DOBLE GRADO DE MATEMÁTICAS Y ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

Trabajo de fin de grado

ANÁLISIS DE DIFERENTES MEDIDAS DE RIESGO Y APLICACIÓN AL EUROSTOXX 50

Autora: Berta de Pablo Brito

Directores: Dr. José Sáez Madrid

Dr. Josep Vives i Santa-Eulàlia

Barcelona, 24 de enero de 2021

1. Resumen y palabras clave

En este trabajo he definido nueve de las medidas de riesgo más comunes. Estas medidas cuantifican diferentes concepto de riesgo. En función de estos conceptos, he propuesto una clasificación. He analizado las ventajas e inconvenientes de cada medida, y también qué significa que un activo sea libre de riesgo en cada caso. A continuación, las he aplicado a datos reales del EUROSTOXX 50. Para cada medida, he ordenado las empresas del índice según su riesgo. He comparado el orden que se obtiene de cada medida para comprobar si los resultados son coherentes con la clasificación propuesta. Finalmente, para las medidas que dependen de un parámetro, he analizado cómo este afecta al resultado.

Riesgo financiero - Volatilidad - Probabilidad de pérdida - Coeficiente beta - Valor en riesgo - Rango - Desviación absoluta mediana - Pérdida esperada - Coeficiente de variación - Downside deviation

Abstract

Analysis of different measures of risk and application to EUROSTOXX 50

In this project I have defined nine of the most common risk measures. These measures quantify different concepts of risk. According to these concepts, I have proposed a classification. I have analysed the advantages and disadvantages of each measure, and what being a risk-free asset means in each case. Then, I have applied them to real data from EUROSTOXX 50. For each measure, I have sorted the companies based on their risk. I have compared the order obtained from each measure to verify if the results are coherent with the proposed classification. Finally, for the measures that depend on a parameter, I have analysed how it affects the results.

Financial risk - Volatility - Probability of loss - Beta coefficient - Value at risk - Range - Median absolute deviation - Expected shortfall - Coefficient of variation - Downside deviation

2010 Mathematics Subject Classification. 91G70

Índice

2. Introducción

La motivación de este trabajo fue comprobar que, aunque pensaba que tenía una idea muy clara de lo que significa el riesgo financiero, me costaba dar una definición rigurosa. Me di cuenta de que el riesgo financiero es una idea general que engloba varios conceptos y pensé que, en función de lo que cada inversor entienda exactamente por riesgo, las decisiones que tome pueden variar.

Supongamos que tenemos una lista de potenciales inversiones y queremos ordenarlas de mayor a menor riesgo. La hipótesis es que tomando medidas distintas, que cuantifiquen conceptos distintos de riesgo, los resultados del ranking cambian.

Este trabajo tiene dos objetivos. En primer lugar, definir algunas de las medidas de riesgo más comunes y clasificarlas en grupos en función del concepto de riesgo que cuantifican. En segundo lugar, aplicar estas medidas a datos reales y analizar si los resultados son coherentes con la hipótesis y la clasificación propuesta.

En la primera sección, Conceptos previos, defino algunos conceptos que utilizo más adelante. En la segunda sección, Definiciones del riesgo financiero, explico las distintas medidas de riesgo con las que trabajo y doy su expresión matemática. En la tercera sección, Clasificación de las medidas de riesgo, propongo un clasificación de las medidas en función del concepto de riesgo que cuantifican. En la cuarta sección, Activo libre de riesgo, explico que significa que un activo tenga riesgo nulo y analizo las condiciones que tienen que darse para para que esto pase. En la quinta sección, Análisis de las medidas de riesgo, analizo las ventajas e inconvenientes de cada medida. En la sexta sección, Aplicación al EUROSTOXX 50: Planteamiento, explico los objetivos y el procedimiento que he seguido en la parte práctica del trabajo. En la séptima sección, expongo los resultados. Finalmente, en la octava sección, Aplicación al EUROSTOXX 50: Resultados, estudio la sensibilidad de las medidas a sus parámetros.

3. Conceptos previos

Véase [7], [8], [9] y [14].

3.1. El concepto de riesgo financiero

Todos pensamos tener una idea clara de lo que significa el **riesgo financiero**: la incertidumbre relativa al rendimiento de una inversión. Sin embargo, en el momento de definirlo formalmente y plasmar estas palabras en una fórmula matemática concreta, vemos que se trata de un concepto amplio y abierto y que puede depender de muchos criterios. De hecho, inversores y analistas no han llegado a un acuerdo de lo que significa este término y cómo calcularlo exactamente. Es por eso que existen una gran cantidad de funciones para medirlo, cada una de una manera distinta, y con criterios, hipótesis y parámetros distintos.

3.2. Datos

Sea cual sea la medida que tomemos, el cálculo del riesgo se basa en el análisis de periodos pasados para los que conocemos la rentabilidad, y la suposición de que el comportamiento de dicha rentabilidad se mantendrá en el futuro.

A lo largo del trabajo utilizo la siguiente notación:

- El periodo T se refiere al periodo del que se tienen datos, que luego se utilizan para calcular el riesgo futuro.
- El periodo T se divide en N subperiodos iguales. Para calcular el riesgo de un activo se necesita la rentabilidad de cada subperiodo $t \in T$, a la que me refiero como r_t.

3.3. Rentabilidad y rentabilidad media

La **rentabilidad de una inversión** se define como la relación entre los beneficios (o pérdidas) y el capital invertido. En este trabajo, dado un periodo T, he utilizado la fórmula de la **rentabilidad simple** para calcular la rentabilidad de cada subperiodo $t \in T$.

$$\textit{Rentabilidad del subperiodo } t := r_t := \frac{Valor\, Cierre_t - Valor\, Cierre_{t-1}}{Valor\, Cierre_{t-1}}.$$

donde $Valor\, Cierre_t$ es el valor del activo al final del subperiodo t.

Entonces, la **rentabilidad media** de T es:

$$\mu_T := \frac{1}{N} \sum_{t \in T} r_t.$$

3.4. El EUROSTOXX 50

En la parte práctica de este trabajo, he utilizado datos del Eurostoxx 50. El Eurostoxx 50 es el índice de referencia de la Eurozona y está formado por las cincuenta mayores empresas en cuanto a capitalización bursátil. Se trata de un índice ponderado, por lo que no todas las empresas tienen el mismo peso. Las empresas que formaban parte de este índice a 31 de diciembre de 2019, y que son las que he utilizado en la parte práctica, son las siguientes:

1. Adidas
2. Adyen
3. Ahold Delhaize
4. Air Liquide
5. Airbus Group
6. Allianz
7. Amadeus
8. Anheuser Busch Inbev
9. ASML Holding
10. AXA
11. BASF
12. Bayer
13. BMW ST
14. BNP Paribas
15. CRH
16. Daimler
17. Danone
18. Deutsche Boerse
19. Deutsche Post
20. Deutsche Telekom AG
21. Enel
22. Engie
23. ENI
24. EssilorLuxottica
25. Iberdrola
26. Inditex
27. ING Groep
28. Intesa Sanpaolo
29. Kering
30. KONE Oyj
31. L'Oréal
32. Linde PLC
33. Louis Vuitton
34. Munich Re
35. Nokia Oyj
36. Pernod Ricard
37. Philips
38. Prosus
39. Safran
40. Sanofi
41. Santander
42. SAP
43. Schneider Electric
44. Siemens AG
45. Total
46. Unilever NV
47. Vinci
48. Vivendi
49. Volkswagen VZO
50. Vonovia

4. Definiciones del riesgo financiero

Véase [1], [2], [3], [5], [10], [12] y [13].

Como se explica en el apartado anterior, la definición de riesgo no es una definición cerrada. Prueba de ello es que existan gran cantidad de medidas para medir este mismo concepto. En este trabajo me he centrado en nueve, que he escogido entre las más comunmente utilizadas, pero hay muchas más. Las medidas que he escogido son las siguientes:

- Volatilidad
- Probabilidad de pérdida
- Coeficiente beta
- Valor en riesgo (*Value at Risk* o VaR)
- Rango
- Desviación absoluta mediana
- Pérdida esperada (*Expected shortfall*)
- Coeficiente de variación
- *Downside deviation*

A continuación, las defino una a una y doy la función para calcular el valor de cada medida a partir de los datos de un periodo T, usando las rentabilidades de cada subperiodo $t \in T$ y, en algunos casos, algún parámetro adicional.

4.1. Volatilidad

La **volatilidad** define el riesgo de una acción como la variación de su rentabilidad respecto del valor medio o esperado. Equivale a la desviación estándar de la rentabilidad.

$$Var(r_T) = \frac{1}{N}\sum_{t \in T}(r_t - \mu_T)^2$$

$$Volatilidad_T := \sigma_T := \sqrt{Var(r_T)} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t \in T}(r_t - \mu_T)^2}$$

El activo A tiene mayor riesgo que el activo B $\iff$ Volatilidad(A) > Volatilidad(B).

El domino de la función volatilidad es $[0, +\infty]$.

4.2. Probabilidad de pérdida

Dado R^*, la rentabilidad mínima deseada, la **probabilidad de pérdida** mide el riesgo como la probabilidad de obtener una rentabilidad por debajo de R^*.

$$Probabilidad\,de\,p\acute{e}rdida_T = Pr(R \leq R^*)$$

Normalmente, se considera que las rentabilidades durante el periodo T siguen una distribución normal. Por lo tanto,

$$Probabilidad\,de\,p\acute{e}rdida_T = Pr(R \leq R^*) = Pr(Z \leq \frac{R^* - \mu_T}{\sigma_T})$$

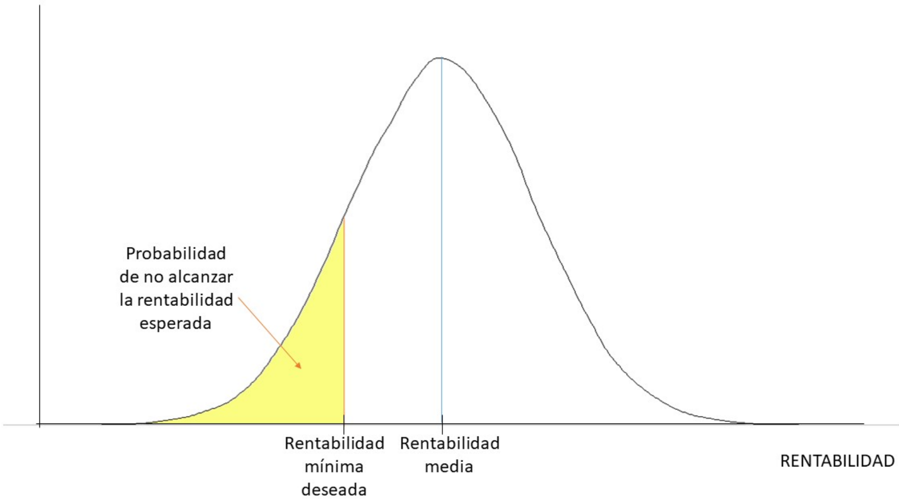
donde:

- R es una variable aleatoria de distribución normal con media μ_T y desviación estándar σ_T
- Z es una variable aleatoria de distribución normal estándar, es decir, con media 0 y desviación estándar 1.

Suele tomarse $R^* = 0$ para calcular la probabilidad de perder dinero en la inversión, es decir, tener una rentabilidad negativa.

<u>Observación</u>: La palabra pérdida puede llevar a confusión. En este contexto, tener pérdidas se refiere a tener una rentabilidad menor a la deseada. Por lo tanto, según la R^* fijada, una rentabilidad positiva puede significar pérdidas o una negativa no.

Figura 1: Representación de la probabilidad de pérdida



El activo A tiene mayor riesgo que el activo B $\iff$ Probabilidad de pérdida(A) > Probabilidad de pérdida(B).

El domino de la función probabilidad de pérdida es $(0, 1)$.

4.3. Coeficiente beta

El **coeficiente beta** mide el riesgo de un activo comparando su rentabilidad con la rentabilidad sistemática, es decir, la del mercado.

Esta medida asume que el coeficiente de determinación R^2 entre la rentabilidad del activo y la rentabilidad del mercado al que pertenece es suficientemente alto como para indicar una dependencia lineal significativa. Dada esta asunción, se puede construir la siguiente regresión lineal:

$$Rentabilidad\,de\,la\,empresa = \alpha + \beta * Rentabilidad\,del\,mercado$$

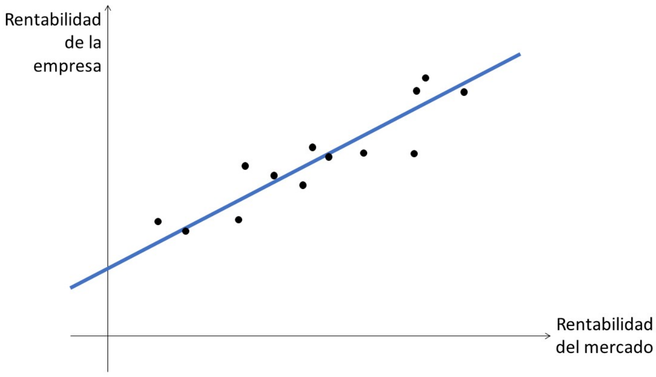
El coeficiente beta hace referencia a la β de la regresión, es decir, a la pendiente, y se calcula de la siguiente manera:

$$Coeficiente\,beta_T := \beta_T = \frac{Cov(r_T, r_T^m)}{Var(r_T^m)}$$

donde:

- r_T es el vector de rentabilidades de la empresa para cada subperiodo $t \in T$
- r_T^m es el vector de rentabilidades del mercado para cada subperiodo $t \in T$

Figura 2: Representación del coeficiente beta



Los activos con $|\beta_T| < 1$ se denominan **defensivos** y se consideran los menos arriesgados ya que su rentabilidad varia menos que la del mercado. Los activos con $|\beta_T| > 1$ se denominan **agresivos** y se consideran los más arriesgados ya que su rentabilidad varia más que la del mercado.

El activo A tiene mayor riesgo que el activo B $\iff$ Coeficiente beta(A) > Coeficiente beta(B).

El dominio del coeficiente beta es $(-\infty, +\infty)$.

4.4. Valor en riesgo

Dado un nivel de confianza $(1-\alpha)$, el **valor en riesgo** o *value at risk* (VaR) mide la pérdida máxima en términos de rentabilidad que podría experimentar un activo durante el periodo temporal para el que se está estimando el riesgo.

Existen varios métodos de cálculo del VaR, como la simulación histórica, la simulación de Montecarlo o el método paramétrico. En este trabajo he utilizado el último.

El método paramétrico asume una distribución normal de rentabilidades durante el periodo T y se calcula de la siguiente manera:

$$VaR_T := |Min(0, \mu_T - \sigma_T K_\alpha)|$$

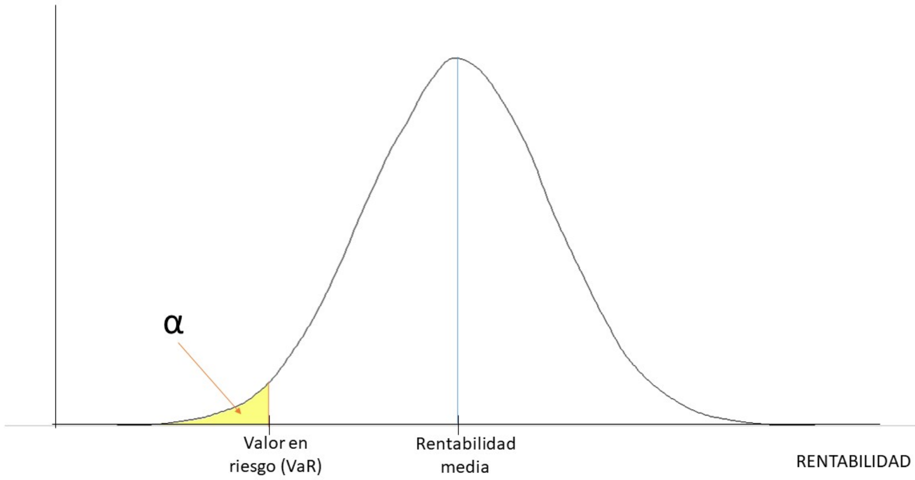
donde $K_\alpha \in \mathbb{R}$ es tal que $Pr(x > K_\alpha) = \alpha$, siguiendo x una distribución normal estándar.

El VaR es siempre positivo, ya que se toma en valor absoluto, pero siempre representa rentabilidades negativas. Si, dado un nivel de confianza, la rentabilidad mínima esperada es positiva, se considera $VaR_T = 0$. Es decir, se descartan los positivos.

El activo A tiene mayor riesgo que el activo B $\iff$ VaR(A) > VaR(B).

El dominio del VaR es $[0, +\infty)$.

Figura 3: Representación del valor en riesgo



Observación: En la imagen anterior, el valor indicado como VaR, realmente es el $-VaR$ (es decir la rentabilidad mínima esperada).

4.5. Rango

El rango es la medida de riesgo más sencilla y se define como la diferencia entre el valor máximo y el mínimo de la rentabilidad del activo durante el periodo T.

$$Rango_T := Max_{t\in T}(r_t) - Min_{t\in T}(r_t)$$

El activo A tiene mayor riesgo que el activo B $\iff$ Rango(A) > Rango(B).

El dominio del rango es $[0, +\infty)$.

4.6. Desviación absoluta mediana

La **desviación absoluta mediana** define el riesgo de una acción como la variación de su la rentabilidad respecto del la mediana de rentabilidades.

$$Desviación\ absoluta\ mediana := \frac{1}{N}\sum_{t\in T}|r_t - Med_T|$$

donde Med_T es la mediana de las rentabilidades para cada subperiodo $t \in T$.

El activo A tiene mayor riesgo que el activo B $\iff$ Desviación absoluta mediana(A) $>$ Desviación absoluta mediana(B).

El dominio de la desviación absoluta mediana es $[0, +\infty)$.

4.7. Pérdida esperada

Fijado un valor de q, la **pérdida esperada** o *expected shortfall* de nivel $q\,\%$ se trata del valor medio de las peores $q\,\%$ rentabilidades (es decir, de las más bajas) durante el periodo T.

Para calcularla, se toman las rentabilidades de los subperiodos $t \in T$ y se ordenan:

$$r_{(1)} \leq r_{(2)} \leq ... \leq r_{(N)}$$

donde N es el número de subperiodos.

La cantidad de subperiodos de los cuales se hará la media es N', que se calcula como, redondeando a la unidad:

$$N' = \frac{qN}{100}.$$

Finalmente,

$$Pérdida\,esperada := \frac{\sum_{n=1}^{N'} r_{(n)}}{N'}.$$

Observación: Para que tenga sentido matemático, el parámetro q tiene que ser tal que $0 < N' \leq N$. En la práctica, suelen cogerse valores pequeños.

El activo A tiene mayor riesgo que el activo B $\iff$ Pérdida esperada(A)$<$ Pérdida esperada(B).

El dominio de la pérdida esperada es $(-\infty, +\infty)$.

4.8. Coeficiente de variación

El **coeficiente de variación** mide el riesgo como la relación entre la volatilidad y la rentabilidad media o esperada.

$$CV_T := \frac{Volatilidad_T}{\mu_T}$$

El activo A tiene mayor riesgo que el activo B $\iff$ CV(A) > CV(B).

El dominio del coeficiente de variación es $(-\infty, +\infty)$.

4.9. Downside deviation

Esta función, la **downside deviation**, tiene la particularidad de no considerar más que los subperiodos para los cuales la rentabilidad es menor a la rentabilidad objetivo (R^*). Se define como:

$$Downside\ deviation_T := \delta_T := \sqrt{(\frac{\sum_{t\in T} D_t^2}{N})}$$

donde:

- $D_t = 0$ si $r_t \geq R^*$
- y $D_t = r_t - R^*$ si $r_t \leq R^*$

El activo A tiene mayor riesgo que el activo B $\iff$ Downside deviation(A)> Downside deviation(B).

El dominio de la downside deviation es $[0, +\infty)$.

5. Clasificación de las medidas de riesgo

En el apartado anterior he definido nueve de las medidas de riesgo más populares. La variedad de dichas medidas confirma que el riesgo es un concepto amplio y relativamente subjetivo. Sin embargo, a pesar de esta variedad, he clasificado las nueve medidas en grupos, en función de la idea general de riesgo que representa.

La clasificación que propongo es la siguiente:

- **GRUPO 1 (Dispersión)**: Medidas que entienden el riesgo como la variabilidad de las rentabilidades.

  Las medidas de este grupo consideran que un activo es más arriesgado que otro si las rentabilidades de los subperiodos tienen una mayor dispersión, independientemente del valor o del signo de dichas rentabilidades.

  - Volatilidad
  - Rango
  - Desviación absoluta mediana

- **GRUPO 2 (Probabilidad de pérdida)**: Medias que entienden el riesgo como la probabilidad de obtener rentabilidades menores a la deseada.

  Las medidas de este grupo considera un activo más arriesgado que otro si la probabilidad de obtener una rentabilidad menor a la deseada es mayor.

  - Probabilidad de pérdida

- **GRUPO 3 (Peores escenarios):** Medidas que entienden el riesgo como los peores escenarios posibles.
  Las medidas de este grupo consideran un activo más arriesgado que otro si sus peores escenarios posibles son peores, es decir, si sus rentabilidades más bajas son menores que las rentabilidades más bajas del otro activo.

  - Valor en riesgo
  - Pérdida esperada
  - Downside deviation

- **GRUPO 4 (Relación con el mercado)**. Medidas que entienden el riesgo como la dependencia de la rentabilidad de un activo respecto al mercado.
  Las medidas de este grupo consideran un activo más arriesgado que otro si la su rentabilidad varía más con la variación del mercado.

  - Coeficiente beta

- **GRUPO 5 (Coeficiente de Variación)**. Medidas que entienden el riesgo como la relación entre la volatilidad y la rentabilidad media.

  Las medidas de este grupo consideran un activo más arriesgado que otro si la volatilidad de sus rentabilidades representa un porcentaje mayor respecto a su rentabilidad media.

  - Coeficiente de variación

6. Activo libre de riesgo

Véase [6].

En este apartado se buscan las condiciones necesarias para considerar que un activo está **libre de riesgo**. Normalmente, se considera que un activo no tiene riesgo si se conoce su rentabilidad futura. Sin embargo, se puede ampliar este concepto y adaptarlo a las diferentes definiciones de riesgo.

Recordemos que las medidas de riesgo estiman el riesgo futuro de un activo basándose en el comportamiento de la rentabilidad de dicho activo durante un periodo anterior T. Por lo tanto, estamos buscando las condiciones que tienen que darse en el periodo T para estimar que el riesgo futuro del activo es nulo. En caso de que por las propiedades de la función no pueda ser cero, buscamos las condiciones para que tienda a serlo.

Partiendo de la clasificación anteriormente propuesta:

GRUPO 1 (Dispersión):

- Se considerará que un activo está libre de riesgo si la rentabilidad de todos los subperiodos $t \in T$ es constante. En este caso, la volatilidad, el rango y la desviación absoluta mediana serían cero. Es decir,

Un activo será libre de riesgo para las medidas del grupo 1 $\iff \exists\, r' : r_t = r' \quad \forall t \in T$.

GRUPO 2 (Probabilidad de pérdida):

- La probabilidad de pérdida nunca será cero, debido a las propiedades de una función de densidad normal. Sin embargo, la probabilidad será más pequeña a medida que:
  - Fijado todo lo demás, la rentabilidad esperada fijada R^* sea menor.
  - Fijado todo lo demás, la rentabilidad media durante el periodo sea mayor.

    Observación: Me refiero a la normal porque es la que suele usarse, pero las rentabilidades podrían seguir otra distribución.

GRUPO 3 (Peores escenarios):

- El valor en riesgo o VaR será 0 en caso de que $0 < \mu_T - \sigma_T K_\alpha$. Una rentabilidad media alta, una volatilidad baja y un nivel de confianza $1 - \alpha$ bajo favorecen un VaR pequeño.

- En cuanto a la pérdida esperada, consideramos que un activo está libre de riesgo si el valor es no-negativo, es decir, cuando la media del $q\,\%$ de las rentabilidades más bajas es cero o positiva.

- Finalmente, un activo será libre de riesgo según la *downside deviation* cuando esta valga cero, es decir, cuando todas las rentabilidades durante el periodo T sean iguales o superiores a la deseada. Es decir:

Un activo será libre de riesgo para la *downside deviation* $\iff r_t \geq R^* \quad \forall t \in T$.

GRUPO 4 (Relación con el mercado): Por lo que hace al coeficiente beta, se considera que el activo está libre de riesgo cuando $|\beta_T|$ es 0, es decir, cuando la rentabilidad del activo no depende de la rentabilidad del mercado.

GRUPO 5 (Coeficiente de variación): El coeficiente de variación es cero si y sólo si la volatilidad es cero, es decir, si la rentabilidad de todos los subperiodos $t \in T$ es constante.

7. Análisis de las medidas de riesgo

En este apartado analizo las particularidades y los puntos fuertes y débiles de cada una de las medidas de riesgo que se contemplan en este trabajo.

Cuando he clasificado las medidas, he explicado en qué definición o idea general de riesgo se basa cada medida. Por lo tanto, aunque no lo he repetido en el análisis de cada medida, en función del tipo de riesgo que quiera calcular un inversor serán mejores unas medidas u otras. Por ejemplo, la volatilidad tiene ventaja sobre el VaR si el hipotético inversor quiere basar sus decisiones en la estabilidad de la rentabilidad, pero el VaR tiene ventaja sobre la volatilidad si quiere basarlas en la rentabilidad más baja que está dispuesto a asumir.

1. **Volatilidad**
   VENTAJA:
   - Se trata de una medida muy utilizada que se puede encontrar en muchos libros y artículos especializados.

   INCONVENIENTE:
   - Tiene en cuenta todas las desviaciones, también las positivas, es decir, los subperiodos con una rentabilidad superior a la media. Los inversores más prudentes pueden preferir una medida de riesgo que solamente refleje las negativas.
2. **Probabilidad de pérdida**
   VENTAJA:
   - El que sea sensible a la rentabilidad deseada (R^*) puede ser positivo ya que puede adaptarse a cada inversor.

   INCONVENIENTES:
   - La parte negativa de que sea sensible a R^* es que hace la medida más subjetiva.
   - Es necesario conocer la distribución de las rentabilidades para poder calcularla (Aunque en caso de tener muchas observaciones puede calcularse la distribución empírica).
3. **Coeficiente beta**
   Esta medida tiene la particularidad de que se expresa en relación a un índice de referencia, un mercado al que pertenece. Esto tiene una parte positiva y una negativa.

VENTAJA:

- Para empresas que pertenecen a mercados muy cambiantes e inestables, es una buena medida para analizar la evolución del riesgo de una empresa.

INCONVENIENTE:

- Su valor depende del índice de referencia que se elija. Por lo tanto, unos mismos valores de una misma empresa, pueden dar dos coeficientes de beta muy distintos si se analiza la empresa como miembro de dos mercados distintos.

4. **Valor en riesgo**
   VENTAJAS:

   - El concepto de valor en riesgo, es decir, la perdida máxima estimada, es un concepto muy intuitivo de riesgo.
   - Es sensible al nivel de confianza deseado, por lo que puede adaptarse a cada inversor.

   INCONVENIENTES:

   - No tiene en cuenta las rentabilidades extremas de la cola izquierda de la distribución.
   - La parte negativa de que sea sensible a $1-\alpha$ es que hace la medida más subjetiva.
   - Asume una distribución normal de las rentabilidades, hipótesis que puede reflejar o no la realidad.

5. **Rango**
   VENTAJA:

   - Su sencillez.

   INCONVENIENTE:

   - Es la más sensible a los *outliers*. Un solo subperiodo $t \in T$ con una rentabilidad muy elevada o muy baja, y el rango de todo el periodo T cambia por completo.

6. **Desviación absoluta mediana**
   INCONVENIENTES:

   - Tiene en cuenta todas las desviaciones, también las positivas, es decir, los subperiodos con una rentabilidad superior a la mediana.

7. **Pérdida esperada**
   VENTAJA:

   - El que sea sensible al parámetro q puede ser positivo ya que puede adaptarse a cada inversor.

INCONVENIENTE:

- La parte negativa de que sea sensible a q es que hace la medida más subjetiva.

8. **Coeficiente de variación**
VENTAJA:

- Es una medida relativa.

INCONVENIENTES:

- Al tener la volatilidad incluida en la fórmula, tiene en cuenta todas las desviaciones, también las negativas.
- Cuando la rentabilidad media tiende a cero, el coeficiente de variación tiende a infinito.

9. **Downside deviation**
VENTAJAS:

- No tiene en cuenta los subperiodos con rentabilidad igual o superior a la deseada.
- Ser sensible a la rentabilidad esperada R^* hace que pueda adaptarse a cada inversor.

INCONVENIENTE:

- La parte negativa de que sea sensible a R^* es que hace la medida más subjetiva.

8. Aplicación al EUROSTOXX 50: Planteamiento

Véase [4], [11] y [15].

8.1. Objetivos

Una vez definidas, clasificadas y analizadas las medidas de riesgo a nivel teórico, las he calculado con valores reales del EUROSTOXX 50. Los objetivos de esta aplicación son los siguientes:

- Verificar la hipótesis inicial de que dado un conjunto de potenciales inversiones, el orden de más arriesgada a menos arriesgada depende de la definición de riesgo que utilizemos y que, en consecuencia, medidas distintas pueden dar rankings significativamente distintos.
- Comprobar si los resultados son coherentes con la clasificación propuesta, es decir, si las medidas del mismo grupo dan lugar a rankings parecidos.

Cabe destacar que se trata de una aplicación a unos datos concretos, por lo que, aunque nos permitirá sacar conclusiones, no se trata de una demostración concluyente. Con esto me refiero a que:

1. Si la clasificación es correcta, se espera que los rankings de medidas del mismo grupo estén altamente correlacionados. Sin embargo, hay que tener en cuenta que aunque dos medidas del mismo grupo midan conceptualmente dos cosas muy parecidas, no son exactamente iguales. Por lo tanto, se puede dar el caso de que, con unos datos particulares con unas características muy concretas, la correlación entre dichos rankings disminuya.
2. Si las medidas de dos grupos distintos dan rankings no correlacionados entre sí, esto indica que los dos grupos miden cosas distintas. Sin embargo, al revés no es cierto. Es decir, si las medidas de dos grupos distintos dan rankings correlacionados entre sí, esto no significa necesariamente que los dos grupos midan lo mismo, sinó que esta correlación puede deberse a la particularidad de los datos.

8.2. Procedimiento

Para llevar a cabo esta aplicación práctica de las medidas de riesgo he seguido los siguientes pasos:

1. Me he descargado los datos semanales del 2016 al 2019 de las 50 empresas del índice.
2. He desarrollado un programa en SAS [2] que, para cada año:
   a) Calcula las rentabilidades semanales para cada empresa.
   b) Para cada medida de riesgo, calcula el riesgo asociado a cada empresa.

[2] SAS OnDemand for Academics.

c) Para cada medida de riesgo, hace un ranking de las empresas según su riesgo.

d) Calcula las correlaciones entre los ranking de las diferentes medidas.

3. He analizado las correlaciones para ver si encajan con la hipótesis inicial y la clasificación propuesta.

8.3. Cálculo de la rentabilidad

He considerado la rentabilidad semanal de una empresa como la variación porcentual del precio de sus acciones. Es decir, como he mencionado antes, he utilizado la fórmula de la **rentabilidad simple**, que puede interpretarse como el beneficio (o pérdida) porcentual que se habría obtenido si se hubieran comprado acciones al final de una semana y vendido a final de la siguiente. Concretamente, para cada subperiodo (semana) $t \in T$:

$$r_t := \frac{Valor\, Cierre_t - Valor\, Cierre_{t-1}}{Valor\, Cierre_{t-1}} = \frac{Valor\, Cierre_t}{Valor\, Cierre_{t-1}} - 1$$

Es cierto que el cálculo de la rentabilidad sería más preciso si hubiera tenido en cuenta también los dividendos, derechos de suscripción... No lo he hecho porque complica los cálculos y considero que para este ejercicio en concreto no es necesario.

8.4. Construcción de los rankings

Para cada año y para cada medida, he construido una tabla de 50 filas y 2 columnas:

- La primera columna contiene el nombre de las empresa, por orden alfabético.
- La segundo columna contiene la posición de la empresa en el ranking. La empresa con un valor de la medida menor tiene un 1, y la empresa con un valor de la medida mayor tiene un 50. En caso de que dos medidas tengan el mismo valor, le he asignado la misma posición en el ranking: el valor medio de las posiciones que ocupan.

Estos vectores formados por las segundas columnas de las tablas, y que contienen números enteros del 1 al 50, son los que se utilizan para el cálculo de las correlaciones.

8.5. Cálculo de la correlación

Para el cálculo de las correlaciones entre rankings de distintas medidas he utilizado el **coeficiente de correlación lineal o de Pearson**:

$$Coeficiente\; de\; correlación\; entre\; X\; e\; Y := \frac{Cov(X, Y)}{SD(X)SD(Y)}$$

donde:

- X e Y son dos medidas cuyos ranking queremos comparar.
- $Cov(X, Y)$ es la covarianza entre estos rankings.
- SD(X), SD(Y) son las desviaciones estándar de los rankings.

8.6. Consideraciones

1. Algunas empresas no cotizan desde enero de 2016, por lo que no hay datos para todo el rango de fechas estudiado. Para cada año, solamente he tenido en cuenta las empresas para las cuales hay datos de enero a diciembre.
2. Por lo que hace a las medidas que requieren de algún parámetro o variable extra:
    - Para la **probabilidad de pérdida** y para la **downside deviation** he utilizando $R^* = 0$.
    - Para el cálculo del **coeficiente beta** he utilizado como índice de referencia el EUROSTOXX 50.
    - Para el **valor en riesgo** he utilizado un nivel de confianza del 95 % ($\alpha = 5\,\%$).
    - Para la **pérdida esperada** he utilizado $q = 10\,\%$, que equivale a las 5 peores rentabilidades semanales del año.
3. Los ranking ordenan las empresas según el valor de cada medida de riesgo de mayor a menor valor. Hay que tener en cuenta que:
    - Mayor valor de la volatilidad implica mayor riego.
    - Mayor valor de la probabilida de pérdida implica mayor riesgo.
    - Mayor valor del coeficiente beta en valor absoluto implica mayor riesgo.
    - Mayor valor del rango implica mayor riesgo.
    - Mayor valor de la desviación absoluta mediana implica mayor riesgo.
    - Menor valor de la pérdida esperada implica mayor riesgo.
    - Mayor valor del coeficiente de variación implica mayor riesgo.
    - Mayor valor del downside deviation implica mayor riesgo.

    Entender estos puntos es necesario para interpretar correctamente el signo de las correlaciones.

8.7. Verificación de las hipótesis

Hay tres medidas de riesgo que solamente tienen sentido si se cumplen ciertas hipótesis. En este apartado, compruebo si los datos que utilizo en la parte práctica del trabajo las cumplen.

8.7.1. Hipótesis de normalidad

Para que el cálculo de la **probabilidad de pérdida** es y el método paramétrico del **valor en riesgo** tengan sentido, es necesario comprobar que las rentabilidades semanales siguen una distribución normal durante el periodo T. He tomado los datos del año 2019 de las 50 empresas del EUROSTOXX 50 y le he hecho un test de normalidad utilizando R [3].

Para ello, he utilizado el **test de normalidad de Kolmogorov-Smirnov**, que plantea las siguientes hipótesis:

- Hipótesis nula (H0): La muestra proviene de una distribución normal.
- Hipótesis alternativa (H1): La muestra no proviene de una distribución normal.

Este test se basa en la mayor diferencia vertical entre la distribución empírica y la hipotética. El estadístico de Kolmogorov-Smirnov es el siguiente:

$$KS := sup_x|F(x) - F_0(x)|$$

donde

- $F(x)$ es la distribución empírica. En este caso, la distribución dada por las rentabilidades semanales de cada empresa durante 2019.
- $F_0(x)$ es la distribución hipotética. En este caso, una distribución normal con la media y la desviación estándar obtenida de las rentabilidades semanales de cada empresa durante 2019.

Una vez calculado el estadístico, dado un nivel de significación α:

- Si el p-valor del test es menor que α, se rechaza H0.
- Si el p-valor del test es mayor o igual a α, se acepta H0.

A continuación podemos ver los resultados, utilizando $\alpha = 0{,}05$. Vemos que para la más de un 90 % de las empresas se acepta la hipótesis nula, es decir, que la distribución de las rentabilidades es normal. Por lo tanto, la gran mayoría de los casos cumplen la hipótesis y podemos considerar válidos los resultados de la probabilidad de pérdida y el VaR paramétrico.

[3] RStudio Version 1.2.5033

Resultados del test de normalidad de las rentabilidades semanales durante 2019 paras las empresas del Eurostoxx 50:

	p-valor	**Conclusión**
1	0.789	ACEPTO H0
2	0.960	ACEPTO H0
3	0.540	ACEPTO H0
4	0.779	ACEPTO H0
5	0.245	ACEPTO H0
6	0.202	ACEPTO H0
7	0.160	ACEPTO H0
8	0.094	ACEPTO H0
9	0.466	ACEPTO H0
10	0.002	RECHAZO H0
11	0.076	ACEPTO H0
12	0.05	RECHAZO H0
13	0.674	ACEPTO H0
14	0.894	ACEPTO H0
15	0.271	ACEPTO H0
16	0.950	ACEPTO H0
17	0.270	ACEPTO H0
18	0.570	ACEPTO H0
19	0.401	ACEPTO H0
20	0.477	ACEPTO H0
21	0.202	ACEPTO H0
22	0.800	ACEPTO H0
23	0.558	ACEPTO H0
24	0.355	ACEPTO H0
25	0.209	ACEPTO H0
26	0.762	ACEPTO H0
27	0.438	ACEPTO H0
28	0.003	RECHAZO H0
29	0.317	ACEPTO H0
30	0.095	ACEPTO H0
31	0.386	ACEPTO H0
32	0.834	ACEPTO H0
33	0.283	ACEPTO H0
34	0.302	ACEPTO H0
35	0.092	ACEPTO H0

	p-valor	**Conclusión**
36	0.425	ACEPTO H0
37	0.079	ACEPTO H0
38	0.747	ACEPTO H0
39	0.562	ACEPTO H0
40	0.426	ACEPTO H0
41	0.719	ACEPTO H0
42	0.128	ACEPTO H0
43	0.998	ACEPTO H0
44	0.215	ACEPTO H0
45	0.043	RECHAZO H0
46	0.277	ACEPTO H0
47	0.530	ACEPTO H0
48	0.070	ACEPTO H0
49	0.845	ACEPTO H0
50	0.331	ACEPTO H0

8.7.2. Hipótesis de correlación con el mercado

El **coeficiente beta** asume que las rentabilidades del mercado y las de cada empresa particular tienen una relación de dependencia lineal.

Esto puede comprobarse con el coeficiente de determinación R^2. Dada una regresión lineal, la R^2 mide la proporción de la variación de la variable dependiente que explican la o las variables independientes:

$$R^2 = 1 - \frac{Variación\, explicada\, por\, el\, modelo}{Variación\, total}$$

Puede calcularse también como el cuadrado del coeficiente de correlación de Pearson:

$$R^2 = \frac{Cov(X,Y)^2}{SD(X)^2\, SD(Y)^2}$$

Como antes, he tomado los datos del año 2019 de las 50 empresas del EUROSTOXX 50 y he comprobado si la hipótesis se cumple. Se considera que si la R^2 es superior al 80 %, se trata de un buen modelo y la dependencia lineal es significativa. He calculado la R^2 utilizando R y estos han sido los resultados:

	R^2	**Conclusión**
1	0.193	NO DEPENDECIA LINEAL
2	0.108	NO DEPENDECIA LINEAL
3	0.093	NO DEPENDECIA LINEAL
4	0.635	NO DEPENDECIA LINEAL
5	0.359	NO DEPENDECIA LINEAL
6	0.749	NO DEPENDECIA LINEAL
7	0.375	NO DEPENDECIA LINEAL
8	0.145	NO DEPENDECIA LINEAL
9	0.518	NO DEPENDECIA LINEAL
10	0.588	NO DEPENDECIA LINEAL
11	0.605	NO DEPENDECIA LINEAL
12	0.199	NO DEPENDECIA LINEAL
13	0.584	NO DEPENDECIA LINEAL
14	0.582	NO DEPENDECIA LINEAL
15	0.527	NO DEPENDECIA LINEAL

	R^2	**Conclusión**
16	0.606	NO DEPENDECIA LINEAL
17	0.124	NO DEPENDECIA LINEAL
18	0.114	NO DEPENDECIA LINEAL
19	0.671	NO DEPENDECIA LINEAL
20	0.072	NO DEPENDECIA LINEAL
21	0.085	NO DEPENDECIA LINEAL
22	0.241	NO DEPENDECIA LINEAL
23	0.588	NO DEPENDECIA LINEAL
24	0.053	NO DEPENDECIA LINEAL
25	0.008	NO DEPENDECIA LINEAL
26	0.223	NO DEPENDECIA LINEAL
27	0.542	NO DEPENDECIA LINEAL
28	0.515	NO DEPENDECIA LINEAL
29	0.381	NO DEPENDECIA LINEAL
30	0.138	NO DEPENDECIA LINEAL
31	0.217	NO DEPENDECIA LINEAL
32	0.545	NO DEPENDECIA LINEAL
33	0.502	NO DEPENDECIA LINEAL
34	0.381	NO DEPENDECIA LINEAL
35	0.085	NO DEPENDECIA LINEAL
36	0.027	NO DEPENDECIA LINEAL
37	0.128	NO DEPENDECIA LINEAL
38	0.019	NO DEPENDECIA LINEAL
39	0.366	NO DEPENDECIA LINEAL
40	0.210	NO DEPENDECIA LINEAL
41	0.505	NO DEPENDECIA LINEAL
42	0.302	NO DEPENDECIA LINEAL
43	0.648	NO DEPENDECIA LINEAL
44	0.515	NO DEPENDECIA LINEAL
45	0.620	NO DEPENDECIA LINEAL
46	0.019	NO DEPENDECIA LINEAL
47	0.323	NO DEPENDECIA LINEAL
48	0.243	NO DEPENDECIA LINEAL
49	0.532	NO DEPENDECIA LINEAL
50	0.101	NO DEPENDECIA LINEAL

Vemos que en ninguno de los casos la hipótesis se cumple, por lo que no tiene sentido extraer conclusiones del coeficiente beta.

9. Aplicación al EUROSTOXX 50: Resultados

Como ya he explicado, he calculado el ranking en cuanto a riesgo de las empresas del EUROSTOXX 50 para los años 2016, 2017, 2018 y 2019. En este apartado analizo únicamente los resultados de 2019. Las tabla de resultados del resto de los años están en el anexo. No hay diferencias significativas, por lo que el análisis de 2019 es válido para los distintos años.

9.1. Correlaciones de medidas del mismo grupo

En referencia a la clasificación de las medidas que he propuesto, hay dos grupos que tienen más de una medida. Se trata del grupo 1 (Dispersión) y el grupo 3 (Peores escenarios).

A continuación, las matrices de correlación entre sus rankings:

Grupo 1: DISPERSIÓN

	Volatilidad	**Rango**	**Desv. Abs. Me.**
Volatilidad	1.00	0.910	0.979
Rango	0.910	1.00	0.851
Desv. Abs. Me.	0.910	0.851	1.00

Grupo 3: PEORES ESCENARIOS

	VaR	**Pérdida Esp.**	**Downside dev.**
VaR	1.00	-0.930	0.944
Pérdida Esp.	-0.930	1.00	-0.968
Downside dev.	0.944	-0.968	1.00

Las correlaciones entre medidas del mismo grupo son muy altas en valor absoluto.

En el grupo 3, las correlaciones entre la pérdida esperada y otra medida son negativas, ya que la pérdida esperada es la única medida donde un mayor valor implica un menor riesgo.

Como he comentado antes, estos resultados, aún siendo los esperados, no nos permiten demostrar que estos dos grupos son correctos, pero son perfectamente compatibles con la clasificación propuesta.

9.2. Correlaciones entre medidas de grupos distintos

En la página siguiente adjunto la matriz de correlación entre los rankings de todas las medidas contempladas para el 2019. Pueden observarse los siguientes puntos:

1. Como se ha comentado en el apartado anterior, los rankings del **grupo 1** (dispersión) y los del **grupo 3** (peores escenario) están altamente correlacionados dentro de su propio grupo.

2. Los rankings de las medidas de los **grupos 1 y 3** están altamente relacionadas entre sí. Estos los resultados no eran los esperados, pero no invalidan la clasificación propuesta. Es decir, esto se puede deber a que, en estos datos en concreto, las empresas con mayor volatilidad son también las empresas cuyos peores escenarios son peores.

3. La probabilidad de pérdida, única medida del **grupo 2** , no está significativamente correlacionada con ninguna otra medida. Esto nos indica que está bien clasificada sola y no pertenece a ningunos de los otros grupos.

4. Por lo que hace al coeficienta beta, única medida del **grupo 4**, no podemos extraer conclusiones, ya que, como hemos visto, no cumple la hipótesis necesaria para que su interpretación tenga sentido.

5. El coeficiente de variación, única medida del **grupo 5**, no está significativamente correlacionada con ninguna otra medida. Esto nos indica que está bien clasificada sola y no pertenece a ningunos de los otros grupos.

	Volatilidad	**Pr. Pérd.**	**Coef. beta**	**VaR**	**Rango**	**Desv. Abs. Me.**	**Pérd. Esp.**	**CV**	**Downs. dev.**
Volatilidad	1,00	0,351	0,715	0,991	0,910	0,979	−0,912	−0,248	0,913
Pr. Pérd.	0,351	1,00	0,220	0,255	0,367	0,319	−0,114	−0,435	0,052
Coef. beta	0,715	0,220	1,00	0,705	0,565	0,690	−0,575	−0,158	0,636
VaR	0,975	0,173	0,695	1,00	0,884	0,963	−0,938	−0,191	0,963
Rango	0,910	0,367	0,565	0,908	1,00	0,851	−0,832	−0,301	0,806
Desv. Abs. Me.	0,979	0,319	0,690	0,975	0,851	1,00	−0,897	−0,224	0,920
Pérd. Esp.	−0,912	−0,114	−0,575	−0,93	−0,832	−0,897	1,00	0,188	−0,968
CV	−0,248	−0,435	−0,158	−0,222	−0,301	−0,224	0,188	1,00	−0,157
Downs. dev.	0,913	0,052	0,636	0,944	0,806	0,920	−0,968	−0,157	1,00

10. Sensibilidad a los parámetros

10.1. Probabilidad de pérdida

En este apartado analizo cómo pueden afectar las variaciones de la rentabilidad deseada R^* al ranking basado en la probabilidad de pérdida.

Para todo este análisis fijamos un periodo T. Dada una rentabilidad deseada R^*, la probabilidad de pérdida de un activo A se define como:

$$PPérd(A) = Pr(R \leq R^*) = Pr(Z \leq R_A^*(R^*))$$

donde:

- R es una variable aleatoria de distribución normal con media μ_A y desviación estándar σ_A
- Z es una variable aleatoria de distribución normal estándar.
- $R_A^*(R^*) = \frac{R^* - \mu_A}{\sigma A}$

Para cada pareja de activos A y B, tenemos que:

El activo A es igual de arriesgado que el activo B

$$\iff$$

$$PPérd(A) = PPérd(B)$$

$$\iff$$

$$R_A^*(R^*) = R_A^*(R^*)$$

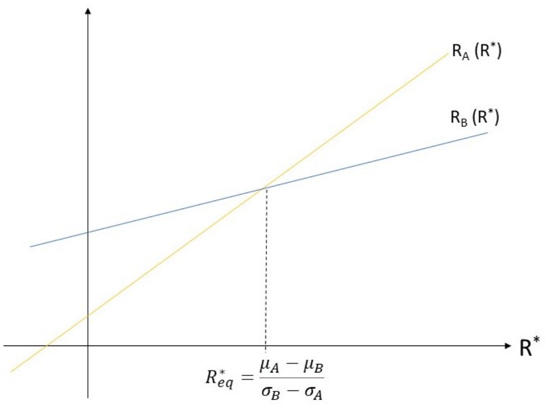
$$\iff$$

$$\frac{R^* - \mu_A}{\sigma A} = \frac{R^* - \mu_B}{\sigma B}$$

$$\iff$$

$$R^* = R_{eq}^* := \frac{\mu_A - \mu_B}{\sigma_B - \sigma A}$$

Figura 4: Rentablidad de equilibrio (Probabilidad de pérdida)



Si existe este punto de equilibrio:

- Cuando $R^* < R^{eq}_*$, la ordenación entre los dos activos es una.
- Cuando $R^* > R^{eq}_*$, es la contraria.

<u>Observación</u>: En el caso particular de que para una pareja de activos no exista el punto de equilibrio porque las dos rectas son paralelas, siempre el mismo activo será el más arriesgado, independientemente de R^*.

Ahora supongamos que tenemos una cartera con M activos. Para cada pareja de activos de la cartera, calculamos la R^*_{eq} (si existe). Las ordenamos de menor a mayor:

$$R^*_{eq(1)} \leq R^*_{eq(2)} \leq ... \leq R^*_{eq(C')}$$

donde C' es la cantidad de parejas de activos de la cartera para las cuales existe una rentabilidad de equilibrio. Siempre tendremos $C' \leq C$, donde

$$C := C_{M,2} = \binom{M}{2} = \frac{M(M-1)}{2}$$

Esta ordenación genera $C' + 1$ intervalos:

$$(-\infty, R^*_{eq(1)}), (R^*_{eq(1)}, R^*_{eq(2)}), ..., (R^*_{eq(C'-1)}, R^*_{eq(C')}), (R^*_{eq(C')}, +\infty)$$

A medida que variamos R^*, esta cambia de intervalo. Cada vez que cambia de un intervalo al siguiente, el ranking varía.

A continuación, he comprobado con datos del EUROSTOXX 50 que el ranking de la probabilidad de pérdida cambia con la probabilidad deseada, tal y como he concluido en el análisis teórico anterior. Para los datos de 2019, he tomado $R^* = 0$, $R^* = 0{,}025$, $R^* = 0{,}05$, $R^* = 0{,}075$ y $R^* = 0{,}1$.

He calculado el ranking de las empresas y la correlación entre estos. Vemos que, efectivamente, los rankings varían, ya que si no lo hicieran todas las correlaciones serían 1.

	0 %	**2,5 %**	**5 %**	**7,5 %**	**10 %**
0 %	1.00	0.576	0.465	0.398	0.368
2,5 %	0.576	1.00	0.978	0.955	0.945
5 %	0.465	0.978	1.00	0.917	0.985
7,5 %	0.398	0.955	0.917	1.00	0.998
10 %	0.368	0.945	0.985	0.998	1.00

10.2. Valor en riesgo

En este apartado analizo como pueden afectar las variaciones del nivel de confianza $(1-\alpha)$ al ranking basado en el valor en riesgo. Para todo este análisis fijamos un periodo T.

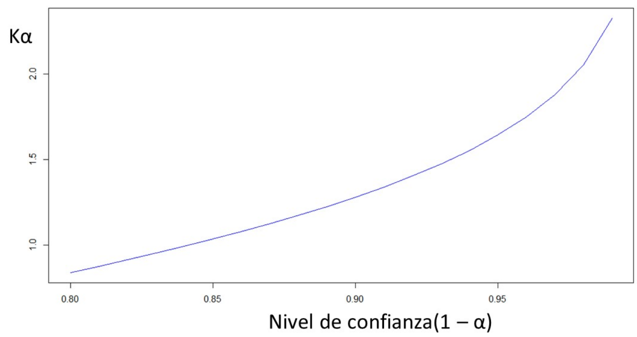
Observación: El análisis siguiente tiene sentido porque me utilizo el método parámetrico para el cálculo del VaR.

Dar un nivel de confinza $(1-\alpha)$ es equivalente a dar un valor K_α tal que:

$$Pr(z > K_\alpha) = \alpha$$

donde z es una variable aleatoria con una distribución normal estándar. Es equivalente porque la relación es uno a uno:

Figura 5: Relación entre α y K_α



Entonces, analizar cómo afecta el nivel de confianza al ranking es equivalente a analizar como afecta K_α al ranking.

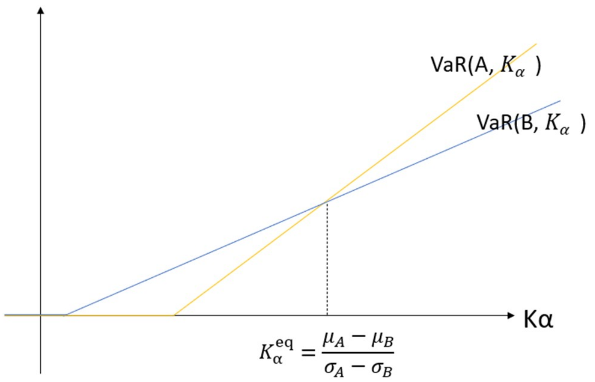
Dada K_α, el valor en riesgo de un activo A es:

$$VaR(A, K_\alpha) = |Min(0, \mu_A - K_\alpha \sigma_A|$$

Por lo tanto, para cada pareja de activos A y B, tenemos que:

$$
\begin{gathered}
\text{El activo A es igual de arriesgado que el activo B (y no son ambos cero)} \\
\Longleftrightarrow \\
VaR(A, K_\alpha) = VaR(B, K_\alpha) \neq 0 \\
\Longleftrightarrow \\
\mu_A - K_\alpha \sigma_A = \mu_B - K_\alpha \sigma_B \\
\Longleftrightarrow \\
K_\alpha = K_\alpha^{eq} := \frac{\mu_A - \mu_B}{\sigma_A - \sigma_B}
\end{gathered}
$$

Figura 6: Parámetro K_α de equilibrio (Valor en riesgo)



Si existe este punto de equilibrio:

- Cuando $K_\alpha < K_\alpha^{eq}$, la ordenación entre los dos activos es una.
- Cuando $K_\alpha < K_\alpha^{eq}$, es la contraria.

Observación: Puede ser que para algunas parejas de activos las funciones no se crucen para ningún $VaR > 0$ y, por lo tanto, no exista ningún punto de equilibrio.

Ahora supongamos que tenemos una cartera con M activos. A partir de los puntos de equilibrio y con un razonamiento equivalente al que he hecho para la probabilidad de pérdida, puedo construir hasta $C'+1$ intervalos ordenados de manera que, a mediada que variamos $(1-\alpha)$ y K_α cambia de intervalo, el ranking de la cartera varía.

A continuación, he comprobado la con datos del EUROSTOXX 50 que el ranking del valor en riesgo cambia con el nivel de confianza, tal y como he concluido en el análisis teórico anterior. Para los datos de 2019, he tomado $(1-\alpha) = 0{,}80$, $(1-\alpha) = 0{,}85$, $(1-\alpha) = 0{,}90$, $(1-\alpha) = 0{,}95$, y $(1-\alpha) = 0{,}99$.

He calculado el ranking de las empresas y la correlación entre estos.

	80 %	**85 %**	**90 %**	**95 %**	**99 %**
80 %	1.00	0.992	0.979	0.960	0.934
85 %	0.992	1.00	0.994	0.983	0.963
90 %	0.979	0.994	1.00	0.993	0.979
95 %	0.960	0.983	0.993	1.00	0.993
99 %	0.934	0.963	0.979	0.993	1.00

Otra vez vemos que, efectivamente, los rankings varían, ya que si no lo hicieran todas las correlaciones serían 1.

Observación: A pesar de que los rankings cambian, vemos que para valores elevados del nivel de confianza, la correlación entre rankings es muy elevada. Esto significa que si al comparar los rankings de las distintas medidas hubiera tomado otro nivel de confianza (en lugar de 95 % como he hecho), los resultados no hubieran cambiado significativamente y el VaR seguiría estando fuertemente correlacionado con las otras medidas de su grupo.

10.3. Pérdida esperada

En este apartado analizo como pueden afectar las variaciones del parámetro q al ranking basado en la pérdida esperada. Para todo este análisis fijamos un periodo T con N subperiodos.

Para un activo A, la pérdida esperada es el valor medio del q % de las peores rentabilidades del periodo. Es decir, es el valor medio las N' rentabilidades más bajas, donde

$$N' = \frac{qN}{100}$$

(redondeando a la unidad).

Debemos tener en cuenta que:

- $q \in (0, 1)$
- $1 \leq N' \leq N$
- $r_{(1)}(A) \leq \textit{Pérdida Esperada}(A, N') \leq \mu_A$, donde:
  - $r_{(1)}(A)$ es la menor rentabilidad del periodo T.
  - μ_A es la rentabilidad media del periodo T.

Observación: Aunque a priori el parámetro que decide el inversor es q, el parámetro que se utiliza para el cálculo y que realmente afecta al resultado es N'. Con esto quiero decir que con dos q's distintas que den lugar a una misma N', se obtendrá el mismo resultado. Es por esto que a continuación analizo el efecto de la N', en lugar del de la q.

La pérdida esperada de un activo respecto a N' es siempre:

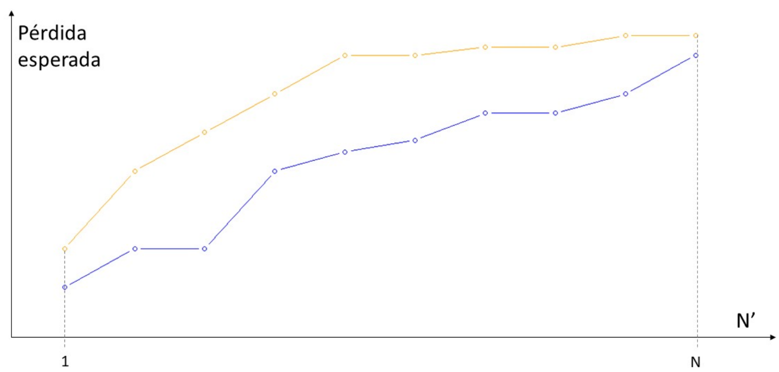
- Una función creciente (aunque puede tener formas distintas, ya que esta medida no asume ninguna distribución concreta de las rentabilidades).
- Una función discreta, ya que solamente esta definida para N' entera.

Dados dos activos A y B, pueden darse tres casos:

Caso 1:
$\forall N'$, $1 \leq N' \leq N$, $\; Pérdida\, Esperada(A, N') \leq Pérdida\, Esperada(B, N')$.

(O lo mismo intercambiando la A con la B). En este caso, el orden de riesgo entre los dos activos es siempre el mismo.

Figura 7: Pérdida esperada, primer caso

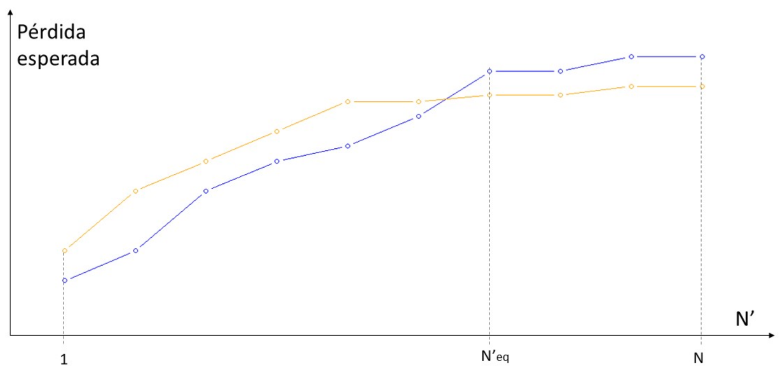


Caso 2: $\exists N'_{eq}$, $1 \leq N'_{eq} \leq N$, tal que:

- Si $N' < N'eq$, $Pérdida\, Esperada(A, N') < Pérdida\, Esperada(B, N')$.
- Si $N' \geq N'eq$, $Pérdida\, Esperada(A, N') \geq Pérdida\, Esperada(B, N')$.

(O lo mismo intercambiando la A con la B).

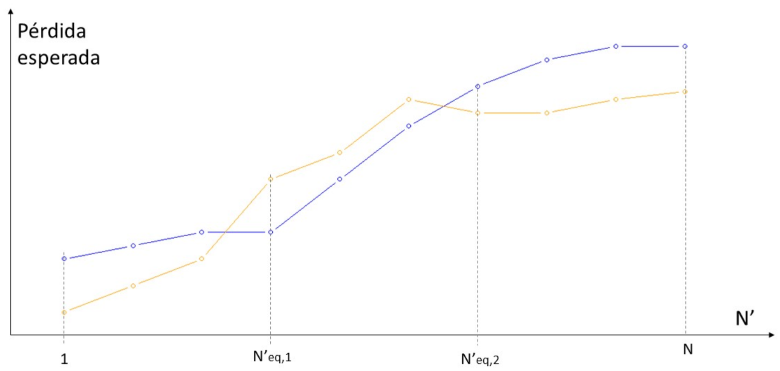
Figura 8: Pérdida esperada, segundo caso



Caso 3: $\exists N'_{eq,i}$, $1 \leq N'_{eq,i}$, $\forall i \in I, I \in \mathbb{N}$, tal que:

- $N'_{eq,i} < N'_{eq,j}$ $\forall i, j : i < j$.
- Considerando los intervalos $(1, N'_{eq,1}), (N'_{eq,1}, N'_{eq,2}), ..., (N'_{eq,I}, N)$, cada vez que N' cambia de intervalor, el orden del riesgo de los dos activos se invierte.

Figura 9: Pérdida esperada, tercer caso



Ahora supongamos que tenemos una cartera con M activos. Con un razonamiento similar al que he utilizado para las medidas anteriores, puedo construir hasta $C' + 1$ intervalos ordenados tales que, a mediada que variamos q y cambia N' cambie de intervalo,el ranking de la cartera varía.

A continuación, he comprobado con datos del EUROSTOXX 50 que el ranking de la pérdida esperada cambia con N', tal y como he concluido en el análisis teórico anterior. Para los datos de 2019, he tomado $N' = 1, N' = 3, N' = 5, N' = 8, N' = 10$. Recordemos que al ser datos semanales durante un año, $N = 52$.

He calculado el ranking de las empresas y he la correlación entre estos. Vemos otra vez que los ranking cambian.

	N'=1	**N'=3**	**N'=5**	**N'=8**	**N'=10**
N'=1	1.00	0.830	0.750	0.710	0.697
N'=3	0.830	1.00	0.963	0.923	0.901
N'=5	0.750	0.963	1.00	0.977	0.962
N'=8	0.710	0.923	0.977	1.00	0.994
N'=10	0.697	0.901	0.962	0.994	1.00

Observación: Igual que pasaba con el VaR, a pesar de que los rankings cambian, vemos que para distintos valores de N' la correlación entre rankings es muy elevada. Esto significa que si al comparar los rankings de las distintas medidas hubiera tomado otro parámetro (en lugar de $q = 10\,\%$ como he hecho), la pérdida esperada seguiría estando fuertemente correlacionada con las otras medidas de su grupo.

10.4. Downside deviation

En este apartado analizo cómo pueden afectar las variaciones de la rentabilidad deseada R^* al ranking basado en la *downside deviation*. Para todo este análisis fijamos un periodo T.

Dado un activo A,

$$Downside\ deviation(A, R^*) = \delta_T = \sqrt{(}\frac{\sum_{t \in T} D_t^2}{N})$$

donde:

- $D_t = 0$ si $r_t \geq R^*$
- y $D_t = r_t - R^*$ si $r_t \leq R^*$

La función de la *downside deviation* en función de R^* siempre creciente. El análisis teórico es muy similar al de la pérdida esperada, aunque en este caso se trata de una función continua: Dada una cartera de posibles inversiones y un procedimiento equivalente, podemos construir una serie de intervalos ordenados. Cuando variamos R^*, cada vez que cambia de intervalo, cambia el ranking de la cartera.

He comprobado la afirmación anterior con datos del EUROSTOXX 50 de 2019. He calculado el ranking de las empresas utilizando distintas rentabilidades deseadas y la correlación entre estos.

	0 %	**2,5 %**	**5 %**	**7,5 %**	**10 %**
0 %	1.00	0.943	0.825	0.636	0.529
2,5 %	0.943	1.00	0.929	0.781	0.689
5 %	0.825	0.929	1.00	0.930	0.863
7,5 %	0.636	0.781	0.930	1.00	0.980
10 %	0.529	0.689	0.863	0.980	1.00

Una vez más, los rankings varían con el parámetro.

11. Conclusiones

A lo largo de este trabajo he justificado teóricamente que la idea de riesgo no es una idea única, sino que engloba distintos conceptos, y he propuesto una clasificación de las medidas de riesgo en función del concepto que cuantifican.

He aplicado dichas medidas a datos reales. Los resultados de esta aplicación verifican la hipótesis de que, dada una cartera de potenciales inversiones, medidas distintas dan lugar a rankings según riesgo distintos. Además, estos resultados son compatibles con la clasificación propuesta.

En la última parte del trabajo he demostrado con un análisis teórico y con una aplicación que, dada una misma medida de riesgo, un cambio en los parámetros puede implicar un cambio en el ranking.

Partiendo de estos resultados, podemos concluir que efectivamente el concepto de riesgo se puede enfocar desde diferentes puntos de vista. El hecho de que haya tantas medidas distintas que cuantifiquen conceptos de riesgo distintos enriquece el análisis que puede hacer un potencial inversor antes de tomar una decisión. Los resultados de cada medida no son contradictorios, sino complementarios. En función de su perfil y preferencias, dicho inversor se centrará más en unas medidas que en otras y escogerá los parámetros que considere más adecuados en cada caso.

12. Bibliografía

Publicaciones:

[1] Alonso, Julio César; Semaán, Paul.
Cálculo del Valor en Riesgo y Pérdida Esperada mediante R: Empleando modelos con volatilidad constante.
Departamento de Economía - Universidad Icesi, 2009.

[2] Barberà, Gloria; Laumann, Yanina; Terceño, Antonio; Vigier, Hernán:
Coeficiente beta en sectores del mercado español. Regresión borrosa vs regresión ordinaria.
Cuadernos del Cimbage nº 13, 2012.

[3] Jadhav, Deepak:
Parametric and non-parametric estimation of value-at-risk.
The Journal of Risk Model Validation Volume 3/Number 1, 2009.

[4] Mohd Razali, Nornadiah; Wah Yap, Bee:
Power Comparison of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling Tests.
Journal of Statistical Modeling and Analytics Vol.2 No.1, 21-33, 2011.

[5] Robles Fernández, MªDolores :
Medidas de volatilidad
Universidad Europea-CEES Ediciones, 1999

[6] Sortino, Frank A; Van der Meer, Robert:
Downside risk. Capturing what's a stake in investment situations.
Journal of Portfolio Management, Volume 14 – Nº4, 1991.
https://jpm.pm-research.com/content/17/4/27 [08-ene-2021].

[7] Suárez Ibujés, Mario Orlando:
Coeficiente de correlación de Karl Pearson.
Publicaciones Docentes de la Universidad Técnica del Norte, 2011.

[8] Suárez Ibujés, Mario Orlando:
Dispersión relativa o coeficiente de variación.
Publicaciones Docentes de la Universidad Técnica del Norte, 2011.

Páginas web:

[9] Diccionario económico del diario Expansión. Activo libre de riesgo.
https://www.expansion.com/diccionario-economico/activo-libre-de-riesgo.html [11-ene-2021]

[10] Diccionario económico del diario Expansión. Eurostoxx 50.
https://www.expansion.com/diccionario-economico/euro-stoxx-50.html [08-ene-2021].

[11] Diccionario económico del diario Expansión. Retorno de la inversión.
https://www.expansion.com/diccionario-economico/retorno-de-la-inversion.html [08-ene-2021].

[12] Diccionario económico del diario Expansión. Riesgo.
https://www.expansion.com/diccionario-economico/riesgo.html [10-dic-2020].

[13] Investing, Eurostoxx 50.
https://es.investing.com/indices/eu-stoxx50 [13-oct-2020]

[14] Morningstar Investing Glossary. Downside deviation.
https://www.morningstar.com/InvGlossary/downside-deviation-definition-what-is.aspx [10-ene-2021].

[15] Morningstar Investing Glossary. R squared.
http://www.morningstar.com/InvGlossary/r-squared-definition-what-is.aspx [16-ene-2021].