzke" gödeliano: n es asociado a m cuando Pn afirma que m es extraordinario, y no al revés como aparece allí. Dejamos pues planteado el problema hasta el número que viene.

RESOLUCION DEL "JARDIN DE GEORGE B"

Para simplificar notaciones haremos azul = 1, rojo = 0.

La condición C_1, la podemos interpretar como "no hay dos flores iguales", la C_2, en cambio nos da una especie de operación binaria*, de tabla (en un día d cualquiera).

A	B	A*B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Supondré (abusando un poco de la letra del problema; de otro modo, no creo que salga) que puedo considerar A*A, que llamaré $\sim$ A y que resultará

A	$\sim$ A
0	1
1	0

(en un día d cualquiera)

Si ahora defino A o B t. q. A o B = $(A*B)*(\sim A*\sim B)$ el lector puede verificar que la tabla de A o B resulta

A	B	A o B
0	0	0
0	1	1
1	1	0

Es inmediato verificar (AoB) o C = A o (BoC) (¡Tener en cuenta que C_1, nos asegura la unicidad de una flor dando el color que toma cada día!)

Además, AoA = O donde O es la flor que siempre es O (para cualquier flor A) y AoO = A.

Luego, si J es el cjto. de las flores del jardín (J, o) es un grupo de neutro O y opuesto A para toda flor A. Esto último nos dice que cada elemento tiene orden 2 y por lo tanto el orden del grupo es una potencia de 2. Teniendo en cuenta C_3 se deduce que hay 256 flores en el jardín.

Observación

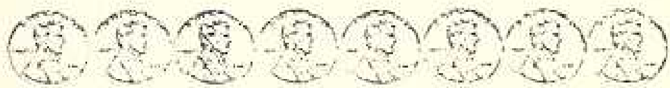
El problema sale más corto, percatándose de que (J,*) es un álgebra de Boole finita (de ahí su nombre) y por tanto su cardinal debe ser una potencia de 2, pero en ese caso la solución no es tan "elemental".

F. C.

PROBLEMAS PROPUESTOS:

Las monedas tienenvarias propiedades sencillas que pueden emplearse en la matemática recreativa: se apilan fácilmente, pueden usarse como fichas, pueden servir de símbolos de puntos en el plano, son circulares y tienen dos superficies diferenciales. He aquí una colección de entretenidos pasatiempos con monedas, que no requieren el empleo de más de 10 piezas. Son lo suficientemente triviales como para poder practicarlos en el bar o en la mesa después de cenar, pero algunos de ellos llevan a nociones matemáticas que están muy lejos de ser banales.

Uno de los juegos con monedas más antiguos y mejores consiste en colocar en fila ocho piezas sobre la mesa [ver figura] y tratar de agruparlas, en cuatro movimientos, en cuatro montones de dos monedas cada uno. Hay una condición: en cada movimiento la moneda debe "saltar" exactamente sobre otras dos (en cualquier dirección) y aterrizar sobre la siguiente aún no doblada. El salto puede hacerse sobre dos monedas sencillas o sobre una pareja apilada. El mínimo número de monedas que pueden agruparse por parejas de esta manera es ocho.



El lector encontrará que la resolución del problema es una tarea fácil y agradable; pero la parte divertida viene después. Supongamos que se añaden dos monedas más para formar una fila de 10. ¿Pueden emparejarse estas 10 en cinco movimientos? Muchas personas, después de resolver el problema con ocho, abandonarán desesperadas cuando se enfrenten con el problema de 10 y se negarán a seguir pensando. Pero lo cierto es que puede resolverse al instante si uno cae en la cuenta de un detalle. En efecto, como se explicará en la sección de respuestas, la solución para ocho hace trivial la generalización de la solución a cualquier fila de $2n$ monedas ($n > 3$) que hayan de ser emparejadas en n movimientos.

AL PROPER NÚMERO:

—Más sobre encuestas
—Comversa amb Bourbaki
—*Otro* curso singular
—Sebastià Serrano parla sobre la carrera
—¿Cómo enseño lo que he aprendido?
—Un profesor de la facultad demuestra el teorema de Fermat
—I molt més...