

Tema 2. La funció d'utilitat

Montse Vilalta

Microeconomia II

Universitat de Barcelona

La Funció d'Utilitat

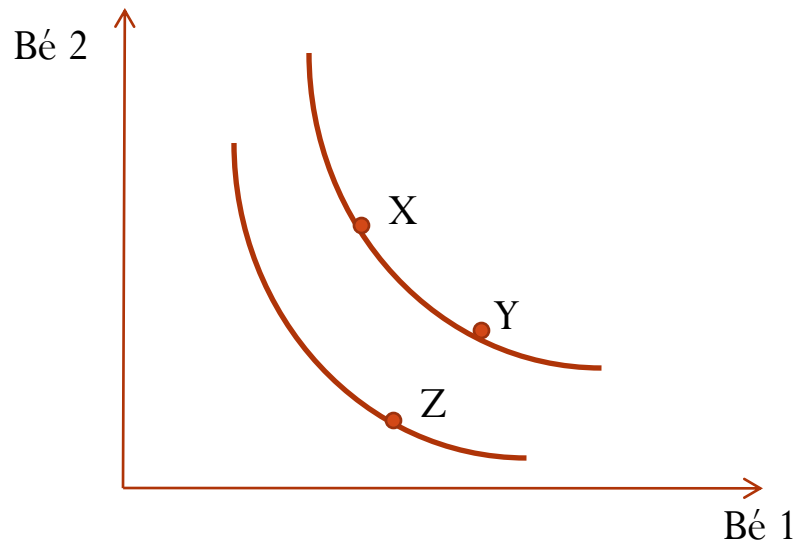
- És una descripció matemàtica de les preferències.
- La funció d'utilitat assigna un nombre a cada cistella de consum de manera que:
 - Si $x \succ y$, llavors $u(x) > u(y)$.
 - Si $x \sim y$, llavors $u(x) = u(y)$.
- Exemples:
 - Substitutius perfectes: $u(x) = ax_1 + bx_2$
 - Complementaris perfectes: $u(x) = \min \{ax_1, bx_2\}$
 - Cobb-Douglas: $u(x) = x_1^a x_2^b$

La Funció d'Utilitat

En l'exemple gràfic podríem tenir que:

$$u(X)=u(Y)=5 \quad \text{i} \quad u(Z)=3.$$

Podeu trobar altres valors que representin les mateixes preferències?



- La funció d'utilitat ordena les cistelles. Per tant, si tenim unes preferències representades per una funció d'utilitat $u(x)$, qualsevol transformació de $u(x)$ que mantingui l'ordre seguirà representant exactament les mateixes preferències. Per això diem que la utilitat és ORDINAL.
- Qualsevol transformació estrictament creixent de $u(x)$ manté l'ordre.
- Per tant, donades unes preferències, hi ha moltes funcions d'utilitat que les representen.

Ex: Si $u(x) = x_1 + 3x_2$, $v(x) = 2 * u(x)$ i $w(x) = u(x)^2$, totes tres funcions $u(x)$, $v(x)$ i $w(x)$ representen les mateixes preferències.

Quan?

- Podem representar les preferències mitjançant una funció d'utilitat si són:
 - COMPLETES
 - TRANSITIVES
 - CONTÍNUES
 - MONÒTONES/NO SACIABLES

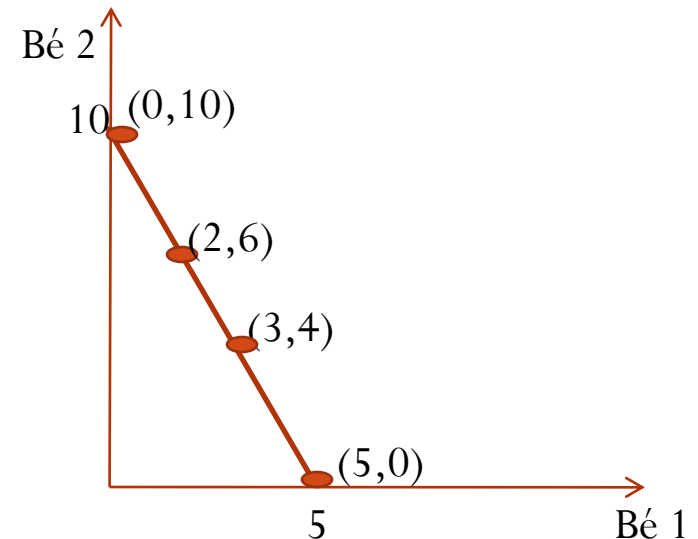
Com dibuixar la CI a partir de $u(x)$?

- Totes les cistelles que es troben en una mateixa CI són indiferents entre elles i, per tant, tenen el mateix nivell d'utilitat. Per tant, una CI són totes les cistelles (x_1, x_2) que compleixen: $u(x_1, x_2) = k$, on k és un nivell d'utilitat determinat. Cada CI té una k diferent.
- Exemple: $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$

Volem dibuixar la CI de nivell 10.

$$2x_1 + x_2 = 10$$

$$x_2 = 10 - 2x_1$$



La utilitat marginal

- La utilitat marginal del bé 1 mesura la taxa de variació de la utilitat (Δu) provocada per una petita variació de la quantitat d'aquest bé (Δx_1), mantenint fixa la quantitat de bé 2.

$$UMg_1 = \frac{\Delta u}{\Delta x_1} = \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1}.$$

- Exemples:

$$u(x) = 2x_1 + x_2$$

$$UMg_1 = 2$$

$$UMg_2 = 1$$



$$u(x) = 2x_1 x_2$$

$$UMg_1 = 2x_2$$

$$UMg_2 = 2x_1$$

La RMS

- Recordeu que la RMS és el pendent de la CI en un punt.
- Podem calcular la RMS a partir de la funció d'utilitat.

$$RMS = \frac{-UMg_1}{UMg_2}.$$

- Recordeu que podem trobar moltes funcions d'utilitat per representar unes preferències. La RMS és independent de quina funció d'utilitat prenguis, sempre i quan representi les mateixes preferències. Per tant, la RMS no es veu afectada per cap transformació estrictament creixent de $u(x)$.

Exercici:

- Calcula les utilitats marginals i la RMS de les següents funcions d'utilitat:

$$A) u(\mathbf{x}) = 2x_1 + 3x_2; \quad v(\mathbf{x}) = 2 * u(\mathbf{x}); \quad w(\mathbf{x}) = u(\mathbf{x})^2$$

$$B) u(\mathbf{x}) = x_1^a x_2^b \quad ; \quad v(\mathbf{x}) = \ln(u(\mathbf{x}))$$

- NOTA: Observa que en el cas A les funcions d'utilitat $v(\mathbf{x})$ i $w(\mathbf{x})$ són transformacions monòtones de $u(\mathbf{x})$ i per tant representen les mateixes preferències. El mateix passa en el cas B amb $v(\mathbf{x})$ i $u(\mathbf{x})$.

Tens algún dubte?

Aquest tema el trobaràs molt ben explicat al
Varian.