

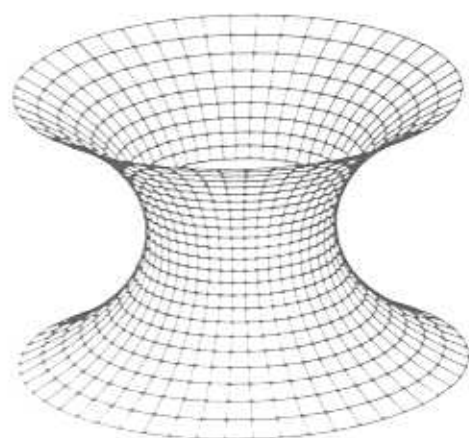
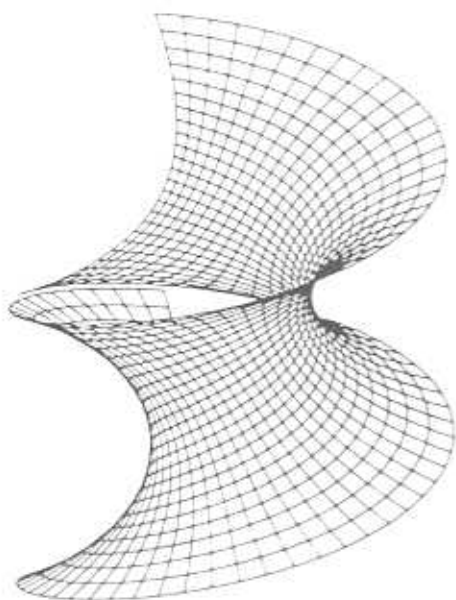
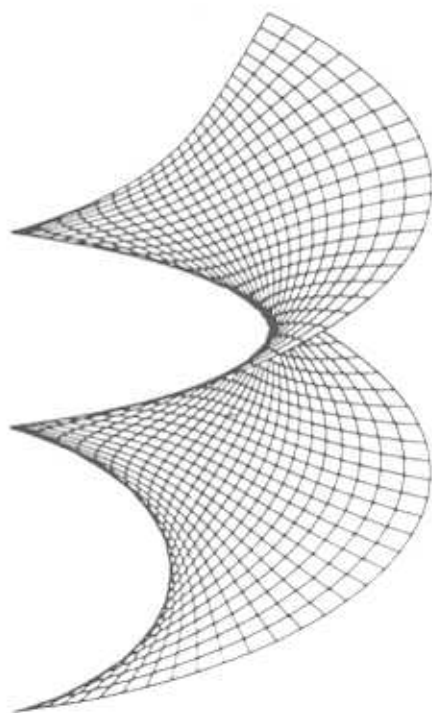
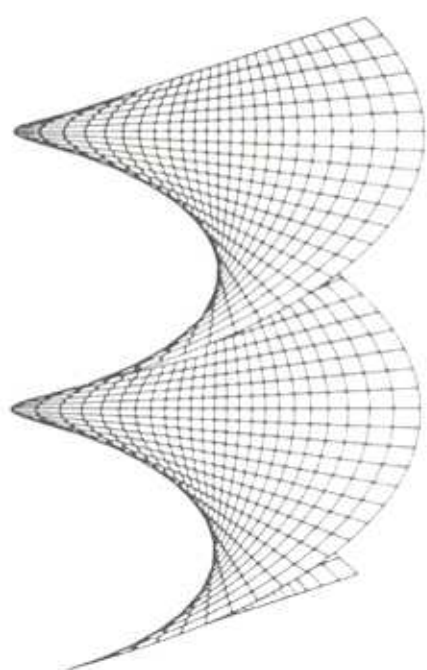


# ALEPH

REVISTA DELS ESTUDIANTS DE MATEMÀTIQUES

Número 13

Desembre - 1987



DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES

TRANSFORMACIO ISOMETRICA DEL HELICOIDE EN LA CATENOIDE

## Editorial

Potser et sembla que tens a les teves mans un exemplar de la Revista Aleph (número 13, a més a més). Estàs completament convençut que has fet el negoci del mes, que has adquirit una joia a la qual només pot accedir un públic molt seleccionat... Doncs no, amic meu!, els sentits t'enganyen. Sempre se t'ha dit que la teva consciència et pot fer males jugades. I aquí t'ho ha fet de debò. Què et creies, que la Redacció de la Revista Aleph es dedica a aquestes minúcies? No senyor. Observa amb atenció (deixa de doblegar la cantonada de la contraportada). Fixa't en el que tens a les teves mans (seu bé, home!). Ja ho has vist? En efecte; ets un aprenedor ràpid. Brillant. Així que ja saps que el que tens a les teves mans és un petit bocí de vida? Hàbil, molt hàbil. Sí, certament, es tracta d'un bocinet de vida. I de qui? Pensa-hi més (vols parar de moure't?). Sí, tens raó: dels redactors de la Revista Aleph! Això són el seu temps, les seves paraules, les seves inquietuts, les seves il·lusions, les NOSTRES il·lusions! Tu ho has dit, les nostres il·lusions, les teves i les meves. Les teves? Que potser no hi són les teves? Igual les hem perdut. Busca, home, busca. Què, les trobes? Si no és així, amic meu... per què? Tu sabràs; AIXO NOMES DEPEN DE TU!!!

### EQUIP ALEPH

L'equip que enguany s'ha fet càrrec de la redacció d'aquesta revista considera que cal emprendre una tasca de difusió i popularització de la mateixa entre els estudiants de la Facultat per tal d'aconseguir una més gran col·laboració per part de tots els integrants d'aquesta institució. Amb aquesta intenció es va decidir per unanimitat en una assemblea de la redacció de l'Aleph prendre una sèrie de mesures encaminades a cercar una major participació dels membres més emprenedors del personal estudiantil (això, però, no significa que els menys disposats i els més apàtics hi siguin exclosos), la primera de les quals ja es duu a la pràctica en aquest número: l'adjunció d'un regal, més o menys relacionat amb les diferents tasques dutes a terme en aquesta Facultat, en cadascun dels números de la revista que seran editats en aquest any acadèmic. Esperant que aquesta intenció sigui ben acceptada (i no mal interpretada) i que aconsegueixi el seu propòsit, us deixem que continueu amb la lectura de l'exemplar que teniu entre mans.

La revista ALEPH no reconeix cap altra limitació al dret d'expressió que la que marca el respecte degut a les persones. Això no vol dir que la redacció comparteixi totes les opinions que s'hi recullen.

La reproducció total o parcial dels articles que s'hi inclouen és permesa. Us agraiem que en citeu la procedència i els autors, si s'escau.

Agraïm el suport econòmic a les entitats i comerços següents:

Compactificacions Alexandroff.

Russell, Gödel and the mother who delivered them, ltd.

Societat Protectora de Funcions Contínues (SPFC).

## Index

Editorial	1
Vida i fets de la famosa assignatura de Càlcul	2
Conte matemàtic	5
Forjadors de la Matemàtica moderna	8
Enquesta: el primer cicle (cara)	10
Go	14
Jocs i divertiments matemàtics	18
Lògica	20
Jocs de tauler	25

Portada: L'helicoide i la catenoide són les úniques superfícies mínimes (de curvatura 0) reglada i de revolució respectivament, tret del pla.



## Vida i fets de la famosa assignatura de Càlcul.

O crítica exhaustiva i demolidora a l'assignatura de Càlcul de primer en tres actes. Conclusió? Tot l'article n'és un cúmul de conclusions entorn a l'assignatura en qüestió. Epíleg? Qui gosa afirmar que aquest tema queda exhaurit? Per raons òbvies, aquest article suposa només una n-éssima part elevat a n de tot el que s'ha dit, es diu i es dirà (esperem).

### ACTE PRIMER:

#### QUIN SENTIT TÉ RESOLDRE PROBLEMES QUE NO THAS PROPOSAT?

El càlcul numèric és apassionant. És tocar amb les mans allò que només havíem imaginat. És acostar-se a les Matemàtiques per un altre cantó. Alguns en diuen cantó pràctic. Jo prefereixo dir-ne de treballs manuals, perquè els treballs manuals poden ser preciosos, però a cops gens pràctics.

Un candidat a aprenent de matemàtic entra a la Facultat sense saber pràcticament res de matemàtiques. Tot el que ha après ho sap sense rigor i a trossos, i durant el primer curs cal donar-li ràpidament uns coneixements bàsics per a poder treballar.

Per això hi són l'Anàlisi I i la Geometria I. Però... i el Càlcul Numèric? Què hi fa aquí? Res de bo, és clar. Examinem el temari bàsic:

1. Tema Introductor. El candidat a aprenent de matemàtic assisteix -en el seu segon dia a la Facultat- a la brillant resolució d'una equació diferencial. L'únic que recordo que em servís per alguna cosa pel curs va ser la regla de Horner. La resta només em va desorientar.

2. Errors. S'introdueix la fórmula general de propagació de l'error, fent servir anàlisi de funcions de varies variables!!! Un cop acceptada la fórmula en qüestió en acte de fe, la resta del tema és força fàcil, llevat de l'anàlisi de l'error enrera -que d'altra banda no es fa servir a problemes fins al tema d'Àlgebra Lineal.

3. Sèries. Aquest tema realment cal fer-lo a primer, però després d'haver estudiat sèries a Anàlisi.

4. Fortran. És una bona idea. Podríem aprendre Pascal o algun altre llenguatge més útil que el Fortran. En qualsevol cas, els de primer haurien de poder compilar i executar en pantalla com ho fa la resta de la gent.

5. Àlgebra Lineal. Aquest tema també s'ha de fer. Com en el cas del tema 3, s'hauria de veure després de resoldre sistemes lineals a Geometria.

6. Aproximació de funcions i interpolació. Crec que depassa el nivell exigible a primer. Els alumnes es limiten a memoritzar les quatre o cinc receptes necessàries per resoldre els problemes corresponents. Cas de fer-lo, s'hauria de veure després d'estudiar normes a Geometria i/o Anàlisi.

7. Equacions no lineals. Sobra la part de resolució de sistemes no lineals.

8. Diferències finites i integració numèrica. El mateix comentari que sobre el tema 6.

Els únics temes realment interessants per a un alumne de primer són 'Sèries' i 'Àlgebra Lineal', que es podrien veure a Anàlisi i Geometria -fent unes hores més d'aquestes assignatures, per suposat. La teoria bàsica d'errors necessària per fer-los es podria introduir a Anàlisi. En qualsevol cas, aquests temes no són imprescindibles.

Pero, si treguessim el Càlcul... Què fer amb les cinc hores setmanals que quedarien lliures? Fer Física, com fan a l'Autònoma, fóra igual d'absurd. L'opinió més extesa entre l'alumnat (almenys pel que tinc notícia) és que a primer només s'ha de fer Àlgebra/Geometria i Anàlisi. Es podrien doncs ampliar els temaris d'aquestes assignatures (sobretot d'Anàlisi I, que és massa fàcil). Personalment, crec que el més assenyat fóra dedicar aquestes hores a la informàtica. La informàtica és important per si mateixa (cosa la qual no s'acostuma a veure clar), té moltes aplicacions a la matemàtica i ajuda a aprendre a pensar de manera estructurada.

El Càlcul Numèric s'hauria de traslladar a cursos més avançats, quan ja s'hagi vist la importància del que ens ensenyen a calcular. A primer, quin sentit té resoldre problemes que no t'has proposat?

OLIVIA NUÑEZ  
2<sup>da</sup> curs



ACTE SEGON:  
QUO VADIS?

Qui no ha sentit parlar mai d'una assignatura en aquesta casa que pretén introduir un recull de mètodes pràctics per a resoldre problemes numèrics d'interés indubitable? Fantàstica, extàtica, meravellosa matèria que anima l'esperit a cercar els seus misteris.

Sí, és ella, però...

Introduir? Hem dit introduir? Sí, hem dit això mateix. No obstant, sembla ser que un introduïdor, per definició, hauria d'aplicar-se amb més serietat. Què és una introducció? Llegim al diccionari de la G.E.C.: **Introduir: iniciar, instruir.**

Amics meus, iniciar! Si és que quan un copsa aquest inici, queda acabat! Instruir? Destruit, queda qualsevol intent d'abastar allò que hem pogut agafar amb les puntes dels dits i que poc a poc rellisca inexorablement, escapant-se, esvaïnt-se. S'inicia amb una lluminositat que inspira certa confiança, i als deu minuts comença a difuminar-se l'enteniment, barrejar-se les idees i enfosquir-se la consciència. Perduts, comencen els màrtirs a cercar dreces que els salvin d'aquesta selva intempestiva. Inútil! Els exemples "senzills" comencen a practicar tècniques d'opressió faringeal que culminen amb un ofegament brutal.

Prou!

Qui sou vosaltres, exemples!? Ens heu perdut per sempre. Ens deslligieu de la trama argumental de tot un curs. On és la visió, on l'objectiu? On paren les tècniques sàvies? On para la imaginació? Curs de tortura, on s'aprenen uns "coneixements útils per a tota la vida". En efecte, sempre estareu atents de fer un acudit sobre el mètode QR, o de riure per una aplicació insospitada de la interpolació de Richardson.

Dues qüestions ens porten al fons del problema: Per què serveix el tema d'introducció de Càlcul de primer? I, quin a és la proporció de coneixements que realment introdueix?

No dubtem que hi ha bona intenció en l'exposició d'un tema introductor (intenció que té un alè de poca creativitat). Ara be, s'assoleix l'objectiu que té? Quin és l'objectiu? Si és centrar l'alumne en la matèria, podem asseverar amb seguretat que l'èxit d'aquesta tasca és nul. No coneixem cap individu que n'hagi tret ni un gram de coneixement d'aquest tema. És més, l'alumne queda prou descentrat com per a que el terrabastall duri un temps suficient com per a esdevenir irrecuperable. Esdevé temps perdut amb vici i.e.: genera igualment pèrdua de temps.

Si, per altra banda, l'objectiu és donar una sèrie d'exemples "per se", sense cap intenció de ser ja un estudi seriós de l'assignatura, creiem que s'hauria d'indicar amb major seny. L'alumne es troba amb una sèrie de resultats prou llarga com per sospitar que allí hi ha alguna cosa "que m'he d'aprendre i entendre exhaustivament", però prou curta com per a poder ser considerada "a ull" com a poc important. D'aquest embolic surt un garbuix del qual pocs se'n surten. Realment, la lluita contra aquest tema introductor per part de l'alumne és a sang i fetge. Quans no han perdut el curs per haver perdut una batalla? Evitem aquesta batalla, puix no som encara prou hàbils.

Per això, desde aquí volem clamar una supressió radical o un canvi d'orientació del tema introductor del Càlcul de primer. Les ànimes que anualment es perden per ell són inexorablement irrecuperables.

Tot això no és sinó un estudi local dels problemes de l'assignatura. No obstant, indiquem que el problema en si no és ja local sinó global.

DIMAS CABRÉ  
2<sup>on</sup> curs

ACTE TERCER:  
EL CALCUL NUMERIC DE PRIMER, A PRIMER.

Quins haurien de ser els objectius d'una assignatura de primer curs de carrera?

El primer objectiu és, sense dubte, oferir a l'alumne tota una sèrie de conceptes i alguns resultats que necessita urgentment per a poder iniciar els seus estudis de matemàtiques.

Considero doncs que, donada la urgència d'aquest propòsit, qualsevol assignatura que no l'observi (com el Càlcul Numèric de primer) ha de ser qualificada de "pèrdua de temps".

Un altre objectiu que les assignatures de primer han de perseguir és informar els alumnes de què és el que han d'esperar treure de la Facultat de Matemàtiques (a part del títol).



La Facultat de Matemàtiques no proveirà a l'alumne d'un conjunt de fórmules i receptes de gran aplicació pràctica, sinó un conjunt de coneixements coherent i ben estructurat. Per tant, qualsevol assignatura que, com el Càlcul, doni la idea de que la Facultat s'ofereixen resultats gratuïts, amb una fonamentació teòrica fluixíssima o inexistent, té dret a ésser anomenada "enganyifa".

Una altra de les coses que l'alumne hauria de poder copsar a primer de carrera és el que la Facultat espera d'ell: una ment àgil, claretat i precisió en l'expressió, potser simplement moltes hores d'estudi. Mai l'habilitat, excepcional fins i tot en un comptable, de realitzar més de cent cinquanta operacions aritmètiques per a resoldre un problema d'examen. Qualsevol assignatura que enganyi l'alumne en aquest aspecte (com el Càlcul Numèric) ha d'ésser tildada de "presa de pèl".

Potser un dels objectius més clars i alhora més difícils de definir del primer curs és ensenyar a pensar com un matemàtic, convèncer l'alumne de que un matemàtic no és "una persona que treballa amb números", sinó alguna altra cosa que no sóc capaç de determinar, però que tots tenim més o menys clara ara mateix. En aquest sentit, continuar amb la línia d'estudi de les Matemàtiques que es porta al Batxillerat, de veure les coses a trocets i a base d'exemples és essencialment dolent, i qualsevol assignatura que ho faci (com el Càlcul) pot ésser anomenada "desorientadora".

Tenim doncs aquí una assignatura que és una "pèrdua de temps", una "enganyifa", una "presa de pèl" i, sobretot, "desorientadora". A més a més, és gairebé l'única assignatura de la carrera la funció de la qual es critica constantment i a fons. Perquè? Perquè no es critiquen de la mateixa manera les assignatures de Física i Estadística de tercer, igualment molestes per molts alumnes? La raó és prou simple: els alumnes de tercer curs ja saben a quin joc estan jugant, en coneixen les regles i estan preparats per a veure "resultats". La urgència de l'aprenentatge dels conceptes bàsics ha desaparegut i, en definitiva, poden començar a veure "matemàtiques" i no només capítols d'introducció a aquestes.

Una altra pregunta sorgeix immediatament: perquè es fa el Càlcul de primer a primer? Gairebé tots els alumnes i bona part dels professors, fins i tot entre els que imparteixen l'assignatura, estan d'acord en que el primer curs no és l'adequat per a cursar una assignatura d'aquestes característiques. Donat aquest acord gairebé universal, com és que el Càlcul se segueix donant a primer, després de tants anys de crítiques? És potser perquè una assignatura a primer curs posa més places / llocs de treball a disposició del Departament que la imparteix que una de segon o tercer? O, al contrari, és perquè cap altre Departament està disposat a que li traslladin ni un bocí d'assignatura d'un curs on els alumnes se n'enteren a un curs de nens de primer? Tant difícil és introduir algun canvi en els plans d'estudi? Tant difícil és posar-se d'acord? Reitero la meua pregunta: Perquè, després de tants anys, encara s'imparteix el Càlcul Numèric a primer?

*JORDI SALVAT*  
4<sup>th</sup> curs

---

ENCARA NECESSITEU RECOBRIMENTS OBERTS INFINITS PER ALS  
VOSTRES ESPAIS TOPOLOGICS ?

ESTALVIEU-VOS LA FEINA ! ACUDIU A

## COMPACTIFICACIONS ALEXANDROFF

RESISTENTS A TOTA MENA D'HOMOMORFISMES

COMPACTIFIQUEM A DOMICILI

RESULTATS GUARANTITS EN ESPAIS LOCALMENT COMPACTES

INFORMEU-VOS A: C/ HAUSDORFF, 37

T: 2

---

UN CONTE AMB SEXE I VIOLENCIA MATEMATIC:

El derivador de la nit.

Era el dia de Sant Albert, i la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Mastronat (el Noseonés) celebrava el seu patró. Alumnes i professors havien montat una mena de fira (matemàtica, és clar), que s'havia omplert de visitants.

- "Passeu! Passeu i veieu al Dr. Capquadrat resoldre una equació diferencial amb una mà lligada a l'esquena! També podeu veure un grup d'estudiants representant un espai vectorial, problemes senzills de Càlcul Numèric, i d'altres rares meravelles!".

Així van cridar els porters de la fira tot el dia. Van venir molts visitants, i tot va anar bé (l'únic problema: algú va manipular un dels cotxes aparcats per tal que l'agulla que hauria de marcar el nivell de gasolina n'assenyalés el consum per hora). L'endemà, però, no fou tan tranquil: una de les finestres del Departament de Funcions Contínues estava trencada. Professors i bidells van fer una inspecció, i tot semblava en ordre. Però no era així. El professor Arnús portava cinc minuts en un terminal d'ordinador del Departament quan va fer un crit:

- "Sabotatge! Algú ha tocat l'ordinador i m'ha desfet la funció amb la que treballava!".

Uns quants professors, amb el Dr. Pàsqües, cap del Departament, al davant, van acudir:

- "M'han desfet la funció!".

- "Segur?", va dir el Dr. Pàsqües.

- "Sí!".

- "Cap estudiant no faria una cosa així".

- "El cas és que algú ho ha fet!".

- "Què hi han fet?".

- "És...és una altra funció, ara! Un moment: sembla com si algú l'hagués derivada! Derivada? Això no té cap ni peus!".

- "Doncs sí, sembla que sí".

Els professors es van quedar de pedra. Ningú no va parlar fins que ho va fer la secretària del Departament:

- "Potser hauriem d'avisar el Degà..."

- "No! Això és un atac a la nostra moral. És un cop allà on fa més mal! Cal avisar la Policia".

La secretària va trucar a la Policia. Al cap d'una hora i mitja després de l'avis van arribar dos homes en un cotxe sense distintius. Mentrestant, el rumor de l'assalt al Departament de Funcions Contínues s'escampà per la Facultat.

Els policies van ser rebuts pel Dr. Pàsqües i el professor Arnús.

- "Bon dia,-va dir el que portava la veu cantant-; soc l'inspector Callosa, i aquest és el meu ajudant, el sergent Vacas".

El Dr. Pàsqües i el professor Arnús es van presentar mentre entraven al Departament, i els van explicar els fets mentre visitaven l'escenari del crim. L'inspector va dir que no li semblava que l'atac hagués estat gaire greu, i va obligar el Dr. Pàsqües a explicar-li el seu problema fil per randa:

L'any abans, els professors del Departament havien creat tota una nova família de funcions; eren funcions d'expressió increïblement llarga i complicada, que només podien ser tractades amb ordinador. Eren tan llargues i estranyes que fins i tot al copiar-les en paper tard o d'hora s'acabava fent alguna errada que arruinava el resultat. Per a evitar això, les funcions estaven enregistrades en discs fixos. No es podien guardar els discs? No, no es podien treure de l'aparell lector, un *Valvuline* model 1975, de noucents kilos de pes, que "no es podia montar i desmontar tots els dies".

- "I no podrien integrar la funció, si només l'han derivada?", va dir l'inspector.

- "No", va dir el Dr. Pàsqües. Eren unes funcions tan enrevesades i tant diferents, que només sabien com integrar-ne algunes parts. L'inspector digué que ja en tenia prou i que marxava. Però afegí:

- "Bé, heu perdut una funció, però no sembla que això sigui tan greu..."

El Dr. Pàsqües el va corregir:

- "Sí que ho és! Veureu, esperem que amb aquestes funcions podrem resoldre el problema de Nopalvesrés..."



- "Què ??"

- "Un nou problema matemàtic. Esperem resoldre'l amb alguna d'aquestes funcions, però no podem si ens les deriven!".

- "No podeu tornar a generar les funcions ?"

- "Sí però posar a punt el programa i executar-lo de nou consumiria el temps que tenim assignat d'ordinador durant tres anys!".

- "Ja. Bé, ara hem de marxar, dr. Investigarem el cas, però em sembla que ha estat algun brètol que va venir a la fira, i no tornarà més. Estigueu tranquil".

Els policies se n'anaren. A l'aparcament es van trobar un estudiant una mica baix i gros, brut i mal afaitat que fumava una mena de cigarreta. Això va causar un acte reflex del sergent Vacas, que es llençà damunt l'estudiant.

- "Tu, què fumes! No et moguis, que sóc de la Policia".

Mentre el tenia a terra, li va examinar la cigarreta: era una *Ideales*, mig desfeta. El va deixar anar, va plegar el rellotge que li havia caigut, i se'n va anar amb l'inspector. Ja de camí, va veure que el rellotge digital només marcava el nombre 1, i li ho va dir a l'inspector.

- "I a mi què em contes ? Que un brètol assalti un ordinador m'interessa; però que un rellotge barat s'espatlli, no!", va respondre aquest.

A l'hora de dinar, el Pere va assabentar-se de l'assalt, i de què algun estudiant havia batejat el responsable com el **derivador de la nit**. El Pere era un estudiant de cinquè (de segon de cinquè, solia dir ell), especialitzat en Fonaments de la Matemàtica, però que preparava la seva tesina amb una d'aquelles funcions del Departament de Funcions Contínues. Es va esfereir en conèixer la notícia, però de seguit va saber que la funció derivada no era la seva. "Quina sort!", va pensar. Considerava que la seva era una funció diferent de les altres, més senzilla i elegant, fins i tot fascinant. Ja tranquil, va continuar la seva feina com tothom a la Facultat.

Al dia següent, una altra funció havia estat derivada. El Degà estava emprenyat, el Dr. Pàsques furios. La Policia va dir que no hi podien fer res, que tenien massa feina per a poder enviar vigilants al recinte. El Dr. Pàsques va encomanar al professor Arnús que llogués vigilants per a la següent nit. El Pere s'oferí voluntari: la seva funció no havia estat la darrera víctima, però podia ser la següent.

Així va passar el dia, es va fer de nit, i el professor Arnús va repartir els vigilants pel recinte. Tots semblaven prou competents, menys un de brut i mal afaitat que feia ferum d'*Ideales*. La nit va començar bé, fins que es va sentir un rebombori de crits i trastos que queien.

- "És per aquí! El derivador de la nit volta per aquí!".

Tots els vigilants van acudir, però no van trobar el temut derivador. A la sala, un terminal de l'ordinador estava engegat, i una altra funció era a la pantalla, part d'ella derivada i tornada al disc en lloc de l'original. El Pere veié, alleujat, que no era la seva. Els vigilants estaven desconcertats. Un d'ells havia vist l'ombra del **derivador de la nit**, però aquest s'havia escapat. Només el dia després, en acomiadar-los, se n'adonaria el professor Arnús, de que havia llogat quinze vigilants i ara només n'eren catorze; però no podia recordar qui era el que faltava. De fet, cap dels altres vigilants no l'havia vist.

En saber això, el Dr. Pàsques va pensar primer en fer un sondeig sísmic amb el cap del prof. Arnús. Però hi havien coses més urgents per fer. Calia avisar urgentement al Dr. Klaskes, de l'*Institute for the Advance of Integration*, del Estats Units, per a veure si podia integrar la part derivada de la darrera funció víctima. Mentrestant, la Universitat secera parlava del **derivador de la nit**. Fins i tot alguna emissora de ràdio local l'anomenava a les notícies, i els comentaris dels estudiants omplien les parets de les comunes. El Pere se'n va tornar a casa, a dormir: aquella nit ja no hi faria falta. Per a evitar un nou atac, el Dr. Pàsques i una colla de professors i estudiants farien guàrdia. Com que a la sala de terminals no hi cabien, el Dr. Pàsques va decidir que, enlloc de fer la guàrdia dins, envoltarien tot l'edifici per fora.

Ja de nit, el Pere es va despertar, després de dormir tot el dia. Va baixar al carrer, a treure una caixa de cerveses buides del seu dos cavalls. Però al fer-ho, va veure una cosa estranya: l'indicador de velocitats ja no era tal, ara hi posava 2.500 ... 25.000 km/h<sup>2</sup>. - "L'acceleració del cotxe, que és... la derivada de la velocitat respecte el temps...!!" - i s'en va adornar d'una olor de *Ideales*, que li va gelar la sang. Va sortir corrents en el cotxe cap a la Facultat. Pel camí va fer memòria d'on l'havia aparcat la nit abans; en un descampat, darrera el Dep. de Funcions Contínues, on només hi havia la sortida d'una claveguera... i la finestra de la Sala Prohibida! (Era una sala que el Rectorat havia pres al Dep. de Funcions Contínues per a allotjar-hi el *Consell d'Interrelacions*



*Socioeducatives*, que es reunia un cop a l'any, quedant deserta la resta de l'any.)

El Pere va arribar al descampat. Va haver d'esquivar als vigilants que dormien, i per fi trobà la finestra de la Sala Prohibida. Estava oberta. Hi va entrar, i va anar seguint una olor d'*Ideales*, que el duqué a la sala de terminals. Allí es va trobar el **derivador de la nit**. Aquest no es va inmutar, i el va saludar.

-Hola! Ja acabava. He carregat una funció, l'he derivada sencera i ara només em cal fer INTRO per tal que la derivada torni al disc en lloc de l'original. Si et plau, no t'apropis més.

El Pere va reconèixer la funció pel seu codi d'identificació, dalt de la pantalla. Era la seva! I aquell boig l'havia derivada. No li podia saltar a sobre, perquè el **derivador de la nit** faria abans INTRO i la seva funció li desapareixeria. De moment, calia guanyar temps.

-Abans de veure't actuar m'agradaria saber qui ets. Només sé que et diuen el **derivador de la nit**.

-Un bon nom, sí senyor. Jo mateix me'l vaig posar.

-Per què vols derivar aquestes funcions?

Calia que el Pere pensés una solució, i ràpid.

-Per a venjar-me d'ells. Dels professors, és clar.

-Venjar-te, per què?

-Jo també he estat un estudiant de la casa. Un dia, mentre feia primer, em va sobrevenir la Il·luminació: la DERIVACIÓ és l'acte fonamental de tota la Matemàtica, l'acte sagramental que ens acosta a la Funció Primigènia. Però ningú no m'escoltà. Ni els professors, que tenien coneixements per a entendre'm, però que em suspenien perquè tot el que feia era derivar, derivar... Així durant sis anys, en els que vaig estar fent primer, fins que em van fer fora, tot i que era el millor derivador de la Facultat. Però ara he tornat i veuran com la derivació acaba amb ells abans de que ells no acabin amb la derivació!

El **derivador de la nit** va parar per a respirar i el Pere decidí provar la idea que se li havia acudit.

-"Rucades! De fet no crec ni que existeixis!".

-"No?".

-"No. És a dir: si jo no estic equivocat, tu no existeixes."

-"És veritat, ja que penses com penses. Si no estàs equivocat, jo no existeixo."

-"Com que és veritat, no estic equivocat; i és veritat que si jo no estic equivocat tu no existeixes. Per tant, tu no existeixes!".

-"És trivial!", va dir el **derivador de la nit**. I va desaparèixer. S'ho havia cregut, i havia deixat d'existir, sense fer INTRO. La funció d'en Pere ja no corria perill, ni tampoc en corria cap més.

En aquell moment es va trencar una finestra, i van entrar dos vigilants. Havien vist en Pere amb el **derivador de la nit**, i havien donat l'alarma. També va entrar el Dr. Pàsques per la porta, i més gent. En Pere els digué que el **derivador de la nit** ja no existia. Li van preguntar com s'ho havia fet, però després que el Pere ho expliqués i un altre estudiant desaparegués no van voler parlar-ne més.

Així es va acabar la terrible història del **derivador de la nit**. Els professors del Departament de Funcions Continues van continuar amb les seves investigacions, fins que en Pere va completar la seva tesina, on es demostrava que era impossible resoldre el problema de Nopalvesrés amb aquelles funcions. Així, per a deixar memòria lliure, van ésser totes eliminades dels discs. I la Facultat va seguir el seu ritme quotidià...

FI

EL BATXILLER JAUME AMOROS.

VEI D'ASPA

2<sup>da</sup> curs



## FORJADORS DE LA MATEMATICA MODERNA

### Giuseppe Peano.

El 27 de Agosto de 1858, en una granja cercana a Cuneo (pueblo a medio camino entre Turín y Mónaco) llamada "Tetto Galant", nació Giuseppe Peano, hijo de Bartolomeo y Rosa Cavallo Peano.

Su primera experiencia escolar la recibe en el colegio de la villa cercana de Spineta. Cuentan que cada día, como cada alumno, él y sus hermanos acudían a la misma con un pedazo de madera para la estufa de la escuela.

El tío de Giuseppe, Michelle Cavallo, observó la facilidad que tenía para los estudios y le ofreció la posibilidad de completarlos en Turín.

Después de obtener el "Licenza liceale", consiguió una beca que le permitió ingresar el 2 de Octubre de 1876 en la universidad, con la intención inicial de estudiar ingeniería.

En el registro de la universidad se conservan algunos de los resultados que obtuvo Giuseppe en sus primeros años:

1 <sup>er</sup> año:	Química	8/9
	Algebra y Geometría Analítica	9/9
	Geometría Proyectiva	9/9
	Diseño	?
2 <sup>o</sup> año:	Cálculo	9/9
	Geometría Descriptiva	9/9
	Física	9/9
	Geología y Mineralogía	?
	Diseño	?

Al tercer año, en contra de su intención original, escogió matemáticas en lugar de ingeniería, siendo el único alumno de este curso, el cual constaba de tres asignaturas: Mecánica Racional, Análisis Superior y Geometría Superior.

Los resultados de este año no constan en el registro de la universidad.

Acabó el cuarto y último curso de su licenciatura el 29 de Septiembre de 1880 con la calificación de "Pieni voti assoluti" (Matrícula de honor "cum laude"), obteniendo así el título de "Dottore in Matematica".

A continuación trabajó como profesor ayudante de Enrico D'Ovidio; un año después se hizo profesor asistente de Angelo Genocchi. Más tarde, Genocchi enfermó y fue sustituido por Peano. Entonces fue cuando Peano descubrió, al mismo tiempo que Schwartz, un error en la definición de Serret de área de una superficie curvada, la cual corrigió de inmediato.

En 1884 publicó "Calcolo differenziale e principi di calcolo integrale" inspirado en las clases de Genocchi, donde expuso una serie de descubrimientos que le dieron cierta fama. Halló una expresión analítica de la función característica de la inclusión de  $\mathbb{Q}$  en  $\mathbb{R}$ , cosa que el mismo Frege creyó imposible. Dio una nueva definición de integral (la definición que se da en el primer curso de esta casa) como ínfimo y supremo de áreas, y probó que, cuando coincidían ambas, eran igual a la integral de Riemann (límite de áreas); Medvedev calificó este resultado como la liberación de la integral del concepto de límite. Mostró que el teorema del valor medio ( $f(x+h) - f(x) = hf'(x+\theta h)$ ) puede ser demostrado sin suponer la continuidad de la función derivada.

En 1889 publicó "Aritmetices principia, nova metodo exposita", donde se percibe el interés creciente de Peano por la Lógica Matemática (fue el primero en utilizar este término). En esta obra introduce gran parte de la notación que utilizamos actualmente en Teoría de Conjuntos y Lógica (se divulgó especialmente a causa de su utilización por Russell y Withehead en sus "Principia Mathematica"). Es importante hacer notar la distinción que hace Peano entre el concepto de ser miembro de una clase ( $\in$ ) y ser parte de una clase ( $\subset$ ), ya que es uno de los primeros matemáticos en reconocer tal diferencia. Se encuentra también en esta obra el desarrollo axiomático de los números naturales, el cual rompió radicalmente con la afirmación de Kronecker: "Dios creó los números naturales, el resto es una invención humana".

La axiomática de Peano consta de una serie de postulados que formalizan el concepto de

igualdad y los conocidos axiomas sobre el conjunto de los números naturales:

- 1.-  $1$  es un número natural.
- 2.- Todo número natural  $a$  tiene un sucesor  $a + 1$ .
- 3.-  $a$  es igual a  $b$  si  $a + 1$  es igual a  $b + 1$ .
- 4.-  $1$  no es un sucesor de ningún número natural.
- 5.- Si  $1 \in K$  y  $\forall x (x \in K \rightarrow (x+1) \in K) \rightarrow K = \mathbb{N}$ .

En 1890 Peano hizo un descubrimiento que le proporcionaría una gran fama: construyó una curva continua que llena todo el plano. La curva en cuestión se obtiene como límite uniforme de funciones continuas, lo cual implica la continuidad de la misma.

En este escrito se observa la innovadora idea de Peano de aplicar la lógica a la matemática. Peano observó que una demostración matemática no es sino una cadena de implicaciones, en contra de la usual aceptación de lo evidente expresada en palabras de Duhamel: "*La deduction se fait par le sentiment de l'évidence, que n'a besoin d'aucune règle et ne peut être supplée par aucune*" (la deducción se hace por un sentimiento de evidencia, que no necesita de ninguna regla ni se deja sustituir por ninguna).

Formuló también la axiomática de los espacios vectoriales, a los que él llamaba "sistemas lineales de entes" (vectores), que poseían la estructura de grupo y podían ser multiplicados por números reales cumpliendo la propiedad distributiva.

A lo largo de los años, Peano fue anotando sus descubrimientos creando un formulario de verdades matemáticas, que publicó en varias ocasiones a medida que aumentaba su volumen. La primera edición se hizo en 1895 y la última y mayor en 1908; esta última contenía cerca de 4200 fórmulas matemáticas y estaba escrita en una lengua que empezaba a absorber a Peano: el "Latino sine flexione". En aquella época no existía ninguna lengua comúnmente aceptada como vía de comunicación entre personas de diferentes procedencias (el papel que actualmente ocupa el inglés); Peano, influido por las ideas de Leibnitz, se embarcó en la difícil tarea de construir una lengua que cumpliera tal función; fue entonces cuando Peano fue desplazado por B. Russell en el papel que había tenido como máximo exponente de la Lógica Matemática.

En 1895 fue nombrado profesor ordinario en la Universidad de Turín, grado máximo del profesorado universitario. Pero empezó a sufrir cierta marginación, pues sus clases a menudo se desviaban excesivamente del programa; poco a poco fue perdiendo a sus alumnos.

En el Congreso de Matemáticos de París, Peano rechazó el problema planteado por Hilbert de hallar un sistema de axiomas para los números naturales que fuera consistente y completo, arguyendo que el ya había resuelto tal cuestión (30 años más tarde, el amigo Kurt demostró que toda axiomática que contenga los números naturales es incompleta, y que su consistencia, caso de haberla, es indemostrable dentro del mismo sistema).

A partir de 1900, su interés por el "Latino sine flexione" fue creciendo hasta publicar en 1915 un diccionario incluyendo más de 14000 términos.

En 1925 Francesca Tricomi fue nombrada profesora ordinaria de matemáticas complementarias y Peano consiguió llegar a un acuerdo para poder impartir esta asignatura.

El 19 de Abril de 1932, Peano dio su clase habitual. Por la noche cayó enfermo, para morir de un ataque cardíaco a la mañana siguiente. Su legado, sin embargo, no se fue con él aquella mañana. Basta que recordemos cada vez que escribimos uno de los símbolos  $\cap, \cup, \in, \supset, \subset, \forall, \exists$  o que dibujemos una curva que llene el plano, para ver la huella que dejó Peano tras de sí.

SEBASTIAN DEL BAÑO  
2<sup>on</sup> curs



## El primer cicle (cara i creu)

### PART 1. (CARA)

Aquesta enquesta va ser realitzada durant el mes de novembre de l'any 1987 sobre una mostra de 139 *alumnes* matriculats almenys d'una assignatura del primer cicle. No vam fer cap selecció prèvia de la mostra. El dia 10 de novembre vam distribuir per la Facultat 16 qüestionaris amb 25 columnes cada un (cada columna recull les respostes d'una persona) i el 27 de novembre ens havien arribat 8 d'aquests qüestionaris amb un total de 139 columnes omplertes, que són les que hem utilitzat per elaborar les dades que segueixen.

### 1.- DADES SOBRE ELS ALUMNES ENQUESTATS

A) Composició per cursos (es considera que un alumne pertany al curs més alt en que està matriculat).

1 <sup>er</sup> :	44.60 %
2 <sup>on</sup> :	31.65 %
3 <sup>er</sup> :	12.95 %
4 <sup>rt</sup> :	1.44 %
Sense classificar:	9.35 %

B) Composició de cada curs (1<sup>er</sup> a 3<sup>er</sup>)

Segons els cursos que porta cada alumne matricular a aquesta (comtant el present).

1 <sup>er</sup> :	1 curs	69.35 %
	2 cursos	29.03 %
	Sense clasificar	1.62%
2 <sup>on</sup> :	2 cursos	63.64 %
	3 cursos	31.82 %
	4 cursos	4.55 %
3 <sup>er</sup> :	2 cursos	11.11 %
	3 cursos	38.89 %
	4 cursos	22.22 %
	5 cursos	27.78 %

2.- EL PRIMER CICL: ( els tres primers anys de carrera) tenen la funció de donar una cultura general i d'ajudar-te a trobar què vols fer. **Creus que compleix aquest propòsit ?**

	1 <sup>er</sup> .	2 <sup>on</sup> .	3 <sup>er</sup> .	4 <sup>rt</sup> .	Sense classificar
SI	20.97%	25.00%	11.11%	0.00%	7.79%
NO	27.42%	25.00%	55.56%	100%	38.46%
Depèn de l'especialitat	4.84%	31.82%	22.22%	0.00%	7.69%
No és la seva funció	14.52%	15.91%	11.11%	0.00%	0.00%
Altres	9.68%	0.00%	11.11%	0.00%	15.38%
NS/NC	27.42%	4.55%	11.11%	0.00%	30.77%

La resposta amb menys acceptació a primer (*depèn de l'especialitat*) és la més votada a segon. A tercer i quart són majoritàries les respostes negatives. Com era d'esperar, dintre dels classificats per cursos els que menys contesten són els de primer, que són els que forçosament han d'estar més desconcertats en una pregunta com aquesta.

3. ES VA PRESENTAR ALS ENQUESTATS UNA LLISTA AMB TOTS ELS PROFESORS DEL PRIMER CICLE (bé, de tots no: com molts de vosaltres va notar, faltava el Dr. Curràs. Va ser un error nostre, pel qual demanem disculpes). Es tractava de puntuar-los de 0 a 10 en resposta a les preguntes :

Creus que sap ensenyar? Es fa entendre? Copsa l'interès dels alumnes? (Se suposa que cadascú puntuava només als que havia tingut). La classificació en ordre decreixent queda com segueix:

PROFESSOR	PROMIG	DESVIACIO TIPICA	Nº ENQUESTATS
1. Xambó	8.00	1.0377	13
2. Casas	7.67	1.5510	43
3. Welters	7.13	2.3684	16
4. Benseny	7.05	1.7984	76
4. Naranjo	7.05	1.5045	64
6. Utzet	7.00	0	1
7. Serrahima	6.94	1.3564	65
8. Bosch	6.63	1.8265	87
9. Cerdà	6.55	1.3284	5
10. Martínez	6.49	1.9198	39
11. Vaquer	6.47	2.4358	61
12. Carro	6.22	3.0212	53
13. Quim Font	6.21	2.2070	71
14. Sueiro	6.12	1.6250	26
15. Nualart	6.06	1.5519	17
16. C. Cascante	6.00	0.9504	31
17. Montes	5.94	1.4741	9
18. Elias	5.75	1.7381	24
19. C. Sánchez	5.73	1.9821	15
20. Deshalms	5.67	0.4714	3
21. Rosselló	5.65	2.0170	63
22. Barrabeig	5.64	1.3942	28
23. Ralló	5.52	2.3101	46
24. Julià	5.50	0.8660	4
25. Miró	5.33	2.4944	6
26. Simó	5.28	1.8443	25
27. Mallol	5.21	1.6978	47
28. Bernal	5.09	1.8482	33
29. Llerena	5.00	2.2052	51
30. N. Vila	4.98	2.2637	40
31. Casasayas	4.94	2.5550	47
32. Ricardo García	4.26	1.7500	46
33. Palanques	4.15	2.5549	20
34. Sanz	4.00	1.6330	2
35. Pascuas	3.33	2.1654	30
36. Núria García	1.75	1.8479	122
37. J.Mª. Cascante	0.76	1.7330	17

Nota: Les puntuacions negatives s'han pres com a zeros a l'hora de fer els càlculs.



4. SOBRE LES CLASSES DE PROBLEMES.

A. Com creus que deuriem de ser les classes de problemes ?

	1er.	2on.	3er.	4rt.	Sense classificar
Una classe activa entre professor i alumne	58.06%	65.91%	72.22%	0.0%	15.38%
Una classe magistral	0.0%	2.72%	0.0%	0.0%	0.0%
Una combinació de les anteriors	46.77%	34.09%	27.78%	50.0%	0.0%
NS / NC	0.0%	0.0%	5.56%	50.0%	84.62%

B. Ets partidari de les classes holandeses ?

Sí, sempre	12.90%	9.09%	5.56%	0.0%	7.69%
Sí, un cop a la setmana	62.90%	52.27%	66.67%	50.0%	0.0%
Sí, un cop al mes	9.68%	25.0%	0.0%	0.0%	0.0%
No	17.74%	13.64%	22.22%	0.0%	7.69%
NS / NC	0.0%	2.27%	0.0%	50.0%	84.62%

C. Acostumes a participar en les classes de problemes ?

SI	25.81%	38.64%	16.67%	100.0%	7.69%
NO	75.81%	63.64%	77.78%	0.0%	0.0%
NS/NC	1.61%	2.27%	5.56%	0.0%	92.31%

D. Si has contestat que no, digues perquè

No m'he mirat els problemes	27.66%	17.86%	0.0%	----	----
Vagància	19.15%	10.71%	7.14%	----	----
Em desborda la matèria	10.64%	10.71%	42.86%	----	----
Vergonya	21.28%	17.86%	0.0%	----	----
Manca d'interès	2.13%	0.0%	0.0%	----	----
Altres	36.17%	39.29%	7.14%	----	----
NS/NC	4.26%	3.57%	42.86%	----	----

Els percentatges han estat calculats sobre el qui ja havien contestat que no acostumen a participar a les classes de problemes. Sovint un alumne ha marcat més d'un motiu. Els motius estan molt dispersos. A més, sembla que no hem estat gaire afortunats en predir les respostes, perquè molts s'han apuntat a "Altres" o bé no han contestat.

5. MANTENS LA MATEIXA IL·LUSIO / INTERES PER LES MATEMÀTIQUES QUE QUAN VAS COMENÇAR ?

	1er	2on	3er	4rt	5è
Sí	62.90%	45.45%	11.11%	50.00%	0.00%
No	17.74%	11.36%	66.67%	50.00%	0.00%
Cada cop tinc					

més interès	8.06%	29.55%	5.56%	0.00%	0.00%
Altres	16.13%	6.82%	16.67%	0.00%	0.00%
NS/NC	3.23%	4.55%	0.00%	0.00%	94.44%

Us agraïm a tots la vostra col.laboració.

SEBASTIAN DEL BAÑO

2<sup>na</sup> curs

OLIVIA NUÑEZ

2<sup>na</sup> curs

QUE US PORTARAN ELS REIS ?

PERQUE NO:

## LOGICA BORRAS ?

UN JOC DE CONSTRUCCIO, AMÉ I DIVERTIT, FORMAT PER AXIOMES DE PLÀSTIC QUE ES PODEN COMBINAR, FORMANT SISTEMES I PROPOSICIONS.

LA NOSTRA GAMMA:

CAPSA "FERMELO - FRAENKEN" : CONTÉ 38 AXIOMES DIFERENTS ENGANXABLES DE 8 MANERES DIFERENTS. TAMBÉ HI HA LA CAPSA "F-F" GROSSA, AMB LA HIPOTESI DEL CONTINU.

CAPSA "GEOMETRIA" : 40 AXIOMES, 10 MANERES DE COMBINAR-LOS.

OFERTA DE NADAL: SI COMPREU LES DUES CAPSES US OBSEQUIEM AMB LA CAPSETA "METALLENQUATGES" (40 SIMBOLS DE DEDUCCIO SEMÀNTICA, 10 ESQUEMES D'AXIOMA).

UN ALTRE JOC DE "RUSSELL, GÖDEL AND THE MOTHER WHO DELIVERED THEM, LTD."



Allò que dos grans mestres de go no van pensar mentre feien una partida.

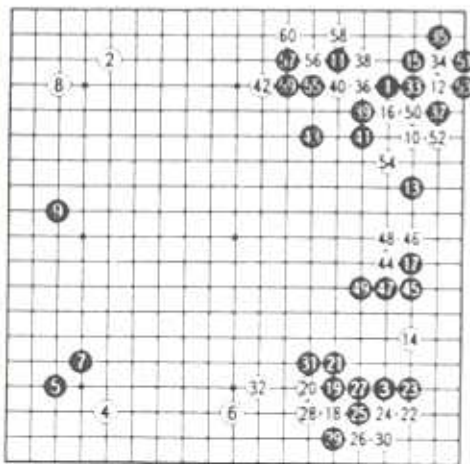
Tots ens hem demanat algun cop què deu passar pel cap d'un jugador quan pren una decisió important en una partida, quan tria una estratègia i no una altra.

La resposta habitual del principiant és "no ho sé".

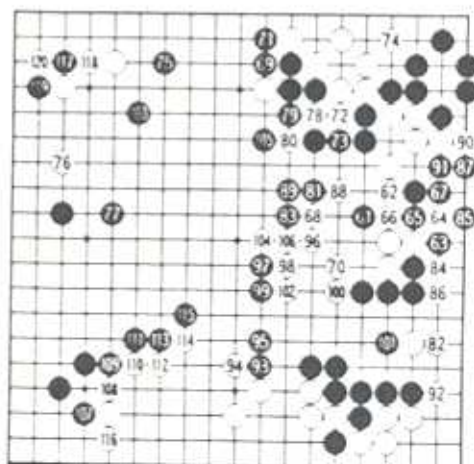
El que en sap més acostuma a sortir amb explicacions de dues menes, fonamentalment: les que li permeten lluir-se (com Kitani Minoru, que un cop va explicar una seqüència de 40 jugades (20b i 20n) que apareixia si el contrari li feia no sé què que acabava bé per a ell. El contrari no li va fer allò; de fet ni tant sols se li havia acudit.), i les respostes que desconcerten totalment. A vegades, per tal d'aconseguir aquest efecte, diu que no sabia on jugar...per a continuació explicar que tenia 3 alternatives, entre les que no es decidia...

Però...només tenim la seva paraula de que no està fent raonaments a posteriori. Què pensava realment quan jugava?

Com a jugador que en sap una mica però no massa, veig encara la situació des dels 2 punts de vista: intento entendre el perquè de les jugades dels que en saben molt més, i he d'explicar el perquè de les meves als impertinents que pregunten perquè he fet una o altra i en saben molt menys. Veiem primerament el desenvolupament de la partida:

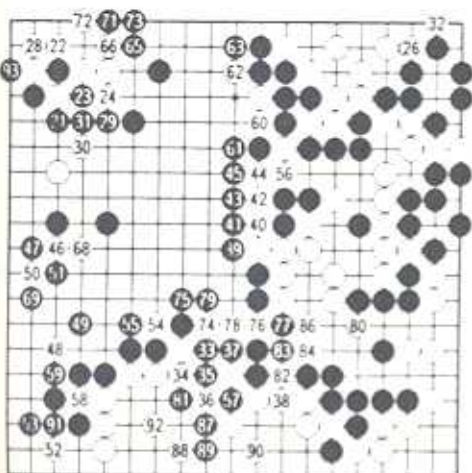


*Dia. 1*



*Dia. 2*

Per a seguir aquests comentaris de ficció no cal saber-ne gaire de go, però sí és millor seguir la partida a què fan referència. (Dias. 1,2 i 3 )



*Dia. 3*

Aquests són part del comentaris que podrien haver precedit, i segur que no ho van fer, le jugades indicades. Els diagrames indiquen la posició abans de fer-la, i els pensaments corresponen al jugador que té el torn.

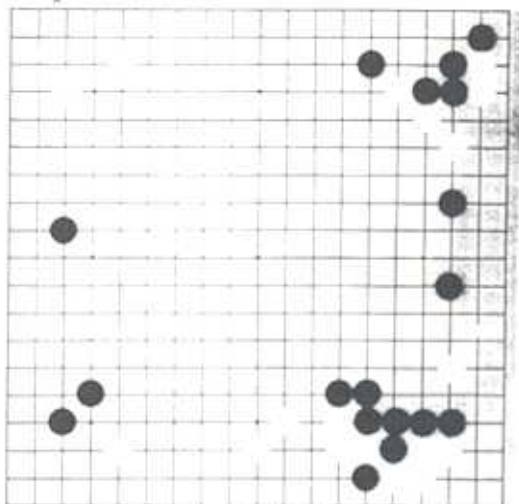


Fig. 1 (1-36)

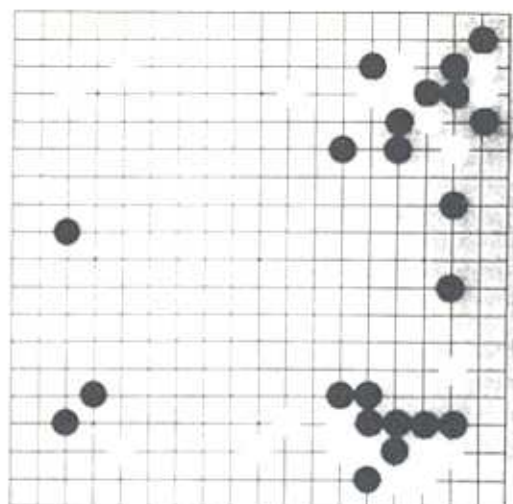


Fig. 2 (1-43)

N 37:(fig 1) Què faig? Em connecto? (en 38) Mai! Això és el que vol! Vejam, li mato les 2 de la dreta, i si ell talla, jo tallo i me'n cruspeixo 2 més i de pas tot el lateral de la dreta, i ja s'ho farà com pugui pel costat de dalt.

B 44: (fig 2) Càgundeu? He deixat un forat massa gran ( 42, certament, hauria hagut d'haver estat jugada més a la esquerra). Si defenso el tall aquest fill de la seva molt honorable mare s'acabarà de fer més de 60 punts a la dreta ... i jo no me'ls faig ni a tot el taulell ... no hi ha temps per a defensar-se, merda! Cal prendre mesures desesperades. Banzai!

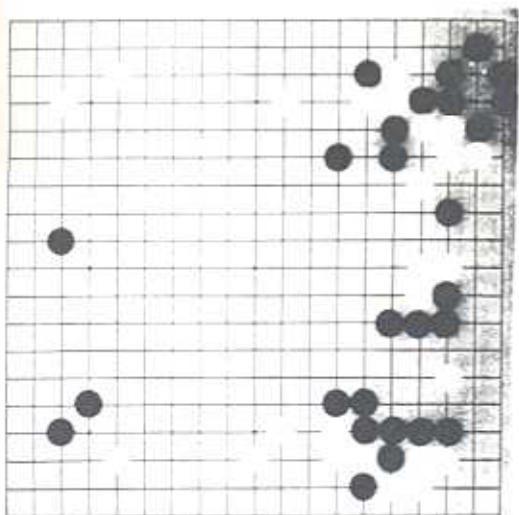


Fig. 3(1-54)

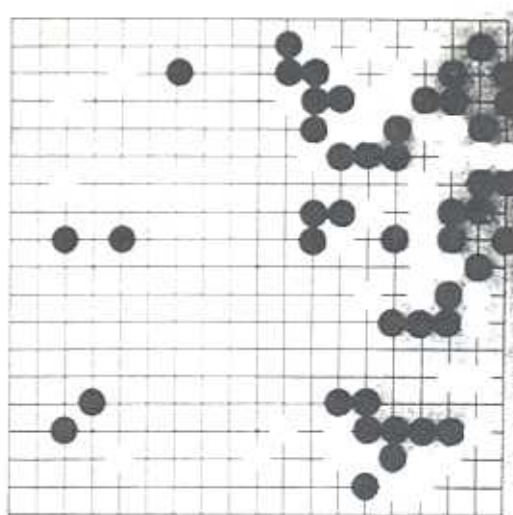


Fig.4 (1-92)

N 55: (fig 3) Ha costat una mica, però ja tinc la iniciativa i el puc tallar per dalt. Innocent criatura! Es pensava que em preocuparien uns quants puntets en un lateral!



N 93: (fig 4) Potser m'havia costat una mica massa ... Me'ls ha fotut tots, els punts de la dreta! encara sort que hi tinc els grups vius, i ell tampoc se n'hi fa més que jo ... I les que tinc abaix a la dreta estan mig penjades, clar que les del centre seves també tenen els seus problemes. Vejam, si provvo de matar-les ... no, millor procuro salvar les meves amenaçant les seves, i si conservo la iniciativa miraré de fer punts al centre ...

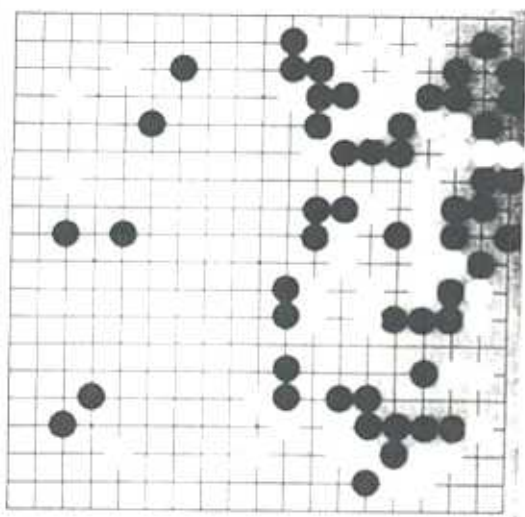


Fig. 5 (1-103)

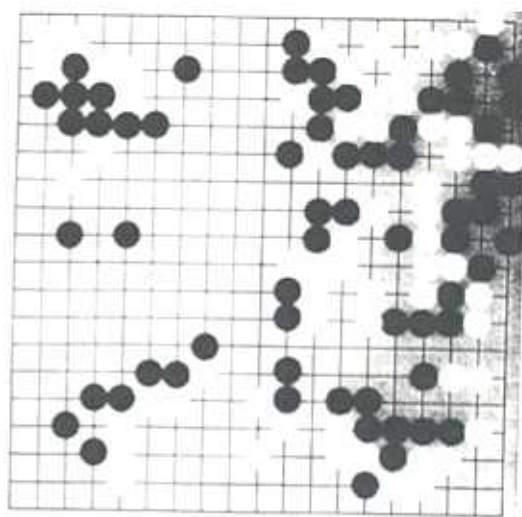


Fig. 6 (1-132)

B 104: (fig 5) Quin pelma! Li prenc totsels punts d'una banda i ara els vol fer al centre, cal trobar la manera d'entrar-hi per alguna banda, si llenço paracas al mig tenen un futur molt negre ...

N 133: (fig 6) Ah! Això està fet! S'han perdut les 7 pedres del racó de dalt a la dreta, però només són uns 25 o 30 puntets, i a canvi li he deixat el seu grup de dalt a la dreta fet un nyap! Si es pensava que contestaria la seva amenaça ... Bé, ja sols queda acabar de tancar el centre, ... com? És desagradable, però hauré de sacrificar 7 pedres més ... què hi farem! Un moment! No serà sacrificar massa? Ell té 3 o 4 puntets adalt a l'esquerra, uns 40 avall, 25 adalt i si em captura les 7 del mig 25 més.

En total,  $25+25+40+5=93$ . Jo en tindrí: 2 a la dreta, uns 20 adalt, i 65 al mig i a l'esquerra i 20 abaix a l'esquerra,  $65+20+20+2=97$  i 5 que li he mort de més: 102 ... guanyo!

B 146: (fig 7) Què? Jugo ja en 156? Li capturo 7 pedres més, en salvo una de meva i en faig 4 puntets més; total 20 punts. Però aleshores ell defensarà del tot al costat esquerra i no servirà de res ... Primer temptejarem la situació per allà.

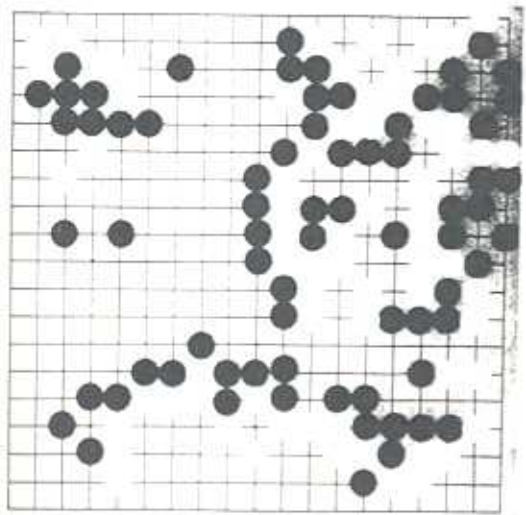


Fig. 7 (1-145)

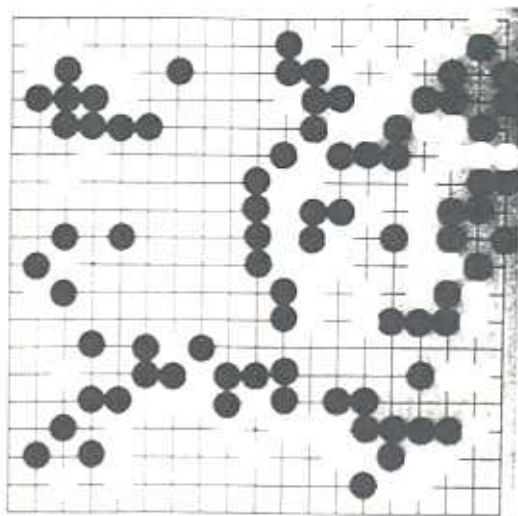


Fig. 8 (1-156)

N 157: (fig 8) Bé finalment s'ha adonat que no té res a fer a l'esquerra i opta per fer-se aquells 20 puntets. Això ja s'acaba: menjo en 157, ell s'ha de defensar i així m'asseguro la connexió de les de la dreta, que si nó, després de 154 apareixen seqüències molt desagradables. Em podria matar les penjades d'abaix a la dreta ... I si no es defensa? Caldrà jugar el ko ... bé, bé ...

N 194: (fig9) Perfecte! M'ha costat les estúpides pedres de la dreta, però ara li mato les de dalt a l'esquerra i amb el que li he pres abaix ha n'hi ha prou per guanyar? A veure: jo tinc uns 135 punts i blanc té uns 110. I ja no pot embolicar més la troca ... Apa som'hi.

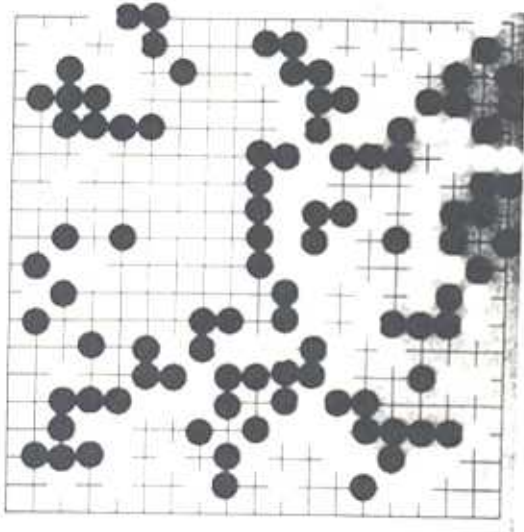


Fig. 9 (1-192)

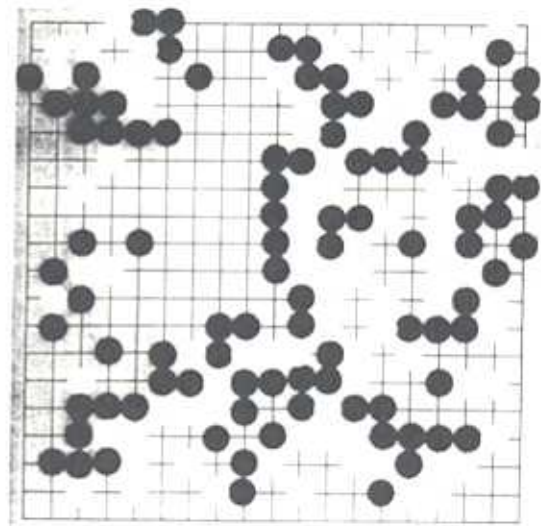


Fig.10 (1-193)

B 194: (fig 10) Hmm ... Sí, les hi he matat, (més de 30 punts) però amb lo que m'ha matat adalt a la dreta (uns 25 punts) i lo que m'ha pres abaix ( uns 20 punts llargs) encara hi ha sortit guanyant! Abandono!

Nota històrica:

Aquesta partrida correspon a la final, entre Sakata i Takagawa, per a decidir l'aspirant al títol de Honinbo, aleshores el més important, i en possessió de Hashimoto Utaro.

Sakata duia blanques i Takagawa negres. Pocs mesos després Takagawa guanyava el títol a Hashimoto i el va conservar 7 anys, fins que el mateix Sakata li va prendre.

JOAN PONS  
4rt. curs



JOCS I DIVERTIMENTS MATEMÀTICS

Una secció per a trencar-se la closca en moments de masoquisme.

Problemes fets especialment per l'Aleph pel conegut *Integrana Jones*.

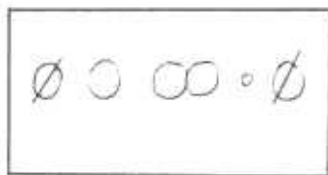
1.- (Fragment del meu diari de viatge per Birmania, Laos i Tàilandia).

"(...) Vaig descendre en canoa pel riu Thanlwin des del Tibet fins al temple de Loshio, al sud del Tròpic de Càncer. El temple estava foradat en la roca i era de dimensions gegantines, de forma triangular i parets iguals de 300 ft. de llarg. La meua atxa només il.luminava a 120 ft. de distància. La porta tallada al peu de la muntanya es trobava a un dels vèrtex del temple. Sospitava que tota la sala seria plena de paranys, però havia de explorar-la, doncs creia que s'hi trobava la coneguda estatueta de Na-Ning, de gran valua arqueològica ( i monetària). Vaig decidir recórrer el camí més curt per observar tota la sala; no vaig veure res, i decebut vaig tornar pel mateix camí. El temple ja havia estat explorat. (...)"

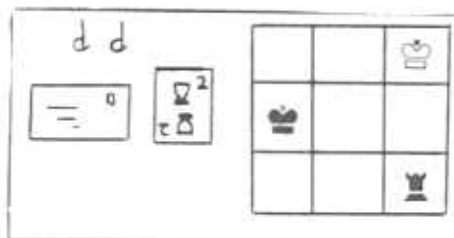
Quin camí vaig recórrer, lector enginyòs?

2.- A Londres s'hi troba la séu social d'un club molt especial ( com gairebé tots a Londres). Som 17 membres i mai ens hem vist. Ens cartejem regularment ( cadascú amb tots els altres). A les nostres cartes només s'hi tracta d'un d'aquests temes: Arqueologia, Matemàtiques i altres Vicis. Cada parella només s'escriu sobre un dels tres. Curiòsament hem constatat que com a mínim tres persones s'escriuen entre elles sobre el mateix tema. És una casualitat?

3.- Inscripcions trobades en unes runes:



¿Dónde vas a nadar?



2 coetanis francesos

4.- Un dels sucesos més desagradables que he patit mai va ser l'enverinament de que vaig ser víctima a Melbourne al 1943 a mans d'uns buscadors d'or. Condemnat pels metges, em vaig traslladar al mt. Bogog, als Alps Australians, on resideix un conegut xaman aborigen. Em va donar dos llibres: en un d'ells hi havia una llarga llista de substàncies. A l'altre s'hi trobaven codificades les proporcions de les substàncies que em permetrien elaborar l'antídot. Era un llibre de característiques molt especials: tenia infinites planes, i a cadascuna hi havia dos números. El primer era un número primer i el segon era el valor que prenia un polinomi amb coeficients naturals en substituir la variable pel número esmentat. Els primers (no hi eren tots) es trobaven ordenats del més petit al més gran. Altra de les seves peculiaritats era que només podia ser consultat dos cops (és a dir, només es podia conèixer el valor del polinomi en dos dels números primers), abans que no s'esborrés tot el llibre. Els coeficients del polinomi eren els grams de les substàncies.

Com els vaig trobar i sobreviure fins ara?

5.- Quan em trobava de safari al nord del Zaire, al riu Bomer, va arribar fins a nosaltres per les aigües un missatger de la tribu Bondoukou de Costa d'Ivori en estat molt greu. Portava un missatge per a mi quasi esborrat per l'aigua de part d'en Lo-To-Ton-Go a qui havia salvat la vida

feia anys. Em feia hereu al moment de morir de la seva part d'ivori procedent d'un cementiri d'elefants trobat per la tribu. Em recomanava anar-hi previngut, doncs era costum al seu poble que la comunitat es quedés amb les possessions dels morts i em podien ser hostils. Hi adjuntava la divisió dels dracmes<sup>1</sup> d'ivori entre els membres de la tribu. Quasi no es veia res, però jo volia conèixer la meva part i el nombre de membres de la tribu abans de córrer per l'ivori.

Era possible reconstruir la divisió?

$$\begin{array}{r}
 \times \times \times 0 \times \times \times \times \quad | \times \times \times \\
 \hline
 \times \times \times \\
 \times \times \times \times \\
 \hline
 \times \times \times \times \\
 \times \times \times \times \\
 \hline
 \times \times \times \times \\
 \times \times \times \times \\
 \hline
 \times \times \times \times \\
 \times \times \times \times \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$

Nota: Lo-To-Ton-Go havia après l'algorisme occidental de divisió i utilitzava el sistema decimal.

<sup>1</sup> Un dracma és equivalent a 1,77 gr.

6.- Quan la Dra. Writer i jo vam arribar al llac Inari a Lapònia els habitants de Ivalo van fer una festa en el nostre honor. Segons era tradició al poble, a mitjanit s'apagaven els llums i llavors tothom es **mulguifava**\* i es bescanviaven regals. Un cop encesos els llums em va picar la curiositat i vaig demanar als altres amb quanta gent s'havien **mulguifat**. Tots em van respondre un nombre diferent. Si tenim en compte que erem 13 parelles, que ningú no es **mulguifava** amb la seva parella i que tampoc ho feien dues persones més d'un cop:

Amb quanta gent s'hi va **mulguifar** la meva parella, la Dra. Writer ?

\* Mulguifar: Verb ivalí que expressa l'acte de salutació oficial, i.e. fregar-se els nassos mútuament.

### INTEGRANA JONES

Nota: Les solucions d'aquests problemes poden dipositar-se a la bústia de l'Aleph, situada al capdamunt de les escales que duen al «Xiringuito». Entre les solucions més originals i elegants d'algun d'aquests problemes s'escollirà aquella que, segons criteri de l'Integrana Jones, mostri una més gran genialitat, l'autor de la qual rebrà un premi força original i valuós (algun valor deu tenir, en no ésser idènticament nul).

### Secció concurs especial

La redacció de l'Aleph en un gest de generositat es compromet a pagar un sopar per a dos persones en qualsevol restaurant de Barcelona a tothom que trobi 3 nombres primers positius tals que no divideixin a cap terme de la successió:

$$a_n = 10a_{n-1} + 1 \quad (1, 11, 111, 1111, \dots)$$

JOAQUIM ORTEGA

enviat especial de la Revista ALEPH al refugi d'Integrana Jones  
2on. curs.



'Please', he said, 'who are you? And what are you?' A queer look came into the old eyes, a kind of wariness; the deep wells were covered over. 'Hrum, mow,' answered the voice; 'well, I am an Ent, or that's what they call me. Yes, Ent is the word. The Ent, I am, you might say, in your manner of speaking. Fangorn is my name according to some. Treebeard others make it. Treebeard will do'.

The two towers, The lord of the Rings.  
J.R.R. Tolkien

1. Die Welt ist alles, was der Fall ist.<sup>1</sup>  
Tractatus logico-philosophicus  
Ludwig Wittgenstein.

### Generacions exhaustives de matemàtiques i truncacions del procés.

Sigui  $f$  una aplicació amb  $D_1 f \subseteq \omega$  (on  $\omega$  denota el conjunt dels nombres naturals). Sobre  $f$  fem les següents definicions que utilitzarem més tard:

a/ **NORMALITZACIO** : Consistirà en fer que  $D_1(f) \in \omega$ . Així, per exemple, si  $D_1(f) = \{37, 15, 4\}$ , normalitzarem amb el conjunt  $\{0, 1, 2\}$ . Per això, sigui  $M \subseteq \omega$ . Definim per inducció la següent successió:

$$M^0 = M$$

$$M^i = M^{i-1} \cup \min(M \setminus M^{i-1})$$

Amb aquesta notació normalitzem  $f$  de la següent manera:

$$(i) \quad f: \begin{array}{l} |D_1(f)| \longrightarrow D_1(f) \\ k \longrightarrow \min D_1(f)^k \end{array}$$

(ii)  $\tilde{f} = f \circ f$  és la funció normalitzada.

b/ **SIMPLIFICACIO** : Consistirà en construir una aplicació injectiva donant a cada element de la imatge com a antiimatge el mínim de la antiimatge per  $f$ . Explícitament, la construcció és com s'indica:

$$f': \begin{array}{l} D_2(f) \longrightarrow D_1(f) \\ k \longrightarrow \min (f^{-1}(k)) \end{array}$$

Ara  $f'$  és bijectiva, i podem definir  $f$  simplificada,  $F$ , com  $\hat{F} = ((f')^{-1})^{-1}$  (Noti's que  $D_2(f') \neq D_1(f)$  en general).

Cal notar que si  $Y$  és un conjunt finit i totalment ordenat (i doncs ben ordenat) tenim induïda la següent aplicació:

$$[Y]: \begin{array}{l} |Y| \longrightarrow Y \\ k \longrightarrow \min Y^k \end{array}$$

Així, en l'apartat superior es té:  $f = [D_1(f)]$ .

<sup>1</sup> El món és tot el que esdevé.





dins de cada longitud, l'ordenació alfanumèrica amb el següent conjunt:

$$B_0 = \{0\}$$

$$B_i = B_{i-1} \cup \{i\} \text{ ssi } Ax_i \langle A^*, S \rangle \neq Ax_{i-1} \langle A^*, S \rangle \\ = B_{i-1} \text{ ssi } Ax_i \langle A^*, S \rangle = Ax_{i-1} \langle A^*, S \rangle$$

$$B = \bigcup \{z \mid \exists y [y \in \omega \wedge z = B_y]\}.$$

Per a cada  $R$  tenim el conjunt  $B_R$ .

5. És  $B_R$  recursivament numerable ?

6. Hi ha alguna matemàtica amb  $T = B_R$  donat ? O, per a tot  $T \subset \omega$  existeix una matemàtica ?

La resposta és, en el nostre cas particular, afirmativa si  $T$  és infinit. Ara bé, fem la següent construcció:

Sigui  $R \sim S$  ssi  $Ax \langle A^*, R \rangle = Ax \langle A^*, S \rangle$ , que és notòriament d'equivalència. Llavors definim  $K(R)$  com la classe d'equivalència de  $R$ . Sobre  $K(R)$  definim la relació d'ordre alfanumèrica trivial:  $R \leq S$  ssi  $B_R \leq B_S$ , on definim per inducció el següent ordre:

per a qualssevol dos conjunts infinits  $a, b$  de  $\omega$ :

$$a < b \iff [\text{mín}(a) < \text{mín}(b)] \vee [\text{mín}(a) = \text{mín}(b) \wedge a \setminus \{\text{mín}(a)\} < b \setminus \{\text{mín}(b)\}]$$

Amb aquesta construcció podem definir  $F(R) = \text{mín } K(R)$ . Ara ja podem formular pregunta:

7. Existeix per a qualsevol  $a \subset \omega$  un  $R$  tal que  $a = B_R$  ?

La resposta és molt plausiblement negativa.

Tot això és, de moment, pel que fa a la igualtat. Ara bé, si definim com és usual per a qualsevol sistema axiomàtic  $\alpha$  el conjunt de les seves conseqüències semàntiques  $CON(\alpha)$ , sorgeix la comparació  $R \sim S$  ssi  $CON(Ax \langle A^*, R \rangle) = CON(Ax \langle A^*, S \rangle)$ . Fàcilment es pot observar que  $R \sim S \rightarrow R = S$ . D'igual manera podem definir les classes per  $\approx$ :  $T(R)$ , establir el mateix ordre i formular qüestió similar:

8. Què podem dir de totes aquestes construccions quan fem les mateixes qüestions partint d'un vocabulari bàsic  $Y$  qualsevol i sense pre-suposar cap lògica ?

Fins ara no hem parlat de la sintaxi. Com que els sistemes axiomàtics que hem creat són complets(!), podem definir la sintaxi immediatament a partir de la semàntica. Així, doncs, per a cada

$Ax \langle A^*, R \rangle$  disposem d'un conjunt  $\Sigma_R$  de les regles sintàctiques de deducció:

9. Per a quins  $R$  podem trobar  $\Sigma_R$  finit ? Evidentment,  $\Sigma_R$  es formula en metallenguatge minimalment. Hauríem d'obtenir, per a certs casos, regles tals com el *modus ponens*, *regla del particularitzador*, etc. Noti's que mai obtindrem una regla de substitució general, ja que cada proposició té una única forma.

10. Per a quins  $R, S$ , és  $\Sigma_R = \Sigma_S$  ?

Ara bé, com fem servir aquestes construccions ? Observem el següent exemple: el número  $\sqrt{2}$  sobre  $\mathbb{R}^+$  té un únic valor que pot ésser expressat en base 10. D'aquesta manera, podem dir que globalment  $\sqrt{2}$  té un sol valor. Ara bé, en el nostre àmbit finit (inclús *sic*) afitat, l'experiència en ha constatat que  $\sqrt{2}$  és més bé un conjunt de números, tots ells *prou* propers del veritable i inaccessible valor exacte. (Recordem el teorema del punt gros per a millor claretat). Si volem ésser capaços d'obtenir qualsevol estimació, aquest teorema juga un paper fonamental. Ara bé,  $\sqrt{2}$  és definible sintàcticament a partir dels símbols  $\{ |, \forall, \epsilon, = \} \cup X$ , on  $|$  és el símbol de Sheffer. Si l'aproximació de dos números,  $X = Y$ , l'explicitem per a cada situació particular fent  $X \approx_\epsilon Y$ , on  $\epsilon$  indica l'ordre de magnitud de precisió en que treballem, llavors  $\approx$  pot ésser formalitzat localment en



NBG. La pregunta aleshores és: quines alteracions LOGIQUES ha sofert NBG per tal que en ell sigui vàlid el Teorema del punt gros (TPG)? La resposta instintiva fóra dir que li hem afegit una proposició inconsistent i hem generat un sistema inconsistent. Ara bé, és exactament això el que hem fet? Podriem ésser més ambiciosos, o precisos, i afirmar que l'alteració que hem fet no ha estat global sinó local. Hem fet petites alteracions que no han afectat el sistema. En certes regions haurem obtingut inconsistències. En altres paraules: formalment el sistema és inconsistent i localment inconsistent, però CONSTRUCTIVAMENT és inconsistent però localment consistent. (Per a una justificació d'aquesta afirmació podeu veure [1])

Per tant, veiem com, i ja ens ho havia mostrat l'experiència topològica, no podem passar de l'àmbit local al global. Com ho expliquem això? La matemàtica, formalment entesa, és un ent estàtic, sense possibilitats d'alteracions. Quan és completa, és inestable. No obstant, abastada localment, és a dir percebent només porcions FINITES d'aquesta, podem veure com es comporta dinàmicament. Tendint al repós, però dinàmicament. El procés de truncament ineludiblement necessari en l'àmbit humà és un gran mestre i no una gran limitació, com fins ara havia semblat.

Tot això té dues conclusions de rellevant importància. La primera, estem constantment treballant amb models o quasi-models de lògiques no clàssiques sense percebir-ho. L'exemple immediat és força conegut. Qui no s'ha qüestionat mai sobre l'enorme diferència existent entre la matemàtica en els llibres i la matemàtica exposada en les aules? La diferència és abismal, i justificada. La formalització fa créixer les longituds de demostració, si no exponencialment almenys polinòmicament. En 60 minuts, un interval de dos minuts esdevé infinit per contagi. Llavors, quina és la millor solució? Evidentment, truncar el procés. La demostració no serà correcta, però ningú quedarà (normalment) amb la sensació d'ésser enganyat. És més, el més important és que inconscientment hem creat mètodes de submergir models de diverses lògiques dins de la clàssica. Són mètodes locals, no globals, dels quals penso que han de jugar un important paper, si no el juguen ja en l'aproximació de la matemàtica al fenomen humà, de la lògica a la raó, de la matemàtica a la vida.

La segona és més pragmàtica. Com introduïm la Teoria de Classes en un ordinador per tal que treballi amb ella? La resposta no és fàcil. En efecte, sigui  $K$  la màxima longitud de les proposicions que accepta (o si accepta qualsevulla, aquella que ens dona un temps d'execució de, diguem, menys de  $100^{100}$  anys). La pregunta és, hi ha per a tota proposició  $p$  de NBG de longitud  $T$ , amb  $T > K$ , una proposició  $q$  de longitud  $R$  (amb  $R \leq K$ ), amb  $p \leftrightarrow q$ ? La resposta és notòriament negativa, ja que, en ésser, amb la construcció que hem fet en les discussions anteriors, essencialment finit el conjunt de les proposicions de NBG de longitud  $\leq K$ , estaríem violant el Teorema d'Incompletesa de Gödel. Per tant, a l'introduir la Teoria de Classes en un ordinador trobem els mateixos problemes que per introduir-hi  $\sqrt{2}$ . Dues solucions recolzen el dit fins ara:

A/ treballar amb lògiques locals induïdes per truncaments numèrics;

B/ treballar amb processos de truncament de generacions de matemàtiques de relacions d'ordre.

Això ens mostra un extens camp de qüestions. La principal potser sigui aquesta: quíjn sentirà llavors afirmar  $p$  com a teorema? És a dir, introduïm una quantitat finita d'axiomes i treballam amb totes les proposicions. Aleshores, deduir un teorema és més que res trobar probabilitats de que certa proposició sigui un teorema si el sistema fos complet. Aquesta probabilitat s'estudia a partir de les distribucions normals que generen per terme mitjà els conjunts  $B_R$ . D'aquesta manera, la matemàtica s'aproxima de nou a ella mateixa, i intenta donar una visió local de si mateixa. Les subteories donen diversos desenvolupaments divergents entre ells, però algorísmicament convergents cap al desenvolupament formal. En definitiva, la inconsistència no és un fenomen menyspreable i pot ésser utilitzada amb profit.

CONCLUSIO: Pensem que l'home, com a ésser que tendeix a l'autodescobriment, cerca resposta a la seva mateixa intriga. Aquest és un procés dinàmic, que l'exalta cap a la felicitat estàtica. Llavors, no és possible afirmar que el dinamisme intern és fruit de les inconsistències, contradiccions minimalis que genera constantment el nostre ésser? No és possible, per tant, afirmar que l'home tendeix a l'infinit? No és possible afirmar que l'estatisme és la sublimació de la perfecció? Si creiem que la Matemàtica és la perfecció en si, no hi ha més remei que arribar a aquesta conclusió.

DIMAS CABRÉ  
2on. curs



REFERENCIA:

- [1] Beeson, Michael J. **Foundations of constructive mathematics.** *Mathematical studies*, nº 6. Springer-Verlag.
- [2] Hiller, A.P. i Zimbar, J.SB. **Self-reference with negative types.** *The journal of symbolic logic*, vol. 49 (1984), pp.754-773.
- [3] Zimbar, J.Sobrinho. **On the consistency of self-referential systems.** *The journal of symbolic logic*, vol.52 (1987), pp.425-436.
- [4] Meyer, Robert K. i Mortensen, Chris. **Inconsistent models for relevant arithmetics.** *The journal of symbolic logic*, vol.49(1984), pp.917-929.
- [5] Mortensen, Chris. **Inconsistent nonstandard Arithmetics.** *The journal of symbolic logic*, vol.52 (1987), pp. 512-518.

JOCS DE TAULER

Un curset per entregues per a moments d'esbarjo.

MANCALA AWARI

INTRODUCCIO:

Aquesta nova secció pretén estimular l'esperit lúdic presentant una sèrie de jocs de tauler tals com els escacs o el go, però no tant coneguts per vosaltres i que a ben segur els trobareu tan interessants. Avui presentarem un dels meus preferits.

MANCALA AWARI

El poble africà ha sofert durant segles l'esclavitud a que l'ha sotmés l'home blanc. L'evident inferioritat dels negres els ha fet l'objectiu de l'home civilitzat abans que existissin les màquines. I és que, això sí, els negres són molt útils, encara que són ganduls per naturalesa i se'ls ha de castigar per tal que aprenguin on és el seu lloc, i també, és clar, el camí de Déu.

Potser la gent que pensa així no s'ha adonat que caldria "trobar" una llegenda que expliqués alguna cosa com ara que en un temps remot els habitants d'Andròmeda van visitar la Terra i van duir el *Mancala*. Perque el *Mancala* no és cap broma. Però anem a veure que és això del *Mancala*. En primer lloc no es tracta de cap déu profà, o d'un rite religiós, com podria semblar el primer cop que l'hem esmentat, ni de un no-sé-que-us-haureu-pensat al llegir-ho, sinó d'un joc de tauler sense atzar per a dos jugadors, un joc de regles fàcils d'assimilar, però molt difícil de dominar (com podreu veure).

Un poble capaç d'inventar ( i de jugar) a quelcom com el *Mancala* mereix ser tractat amb respecte, dignitat i, fins i tot, admiració. I és que també hi jugaven els esclaus, els mateixos esclaus que eren tractats com animals (desgraciadament, tampoc tractem massa bé als animals, però això ja és una altra història)

Com la meva intenció no era fer un article sociològic, sinó més aviat lúdic, anem, al gra. (Ja era hora!).

Primer de tot, ja que el joc es desenvolupa sobre un tauler, veiem com és. I ens trobem que no és exactament el que entenem per tauler, o sigui no és quadrat i dividit en caselles també quadrades, sino més aviat un objecte artístic folklòric que consisteix en una peça de ceràmica ( per exemple) amb 14 concavitats: dues fileres de 6 i dos forats majors a cada extrem. Una imatge val gairebé tant com mil paraules:

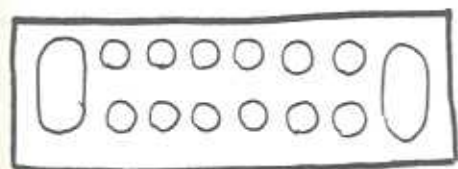


FIG. 1

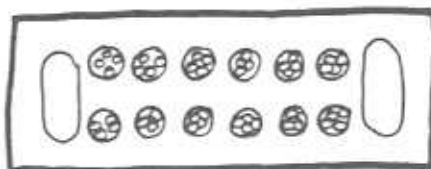
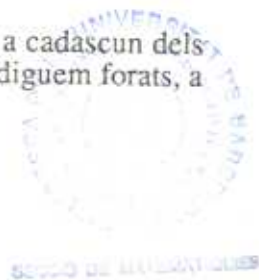


FIG. 2A

Calen 48 fitxes ( en aquest cas pedretes) que es situen inicialment de 4 en 4 a cadascun dels forats (fig. 2a ), excepte als dos extrems, als que no inclourem a partir d'ara quan diguem forats, a no ser que els anomenem explícitament.





El tauler es col·loca transversalment entre els dos jugadors.

**Regla de moviment:** Comença un dels dos jugadors, i després van tornant-se (com és usual en aquest tipus de jocs). Una jugada consisteix, veieu que simple, en escollir un forat no buit dels sis del costat propi, agafar totes les fitxes que conté i distribuir-les una per una en els següents forats, continuant si cal al costat de l'adversari i en sentit contrari a les agulles del rellotge. (fig. 2b )

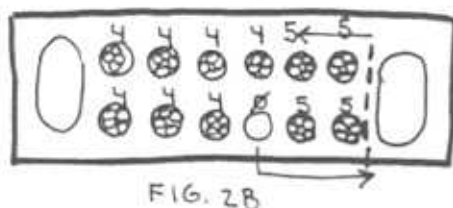


FIG. 2B

**Regla de captura:** Si el darrer forat on es col·loca una pedra en fer un moviment està al costat adversari i conté 2 ó 3 pedres (contant la que hi acabem d'afegir) aquestes es retiren del tauler. Si aquest cas es dona, i un forat immediatament anterior o posterior (també del costat de l'adversari) conté tanmateix 2 ó 3 pedres, doncs també són capturades. En general, es capturen les pedres de forats del costat de l'adversari si, després del moviment propi, contenen 2 ó 3 i a més a més també han estat capturades totes les dels forats entre aquest i aquell on va caure la darrera pedra en el nostre moviment (incloent-hi aquest últim) (fig. 3). Les pedres capturades es deixen al forat gros de la dreta, és a dir, els forats extrems només serveixen per dipositar les pedres capturades.

**Objectiu:** sembla clar, oi? Qui captura més pedres guanya. Pot haver empat si ambdós capturen 24.

**Regles especials i fi de la partida:**

a.- No es poden capturar en una jugada totes les pedres de l'altre cantó, o sigui, no es pot buidar el costat contrari (fig. 4)

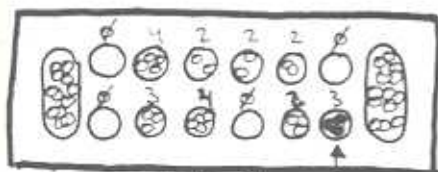


FIG. 3A

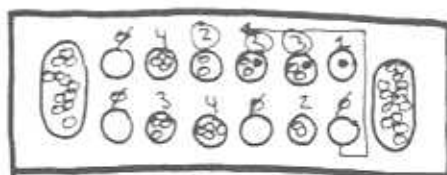


FIG. 3B



FIG. 3C

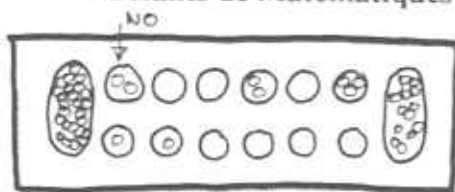


FIG. 4A

- b.- Si el contrari ja té el costat buit i ens toca jugar, l'hem de passar alguna pedra si podem. (fig. 5a).
- c.- En cas contrari ens emportem totes les pedres del tauler com a capturades ( fig. 5b)
- d.- També acaba el joc quan les jugades es van repetint o no hi ha possibilitat de captures. Cadascú s'endú les del seu costat.(fig. 6)

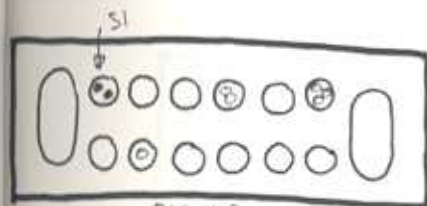


FIG. 4B

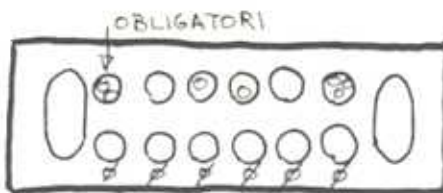


FIG. 5A

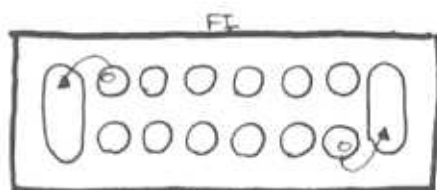


FIG. 6

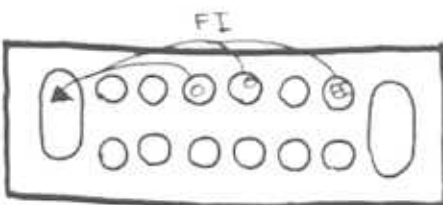
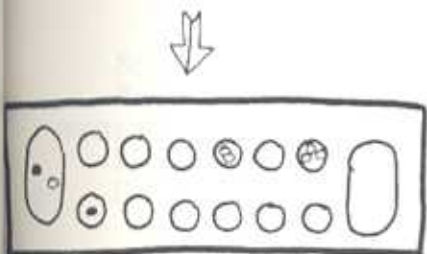


FIG. 5B

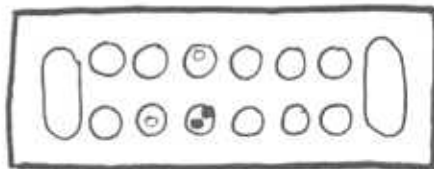


FIG. 7  
(POSICIÓN INICIAL)

Aquest joc, que representa un símil de la sembra ( les pedres simulen llavors), té un especial atractiu si analitzem els final de partida ( per què amb més de dotze fitxes és imprevisible, i si hi ha més de la meitat del total sobre el tauler és incontrolable).

Veiem amb un exemple com treure profit de la regla c: (FIG 7)

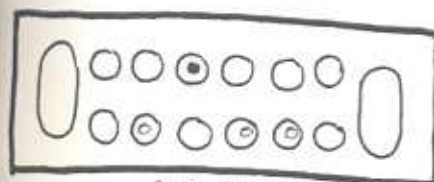


FIG. 7A  
(JUGADA 1)

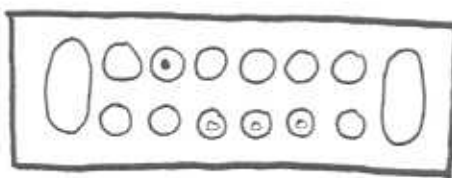


FIG. 7B  
(JUGADA 2)

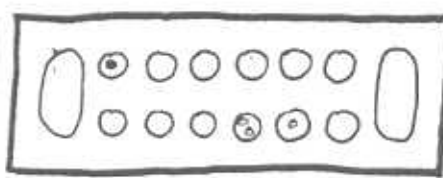
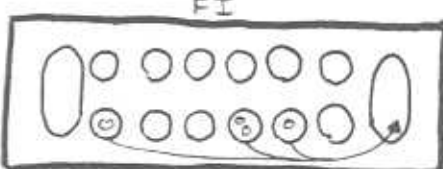
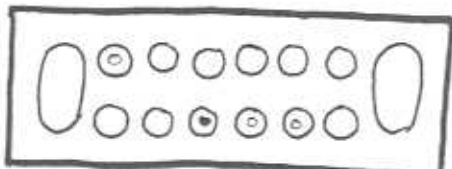
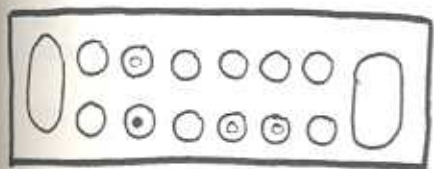


FIG. 7C  
(JUGADA 3)



FI

La gràcia està en deixar que la pedra contrària arribi al nostre costat abans que nosaltres estem en disposició de passar-hi al seu, i així guanyar-les totes. Aquesta estratègia s'utilitza sovint ( no necessàriament quan el contrari té una sola pedra) i la idea és moure les pedres d'una en una si és possible i sense fer munts, ja que moure un grup de 3 pedres és moure una un forat, una altra dos i



l'última tres: 6 avanços en front d'un de sol si movem una pedra aïllada.

Veiem ara com aprofitar-nos de la regla b:

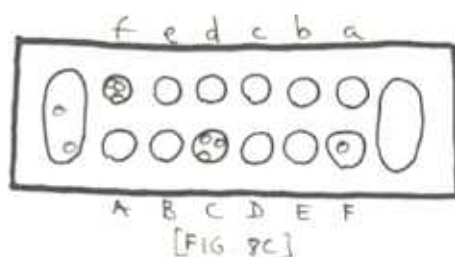
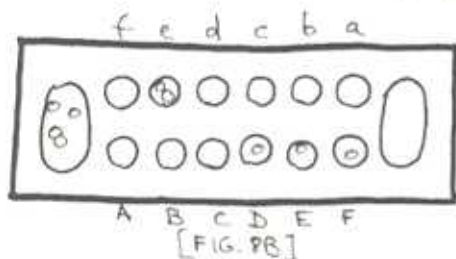
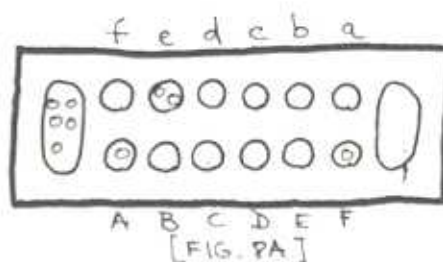
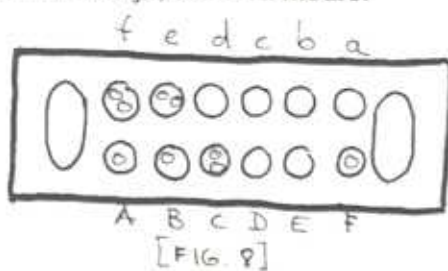
A la figura 8a tenim una amenaça, ens toca moure:

Possibilitats:

a)  $A \Rightarrow f$  (-5)

b)  $C \Rightarrow f$  (-4)

c)  $B \Rightarrow e$  (-2)

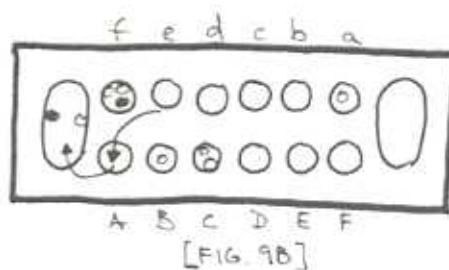
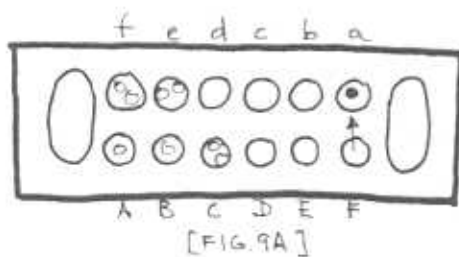


Sembla clar que hem d'escollir B

Però fixem-nos en una pedreta que ens havia passat desapercebuda: Si juguem F (fig. 9a), el nostre adversari no pot jugar f perquè ens *puliria*.

I si juga e (fig. 9b) la perduda és de només dues pedres.

Deixo al lector investigar quina posició és més favorable, si la 8c ó la 9b.



### Complements: ( Secció pels més bojos)

El *Awari* és potser la més coneguda de les versions del *Mancala*, però hi ha moltes més. Us convidem a un *Safari Lúdic*: A algunes versions es captura acabant a un forat propi de manera que al forat del adversari que té davant hi hagin 1 ó 2 pedres (això sí, es capturen les del propi). Per fer captures en cadena s'han d'anar mirant els forats d'enfront, i en aquest cas les pedres finals (quan un jugador ja no en té i no li poden passar, o s'arriba a una posició de fi de partida) pròpies van a parar a les arques del contrari.

A d'altres s'utilitzen també els forats grossos al fer un moviment (és a dir, si cal també cau una pedra), però no es pot capturar en ells ni és vàlid escollir-los per fer un moviment.

Podeu provar amb més (menys) forats, més (menys) pedres inicials per forat, més (menys) nombre de pedres a un forat perquè hi hagi captura, etc.

Com si voleu utilitzar columnes de quatre cartes *espanyoles* en lloc de forats i pedres, i en lloc de guanyar qui aconsegueix més cartes establir una puntuació segons les combinacions que formin amb les que s'han capturat (suggerència: tercets = 1 punt; quartets = 4 punts). Aquesta versió no està garantida, ja que és de creació pròpia ( sí, ja sé que no m'he cansat massa).

D'acord, un altre de cartes! Cada carta és un punt, llevat de les espases ó les figures ó el que

us dongui la gana (m'empipen les vostres exigències; això es una crida lúdica, no un catàleg) que valen per 3. (per tal d'eliminar l'atzar, poseu una carta d'espases a cada columna).

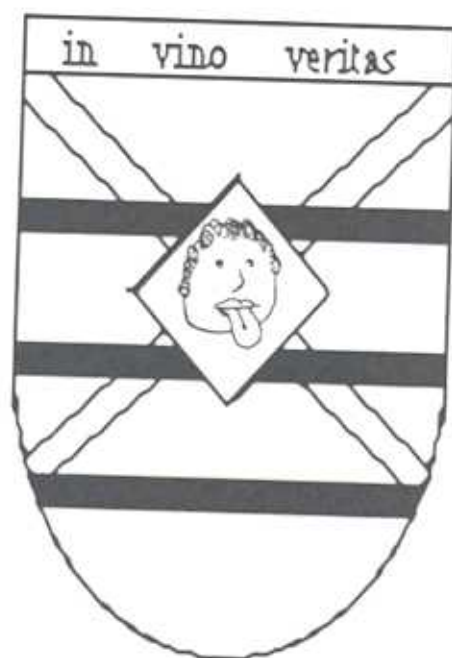
La redacció espera ferventment un allau de programes d'ordinador que juguin al *Mancala*, així com resposta a la pregunta tonta del trimestre: "Com s'ho fa un per, un cop començada la partida, tornar a la situació inicial? (o sigui, 4 pedres per forat)". Pista: no captureu cap pedra (Què volieu?).

Com a premi, publicarem la solució amb el nom de l'encertantsense càrrec adicional. Fins el proper numero !

Alex Sierra 2<sup>on</sup> curs

Campió Mundial de Mancala i de Mentides.





## UNIVERSITAT DE PARCELONA

PLA DE REFORMES DEL CURS 1987-88:

- DESTRUCCIO D'AULES
- CREACIO DE SECCIONS ADMINISTRATIVES INOPERANTS
- GENERACIO DE SOROLLS PER A AMENITZAR LES CLASSES
- DISPERSIO DELS ESTUDIANTS DE MATEMATIQUES
- BUROCRATITZACIO PROGRESSIVA DE LA UNIVERSITAT

LES ALEGACIONS EN CONTRA SHAN DE PRESENTAR AL VICE-RECTORAT DE PROMESSES VANES.

Nota: Aquest anunci és publicitat institucional de la Universitat de Parcelona. Qualsevol semblança entre aquesta universitat i la de Barcelona és pura coincidència.

$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{|xy|^7} + x^3 y^2 - 8 \operatorname{arctg}(e^{\sin(xy)})}{|\ln(1+x^2)| + y^4 + 3}$$

OI QUE ÉS BONICA ?

L'any passat, en aquesta casa, més de 3600 funcions contínues com aquesta van ser

*composades*

*operades*

*restringides*

*derivades*

*integrades*

*escotades*

*aproximades per altres funcions*

*etc. etc. ...*

**JA N'HI HA PROU! LES FUNCIONS TAMBÉ**

**TÉNEN ELS SEUS DRETS!**

Si hi estàs d'acord, afilia't a la Societat protectora de funcions contínues.

Una entitat privada que lluita contra la crueltat en l'ús de funcions contínues

També pots seguir el nostre pla "Adopta una funció contínua"

Per a més informació, escriu a:

S.P.F.C.

C/ LOGARITMES, α

ASPA 25151

LLEIDA

( Afiliada a la U.N.C.O.F.P.O., United Nations Continuous Functions Protection Organization )