Máster en Ciencias Actuariales y Financieras

TRABAJO FINAL DE MÁSTER

Título: Programación en R y análisis de sensibilidad de un sistema Bonus-Malus italiano

Autoría: Ricard Urso Coll

Tutoría: Eva Boj y Teresa Costa

Curso académico: 2020-2021

Universitat de Barcelona
Facultat d'Economia i Empresa

Màster de Ciències Actuarials i Financeres

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Barcelona

Trabajo Final de Máster

Máster en Ciencias Actuariales y Financieras

Programación en R y análisis de sensibilidad de un sistema Bonus-Malus italiano

Autoría: Ricard Urso Coll

Tutoría: Eva Boj y Teresa Costa

“El contenido de este documento es de exclusiva responsabilidad del autor, quien declara que no ha incurrido en plagio y que la totalidad de referencias a otros autores han sido expresadas en el texto”.

Resumen

Las reglas de mercado han hecho que los sistemas de tarificación *a posteriori* conocidos como Sistemas Bonus-Malus (SBM) sean los más utilizados por las compañías aseguradoras en los países más desarrollados. Los SBM otorgan bonificaciones o penalizaciones en función de la conducta del asegurado, reduciendo el nivel de externalización del riesgo y por lo tanto desincentivando el riesgo moral. El presente trabajo se centra, en el estudio de dos SBM: uno ficticio, al fin de entender las imposiciones normativas italianas; y uno real, para ver cómo se movió una compañía particular en el espacio discrecional que las leyes dejan.

Parablas clave: cadenas de Markov, sistemas Bonus-Malus, tarificación *a posteriori*, R, Shiny.

Abstract

Market rules have made the *a posteriori* pricing system known as Bonus-Malus Systems (BMS) the most widely used by insurance companies in the most developed countries. The BMSs provides bonuses or penalties depending on the behaviour of the insured, reducing the level of externalization of risk and therefore discouraging moral hazard. This paper focuses on the study of two BMSs: a fictitious one, to understand the Italian regulatory impositions; and a concrete one, to see how a particular company moved in the discretionary space left by the laws.

Keywords: Markov chain, Bonus-Malus systems, *a posteriori* ratemaking, R, Shiny.

Índice

1. Introducción

El tema de este trabajo son las técnicas de tarificación *a posteriori*, en particular el sistema Bonus-Malus (SBM) italiano: se analizarán los aspectos más importantes que lo caracterizan, tanto a nivel de legislación, cuanto a nivel técnico-actuarial y se incluirá un ejemplo de cómo las aseguradoras operantes en Italia los implementan. El trabajo se centra en los seguros de responsabilidad civil para automóviles, ya que, siendo obligatorio en muchos países, es el más común y donde hay más competencia.

Un principio básico de los seguros consiste en crear carteras de riesgos, si estos riesgos no son todos iguales entre sí, la acción más correcta es exigir a los asegurados una prima proporcional al riesgo que quieren exteriorizar (Lemaire, 1995).

El seguro de automóvil de responsabilidad civil es un contrato del ramo no vida que pretende cubrir los daños causados por el vehículo del asegurado a terceros, sean esos daños físicos o materiales.

La tarificación es el procedimiento de segmentación de los riesgos según las características de los asegurados y de la suma asegurada, necesario para determinar la prima a pagar. Se puede definir una tarea llave pues, en un mercado libre y competencial, las compañías aseguradoras, para la misma cobertura, compiten entre ellas mediante los precios. La utilización de muchas variables depende de las leyes del mercado, más que de los principios actuariales. Una prima infravalorada conlleva la insuficiencia de las primas recaudadas para hacer frente al pago de las indemnizaciones. Una prima sobrestimada conlleva que los buenos conductores contratarán el seguro con otras aseguradoras que piden una prima más adecuada, y quedarán en la cartera solo los conductores con mayor nivel de riesgo, es decir se cae en la selección adversa. Por lo tanto, cada implementación, cada segmentación que permita una disminución de la prima a un cualquier tramo de la cartera, desencadena el proceso de actualización de las técnicas de tarificación en todas las competidoras (Denuit et al., 2007).

La tarificación se desglosa en dos tramos: *a priori* y *a posteriori*. La tarificación *a priori* es aquella segmentación que se puede hacer ya antes que el asegurado empiece a conducir y puede incluir: características individuales del asegurado, ubicación geográfica, características del vehículo, tipo de uso que se hace, etc. La tarificación *a priori*, en cambio, se basa en la experiencia y en la conducta del asegurado.

En un mundo caracterizado por la información perfecta, una vez encontrada la categoría a asignar al asegurado esta no debería cambiar, ya que desviaciones eventuales serían comprendidas en el cálculo total y, debido a la ley de los grandes números, no causarían fluctuaciones respecto al valor en riesgo calculado. En la realidad, la información disponible por las aseguradoras, aunque vaya creciendo año tras año, es bastante contenida y no permite una segmentación perfecta, ya que la mayoría de las características que pueden influir en la siniestralidad de un asegurado no son observables, como: atención, prudencia, estilo de conducta, etc. Por todas estas razones la tarificación *a posteriori* cubre un importante papel en este proceso y por lo tanto se ve necesario profundizar dicho argumento de manera analítica. De hecho, las técnicas de tarificación *a posteriori*, entre las cuales están los sistemas Bonus-Malus, tratan de descubrir estas características no observables e incluirlas en el cálculo de la prima. En la práctica, para medir estas características ocultas se utilizan los históricos de los siniestros, mayoritariamente, los siniestros con responsabilidad excedente al 50%, es decir con culpa.

El trabajo se desarrollará del siguiente modo: en el próximo apartado se realizará una breve introducción general a la tarificación, se mencionarán otras técnicas de tarificación *a posteriori* y después se explicarán las bases tanto teóricas, cuantas prácticas, necesarias para entender el funcionamiento de los SBM; por último, se analizarán las herramientas utilizadas en la literatura para evaluar y comparar los SBM. En el tercer capítulo se expondrá el marco legal italiano y cómo funciona el sistema de clases de conversión universal que lo caracteriza. En el cuarto capítulo se aplicarán los asuntos teóricos individuados anteriormente al fin de evaluar dos SBM: el primer será ficticio, ya que consistirá en la transposición y adecuación de las normas inherentes al sistema de clases de conversión universal en un SBM propiamente dicho, mientras que el segundo será un SBM real, actualmente utilizado por una aseguradora operante en Italia. Los cálculos se realizarán en R (R Core Team, 2021) utilizando Shiny (Chang et al., 2021) para visualizar los principales resultados. En el último capítulo se recogerán las conclusiones más relevantes a las cuales puede llevar este trabajo.

2. Introducción a los sistemas Bonus-Malus

2.1. La tarificación

El objetivo principal de la tarificación es crear subcarteras internamente homogéneas y heterogéneas entre ellas. De este modo se persigue el ideal de proporcionalidad del pago, entendido como el pago de una prima adecuada con relación al riesgo subyacente. Este resultado no se puede obtener con solo la tarificación *a priori*, ya que hay varias dificultades técnicas, legales y éticas. A nivel técnico, como ya he mencionado, existen características muy relevantes al momento de calcular el valor esperado de las pérdidas que no se pueden conocer, ya que no son observables o no se pueden medir objetivamente, como, por ejemplo: la rapidez de acción, agresividad al volante, el conocimiento del código de circulación, los hábitos en el consumo de alcohol, etc. Por otro lado, aunque haya características que incidan significativamente en la siniestralidad, está prohibido por ley utilizarlas al fin de tarificación: un ejemplo se encuentra en la directiva del Consejo Europeo 2004/113/CE, que, al artículo 5, prohíbe tener en cuenta el sexo como factor de cálculo de primas y prestaciones a efectos de seguros. Cabe señalar que el coma 2 del mismo artículo admite que los Estados miembros desvíen, siempre y cuando demuestren que la consideración del sexo constituya un factor determinante de la evaluación del riesgo a partir de datos actuariales y estadísticos pertinentes y exactos. Finalmente, a nivel ético, hay que considerar que con solo este tipo de segmentación se penalizaría quien, por sus características, parece un mal conductor, aunque sea un buen conductor, prudente y respetuoso del código, que no causará jamás ni un siniestro (Denuit et al., 2007).

Para todas estas razones el proceso de tarificación necesita una ulterior etapa, conocida como tarificación *a posteriori*, que tiene como objetivo atenuar la heterogeneidad por dentro de las agrupaciones.

2.2. La tarificación *a posteriori*

La tarificación *a posteriori* se basa en la experiencia siniestral del asegurado y se puede entender como aquel proceso que, a través de la incorporación de la nueva información, devuelve un coeficiente de corrección a aplicar a la prima *a priori*, de manera que el precio total de la póliza sea más ajustado al valor esperado de las pérdidas.

A menudo, la información que se elige para incorporar en este proceso, como ya se ha mencionado, es el número de siniestros declarados, ya que es la variable más adecuada para prever el número futuro de siniestros, dado que, según un enfoque exógeno, destaca las variables ocultas que determinan la siniestralidad. Sin embargo, Charpentier y Denuit (2005) señalan que, según un enfoque endógeno, participar en un siniestro podría tener el efecto contrario, es decir reducir la siniestralidad futura debido a una mayor percepción del riesgo.

A lo largo del tiempo se han desempeñado varios métodos para incluir la nueva información en la tarifa como el profit return o premium refound, es decir el rembolso de beneficios por baja siniestralidad, o bien los mecanismos que se basan en la teoría de la credibilidad (Boj et al., 2020).

La teoría de la credibilidad puede considerarse un conjunto de herramientas cuantitativas que permiten a las aseguradoras realizar la calificación de la experiencia. En muchos casos, un estimador de compromiso se deriva de una combinación convexa de una media *a priori* y la media de las observaciones actuales. El peso dado a la media observada se denomina factor de credibilidad (Denuit et al., 2007). Hay diferentes tipos de mecanismos que utilizan la teoría de la credibilidad, los más conocidos son: Teoría de la credibilidad de las fluctuaciones limitadas, descrita por Mowbray (1914) y perfeccionada por Whitney (1918) y la teoría de la credibilidad de la máxima precisión que se desglosa en:

Credibilidad exacta, conocido como enfoque bayesiano y Credibilidad de distribución libre, formalizada por Bühlmann (1970).

La teoría de la credibilidad exacta permite calcular, conociendo el historial de siniestralidad en los X-1 años, los siniestro que ocurrirán en el año X. La teoría de la credibilidad de distribución libre, en cambio, estima el número medio de siniestros en el año X como baricentro, entre el número medio de siniestros declarados por la aseguradora en los primeros X-1 años, y la frecuencia media en toda la cartera (Charpentier y Denuit, 2005).

Entre ellos en el mercado de los seguros de automóviles de responsabilidad civil, los SBM son los más utilizados, debido a la eficacia en los ajustes de tarifa y a la claridad y comprensibilidad que tienen en frente al asegurado.

2.3. Los SBM de clase

Varios estudios (Lemaire, 1995) demuestran que la variable más útil para predecir el número de siniestros futuros no es una variable *a priori*, sino el historial de siniestralidad. Probablemente si las entidades aseguradoras pudieran escoger sólo una variable para tarificar utilizarían probablemente una variable de mérito como esta. De hecho, las escalas de los SBM vienen definidas como la versión comercial de las fórmulas de credibilidad, justo por la sencillez con la cual el asegurado puede entender cuál va a ser la prima a pagar según su historial de siniestralidad (Denuit et al., 2007).

Los SBM de clase son unos sistemas que completan el proceso de tarificación, reduciendo ulteriormente la heterogeneidad restante dentro de los grupos; permiten identificar unívocamente la posición de cada elemento de la cartera, atribuyendo descuentos o recargos sobre la prima *a priori*, en base a los siniestros pasados. Se denominan de clase porque hay un conjunto finito de clases en las cuales se puede transitar; a cada clase corresponde un coeficiente a multiplicar por el coeficiente obtenido de la tarificación *a priori*, determinando la prima pura: si este coeficiente es inferior a 1, reducirá la prima y por lo tanto la zona será de Bonus, mientras que, si es mayor de 1, la zona será de malus, ya que incrementará la prima a pagar por el asegurado.

Según Charpentier y Denuit (2005) los SBM persiguen principalmente tres objetivos:

- Reducir el "moral hazard", responsabilizado el conductor y fomentando su atención al volante, ya que deviene un elemento activo en la determinación de las primas futuras.

- Aumentar la equidad, dado que, a lo largo del tiempo, cada asegurado se hallará en la clase que más refleja su nivel de riesgo.

- Responder a impulsos consumistas: aumentando la prima a quien daña la comunidad y disminuendo la misma a los buenos conductores.

Además, cabe notar que los SBM producen un efecto muy conveniente para las aseguradoras, llamado hambre/sed de bonus. Con este término se indica la predisposición de los asegurados a no declarar al asegurador siniestros de importe contenido, por el miedo a que, en los próximos periodos suba el precio de la prima. Las aseguradoras intentan fomentar este fenómeno, ya que pueden ahorrarse, más que la indemnización en sí, los costes de gestión del siniestro.

Por otro lado, Lemaire (1995) subraya las objeciones presentadas por los detractores de los sistemas de mérito como el SBM. Los actuarios que rechazaban estos sistemas creían que estos mecanismos iban contra algunos conceptos fundamentales de la teoría aseguradora. Principalmente la crítica se centraba en tres aspectos que no estaban siendo garatizados:

- Estabilidad económica de las entidades aseguradoras: esta no está garantizada, porque, con la introducción de estos sistemas, no se sustituye una variable aleatoria (la cuantía total del siniestro) con una constante (el premio), sino que se reemplaza con otra variable estocástica, es decir la prima de mérito.

- Cooperación y solidaridad: de igual manera se pierde el mecanismo que determina que aquellos más afortunados ayudan aquellos menos afortunados, ya que los buenos conductores pagan una prima muy contenida.

- La ley de los grandes números: según la teoría actuarial y estadística, una sola póliza no debería tener peso en la cartera que la comprende y, de igual modo, el hecho de tener o no tener siniestros, siendo la realización de una variable casual, no debería influir en la cuantía de la prima a pagar.

Con la introducción de la tarificación *a priori*, todas estas cualidades se pierden. Sin embargo, parece evidente que se ha retenido que las fortalezas son mayores de las debilidades, ya que la mayoría de los países desarrollados utilizan todavía estos sistemas.

Por definición, estamos en frente a un SBM cuando una compañía aseguradora particiona los asegurados de una cartera en un numero finito de clases y la prima a cobrar depende únicamente de la clase en que está el asegurado. La transición a otra clase, al cabo de un periodo, depende únicamente de la clase anterior y del número de siniestros ocurridos a lo largo del periodo (Denuit et al., 2007).

Para llevar a cabo un análisis eficaz necesitamos profundizar los aspectos técnicos y formales de los SBM de clases. Se procederá entonces con una definición más estricta.

Los SBM más usuales son aquellos tratados con cadenas de Markov, a lo largo del trabajo centraremos el analisis en los SBM tratados con cadenas de Markov finitas y homogéneas.

Un proceso estocástico markoviano (o de Markov) se define como un proceso aleatorio en el que la probabilidad de transición que determina la transición a un estado del sistema depende sólo del estado del sistema inmediatamente anterior (propiedad de Markov) y no de cómo se llegó a ese estado (Charpentier y Denuit, 2005). Por esta razón se le llama también proceso sin memoria. Formalmente, a nivel matemático la definición exacta (Boj et al., 2020) es la siguiente:

Sea $(X_t)_{t\in N}$ *un proceso en tiempo discreto siendo el conjunto de estados (los valores posibles de las variables aleatorias (v.a.)* X_t*) una parte finita E de N.* $(X_t)_{t\in N}$ *es una cadena de Markov finita si, para n ∈ N,* $(i_0, i_1, \ldots, i_n, i) \in E^{n+2}$*, tenemos:*

$$P(X_{n+1} = i |\, X_0 = i_0, \ldots, X_n = i_n) = P(X_{n+1} = i | X_n = i_n)$$

Mientras que un sistema markoviano se define homogéneo cuando la probabilidad de transición hacia otros estados (es decir, en nuestro caso, la frecuencia anual de siniestros) no depende del tiempo (Charpentier y Denuit, 2005); formalmente:

Cuando en una cadena de markov finita, $P(X_{m+n} = i | X_m = i)$ *es independiente de m.*

Otro pasaje fundamental para el futuro desarrollo del trabajo es definir la nomenclatura de los elementos que se van a utilizar. Definida P_{ij} como la probabilidad para un individuo de pasar de la clase *i* a la clase *j* en un periodo, podemos construir la matriz de transición que se indicará con $M = (P_{ij})_{i,j\in E}$. Mientras que se definirá el vector de probabilidades iniciales con $({P_j}^{(0)})_{j\in E}$, con $E = \{1,2, \ldots, s\}$. Dado que la clase de entrada i_0 no se determina a través de variables aleatorias, este vector serà constituido por todos ceros a excepción de un 1 en la clase inicial, ya que es cierta.

Con estos dos elementos, (*M* y $({P_j}^{(0)})_{j\in E}$) ya está determinada la ley de un cualquier proceso de Markov.

Nótese que la matriz de transición *M* es una matriz de estocástica ya que:

- $P_{ij} \geq 0 \ \ \forall i, j.$
- $\sum_{\forall j\in E} P_{ij} = 1 \ \ \forall i.$

Esta matriz agrupa todas las probabilidades de que un estado *i* se pase a un estado *j*. En nuestro caso estas probabilidades equivalen a la probabilidad de tener *N* siniestros en un periodo; generalmente, esta función de distribución se modeliza con una Poisson o una Binomial Negativa.

Cabe señalar que un aspecto fundamental del estudio de los SBM es el comportamiento a lo largo del tiempo de sus elementos, por lo tanto, se va a explicitar una incógnita que será esencial para los cálculos futuros. Definimos $P^{(n)}$ el vector de probabilidades de que un individuo se encuentre en las diferentes clases después de *n* periodos. Este vector se puede calcular a través de la siguiente fórmula (Boj et al., 2020):

$$P^{(n)} = (M^{(n)})^T \cdot P^{(0)} = (M^n)^T \cdot P^{(0)}$$

Donde $M^{(n)}$ es la matriz de probabilidades de transición en *n* etapas.

Ya que se asume que las siniestralidades de los asegurados son independientes e idénticamente distribuidas, es lógico pensar que a largo plazo el SBM se estabilice. Con paso del tiempo cada asegurado acabará estando en la clase de equilibrio correspondiente a su tasa de siniestralidad y se moverá alrededor de esta (Denuit et al., 2007).

Para estudiar este comportamiento asintótico nos sirve identificar el vector que representa la distribución de los elementos en las clases cuando estos ya no se van a mover. Para que se pueda calcular esta distribución estacionaria se necesita que la cadena de Markov finita sea ergódica, es decir que las probabilidades $P_j^{(n)}$ tienen, $\forall j \in E$, límites $\prod_j$ independientes de $P^{(0)}$ tales que $\sum_{j \in E} \prod_j = 1$. Una cadena de Markov se define ergódica cuando es irreductible y aperiódica (Boj et al., 2020):

- Si asumimos que un estado *j* es accesible a partir de *i* si existe una $n \geq 0$ tal que $P_{ij}^{(n)} > 0$, y que los dos estados se definen comunicantes si es válido al mismo tiempo el inverso, entonces una cadena de Markov es irreductible si todos sus estados se comunican.

- Si definimos un período *d* de un estado *i* como el máximo común divisor de $n \geq 1 : P_{ii}^{(n)} > 0$ con d_i=+∞, si $P_{ii}^{(n)} = 0, \forall n$, entonces un estado *i* es aperiódico si d_i = 1. Una cadena de Markov es aperiódica si todos sus estados son aperiódicos.

Si la cadena de Markov es ergódica, la matriz de transición *M* tendrá un único valor proprio igual a 1 y por tanto tendrá una distribución asintótica $(\prod_i)_{i=1,\dots,s}$tal que:

$$\prod_i = \lim_{n \to \infty} P_i^{(n)}, i = 1, \dots, s.$$

En la literatura se han propuesto varios métodos para calcular la distribución estacionaria: en este trabajo se mencionarán dos, mientras que la descripción de los demás se puede encontrar en Boj et al. (2020). En primer lugar, se destaca que $\prod$ es el vector propio de M^Tasociado al valor proprio 1, es decir:

$$\prod = M^T \cdot \prod$$

Por lo tanto, el primer método consiste en calcular el vector proprio de valor proprio igual a 1 de la matriz traspuesta de M y obtener la parte real del vector estandardizado a suma 1. El segundo método, más directo, aunque requiera más capacidad de cálculo, consiste en calcular $P^{(n)} = M^T \cdot P^{(n-1)}$ para valores de n suficientemente grandes para que el vector quede constante. En ambos los casos el resultado es el mismo: el vector representante la distribución estacionaria, es decir cómo se distribuyen en el largo plazo, en las varias clases, los elementos de una cartera.

Para que podamos definir un SBM, falta un último elemento característico: el vector de niveles de prima $b = (b_1, \dots, b_s)$, con b_i que representa el coeficiente de bonificación o recargo, en porcentaje de la prima de referencia, que se aplica en la clase *i*.

A menudo, las características que definen un SBM están resumidas en una tabla esquemática, similar a la siguiente:

TABLA 1: TABLA ESQUEMÁTICA DE UN SBM

Clase	*Nivel de primas*	*Clase después de . . . Siniestros*			
i	b_i	0	1	2	2+
s	b_1				
.	.				
.	.				
.	.				
i_0	b_{i0}				
.	.				
.	.				
.	.				
1	b_1				

FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA A PARTIR DE BOJ ET AL., 2020

Mediante esta representación se describe todo el proceso. A veces, aunque no sea obligatorio, las reglas de transición están estandardizadas y se les llama con el nombre del algoritmo que las caracteriza: en estos casos no sirve la tabla esquemática, ya que, al conocer el algoritmo, el número de clases, sus coeficientes y la clase de entrada se puede realizar sin problemas. Un ejemplo pueden ser la escala –1/”top class” o –1/+1. Del mismo modo hay SBM que se identifican por el nombre del país que los impuso a nivel legislativo.

Hasta que no se define una distribución para el número de siniestros y los relativos parámetros, la matriz de transición no tendrá especificadas las probabilidades que la componen. Lemaire (1995) se ha enfrentado con esta cuestión y propuso cuatro modelos para representar la distribución del número de siniestros.

El primer modelo que propone sigue una distribución de Poisson, y demuestra que si la cartera es homogénea (es decir que todos los asegurados tienen el mismo parámetro λ), este modelo es el más adecuado ya que es el único que satisface las siguientes tres propiedades: que la probabilidad de siniestro sea proporcional al intervalo de tiempo cubierto, que en intervalos infinitésimos la probabilidad de tener dos accidentes sea negligible y que el número de accidentes en dos periodos disjuntos sean independientes entre ellos.

En el segundo modelo propuesto, se asume la heterogeneidad de la cartera (es decir que los asegurados tienen parámetros λ diferentes entre ellos) y demuestra que tramite a una mixtura Poisson-Gamma (Poisson para modelizar la siniestralidad de un asegurado y la Gamma para modelizar la distribución distribución de los parámetros λ en la cartera en la cartera) se obtiene una Binomial Negativa extremadamente útil para modelizar el fenómeno cuando la cartera es heterogénea.

Los dos siguientes modelos: Poisson-inversa Gaussiana y riesgo bueno/riesgo malo no se van a explicar porque no se utilizarán en el trabajo.

Por lo que concierne la estimación de los parámetros, no disponemos de datos reales completos para utilizar métodos de máxima verosimilitud, por lo tanto, utilizaremos el método de los momentos, basándonos en los datos a disposición.

2.4. Herramientas de evaluación

Una vez que se conocen las características del SBM, se ha escogido la distribución y se han estimados los parámetros, se puede seguir con la evaluación de un SBM particular.

2.4.1. Prima Media y Prima Base

El primer paso, para evaluar un SBM, consiste en calcular la prima pura media estacionaria, es decir los ingresos medios por póliza que se recaudarán en el estado estacionario. Cabe notar que un principio básico de los seguros es que la prima pura debe ser igual al valor esperado de las pérdidas; solo de este modo la compañía podrá seguir desarrollando su actividad. Ya que se conoce cómo se van a distribuir los asegurados en las varias clases (distribución estacionaria) y cuanto se tiene que pagar en cada clase (vector de coeficientes), ya se puede calcular la prima media estacionaria del siguiente modo:

$$\bar{b} = \sum_{i=1}^{s} \prod\nolimits_i \cdot b_i$$

De igual manera se puede calcular la prima pura media en cualquier etapa *n* antes del estado estacionaria, ya que conocemos cómo se reparten los asegurados en el sistema después de un cierto número de periodos, es decir:

$$\bar{b}(n) = \sum_{i=1}^{s} P_i^{(n)} \cdot b_i$$

Una vez obtenido el índice evaluar el SBM bajo este sentido es inmediato; se debe prioritariamente comparar la prima pura media con el valor esperado de las perdidas (López, 2018):

- Si $\bar{b} = E(N)$, el SBM está en equilibrio y no necesita ninguna modifica.
- Si $\bar{b} < E(N)$, la prima está infravalorada y se necesitará subir los coeficientes para no incurrir en una recaudación insuficiente para hacer frente a los siniestros.
- Si $\bar{b} > E(N)$, la prima está sobrevalorada y por tanto se podría modificar los coeficientes para atraer más asegurados.

Si el sistema no está equilibrado, en lugar de calcular unos nuevos coeficientes, se puede calcular una nueva prima, dicha base P_b a aplicar para que el sistema esté equilibrado. Esta prima base será aquella sobre la cual se aplican los coeficientes, de manera que se igualen la prima media estacionaria y la prima *a priori*, es decir el valor esperado de las perdidas.

$$P_b = \frac{E(N)}{\bar{b}}$$

2.4.2. Nivel Medio Estacionario Relativo (RSAL)

Muy relacionada con el valor anterior está el nivel medio estacionario relativo, conocido como RSAL (Relative Stationary Average Level): este no evalúa el equilibrio financiero del SBM, si no su habilidad de *clustering*, es decir la capacidad de discernir entre el conductor bueno y el conductor malo. De hecho, esta es la finalidad última de un SBM, aunque en la práctica, como se ha visto anteriormente, a menudo los SBM fallan en esta tarea (Lemaire, 1995). Parece lógico pensar entonces que los SBM se siguen utilizado más por razones competenciales que actuariales. Debido a la enorme diferencia que puede haber entre un SBM y otro, sea por el número de clases, sea por los coeficientes o sea por las reglas de transición, no se pueden comparar entre ellos utilizado la simple prima pura media estacionaria. Por esta razón Lemaire (1995) propone el siguiente indicador:

$$RSAL = \frac{\bar{b} - b_1}{b_s - b_1}$$

De igual modo que con el índice anterior se podría evaluar este nivel para un periodo *n* cualquiera del sistema:

$$RAL(n) = \frac{\bar{b}(n) - b_1}{b_s - b_1}$$

Acotado entre [0,1] indica la posición relativa del asegurado medio. Un valor cercano a cero indica que gran parte de los asegurados acaba estando en las clases con los descuentos mayores. Un valor alto, cerca de la unidad, sugiere que la mayoría de los asegurados están clasificados como malos conductores, ya que están en las clases con un mayor recargo. En ambos casos el SBM no consigue su objetivo principal, diferenciar entre asegurados buenos (o afortunados) y asegurados malos. El valor ideal para este coeficiente debe estar, consiguientemente, cerca de 0.5, ya que indicaría que el SBM tarifica eficazmente.

2.4.3. Coeficiente de variación de la prima (CV)

Como señala Leimare (1995), en un sistema *a priori* la prima a pagar por el asegurado es fija y por tanto no tiene varianza; mientras que en un sistema de tarificación *a posteriori*, la prima se difiere entre asegurados de la misma cartera: quien no hace siniestros paga poco, quien tiene una alta siniestralidad deberá pagar más. Esta condición perjudica un pilar fundamental de la teoría aseguradora: la solidaridad entre asegurados, es decir el mecanismo por el cual quien no ha tenido siniestros contribuye con su cuota a la indemnización del siniestro de quien lo ha tenido. Esta cooperación entre asegurados puede evaluarse con la variabilidad de las primas anuales. Al fin de una comparación inmediata, en la literatura se ha propuesto y utilizado el coeficiente de variación, o sea la proporción entre desviación estándar y la media, pues es un valor sin unidades de medida y no se necesitan conversiones monetarias para comparar SBM de diferentes países. La fórmula es la siguiente (Boj et al., 2020):

$$CV = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{s} \prod_i \cdot (b_i - \bar{b})^2}}{\bar{b}}$$

Como antes, el mismo indicador se puede calcular para un instante anterior al estado estacionario, en este caso la formula sería:

$$CV(n) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{s} P_i^{(n)} \cdot (b_i - \bar{b}(n))^2}}{\bar{b}(n)}$$

Un valor bajo, indica que la mayoría de los asegurados están en la misma clase y por lo tanto se cumple el mecanismo de la cooperación, ya que todos, sean buenos o malos conductores, pagarán casi lo mismo. Al mismo tiempo, un valor grande indica que las primas pagadas por los asegurados difieren entre ellas y, por lo tanto, el sistema es riguroso y sabe discernir el mérito de los conductores. También los SBM más rigurosos tienen coeficientes de variación muy cercanos a cero, que conlleva que los asegurados soporten una pequeña parte del riesgo (Charpentier y Denuit, 2005). Lemaire (1995) señala como sólo cuando la frecuencia de siniestralidad es alta (sobre el 0.1) la variación es mayor.

2.4.4. Variación total (TV)

Al fin de estudiar la rapidez de convergencia hacia el estado estacionario, Bonsdorff (1992) propuso la variación total o total variation (TV) en inglés, para medir la diferencia entre la distribución tras *n* tapas y la distribución asintótica:

$$TV(n) = \sum_{i=1}^{s} |P_i^{(n)} - \prod_i|$$

Con este índice se puede medir la rapidez de acercamiento a la distribución estacionaria y, como señala Poprawska (2015), evaluar la sensibilidad del sistema con respecto a la siniestralidad. En literatura no se ha alcanzado a encontrar un valor ideal para esta medida. Cabe notar que en los SBM muy rigurosos, los asegurados sin siniestros alcanzaran las clases con mayor descuento en mucho tiempo, que no es el óptimo. Por otro lado, los sistemas muy sencillos alcanzarár la distribución estacionaria en pocas etapas. Por estas razones a menudo se utiliza este índice para medir las diferencias en rapidez de estabilización que conllevan las modificaciones de un SBM.

2.4.5. Elasticidad de Loimaranta

Ya que la peligrosidad de un conductor se evalúa gracias a su tasa de siniestralidad y cada asegurado debería pagar una prima proporcional al riesgo que aporta en la cartera, deviene muy importante poder evaluar la capacidad del SBM de cumplir con este objetivo. La capacidad de reaccionar a la tasa de siniestralidad de un asegurado se le llama elasticidad. Idealmente, la relación entre tasa de siniestralidad y prima a pagar debería ser lineal y proporcional, es decir que la proporción entre las dos cuantías sea igual por cada valor de la tasa de siniestralidad. Entonces, si un asegurado tiene una frecuencia de siniestros doble respecto a otro, debería pagar una prima doble respecto al otro. En el 1972, Loimaranta se ha enfrentado con esta necesidad y ha propuesto la siguiente medida para evaluar la elasticidad de la prima media estacionaria con respecto de la frecuencia de siniestralidad (Lemaire, 1995). Suponiendo que la frecuencia de siniestros se distribuye según una Poisson de parámetro λ, la eficiencia de Loimaranta se puede calcular mediante la siguiente formula:

$$\eta(\lambda) = \frac{\frac{d\bar{b}(\lambda)}{\bar{b}(\lambda)}}{\frac{d\lambda}{\lambda}}$$

El valor ideal de este índice es 1 ya que en este caso el SBM sería capaz de reaccionar de manera perfectamente proporcionada a modificaciones en la tasa de sinestros. Un valor mayor de la unidad conlleva una reacción desproporcionada con respecto a la variación de la siniestralidad. De igual manera, un valor inferior a la unidad indica que las reacciones son menores respecto a la modificación de la siniestralidad.

3. El Marco legal italiano

En Italia el código de los seguros privados[1], impone utilizar para los seguros de automóvil un sistema de tarificación *a posteriori*, o bien un sistema que incluya cláusulas de franquicia. Aparece claro el intento del regulador, de fomentar la responsabilización del asegurado mediante sistemas que conlleven una participación en las pérdidas ya que los seguros de responsabilidad hacia tercero pueden causar una disminución en la atención y en la prudencia del asegurado, es decir el “moral hazard”. El sistema de responsabilidad civil automóviles (RCA) italiano es obligatorio y consta de dos elementos fundamentales: un sistema de clases universales, es decir un sistema markoviano propiamente dicho, con reglas de transición de una clase a otra, pero sin coeficientes de primas (por eso no se puede definir como un SBM); y un documento, el "attestato di rischio" (certificado de riesgo) en lo cual están apuntados los siniestros de los últimos 5 años.

El sistema de clases de conversión universal (CU) se recoge en la siguiente tabla:

TABLA 2: TABLA ESQUEMÁTICA DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL.

	Siniestros				
CU	0	1	2	3	4 o más
1	1	3	6	9	12
2	1	4	7	10	13
3	2	5	8	11	14
4	3	6	9	12	15
5	4	7	10	13	16
6	5	8	11	14	17
7	6	9	12	15	18
8	7	10	13	16	18
9	8	11	14	17	18
10	9	12	15	18	18
11	10	13	16	18	18
12	11	14	17	18	18
13	12	15	18	18	18
14	13	16	18	18	18
15	14	17	18	18	18
16	15	18	18	18	18
17	16	18	18	18	18
18	17	18	18	18	18

[1] Art. 133, Decreto Legislativo n. 209, 7 settembre 2005.

FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA A PARTIR DE IVASS[2]

Se destaca como las reglas de transición periódica son iguales por cada clase, pero no por cada siniestro: el primero conlleva un aumento de dos clases, mientras que aquellos después del primero causan un incremento de 3 clases. Nótese que el quinto siniestro en un periodo ya no conlleva aumentos de clases. La ley no menciona los coeficientes de descuento/premio de las clases universales, pues estos en la práctica no se utilizan ya que este sistema es un parámetro de comparación entre diferentes seguros particulares. El sistema de clases CU sirve cuando se contrata el primer seguro con SBM, para determinar la clase de entrada, o cuando se quiere cambiar de aseguradora, como medio de transición. De hecho, es un sistema paralelo que sirve para transitar de un contrato a otro, dejando bien claros los mecanismos de transición y de evolución. Con la transposición en el sistema legislativo italiano de la directiva comunitaria 92/49/CEE, las compañías aseguradoras pueden desarrollar y articular sus SBM libremente, con la única condición de que expliquen claramente las reglas de transición entre las clases universales y las clases contractuales, al fin de no perjudicar la libre elección del asegurado. Estas reglas de transición son de libre elección de la entidad aseguradora, que puede individuar autónomamente ulteriores parámetros para condicionar la conversión. Lemaire (1995), antes del proceso de la desregulación con el cual se han enfrentado todos los países de la unión europea, proporciona, por el sistema italiano "nuevo", una tabla muy similar a aquella que se acaba de mostrar. Sin embargo, hay unas diferencias bastante significativas: en primer lugar, la clase de entrada es la decimotercera; en segundo lugar, los siniestros después del cuarto siguen causando un aumento de tres clases; en tercer lugar, siendo esto un SBM propiamente dicho, tiene unos coeficientes de recargo/descuentos relacionados con las clases del sistema. En el siguiente apartado, con un fin puramente académico, se utilizarán dichos coeficientes para desarrollar un estudio completo de este sistema ficticio.

El segundo elemento, el “attestato di rischio” es una herencia de la era anterior ya que toda la información que proporciona está disponible en una base de datos[3] compartida, accesible por los aseguradores y gestionada por el IVASS, el organismo a cargo de la vigilancia del sector asegurador en Italia[4]. Los datos registrados más importante son[3]:

- Informaciones sobre el asegurado, su vehículo y el contrato.
- Fórmula de tarificación adoptada.
- Indicación a doble vía de las clases (actual y anterior) del seguro particular y del sistema de conversión universal en que se halla el conductor.

[2] Allegato 2, Regolamento ISVAP n. 4, 9 agosto 2006.
[3] Art. 2, Regolamento IVASS n. 9, 15 maggio 2015.
[4] Art. 13, Legge n. 135, 7 agosto 2012.

- Datos sobre los siniestros de los ultimo 5 años, con indicación de la cuantía de los eventuales siniestros y objetos del daño (cosas o personas).

Cabe mencionarlo porque a menudo para definir las condiciones de transición los seguros particulares utilizan la información que lleva este papel. Además, la información proporcionada en el “attestato di rischio” se utiliza para determinar la clase de entrada del asegurado que ya estaba en la cartera de la entidad o que anteriormente tenía contratada una póliza con franquicia y quiere pasar a un SBM. En este caso se evaluará la conducta en los últimos 5 años y se determinará la clase de entrada en el sistema según el siguiente criterio:

1. Selección de la clase CU en base al número de años sin siniestros con responsabilidad mayoritaria, en los últimos 5 años, de acuerdo con la siguiente tabla:

TABLA 3: MECANISMO DE INDIVIDUACIÓN DE LA CLASE DE ENTRADA EN CASO DE PASAJE DE SISTEMAS CON FRANQUICIAS A SBM.

Años sin siniestros	**Clase universal**
5	9
4	10
3	11
2	12
1	13
0	14

FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA A PARTIR DE IVASS[2]

2. Aumento de dos clases CU por cada siniestro ocurrido en el mismo periodo.

De tal manera que, por ejemplo, un asegurado que en los últimos 5 años ha tenido 2 siniestros, ambos en el mismo periodo, entrará en la clase 14 (4 años sin siniestros, clase 10, +4, dos por cada siniestro), mientras que un asegurado que en 5 años ha tenido 2 accidentes en periodos diferentes, se encontrará en la clase 15 (3 años sin siniestros, clase 11, +4, dos por cada siniestro).

Se destaca como este sistema favorezca la libre elección del asegurado, fomentando la competencia entre seguros, de forma que daña la retención de los mismos. Las aseguradoras sin embargo aún tienen herramientas para retener los buenos conductores: de hecho, persiguen este objetivo mediante la introducción de varias clases inferiores a aquella que corresponde con la última de las clases universales. Se puede acceder a estas sólo permaneciendo en la misma cartera, sin provocar siniestros, después de haber llegado a la clase ínfima. Cabe notar que diferentemente que en España no existe el asegurador de última instancia, ya que el regulador italiano impone a las aseguradoras la obligación a contratar seguros con quien lo pide. Asimismo, no se puede omitir de mencionar la ley

Bersani[5], que consiente a los nuevos conductores de heredar la clase de riesgo más baja en el núcleo familiar. Su introducción rompe los elementos basilares de los SBM, sobre todo la personalización de la tarifa (Porzio et al., 2011).

4. Aplicación práctica

En el presente capítulo se analizarán en un sentido técnico el sistema de CU y el SBM de Vittoria Assicurazioni S.p.a., una compañía aseguradora operante en Italia. Para poder llevar a cabo este estudio se necesita asumir unas hipótesis por lo que concierne la distribución del número de siniestros, es decir cómo se distribuye esta variable aleatoria y cuáles son los valores de los parámetros de la distribución elegida. Acerca del modelo de distribución se utilizarán dos modelos distintos: una distribución de Poisson, por el caso homogéneo, o sea cuando se asume que todos los elementos de la cartera tienen el mismo parámetro lambda; y una Binomial Negativa, por el caso heterogéneo, o sea cuando se asume que la tasa de siniestralidad de los asegurados se distribuye como una Poisson, pero con lambdas diferentes. La otra hipótesis por asumir consiste en la parametrización. Ya que no se dispone de los datos desagregados el único método que disponemos para estimar el parámetro es el método de los momentos. Este método consiste en igualar los momentos muestrales con los momentos de la distribución y así obtener los parámetros. El informe IVASS 2019[6] indica una tasa de siniestralidad media de 6,4%. No se dispone, pero de la varianza de esta tasa, por lo tanto, en el caso de la distribución Binomial Negativa se tiene que asumir una hipótesis más, es decir que la varianza es el doble de la media. Esta hipótesis se justifica por la intención de subrayar las diferencias entre los dos modelos: se utiliza la distribución Binomial Negativa cuando en la muestra la varianza es mayor de la media.

Como herramienta de computación numérica y de visualización se utilizará el software de cálculo R (Charpentier, 2014). Además, se proporcionará también una interfaz interactiva (Anexo 1) programada con el paquete de R Shiny (Mulero, 2016), de manera que se pueda desempeñar un análisis de sensibilidad de los SBM objeto de estudio y también, sin muchas dificultades, de otros. Para que todo el trabajo sea flexible, adaptivo y de fácil comprensión se ha optado por utilizar unas funciones intermedias aunque puedan ralentizar un poco los cálculos (Anexo 2).

4.1. Sistema de CU

Para estudiar el sistema de clases de conversión universal necesitamos, como ya se ha mencionado, elegir un vector de coeficientes, de manera que sea un SBM propiamente

[5] Decreto legge n. 223, 4 luglio 2006.

[6] Roma, 18 giugno 2020: Relazione sull'attività svolta dall'Istituto nell'anno 2019.

dicho y por lo tanto se puedan adoptar las herramientas de evaluación explicadas anteriormente. En vez de inventar un nuevo vector se utilizará el vector de coeficientes del antiguo sistema, aquel vigente antes de la liberalización tarifaria, proporcionado por Leimare (1995) bajo el nombre de SBM italiano "nuevo". Ya que habitualmente la clase de entrada es aquella neutral, es decir donde el coeficiente *b* es igual a 1 y dado que la clase de entrada ya no es la 13, como resulta en Lemaire (1995), sino la 14, vamos a estandardizar el coeficiente de manera que la clase 14 sea aquella neutral. Para obtener este resultado partiremos todos los coeficientes iniciales (*b'*) por el coeficiente relacionado a la clase de entrada, es decir 1.15, recabando las nuevas *b*, contenidas en la siguiente tabla.

TABLA 4: COEFICIENTES DE RECARGO/DESCUENTO

CU	*b'*	*b*		CU	*b'*	*b*
1	0,5	0,43478		10	0,82	0,71304
2	0,53	0,46087		11	0,88	0,76522
3	0,56	0,48696		12	0,94	0,81739
4	0,59	0,51304		13	1	0,86957
5	0,62	0,53913		14	1,15	1
6	0,66	0,57391		15	1,3	1,13043
7	0,7	0,6087		16	1,5	1,30435
8	0,74	0,64348		17	1,75	1,52174
9	0,78	0,67826		18	2	1,73913

FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA A PARTIR DE LEMAIRE (1995)

Ya que se dispone del vector de coeficientes y de la clase de entrada, el último elemento que falta para que la información sea completa es la matriz de transición. Esta se puede obtener trasladando la información contenida en la Tabla 2 en una matriz de dimensión 18x18, igual al número de clases del sistema. Sin especificar las probabilidades de incurrir en *X* siniestros en un periodo, indicadas con PX, la matriz de transición por este SBM ficticio es la siguiente:

TABLA 5: MATRIZ DE TRANSICIÓN DEL SISTEMA DE CLASES DE CU

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	P0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(P0+…+P3)	0	0	0	0	0	0
2	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(P0+…+P3)	0	0	0	0	0
3	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(P0+…+P3)	0	0	0	0
4	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(P0+…+P3)	0	0	0
5	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(P0+…+P3)	0	0
6	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(P0+…+P3)	0
7	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(P0+…+P3)
8	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	1-(P0+…+P3)
9	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	1-(P0+…+P3)
10	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	1-P0-P1-P2
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	1-P0-P1-P2
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	1-P0-P1-P2
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	1-P0-P1
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	1-P0-P1
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	1-P0-P1
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	1-P0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	1-P0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	1-P0

FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA A PARTIR DE IVASS

Dado que en Italia la frecuencia de siniestralidad media por cada asegurado es de 6,4%, para el cálculo de las probabilidades de siniestro se utilizarán las siguientes distribuciones y parámetros, estimados a través del método de los momentos:

- En el caso de cartera homogénea, una distribución de Poisson con parámetro λ=0.064, ya que $\lambda = E(N) = V(N)$

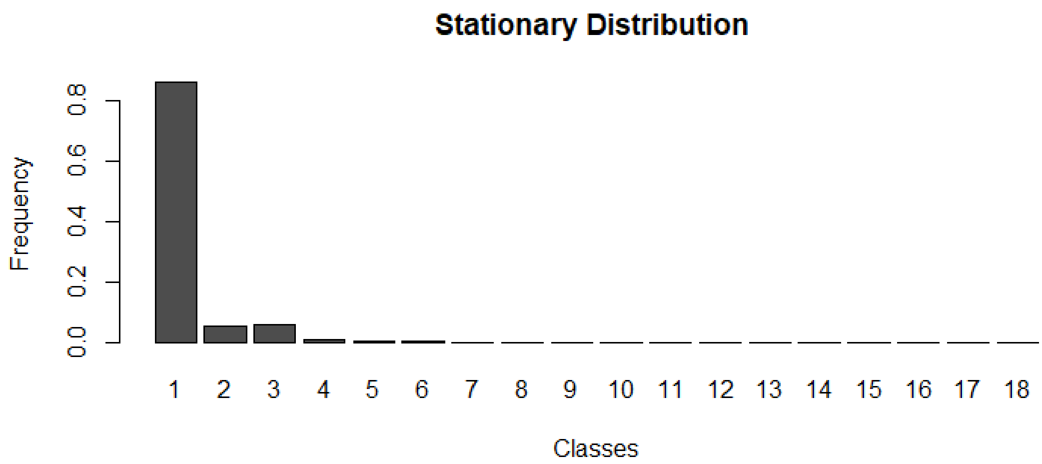
- En el caso de cartera heterogénea una distribución Binomial Negativa con parámetros *a*= 0.01394284 y *b*= 4.59017, ya que, se asume una variancia doble respecto a la media y:

$$a = \frac{E(N)^2}{V(N)^{0.5} - E(N)} \;\; ; b = \frac{V(N)^{0.5} - E(N)}{E(N)}.$$

Ahora se dispone de toda la información necesaria y se puede proceder con la evaluación del SBM.

Asumiendo una cartera homogénea, la distribución estacionaria es la siguiente:

GRÁFICO 1: DISTRIBUCIÓN ESTACIONARIA DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL FICTICIO

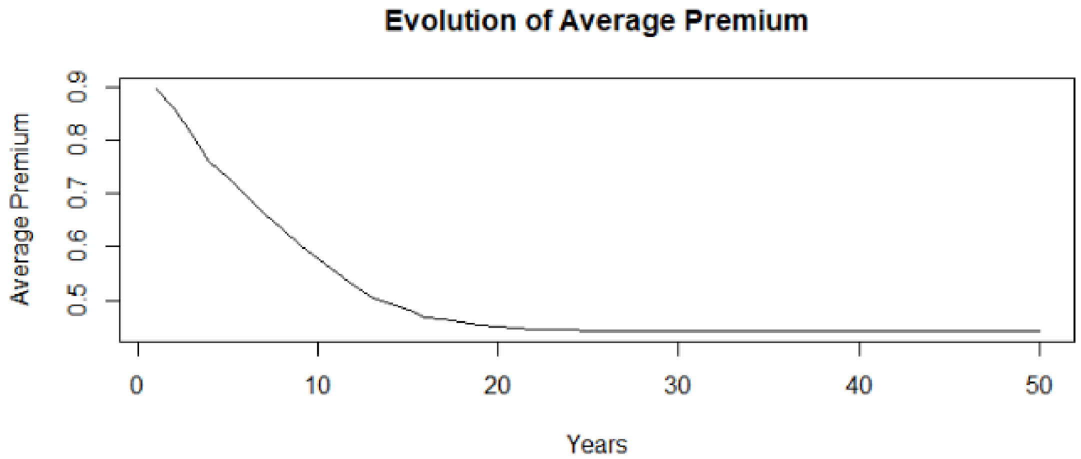


FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

El desequilibrio en la distribución es evidente: la mayoría de los asegurados de la cartera está en la clase con la máxima bonificación. Esto es debido a la media de siniestros utilizada para estimar el parámetro, particularmente contenida, ya que supone que cada asegurado tenga un siniestro cada 15.625 años. Para que un SBM con esta media de siniestros esté equilibrado necesita ser muy riguroso, mientras que esto no lo es en absoluto. Una posible motivación es que hace 25 años la tasa de siniestralidad era mayor y el sistema ha sido ajustado sobre esta información.

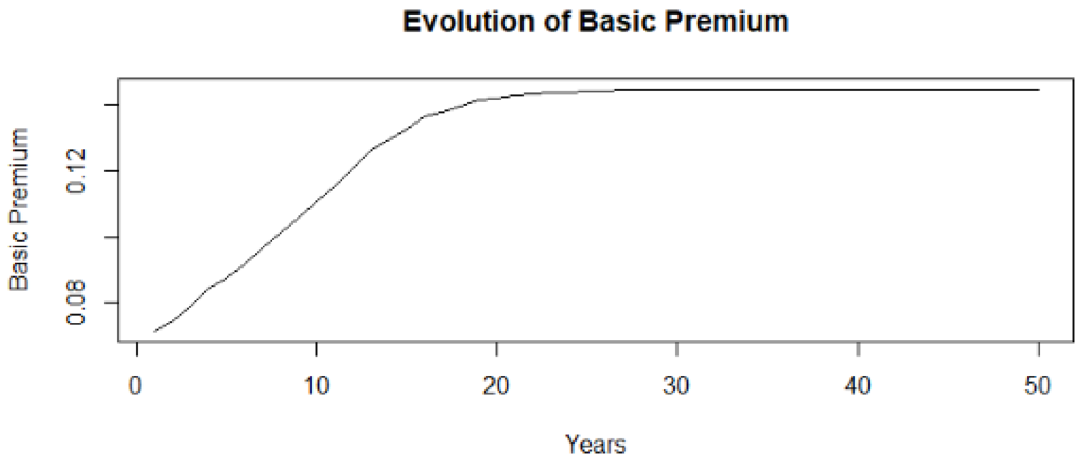
Disponiendo de la distribución asintótica se puede calcular la prima media pura al nivel estacionario, que resulta igual a 0.4416463, mucho mayor de la tasa de siniestralidad esperada, por lo tanto, el SBM está sobrestimando la prima. Una solución para equilibrar el sistema es aplicar una prima base de 0.1449123 a la prima *a priori*, así, una vez aplicados los coeficientes *a posteriori*, la prima media y la esperanza del número de siniestros se igualarán. La evolución a lo largo del tiempo de las dos medidas es la siguiente:

GRÁFICO 2: EVOLUCIÓN DE LA PRIMA MEDIA DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL FICTICIO



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

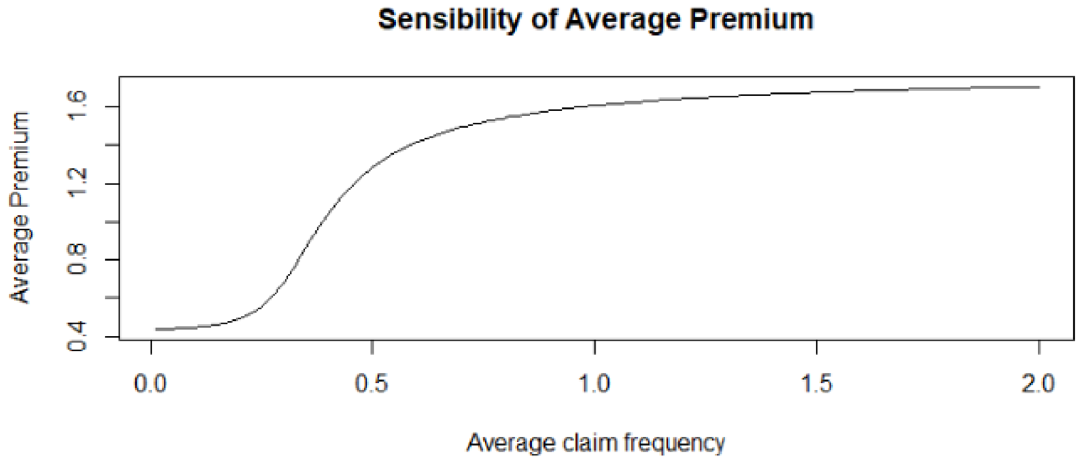
GRÁFICO 3: EVOLUCIÓN DE LA PRIMA MEDIA DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL FICTICIO



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

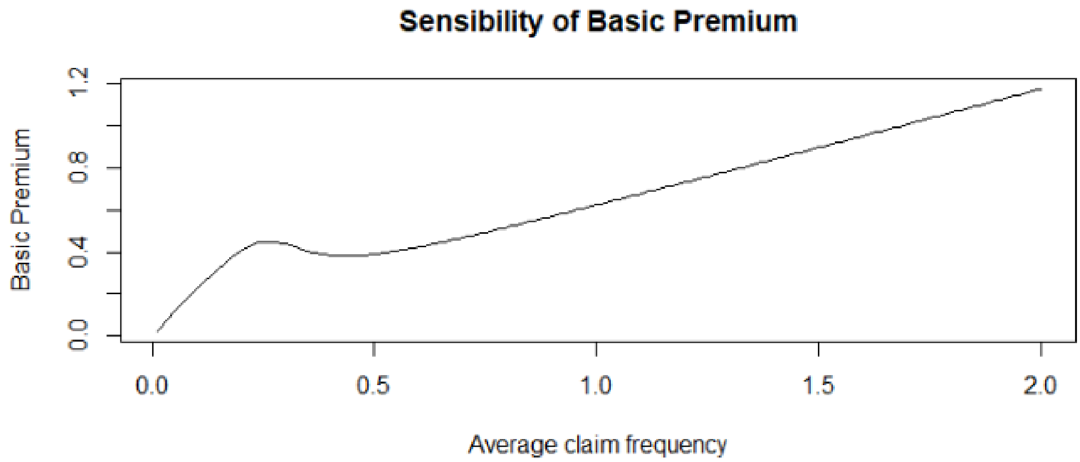
Como era de esperar la ruta de la prima media es descendente sin desde la primera etapa y por consecuente el camino de la prima base es ascendiente. Esto se debe al hecho que desde el primer periodo los asegurados, que entran en la clase 14, empiezan a moverse hacia la clase más baja y solo los pocos asegurados que tienen una tasa de siniestralidad muy alta quedarán en la parte superior de SBM. Otro tipo de estudio que se puede llevar a cabo es un análisis de sensibilidad con respecto de la distribución del número de siniestros:

GRÁFICO 4: SENSIBILIDAD DE LA PRIMA MEDIA CON RESPECTO A LA FRECUENCIA DE SINIESTROS DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL FICTICIO



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

GRÁFICO 5: SENSIBILIDAD DE LA PRIMA BASE CON RESPECTO A LA FRECUENCIA DE SINIESTROS DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL FICTICIO

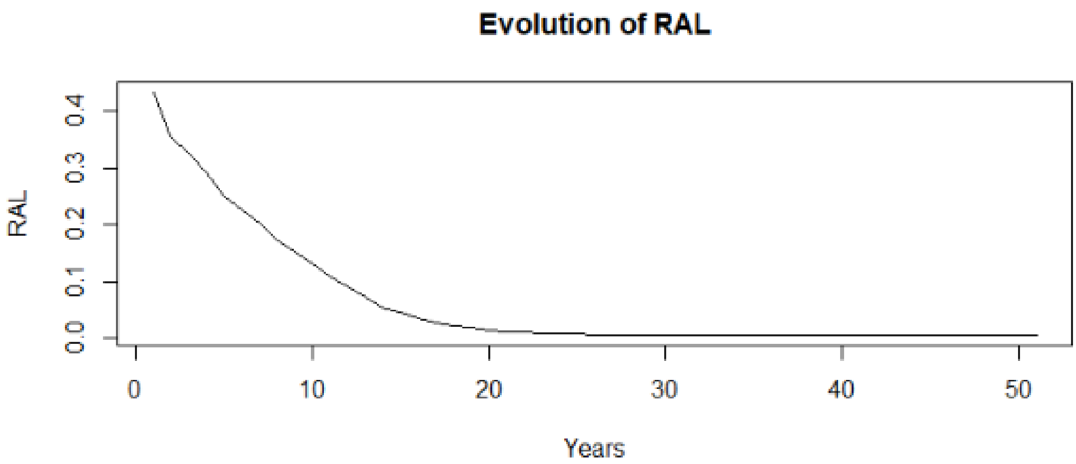


FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

A medida que aumenta el valor del parámetro lambda, la prima media incrementa lentamente hasta el valor λ=0.25, después tiene incrementos significativos hasta λ=0.7, y después de este umbral vuelve a incrementar poco a poco. Más curiosa aún es la evolución de la prima base, que experimenta disminuciones a medida que aumente λ aumenta en el intervalo [0.25,0.43], mientras que fuera de este intervalo la relación es positiva.

El siguiente índice que se va a analizar es el nivel medio estacionario relativo o RSAL (Relative Stationary Average Level, en inglés): para una lambda igual a 0.064, su valor es 0.005262185. Como se podía suponer mirando el gráfico de la distribución estacionaria (gráfico 1), que enseña una grande agrupación en la primera clase, esta cantidad está muy lejana de su valor ideal, 0.5, y por tanto el SBM no cumple con su objetivo, es decir discriminar los conductores. Su evolución a lo largo del tiempo, indicada con RAL (Relative Average Level), ya que no se utiliza la distribución estacionaria, es la siguiente:

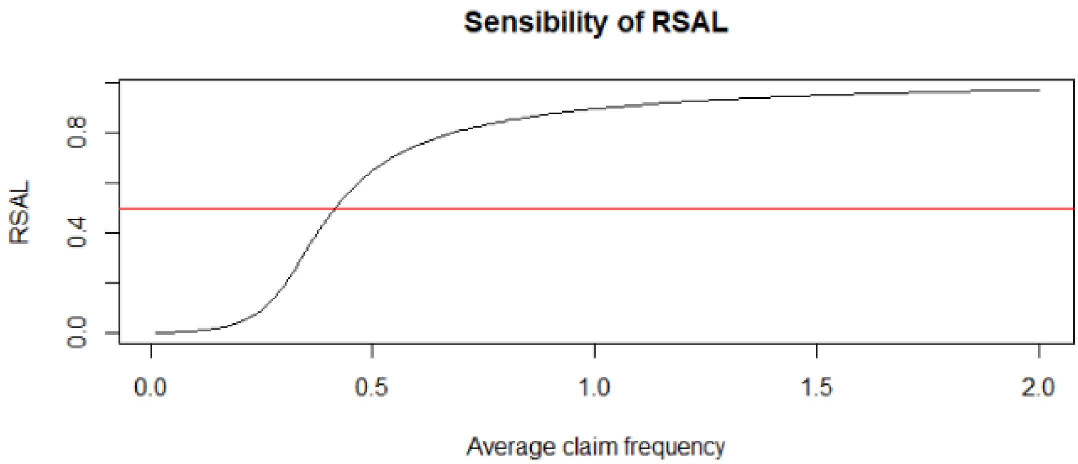
GRÁFICO 6: EVOLUCIÓN DEL RAL DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL FICTICIO



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Como para la evolución de la prima media (gráfico 2), el nivel medio relativo tiene una relación inversa con el tiempo y no alcanza su valor ideal tampoco en las primeras etapas. Puede ser útil ver cómo reacciona este índice a cambios en la distribución del número de siniestros, a través de un análisis de sensibilidad:

GRÁFICO 7: SENSIBILIDAD DEL RSAL CON RESPECTO A LA FRECUENCIA DE SINIESTROS DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL FICTICIO

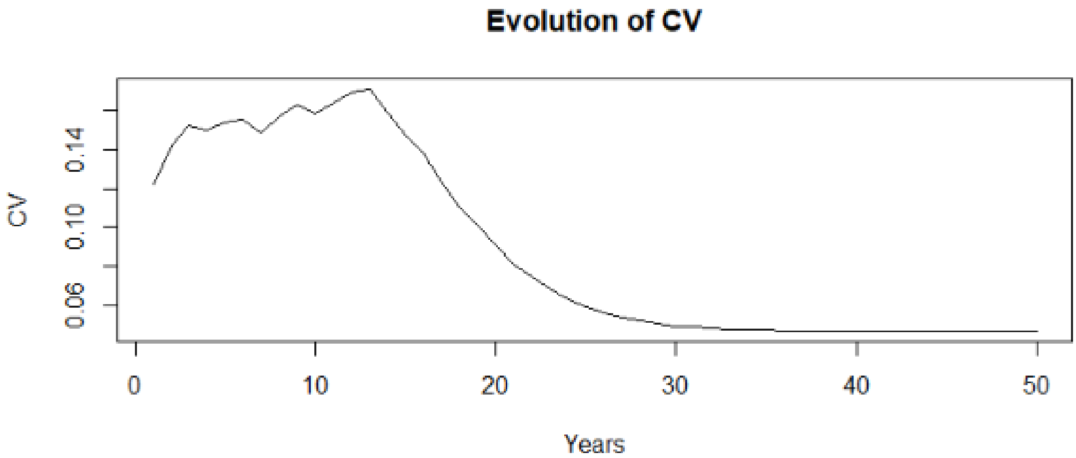


FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Se destaca que tiene casi la misma senda del análisis de sensibilidad de la prima media (gráfico 5), pero esta está acotada en [0,1]. Esta medida alcanza su valor optimo cuando λ= 0.42.

El próximo índice objeto de estudio es el coeficiente de variación (CV): como era de esperar, el valor de esta medida en el estado estacionario es muy bajo, 0.04638597; una ulterior confirma que este SBM, así estructurado, con esta tasa de siniestralidad, no es riguroso y no es capaz de discriminar los conductores. Su evolución a lo largo del tiempo es la siguiente:

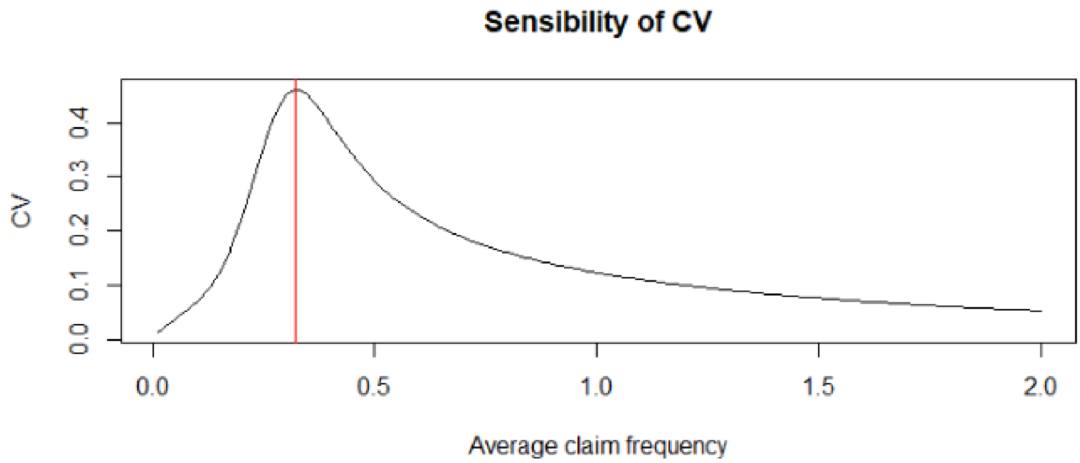
GRÁFICO 8: EVOLUCIÓN DEL CV DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL FICTICIO



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Nótese que hasta los 12 años tiene un trayecto creciente y después baja muy rápidamente, hasta alcanzar los valores mínimos tras los 30 años. El siguiente grafico muestra la sensibilidad de esta medida con respecto a la frecuencia siniestral:

GRÁFICO 9: SENSIBILIDAD DEL RSAL CON RESPECTO A LA FRECUENCIA DE SINIESTROS DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL FICTICIO

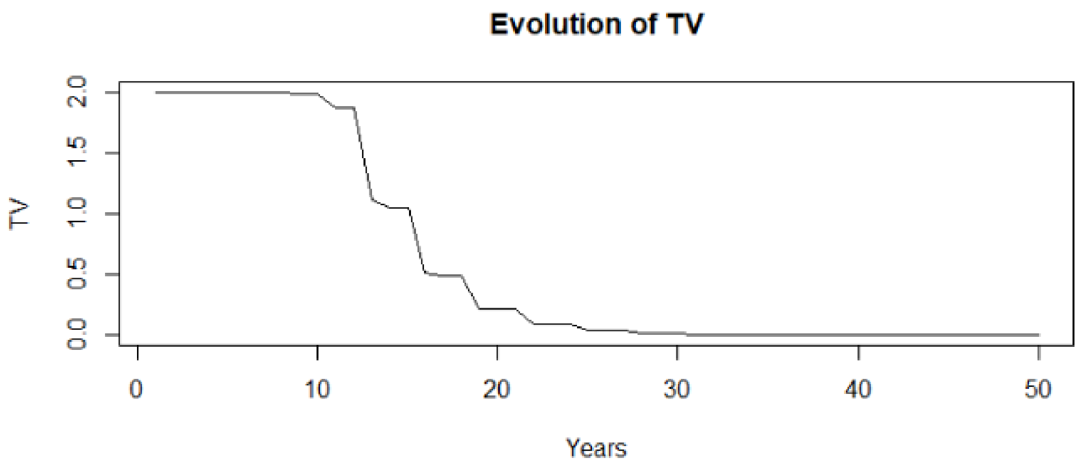


FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Otra vez se alcanza el valor ideal de la medida, en este caso su máximo, cuando la frecuencia de siniestralidad es mucho mayor de la esperada, en este caso entrono al 0.33, es decir un siniestro cada 3 años.

La siguiente herramienta de evaluación de un SBM es la variación total (TV), que sirve para medir la rapidez de acercamiento a la distribución estacionaria. Obsérvese que, siendo los dos vectores utilizados para su cálculo unos vectores estocásticos a suma 1, su valor máximo es 2.

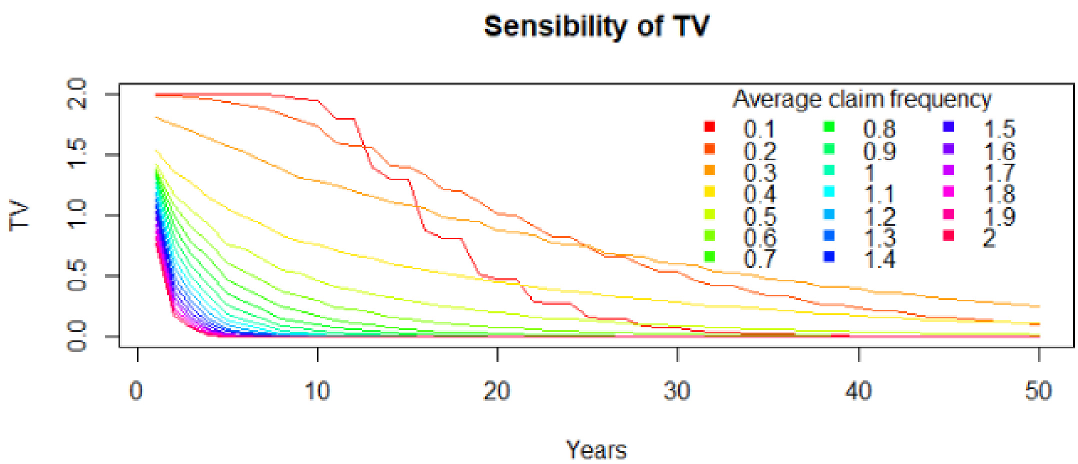
GRÁFICO 10: EVOLUCIÓN DE LA TV DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL FICTICIO



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Para el caso base, cuando la frecuencia siniestral es igual a 0.064, la variación total es inferior al 1% sólo después de 30 periodos: se podría afirmar entonces que en esta situación el acercamiento hacia el estado estacionario no es especialmente rápido. Sus trayectos, con respecto a la frecuencia siniestral son los siguientes:

GRÁFICO 11: SENSIBILIDAD DE LA TV DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL FICTICIO

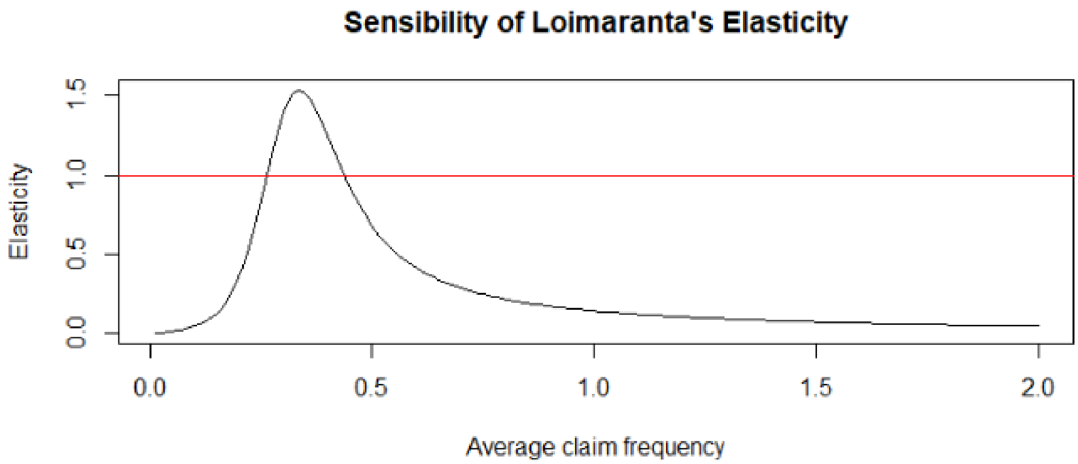


FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Se destaca que la rapidez de acercamiento a la distribución estacionaria es mayor cuando la frecuencia de siniestralidad tiene valores extremos, sean estos muy pequeños o muy grandes. Por otro lado, los valores intermedios, desde 0.2 hasta 0.5, se mueven hacia la distribución estacionaria con mayor lentitud y, de hecho, no alcanza la distribución asintótica antes de 50 años. Estos valores son aquellos por los cuales el SBM es eficaz, véase el gráfico 8. Se podría deducir que, cuando el SBM es capaz de discriminar los conductores y consigue su objetivo, la senda hacia el estado estacionario es más lenta, ya que estos se deberán distribuir en muchas clases, en lugar que migrar todos hacia la menor o la mayor, como pasa cuando el SBM no está bien calibrado.

La última medida de evaluación de un SBM que se va a utilizar es la eficiencia (o elasticidad) de Loimaranta, que sirve para medir precisamente la elasticidad, es decir la capacidad del sistema de otorgar una variación de coeficientes proporcionales a la variación de la tasa de siniestralidad. Se puede calcular exclusivamente bajo el supuesto de cartera homogénea y su valor ideal es acerca de la unidad, ya que, de esa manera, un aumento de la siniestralidad del 10%, p.ej., conllevaría también un aumento de la prima a pagar del 10%. Para el caso base, su valor es muy contenido, ya que es igual a 0.02087985, que significa que si la frecuencia de siniestros de un asegurado dobla, el nuevo coeficiente que se le asignará será mayor del 4.1%. Mientras que su sensibilidad con respecto a la lambda, o sea la siniestralidad, está recogida en la siguiente tabla:

GRÁFICO 12: SENSIBILIDAD DE LA ELASTICIDAD DE LOIMARANTA DEL SISTEMA DE CLASES DE CONVERSIÓN UNIVERSAL FICTICIO



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Se destaca que alcanza su valor óptimo para una lambda cerca el valor 0.27 o 0.43: los valores internos a estos umbrales son mayores que 1, entonces la reacción sería exagerada, mientras que los valores externos son inferiores a la unidad y por lo tanto su respuesta sería menos que proporcional.

4.2. Vittoria assicurazioni

El siguiente sistema que se quiere analizar es el SBM aplicado en Italia por la compañía aseguradora Vittoria Assicurazioni S.p.a. en la póliza “ Linea Strada Classic”. Este sistema no se aleja mucho del sistema básico de CU y de hecho es fácil de entender y de utilizar. El sistema está compuesto por 26 clases: 18 como el sistema de CU, más 8, posicionadas antes de la clase con el mayor descuento del sistema de CU. En la siguiente tabla se proporcionan los coeficientes de recargo/descuento proprios de cada clase:

TABLA 6: COEFICIENTES DE RECARGO/DESCUENTO DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI

Posición clase	**Nombre clase**	*b*		**Posición clase**	**Nombre clase**	*b*
1	1H	0,344		**14**	6	0,660
2	1G	0,346		**15**	7	0,720
3	1F	0,348		**16**	8	0,750
4	1E	0,351		**17**	9	0,780
5	1D	0,370		**18**	10	0,820
6	1C	0,390		**19**	11	0,880
7	1B	0,410		**20**	12	0,940
8	1A	0,440		**21**	13	1,000
9	1	0,470		**22**	14	1,150
10	2	0,510		**23**	15	1,600
11	3	0,560		**24**	16	2,200
12	4	0,580		**25**	17	3,500
13	5	0,620		**26**	18	5,000

FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA A PARTIR DE LAS CONDICIONES CONTRACTUALES DE VITTORIA ASSICURAZIONI

Se destaca que en este caso la conversión desde el sistema de clases de conversión universal al sistema contractual es inmediata, ya que la clase de entrada según el sistema de CU coincide con el nombre de la clase contractual. Por lo tanto, un individuo que contrata su primera póliza RCA con Vittoria Assicurazioni con la formula Bonus-Malus empezará de la clase indicada con el numero 14, aunque la posición sea la vigésima segunda. De igual modo, un asegurado que está en la clase universal ínfima entrará en el sistema por la clase indicada con el numero 1, aunque sea la novena.

Con respeto al último ejemplo mencionado, la compañía admite excepciones que permiten ingresar en clases inferiores a la novena. De facto, en base a la información contenida en el “attestato di rischio”, el conductor puede acceder a clases menores si ha quedado en la CU 1 y por lo tanto sin reportar siniestros, por lo menos dos años ininterrumpidamente, según el esquema proporcionado en la siguiente tabla:

TABLA 7: EXCEPCIONES CLASE DE ENTRADA DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI

Años consecutivos en CU 1	**Posición clase**	**Nombre clase**
4	**6**	1C
3	**7**	1B
2	**8**	1A

FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA PROPRIA A PARTIR DE LAS CONDICIONES CONTRACTUALES DE VITTORIA ASSICURAZIONI

Asimismo, otra excepción admitida afecta el asegurado que tenía una formula con franquicia y no ha tenido siniestros en los últimos 5 años: en este caso, la ley (ver tabla 3) impone que la clase de entrada sea aquella correspondiente a la CU 9. En cambio, si se verifican estas condiciones, Vittoria Assicurazioni asignará al asegurado la clase de entrada 7, es decir la decimoquinta.

Ya que se han determinado las clases, los coeficientes y las reglas de conversión de las CU a las clases contractuales y entonces las posibles clases de entrada, el último elemento que falta para poder evaluar el SBM son las reglas de transición.

TABLA 8: TABLA ESQUEMÁTICA DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI

	Siniestros				
Clase incial	0	1	2	3	4 o más
1H	1H	1E	1B	1	4
1G	1H	1D	1A	2	5
1F	1G	1C	1	3	6
1E	1F	1B	2	4	7
1D	1E	1A	3	5	8
1C	1D	1	4	6	9
1B	1C	1	4	7	10
1A	1B	2	5	8	11
1	1A	3	6	9	12
2	1	4	7	10	13
3	2	5	8	11	14
4	3	6	9	12	15
5	4	7	10	13	16
6	5	8	11	14	17
7	6	9	12	15	18
8	7	10	13	16	18
9	8	11	14	17	18
10	9	12	15	18	18
11	10	13	16	18	18
12	11	14	17	18	18
13	12	15	18	18	18
14	13	16	18	18	18
15	14	17	18	18	18
16	15	18	18	18	18
17	16	18	18	18	18
18	17	18	18	18	18

FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA PROPRIA A PARTIR DE LAS CONDICIONES CONTRACTUALES DE VITTORIA ASSICURAZIONI

Se destaca que las reglas de transición de una clase a otra en un periodo son muy parecidas a aquellas del sistema de CU. En particular desde la séptima clase (1B) todas las clases siguen exactamente la normativa, es decir, un incremento de dos clases por el primer siniestro y un ulterior incremento de tres clases por cada siniestro más; también en este caso los siniestros después del cuarto no se tienen en cuenta. Mientras que, para las primeras seis clases, aquellas que implican un descuento mayor, las reglas son diferentes: cada siniestro produce un incremento de 3 clases a excepción del tercero que conlleva un incremento de dos clases. En todo el sistema, un periodo sin siniestros permite descender de una clase. La matriz de transición que deriva es la siguiente:

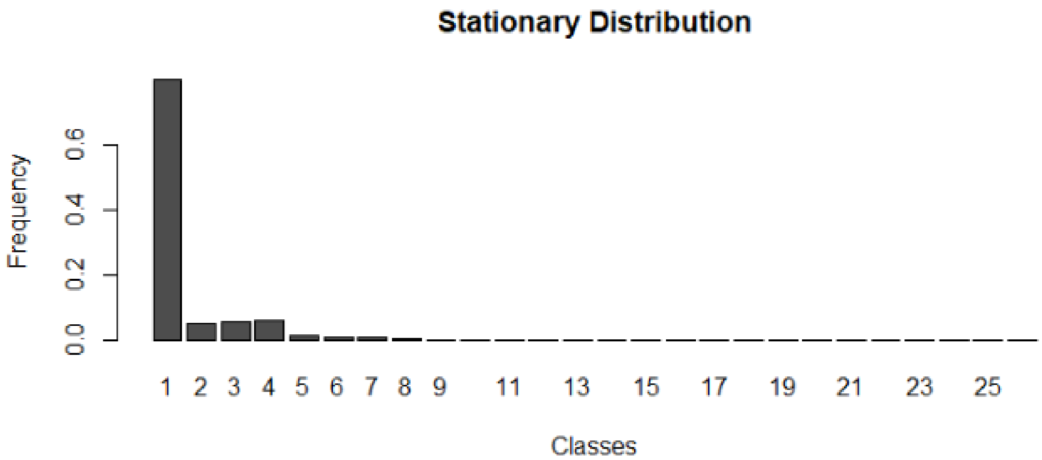
TABLA 9: MATRIZ DE TRANSICIÓN DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI

i \ j	1H	1G	1F	1E	1D	1C	1B	1A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1H	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1G	P0	0	0	0	P1	0	0	P2	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1F	0	P0	0	0	0	P1	0	0	P2	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1E	0	0	P0	0	0	0	P1	0	0	P2	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1D	0	0	0	P0	0	0	0	P1	0	0	P2	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1C	0	0	0	0	P0	0	0	0	P1	0	0	P2	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1B	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0	0	0	0	0	0	0
1A	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	0	1-(PO+...+P3)
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	0	1-(PO+...+P3)
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	P3	1-(PO+...+P3)
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	0	1-P0-P1-P2
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	0	1-P0-P1-P2
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	P2	1-P0-P1-P2
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	0	1-P0-P1
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	0	1-P0-P1
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	P1	1-P0-P1
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	0	1-P0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	0	1-P0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P0	1-P0

FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA A PARTIR DE LAS CONDICIONES CONTRACTUALES DE VITTORIA ASSICURAZIONI

Teniendo todos los elementos necesarios, se puede seguir con la evaluación de este SBM. Otra vez se asume una cartera homogénea y que la media del número de siniestros es 0.064; la distribución estacionaria que deriva de estas hipótesises la siguiente:

GRÁFICO 13: DISTRIBUCIÓN ESTACIONARIA DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI

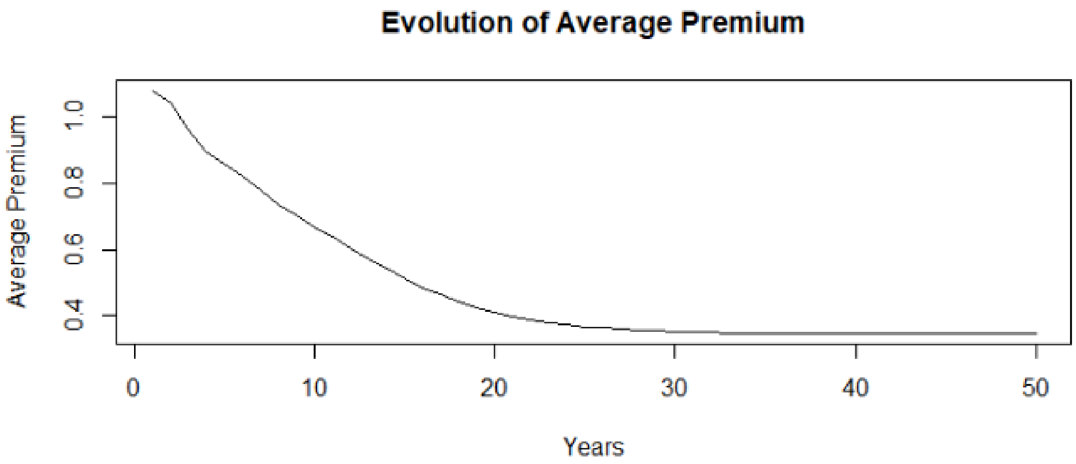


FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

También en este caso la distribución estacionaria se presenta muy desequilibrada hacia las clases con mayor descuento, pero, debido a la mayor rigurosidad en las mejores clases, los asegurados están minoritariamente concentrados en la primera clase, ya que el 20% de estos se distribuyen entre la segunda y octava clase, mientras que en el caso anterior los asegurados en estas clases no llegavan a alcanzar el 14%.

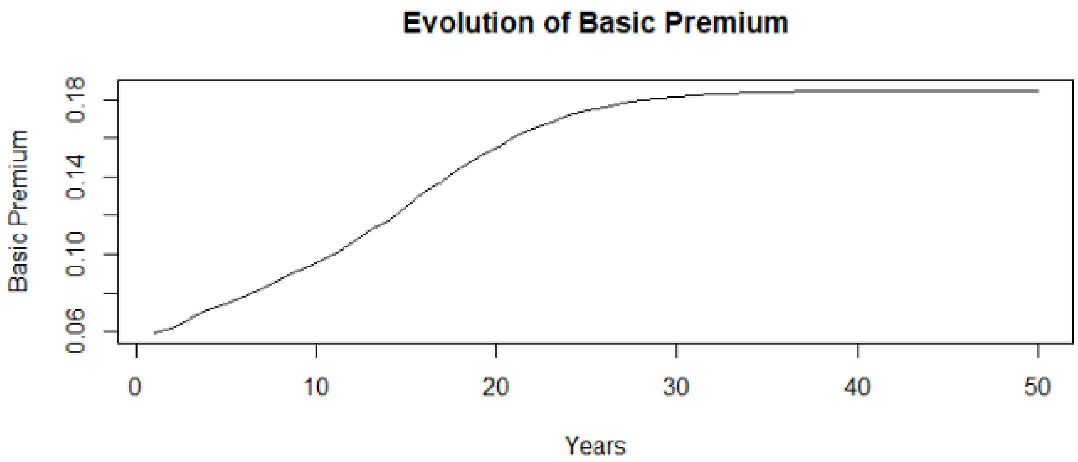
Se podría pensar que, dada esta mayor repartición entre las clases, la prima media recaudada en el estado estacionario sea mayor que en el caso anterior, pero no es así, porque el descuento en las primas clases es mayor en este SBM. De hecho, la prima media es igual a 0.3466381 y en consecuencia la prima base es igual a 0.1846306, por lo tanto, también este SBM sobrestima la prima, pero en medida menor. Esto significa que, para equilibrar el sistema, es decir igualar las primas recaudadas y el coste esperados de siniestros, se debería multiplicar la prima *a priori* por 0.1846306. La evolución a lo largo del tiempo de la prima media y de la prima base es la siguiente:

GRÁFICO 14: EVOLUCIÓN DE LA PRIMA MEDIA DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

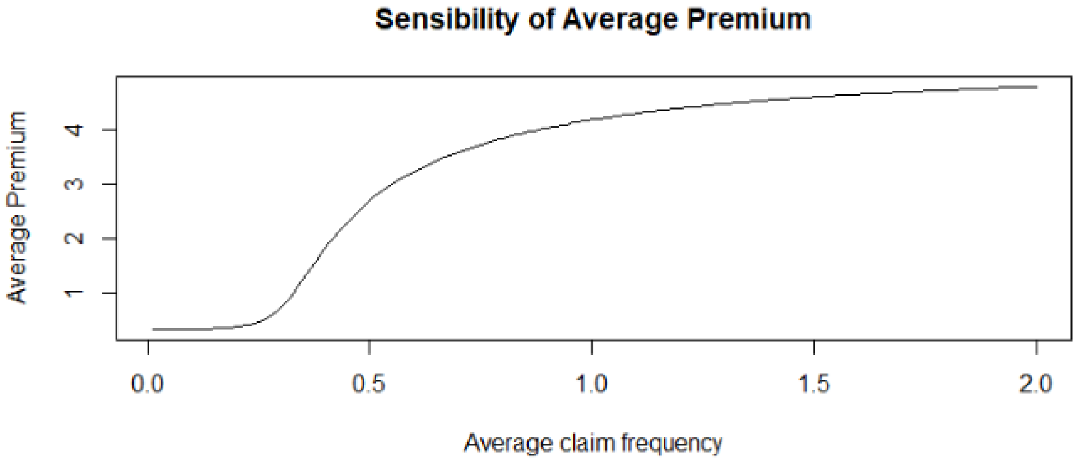
GRÁFICO 15: EVOLUCIÓN DE LA PRIMA MEDIA DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

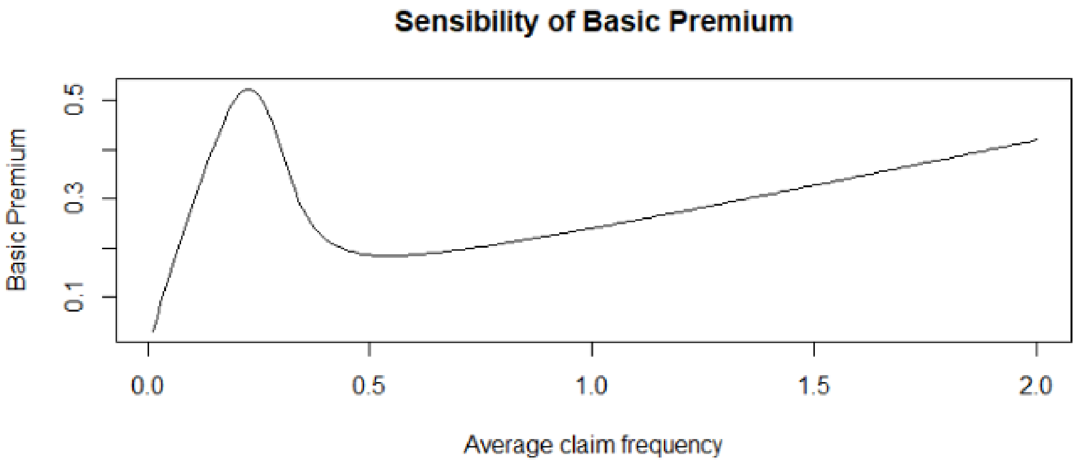
Debido al mayor número de clases el trayecto tiene una pendencia menor y por lo tanto se alcanzan los valores estacionarios un poco más tarde; por lo demás las consideraciones son las mismas del caso anterior. Por lo que conciernen los efectos de la siniestralidad sobre estas dos medidas, se proporcionan los siguientes gráficos de sensibilidad:

GRÁFICO 16: SENSIBILIDAD DE LA PRIMA MEDIA CON RESPECTO A LA FRECUENCIA DE SINIESTROS DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

GRÁFICO 17: SENSIBILIDAD DE LA PRIMA BASE CON RESPECTO A LA FRECUENCIA DE SINIESTROS DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI

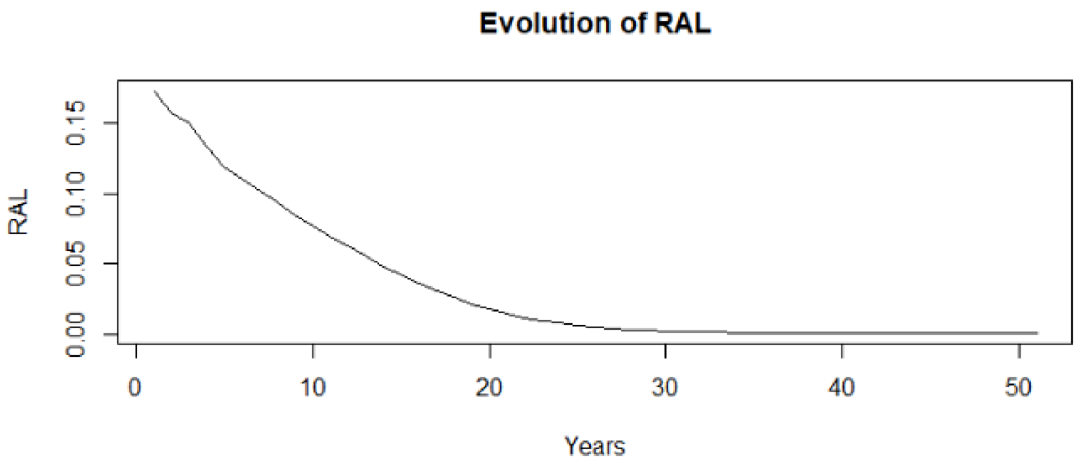


FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Se señalan varias diferencias significativas con respecto al SBM ficticio: debido a los enormes coeficientes de recargo en las clases peores, cuando la siniestralidad aumenta, la prima media se dispara, ya que crece el número de asegurados en las clases de máximo recargo. Consecuentemente la prima base queda siempre inferior a la unidad, es decir que este SBM nunca infraestimará el riesgo, para cualquier tasa de siniestralidad.

La próxima herramienta de evaluación de un SBM que se va a analizar es el nivel medio estacionario relativo. Suponiendo una cartera homogénea y una tasa de siniestralidad del 6.4%, el valor de esta medida es 0.0005666033: mucho menor que el RSAL del ejemplo anterior e igualmente muy lejano del valor óptimo de 0.5. Esto significa que tampoco el SBM de Vittoria Assicurazioni “discrimina” los asegurados cuando el número medio de siniestros es tan bajo. Su evolución a lo largo del tiempo está recogida en el siguiente gráfico:

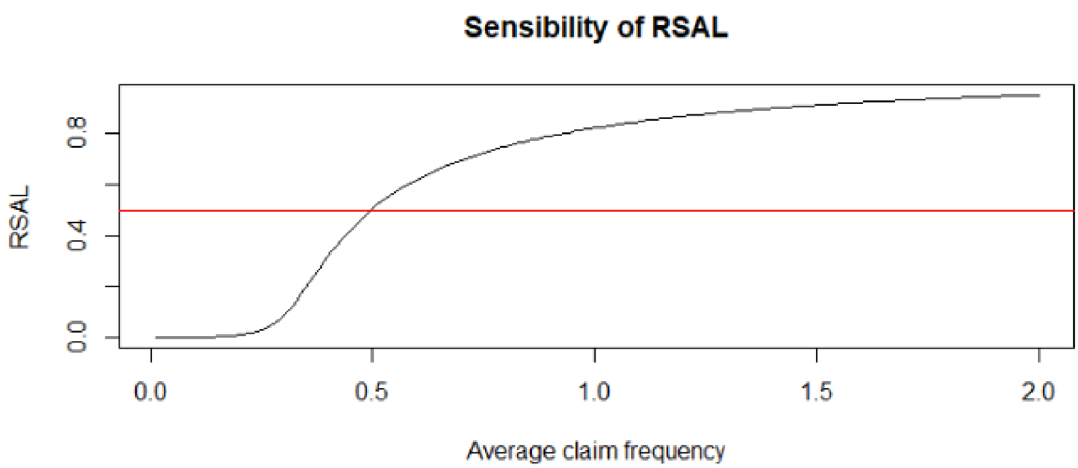
GRÁFICO 18: EVOLUCIÓN DEL RAL DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Obsérvese que, a lo largo de su evolución, no se acerca en ningún momento al valor ideal de 0.5 y es siempre menor del valor del sistema ficticio. Esto se debe al gran valor (5) del ultimo coeficiente de la zona de malus, que conlleva la necesidad, para que el SBM sea optimo según este sentido, que la prima media recaudada sea mayor de 2.5. La relación del valor del RSAL del SBM de Vittoria Assicurazioni S.p.a. con respecto a la tasa siniestral es la siguiente:

GRÁFICO 19: SENSIBILIDAD DEL RSAL CON RESPECTO A LA FRECUENCIA DE SINIESTROS DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI

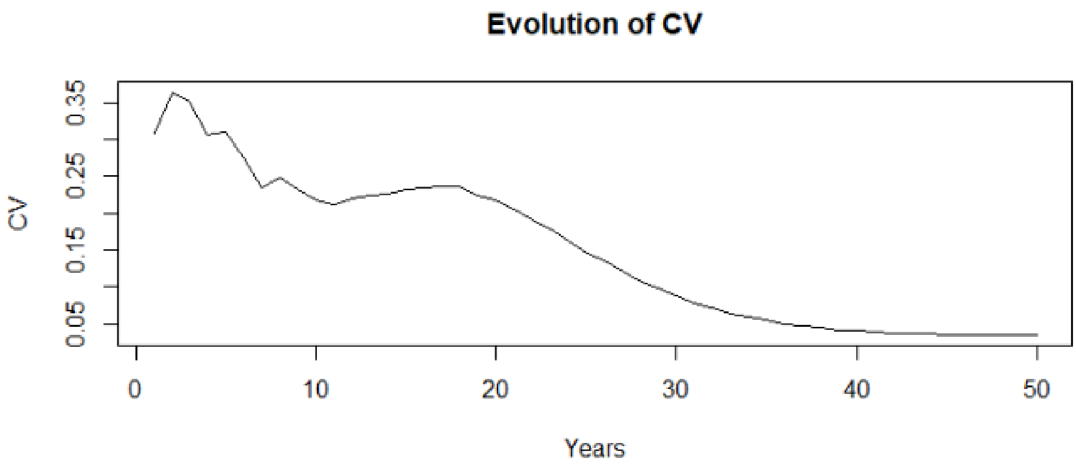


FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

En este caso el sistema es consigue discriminar de manera óptima los conductores cuando la siniestralidad es cerca de 0.5, es decir cuando los asegurados de la cartera tienen mediamente un accidente cada dos años.

La medida que se va a estudiar a continuación es el coeficiente de variación, que sirve para medir la solidaridad entre asegurados. *Ceteris paribus*, su valor es 0.03422201, por lo tanto, se puede afirmar que en este SBM el principio de solidaridad entre asegurados no se rompe y que, pero, no puede discernir entre conductores buenos y malos. En el siguiente gráfico se representa su evolución a lo largo del tiempo:

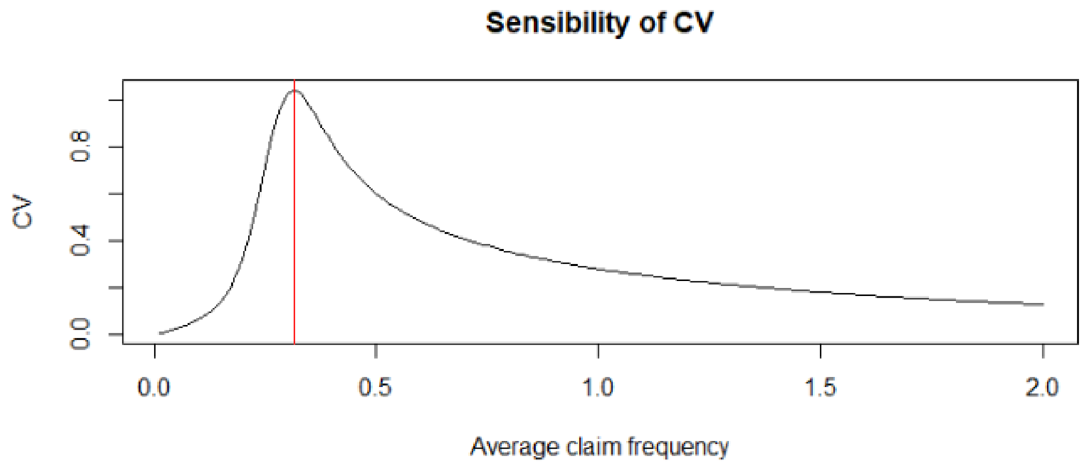
GRÁFICO 20: EVOLUCIÓN DEL CV DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Debido al mayor número de clases, en comparación al sistema ficticio necesita más tiempo para llegar a su valor estacionario. La sensibilidad del coeficiente de variación con respecto de la siniestralidad está representada en el siguiente gráfico:

GRÁFICO 21: SENSIBILIDAD DEL RSAL CON RESPECTO A LA FRECUENCIA DE SINIESTROS DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI

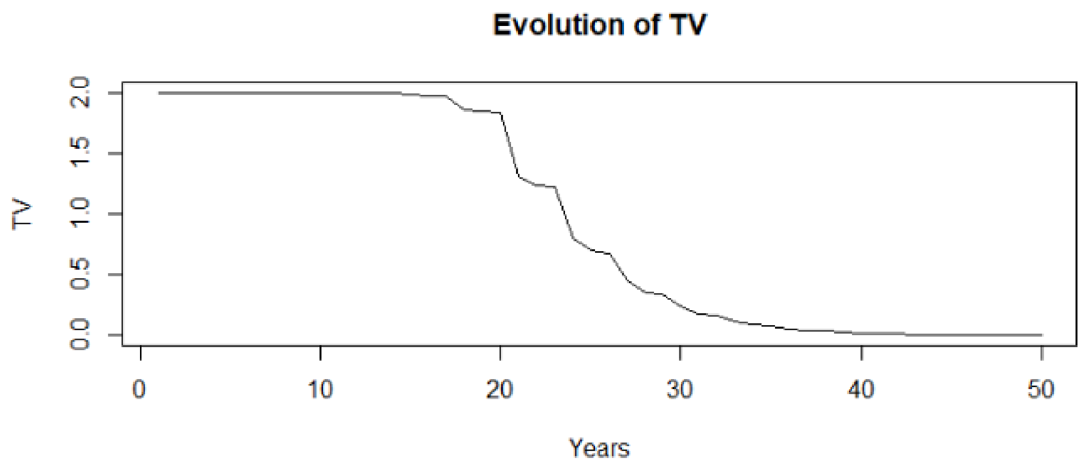


FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Como para el sistema ficticio, el CV del SBM de Vittoria Assicurazioni alcanza su valor máximo cuando la tasa siniestral se sitúa en torno al 0.3, pero, en valor absoluto el nivel máximo es mucho mayor que el otro. Entonces, a paridad de condiciones este sistema puede discriminar más del otro, por el mayor número de clases.

La evolución de la variación total del SBM de Vittoria Assicurazioni es la siguiente:

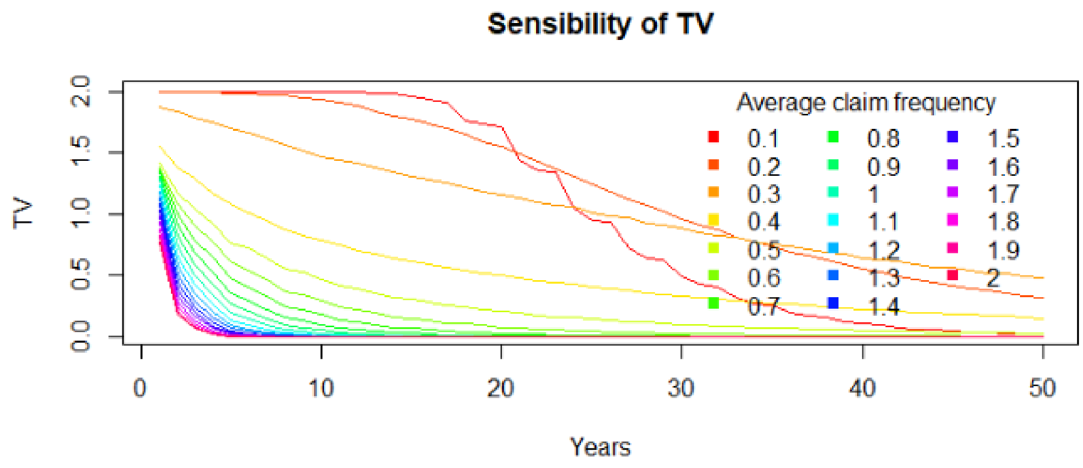
GRÁFICO 22: EVOLUCIÓN DE LA TV DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Se destaca que en los primeros veinte periodos su valor queda igual a 2, o sea el máximo valor posible, y después empieza a bajar, hasta alcanzar su valor mínimo tras de 45 etapas. El valor constante en los primeros periodos se debe al hecho que los asegurados entran en el sistema desde la clase 22 y migran todos hasta la clase más populosa, es decir la primera, y para alcanzarla no pueden tomar menos de 21 etapas. El valor de la TV empieza a bajar antes de esto periodo porque, aunque irrisoriamente, las clases de poco superiores a la primera, en el estado estacionario, están pobladas y, por tanto, el pasaje de los asegurados en estas clases reduce el valor de la variación total. Para evaluar la influencia de la tasa de siniestralidad se puede utilizar el siguiente gráfico:

GRÁFICO 23: SENSIBILIDAD DE LA TV DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI

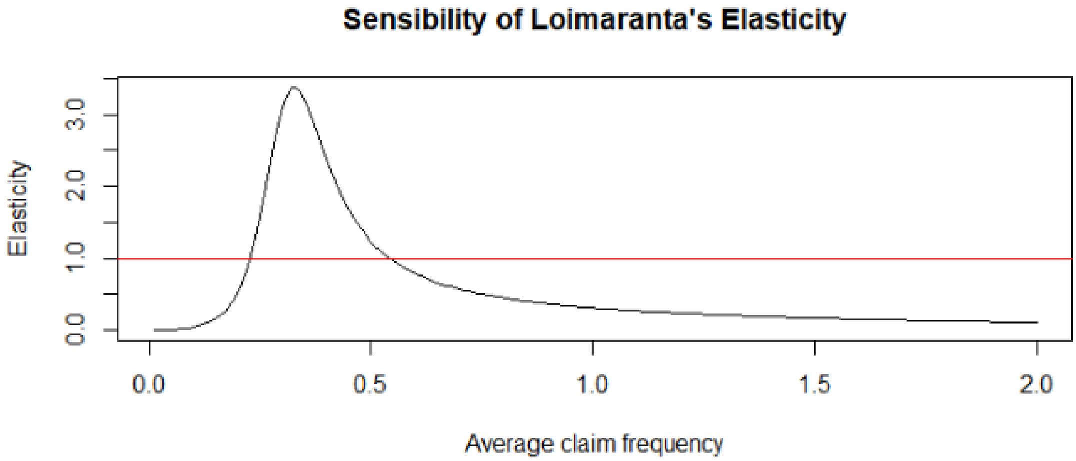


FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Debido al mayor número de clases, en comparación con el ejemplo anterior, el SBM de Vittoria Assicurazioni alcanza el estado estacionario más tarde. Valores extremos de la media siniestral conllevan una aceleración del proceso, mientras que para valores intermedios esto es más lento. Se señala, por ejemplo, que con una tasa siniestral del 30% el valor de la variación total después de 50 etapas está ligeramente por debajo de 0.5.

Finalmente, para el caso base, el valor de la elasticidad de Loimaranta es 0.01503476; mientras que su sensibilidad con respecto a la lambda es la siguiente:

GRÁFICO 24: SENSIBILIDAD DE LA ELASTICIDAD DE LOIMARANTA DEL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

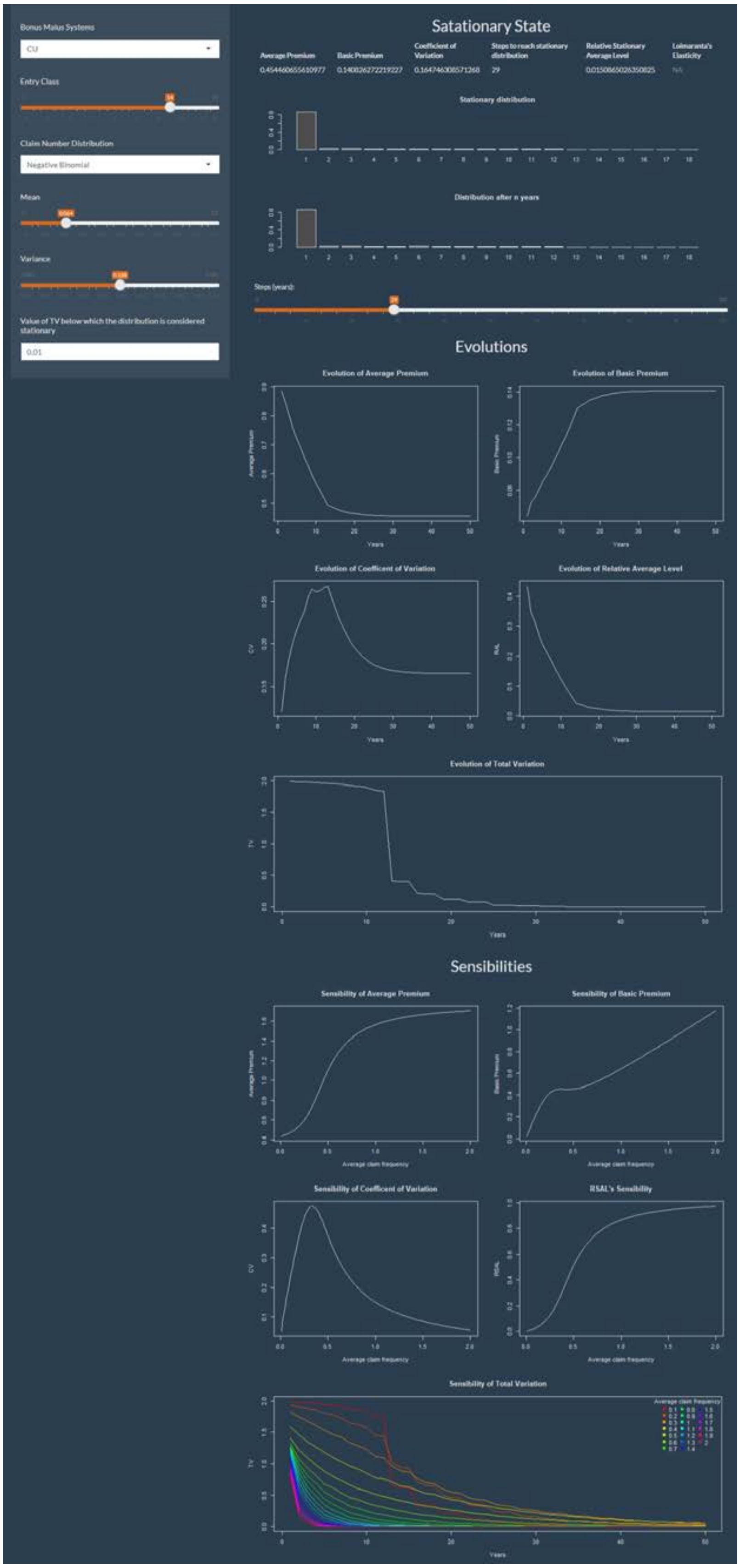
Para siniestralidades iguales a 0.23 y 0.55 la eficiencia de Loimarata de esto SBM tiene su valor ideal, mientras que para medias siniestrales entre estos dos valores , la elasticidad es mayor que uno, es decir que la variación de la prima a pagar debido a una variación de la siniestralidad sería más que proporcional. Se destaca que el valor máximo de la elasticidad de Loimaranta del SBM real es mucho mayor del SBM ficticio.

4.3. Caso de cartera heterogénea

En el presente apartado se van a analizar las diferencias que conlleva suponer una cartera heterogénea y por lo tanto una distribución Binomial Negativa para modelizar la distribución del número de siniestros.

Toda la información proporcionada hasta ahora ha sido resumida en una interfaz reactiva, programada con el paquete Shiny y perfeccionada a nivel estético con el paquete Thematic (Sievert et al., 2021). Se utilizarán las capturas de pantalla de dicha interfaz para evidenciar los efectos de esta nueva hipótesis. Se destaca que en la parte izquierda se ha puesto el panel de control, donde ajustar las variables que se pueden tener en cuenta en este proceso de evaluación de un SBM. Nuevamente se ha escogido como clase de entrada aquella de un nuevo asegurado que contrata su primera póliza: la decimocuarta por el sistema ficticio y la vigésimo segunda por el sistema de Vittoria Assicurazioni. La media siniestral queda el 6.4%, pero, debido al nuevo modelo de distribución del número de siniestros, como ya se ha mencionado, se asumirá una variancia muestral doble respecto a la media, por lo tanto, igual a 0.128.

IMAGEN 1: CAPTURA DE PANTALLA DE LA INTERFAZ DE SHINY PARA EL SBM FICTICIO



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

En cuanto al estado estacionario del SBM ficticio se señala, en comparación con el caso de cartera homogénea, un mínimo aumento de la prima media y por lo tanto una disminución de la prima base.

Debido a la mayor variancia que conlleva la nueva hipótesis, aumentan también el coeficiente de variación y el RSAL.

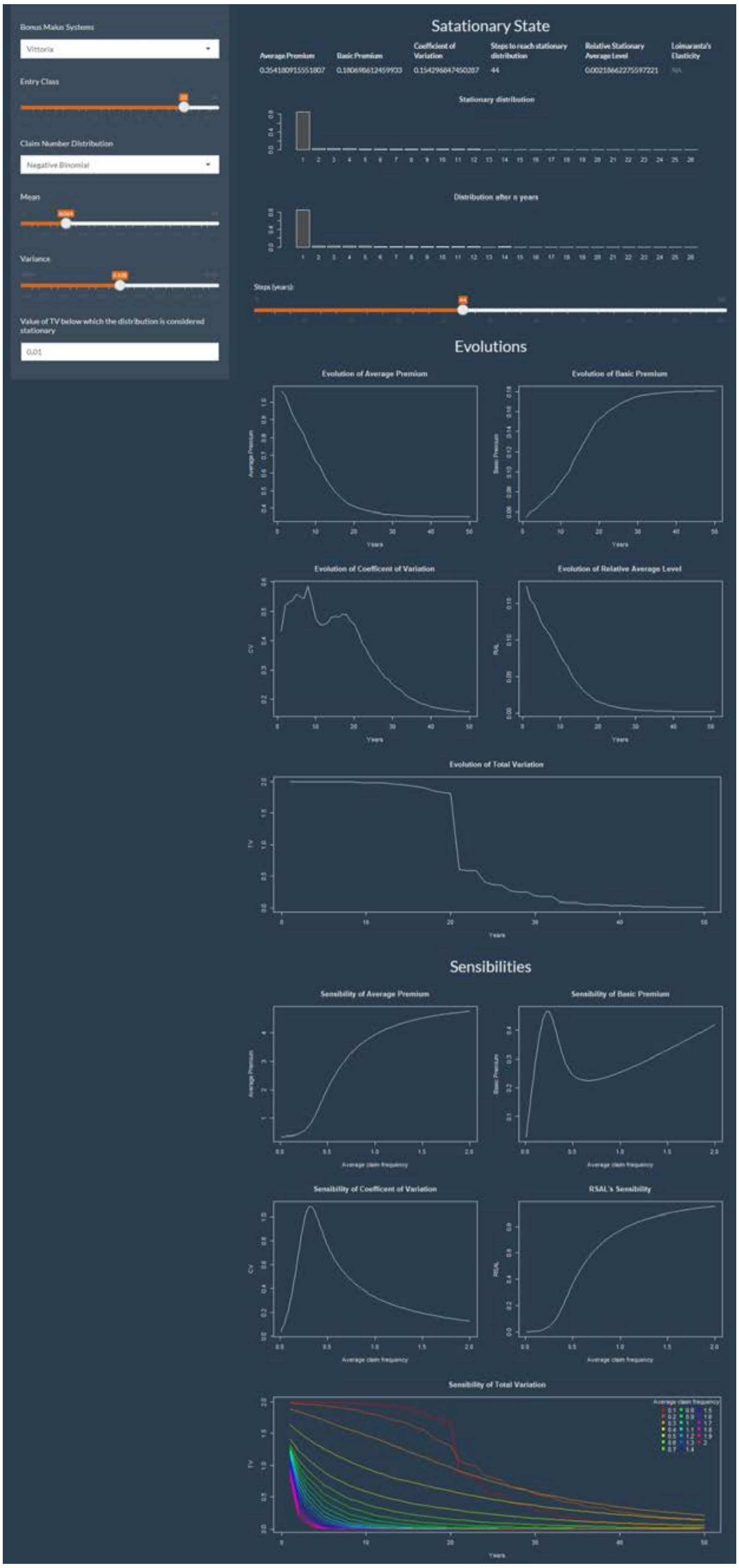
La distribución estacionaria es muy parecida al caso de cartera homogénea, pero, la segunda y la tercera clase tienen una frecuencia menor y, por lo tanto, siendo la distribución estacionaria un vector estocástico, la frecuencia en las demás clases es ligeramente mayor. Las diferencias en esta son tan pequeñas que el momento en que la variación total es menor del 1% no cambia, siendo nuevamente la etapa vigésimo novena.

Por otro lado, todos los gráficos de la evolución de las medidas a lo largo del tiempo nos indican que el estado estacionario viene alcanzado en un menor número de etapas, aunque los trayectos no difieren mucho.

Por lo que concierne las sensibilidades, esta nueva hipótesis conlleva que los valores óptimos se alcanzan para frecuencias siniestrales un poco mayores y en intervalos mayores, ya que en estos casos la pendencia de las funciones es menor.

No se pueden comentar las diferencias en la elasticidad de Loimaranta, pues para su cálculo se supone una distribución de Poisson para modelizar el número de siniestros.

IMAGEN 2: CAPTURA DE PANTALLA DE LA INTERFAZ DE SHINY PARA EL SBM DE VITTORIA ASSICURAZIONI



FUENTE: ELABORACIÓN PROPRIA

Las deducciones que surgen de la comparación de las dos hipótesis que conciernen las carteras y consecuentemente la modelización del número de siniestros, son las mismas también por el SBM de Vittoria Assicurazioni con sólo una diferencia: debido al mayor número de clases afectadas, en este SBM, suponiendo una cartera heterogénea, el momento en que la variación total es menor del 1% se alcanza con tres periodos de retraso, aunque la pendencia de la función de la variación total parece ser en todos los casos mayor y por lo tanto la senda hacia el estado estacionario debería ser más rápida.

Para valores de media y varianza tan contenidos no se destaca una diferencia significativa en la rapidez de acercamiento a la situación estacionaria, pero, con valores más grandes, la mayor rapidez del caso de cartera heterogénea es evidente.

5. Conclusiones

Tras haber explicado en qué consiste y cómo se trata un SBM, se han explicitado los pilares en que se basa la regulación italiana en cuanto a seguros de responsabilidad civil de automóviles y SBM. Bajo esta información y con la incorporación de unos coeficientes tomados de la literatura, se ha creado un SBM ficticio, que se puede entender como una hipotética aplicación básica de la normativa italiana.

En segundo lugar, se ha escogido un SBM real utilizado por Vittoria Assicurazion S.p.a., una compañía de seguros operante en Italia. Sobre estos dos SBM se ha llevado acabo un análisis de las herramientas básicas de evaluación, centrando el estudio en la evolución de dichas medidas a lo largo de la vida del SBM, el valor de estas en el estado estacionario y la sensibilidad de estas con respecto a la frecuencia siniestral.

Los cálculos y las representaciones indispensables para el desarrollo del trabajo se han programado con el software de cálculo R. Asimismo se ha proporcionado el código para una interfaz interactiva programada en Shiny, un paquete de R, en que están resumidas y representadas todas las informaciones útiles para desempeñar el estudio. En el panel izquierdo de dicha interfaz se podrán ajustar todas las variables significativas para un SBM, con la posibilidad de extraviar de las hipótesis asuntas a lo largo del trabajo.

A lo largo del análisis parece evidente que la media siniestral de 6.4%, proporcionada por el IVASS, entidad propuesta a la vigilancia del sector asegurador en Italia, es reductora ya que todas las medidas que poseen un valor optimo teórico, tanto en el SBM ficticio, cuanto en el SBM real, alcanzan dichos valores para una frecuencia en torno al 30%.

El coeficiente de recargo máximo, aquello que corresponde a la clase más alta, en el SBM contractual es igual a 5, es decir que el asegurado que se encuentre en esta clase deberá pagar una prima total cuatro veces mayor que la prima *a priori* que le corresponde; mientras que en el trabajo de López (2018) el recargo máximo que se encuentra entre las cinco compañías seleccionadas es igual a 3. Parece razonable pensar que esta diferencia se debe a los distintos marcos legales que se aplican a las compañías. Se retiene que la causa más probable de estas diferencias sea la obligación por parte de las aseguradoras italianas a contratar los seguros obligatorios con quien lo pida. Esta ley no existe en España ya que el legislador ha solucionado el problema de imponer el seguro obligatorio a los conductores sin obligar las aseguradoras a aceptar, atribuyendo al Consorcio de Compensación de Seguros (CCS) el papel de asegurador de última instancia. Por lo tanto, se piensa que un coeficiente tan alto es un intento de la aseguradora de no incurrir en selección adversa, poniendo una barrera (económica) de entrada a los malos conductores que quieren asegurarse con ella.

Bibliografía

Boj, E., Claramunt, M. M. y Costa, T. (2020). *Tarificación y provisiones (tercera edición).* Colección OMADO, Objetos y Materiales Docentes. Depósito Digital de la Universidad de Barcelona, Barcelona (España). URL: http://hdl.handle.net/2445/149241

Bonsdorff, H. (1992). On the Convergence Rate of Bonus-Malus Systems. *ASTIN Bulletin*, 217-223.

Bühlmann, H. (1970). *Mathematical Methods in Risk Theory*. Springer Verlag, New York (Estados Unidos).

Chang, W., Cheng, J., Allaire, J.J., Sievert, C., Schloerke, B., Xie, Y., Allen, J., McPherson, J., Dipert, A. y Borges, B. (2021). *Shiny: Web Application Framework for R*. URL: https://CRAN.R-project.org/package=shiny

Charpentier, A. (2014). *Computational actuarial science with R.* Chapman and Hall, New York (Estados Unidos).

Denuit, M., y Charpentier, A. (2005). *Mathématiques de l'assurance non-vie. Tome II: Tarification et provisionnement.* Collection "Économie et statistiques avancées", Paris (Francia).

Denuit, M., Maréchal, X., Pitrebois, S. y Walhin, J. (2007). *Actuarial Modelling of Claim Counts: Risk Classification, Credibility and Bonus-Malus Systems.* John Wiley & Sons, Ltd., Chichester (Reino Unido).

IVASS (2020). *Relazione sull'attività svolta dall'Istitutonell'anno 2019.* IVASS, Roma (Italia). URL: https://www.ivass.it/pubblicazioni-e-statistiche/pubblicazioni/relazione-annuale/2020/RELAZIONE_IVASS_2019.pdf

Lemaire, J. (1995). *Bonus-Malus Systems in Automobile Insurance*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (Países Bajos).

López, J. (2018). *Análisis del SBM en seguros de automóvil de diferentes compañías aseguradoras.* Depósito Digital de la Universidad de Barcelona. Colección de Trabajos de Final de Máster del Máster Ciencias Actuariales y Financieras, Barcelona (España).URL: http://hdl.handle.net/2445/124753

Mowbray, A. H. (1914). How extensive a payroll exposure is necessary to give a dependable pure premium? *Proceedings of the Casualty Actuarial Society* 1, 24-30. Casuality Actuarial Society.

Mulero, J. (2016). *Aplicaciones interactivas diseñadas con Shiny*. Colección de Docencia del Repositorio Institucional de la Universidad de Alicante. URL: http://hdl.handle.net/10045/54325

Poprawska, E. (2015). Analysis of the Effectiveness of Selected New Types of Bonus-Malus Systems – A Simulation Approach. European Financial Systems 2015. *Proceedings of the 12th International Scientific Conference*, 472-480.

Porzio, C., Previati, D., Cocozza, R., Miani, S. y Pisani, R. (2011). *Economia delle imprese assicurative*. McGraw Hill Education, Milán (Italia).

R Core Team (2021). *R: a language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna (Austria). URL: http://www.R-project.org/

Sievert, C., Schloerke, B. y Cheng, J. (2021). *Thematic: Unified and Automatic 'Theming' of 'ggplot2', 'lattice', and 'base' R Graphics*. URL: https://CRAN.R-project.org/package=thematic

Whitney, A. W. (1918). The theory of experience rating. *Proceedings of the Casuality Actuarial Society* 4, 274-292. Casuality Actuarial Society.

Condiciones generales de Vittoria Assicurazioni. Fecha de consulta: 25/05/2021. https://www.vittoriaassicurazioni.com/Allegati/Privati/PDF_Veicoli_Imbarcazioni/Linea%20Strada%20Classic%20Autovetture/PB_XA_RCA-EDZ-0320.PDF

Anexo 1: Enlace a la interfaz en Shiny

https://ricardursocoll.shinyapps.io/SBM-TFM2021UB/

Anexo 2: Código en R

```
#ncl=Number of classes;i0= Entry class#
#p0=initial probabilities vector=
prob.in <- function(ncl,i0) {
  p.in<-rep(0,ncl)
  p.in[i0]<-1
  return(p.in)
}

#pn=Number of claims Distribution=
Dist.num.sin<-function(distr,media,varianza,ncl=50){
```

```
  if (distr=="poi") {
    p<-dpois(0:ncl,media)
  }
  if (distr=="bn") {
    agamma<-media^2/(sqrt(varianza)-media)
    bgamma<-(sqrt(varianza)-media)/media
    p<-dnbinom(0:ncl, agamma,1/(1+bgamma))
  }
  return(p)
}

#probabilities vector after n steps
prob.n<-function(M,p0,n) {
  pn<-p0

  for (i in 1:n) {

    pn<-t(M)%*%pn
  }
  if (n==0) {
    return(t(p0))
  }
  else(

    return(pn))
}

#pi=Stationary distribuition
dist.est<-function(M){
  pi <- eigen(t(M))$vectors[,1]
  pi <- pi/sum(pi);
  pi <- Re(pi)
  return(pi)
```

```
}

#PB=Basic Premium
primabase<-function(b,pi,media){
  primabase<-media/sum(b*pi)
  return(primabase)
}

#RSAL
rsal<-function(b,pi){
  rsal<-(sum(b*pi)-b[1])/(b[length(b)]-b[1])
  return(rsal)}

#Coefficent of Variation
CV <-function(b,pi){
  bmedia<-sum(b*pi)
  cv<-((sum(((b-bmedia)^2)*pi))^0.5)/bmedia
  return(cv)
}

#TV
TV<-function(p0,M){
  pi<-dist.est(M)
  tv<-c()
  for (i in 1:50) {
    p0<-t(M)%*%p0
    tv[i]<-sum(sqrt((p0-pi)^2))}
  return(tv)}
TV100<-function(p0,M){
  pi<-dist.est(M)
  tv<-c()
  for (i in 1:100) {
    p0<-t(M)%*%p0
```

```
    tv[i]<-sum(sqrt((p0-pi)^2))}
  return(tv)}

#Sensibilities
PMse<-function(dist,seg){
  PM<-c()
  b<-bvec(seg)
  for(i in 1:200){
    pn<-Dist.num.sin(dist,i/100,2.001*i/100,5)
    M<-MT(seg,pn)
    pi<-dist.est(M)
    PM[i]<-sum(b*pi)
  }
  return(PM)}
PBse<-function(dist,seg){
  PB<-c()
  b<-bvec(seg)
  for(i in 1:200){
    pn<-Dist.num.sin(dist,i/100,2.001*i/100,5)
    M<-MT(seg,pn)
    pi<-dist.est(M)
    PB[i]<-primabase(b,pi,i/100)}

  return(PB)}
CVse<-function(dist,seg){
  cv<-c()
  b<-bvec(seg)
  for(i in 1:200){
    pn<-Dist.num.sin(dist,i/100,2.001*i/100,5)
    M<-MT(seg,pn)
    pi<-dist.est(M)
    cv[i]<-CV(b,pi)}
  return(cv)
```

```
}
TVse<-function(dist,seg,p0){
 tvij<-matrix(data=0, nrow = 20,ncol=50)
 for(i in 1:20){
  pn<-Dist.num.sin(dist,i/10,2.001*i/10,5)
  M<-MT(seg,pn)
  pi<-dist.est(M)
  tvij[i,]<-TV(p0,M)}
 return(tvij)
}
Loimse<-function(dist,seg){
 lambda<-seq(0.01,2,0.01)
 lambdaori<-lambda
 bmedia <- matrix(0,length(lambda),2)
 lambdaperturbada <- cbind(lambdaori*(1-0.0001), lambdaori*(1+0.0001))
 b<-bvec(seg)
 eficienciai<-c()
 for (j in 1:length(lambda)){
  for (i in 1:2){
   pn<-Dist.num.sin(dist,lambdaperturbada[j,i],2.001*lambdaperturbada[j,i],5)
   M<-MT(seg,pn)
   pi<-dist.est(M)
   bmedia[j,i] <- sum(pi*b) }
  eficienciai[j] <- (log(bmedia[j,2]) - log(bmedia[j,1])) /(log(lambdaperturbada[j,2]) -
log(lambdaperturbada[j,1]))}
 return(eficienciai)
}
RSALse<-function(dist,seg){
 RSAL<-c()
 b<-bvec(seg)
 for(i in 1:200){
  pn<-Dist.num.sin(dist,i/100,2.001*i/100,5)
  M<-MT(seg,pn)
```

```
    pi<-dist.est(M)
    RSAL[i]<-rsal(b,pi)}
  return(RSAL)}


MT<-function(seg,pn){
  if (seg=="CUI") {
    M<-matrix(rbind(c(pn[1],0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-pn[4],0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-pn[4],0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-pn[4],0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-pn[4],0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-pn[4],0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-pn[4],0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-pn[4],0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-pn[4],0,0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-pn[4],0,0,0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3],0,0,0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3],0,0,0,0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],1-pn[1]-pn[2]-pn[3],0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,0,1-pn[1]-pn[2],0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],0,1-pn[1]-pn[2],0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,pn[2],1-pn[1]-pn[2],0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,0,1-pn[1],0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],0,1-pn[1],0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
                      pn[1],1-pn[1])),nrow=18,ncol=18)
    M<-t(M)
```

```
  }
  if (seg=="vittoria") {
    M<-matrix(c(pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-
pn[4],0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
              pn[1],0,0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-
pn[4],0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
              0,pn[1],0,0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-
pn[4],0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
              0,0,pn[1],0,0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-
pn[4],0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
              0,0,0,pn[1],0,0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-
pn[4],0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
              0,0,0,0,pn[1],0,0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-
pn[4],0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
              0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-
pn[4],0,0,0,0,0,0,0,0,0,
              0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-
pn[4],0,0,0,0,0,0,0,0,
              0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-
pn[4],0,0,0,0,0,0,0,
              0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-
pn[4],0,0,0,0,0,0,
              0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-pn[3]-
pn[4],0,0,0,0,0,
              0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-
pn[3]-pn[4],0,0,0,
              0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-
pn[3]-pn[4],0,0,
              0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-
pn[3]-pn[4],0,
              0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,0,1-pn[1]-pn[2]-
pn[3]-pn[4],
              0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],0,1-pn[1]-pn[2]-
pn[3]-pn[4],
              0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,pn[4],1-pn[1]-pn[2]-
pn[3]-pn[4],
              0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,0,1-pn[1]-pn[2]-
pn[3],
```

```
            0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],0,1-pn[1]-pn[2]-
pn[3],
            0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,pn[3],1-pn[1]-pn[2]-
pn[3],
            0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,0,1-pn[1]-pn[2],
            0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],0,1-pn[1]-pn[2],
            0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,pn[2],1-pn[1]-pn[2],
            0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,0,1-pn[1],
            0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],0,1-pn[1],
            0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,pn[1],1-
pn[1]),nrow=26,ncol=26)
    M<-t(M)
  }
  return(M)
}
bvec<-function(seg) {
  if (seg=="CUI") {
    b<-c(0.5,0.53,0.56,0.59,0.62,0.66,0.7,0.74,0.78,0.82,0.88,0.94,1,1.15,1.3,1.5,1.75,2)
    b<-b/1.15
  }
  if (seg=="vittoria") {
    b<-c(0.344,0.346,0.348,0.351,0.37,0.39,0.41,0.44,0.47,0.51,0.56,0.58,0.62,0.66,0.72,
       0.75,0.78,0.82,0.88,0.94,1,1.15,1.6,2.2,3.5,5)
  }
  return(as.vector(b))
}

#Set-up
pn<-Dist.num.sin("poi",0.064,0.064,5)
M<-MT("CUI",pn)
b<-bvec("CUI")
ncl<-length(b)
i0<-14
```

```
#Stationary distribution
pi<-dist.est(M)
barplot(t(pi),main= "Stationary Distribution",names.arg = c(1:ncl),xlab = "Classes", ylab = "Frequency")

#Average premium and Basic premium
PA<-sum(b*pi);PA
PB<-primabase(b,pi,0.064);PB
##time
PM<-c()
PB<-c()
p0<-prob.in(ncl,i0)
p0n<-p0
for(i in 1:50){
  p0n<-t(M)%*%p0n
  PM[i]<-sum(b*p0n)
  PB[i]<-primabase(b,p0n,0.064)
}
plot(PM, type="l",xlab = "Years",ylab = "Average Premium", main = "Evolution of Average Premium")
plot(PB, type="l",xlab = "Years",ylab = "Basic Premium",main = "Evolution of Basic Premium")
#Average claims number
plot(seq(from=0.01,to=2, by=0.01),PMse("poi","CUI"), type="l",xlab = "Average claim frequency",ylab = "Average Premium", main = "Sensibility of Average Premium")
plot(seq(from=0.01,to=2, by=0.01),PBse("poi","CUI"), type="l",xlab = "Average claim frequency",ylab = "Basic Premium",main = "Sensibility of Basic Premium")

#RSAL
rsal(b,pi)
#time
RAL<-c(rsal(b,p0))
p0n<-p0
for(i in 1:50){
```

```
  p0n<-t(M)%*%p0n
  RAL[i+1]<-rsal(b,p0n)
}
plot(RAL, type="l",xlab = "Years",ylab = "RAL", main = "Evolution of RAL")
#Average claims number
plot(seq(from=0.01,to=2,  by=0.01),RSALse("poi","CUI"),  type="l",xlab  =  "Average
claim frequency",ylab = "RSAL", main = "Sensibility of RSAL")
abline(a=0.5,b=0, col="red")

#Coefficent of variation
CV(b,pi)
#time
cv<-c()
p0n<-p0
for(i in 1:50){
  p0n<-t(M)%*%p0n
  cv[i]<-CV(b,p0n)}
plot(cv, type="l",xlab = "Years",ylab = "CV", main = "Evolution of CV")
#Average claims number
plot(seq(from=0.01,to=2, by=0.01),CVse("poi","CUI"), type="l",xlab = "Average  claim
frequency",ylab = "CV", main = "Sensibility of CV")
abline(v=0.32, col="red")


#TV
plot(TV(p0,M), type="l",xlab = "Years",ylab = "TV", main = "Evolution of TV")
#Average claims number
tvij<-TVse("poi","CUI",p0)

colo<-rainbow(20)
plot(tvij[1,],type="l",xlab = "Years",ylab = "TV", main = "Sensibility of TV")
for(i in 1:20){
  lines(tvij[i,],col=colo[i])}
```

```
legend("topright", legend = c(1:20/10),ncol=3,bty="n" ,title="Average claim frequency", col=colo, pch=15)



##Loimaranta' elasticity
lambdaori <- 0.064
bmedia <- c(0,0)
lambdaperturbada <- c(lambdaori*(1-0.0001), lambdaori*(1+0.0001))
for (i in 1:2){
  pn<-Dist.num.sin("poi",lambdaperturbada[i],lambdaperturbada[i],5)
  M<-MT("CUI",pn)
  pi<-dist.est(M)
  bmedia[i] <- sum(pi*b) }
eficiencia <- (log(bmedia[2]) - log(bmedia[1])) /(log(lambdaperturbada[2]) - log(lambdaperturbada[1]))
eficiencia
#Average claims number
plot(seq(0.01,2,0.01),Loimse("poi","CUI"),type="l",xlab = "Average claim frequency",ylab = "Elasticity", main = "Sensibility of Loimaranta's Elasticity")
abline(1,0,col="red")

#install.packages("shiny")
library(shiny)
#install.packages("thematic")
library(thematic)

ui <- fluidPage(
  theme = bslib::bs_theme(bootswatch = "superhero"),
  sidebarLayout(
    sidebarPanel(
      style = "position:fixed;width:30%;",
      selectInput("data", h6("Bonus-Malus Systems"),
            choices = list("CU" = "CUI", "Vittoria" = "vittoria"),
            selected = "CUI"),
```

```
 uiOutput("entry"),

 selectInput("dist", h6("Claim Number Distribution"),
             choices = list("Poisson" = "poi", "Negative Binomial" = "bn"),
             selected = "poi"),
 sliderInput("mean",
             h6("Mean"),
             min = 0, max=0.7,
             value= 0.064),
 uiOutput("variance"),



 numericInput("digits",
              h6("Value of TV below which the distribution is considered stationary"),
              value= 0.01 )),

mainPanel(
 h2("Satationary State",align = "center"),
 tableOutput("tab"),
 plotOutput("pi",height = "200px"),
 plotOutput("dist",height = "200px"),

 sliderInput("NN",
             "Steps (years):",
             min = 0,
             max = 100,
             value = 0,width = "200%"),

 h2("Evolutions",align = "center"),
 fluidRow(
   splitLayout(cellWidths = c("50%", "50%"),
               plotOutput("PM"),
```

```
                  plotOutput("PB")),
        splitLayout(cellWidths = c("50%", "50%"),
                  plotOutput("CV"),
                  plotOutput("RSAL")),
        plotOutput("TV")
      ),
      h2("Sensibilities",align = "center"),
      fluidRow(
        splitLayout(cellWidths = c("50%", "50%"),
                  plotOutput("PMl"),
                  plotOutput("PBl")),
        splitLayout(cellWidths = c("50%", "50%"),
                  plotOutput("CVl"),
                  plotOutput("RSALl")),
        plotOutput("TVl"),
        plotOutput("Loim"))

    )
  )
)



server <- function(input, output) {
  thematic::thematic_shiny()
  options(warn =F)
  output$entry <- renderUI({
    sliderInput("entry",
              h6("Entry Class"),
              min=1,
              max=ifelse(input$data=="CUI",18,26),
              value=ifelse(input$data=="CUI",14,22))})
  output$variance <- renderUI({
    sliderInput("variance",
```

```
      h6("Variance"),
      min=ifelse(input$dist=="poi",0,input$mean),
      max=ifelse(input$dist=="poi",1,input$mean*3),
      value=ifelse(input$dist=="poi",input$mean,input$mean*2))
})

pn<-reactive({Dist.num.sin(input$dist,input$mean,input$variance,5)})
M<-reactive({as.matrix(MT(input$data,pn()))})
b<-reactive({(as.vector(bvec(input$data)))})
ncl<-reactive({length(b())})
p0<-reactive({prob.in(ncl(),input$entry)})
pi<-reactive({dist.est(M())})



output$tab<-renderTable({
  namestab<-c("Average Premium","Basic Premium","Coefficient of Variation","Steps to reach stationary distribution","Relative Stationary Average Level","Loimaranta's Elasticity")
  PM<-sum(b()*pi())
  PB<-primabase(b(),pi(),input$mean)
  CV<-CV(b(),pi())
  TV<-TV100(p0(),M())
  TV<-round(99-sum(TV<=input$digits))
  RSAL<-rsal(b(),pi())
  bmedia <- c(0,0)
  lambdaperturbada <- c(input$mean*(1-0.0001), input$mean*(1+0.0001))
  for (i in 1:2){
    pn<-Dist.num.sin("poi",lambdaperturbada[i],lambdaperturbada[i],5)
    M<-MT(input$data,pn)
    pi<-dist.est(M)
    bmedia[i] <- sum(pi*b()) }
```

```
  Elasticity <- ifelse(input$dist=="poi",(log(bmedia[2]) - log(bmedia[1]))
/(log(lambdaperturbada[2]) - log(lambdaperturbada[1])), "NA")
  tabl<-as.matrix(t(c(PM,PB,CV,TV,RSAL,Elasticity)))
  colnames(tabl)<-namestab
  as.matrix(tabl)
 },digits = 6)
 output$pi<-renderPlot({
  barplot(t(pi()),main= "Stationary distribution",names.arg = c(1:ncl()))})
 output$dist<-renderPlot({

  barplot( t(as.vector(prob.n(M(),p0(),input$NN))),names.arg = c(1:ncl()),main =
"Distribution after n years")
 })

 output$PM<-renderPlot({
  PM<-c()
  p0<-p0()
  for(i in 1:50){
   p0<-t(M())%*%p0
   PM[i]<-sum(b()*p0)
  }
  plot(PM, type="l",xlab = "Years",ylab = "Average Premium", main = "Evolution of
Average Premium")

 })
 output$PB<-renderPlot({
  PB<-c(primabase(b(),p0(),input$mean))
  pn<-p0()
  for(i in 2:50){
   pn<-t(M())%*%pn
   PB[i]<-primabase(b(),pn,input$mean)
  }
  plot(c(1:50),PB, type="l",xlab = "Years",ylab = "Basic Premium",main = "Evolution
of Basic Premium")
```

```
  })
  output$CV<-renderPlot({
    cv<-c()
    p0<-p0()
    for(i in 1:50){
      p0<-t(M())%*%p0
      cv[i]<-CV(b(),p0)}
    plot(cv, type="l",xlab = "Years",ylab = "CV", main = "Evolution of Coefficent of Variation")
  })
  output$TV<-renderPlot({
    tv<-TV(p0(),M())
    plot(tv, type="l",xlab = "Years",ylab = "TV", main = "Evolution of Total Variation")

  })
  output$RSAL<-renderPlot({
    RSAL<-c(rsal(b(),p0()))
    pn<-p0()
    for(i in 1:50){

      pn<-t(M())%*%pn
      RSAL[i+1]<-rsal(b(),pn)
    }
    plot(RSAL, type="l",xlab = "Years",ylab = "RAL", main = "Evolution of Relative Average Level")

  })

  output$PMl<-renderPlot({
    plot(seq(from=0.01,to=2, by=0.01),PMse(input$dist,input$data), type="l",xlab = "Average claim frequency",ylab = "Average Premium", main = "Sensibility of Average Premium")
  })
  output$PBl<-renderPlot({
```

```
    plot(seq(from=0.01,to=2, by=0.01),PBse(input$dist,input$data), type="l",xlab = "Average claim frequency",ylab = "Basic Premium", main = "Sensibility of Basic Premium")
  })
  output$CVl<-renderPlot({
    plot(seq(from=0.01,to=2, by=0.01),CVse(input$dist,input$data), type="l",xlab = "Average claim frequency",ylab = "CV", main = "Sensibility of Coefficent of Variation")
  })
  output$TVl<-renderPlot({
    tvij<-TVse(input$dist,input$data,p0())
    colo<-rainbow(20)
    plot(tvij[1,],type="l",xlab = "Years",ylab = "TV", main = "Sensibility of Total Variation")
    for(i in 1:20){
      lines(tvij[i,],col=colo[i])}
    legend("topright", legend = c(1:20/10),ncol=3,bty="n" ,title="Average claim frequency", col=colo, pch=15)
  })
  output$RSALl<-renderPlot({
    plot(seq(from=0.01,to=2, by=0.01),RSALse(input$dist,input$data), type="l",xlab = "Average claim frequency",ylab = "RSAL", main = "RSAL's Sensibility")
  })
  output$Loim<-renderPlot({
    plot(seq(0.01,2,0.01),Loimse(input$dist,input$data),type="l",xlab = "Average claim frequency",ylab = "Elasticity", main = "Sensibility of Loimaranta's Elasticity (Assuming Poisson)")
    abline(1,0,col="red")
  })
}
shinyApp(ui,server)
```