Reaseguro stop-loss en el *SCR* del riesgo de suscripción de vida

Pons Cardell, Mª Àngels; mapons@ub.edu
Sarrasí Vizcarra, F. Javier; sarrasi@ub.edu
Departament de Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial
Universitat de Barcelona

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es analizar el efecto que tiene la modalidad de reaseguro no proporcional stop-loss en el capital de solvencia obligatorio del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida de una compañía de seguros. En particular se asume la hipótesis que su cartera presenta el riesgo de mortalidad y el riesgo de longevidad. El capital de solvencia obligatorio, desde el punto de vista de la cedente y del reasegurador, se obtiene a través de un modelo interno basado en el método de simulación de Monte Carlo. La agregación de los dos riesgos considerados se obtiene del propio proceso de simulación sin la necesidad de utilizar matrices de correlación, a diferencia de lo que propone el modelo estándar de Solvencia II. Posteriormente, se estudia el efecto mitigador del reaseguro stop-loss, mediante un ejemplo numérico, donde se analiza la sensibilidad del capital de solvencia obligatorio ante variaciones en el tamaño de la cartera y en la prioridad de la cedente.

ABSTRACT

The aim of this work is to analyze the effect that the non-proportional stop-loss reinsurance modality has in the solvency capital requirement of the life insurance subscription risk module of an insurance company. We assume that the risk in its portfolio depends on both the mortality and longevity risks. The solvency capital requirement, from the point of view of the direct company and the reinsurer, is obtained through an internal model based on the Monte Carlo simulation method. The aggregation of the two aforementioned risks follows directly from the simulation process without needing to use correlation matrices, unlike the standard Solvency II model proposes. Subsequently, the mitigating effect of stop-loss reinsurance is studied, using a numerical example, where the sensitivity of solvency capital requirement is analyzed respect to changes in the size of the portfolio and the priority of the direct company.

***Palabras claves*:** Reaseguro stop-loss; Solvencia II; Capital de solvencia obligatorio; Simulación.

***Área temática*:** A4. Matemáticas Financieras y Actuariales.

1. INTRODUCCIÓN

El trabajo consiste en analizar el efecto que tiene el reaseguro stop-loss en el capital de solvencia obligatorio o SCR (*Solvency Capital Requirement*) de una compañía de seguros, cuya cartera está formada por seguros, operaciones que cubren el fallecimiento del asegurado, y por rentas, operaciones que cubren la supervivencia del mismo. En las primeras, el riesgo que tiene la compañía viene dado por el hecho de que el asegurado fallezca antes de lo previsto, es el denominado riesgo de mortalidad, sin embargo, en las segundas el riesgo viene determinado porque el asegurado viva más de lo esperado, es el riesgo de longevidad.

Solvencia II propone para calcular el SCR un modelo estándar, basado en un sistema modular de los diferentes riesgos que tiene la compañía. El cálculo del SCR total se obtiene por agregación de los capitales de solvencia obligatorios de cada uno de los riesgos que integran la cartera. Al tratarse de riesgos dependientes, la agregación no es aditiva, es decir, no se obtiene por suma aritmética, sino que viene dada por una suma correlacionada a partir de unas matrices de correlación, cuyos elementos, establecidos por la propia normativa de Solvencia II, recogen los coeficientes de correlación lineal entre los diferentes riesgos y se asume la hipótesis de distribución normal de los riesgos que se están agregando. En el caso particular de la agregación de los riesgos de longevidad y mortalidad los valores de los coeficientes de correlación lineal propuestos son negativos, dándose un beneficio por diversificación, ya que el SCR total es inferior a la suma aritmética de los SCR de cada riesgo.

En este trabajo se propone un modelo interno (M.A. Pons y F.J. Sarrasí (2019)) que permite la agregación del riesgo de longevidad y del riesgo de mortalidad sin necesidad de aplicar matrices de correlación entre ellos. El modelo se basa en simular, por el método de Monte Carlo, estos dos riesgos que presenta la cartera de vida de la compañía de seguros de forma conjunta sin necesidad, por tanto, de asumir hipótesis de normalidad sobre ellos. Posteriormente se aplica dicho modelo interno a una compañía de seguros que contrata un reaseguro stop-loss con el objetivo de evaluar el efecto mitigador que tiene este sobre el capital de solvencia obligatorio de la compañía de seguros.

El trabajo tiene la siguiente estructura; en el apartado 2 se describe el modelo interno propuesto para la agregación de riesgos; en el apartado 3 se incorpora el reaseguro stop-loss en el modelo interno propuesto; en el apartado 4 se lleva a cabo una aplicación numérica y en el apartado 5 se exponen las consideraciones finales.

2. MODELO INTERNO PARA LA AGREGACIÓN DE RIESGOS EN SOLVENCIA II

El modelo interno propuesto para calcular el $\boldsymbol{SCR}$ para el módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida, considerando la agregación del submódulo del riesgo de mortalidad y del submódulo del riesgo de longevidad, se basa en la interpretación formal del artículo 101 de la Directiva de Solvencia II, y en la formalización matemática propuesta por Christiansen y Niemeyer (2014):

$$SCR = VaR_{0,995}(NAV_0 - NAV_1) = VaR_{0,995}(DNAV_0),$$

siendo:

- NAV_t, con $t = 0{,}1$, el valor actual neto en t. Se calcula como la diferencia en t entre el valor de mercado de los activos, A_t, y de los pasivos, L_t, esto es, $NAV_t = A_t - L_t$.
- $DNAV_0 = NAV_0 - NAV_1$.

Se asume la hipótesis que la cartera de la compañía de seguros en el momento del análisis, $t = 0$, está constituida por un colectivo N_0 formado por n_0 asegurados, y que cada asegurado i, de edad actuarial x_i, con $i = 1,2, \dots, n_0$, tiene contratado un seguro de vida y/o una renta, cuyas prestaciones y contraprestaciones son conocidas en el momento del análisis, siendo:

$$NAV_0 = \sum_{t=0}^{Q} (a_t - b_t) \cdot [1 + I_1(0, t)]^{-t},$$

$$NAV_1 = \sum_{t=1}^{Q} (a_t - b_t) \cdot [1 + I_1(1, t)]^{-(t-1)},$$

donde:

- $t = 0,1,2, \dots, Q$, es el horizonte temporal de la operación, expresado en años, y Q es la variable aleatoria primer año en el que la compañía de seguros queda liberada del pago de prestaciones a los beneficiarios.
- a_t y b_t, con $t = 0,1,2, \dots, Q$, son, respectivamente, las variables aleatorias cuantía total de los activos aportados en t y cuantía total de los pasivos satisfechos en t. En este modelo los activos vienen dados por las primas satisfechas por los asegurados en t, y los pasivos, por las sumas aseguradas que la compañía debe de satisfacer en t a todos los beneficiarios de la cartera.
- $I_1(0,t)$ y $I_1(1,t)$, con $t = 0,1,2, \dots, Q$, son, respectivamente, los tantos efectivos anuales al contado e implícitos, siendo $I_1(0,0) = 0$ (Fontanals, H. y Ruiz, E., (2014)). Los tantos de interés al contado vienen dados por el regulador.

Para calcular las variables aleatorias NAV_0 y NAV_1, es necesario conocer la evolución del colectivo N_0 en el tiempo. Su evolución se obtiene a partir de la variable aleatoria T_{N_0}, que proporciona el número de años enteros que van a permanecer con vida cada uno de los n_0 asegurados que forman el colectivo N_0 en el momento $t = 0$. Debido al elevado número de realizaciones que tiene la variable aleatoria T_{N_0} es imposible trabajar directamente con su función de distribución. Este problema se resuelve simulando, por el método de Monte Carlo, las realizaciones de dicha variable, como puede verse en M.A. Pons y F.J. Sarrasí (2017).

Una vez conocida la función de distribución de la variable aleatoria T_{N_0}, bajo la hipótesis que se llevan a cabo z simulaciones, se obtienen el resto de las variables aleatorias relevantes del modelo, Q, a_t, b_t y $DNAV_0$, cuyas realizaciones son, respectivamente:

$$\{Q^1, Q^2, \dots, Q^l, \dots, Q^z\},$$
$$\{a_t^1, a_t^2, \dots, a_t^l, \dots, a_t^z\},$$
$$\{b_t^1, b_t^2, \dots, b_t^l, \dots, b_t^z\},$$
$$\{DNAV_0^1, DNAV_0^2, \dots, DNAV_0^l, \dots, DNAV_0^z\},$$

con $t = 0,1,2,\dots,Q^l$ y $l = 1,2,\dots,z$, donde Q^l, a_t^l, b_t^l y $DNAV_0^l$ son, respectivamente, las realizaciones de las variables aleatorias, Q, a_t, b_t y $DNAV_0$ asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l.

Para el módulo del riesgo de suscripción del seguro de vida considerando la agregación del submódulo del riesgo de mortalidad y del submódulo del riesgo de longevidad, las realizaciones a_t^l y b_t^l de las variables aleatorias a_t y b_t, asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1,2,\dots,z$, se obtienen respectivamente a partir de:

$$a_t^l = \begin{cases} \vec{n}_t^l \cdot \vec{P}_t & para \quad t = 0,1,\dots,Q^l - 1 \\ 0 & para \quad t = Q^l \end{cases}$$

$$b_t^l = \begin{cases} b_0 & para \quad t = 0 \\ \vec{d}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{seg}} + \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{ren}} & para \quad t = 1,2,\dots,Q^l, \end{cases}$$

donde:

- $\vec{P}_t$, con $t = 0,1,2,\dots,Q^l - 1$, es el vector de primas que deben satisfacer en t los asegurados del colectivo inicial N_0, suponiendo que todos están vivos en t. Este vector tendrá tantas componentes como asegurados n_0 tiene el colectivo N_0.

- $\vec{n}_t^l$, con $t = 0,1,2,\dots,Q^l - 1$, es un vector binario de n_0 componentes formado por ceros y unos, y muestra qué asegurados están vivos en t, dada la trayectoria l de evolución del colectivo N_0. Si la componente i, con $i = 1,\dots,n_0$, vale 1, indica que el asegurado i-ésimo está vivo en t, y si vale 0 es que está muerto.

- $\vec{d}_t^l$, con $t = 1,\dots,Q^l$, es un vector binario de n_0 componentes formado por ceros y unos, cuyas componentes muestran qué asegurados del colectivo inicial fallecen durante el año t, dada la trayectoria l de evolución del colectivo N_0. Si la componente i, con $i = 1,\dots,n_0$, vale 1, indica que el asegurado i-ésimo ha fallecido en el año t, y si vale 0 es que permanece vivo en t o ha fallecido en un año anterior a t.

- b_0 es un valor cierto y vale 0 si el colectivo N_0 es de nueva creación.
- $\overrightarrow{S_t^{seg}}$, con $t = 1, \dots, Q^l$, es un vector de n_0 componentes formado por las sumas aseguradas a satisfacer en t, asociadas a las operaciones de seguros de los asegurados del colectivo N_0. La componente i, con $i = 1, \dots, n_0$, recoge la prestación que tiene que pagar la compañía en t en el caso que el asegurado i-ésimo falleciese en el año t. Si el asegurado i no tiene contratado el seguro dicha componente valdrá cero.
- $\overrightarrow{S_t^{ren}}$, con $t = 1, \dots, Q^l$, es un vector de n_0 componentes formado por las sumas aseguradas a satisfacer en t, asociadas a las operaciones de renta de los asegurados del colectivo N_0. La componente i, con $i = 1, \dots, n_0$ recoge la prestación que tiene que pagar la compañía en t, en el caso que el asegurado i-ésimo llegue vivo a t. Si el asegurado i no tiene contratada la renta dicha componente valdrá cero.

Los vectores $\vec{P}_t$, $\overrightarrow{S_t^{seg}}$ y $\overrightarrow{S_t^{ren}}$ se obtienen directamente de la información de la cartera de la compañía de seguros, sin embargo, los vectores $\vec{n}_t^l$ y $\vec{d}_t^l$ se obtienen partir de la realización *l*-ésima de la variable aleatoria T_{N_0}.

La agregación de los dos riesgos considerados en la cartera de la compañía se realiza, para cada simulación, directamente sobre la realización *l*-ésima, b_t^l , de la variable aleatoria pasivos en t, b_t. De esta manera, b_t^l, tiene en cuenta el total que en t, debe pagar la compañía en concepto de rentas y seguros, de acuerdo con la evolución que tenga el colectivo según su *l*-ésima simulación.

Conocidas las realizaciones de las variables aleatorias activos y pasivos en t se podrá estimar la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria $DNAV_0$, y el SCR del colectivo se obtendrá como el $VaR_{0,995}$ de dicha variable aleatoria:

$$SCR = VaR_{0,995}(DNAV_0).$$

3. INCORPORACIÓN DEL REASEGURO STOP-LOSS EN EL MODELO INTERNO

En este apartado se va a considerar la incorporación del reaseguro stop-loss (Minzoni, A., 2009) en el modelo interno anterior.

Se asumen dos hipótesis, la primera es que el contrato de reaseguro tiene la misma duración que el contrato de la operación, y la segunda, es que cada asegurado i tiene contratada una única póliza, que cubre las dos contingencias, longevidad y fallecimiento, es decir, tiene contratada una operación mixta renta-seguro.

Desde el punto de vista de la cedente, el $SCR^c = VaR_{0,995}(DNAV_0^c)$, se obtiene a partir de las variables aleatorias cuantía de los activos, a_t^c, y de los pasivos, b_t^c, a cargo de la cedente en el momento t, cuyas realizaciones son, respectivamente:

$$a_t^c = \left\{a_t^{c,1}, a_t^{c,2}, \dots, a_t^{c,l}, \dots, a_t^{c,z}\right\} \text{ y } b_t^c = \left\{b_t^{c,1}, b_t^{c,2}, \dots, b_t^{c,l}, \dots, b_t^{c,z}\right\}, \text{ con } t = 0,1,2, \dots, Q^l.$$

Análogamente, desde el punto de vista del reasegurador el $SCR^r = VaR_{0,995}(DNAV_0^r)$, se obtiene a partir de las variables aleatorias cuantía de los activos, a_t^r, y de los pasivos, b_t^r, a cargo del reasegurador en el momento t, cuyas realizaciones son, respectivamente:

$$a_t^r = \left\{a_t^{r,1}, a_t^{r,2}, \dots, a_t^{r,l}, \dots, a_t^{r,z}\right\} \text{ y } b_t^r = \left\{b_t^{r,1}, b_t^{r,2}, \dots, b_t^{r,l}, \dots, b_t^{r,z}\right\}, \text{ con } t = 0,1,2, \dots, Q^l,$$

siendo $a_t = a_t^c + a_t^r$ y $b_t = b_t^c + b_t^r$.

El cálculo de los pasivos, b_t^c y b_t^r, es inmediato a partir de las características propias del reaseguro, sin embargo, la obtención de los activos, a_t^c y a_t^r, dependerá del criterio de reparto que se establezca entre los asegurados.

3.1. Cálculo de los pasivos en el reaseguro de stop-loss

El reaseguro stop-loss es una modalidad de reaseguro no proporcional que se caracteriza porque el reasegurador se obliga a cubrir totalmente o parcialmente el exceso de siniestralidad ocurrido en un año respecto a una prioridad M. En este reaseguro no hay proporcionalidad en la distribución de responsabilidades, debido a que el compromiso de las partes depende de la siniestralidad y no de la suma asegurada de las pólizas.

En este reaseguro las realizaciones de la variable aleatoria b_t, para la cedente, $b_t^{c,l}$, y para el reasegurador, $b_t^{r,l}$, asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1,2,\dots,z$, y para $t = 1,2,\dots,Q^l$, si la responsabilidad que asume el reasegurador es ilimitada y la prioridad depende del año t, M_t ,son:

$$b_t^{c,l} = \begin{cases} \vec{d}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{seg}} + \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{ren}} & si \quad \vec{d}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{seg}} + \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{ren}} \le M_t \\ M_t & si \quad \vec{d}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{seg}} + \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{ren}} > M_t, \end{cases}$$

$$b_t^{r,l} = \begin{cases} 0 & si \quad \vec{d}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{seg}} + \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{ren}} \le M_t \\ \vec{d}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{seg}} + \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{ren}} - M_t & si \quad \vec{d}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{seg}} + \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{S_t^{ren}} > M_t, \end{cases}$$

siendo $b_t^{c,l} = b_0^c$ y $b_t^{r,l} = b_0^r$ para $t = 0$.

3.2. Cálculo de los activos

Para poder calcular las realizaciones $a_t^{c,l}$ y $a_t^{r,l}$ de las variables aleatorias a_t^c y a_t^r asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1,2,\dots,z$:

$$a_t^{c,l} = \begin{cases} \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{P_t^c} & para \quad t = 0,1,\dots,Q^l - 1 \\ 0 & para \quad t = Q^l, \end{cases}$$

$$a_t^{r,l} = \begin{cases} \vec{n}_t^l \cdot \overrightarrow{P_t^r} & para \quad t = 0,1,\dots,Q^l - 1 \\ 0 & para \quad t = Q^l, \end{cases}$$

es necesario conocer el vector de primas que retiene la cedente, $\overrightarrow{P_t^c}$, y el vector de primas del reasegurador $\overrightarrow{P_t^r}$, siendo: $\overrightarrow{P_t^c} = \left(P_{1,t}^c, P_{2,t}^c, \dots, P_{i,t}^c, \dots, P_{n_0,t}^c\right)$ y $\overrightarrow{P_t^r} = \left(P_{1,t}^r, P_{2,t}^r, \dots, P_{i,t}^r, \dots, P_{n_0,t}^r\right)$.

El cálculo de $P_{i,t}^{c}$ y $P_{i,t}^{r}$ no es inmediato, ya que no hay proporcionalidad a priori sobre las primas retenidas por la cedente y por el reasegurador. Su obtención, como se verá a continuación, dependerá de la relación entre la prima única para toda la cartera de la cedente $\boldsymbol{\pi^c}$ y del reasegurador $\boldsymbol{\pi^r}$.

Sean, π^c y π^r, respectivamente, las variables aleatorias prima única total del colectivo asociada a la cedente y al reasegurador, cuyas realizaciones vienen dadas por los siguientes conjuntos:

$$\tau^c = \{\pi^{c,1}, \pi^{c,2}, \dots, \pi^{c,l}, \dots, \pi^{c,z}\},$$

$$\tau^r = \{\pi^{r,1}, \pi^{r,2}, \dots, \pi^{r,l}, \dots, \pi^{r,z}\},$$

donde $\pi^{c,l}$ y $\pi^{r,l}$ son, respectivamente, el valor actual financiero de los pasivos a cargo de la cedente y del reasegurador dada la simulación *l*-ésima del colectivo:

$$\pi^{c,l} = \sum_{t=1}^{Q^l} b_t^{c,l} \cdot (1 + I_1)^{-t},$$

$$\pi^{r,l} = \sum_{t=1}^{Q^l} b_t^{r,l} \cdot (1 + I_1)^{-t},$$

siendo I_1 el tanto efectivo anual de interés técnico. Se asume la hipótesis que el tipo de interés técnico I_1, que utiliza la cedente y el reasegurador es el mismo.

La función de distribución de las variables aleatorias π^c y π^r se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Función de distribución de π^cy π^r

τ^c	τ^r	$P(\pi^c = \tau^c)$= $P(\pi^r = \tau^r)$
$\pi^{c,1}$	$\pi^{r,1}$	$1/_{Z}$
$\pi^{c,2}$	$\pi^{r,2}$	$1/_{Z}$
…	…	…
$\pi^{c,l}$	$\pi^{r,l}$	$1/_{Z}$
…	…	…
$\pi^{c,z}$	$\pi^{r,z}$	$1/_{Z}$

Fuente: Elaboración propia

Si se aplica como criterio de cálculo de primas el criterio de la esperanza matemática, entonces el valor de la prima única asociada a la cedente, $\boldsymbol{\pi^c}$, y al reasegurador, $\boldsymbol{\pi^r}$, para toda la cartera, se obtienen como:

$$\boldsymbol{\pi^c} = E[\pi^c] = \frac{\sum_{l=1}^{z} \pi^{c,l}}{z} \quad y \quad \boldsymbol{\pi^r} = E[\pi^r] = \frac{\sum_{l=1}^{z} \pi^{r,l}}{z},$$

siendo la prima única total del colectivo, $\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\pi^c} + \boldsymbol{\pi^r}$.

Para calcular la prima periódica a satisfacer en t por el asegurado i que retiene la cedente, $P_{i,t}^c$, y el reasegurador, $P_{i,t}^r$, se asume el siguiente criterio de reparto:

$$P_{i,t}^c = \gamma \cdot P_{i,t} \ \text{ con } \ i = 1, \dots, n_0 \ \text{ y } \ t = 0,1, \dots, Q^l - 1,$$

y teniendo en cuenta que $P_{i,t} = P_{i,t}^c + P_{i,t}^r$, entonces:

$$P_{i,t}^r = (1 - \gamma) \cdot P_{i,t} \ \text{ con } \ i = 1, \dots, n_0 \text{ y } \ t = 0,1, \dots, Q^l - 1,$$

siendo:

- $P_{i,t}$ la prima pura de la operación que el asegurado i satisface en t.
- γ, con $0 < \gamma \leq 1$, el coeficiente en tanto por uno a determinar.

La obtención de γ pasa por el siguiente proceso. Sea h_i, el número de primas periódicas satisfechas por el asegurado i, y tP_{x_i} la probabilidad de que un individuo de edad actuarial x_i sobreviva t años, entonces la prima única asociada a dicho asegurado, $\boldsymbol{\pi_i}$, se obtiene como el valor actual actuarial de las primas periódicas efectuadas por el asegurado i:

$$\boldsymbol{\pi_i} = \sum_{t=0}^{h_i - 1} P_{i,t} \cdot tP_{x_i} \cdot (1 + I_1)^{-t} \quad i = 1, \dots, n_0.$$

Por tanto, la prima única total del colectivo formado por n_0 individuos, $\boldsymbol{\pi}$, se obtiene sumando las primas únicas individuales de cada uno de los n_0 individuos que forman el colectivo:

$$\boldsymbol{\pi} = \sum_{i=1}^{n_0} \boldsymbol{\pi_i}.$$

La prima única que retiene la cedente asociada al individuo i, $\boldsymbol{\pi_i^c}$, con $i = 1, \dots, n_0$ es:

$$\boldsymbol{\pi_i^c} = \sum_{t=0}^{h_i-1} P_{1,t}^c \cdot tP_{x_i} \cdot (1+I_1)^{-t} = \sum_{t=0}^{h_i-1} \gamma \cdot P_{i,t} \cdot tP_{x_i} \cdot (1+I_1)^{-t}$$

$$= \gamma \cdot \sum_{t=0}^{h_i-1} P_{i,t} \cdot tP_{x_i} \cdot (1+I_1)^{-t} = \gamma \cdot \boldsymbol{\pi_i}.$$

Teniendo en cuenta que:

$$\boldsymbol{\pi^c} = \sum_{i=1}^{n_0} \boldsymbol{\pi_i^c} = \sum_{i=1}^{n_0} \gamma \cdot \boldsymbol{\pi}_i = \gamma \cdot \sum_{i=1}^{n_0} \boldsymbol{\pi_i} = \gamma \cdot \boldsymbol{\pi},$$

entonces:

$$\gamma = \frac{\boldsymbol{\pi^c}}{\boldsymbol{\pi}}.$$

De manera que $P_{i,t}^c$ y $P_{i,t}^r$, para $i = 1, \dots, n_0$ y $t = 0,1, \dots, Q^l - 1$, se obtienen de la relación entre $\boldsymbol{\pi^c}$ y $\boldsymbol{\pi}$:

$$P_{i,t}^c = \gamma \cdot P_{i,t} = \frac{\boldsymbol{\pi^c}}{\boldsymbol{\pi}} \cdot P_{i,t} \quad y \quad P_{i,t}^r = (1-\gamma) \cdot P_{i,t} = \left(1 - \frac{\boldsymbol{\pi^c}}{\boldsymbol{\pi}}\right) \cdot P_{i,t}.$$

Una vez obtenidas las primas $P_{i,t}^c$ y $P_{i,t}^r$, se podrán calcular las realizaciones $a_t^{c,l}$ y $a_t^{r,l}$ de las variables aleatorias a_t^c y a_t^r asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1,2, \dots, z$.

4. APLICACIÓN NUMÉRICA

En este apartado se ilustra un ejemplo numérico del cálculo del SCR desde el punto de vista de la cedente y del reasegurador para la modalidad de reaseguro stop-loss, considerando la agregación del submódulo del riesgo de mortalidad y del submódulo del riesgo de longevidad.

Se asume que la cartera de la compañía de seguros, que es de nueva creación, está formada por un colectivo homogéneo en cuanto a edades, sexo y características de la operación. El colectivo está formado por individuos de sexo masculino, con edad actuarial $x = 60$ años, donde cada uno de ellos tiene contratada una operación mixta integrada por un seguro inmediato, temporal de 15 años y con una suma asegurada, $S = 2.000$€, y una renta anual, anticipada, diferida 15 años y temporal 15 años, de cuantía constante de 200€. La operación mixta está pactada a primas periódicas anuales hasta la temporalidad del seguro, 15 años.

Los datos técnicos asumidos en la operación son los siguientes:

- Tipo de interés técnico del 2% efectivo anual: $I_1 = 0{,}02$.
- Tablas de mortalidad: Población asegurada española masculina PASEM 2010.
- Estructura de tipos de interés al contado libres de riesgo 31-05-2018 (EIOPA).

Al ser una cartera de nueva creación la cuantía de los pasivos satisfechos en $t = 0$ por la compañía de seguros es cero, $b_0 = 0$.

El importe de la prima periódica anual, P, a pagar por cada asegurado de edad actuarial $x = 60$ años, se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$P = \frac{2.000 \cdot \sum_{t=0}^{14} t/q_{60} \cdot (1+0{,}02)^{-(t+1)} + 200 \cdot \sum_{t=15}^{29} tP_{60} \cdot (1+0{,}02)^{-t}}{\sum_{t=0}^{14} tP_{60} \cdot (1+0{,}02)^{-t}} = 107{,}90€,$$

donde t/q_{60} es la probabilidad de que una persona de edad actuarial $x = 60$ años viva t años y fallezca en el año siguiente, y tP_{60} es la probabilidad que una persona de edad actuarial 60 años viva t años más.

Para esta cartera los vectores de primas y sumas aseguradas, $\vec{P}_t$, $\overrightarrow{S_t^{seg}}$ y $\overrightarrow{S_t^{ren}}$ son respectivamente:

$$\vec{P}_t = (107{,}90;\ 107{,}90; \dots;\ 107{,}90) \text{ con } t = 0,1,2,\dots,14,$$

$$\overrightarrow{S_t^{seg}} = \begin{cases} (2.000, 2.000, \dots, 2000) & para \quad t = 1,2,3,4,\dots,15 \\ (0,0,\dots,0) & para \quad t = 16,17,\dots,30, \end{cases}$$

$$\overrightarrow{S_t^{ren}} = \begin{cases} (0,0,\dots,0) & para \quad t = 1,2,3,\dots,14 \\ (200, 200, \dots, 200) & para \quad t = 15,16,\dots,29, \end{cases}$$

donde el número de componentes de cada vector coincide con el tamaño del colectivo.

Los cálculos del SCR obtenidos aplicando el método interno propuesto se han realizado en lenguaje de programación R y con 100.000 simulaciones.

En la Tabla 2 se muestran los resultados para el SCR^c, el SCR^r y el SCR^{Total}, calculado este último como suma de los dos primeros, bajo la hipótesis que la cedente tiene contratado un reaseguro stop-loss con prioridad $M = 10.000€$, para diferentes escenarios de tamaño del colectivo, n_0. También se calcula el SCR_i^c, el SCR_i^r y el SCR_i^{Total} de cada asegurado i, que en este ejemplo, al tratarse de un colectivo homogéneo, se obtienen a partir de:

$$SCR_i^c = \frac{SCR^c}{n_0}; \quad SCR_i^r = \frac{SCR^r}{n_0}; \quad SCR_i^{Total} = \frac{SCR^{Total}}{n_0} \text{ con } i = 1, \dots, n_0.$$

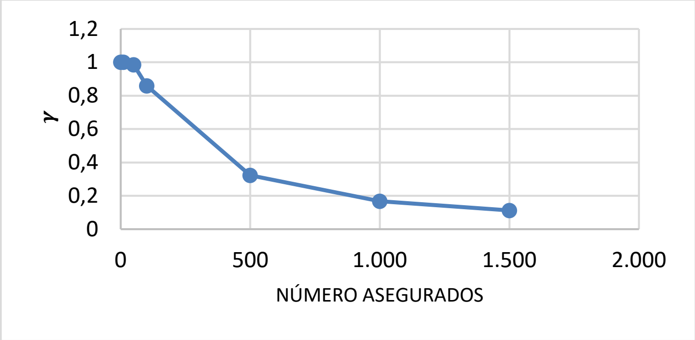
Tabla 2. Reaseguro stop-loss con $M = 10.000€$

n_0	γ	SCR^c	SCR^r	SCR^{Total}	SCR_i^c	SCR_i^r	SCR_i^{Total}
1	1	110,86	0	110,86	110,86	0	110,86
10	1	1.089,76	0	1.089,76	108,98	0	108,98
50	0,9858666	5.335,31	78,53	5.413,83	106,71	1,57	108,28
100	0,8596754	9.296,69	1.531,02	10.827,71	92,67	15,31	108,28
500	0,3227563	17.383,65	36.495,44	53.879,09	34,77	72,99	107,76
1.000	0,1685419	12.150,97	89.519,12	101.670,09	12,15	89,52	101,67
1.500	0,1125148	8.168,70	141.243,20	149.311,90	5,46	94,16	99,54

Fuente: Elaboración propia

Como puede apreciarse en el Gráfico 1, el valor del parámetro γ es inversamente proporcional al tamaño del colectivo, salvo para colectivos muy pequeños donde el parámetro γ es constante e igual a 1. Esto es debido a que el reaseguro no interviene en carteras con colectivos muy pequeños, ya que la siniestralidad de la compañía está por debajo de la prioridad M. Es lo que sucede para $n_0 = 1$ y $n_0 = 10$, sin embargo, cuando el colectivo empieza a crecer a partir de un determinado tamaño, la sinestralidad de la compañía sobrepasa la prioridad y, por tanto, cada vez hay más siniestralidad a cargo del reasegurador, disminuyendo el valor del parámetro γ.

Gráfico 1: Relación entre γ y n_0

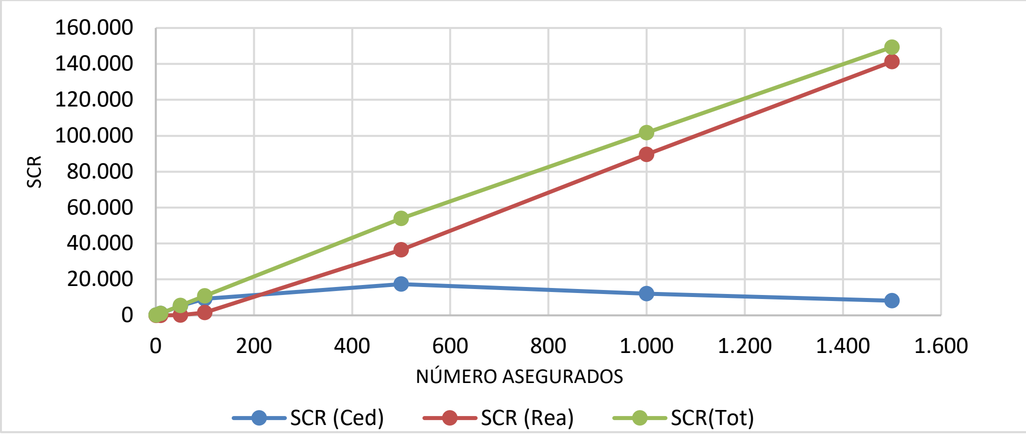


Fuente: Elaboración propia

En el Gráfico 2 se muestra el comportamiento de SCR^c, SCR^r y SCR^{Total} con respecto al tamaño del colectivo, n_0. En el caso del SCR^c se aprecian dos tramos diferenciados. En el primero, que se corresponde con tamaños del colectivo pequeños, en este ejemplo hasta 500 asegurados, el SCR^c es creciente, esto es debido a que, para colectivos de tamaño muy pequeño, prácticamente toda la siniestralidad de la cartera la asume la cedente por estar esta por debajo de la prioridad. Conforme va aumentando el tamaño del colectivo, la cedente empieza a compartir el peso de la siniestralidad con el reasegurador disminuyendo el crecimiento del SCR^c. En el segundo tramo el SCR_0^c disminuye, ya que cada vez es menor el porcentaje de participación de la cedente en la siniestralidad total de la cartera conforme aumenta el tamaño del colectivo y mayores los ingresos por primas cobradas, lo que permite a la compañía de seguros disminuir sus dotaciones de SCR^c.

Respecto al comportamiento del SCR^r, este presenta también dos tramos, en el primero hasta un tamaño de 10 asegurados su valor es cero, debido a que el reasegurador no tiene que dotar SCR^r por no superar la siniestralidad de la compañía la prioridad del contrato M. En el segundo tramo el SCR^r es creciente ya que cada vez que va aumentado el tamaño del colectivo, mayor es el porcentaje de participación del reasegurador en la siniestralidad total de la cartera. Cabe destacar el comportamiento creciente del SCR^{Total}.

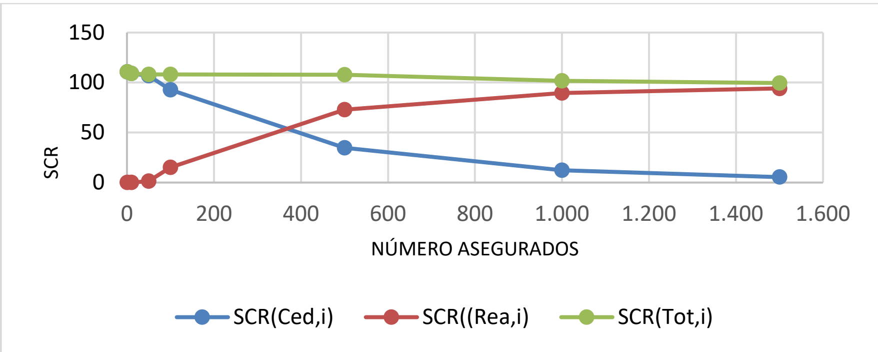
Gráfico 2: Relación entre SCR^c, SCR^r, SCR^{Total} y n_0



Fuente: Elaboración propia

En el Gráfico 3 se muestra la evolución de SCR_i^c , SCR_i^r y SCR_i^{Total} respecto al tamaño del colectivo, n_0. Para este ejemplo, el SCR_i^c siempre es decreciente y el SCR_i^r inicialmente es cero y luego siempre es creciente, pero con tasas de crecimiento cada vez menores conforme se acerca a los 1.500 asegurados. Cabe destacar como va disminuyendo el SCR_i^{Total} conforme aumenta el tamaño del colectivo debido a que disminuye el riesgo no sistematico de la cartera.

Gráfico 3: Relación entre SCR_i^c ,SCR_i^r, SCR_i^{Total} y n_0



Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 3 se muestran los resutados obtenidos para γ, SCR^c, SCR^r, SCR^{Total}, SCR_i^c, SCR_i^r y SCR_i^{Total} en el reaseguro stop-loss para un tamaño de $n_0 = 500$ asegurados de edad, todos ellos, $x = 60$ años y para diferentes valores de la prioridad M.

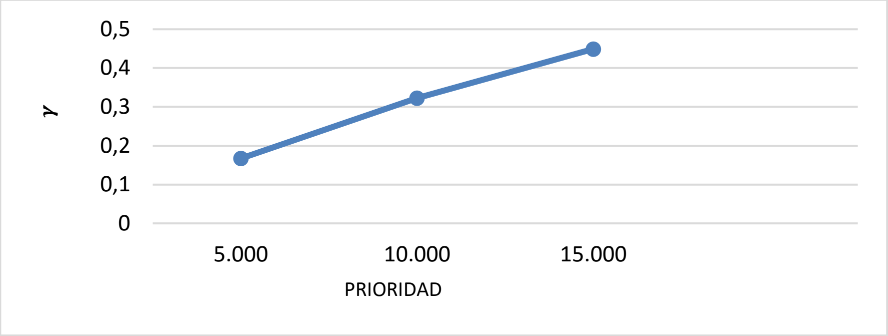
Tabla 3. Reaseguro stop-loss con $n_0 = 500$ y edad de los asegurados $x = 60$ años

$\boldsymbol{M}$	$\boldsymbol{\gamma}$	$\boldsymbol{SCR^c}$	$\boldsymbol{SCR^r}$	$\boldsymbol{SCR^{Total}}$	$\boldsymbol{SCR_i^c}$	$\boldsymbol{SCR_i^r}$	$\boldsymbol{SCR_i^{Total}}$
5.000	0,1672052	9.007,02	44.855,73	53.862,75	18,01	89,71	107,73
10.000	0,3227563	17.383,65	36.495,44	53.879,09	34,77	72,99	107,76
15.000	0,4491538	24.172,38	29.689,88	53.862,26	48,34	59,38	107,72

Fuente: Elaboración propia

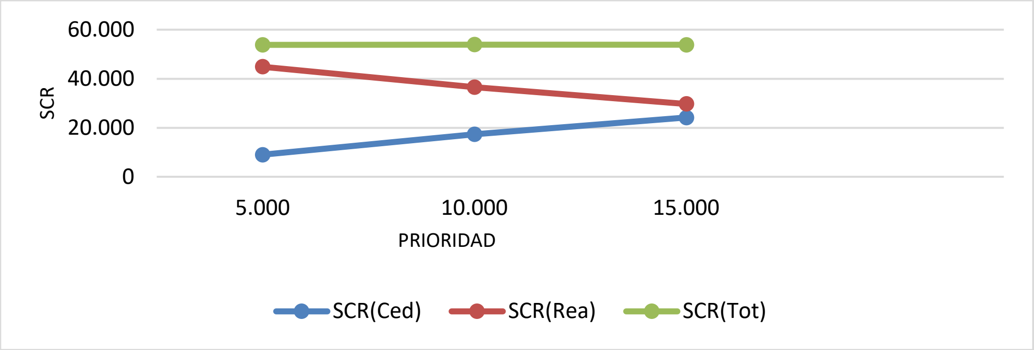
Cuanto mayor es la prioridad de la cedente, mayor es el peso que asume esta en la siniestralidad total de la cartera en detrimento del reasegurador, esto explica el comportamiento creciente del parámetro γ (Gráfico 4) y del SCR^c respecto a la prioridad M y la evolución decreciente del SCR^r (Gráfico 5).

Gráfico 4: Relación entre γ y M



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 5: Relación entre SCR^c, SCR^r, SCR^{Total} y M



Fuente: Elaboración propia

5. CONSIDERACIONES FINALES

En este trabajo se ha presentado un modelo interno para el cálculo del SCR del riesgo de suscripción de vida, de una cartera que presenta el riesgo de mortalidad y el riesgo de longevidad. El modelo estándar de Solvencia II propone un sistema de cálculo del SCR modular, basado en la suma correlacionada del capital de solvencia obligatorio de los distintos riesgos que componen la cartera. Sin embargo, esta forma de agregar riesgos conlleva una hipótesis muy restrictiva, ya que asume normalidad de las variables aleatorias marginales que se están considerando, y que el coeficiente de correlación entre ellas captura de forma adecuada su dependencia. Sin embargo, en el modelo interno propuesto no se asumen estas hipótesis, ya que la agregación se realiza para cada simulación, directamente sobre las realizaciones obtenidas de la variable aleatoria pasivos de la cartera en t, b_t.

Una vez planteado el modelo interno se ha analizado el efecto mitigador que tiene el reaseguro stop-loss sobre el SCR de la compañía de seguros. El cálculo del SCR^c y del SCR^r pasa por obtener la prima que retiene la cedente y la prima del reasegurador, como una proporción γ o $(1-\gamma)$ respectivamente, de la prima de la operación neta de reaseguro.

En el último apartado hay un ejemplo numérico, en el cual se ha calculado el SCR del riesgo de suscrición de vida, para una cartera formada por seguros de vida y rentas de supervivencia, y donde se ha considerado que el colectivo de la cartera es homogéneo en cuanto a edades, sexo y sumas aseguradas. Se ha llevado a cabo un análisis de sensibilidad de cómo afecta al SCR^c, SCR^r, SCR_i^c y SCR_i^r la política de reaseguro, destacando la falta de proporcionalidad cuando se considera la relación entre el SCR_i^c y el SCR_i^r con el tamaño del colectivo, debido al efecto que el tamaño tiene sobre el riesgo no sistemático del colectivo. Cabe también destacar el comportamiento creciente y luego decreciente que experimenta el SCR^c frente a variaciones en el tamaño del colectivo.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CHRISTIANSEN, M.C. y NIEEMEYER, A. (2014). “Fundamental definition of the solvency capital requeriment in Solvency II”. ASTIN Bulletin, 44, pp. 501-533. (http://www.journals.cambridge.org/article_S0515036114000105).

- EIOPA. Risk-Free Interest Rate Term Structures. https://eiopa.europa.eu/regulation-supervision/insurance/solvency-ii-technical-information/risk-free-interest-rate-term-structures
- EL PARLAMENTO EUROPEO Y EL CONSEJO DE LA UNIÓN EUROPEA (2009). DIRECTIVA 2009/138/CE DEL PARLAMENTO EUROPEO Y DEL CONSEJO, de 25 de noviembre de 2009. *Diario oficial* de la Unión Europea, L 335: 1-155. (http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2009:335:0001:0155:ES:PDF).
- FONTANALS, H. y RUIZ, E. (2014). *Risc de tipus d'interès*. Editorial UOC. Barcelona.
- MINZONI, A. *Reaseguro*. Editor: Universidad Nacional Autónoma de México. 2009.
- PASEM (2010). Tablas de mortalidad de la población asegurada española masculina, BOE núm. 174, de 21 de julio de 2012, pp. 52491 a 52495.
- PONS, M.A y SARRASÍ, F.J. (2017). Simulación de Monte Carlo aplicada a un modelo interno para calcular el riesgo de mortalidad en Solvencia II. Revista electrónica de comunicaciones y trabajos de Asepuma. Rect@. Volumen 18 (2017), págs. 53-70. DOI 10.24309/recta.2017.18.01.04.
- PONS, M.A y SARRASÍ, F.J. (2019). Una propuesta alternativa a la agregación de riesgos de Solvencia II. Anales de Asepuma XXVII Jornadas de Santander 2019. Volumen 27.
- Reglamento delegado (UE) 2015/35 de la Comisión de 10 de octubre de 2014 por el que se completa la Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo sobre el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II).