LA PROBLEMÁTICA EN TORNO A LA LEY DE CAÍDA DE LOS CUERPOS DE GALILEO

José Romo Feito

Tesis de Licenciatura
dirigida por
Dr Antonio Beltrán Marí

CRAI UNIVERSITAT DE BARCELONA
BIBLIOTECA DE LA UNIVERSITAT DE BARCELONA
0701883357
R591

Facultad de Filosofía y
Ciencias de la Educación
Sección de Filosofía
Universidad de Barcelona

Junio de 1984

I N D I C E

INTRODUCCION 1

I. PRIMEROS TRABAJOS SOBRE LA CAIDA DE LOS CUERPOS: DE MOTU

I.1. La caída de los cuerpos en un plenum 8
I.2. La aceleración de caída como fenómeno accidental 14

II. EL PROBLEMA DE LA CAIDA DE LOS CUERPOS EN 1604

II.1. La carta a Sarpi 21
II.2. El f. 128 26

II.2.1. La demostración de la ley de caída . 26
II.2.2. Problemas de la demostración del f. 128 32

II.2.2.1. La velocità con che ha passata la linea 32
II.2.2.2. La contraria proporzione entre velocidad y tiempo 37

II.3. ¿Cómo se ha descubierto la ley de caída? ... 44

III. EL PRINCIPIO-DEFINICION DEL MOVIMIENTO ACELERADO Y LA LEY DE CAIDA DE LOS CUERPOS EN EL PERIODO 1604-1609

III.1. Los manuscritos sobre el movimiento 55
III.2. El f. 152r 63

III.3. De nuevo sobre el descubrimiento de la ley de caída 103

IV PROBLEMAS DE METODO

IV.1. La confirmación de la ley de caída 119

IV.1.1. El experimento de los Discorsi ... 119
IV.1.2. El f. 116v 144

IV.2. Galileo y el método experimental 160

NOTAS 182

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA 201

I N T R O D U C C I Ó N

La ley de caída de los cuerpos es una sencilla ley de la física que hoy aprendemos con gran facilidad. Afirma que el espacio recorrido por un cuerpo en caída libre desde el reposo es proporcional al cuadrado del tiempo transcurrido ($s \propto t^2$). La obtenemos mediante una sencilla operación matemática a partir de otra proposición que nos resulta igualmente familiar y simple: la velocidad de un cuerpo en caída libre es proporcional al tiempo transcurrido desde el reposo ($v \propto t$). Estas dos proposiciones constituyen la aplicación a un caso concreto, la caída libre de los cuerpos, de las leyes que describen el movimiento uniformemente acelerado que parte del reposo.

Este trabajo se propone abordar algunos de los problemas que Galileo tuvo que resolver para poder establecer estos resultados. Asimismo, pretende presentar y analizar los resultados a que la investigación moderna ha llegado en su intento de esclarecer el aspecto bajo el que dichos problemas se planteaban a Galileo. El descubrimiento de la ley de caída; su derivación a partir de un principio-definición del movimiento uniformemente acelerado; las dificultades para llegar a una formulación correcta de éste último; ésta es la clase de problemas que ocuparán buena parte de las páginas que siguen.

El capítulo I que, a riesgo de caer en una cierta redundancia, tiene también un carácter introductorio, se ocupa del modo en que Galileo abordó por primera vez el problema de la caída de los cuerpos. Esta cuestión ocupa un lugar importante en la obra que expone lo que se ha llamado la "dinámica pisana", haciendo referencia a la teoría del movimiento que Galileo construyó en su época de profesor en Pisa (1589-1592). Esta obra, que conocemos hoy co-

mo De motu, o bien De motu antiquiora, jamás fue publicada por Galileo, ni siquiera mencionada en su extensa correspondencia. En el De motu, Galileo, que somete a una dura crítica a la física de Aristóteles, trata el problema de la caída de los cuerpos en un medio resistente, proporcionando una sencilla regla que permite evaluar la velocidad de caída. La velocidad es proporcional a la diferencia entre el peso específico del cuerpo que cae y el del medio en que se realiza el movimiento.

Evidentemente, esto implica una velocidad constante para el cuerpo que cae, en clara contradicción con la observación más sencilla. Galileo se da cuenta de este problema y lo advierte a su posible lector. Lo resuelve con una ingeniosa teoría que tiene como núcleo el concepto de virtus impressa, cuya similitud, aunque no equivalencia, con el concepto de impetus desarrollado por Buridán, es bastante clara. Utilizando la virtus impressa, Galileo concluye que la aceleración del movimiento de caída es un fenómeno accidental.

En 1604, cuando Galileo lleva ya algunos años en Padua, la etapa siguiente de su itinerario académico, escribe a su amigo Paolo Sarpi una carta muy conocida. En ella afirma por primera vez, con toda claridad, la ley de caída y su consecuencia inmediata, la ley de los números impares. Pero además, anuncia algo aún más importante: por fin ha descubierto un principio a partir del que poder derivar ambas leyes. Este principio es muy simple. Afirma que un cuerpo en caída libre desde el reposo va aumentando su velocidad proporcionalmente a la distancia recorrida.

En el capítulo II se analiza la carta a Sarpi y la demostración de la ley de caída contenida en el f. 128 del volumen 72 de los Manuscritos Galileanos. Estos dos documentos, cuya estrecha relación parece clara, nos mues-

tran la magnitud del camino recorrido por Galileo desde su juvenil De motu, en lo que respecta al problema de la caída. No se hace ninguna referencia a las características del cuerpo que se mueve, ni a las del medio en que tiene lugar el movimiento. Pero además, la aceleración de caída, que en la obra pisana se consideraba como un fenómeno accidental, va a ocupar el lugar central. La variación de la velocidad en el movimiento de caída es ahora la característica esencial de dicho movimiento. Determinar la ley de crecimiento de la velocidad es precisamente lo que consigue el principio anunciado a Sarpi.

El análisis de la demostración del f. 128 se detiene en los errores cometidos en ella por Galileo. El extraño concepto de velocità con che ha passata la linea y la contraria proporzione entre velocidad y tiempo son los pasos clave del proceso demostrativo en los que se ha centrado el análisis. Su estudio nos permite comprender el tipo de dificultades con que Galileo tenía que enfrentarse para poder establecer una demostración rigurosa de la ley de caída.

Por otra parte, la carta a Sarpi nos plantea el problema del descubrimiento de la ley de caída. El énfasis de la carta recae sobre el "principio indudable" que permite demostrar la ley; ésta se presenta como un resultado ya conocido. ¿Cómo ha descubierto Galileo la ley de caída? En el capítulo II se analizan dos intentos de resolución de este problema. En primer lugar, la interesante reconstrucción propuesta por W. C. Humphreys, que tiene dos características principales: i) el descubrimiento de la ley se ha conseguido utilizando medios exclusivamente teóricos, ii) en el descubrimiento de la ley han jugado un papel importante resultados alcanzados ya en la "dinámica pisana", con lo que no se puede hablar de una ruptura total con el enfoque del De motu.

En segundo lugar, se examinan las primeras hipótesis de S. Drake respecto del problema del descubrimiento. Galileo pudo llegar a la ley razonando sobre las características que debe cumplir un movimiento uniformemente acelerado. O bien pudo descubrir la ley empíricamente, midiendo las distancias recorridas, en intervalos de tiempo iguales sucesivos, por una esfera que se mueve por un largo plano suavemente inclinado.

El capítulo III se ocupa del problema de la caída de los cuerpos en el período 1604-1609. La opinión de los historiadores es unánime respecto de la importancia de este período en la génesis de la ciencia del movimiento galileana. En particular, es en esta época cuando Galileo comprende la falsedad del principio anunciado a Sarpi. En caída libre la velocidad no crece proporcionalmente a la distancia recorrida. La ley de caída es correcta, pero no ocurre lo mismo con el principio necesario para su demostración.

La situación para Galileo es extremadamente grave. Sin un principio correcto, la teoría del movimiento acelerado falla en su misma base. Sabemos que Galileo fue capaz de resolver este problema. A este respecto, las Jornadas Tercera y Cuarta de los Discorsi son un testimonio elocuente. Sin embargo, alcanzar la solución no fue fácil. Comprender que la relación fundamental en el movimiento de caída es entre velocidad y tiempo; que la velocidad aumenta proporcionalmente al tiempo transcurrido y no a la distancia recorrida, resultó un proceso largo y complejo. Un proceso que, en la medida de lo posible, puede asegurarse que tuvo lugar entre los años 1604 y 1609.

Para la reconstrucción de este proceso es imprescindible el examen de algunos de los fragmentos que se conservan en el volumen 72 de los Manuscritos Galileanos. Muchos de estos fragmentos, que son apuntes de trabajo, borra-

dores de teoremas y algunas copias de éstos hechas más cuidadosamente, fueron publicados por Favaro en el volumen VIII de la Edición Nacional de Le Opere. Pero algunos folios, que contienen sólo diagramas y cálculos junto con anotaciones muy breves, no fueron publicados, o lo fueron sólo parcialmente.

En el capítulo III se analizan dos de estos documentos: el f. 152r y el f. 107v. El primero es de importancia crucial, puesto que proporciona un paso intermedio entre el principio falso anunciado a Sarpi y el principio-definición correcto del movimiento acelerado. En un argumento contenido en la parte central del f. 152r, Galileo utiliza el supuesto de que en caída libre la velocidad adquirida es proporcional a la raíz cuadrada de la distancia recorrida. A diferencia del principio formulado en la carta a Sarpi, este resultado es perfectamente correcto y, cuando se relaciona con la ley de caída $s \alpha t^2$, conduce al principio-definición correcto del movimiento acelerado $v \alpha t$.

El segundo documento considerado en este capítulo, el f. 107v, permite replantear el problema del descubrimiento de la ley de caída. Este manuscrito ha sido objeto de una fuerte polémica. Para Drake no hay duda de que el folio es el registro de un experimento de plano inclinado mediante el que Galileo descubrió la ley. Sin embargo, Naylor ha planteado serias dudas respecto de la posibilidad de que este tipo de experimento permita descubrir la ley en ausencia de expectativas teóricas previas.

El capítulo IV examina en su primera sección dos experimentos confirmadores de la ley de caída. El primero de ellos está descrito pormenorizadamente en los Discorsi. En un principio, la descripción de Galileo se aceptaba sin reservas. Koyré fue el primero en señalar las dificultades objetivas que debían impedir a Galileo alcanzar el elevado

grado de precisión que reivindicaba. Posteriormente, Settle en 1961 y Naylor en 1974 han reproducido el experimento siguiendo cuidadosamente la descripción de los Discorsi. Las conclusiones de ambos investigadores son muy distintas. Para Settle está claro que Galileo podía perfectamente alcanzar el grado de precisión que pretendía. Para Naylor, la reproducción demuestra que el experimento descrito es una idealización de un experimento real menos preciso.

El problema no es trivial. No se trata sólo de poder determinar el grado de precisión experimental que Galileo podía alcanzar. En el trasfondo del debate está la cuestión del peso que Galileo concedía a la confirmación experimental precisa de los principios básicos de la ciencia del movimiento. Para Settle, y también para Drake, el experimento de los Discorsi es algo más que un experimento confirmador, es el fundamento de la ciencia del movimiento.

Ahora bien, la reproducción de Naylor ha mostrado concluyentemente que la descripción no se corresponde exactamente con un experimento real. Se trata de una idealización, dirigida a eliminar cualquier duda sobre la validez de la ley de caída y, por tanto, del principio-definición correcto del movimiento acelerado. Ello no quiere decir que Galileo no posea una confirmación de ambos resultados que, desde su punto de vista, parezca suficiente. Sin embargo, su confianza en la ley $s \alpha t^2$, y en el principio $v \alpha t$, no depende exclusivamente de la precisión alcanzada en la confirmación experimental.

El segundo experimento confirmador de la ley de caída está relacionado con otro fragmento contenido en el volumen 72 de los Manuscritos Galileanos, el f. 116v. Este interesante documento fue publicado por primera vez en 1973 por Drake. En el capítulo IV se examina la reconstrucción del manuscrito propuesta por Naylor en 1974. Para el

investigador británico, el folio constituye el registro de un experimento realizado por Galileo con el fin de confirmar la ley de caída. Este experimento permite alcanzar una precisión notablemente superior a la del experimento descrito en los Discorsi. Sin embargo, Galileo jamás hizo ninguna referencia a él en sus escritos.

El capítulo IV se cierra con una sección dedicada a hacer un balance crítico del debate actual sobre el método de Galileo. Los elementos nuevos, respecto de la ya tradicional polémica existente en torno a esta cuestión entre racionalistas y empiristas, se relacionan con el desdubrimiento y publicación de manuscritos inéditos en la década de los setenta. En esta sección se pretende estimar si los manuscritos permiten una caracterización del método galileano que resuelva definitivamente el debate o bien si lo que facilitan es un replanteamiento de la cuestión, excluyendo planteamientos epistemológicos radicales.

Las referencias de los textos citados de Galileo remiten siempre a la Edición Nacional de Le Opere. En el caso de los Discorsi se incluye también una referencia a la traducción castellana utilizada preferentemente, es decir, la traducción publicada en 1945 por José San Román.

C A P I T U L O I
PRIMEROS TRABAJOS SOBRE LA CAIDA DE LOS CUERPOS: DE MOTU

I.1. La caída de los cuerpos en un plenum

El volumen 71 de los Manuscritos Galileanos contiene un conjunto de escritos sobre el movimiento que pueden datarse en los años de la estancia de Galileo en Pisa, es decir, en 1589-1592. Estos escritos son: i) un diálogo latino sobre el movimiento (ff. 4r-35v; Opere, I, pp. 367-408); ii) un ensayo sobre el movimiento que consta de 10 capítulos (ff. 43r-60v; Opere, I, pp. 344-366); iii) un tratado en 23 capítulos que es el conocido normalmente como De motu (ff. 61r-124v; Opere, I, pp. 251-340) y iv) un intento de nueva redacción de los dos primeros capítulos de (iii) (ff. 133r-134v; Opere, I, pp. 341-343).

El problema que plantean estos escritos es fundamentalmente el de la ordenación de los distintos capítulos. A. Favaro, editor de Le Opere, consideraba que el tratado en 23 capítulos constituía la redacción originaria, de la que los dos capítulos sería una revisión parcial; el ensayo en 10 capítulos sería un intento de nuevo tratamiento del tema.[1] Respecto al diálogo, Favaro lo situó en el volumen I de Le Opere después de los escritos anteriores sin aclarar si esto se debía a considerarlo como último en el orden de redacción. Posteriormente, Drabkin argumentó que el diálogo debía ser considerado como el testimonio conservado más antiguo de los estudios de Galileo sobre el tema del movimiento.[2]

Más recientemente, en sus investigaciones sobre el De motu, R. Fredette ha llegado a resultados que parecen definitivos.[3] Fredette acepta la opinión de Drabkin de que el diálogo es el escrito más antiguo. Más tarde, Galileo habría

CRAI UNIVERSITAT DE BARCELONA

redactado el tratado De motu que, en contra de lo que se había creído, constituye una obra terminada[4], estructurada en dos libros. El Libro I consta de 13 capítulos y el Libro II de 10, formando un total de los 23 capítulos (iii). Insatisfecho con el tratado, Galileo habría intentado una revisión del Libro I de la que constituyen una prueba los 10 capítulos (ii). En el transcurso de esta revisión, Galileo habría sido consciente de un problema insuperable en su explicación del fenómeno de la aceleración en el movimiento de caída, que le habría hecho abandonar la obra. Se explicaría así el silencio absoluto que sobre el De motu Galileo guardó durante toda su vida, no sólo en obras publicadas o en las que circularon sin publicación sino, lo que es más significativo, en su extensa correspondencia.

En el Libro I de De motu Galileo expone su propia teoría del movimiento natural en contra de la mantenida por Aristóteles. Galileo trata el movimiento natural de ascenso o de descenso de los cuerpos, del mismo o diferente material, situados en el mismo o en distinto medio. La idea fundamental de la teoría es comparar el peso del cuerpo que se considera con el peso de un volumen igual del medio en que tiene lugar el movimiento. Aristóteles había mantenido la existencia de cuerpos pesados y ligeros. El movimiento natural de los primeros es de descenso hacia el centro del mundo, mientras que los segundos se mueven naturalmente ascendiendo hacia la superficie de la esfera lunar. Pero Galileo rechaza la dicotomía pesado/ligero. En realidad todos los cuerpos son pesados; la ligereza no existe como cualidad positiva. El término "ligero" sólo puede emplearse correctamente como equivalente a "menos pesado". Pero si todos los cuerpos son pesados, la determinación de su movimiento se seguirá de la relación entre su peso y el del medio en que están situados. Entonces, el supuesto básico de la teoría de Galileo es que la velocidad de un cuerpo es proporcional a su peso específico o, más exactamente, proporcional a la diferencia entre su peso espe-

cífico y el del medio en que el cuerpo se mueve.

Aristóteles había considerado que la velocidad con que un cuerpo cae en un plenum depende de dos factores: el peso del cuerpo y la resistencia que opone el medio al movimiento. Pensando la resistencia del medio como debida a su densidad se tiene que la velocidad es directamente proporcional al peso del cuerpo e inversamente proporcional a la densidad del medio. Se desprende de ello que si se considera un medio determinado y dos cuerpos homogéneos, caerá con mayor velocidad el que tenga mayor volumen. Galileo demuestra la incorrección de este resultado utilizando un argumento bastante conocido que empleará también muchos años más tarde en la Jornada Primera de los Discorsi. Supongamos dos cuerpos homogéneos a y b tales que el volumen de a sea mayor que el volumen de b. Entonces, según Aristóteles, a cae más deprisa que b. Si unimos ambos cuerpos, b retrasará a a y, por tanto, la velocidad con que se mueve el compuesto será menor que la velocidad de a y mayor que la velocidad de b. Pero el compuesto por a y b tiene mayor volumen que a; entonces resulta que un cuerpo de mayor volumen se mueve a una velocidad menor. Por lo tanto se llega a una contradicción con el supuesto de que la velocidad es directamente proporcional al volumen [5].

Asimismo tampoco es correcta la proporcionalidad inversa con la resistencia. Supongamos dos medios, aire y agua, y un cuerpo que desciende en el aire pero no en el agua. Consideremos el inverso de la resistencia del medio, es decir, su sutilidad. Si las velocidades del cuerpo en ambos medios son inversamente proporcionales a las resistencias, se tendrá que son directamente proporcionales a las sutilidades de los dos medios. Entonces, si la sutilidad del aire es como 8 y la del agua como 2 y se supone que el cuerpo cae en el aire con una velocidad que es como 4, debería cumplirse que en el agua se mueva con una velocidad como 1, y

se había supuesto que el cuerpo no desciende en el agua.

Rechazada la teoría de Aristóteles, Galileo procede a proponer la suya propia. Para ello utiliza la balanza de brazos iguales como modelo mecánico apropiado para el estudio del movimiento de un cuerpo en el seno de un medio. Sea una balanza y dos pesos p_1 y p_2. Pueden presentarse tres casos: 1) $p_1 > p_2$, entonces p_1 se mueve hacia abajo; 2) $p_1 = p_2$, p_1 permanece en reposo y 3) $p_1 < p_2$, entonces p_1 se mueve hacia arriba. En el interior de un medio, un cuerpo se encuentra en una situación análoga. Si se considera un volumen igual del medio, puede ocurrir que 1) el peso del cuerpo sea mayor, entonces el cuerpo se mueve hacia abajo; 2) el peso del cuerpo sea igual al peso de un volumen igual del medio, entonces el cuerpo se mantiene en reposo y 3) el peso del cuerpo es menor que el del medio, en cuyo caso el cuerpo asciende.

Ahora bien, ¿cómo evaluar la velocidad del movimiento? Para ello basta calcular la diferencia entre el peso específico del cuerpo y el del medio. La velocidad es proporcional a esta diferencia. Entonces, si se considera un cuerpo de peso 8 y dos medios de los que un volumen igual al cuerpo pesa 4 y 6, se tendrá que la velocidad de caída en el primer medio es proporcional a 8 - 4 = 4, y en el segundo, proporcional a 8 - 6 = 2. Utilizando la misma regla puede verse que si se consideran los cuerpos de pesos 8 y 6, cayendo en un medio de peso 4, el primero se mueve con una velocidad proporcional a 8 - 4 = 4 y el segundo con una velocidad proporcional a 6 - 4 = 2.[6]

Galileo emplea su teoría para abordar el problema del movimiento en el vacío. Aristóteles había rechazado la existencia del vacío, sirviéndose de argumentos relacionados con el movimiento. La velocidad con que un cuerpo se mueve en un medio es inversamente proporcional a la resistencia. Entonces, si se considera un medio cualquiera, la proporción

entre la resistencia del medio y la del vacío es infinita, puesto que la resistencia del vacío es nula y la proporción entre un número finito y 0 es infinita. Por tanto, la proporción entre la velocidad en el vacío y la velocidad en cualquier otro medio es infinita. Entonces, si el vacío existe, la velocidad es infinita y el movimiento instantáneo, lo cual es absurdo. Por otra parte, se tiene que la velocidad es directamente proporcional al peso. Entonces, dos cuerpos de peso distinto se moverían en el vacío a la misma velocidad, puesto que es nula la resistencia que deben vencer para moverse, y esto es imposible.

Galileo rechaza estos argumentos de Aristóteles. Utilizando su regla para determinar las velocidades de un cuerpo que cae en medios distintos explica que la relación entre velocidades y resistencias no es, como creía Aristóteles, una proporción geométrica (igualdad de dos razones), sino una proporción aritmética (igualdad de dos diferencias). Consideremos un cuerpo de peso específico 20 y dos medios de pesos específicos 12 y 6. En el primer medio el cuerpo cae con velocidad proporcional a $20 - 12 = 8$ y en el segundo con velocidad proporcional a $20 - 6 = 14$, cumpliéndose la proporción aritmética $14 - 8 = 12 - 6$. Entonces, si se considera que el segundo medio es el vacío, se tendrá que la velocidad es proporcional a $20 - 0 = 20$ y se cumple la proporción aritmética $20 - 8 = 12 - 0$.[7]

En cuanto al segundo argumento, Galileo observa que Aristóteles no ha demostrado la imposibilidad de que cuerpos de distinto peso caigan en el vacío a la misma velocidad; se ha limitado a afirmar dicha imposibilidad. Para Aristóteles el cuerpo más pesado cae más velozmente, porque tiene mayor capacidad para "dividir" el medio. Galileo no puede aceptar esta explicación. En realidad la causa de la velocidad de un cuerpo es el exceso de su peso específico sobre el del medio. Precisamente por esto es posible demostrar fácil-

mente que cuerpos de pesos distintos no pueden caer en el vacío a la misma velocidad. Sean dos cuerpos de pesos 8 y 4, entonces en el vacío caerán con velocidades proporcionales a 8 y 4, ya que el peso específico del vacío es nulo.[8]

Sólo los cuerpos de la misma materia caerán en el vacío a la misma velocidad independientemente de sus volúmenes.[9] El vacío se presenta como el único medio en que los cuerpos caen con sus verdaderas velocidades. Esto se desprende claramente de la regla de Galileo. La velocidad de un cuerpo que cae en un medio es $v = k\,(P-M)$ con P el peso específico del cuerpo y M el peso específico del medio. Entonces sólo en un medio con $M = 0$, es decir, el vacío, la velocidad dependerá únicamente de la naturaleza del cuerpo. En cualquier otro medio la velocidad es "falseada".

Además, Galileo observa que cuanto mayor es el peso específico del medio donde tiene lugar el movimiento, mayor es la diferencia entre las velocidades de los cuerpos que caen. Consideremos dos cuerpos a y b del mismo volumen con pesos 8 para a y 6 para b, y un volumen igual de agua cuyo peso es 3. Entonces, la velocidad de caída en el agua del primer cuerpo es proporcional a 8-3=5 y la del segundo es proporcional a 6-3=3 y se tiene que $\frac{v_a}{v_b} = \frac{5}{3}$. En un medio de peso específico mayor, por ejemplo, 5, se tiene que la velocidad de a es proporcional a 8-5=3 y la de b es proporcional a 6-5=1 y $\frac{v_a}{v_b} = \frac{3}{1}$. Muchos años después, en los Dicorsi, partiendo de una observación similar, Galileo llegará a una conclusión enteramente diferente de la mantenida en De motu. Cuando se disminuye el peso específico del medio, las diferencias entre las velocidades de los cuerpos van disminuyendo. Entonces, en el vacío, todos los cuerpos, sea cual sea su peso específico, caerán a la misma velocidad.

La teoría del movimiento de Galileo no está exentá de problemas. Como él mismo reconoce, la regla que ha

propuesto para determinar la velocidad de caída de los cuerpos no está corroborada por la experiencia:

> "Pero hay que advertir que aquí surge una grave dificultad: porque, quien haga la experiencia se encontrará con que estas proporciones no se verifican. En efecto, si se toman dos móviles distintos que satisfacen todas las condiciones para que uno de ellos descienda dos veces más rápido que el otro, y se dejan caer desde una torre, en realidad, el primero no alcanza la tierra más velozmente, dos veces más rápido, que el segundo: sino que, al contrario, si se observa bien, el que es más ligero al comienzo del movimiento precederá al más pesado y resultará más veloz." [10]

Además en contra de lo que su regla prescribía, es fácil observar que la velocidad de caída no es uniforme sino acelerada.

I.2. La aceleración de caída como fenómeno accidental

Antes de intentar una explicación del fenómeno de la aceleración en la caída natural de los cuerpos, Galileo se ocupa, en el Libro II del De motu, del movimiento de los proyectiles. Por "proyectil" se entendía en la época un cuerpo lanzado por un motor. El movimiento de los proyectiles es violento, es decir, un movimiento que aleja al cuerpo de su lugar propio.[11] Como en las demás ocasiones, antes de exponer su propia teoría Galileo somete a crítica la de Aristóteles. Éste había sostenido que la causa del movimiento de los proyectiles se encuentra en el medio. Así, cuando se lanza una piedra, el lanzador pone simultáneamente en movimiento las capas de aire contiguas que, transmitiéndose

su movimiento, impulsan a la piedra.

Galileo no acepta esta explicación y sus objeciones son muy similares a las que ya había planteado Filopón. Para Galileo el movimiento de los proyectiles se explica por la introducción de una virtus impressa en el cuerpo por el motor. Esta virtus impressa, a la que Galileo considera como una ligereza[12], actúa sobre el peso del móvil disminuyéndolo cuando éste es lanzado hacia arriba. Cuando el lanzador tiene en su mano el proyectil y lo mueve hacia arriba, lo priva de su peso en una forma similar a como el hierro que está en el fuego es privado de su frialdad natural. Una vez que el proyectil pierde el contacto con el motor la virtus que éste le ha impreso se va debilitando del mismo modo que retirado el hierro del fuego va perdiendo su calor hasta recobrar su frialdad. Y la objeción que exige saber cuál es el lugar del móvil donde se almacena la virtus o fuerza impresa puede ser contestada diciendo que en el mismo lugar en donde se almacena el calor.

Es importante tener en cuenta las diferencias entre la virtus impressa y el concepto de impetus utilizado por Buridán. En general, pueden concretarse en tres principalmente las diferencias entre ambos conceptos: 1) el impetus impartido al proyectil por el motor disminuye gradualmente a causa de la resistencia que todo móvil encuentra en su movimiento; la virtus impressa se va debilitando por sí misma; 2) el impetus interviene tanto en el movimiento violento como en el movimiento natural; Buridán explica la aceleración del movimiento natural de caída, apoyándose en el impetus; la virtus impressa sólo interviene en el movimiento violento; 3) la magnitud del impetus depende de la "cantidad de materia" y la velocidad del móvil; la virtus impressa no es susceptible de cuantificación.[13] Hay que observar respecto de la segunda característica que Galileo adaptará la teoría de la virtus impressa para explicar la aceleración en el movi-

miento natural de caída.

Disponiendo de una teoría del movimiento violento, Galileo se dispone a abordar el segundo problema con que se enfrentaba su teoría del movimiento natural. En contra de lo que su regla indicaba, la velocidad de caída no se mantiene uniforme. En realidad, la velocidad va aumentando desde el comienzo del movimiento. Galileo va a explicar este aumento de la velocidad mediante la teoría de la fuerza impresa. En su razonamiento parte de su regla según la cual la velocidad de caída es proporcional a la diferencia entre el peso específico del cuerpo y el del medio. Si la velocidad de caída es menor al principio del movimiento, debe ocurrir que el peso específico haya disminuido. Pero el volumen del cuerpo que cae es constante, luego la disminución debe ocurrir en su peso. Se trata, pues, de saber a qué se debe esta disminución en el peso. No puede ser causada por un aumento del peso del medio ya que éste permanece constante en el movimiento. Tiene, pues, que haber una causa extrínseca que convierta al cuerpo en ligero per accidens. Esta causa es precisamente la fuerza impresa. Supongamos un cuerpo lanzado hacia arriba. El motor debe imprimir en el cuerpo una fuerza mayor que su peso que le permita ascender. Pero esta fuerza va debilitándose hasta que se equilibra con el peso. Entonces, sin solución de continuidad, comienza el descenso natural del cuerpo y el peso va predominando progresivamente sobre la fuerza impresa hasta que, cuando ésta se haya agotado totalmente, el móvil caerá a la velocidad uniforme que depende, como indica la regla expuesta, de la diferencia entre su peso específico y el del medio en el que se realiza el movimiento. Por lo tanto, el movimiento de caída va aumentando su velocidad hasta llegar a la velocidad uniforme que es propia del cuerpo que cae. Utilizando la expresión de Koyré puede decirse que más que una velocidad acelerada, la velocidad de caída es "progresivamente menos retardada"[14]. El movimiento ascendente del proyectil es produci-

do por el exceso de la fuerza impresa por el motor sobre su peso. El movimiento acelerado descendente es producido por el progresivo predominio del peso sobre la fuerza impresa que va debilitándose. De esta forma puede explicarse la aceleración que se observa en el movimiento de la caída. Sin embargo, como indica Galileo, esta explicación no es original, ya había sido propuesta por Hiparco. Pero, precisa Galileo, Hiparco sólo la había aplicado al movimiento de la caída precedido por un movimiento violento (ascenso del cuerpo lanzado hacia arriba). Galileo va a utilizar este esquema explicativo para el movimiento de caída desde el reposo. Cuando se mantiene un cuerpo en reposo, se está imprimiendo sobre él una fuerza igual al peso, pero que actúa en dirección contraria. Cuando se le deja caer, esta fuerza se va debilitando y, por tanto, la velocidad va aumentando a medida que el peso va predominando gradualmente sobre la fuerza impresa. Al agotarse toda la fuerza impresa, el cuerpo sigue cayendo a la velocidad uniforme proporcional a la diferencia entre su peso específico y el del medio.[15] Por tanto, la aceleración no es consustancial al movimiento natural de caída, es un fenómeno accidental y transitorio que tiene lugar tan sólo al comienzo del movimiento y cuya causa es intrínseca al cuerpo que se mueve.

Esta teoría de la aceleración permite explicar también por qué los cuerpos más ligeros caen más rápidamente que los más pesados al principio de su movimiento. Consideremos dos cuerpos, uno más pesado que otro. Para mantenerlos en reposo será preciso imprimir en ellos una fuerza igual a su peso. Entonces el más pesado recibe una cantidad mayor de fuerza y, por tanto, cuando se les deja caer, verá más retardado su movimiento. Pero puede formularse una objeción contra esta explicación. Puede aceptarse que los cuerpos más pesados reciban una mayor cantidad de fuerza impresa, pero también es cierto que disponen de un peso mayor para poder destruirla. Entonces parece razonable pensar que los

cuerpos pesados y los ligeros deben caer a la misma velocidad. Galileo emplea dos argumentos para eliminar esta objeción. En primer lugar, la fuerza impresa se debilita por sí misma y no por la acción del peso. Ocurre lo mismo que en el hierro calentado; el calor no se pierde por la acción de su frialdad natural, sino porque se disipa por su propia naturaleza. El segundo argumento es de hecho. La fuerza impresa se disipa más rápidamente en los cuerpos de menor peso específico. Así, si se dejan caer dos bolas del mismo volumen, una de plomo y la otra de madera, ésta última perderá más rápidamente su fuerza impresa y, por tanto, se moverá más velozmente que la de plomo al principio del movimiento. Sin embargo, cuando la fuerza impresa en ambas se haya eliminado totalmente, la bola de plomo caerá más rápidamente por tener un peso específico mayor.[16]

De los dos problemas con que se encontraba su teoría del movimiento, Galileo ha conseguido, mediante la fuerza impresa, resolver aparentemente el segundo, el de la aceleración del movimiento de la caída. Pero el primero sigue en pie y Galileo advierte de nuevo que su regla no se encuentra respaldada por la experiencia. Aunque ahora, apoyándose en los resultados conseguidos en su explicación de la aceleración, indica que no puede soprender que la caída de los cuerpos según se observa no siga su regla, ya que, las alturas de que se dispone para llevar a cabo la experiencia, son demasiado cortas como para que la fuerza impresa pueda disiparse totalmente. Respecto de la aceleración la situación tampoco es satisfactoria. Galileo ha afirmado que la naturaleza de la fuerza impresa es "ligereza". Ahora bien, ¿acaso no se había dejado bien claro desde el comienzo del tratado que la ligereza no es una cualidad positiva?

Parece haber elementos suficientes para pensar que Galileo llevó a cabo una revisión de la teoría del movimiento expuesto en el Libro I. Al realizar esta revisión tuvo

que encontrarse con una omisión capital. Descansando su teoría fundamentalmente en el concepto de peso específico, no se encuentra, sin embargo, a lo largo de todo el Libro I ninguna definición clara y explícita de este concepto. Es verosímil pensar que, ante una laguna tan notable, Galileo habría dejado de lado los problemas de su teoría para dedicarse a una nueva redacción del Libro I que subsanara su olvido.[17]

Al reescribir el Libro I Galileo elimina incluso de su vocabulario el término "ligereza". Además redefine el movimiento natural imponiéndole dos características que deben cumplirse estrictamente: debe tener un término y además debe ser producido por una causa intrínseca al cuerpo. Resulta de esto que el movimiento hacia arriba no puede ser natural, ya que no tiene un final definido, a diferencia de lo que ocurre en el movimiento de descenso cuyo término es el centro. Además, el movimiento de ascenso no tiene una causa interna. Para Galileo, el error de los que han propuesto la ligereza como causa del movimiento hacia arriba se debe a su incapacidad para encontrar la causa externa de este movimiento. Entonces, se han visto obligados a proponer una causa interna que sería precisamente la ligereza. Galileo rechaza esta explicación, el movimiento de ascenso de un cuerpo menos pesado que el medio en que se encuentra no puede ser natural y su causa se encuentra en el medio que expulsa al cuerpo mediante un mecanismo de <u>extrusión</u>.

Pero este análisis es incompatible con la explicación que Galileo había dado en el Libro II de la aceleración del movimiento de caída. En su revisión del Libro I ha descartado que el movimiento hacia arriba pueda ser natural debido a que su causa es extrínseca al cuerpo que se mueve. Ahora bien, al considerar el movimiento de la caída, Galileo ha sostenido que mientras se produce el fenómeno de la aceleración el movimiento no es natural. Entonces ¿cuál es la

causa externa de la aceleración de caída? Galileo ha respondido utilizando el concepto de fuerza impresa. Pero cuando la fuerza impresa actúa, es decir, cuando la velocidad del cuerpo que cae está siendo progresivamente menos retardada, es tan interna al cuerpo como su propio peso. Resulta, pues, que dado que el movimiento acelerado de caída tiene una causa interna, debe ser considerado como natural.[18] Pero entonces la aceleración del movimiento de caída no puede ser, como Galileo ha considerado en el Libro II, un fenómeno accidental, sino una característica esencial del movimiento natural de caída. En contra de lo que Galileo ha mantenido en su teoría del movimiento, el movimiento natural de caída es acelerado, no uniforme. Naturalmente, Galileo no extrae esta conclusión que destruiría toda su teoría. Pero la no publicación del De motu y el silencio guardado sobre esta obra es suficientemente elocuente.

C A P I T U L O I I

EL PROBLEMA DE LA CAIDA DE LOS CUERPOS EN 1604

II.1. La carta a Sarpi

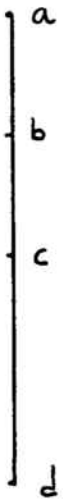
En una carta fechada en 16 de octubre de 1604 y dirigida a Paolo Sarpi, Galileo formula por primera vez la ley de la caída de los cuerpos. En la carta se puede leer:

> "Repensando acerca de las cuestiones del movimiento, en las cuales, para demostrar los accidentes [accidenti] observados por mí, me faltaba un principio totalmente indudable para poder ponerlo como axioma [assioma], he llegado a una proposición que tiene mucho de natural y evidente; y supuesta ésta, demuestro luego el resto, esto es, que los espacios recorridos por el movimiento natural están en proporción doble [proporzione doppia] de los tiempos y, en consecuencia, que los espacios recorridos en tiempos iguales son como los números impares ab unitate, y las demás cosas."[1]

Galileo conoce ya los "accidentes", es decir, las propiedades de este movimiento natural que es la caída de los cuerpos; en realidad, el texto autoriza a pensar que los conoce desde hace tiempo. Estos accidentes son: 1) "los espacios recorridos por el movimiento natural están en proporción doble de los tiempos", es decir, los espacios recorridos desde el reposo por un cuerpo que cae son proporcionales a los cuadrados de los tiempos transcurridos, enunciado que constituye la ley de caída de los cuerpos; y 2) "los espacios recorridos en tiempos iguales son como los números impares ab unitate", es decir, los espacios recorridos en intervalos de tiempo iguales por un cuerpo que cae están entre sí en la proporción de los números impares desde la unidad: 1, 3,

5, 7,... ¿Cuáles son "las demás cosas" a que se refiere Galileo? No hay ningún indicio en este documento que nos permita responder a esta pregunta. Quizá se trate de la regla de la velocidad doble y de la regla de la distancia doble, resultados que tendremos ocasión de estudiar en el capítulo siguiente de este trabajo.

¿Cuál es el principio propuesto para demostrar los accidentes. Es muy simple:



"que el móvil natural va aumentando su velocidad en la misma proporción en que se aleja del principio de su movimiento; como, por ejemplo, cayendo el grave desde el punto a por la línea abcd, supongo que el grado de velocidad [grado di velocità] que tiene en c al grado de velocidad [grado di velocità] que tenía en b es como la distancia ca a la distancia ba, y así, cosiguientemente, en d tiene un grado de velocidad mayor que en c, según que la distancia da es mayor que la ca."[2]

Figura 1

Así pues, consideremos la trayectoria ad (ver figura 1) que sigue en su caída un cuerpo que parte del reposo en a. Sean b y c dos puntos de dicha trayectoria. Entonces, el principio propuesto por Galileo consiste en afirmar que:

$$\frac{v_c}{v_b} = \frac{ca}{ba}$$

donde v_c y v_b son los grados de velocidad que el cuerpo alcanza en c y b respectivamente. El grado di velocità puede interpetarse como la velocidad adquirida en cada punto de la trayectoria. La velocidad adquirida va aumentando con

la misma proporción con que aumenta la distancia recorrida desde el reposo.

Pero este principio no sólo permite expresar con precisión el aumento de velocidad que experimenta un cuerpo en su movimiento natural de caída. Hace posible además unificar el tratamiento del movimiento natural y del movimiento violento. En este sentido Galileo indica que si se acepta su principio,

> "creo que tenemos bastante a nuestro alcance mostrar que el cuerpo que cae naturalmente y el proyectil violento pasan por las mismas proporciones de velocidad. Porque si el proyectil es lanzado desde el punto d hasta el punto a, es manifiesto que en el punto d tiene un grado de impeto suficiente para impulsarlo hasta el punto a, y no más; y cuando el mismo proyectil está en c, es claro que ha alcanzado [è congiunto] un grado de impeto suficiente para impulsarlo hasta el mismo punto a; e, igualmente, el grado de impeto en b basta para impulsarlo hasta a: de donde es evidente que el impeto en los puntos d, c, b va decreciendo según las proporciones de las líneas da, ca, ba."[3]

Sea la línea da la trayectoria seguida por un proyectil lanzado en d. Con un procedimiento análogo al que utilizamos anteriormente en el caso del movimiento natural de caída podemos escribir que:

$$\frac{Imp_b}{Imp_c} = \frac{ab}{ac}$$

donde Imp_b e Imp_c designan los grados de impeto del proyectil en b y c respectivamente. Comparando esta expresión

con la ya propuesta para el movimiento natural de caída puede verse que la proporción entre grados de impeto y distancias contadas desde a es la misma que la proporción entre grados de velocidad y distancias. El proyectil en un movimiento violento va pasando, a medida que se acerca al punto a, por grados de impeto siempre decrecientes que son iguales a los grados de velocidad siempre crecientes que adquiere el móvil que cae naturalmente desde a hasta d.

La carta a Sarpi permite extraer una serie de conclusiones acerca de las investigaciones de Galileo sobre el problema de la caída de los cuerpos en 1604. En primer lugar, puede apuntarse que Galileo considera el movimiento de caída como acelerado. El principio propuesto indica cómo se va produciendo el aumento de velocidad. Comparando con los resultados alcanzados en De motu puede verse que la aceleración ya no se considera como un fenómeno accidental que tiene lugar al comienzo de tal movimiento. En la carta a Sarpi el aumento de velocidad ha pasado a ser la característica fundamental del movimiento de caída de los cuerpos. Lejos de constituir un efecto que falsea el verdadero movimiento, la aceleración es el fenómeno distintivo de este movimiento, requiriendo una formulación matemática adecuada.

Por otra parte, hay que observar que en el documento que consideramos no se hace ninguna referencia a las dimensiones o a la naturaleza del cuerpo que se mueve. Asimismo tampoco se considera el medio en que se realiza el movimiento. Hay que concluir, pues, que la ley de caída se formula como válida para todos los cuerpos. Y lo mismo puede decirse respecto del principio que permite la derivación de esta ley.

Cabe hacer, aunque desde un punto de vista diferente, dos últimas observaciones. En primer lugar, es intere-

sante detenerse en la consideración que le ofrece a Galileo la ley de caída. Nos habla de ella como de un accidente, es decir, una propiedad del movimiento que se está estudiando. Pero Galileo no se contenta con el enunciado de la ley. Hace tiempo que está convencido de la verdad de este resultado, pero esto no basta. No es suficiente afirmar que un cuerpo en caída libre recorre desde el reposo espacios que son proporcionales a los cuadrados de los tiempos transcurridos. Este enunciado es meramente descriptivo; nos dice cómo caen los cuerpos, pero no dice por qué caen precisamente de esta manera, sometiéndose a esta ley. No se trata de un "por qué" causal. Galileo no se está preguntando por la causa de la caída de los cuerpos. Pero tampoco es un "por qué" que pueda ser respondido afirmando la ley de caída o bien su inmediata consecuencia, la ley de los números impares. Un cuerpo que cae va aumentando su velocidad, entonces lo esencial es conocer cómo se realiza este proceso de variación. Es esto precisamente lo que proporciona el principio propuesto por Galileo: la velocidad va aumentando en proporción a la distancia recorrida desde el reposo. Comparemos este principio con la ley de caída. Ésta última relaciona espacios y tiempos en el movimiento de caída libre. Pero la característica fundamental de este movimiento es el aumento continuo de velocidad que experimenta el cuerpo y es precisamente este aumento lo que es descrito en el principio. Así pues, es este principio el que nos permite captar la esencia de este movimiento natural que es la caída libre, esto es, definirlo.[4]

Por último, la carta a Sarpi permite plantear un problema que trataremos extensamente en el transcurso de este trabajo. Galileo formula en este documento por primera vez la ley de caída de los cuerpos. Además se refiere a ella como un accidente ya observado anteriormente. Resulta inmediato preguntarse: ¿cómo ha llegado a la ley? Se plantea así el problema del descubrimiento en todas sus ramificacio-

nes. ¿Cuál ha sido el procedimiento seguido por Galileo? ¿Ha sido la ley fruto de un razonamiento teórico o el descubrimiento ha sido fundamentalmente empírico? Aunque quizá la cuestión se plantee más correctamente si se evita hacerlo en forma de alternativa excluyente: o teórico o experimental. Quizá sea más razonable pensar en una coordinación de ambas instancias y, entonces, cabría preguntarse cuál de ellas ha tenido la primacía en el descubrimiento. Asimismo, el problema del descubrimiento se abordará mejor si se lo sitúa en el contexto del estudio del movimiento. Esto es, cualquier hipótesis que se adelante para reconstruir el proceso de descubrimiento ganará en verosimilitud si consigue relacionar la ley de caída con otros temas de la ciencia del movimiento. Se trataría así de mostrar la "necesidad" de Galileo para llegar a la ley.

No es éste el lugar para profundizar en este problema. Pero incluso desde su planteamiento será conveniente hacer una observación. Cuando se habla del "proceso de descubrimiento" no se quiere decir con ello que se intente reproducir el proceso mental de Galileo. Cualquier reconstrucción cuenta exclusivamente con la obra publicada y los manuscritos que se conservan. Precisamente por esto se mantiene en el plano de las hipótesis más o menos plausibles.

II.2. El f. 128

II.2.1. La demostración de la ley de caída

Hemos visto que en la carta a Sarpi Galileo formula la ley de caída y su consecuencia, la ley de los números impares, y afirma que ambas pueden derivarse a partir de un solo principio: la velocidad adquirida en cada punto de su trayectoria por un cuerpo en caída libre es proporcional a

CRAI UNIVERSITAT DE BARCELONA

la distancia recorrida. Este principio es, como sabemos, falso, ya que la velocidad de un cuerpo en caída libre aumenta no con el espacio recorrido sino con el tiempo transcurrido. Galileo se dará cuenta de su error pero no inmediatamente.

El f. 128 del volumen 72 de los Manuscritos Galileanos conservados en la Biblioteca Nacional de Florencia contiene la más antigua demostración de la ley de caída a partir del principio erróneo. El folio es autógrafo de Galileo. El documento ha sido considerado por S. Drake como perteneciente al mismo año que la carta a Sarpi. La datación se basa en la igualdad de las filigranas en los dos documentos, así como en la semejanza en redacción, contenido y grafía.[5]

Galileo comienza su demostración enunciando el principio que nos es conocido desde la carta a Sarpi:

> "Supongo (y quizá podré demostrarlo) que el grave que cae naturalmente va aumentando continuamente su velocidad según que aumenta la distancia al punto desde donde partió."[6]

En la carta a Sarpi este principio aparecía como natural y evidente; ahora Galileo proporciona una justificación empírica:

> "Este principio me parece muy natural y se corresponde con todas las experiencias [esperienze] que vemos en los instrumentos y máquinas que trabajan por percusión, donde el percusor hace tanto mayor efecto, cuanto desde mayor altura cae."[7]

Lo que Galileo está suponiendo es que el efecto del choque puede ser evaluado mediante la velocidad final del cuerpo

que golpea.[8] Ahora bien, la observación de las máquinas que operan mediante la percusión nos muestra que el choque es mayor cuanto mayor es la altura desde la que cae el cuerpo que golpea. Si el choque es mayor, también debe ser mayor la velocidad adquirida. Por tanto, es razonable pensar que la velocidad depende de la altura, y Galileo considera que esta dependencia es una proporcionalidad lineal.[9]

Una vez enunciado el principio y mostrado su acuerdo con la experiencia, Galileo comienza su argumentación. Consideremos un grave que cae libremente y representemos la trayectoria del movimiento con la línea ab (ver fig. 2) Se traza la línea ak que forma un ángulo cualquiera con af. Se trazan las paralelas cg, dh, ei, fk. Entonces los triángulos acg, adh, aei, afk son semejantes y se tiene que las líneas fk, ei, dh, cg están entre sí como las líneas fa, ea, da, ca. Por tanto, las líneas fk, ei, dh, cg pueden representar las velocidades adquiridas en los puntos f, e, d, c. Consideremos dos puntos en la trayectoria de caída, por ejemplo e y f. El principio afirmado por Galileo es:

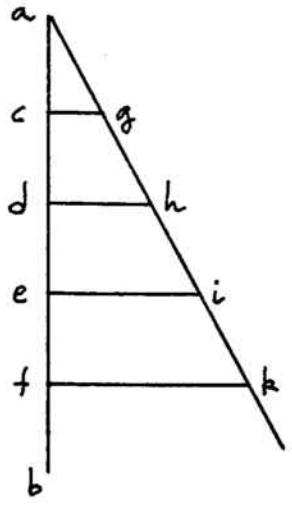


Figura 2

$$\frac{v_f}{v_e} = \frac{af}{ae}$$

pero se cumple que

$$\frac{af}{fk} = \frac{ae}{ei}$$

entonces

$$\frac{v_f}{v_e} = \frac{fk}{ei}$$

con lo que se tiene que fk y ei pueden representar las velocidades adquiridas en f y e.

Hasta ahora Galileo ha utilizado, como lo hizo en la carta a Sarpi, velocità y grado di velocità para referirse a la velocidad adquirida en un punto de la trayectoria. En el siguiente paso de la demostración introduce un nuevo concepto de velocidad: la velocidad con que un cuerpo atraviesa una línea:

> "Van, pues, creciendo continuamente los grados de velocidad en todos los puntos de la línea af según el incremento de las paralelas trazadas por todos estos puntos. Además, ya que la velocidad con que el móvil ha ido de a a d [la velocità con la quale il mobile è venuto da a in d] está compuesta [composta] de todos los grados de velocidad que ha tenido en todos los puntos de la línea ad, y la velocidad con que ha recorrido la línea ac [la velocità con che ha passata la linea ac] está compuesta de todos los grados de velocidad que ha tenido en todos los puntos de la línea ac, entonces la velocidad con que ha recorrido la línea ad respecto de la velocidad con que ha recorrido la línea ac tiene la misma proporción que tienen todas las paralelas trazadas por todos los puntos de la línea ad hasta la ah, respecto de todas las paralelas trazadas por todos los puntos de la línea ac hasta la ag; y esta proporción es la que tiene el triángulo adh respecto del triángulo acg, esto es el cuadrado de ad al cuadrado de ac. Por tanto,

> la velocidad con que se ha recorrido la línea $\underline{ad}$ a la velocidad con que se ha recorrido la línea $\underline{ac}$ tiene una proporción doble [doppia proporzione] de la que tiene $\underline{da}$ a $\underline{ca}$."[10]

Llamemos $v(\underline{ad})$ y $v(\underline{ac})$ a las velocidades con que el cuerpo que cae recorre las distancias $\underline{ad}$ y $\underline{ac}$ respectivamente. Galileo demuestra que:

$$\frac{v\ (\underline{ad})}{v\ (\underline{ac})} = \frac{\underline{ad}^2}{\underline{ac}^2} = \left(\frac{\underline{ad}}{\underline{ac}}\right)^2$$

Para ello considera que la velocidad con que un cuerpo recorre una línea está compuesta de todos los grados de velocidad que ha adquirido en todos los puntos de la línea. Como cada uno de estos grados de velocidad puede representarse por una paralela trazada por cada uno de los puntos de la línea, se tiene que la proporción entre dos velocidades es la misma que la proporción entre los dos conjuntos de paralelas trazadas por los puntos de las dos líneas. Y esta proporción es la misma que la de los triángulos que limitan a los dos conjuntos de paralelas. Entonces se tiene

$$\frac{v\ (\underline{ad})}{v\ (\underline{ac})} = \frac{\triangle\,\underline{adh}}{\triangle\,\underline{acg}}$$

Pero

$$\frac{\triangle\,\underline{adh}}{\triangle\,\underline{acg}} = \frac{\frac{1}{2}(\underline{ad}.\underline{dh})}{\frac{1}{2}(\underline{ac}.\underline{cg})} = \frac{\underline{ad}}{\underline{ac}} \cdot \frac{\underline{dh}}{\underline{cg}}$$

Los triángulos $\underline{adh}$ y $\underline{acg}$ son semejantes y, por tanto, puede escribirse que

$$\frac{\underline{ad}}{\underline{dh}} = \frac{\underline{ac}}{\underline{cg}}$$

luego

$$\frac{\underline{ad}}{\underline{ac}} = \frac{\underline{dh}}{\underline{cg}}$$

Resulta, pues, que

$$\frac{v\ (\underline{ad})}{v\ (\underline{ac})} = \frac{\underline{ad}^2}{\underline{ac}^2} = \left(\frac{\underline{ad}}{\underline{ac}}\right)^2$$

Un último paso va a permitir a Galileo obtener a partir de esta relación entre velocidades y distancias la relación entre espacios y tiempos que constituye la ley de caída:

> "Y ya que la velocidad respecto de la velocidad tiene una proporción contraria [contraria proporzione] de la que tiene el tiempo respecto del tiempo (porque es lo mismo crecer la velocidad que disminuir el tiempo), entonces el tiempo del movimiento por ad al tiempo del movimiento por ac tiene una proporción subdupla [subduplicata proporzione] de la que tiene la distancia ad a la distancia ac. Las distancias desde el principio del movimiento son, pues, como los cuadrados de los tiempos, y, dividiendo, los espacios recorridos en tiempos iguales son como los números impares ab unitate: lo cual responde a lo que siempre he dicho y observado con experiencias [esperienze]; y, de este modo, todas las verdades se corresponden."[11]

Concluye así la demostración de la ley de caída. Mediante la contraria proporzione entre velocidad y tiempo Galileo ha pasado de

$$\frac{v\ (\underline{ad})}{v\ (\underline{ac})} = \frac{\underline{ad}^2}{\underline{ac}^2} = \left(\frac{\underline{ad}}{\underline{ac}}\right)^2$$

a

$$\frac{t\ (\underline{ad})}{t\ (\underline{ac})} = \sqrt{\frac{\underline{ad}}{\underline{ac}}}$$ (proporción subdupla entre tiempos y espacios)

Y, por tanto,

$$\frac{\underline{ad}}{\underline{ac}} = \frac{t^2(\underline{ad})}{t^2(\underline{ac})}$$

que es una expresión de la ley de caída de los cuerpos: los espacios recorridos desde el reposo por un cuerpo que cae libremente son proporcionales a los cuadrados de los tiempos transcurridos. A partir de este resultado y considerando intervalos iguales de tiempo es inmediato obtener la ley de los números impares: un cuerpo que cae libremente recorre en intervalos iguales de tiempo espacios proporcionales a los números impares a partir de la unidad.

II.2.2. Problemas de la demostración del f. 128

II.2.2.1. La velocità con che ha passata la linea

La demostración de la ley de caída contenida en el f. 128 ha sido objeto de numerosos estudios. Además de poner de relieve la incorrección del principio que Galileo utiliza como supuesto fundamental en su demostración, es decir, que en el movimiento de caída libre la velocidad aumenta proporcionalmente a la distancia recorrida desde el reposo, la atención de los estudiosos se ha centrado fundamentalmente en dos puntos particularmente problemáticos. El pri-

mero de ellos se relaciona con uno de los dos conceptos de velocidad que Galileo introduce en su demostración: la velocità con che ha passata la linea.

En el f. 128 Galileo utiliza dos conceptos de velocidad. El primero de ellos, designado por la expresión grado di velocità, puede definirse como la velocidad adquirida por el cuerpo que cae en un punto de la trayectoria. Si consideramos un cuerpo que cae siguiendo la línea ab (ver fig. 3), los grados de velocidad que va adquiriendo en cada punto pueden representarse por líneas paralelas trazadas por dichos puntos. Así, el grado de velocidad en el punto c se representa por el segmento cg, el grado de velocidad en el punto d por el segmento dh, etc. Pero además Galileo introduce un segundo concepto de velocidad. Consideremos dos porciones de la trayectoria: ad y ac. Galileo nos habla de velocità con che ha passata la linea ad y velocità con che ha passata la linea ac, que están compuestas de todos los grados de velocidad que el cuerpo ha tenido en todos los puntos de las líneas ad y ac respectivamente. El grado di velocità está relacionado con la velocidad adquirida en un punto de la trayectoria. Sin embargo, la interpretación de la velocità con che ha passata la linea dista de ser tan clara. Este concepto parece estar relacionado con una consideración global del movimiento a lo largo de una parte de la trayectoria. Pero el hecho de que Galileo no haga explícita su idea de composición de todos los grados de velocidad para dar lugar a la velocidad global hace que este concepto permanezca inevitablemente oscuro.

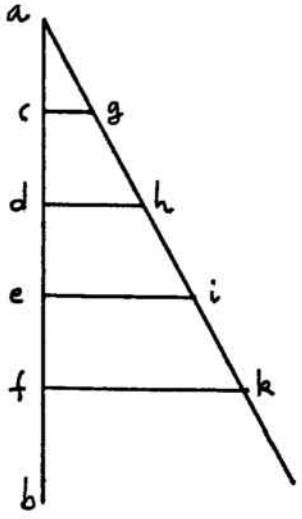


Figura 3

La velocità con che ha passata la linea ad está compuesta de todos los grados de velocidad que el cuerpo ha tenido en todos los puntos de ad y estos grados se representan mediante todas las líneas paralelas trazadas por todos los puntos de ad. Lo mismo se cumple para la velocità con che ha passata la linea ac. Entonces la razón de ambas velocidades es igual a la razón de los dos conjuntos de paralelas. Pero la razón de los dos conjuntos de paralelas es igual a la razón de las áreas de los dos triángulos adh y acg. Por tanto, la razón de las velocidades es igual a la razón de las áreas y, por consiguiente, igual a la razón de los cuadrados de ad y ac.

Así pues, la velocità con che ha passata la linea ad resulta representada por el área del triángulo adh y la velocità con che ha passata la linea ac es representada, análogamente, por el área del triángulo acg. Esta atribución de significado físico a las áreas de los triángulos adh y acg es precisamente lo que ha sido considerado erróneo por los estudiosos del tema. Al respecto Duhem escribía: "par cette proposition vague: 'La vitesse [moyenne] avec laquelle le mobile a parcouru la ligne ad est composée des vitesses prises en tous les points de ad' il a été conduit à regarder cette vitesse moyenne comme mesurée par l'aire du triangle adh; c'est ce qui lui a permis de dire que le rapport des deux vitesses moyennes avec lesquelles le mobile a franchi successivement les distances ac, ad était égal au rapport des aires des deux triangles acg, adh".[12] Para Duhem el error consiste en considerar el área como medida de la velocidad con que el cuerpo ha recorrido la línea ad. Esto sería aceptable si se considerase un movimiento acelerado respecto del teimpo. Entonces la línea ab representaría el tiempo del movimiento y las áreas de los triángulos tendrían un significado claro: los espacios recorridos en los intervalos de tiempo correspondientes. Pero, al estarse considerando un movimiento acelerado respecto del espacio, el área de los

triángulos queda desprovista de significado físico. El análisis de Duhem es aceptable pero no se ve en qué se basa para interpretar la velocità con che ha passata la linea ad como la velocidad media con que el móvil ha recorrido la distancia ad. ¿Se está refiriendo al concepto moderno de velocidad media o bien de lo que se trata es del grado medio tan utilizado por la tradición oxoniense-parisina? Sin embargo, la idea de composición de grados de velocidad para dar lugar a la velocidad global excluye ambas alternativas.

También Koyré ha analizado este punto problemático de la demostración del f. 128. En Estudios Galileanos escribía: "es cierto que la velocidad total del móvil es la suma de las velocidades (instantáneas) que adquiere en todos los puntos de su recorrido, como es asimismo la suma de las velocidades que adquiere en todos los instantes de su movimiento. Pero estas 'sumas' no son iguales: el incremento constante y uniforme con relación al tiempo no lo será con respecto al espacio y a la inversa, y en especial las 'sumas' de las velocidades que se incrementan en función lineal del espacio recorrido no podrán ser representadas por triángulos. Esta representación no es válida más que para un incremento uniforme con relación al tiempo."[13] Dos puntos resultan particularmente interesantes en este análisis. En primer lugar, la interpetación de la composición de grados de velocidad como una suma. En segundo lugar, la interpretación de la velocità con che ha passata la linea como velocidad total. No queda muy claro a qué se refiere Koyré al hablar de "velocidad total". Este concepto, que no tiene ningún equivalente desde el punto de vista moderno, puede estar relacionado con el de "cantidad de una cualidad" utilizado por los filósofos de Oxford y París en el siglo XIV.

Para estudiar los procesos de crecimiento y decrecimiento de una cualidad, Oresme utilizaba una representación geométrica bidimensional. Supongamos que la cualidad es una

velocidad. Entonces una línea representa la "extensión" de la cualidad, es decir, el tiempo en que se desarrolla el movimiento, y mediante líneas perpendiculares a ella se representan las intensidades de la velocidad en cada instante de tiempo. Si el modo de crecimiento es uniformemente disforme, esto es, se trata de un movimiento uniformemente acelerado, y consideramos que parte del reposo, la representación gráfica correspondiente es un triángulo rectángulo.

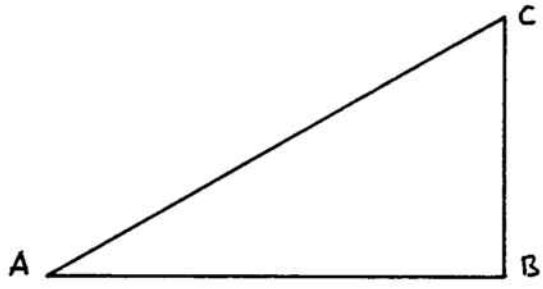


Figura 4

La línea AB representa el intervalo de tiempo en que tiene lugar el movimiento y la línea BC representa el grado de velocidad más intenso alcanzado. Entonces la "cantidad de velocidad" se representa mediante el área del triángulo y equivale al espacio recorrido. Pero esto ocurre cuando, como hace Oresme, se considera un movimiento uniformemente acelerado respecto del tiempo. En el caso de Galileo, que está considerando un movimiento uniformemente acelerado respecto del espacio, el área del triángulo está desprovista de significado físico. No representa el espacio recorrido pero tampoco puede representar una velocidad como cree Galileo.

La idea de relacionar la velocità con che ha passata la linea con el concepto de "cantidad de velocidad" utilizado en la tradición medieval ha sido subrayada por Wisan: "Galileo developed a concept of total velocity similar to that of the medievals. He did not use the medieval term velocitatis totalis, but spoke instead of 'all the velocities'

at all the points of a line. He supposed these velocities could be represented by parallels drawn from a line representing the distance of fall and that the sum of these velocities could be represented by an area made up in some way by these parallels. Galileo further supposed that the rules for local motion could be applied to the total velocity as though this were, as he puts it in one fragment [el f. 128], the speed with which the line is traversed. In fact, when set up as an area under a curve with time and velocity the coordinates, the total velocity represents distance traversed, not velocity."[14] Este oscuro concepto de velocidad será utilizado también por Galileo en su demostración de la regla de la velocidad doble como veremos en el capítulo III de este trabajo.

II.2.2.2. La contraria proporzione entre velocidad y tiempo

El segundo paso clave de la demostración del f. 128 tiene lugar cuando Galileo, una vez obtenida la relación entre velocidades y distancias, deriva a partir de ella la relación entre espacios y tiempos que constituye la ley de caída. Galileo ha demostrado:

$$\frac{v\,(\underline{ad})}{v\,(\underline{ac})} = \left(\frac{\underline{ad}}{\underline{ac}}\right)^2$$

ahora razona que:

"Y ya que la velocidad respecto de la velocidad tiene una proporción contraria [contraria proporzione] de la que tiene el tiempo respecto del tiempo (porque es lo mismo crecer la velocidad que disminuir el

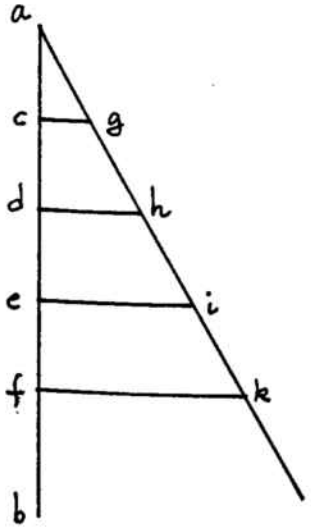


Figura 5

> tiempo), entonces el tiempo del movimiento por ad al tiempo del movimiento por ac tiene una proporción subdupla [subduplicata proporzione] de la que tiene la distancia ad a la distancia ac."

Esto es, dado que la velocidad (velocità con che ha passata la linea) y el tiempo están en contraria proporzione debe cumplirse que si

$$\frac{v(\underline{ad})}{v(\underline{ac})} = \left(\frac{\underline{ad}}{\underline{ac}}\right)^2 \qquad (1)$$

entonces

$$\frac{t(\underline{ad})}{t(\underline{ac})} = \sqrt{\frac{\underline{ad}}{\underline{ac}}} \qquad (2)$$

donde t(ad) y t(ac) son los tiempos empleados para recorrer distancias ad y ac. Comparado con el extenso y pormenorizado razonamiento que Galileo ha desarrollado para establecer la relación entre velocidades y distancias, el que envuelve la contraria proporzione entre velocidad y tiempo aparece inesperadamente condensado y oscuro. Este razonamiento ha sido considerado erróneo por la mayoría de los autores, con excepción de Stillman Drake.

Comentando el razonamiento de Galileo, Koyré escribía: "Sin duda es cierto que las relaciones entre las velocidades son inversas a las de los tiempos; a condición de que la base de comparación, es decir, el espacio recorrido, sea el mismo, y no, como en nuestro caso, diferente."[15] Como se desprende de su observación Koyré está interpretando contraria proporzione en el sentido de "proporción inversa". Entonces, al considerar que entre velocidades y tiempos hay una proporcionalidad inversa, Galileo ha cometido el error

de pasar por alto que las distancias que intervienen, ad y ac, son distintas. Galileo ha empleado una proposición que es válida únicamente para el movimiento uniforme. Esta proposición aparecerá como Proposición III de De motu aequabili, el libro I de De motu locali, tratado sobre el movimiento contenido en las Jornadas Tercera y Cuarta de los Discorsi. La proposición afirma que: "Los tiempos de dos móviles que recorren un mismo espacio con velocidades desiguales están en razón inversa con las velocidades."[16] Así pues, según Koyré, el error que ha cometido Galileo es estrictamente conceptual.

En contra del análisis de Koyré se ha pronunciado A. R. Hall. Respecto de la observación citada Hall escribe: "This comment does not quite seem to meet the case: the point is that Galileo does not make time the inverse (reciprocal) of velocity - $\sqrt{a}$ is not the inverse of a^2."[17] Volvamos a la demostración de Galileo. Invocando la contraria proporzione entre velocidades y tiempos se pasa de (1) a (2). Si, como pretende Koyré, Galileo hubiera tomado la inversa de la razón de velocidades, entonces habría llegado a

$$\frac{t(\underline{ad})}{t(\underline{ac})} = \left(\frac{\underline{ac}}{\underline{ad}}\right)^2$$

y, por tanto, no habría obtenido la ley de caída. Pero Galileo ha llegado a (2) y $\sqrt{\frac{ad}{ac}}$ no es el inverso de $\left(\frac{ad}{ac}\right)^2$. El error de Galileo sería matemático. En términos modernos podría decirse que ha confundido el inverso de una función con la función inversa. Si se tiene la función $y=x^2$, la función inversa es $y=\sqrt{x}$; pero el inverso de a^2 es $(\frac{1}{a})^2$. Utilizando el lenguaje de Galileo se puede decir que el error ocurre cuando se considera que si las velocidades están en proporción doble de las distancias (es decir, las velocidades son proporcionales a los cuadrados de las distancias), entonces, dado que velocidades y tiempos están en proporción

inversa, debe cumplirse que los tiempos están en proporción subdupla de las distancias (es decir, los tiempos son proporcionales a las raíces cuadradas de las distancias). Galileo ha tomado, erróneamente, como inversa de la proporción doble la proporción subdupla.

El análisis de Hall permite comprender cómo Galileo ha podido llegar a una expresión tal como (2). Sin embargo, una interpetación del argumento de Galileo que considere el error cometido como puramente matemático no puede resolver totalmente el problema, porque no explica en qué razonamiento se basa la afirmación de que entre velocidad y tiempo hay una contraria proporzione. Este razonamiento debe desprenderse de la física del problema que se está considerando: el movimiento de caída libre. Entonces, una reconstrucción del argumento de Galileo en este paso clave de su demostración de la ley de caída supone: i) explicar el razonamiento físico que le lleva a afirmar una proporción contraria entre velocidad y tiempo y ii) analizar la traducción matemática de este razonamiento físico.

S. Drake ha tratado el problema planteado por la contraria proporzione al analizar la demostración del f.128. En su análisis Drake parte de la base de que Galileo ya conocía la ley de caída y la ley de los números impares antes de que se propusiera demostrarlas.[18] De acuerdo con esto Galileo sabía que en intervalos iguales de tiempo el cuerpo recorre espacios que están entre sí como los números 1, 3, 5, 7,... Los tiempos contados desde el reposo están como los números 1, 2, 3, 4,... y las distancias medidas desde el principio del movimiento como 1, 4, 9, 16,... Según el principio supuesto al comienzo de la demostración, es decir, la velocidad del cuerpo que cae aumenta proporcionalmente al espacio recorrido, se tiene que las velocidades adquiridas en los puntos de la línea de caída separados del reposo por distancias proporcionales a 1, 4, 9, 16,... son también

proporcionales a estos números. Drake considera que "Galileo's 'contrary proportion' was not an isolated ratio of any kind, but one chosen to illustrate the linkage of two sets of numbers having a certain kind of contrariety to which he wished to direct attention."[19] Galileo ha demostrado que las velocidades con que se recorren distancias desde el reposo son como los cuadrados de estas distancias. Entonces, con contraria proporzione Galileo pretende señalar la relación existente entre velocidades y teimpos a través de las distancias. Las velocidades son como los cuadrados de las distancias desde el reposo; los tiempos como las raíces cuadradas de estas distancias.

Hay una frase particularmente conflictiva en el argumento de Galileo. Después de asegurar que existe una contraria proporzione entre velocidad y tiempo, Galileo, en lo que parece ser una justificación de su afirmación, indica: "porque es lo mismo crecer la velocidad que disminuir el tiempo". La utilización del término "disminuir" (sciemare) acentúa la impresión de que Galileo está confundiendo movimiento acelerado y movimiento uniforme. Pero, según Drake, en realidad Galileo no se está refiriendo a velocidad y tiempo literalmente, sino a crecimiento de la velocidad en comparación con el crecimiento del tiempo. Entonces: "It is the same, he [Galileo] sees, for the growth of speed to carry the body over ever-increasing distances, as for ever-decreasing times to elapse during the body's passage over those distances."[20] Esto es, si se considera una razón formada por dos distancias cualesquiera contadas desde el reposo se tiene que la razón correspondiente de velocidades es mayor, mientras que la razón de tiempos es menor. Este sería el razonamiento que ha llevado a Galileo a afirmar que existe una contraria proporzione entre velocidades y tiempos.

Ahora bien, la proporción contraria no puede ser

una proporción inversa porque se llegaría a un resultado contradictorio. Supongamos distancias desde el reposo en la razón 1:2. Entonces, las velocidades con que se han recorrido estas distancias están en la razón 1:4. Si se considera que los tiempos necesarios para recorrer las distancias son inversamente proporcionales a las velocidades, se tendrá que deben estar en la razón 4:1 y entonces resulta que se requiere un tiempo mayor para recorrer una distancia menor. Pero la contrariedad tampoco puede ser entre una razón y su cuadrado. Esto es, si, como se ha demostrado, las velocidades son como los cuadrados de las distancias, no se pueden poner los tiempos proporcionales a las distancias, ya que entonces se tendría la proporcionalidad que se cumple en un movimiento uniforme y lo que se está considerando es un movimiento acelerado. Entonces, la única alternativa libre de contradicción es afirmar que las velocidades son como los cuadrados de las distancias y los tiempos son como las raíces cuadradas de las distancias. La contrariedad sería, pues, entre cuadrados y raíces cuadradas.

Como puede observarse, la base de la interpretación de Drake del argumento de Galileo está en su rechazo de la lectura de contraria proporzione como "proporción inversa". Pero entonces, si pueden encontrarse en las obras de Galileo ocurrencias de contraria proporzione con el sentido inequívoco de "proporción inversa" la interpretación de Drake se verá fuertemente debilitada. Y esto es precisamente lo que ocurre. En un pasaje de Le Mecaniche, pequeño tratado dedicado al estudio de las máquinas simples cuya redacción definitiva puede situarse en 1598-1600, Galileo se propone demostrar que "pesos desiguales suspendidos a distancias desiguales pesarán igualmente, siempre que dichas distancias tengan una contraria proporzione de la que tienen los pesos".[21] Se trata de la ley de la balanza: el equilibrio se mantiene cuando se cuelgan pesos distintos a distancias del fulcro que son inversamente proporcionales a los pesos. Galileo

está utilizando claramente contraria proporzione para indicar una proporcionalidad inversa. A la vista de esto es difícil comprender en qué se basa Drake para afirmar que no ha encontrado las palabras contraria proporzione antes de 1604. [22]

Más recientemente se ha ocupado del problema planteado por la contraria proporzione P. Galuzzi en su obra Momento. Aceptando que con su expresión Galileo se refiere a una proporcionalidad inversa, Galuzzi proporciona una reconstrucción del razonamiento que habría empleado Galileo. Consideremos dos intervalos iguales de espacio en la trayectoria ab. Si estos intervalos son suficientemente pequeños podrán considerarse uniformes las velocidades con las que se recorren. Entonces puede afirmarse que las velocidades son inversamente proporcionales a los tiempos necesarios para recorrer dichos intervalos. El error de Galileo habría sido considerar que este razonamiento se mantiene para velocidades totales (es decir, las velocidades con las que se recorren distancias desde el reposo) y tiempos totales (tiempos transcurridos desde el reposo. El error se habría visto favorecido por la representación geométrica utilizada. En el diagrama están representadas las velocidades adquiridas, las velocidades totales y la trayectoria de caída pero no el tiempo. [23]

Para poder hacer un balance de las distintas interpretaciones reseñadas del argumento de Galileo será conveniente esquematizarlo. Consideremos dos distancias s_1 y s_2 medidas desde el reposo. Sean $\underline{v}_1$ y $\underline{v}_2$ las velocidades totales con que son atravesadas estas distancias y $\underline{t}_1$ y $\underline{t}_2$ los tiempos contados desde el principio del movimiento que son necesarios para recorrerlas. Entonces se tiene:

$$(1) \qquad \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{s_1}{s_2}\right)^2$$

(2) velocidad y tiempo están en contraria proporzione

(3) Entonces $\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{s_1}{s_2}}$

(1) y (2) actúan como premisas para deducir (3). Todas las interpretaciones, con la excepción de la propuesta por Drake, aceptan, explícita o implícitamente, que con contraria proporzione Galileo pretende referirse a una proporcionalidad inversa. Pero la interpretación de Drake debe rechazarse, pues no está de acuerdo con la utilización que Galileo hace de su conflictiva expresión en otros textos. Aceptando, pues, que contraria proporzione significa "proporción inversa", lo que debe concluirse es que Galileo ha cometido un doble error. No es cierto que entre velocidades totales y tiempos haya una proporcionalidad inversa y en este sentido el error es conceptual, pero también hay un error matemático: el inverso del cuadrado de una razón no es la raíz cuadrada. Sólo aceptando un doble error puede reconstruirse globalmente el argumento.

II.3. ¿Cómo se ha descubierto la ley de caída?

Hemos visto en la sección anterior la demostración de la ley de caída y la ley de los números impares contenida en el f. 128. Este documento junto con la carta a Sarpi, relacionada estrechamente con él, proporciona indicios que autorizan a pensar que Galileo conocía ya antes de 1604 ambos resultados. La demostración no reproduce el proceso de descubrimiento y se plantea, por tanto, la cuestión de cómo ha llegado Galileo a la ley. En esta sección nos ocuparemos precisamente de este problema sin prejuicio de volver posteriormente sobre él. Aquí plantearemos las hipótesis avanzadas por W. C. Humphreys y S. Drake, aunque hay que hacer no-

tar en lo que respecta a éste último que sólo trataremos su primera propuesta sobre el tema, ya que, como tendremos ocasión de ver en detalle, el estudioso americano ha ido cambiando sucesivamente de opinión.

Una fuente particularmente relevante que nos proporcione indicios del trabajo de Galileo anterior a 1604 es una carta de 29 de novimebre de 1602 dirigida a Guidobaldo del Monte. En ella Galileo afirma haber demostrado dos proposiciones. En primer lugar tenemos:

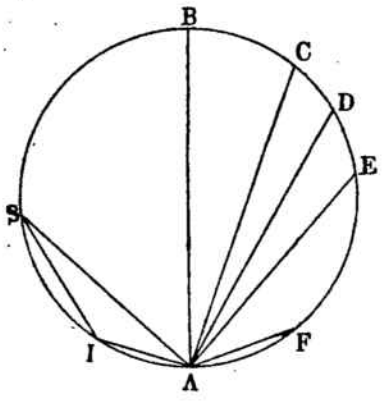


Figura 6

"Sea BA el diámetro del círculo BDA levantado desde la horizontal, y sean trazadas líneas utcumque AF, AE, AD, AC desde el punto A hasta la circunferencia: demuestro que móviles iguales caen en tiempos iguales por la perpendicular BA y por planos inclinados según las líneas CA, DA, EA, FA; de modo que, partiendo en el mismo momento de los puntos B, C, D, E, F llegarán en el mismo momento al punto A, siendo la línea FA tan pequeña como se quiera." [24]

Se trata de un resultado que aparecerá más tarde en los Discorsi como Teorema VI (ley de las cuerdas) tal movimiento acelerado[25] con un enunciado más general: no sólo se consideran las cuerdas trazadas hasta el punto más bajo del círculo, también se afirma que un móvil requerirá el mismo tiempo para recorrer todas las cuerdas trazadas desde el punto más alto del círculo. De este teorema se ofrecerán hasta tres demostraciones alternativas, de las cuales una se basa en consideraciones dinámicas que utilizan resultados

demostrados por Galileo en Le Mecaniche. Pero en la carta a Guidobaldo, Galileo afirma haber demostrado también que:

> "siendo la línea SA no mayor que la cuerda de un cuadrante, y las líneas SI, IA utcumque, el mismo móvil recorre el camino SIA, partiendo de S más rápidamente que sólo el camino IA partiendo de I."[26]

Esta proposición constituirá el Teorema XXII de la Jornada Tercera de los Discorsi.

En su reconstrucción Humphreys parte de estas dos proposiciones afirmadas en la carta a Guidobaldo. En las demostraciones de ambas contenidas en los Discorsi es esencial la utilización, con la excepción de la prueba mecánica de la ley de las cuerdas, del corolario de la media proporcional (Corolario II de la Proposición II del movimiento acelerado). Este resultado afirma que si se consideran dos espacios contados desde el reposo recorridos por un cuerpo en caída libre, los tiempos necesarios para recorrerlos están entre sí como uno de los dos espacios a la media proporcional entre ambos. Su prueba se realiza utilizando la ley de caída. Entonces, si se da crédito a la afirmación de Galileo de que es capaz de probar las proposicones anunciadas a Guidobaldo, parece necesario concluir que en 1602 tiene i) la ley de caída, o ii) el corolario de la media proporcional, o iii) algunas proposiciones más o menos evidentes a partir de las que poder llegar al corolario. Pero "Galileo would hardly have proclamed that he had got a proof if the argument rested on such 'un-self-evident' principles as the law of squares [la ley de caída] or the mean proportional corollary".[27] Por tanto, parece razonable concluir que Galileo tenía en 1602 una derivación del corolario de la media proporcional a partir de proposiciones casi evidentes. Si pueden identificarse estas proposiciones se habría dado una respuesta plausible al problema del descubrimiento de la ley

de caída ya que ésta se deduce inmediatamente del corolario de la media proporcional.

Cuando Galileo estudia en De motu el plano inclinado parte del siguiente principio: la fuerza con que un cuerpo desciende es igual a la necesaria para elevarlo hasta su punto de partida. Una consecuencia de este principio es la proposición, que llamaremos A, que afirma que: "The velocities of a body falling freely and a body rolling down an inclined plane are equal at equal altitudes."[28] Se trata de la proposición que aparece como Postulado en la Tercera Jornada de los Discorsi. El razonamiento que habría podido conducir a Galileo a esta proposición sería el siguiente. Dado que los cuerpos no ofrecen resistencia al movimiento horizontal, la fuerza con que un cuerpo desciende tiene que actuar en la dirección vertical. Entonces, aceptando que las fuerzas producen velocidades proporcionales a ellas, resulta que tienen que alcanzarse iguales velocidades después de un descenso vertical igual.[29]

Utilizando la ley de las cuerdas enunciada en la carta a Guidobaldo, puede llegarse a otra proposición, que llamaremos B, que junto con la proposición A permite derivar el corolario de la media proporcional. La proposición B afirma que "in equal times, a body which would fall freely through the entire altitude of a plane will move down the plane to the point where a perpendicular can be passed from the right angle formed by the horizontal and vertical".[30] Consideremos el plano inclinado ABC (ver fig. 7). Se trata de demostrar que el tiempo necesario para recorrer en caída libre el espacio AC es el mismo que emplea el mismo móvil para desplazarse por el plano inclinado la distancia AD. Como el triángulo ADC es rectángulo puede inscribirse en un se-

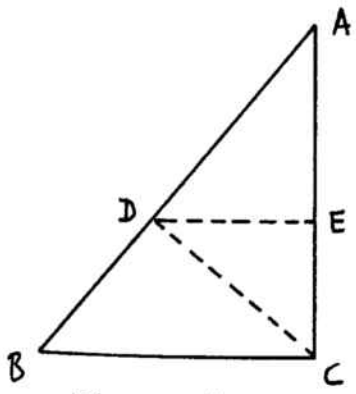


Figura 7

micírculo de diámetro AC. Entonces el tiempo necesario para recorrer AD es igual al tiempo necesario para recorrer AC por la ley de las cuerdas.

A partir de las proposiciones A y B puede deducirse el corolario de la media proporcional. Consideremos de nuevo el plano inclinado ABC. Queremos probar que

$$\frac{t(AC)}{t(AE)} = \frac{AC}{AD}$$

donde AD es la media proporcional entre AC y AE. La prueba es la siguiente.[31]

(1) Por la proposición A, la velocidad por AD es igual a la velocidad por AE.

(2) Entonces, aplicando la definición de velocidad uniforme se tiene que

$$\frac{t(AD)}{t(AE)} = \frac{AD}{AE}$$

(3) Pero por la proposición B se tiene que

$$t(AC) = t(AD)$$

(4) Luego

$$\frac{t(AC)}{t(AE)} = \frac{AD}{AE}$$

(5) Pero

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE}$$

ya que AD es la media proporcional entre AC y AE.

(6) Entonces

$$\frac{t(AC)}{t\ (AE)} = \frac{AC}{AD}$$

La parte más importante de la prueba es la que permite establecer que $\frac{t\ (AD)}{t\ (AE)} = \frac{AD}{AE}$. Humphreys aclara que esta parte es una versión abreviada de la demostración del Teorema III del movimiento acelerado. Este teorema afirma que el tiempo necesario para recorrer un plano inclinado es al tiempo necesario para correr la altura del plano como dicha altura es a la longitud del plano.[32] La demostración se lleva a cabo considerando los puntos en la inclinada y la vertical del plano que están a la misma altura. Por el Postulado se tiene que en estos puntos el grado de velocidad adquirido por el cuerpo que desciende por el plano es el mismo que el adquirido al caer por la vertical del plano. Entonces se tienen dos espacios, la longitud y la altura del plano inclinado, recorridos con los mismos grados de velocidad por lo que, aplicando el Teorema I del movimiento uniforme[33], queda demostrado el teorema.

A partir del corolario de la media proporcional se obtiene inmediatamente la ley de caída:

(1) $$\frac{t(AC)}{t(AE)} = \frac{AC}{AD}$$

(2) $$\frac{AC}{AE} = \frac{AC^2}{AD^2} \quad \text{ya que} \quad \frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE}$$

(3) $$\frac{t^2(AC)}{t^2(AE)} = \frac{AC}{AE}$$

De esta forma Humphreys ha proporcionado una reconstrucción del proceso de descubrimiento de la ley de caída. A partir del principio dinámico afirmado en De motu y también en Le Mecaniche: la fuerza con que un cuerpo desciende es igual a la necesaria para elevarlo hasta su punto de partida, pueden obtenerse las proposiciones A y B. Entonces utilizando estas proposiciones puede derivarse el corolario de la media proporcional que lleva inmediatamente a la ley de caída. Esta reconstrucción tiene una importante característica: el descubrimiento de la ley ha sido puramente teórico. En ningún momento del proceso ha sido necesario recurrir a la experimentación. De hecho Humphreys reconoce que la principal alternativa a su reconstrucción sería considerar el descubrimiento de la ley como observacional.[34] Su argumento para rechazar esta alternativa se basa en las consideraciones que al respecto hace Hall en un trabajo anterior. Hall observa que parece increíble pensar que Galileo obtuvo la ley considerando varios valores de espacios y tiempos y viendo que la relación matemática a la que mejor se ajustaban era de la forma $s \alpha t^2$.[35]

La reconstrucción propuesta por Humphreys ha sido ignorada, inexplicablemente, por la mayoría de los estudiosos del tema. Sin embargo, W. L. Wisan se ha referido críticamente a ella en su estudio del De motu locali. El argumento principal que esgrime la investigadora americana se relaciona con la demostración del corolario de la media proporcional. Para Wisan esta demostración no se basa, como pretende Humphreys, en la proposición A sino en el Teorema III del movimiento acelerado. Pero este teorema sería posterior a la ley de caída y, por consiguiente, la reconstrucción debe ser rechazada.[36] La crítica de Wisan está justificada, si se acepta su cronología para el Teorema III, y hay que hacer notar que en este punto esta cronología no ha sido puesta en duda. Sin embargo, hay que precisar que el punto conflictivo de la demostración propuesta por Humphreys no es

CRAI UNIVERSITAT DE BARCELONA

tanto la utilización del Teorema III como el empleo de un método de razonamiento que aparece en una prueba de este teorema que es posterior a la ley de caída. En la primera parte de la demostración del corolario, aplicando la proposición A se tiene que "speed (terminal or average) on AD is equal to the speed on AE"[37]. Pero la proposición A no se refiere a velocidades medias, sólo autoriza a afirmar que en puntos del plano inclinado y la vertical que estén a la misma altura la velocidad adquirida será la misma. Entonces, para poder establecer que $\frac{t\,(AD)}{t\,(AE)} = \frac{AD}{AE}$ hay que considerar las velocidades adquiridas en todos los puntos del plano y de la vertical que están a la misma altura. Y este tipo de razonamiento que utiliza una correspondencia entre velocidades adquiridas en dos movimientos es posterior a la ley de caída. La única alternativa sería pensar que Galileo ha razonado en términos de velocidades medias. Si éste fuera el caso se tendría que por la proposición A la velocidad adquirida en D por el movimiento de descenso por el plano inclinado sería igual a la velocidad adquirida en E por el movimiento de caída. Entonces, las velocidades medias de ambos movimientos serían las mismas y se podría afirmar que $\frac{t\,(AD)}{t\,(AE)} = \frac{AD}{AE}$. Pero no hay ninguna evidencia que permite asegurar que Galileo poseía un concepto tan claro de velocidad media en esta época. De hecho en la carta a Sarpi y en el f. 128 sólo habla de grado di velocità y de velocità con che ha passata la linea.

Wisan observa además que aunque Humphreys ha proporcionado un proceso de derivación de la ley de caída no indica por qué Galileo habría llevado a cabo esta derivación.[38] La consideración de Wisan no carece de interés. Una reconstrucción de un proceso de descubrimiento no puede limitarse a tener en cuenta una serie de resultados y conectarlos lógicamente. Será necesario mostrar cuál es la problemática que verosímilmente pudo llevar al descubrimiento. En el caso de la ley de la caída una reconstrucción ganará en plau-

sibilidad si puede señalarse la línea de investigación que impulsó a Galileo a la búsqueda de una relación entre espacios y tiempos.

Puede hacerse una observación más respecto de la reconstrucción propuesta por Humphreys. Parece excesivamente tajante la antítesis planteada entre descubrimiento teórico y descubrimiento observacional. Si por "descubrimiento observacional" se entiende la descripción que hace Hall, entonces hay que convenir que resulta difícil imaginar a Galileo midiendo "a ciegas" espacios y tiempos para ver mediante qué ley matemática se relacionan. Pero no parece tan inverosímil pensar que el plano inclinado pueda haber servido para algo más que como instrumento teórico de reflexión. Galileo mantiene en De motu que tanto el movimiento de caída como el de descenso por un plano inclinado se realizan a velocidad uniforme. Sin embargo, no se precisa una observación muy cuidadosa para comprobar que en ambos movimientos la velocidad va aumentando y, Galileo, consciente de ello, adopta la teoría de la "fuerza impresa" para poder explicar este crecimiento de la velocidad. Entonces no puede descartarse que haya utilizado el plano inclinado para estudiar más cuidadosamente el fenómeno de la aceleración.[39]

Estas consideraciones pueden servir como punto de partida para la exposición de la hipótesis de Drake sobre el proceso de descubrimiento de la ley de caída. Drake considera dos caminos posibles que pudieron llevar a Galileo al conocimiento de la ley de los números impares. El primero es observacional y se relaciona con el problema mencionado que plantea la aceleración a la primera teoría del movimiento de Galileo. Considerando el movimiento natural como uniforme Galileo había llegado en De Motu a establecer una relación entre las velocidades de descenso por un plano inclinado y en caída libre por la vertical del plano: la razón de estas velocidades es igual a la razón de la altura del plano a su longitud. Intentos de verificar esta regla así como sus observaciones del péndulo y consideraciones del mo-

vimiento sobre superficies curvas le habrían ido forzando a estudiar más atentamente la aceleración que habría ido convirtiéndose cada vez más en la característica distintiva del movimiento natural. Según Drake[40], es precisamente en este momento cuando Galileo habría utilizado el plano inclinado. Galileo habría hecho rodar una bola pesada por un largo plano de pequeña inclinación, midiendo los espacios recorridos en intervalos sucesivos de tiempo. El control del tiempo se habría hecho utilizando los latidos del pulso. Considerando el primer espacio medido como una base, Galileo habría podido llegar a la conclusión de que los espacios recorridos en intervalos de tiempo iguales son como los números 1, 3, 5, 7,... lo que sugeriría inmediatamente una ley como $s \propto t^2$ para espacios y tiempos contados desde el reposo.

El otro camino sugerido por Drake utiliza solamente el razonamiento. Si el movimiento es uniformemente acelerado el crecimiento del espacio recorrido en intervalos sucesivos de tiempo debe ser constante. Entonces, los espacios recorridos deben formar una progresión aritmética. Ahora bien, dado que la unidad de tiempo es arbitraria, los términos de la progresión aritmética deben cumplir que la razón de los dos primeros términos sea la misma que la razón entre su suma y la suma de los dos segundos términos, y asimismo, igual a la razón entre la suma de los primeros tres términos y los segundos tres términos, y así sucesivamente. Únicamente la serie de los números impares cumple esta condición junto con la de crecimiento uniforme.[41] Para hacer más claro este razonamiento consideremos una serie alternativa, la de los números naturales 1, 2, 3, 4,... Según esta progresión el espacio recorrido en la segunda unidad de tiempo es doble del recorrido en la primera; el recorrido en la tercera unidad triple y así sucesivamente. Si doblamos la unidad de tiempo tendremos que los espacios recorridos en los intervalos de tiempo sucesivos son como 3, 7, 11, 15,.... Aunque esta serie cumple la condición de crecimiento uniforme ya

no satisface el requisito de mantener constante la proporción de los espacios recorridos. No se cumple ya que el espacio atravesado en la segunda unidad de tiempo sea doble del recorrido en la primera; el espacio recorrido en la tercera unidad de tiempo triple del recorrido en la primera, etc. Sin embargo, en la serie de los números impares la proporción de los espacios recorridos se mantiene invariable al cambiar la unidad de tiempo. En efecto, si doblamos la unidad de tiempo se tendrá que los espacios atravesados son como 4, 12, 20, 28,... y se sigue cumpliendo que el espacio recorrido en la segunda unidad de tiempo es triple del recorrido en la primera; el atravesado en la tercera unidad de tiempo quíntuple del recorrido en la primera, etc. A partir de la ley de los números impares es inmediato llegar a la ley de caída.

En la hipótesis de Drake ambos procedimientos no se consideran excluyentes. No se trata de escoger entre uno u otro; es más verosímil pensar que el descubrimiento se llevó a cabo mediante una combinación de ambos. Pero la primacía recae en el procedimiento observacional. El punto de partida sería la observación del movimiento de la esfera sobre el plano inclinado. Luego el razonamiento seguiría la línea ya reseñada.[42]

C A P I T U L O III

EL PRINCIPIO-DEFINICION DEL MOVIMIENTO ACELERADO Y LA LEY DE CAIDA DE LOS CUERPOS EN EL PERIODO 1604-1609

III.1. Los manuscritos sobre el movimiento

El período que transcurre entre los años 1604 y 1609 ha sido unánimamente reconocido como crucial en el desarrollo de la ciencia del movimiento de Galileo. A lo largo de este intervalo se obtienen gran parte de los resultados que comparecerán más tarde como teoremas del movimiento acelerado y del movimiento de los proyectiles, en las Jornadas Tercera y Cuarta de los Discorsi respectivamente. En lo que respecta al problema de la caída de los cuerpos, es en este período cuando Galileo llega al convencimiento de la falsedad del principio que había propuesto en la carta a Sarpi, como axioma capaz de permitir la derivación de la ley $s \propto t^2$: en el movimiento de caída la velocidad va aumentando proporcionalmente a la distancia recorrida desde el reposo. En su lugar, Galileo sitúa el principio correcto: la velocidad va aumentando proporcionalmente al tiempo transcurrido desde el reposo. En relación a nuestro tema el período de interés puede acotarse de manera aproximada entre la carta a Sarpi de 16 de octubre de 1604 y una carta de Antonini a Galileo de 9 de abril de 1611.[1] En ésta última, Antonini comenta una proposición de Galileo, según la cual un cuerpo que se mueve desde el reposo, aumentando su velocidad en proporción a la distancia recorrida, tiene que moverse instantáneamente. Así pues, puede afirmarse que en 1611 como más tarde, Galileo sabe ya, que es incorrecta la proporcionalidad entre velocidad adquirida y distancia recorrida en el movimiento acelerado de caída.

Pero además no es aventurado pensar que Galileo ya había llegado a esta idea antes de esta fecha. En este sentido, resulta particularmente relevante su carta a Belisario Vinta de 7 de mayo de 1610. En ella se puede leer:

"Las obras que tengo por terminar son principalmente dos libros, De sistemate seu constitutione universi, tema inmenso y lleno de filosofía, astronomía y geometría; tres libros De motu locali, ciencia enteramente nueva, no habiendo descubierto ningún otro, ni antiguo ni moderno, ninguno de los muchísimos síntomas [sintomi] admirables que yo demuestro se dan en los movimientos naturales y en los violentos, por lo que puedo llamarla, muy razonablemente, nueva y descubierta por mí desde sus primeros principios [primi principii]."[2] Precisamente el De motu locali es el tratado que ocupa, casi totalmente, las Jornadas Tercera y Cuarta de los Discorsi. El libro segundo de este tratado, titulado De motu naturaliter accelerato, se basa en dos principios: la definición correcta de movimiento uniformemente acelerado y el Postulado. Además sabemos que en los primeros meses de 1610 la atención de Galileo estaba ocupada por sus observaciones astronómicas. Entonces, es razonable considerar que se había llegado al principio correcto alrededor de 1609.

El estudio de la época propuesta depende esencialmente del análisis de la masa de fragmentos contenidos en el volumen 72 de los Manuscritos Galileanos que se conservan en la Biblioteca Nacional de Florencia. Una gran parte de estos manuscritos fueron publicados por A. Favaro en el volumen VIII de la Edición Nacional de Le Opere con el título de Frammenti attenenti ai Discorsi . Los manuscritos son notas relacionadas con problemas del movimiento, de las que una gran parte constituyen versiones más o menos acabadas de teoremas publicados en los Discorsi. Asimismo, hay varios folios que contienen tan sólo diagramas y cálculos con algunas anotaciones demasiado breves para una identificación clara de la actividad o intenciones a que responden. Algunos de estos folios no se publicaron o fueron publicados sólo parcialmente por Favaro.

Si se pretende como objetivo trazar con la mayor

exactitud posible las vicisitudes de la génesis de la ciencia del movimiento de Galileo salta a la vista la necesidad de situar el conjunto de los manuscritos en un orden cronológico. Para ejemplificar la importancia de esta ordenación puede apuntarse que, según ha demostrado Wisan, la Proposición XXXVI (Teorema XXII) del movimiento acelerado es, sin embargo, una de las primeras probadas por Galileo en el período paduano [3]. Asimismo, Wisan ha observado que no se encuentran en los manuscritos ninguna huella de las Proposiciones I y II del movimiento acelerado, probándose así que las proposiciones fundamentales del De motu locali se establecieron muy tardíamente. Quiere decirse con esto que, a la hora de abordar problemas relacionados con el descubrimiento por parte de Galileo de diversos resultados, no basta con analizar la forma en que aparecen en la obra publicada. Los Discorsi son un producto acabado en el que el orden en que aparecen expuestas las distintas proposiciones es rigurosamente lógico y tiene poco que ver con el orden en que fueron descubiertas y probadas.

El primer investigador que se enfrentó con la difícil tarea de ordenar cronológicamente los manuscritos fue Caverni en el volumen IV de su Storia del metodo sperimentale in Italia (1895). Sin embargo, el trabajo de Caverni ha sido ignorado y otro tanto puede decirse casi de los manuscritos mismos. Así, Koyré en su obra Estudios galileanos tan sólo discute el f. 128 y un fragmento reproducido casi textualmente en los Discorsi. Más recientemente, tampoco los trabajos que se han ocupado de la ciencia del movimiento de Galileo, como los de T. Settle[4] y M. Clavelin[5] han utilizado los manuscritos. Sus análisis han versado sobre las obras publicadas. La situación ha cambiado en los últimos años mediante la labor de W. L. Wisan con su estudio sobre el De motu locali[6] y de S. Drake en diversos artículos que han culminado en su obra Galileo at Work.

La ordenación cronológica de los manuscritos ha sido abordada desde dos perspectivas distintas aunque no incompatibles. Manteniendo que los dos criterios principales para establecer una cronología son las relaciones lógicas entre los conceptos utilizados en los fragmentos y los cambios en la grafía, Drake ha llamado la atención, sin embargo, sobre dos criterios adicionales.[7] El primero se desprende de una circunstancia especial de los manuscritos. Parte de los fragmentos son copias hechas por dos ayudantes que Galileo tuvo en Florencia: Niccolò Arrighetti y Mario Guiducci. La primera tarea que se plantea es determinar cuándo se hicieron estas copias.

Una diferencia relevante entre copias y originales es que, mientras que éstos últimos contienen tres o cuatro proposiciones en cada hoja, que se agrupan en un orden cronológico más que lógico, las copias contienen una sola proposición en cada hoja. Esta disposición permite pensar que las copias se hicieron con el propósito de preparar un tratado sobre el movimiento. Utilizando la correspondencia pueden determinarse dos intentos por parte de Galileo de emprender la redacción de un tratado sistemático sobre le movimiento acelerado. El primero tuvo lugar en Padua, como lo atestiguan la carta a Antonio de' Medici[8] y la carta, ya citada, a Belisario Vinta. Este intento se interrumpió debido a que la atención de Galileo se desvió hacia problemas astronómicos en 1610. El segundo intento puede situarse a raíz de la prohibición de la Iglesia a Galileo en marzo de 1616 para que prosiguiera sus discusiones sobre el copernicanismo. Según Drake, habría sido natural para Galileo volver de nuevo a sus estudios sobre el movimiento y reanudar la organización de su tratado. Se explicarían así las copias hechas por Guiducci y Arrighetti. Este último había ayudado a Galileo a escribir una réplica al ataque de Coresio a su libro sobre los cuerpos flotantes, pudiendo datarse esta réplica en 1614. En este año Guiducci se encontró con Galileo, yendo a estudiar

con él posteriormente. En 1618 se publicó con el nombre de Guiducci el Discorso delle comete que, en realidad, exponía las opiniones de Galileo acerca de los tres cometas aparecidos en este mismo año.

A la vista de estos datos parece razonable pensar que las copias de los fragmentos fueron hechas entre la mitad de 1616 y finales de 1618 bajo la dirección de Galileo. Para verificar esta hipótesis, Drake utiliza un segundo criterio basado en las características físicas del papel utilizado, en concreto el estudio de las filigranas. De las 22 hojas que contienen fragmentos escritos por Guiducci, 10 tienen una filigrana que es la misma que la de 6 de las 14 hojas escritas por Arrighetti. La filigrana es un águila con las alas extendidas. Las hojas que no contienen filigranas concuerdan con las demás en otras características del papel como textura, color. En opinión de Drake, sería muy difícil que estas condiciones se cumplieran a menos que las copias se hubieran hecho en un lugar y en un período de tiempo relativamente corto utilizando una única cantidad de papel almacenada con este fin. Una carta escrita por Galileo desde su casa en Bellosguardo con fecha 16 de junio de 1617 lleva la misma filigrana, así como otra escrita desde el mismo lugar con fecha 23 de mayo de 1618.

El estudio de las filigranas permite también asegurar que los teoremas copiados eran de origen paduano. De los 15 folios que se utilizaron para hacer las copias, 14 llevan filigranas que pertencen a tres tipos que pueden encontrarse en cartas escritas por Galileo desde Padua en 1607-1609. Sin embargo, estos tipos no se encuentran en las cartas escritas en Florencia. En resumen, el criterio de las filigranas -cuando se complementa con el estudio de la correspondencia, el cual revela la inexistencia de repetición en las filigranas contenidas en las cartas escritas desde Padua y Florencia- permite separar el trabajo hecho en ambas ciu-

dades. Sin embargo, el criterio pierde parte de su utilidad para datar fragmentos posteriores a 1618, porque la correspondencia es escasa y gran parte de estos fragmentos no tienen filigrana. Útil también para establecer la cronología se presenta el estudio de la grafía de Galileo. En este aspecto, Drake ha creído poder determinar cinco períodos a partir de 1600. [9]

Aun reconociendo el valor de las indicaciones proporcionadas por el método de las filigranas, Wisan ha formulado algunas observaciones advirtiendo del peligro de conceder una confianza excesiva a dicho procedimiento. Respecto a la afirmación de Drake de que no se encuentra repetición de filigranas en las cartas escritas desde Padua y Florencia y que las filigranas del período pisano son también distintas, Wisan señala que hay filigranas que se encuentran en más de un período y al menos una de ellas está presente en los tres. Asimismo, la estudiosa norteamericana indica que es muy aventurado dar por supuesto que Galileo no llevó consigo papel al trasladarse de Padua a Florencia en 1610. Puede ocurrir perfectamente que, aunque no se utilizara papel conteniendo filigranas típicas del período paduano para cartas escritas en Florencia, sí se empleara para notas y borradores. En cuanto a la utilización de los cambios en la grafía para datar los fragmentos, Wisan observa que existe un cuaderno de notas que se atribuye a Galileo y que contiene anotaciones fechadas que no coinciden ni con los tipos de letra ni con la cronología de ellos, indicada por Drake.[10]

El método empleado por Wisan para la ordenación cronológica de los fragmentos dentro de los diferentes períodos, se basa fundamentalmente en los cambios que pueden detectarse en la terminología y técnicas matemáticas. Puede darse un ejemplo del método utilizado por Wisan. Cuando Galileo aborda por primera vez el problema del movimiento a lo largo de planos inclinados, compara las velocidades con

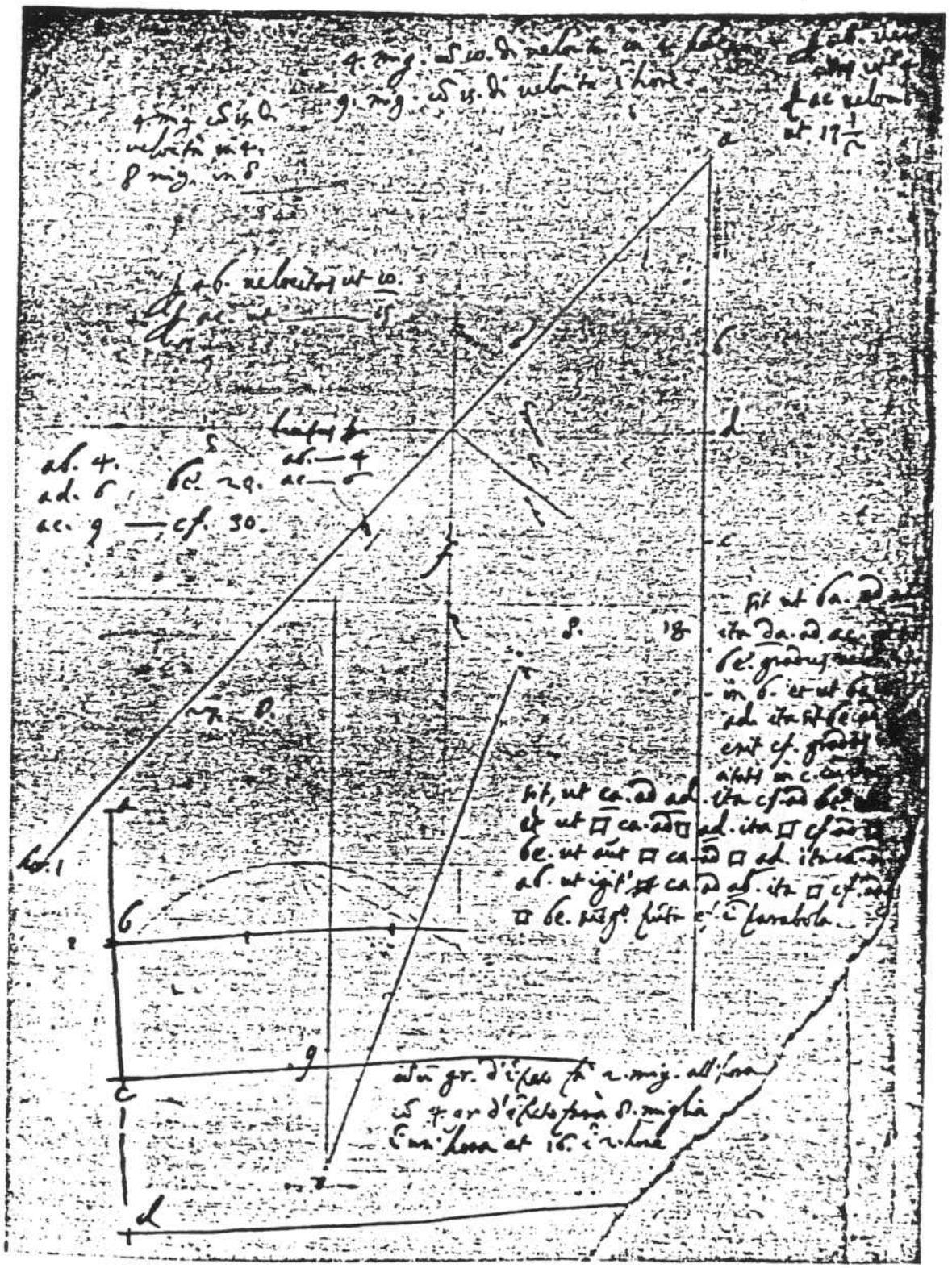


Figura 8

Reproducción del f. 152r del Volumen 72 de los Manuscritos Galileanos. (Contenida en Drake, 1973 a , p.84)

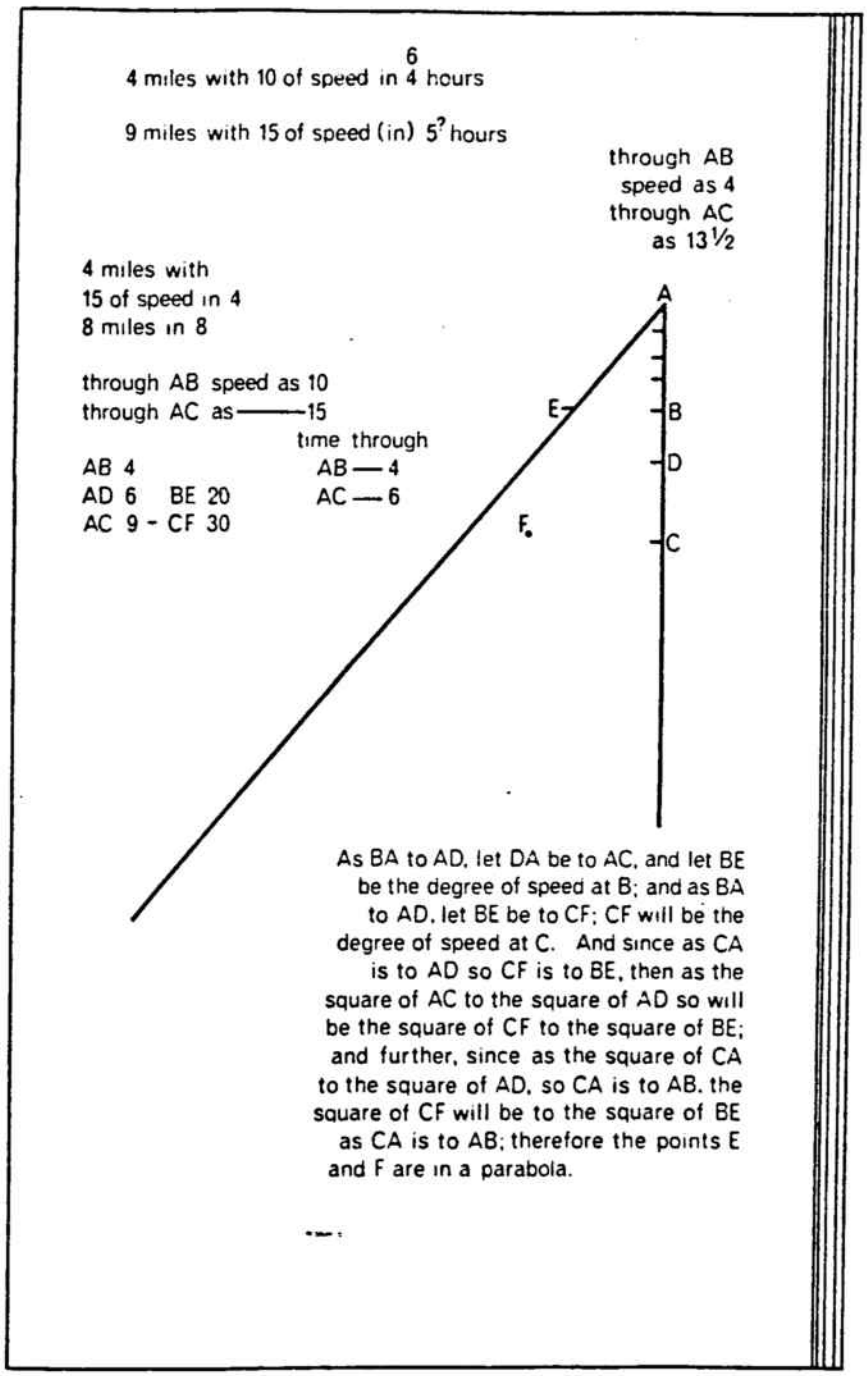


Figura 9

Transcripción inglesa parcial del f. 152r. (Contenida en Drake, 1975 a, p. 137)

que los cuerpos descienden por planos dados en vez de relacionar los tiempos en que dichos planos son recorridos. Este método se utiliza en unas cuantas proposiciones y posteriormente es abondonado. Cuando Galileo comienza a comparar los tiempos de descenso emplea una línea separada del diagrama principal para representar los tiempos en que distancias determinadas son recorridas. Sin embargo, este método cambiará cuando se establezca el Teorema III del movimiento acelerado (los tiempos de descenso a lo largo de planos inclinados de la misma altura son proporcionales a las longitudes de dichos planos). Al utilizar este teorema, Galileo empieza a emplear una línea en el diagrama para representar el tiempo del movimiento a lo largo de esta misma línea y los tiempos de descenso a lo largo de otras líneas son referidos a esa línea. Esta técnica llega a ser estándar y sus excepciones pueden considerarse como proposiciones más antiguas. Además, este cambio de método viene acompañado por variaciones en la terminología empleada en cada caso.[11]

Por su parte R. H. Naylor ha llamado la atención sobre algunas dificultades relacionadas con los manuscritos que pueden considerarse como copias. Para Naylor no es tan fácil asegurar qué manuscritos pueden ser considerados como originales y cuáles son copias. Si se relacionan las descripciones que de los manuscritos hacen Favaro y Drake hay que concluir que algunos de los fragmentos que el investigador norteamericano ha considerado como copias fueron clasificados por Favaro como autógrafos de Galileo. Asimismo, tampoco resulta tan clara la identificación de los copistas.[12]

III.2. El f. 152r

El f. 152r (ver figs. 8 y 9), contenido en el volumen 72 de los Manuscritos Galileanos[13], ha resultado ser un documento de máxima importancia a la hora de intentar reconstruir el camino que llevó a Galileo desde el principio fal-

so que había mantenido en la carta a Sarpi hasta el principio-definición correcto del movimiento uniformemente acelerado. En este folio Galileo utiliza una proporcionalidad entre velocidad adquirida en caída libre y la raíz cuadrada del espacio recorrido. El folio ha sido interpretado de maneras muy distintas, como veremos. En particular prestaremos una atención especial a la reconstrucción propuesta por S. Drake en 1973. Esto se debe a que, en su lectura del documento, Drake ha asegurado que en él puede encontrarse el modo en que Galileo descubrió la ley de caída, así como la evidencia de que, en una fecha temprana, anterior a 1604, el principio correcto del movimiento acelerado, $v \propto t$, le era ya conocido. Asimismo, Drake ha planteado una relación entre el f. 152r y el f. 128 y la carta a Sarpi, del mayor interés. Las otras dos interpretaciones que examinaremos, las de W. L. Wisan y R. H. Naylor, coinciden en su rechazo de la hipótesis de Drake y en la datación del folio en un período posterior a 1604. Pero las coincidencias no van más allá y esta pluralidad de interpretaciones de un mismo documento constituye por sí misma un punto digno de reflexión.

Para Drake, el f. 152r registra el primer intento de Galileo de abordar el problema de la matematización de la caída libre. En su tratamiento Galileo comienza con la siguiente hipótesis de trabajo: el cuerpo que se mueve gana un grado de velocidad por cada unidad de distancia recorrida.[14] De acuerdo con esta hipótesis puede interpretarse la primera anotación del folio:

4 millas con 10 de velocidad en 4 horas (1)

El valor de la velocidad se obtiene a partir de la hipótesis. Para recorrer 4 millas el cuerpo ha consumido un grado de velocidad en la primera milla, dos en la segunda, tres en la tercera y cuatro en la cuarta. Entonces la velocidad es $10 = 1+2+3+4$. El tiempo considerado en esta primera anotación, 4 horas, sería arbitrario. La segunda anotación del

folio es:

9 millas con 15 de velocidad [en] $5^{?}$ horas (2)

La interrogación en la parte superior derecha del cinco indicaría que este tiempo va a ser considerado, en una forma análoga a como modernamente se utiliza una x para designar una incógnita. Drake considera que esta segunda anotación del folio proviene de un error cometido por Galileo al desarrollar su hipótesis.[15] Según ésta se gana un grado de velocidad por cada unidad de distancia recorrida; entonces, para pasar de 10 a 15 de velocidad bastaría añadir una unidad de distancia y no cinco. En efecto, vimos que el cuerpo consumía cuatro grados de velocidad en la cuarta unidad de distancia; entonces, en la quinta unidad de distancia consumiría cinco grados de velocidad. Así se tendría que 15 = 1+2+3+4+5 sería el valor de la velocidad al recorrer cinco unideades de distancia.

Sin embargo, Galileo no es consciente del error cometido y una vez en posesión de dos valores de distancia, velocidad y tiempo, prosigue su razonamiento aplicando la teoría de proporciones que constituye su instrumento matemático habitual. Para ello, en primer lugar, reduce ambos movimientos a una velocidad común. Este es el origen del 6 que aparece encima del 4 que corresponde al valor del tiempo en su primera anotación. De esta forma se tiene:

4 millas con 10 de velocidad en 6 horas (3)

Respecto de la primera anotación se ha redefinido el valor del grado de velocidad. Drake no es explícito respecto a lo que debe entenderse por "redefinición" del grado de velocidad. Una explicación podría ser la siguiente. En (1) tenemos:

$$10 \text{ grados de velocidad} = \frac{4 \text{ millas}}{4 \text{ horas}}$$

entonces

$$1 \text{ grado de velocidad} = \frac{4}{4x10} = \frac{1}{10}\ \frac{\text{milla}}{\text{hora}}$$

Pero en (3) se tiene que

$$10 \text{ grados de velocidad} = \frac{4 \text{ millas}}{6 \text{ horas}}$$

entonces

$$1 \text{ grado de velocidad} = \frac{4}{6x10} = \frac{1}{15}\ \frac{\text{milla}}{\text{hora}}$$

Por tanto, de (1) a (3) se ha redefinido "grado de velocidad". Ahora bien, si con 1 grado de velocidad se recorre $\frac{1}{15}$ milla en una hora, entonces con 15 grados de velocidad se recorren una milla en una hora y 4 millas en 4 horas. Así se puede explicar la siguiente anotación del folio:

4 millas con 15 de velocidad en 4 horas (4)

Asimismo, con 15 de velocidad se recorrerán 8 millas con 8 horas:

8 millas con 15 de velocidad en 8 horas (5)

Pero este resultado entra en contradicción con la anotación (2) del folio que ejemplificaba la hipótesis inicial.

Según Drake, enfrentado con esta contradicción Galileo no retrocedió para revisar su razonamiento. En lugar de ello dibujó una línea vertical marcando en ella tres puntos A, B y C de tal forma que el segmento AB tenga cuatro unidades y AC nueve unidades, esto es, las distancias que recorre el móvil desde el reposo consideradas en las anotaciones (1) y (2). Los dos números empleados, 4 y 9, son cuadrados y esta particularidad habría sugerido a Galileo la idea de utilizar la media proporcional para resolver su pro-

blema. La media proporcional entre dos números cuadrados es el producto de las raíces cuadradas. Así, la media proporcional entre 4 y 9 es 6. Precisamente el punto D en el diagrama está situado a seis unidades desde A. Con ello el problema queda resuelto. El segmento AB del diagrama representa la distancia recorrida con 10 de velocidad y el tiempo necesario, 4 horas, para recorrer dicha distancia; AC representa la distancia de 9 millas y AD representa el tiempo necesario para recorrer esta distancia. De esta forma se llega a que dados dos espacios recorridos por un cuerpo en caída libre desde el reposo, la razón de los tiempos necesarios para recorrerlos es igual a la razón de uno cualquiera de los dos espacios a la media proporcional entre ambos. Este resultado es precisamente el corolario de la media proporcional (Corolario II del Teorema II del movimiento acelerado).[16]

Puede leerse además en la parte central del f. 152r el siguiente argumento:

> "Como BA es a AD, sea DA a AC, y sea BE el gradus velocitatis en B; y como BA es a AD sea BE a CF; CF será el gradus velocitatis en C. Y ya que como CA es a AD así es CF a BE, entonces como el cuadrado de AC es al cuadrado de AD así será el cuadrado de CF al cuadrado de BE; y además, ya que como el cuadrado de CA es al cuadrado de AD así es CA a AB, el cuadrado de CF será al cuadrado de BE como CA es a AB. Por lo tanto, los puntos E y F están en una parábola."

BE y CF representan las velocidades adquiridas (gradus velocitatis) en los puntos B y C de la trayectoria de caída. El argumento puede ser parafraseado de la siguiente manera:

(1) $\frac{BA}{AD} = \frac{AD}{AC}$ y BE es el gradus velocitatis en B.

(2) $\frac{BE}{CF} = \frac{BA}{AD}$

(3) Entonces CF será el gradus velocitatis en C.

(4) $\frac{CA}{AD} = \frac{CF}{BE}$ a partir de (1) y (2).

(5) $\frac{CA^2}{AD^2} = \frac{CF^2}{BE^2}$ a partir de (4).

(6) $\frac{CA^2}{AD^2} = \frac{CA}{AB}$ ya que a partir de (1) se tiene que:

$$\frac{AC^2}{AD^2} = \frac{AD}{AB} \cdot \frac{AC}{AD}$$

(7) Por tanto $\frac{CF^2}{BE^2} = \frac{CA}{AB}$ y entonces los puntos E y F están en una parábola.

El paso clave en el argumento es el supuesto (2). Según éste, la razón de las velocidades adquiridas en dos puntos de la trayectoria es igual a la razón de una de las dos distancias a la media proporcional entre ambas. Utilizando notación moderna, llamemos v_1 y v_2 a las velocidades adquiridas en los puntos B y C y s_1 y s_2 a las distancias AB y AC. Entonces podemos escribir (2) de la siguiente manera:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{s_1}{\sqrt{s_1 \cdot s_2}}$$

ya que $\sqrt{s_1 \cdot s_2}$ es la media proporcional entre s_1 y s_2. Pero esta expresión equivale a:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{s_1}{s_2}}$$

Por lo tanto, en el f. 152r Galileo está afirmando que en

el movimiento de caída libre se cumple $\underline{v \alpha \sqrt{s}}$ en contra del supuesto $\underline{v \alpha s}$ adoptado en la carta a Sarpi y el f. 128.

Además la tabulación de espacios, tiempos y velocidades que puede leerse en el folio a la izquierda del diagrama implica que:

$$\frac{\underline{t_1}}{t_1} = \frac{s_1}{\sqrt{s_1 \cdot s_2}}$$

donde con $\underline{t_1}$ y $\underline{t_2}$ se designan los tiempos necesarios para recorrer las distancias $\underline{s_1}$ y $\underline{s_2}$. Combinando esta expresión con la que proviene del paso (2) del argumento se tiene que

$$\frac{\underline{v_1}}{v_2} = \frac{\underline{t_1}}{t_2}$$

Ahora bien, la conclusión del argumento es

$$\frac{\underline{v_2^2}}{v_1^2} = \frac{\underline{s_2}}{s_1}$$

Por lo tanto de estas dos expresiones se deduce

$$\frac{\underline{s_1}}{s_2} = \frac{\underline{t_1^2}}{t_2^2}$$

que constituye la ley de caída de los cuerpos.[17]

Mediante esta lectura del folio, Drake puede afirmar que en este documento están contenidas, explícita o implícitamente, todas las relaciones que rigen la caída de los cuerpos. Pero además, dado que, en opinión de Drake, el f. 152r es anterior tanto al f. 128 como a la carta a Sarpi hay que concluir que el documento registra el proceso de descubrimiento de la ley de caída. Hay que rechazar, pues, como él mismo sugiere, las hipótesis que anteriormente avanzó para abordar el problema del descubrimiento. La ley no se ha descubierto empíricamente ni mediante el razonamiento sobre

las condiciones que debe cumplir un movimiento uniformemente acelerado; ha surgido como solución a un problema de proporcionalidad y, en buena medida, como resultado de la fortuna de Galileo al considerar dos números cuadrados como valores de las distancias.[18]

Sin embargo, con ser importante no es ésta la única conclusión que puede extraerse del análisis del folio efectuado por el estudioso norteamericano. Una de las expresiones que puede considerarse implícitamente contenida en el folio es:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

es decir, en caída libre se cumple que $v \alpha t$. Esto plantea un problema grave. Si el f. 152r es anterior a la carta a Sarpi y al f. 128, parece que debe concluirse que Galileo, conociendo el principio-definición correcto del movimiento acelerado ($v \alpha t$) lo ha rechazado para adoptar uno falso ($v \alpha s$). Por otra parte, en un pasaje de los Discorsi inmediatamente anterior a la formulación del argumento con que rechaza la proporcionalidad velocidad-distancia, Galileo afirma que durante algún tiempo creyó que ambos principios eran equivalentes.[19] Si esto es así, debería poder encontrarse en sus notas algún ejemplo claro donde se cometa un error provocado por la adopción del principio falso. Pero esto, según Drake, no ocurre. Parece, pues, que en realidad Galileo nunca consideró el principio $v \alpha s$ como correcto. Pero entonces su afirmación en los Discorsi resulta ininteligible.

Para poder resolver estos problemas es necesario estudiar cuidadosamente la terminología empleada por Galileo en los documentos en cuestión. En el f. 152r Galileo ha considerado que, en caída libre, el gradus velocitatis es proporcional a la raíz cuadrada de la distancia recorrida. Con gradus velocitatis se designa la velocidad adquirida en un

punto de la trayectoria, como se desprende de la representación triangular empleada. Ahora bien, en la carta a Sarpi y en el f. 128 se nos dice que, en caída libre, la velocità es proporcional al espacio recorrido desde el reposo. Además Galileo proporciona una justificación empírica de esta afirmación: en los instrumentos y máquinas que actúan por percusión el efecto del peso es doble al caer desde una altura doble. Es obvio que Galileo está relacionando el efecto del choque con la velocidad del cuerpo que golpea, y esta consideración parece razonable dado que el peso permanece constante. Así pues, si consideramos dos alturas en la relación 2:1, resulta que la velocità se encuentra igualmente en la razón 2:1. Sin embargo, el gradus velocitatis no es doble después de que el cuerpo haya recorrido una distancia doble. De acuerdo con el f. 152r, después de recorrer distancias en la relación 2:1 el gradus velocitatis está en relación 2:1. Por tanto, es necesario concluir que las expresiones gradus velocitatis, empleada en el f. 152r, y velocità, empleada en la carta a Sarpi y en el f. 128, no se refieren a la misma entidad física.

En el f. 152r Galileo ha demostrado que en caída libre se cumple que el cuadrado del gradus velocitatis es proporcional al espacio recorrido desde el reposo, es decir $v^2 \alpha s$. Ahora bien, ¿qué fiabilidad podía tener esta relación para él? El único resultado verificable del folio es la ley de caída $s \alpha t^2$. Mientras no pueda hacerse una medida directa de la velocidad, la relación $v^2 \alpha s$ no puede obtener ningún grado de corroboración empírica. Pero es que, además, desde el punto de vista de la simplicidad, y sabemos bien que ésta es una actitud que conforma esencialmente el modo galileano de enfrentarse con la investigación de los fenómenos naturales, una relación velocidad-distancia parabólica no puede ser satisfactoria. Por último, podemos pensar también en la dificultad que tendría para Galileo proporcionar un significado físico al cuadrado de una velocidad. Estos

problemas pueden resolverse de una forma sencilla. Para ello es necesario redefinir el concepto de velocidad. Esta redefinición estaría apoyada por la observación de los instrumentos que operan por percusión. En estas máquinas el efecto del choque aumenta con la altura de la caída del cuerpo que golpea. Así pues, habría parecido razonable a Galileo definir "velocidad" como la magnitud que permite evaluar el efecto del choque. En el f. 128 Galileo designa con velocità a esta magnitud; si la llamamos V, se tendrá que:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{s_1}{s_2}$$

que equivale a la relación demostrada en el f. 152r:

$$\frac{v_1^2}{v_1^2} = \frac{s_1}{s_2}$$

haciendo $V_i = v_i^2$ y $V_2 = v_2^2$. Esto es, la velocità del f. 128 y la carta a Sarpi equivale al cuadrado del gradus velocitatis del f. 152r, es decir, al cuadrado de la velocidad instantánea. De esta forma Galileo ha podido transformar una relación parabólica $v^2 \alpha s$ en una relación lineal $V \alpha s$. [20] Con esta redefinición de velocidad la derivación de la ley de caída contenida en el f. 128 queda de la siguiente manera, llamando W a la velocità con che ha passata la linea, es decir, la velocidad total.

(1) $$\frac{V_1}{V_2} = \frac{s_1}{s_2}$$

(2) $$\frac{W_1}{W_1} \quad \frac{V_1^2}{V_2^2}$$

a partir de (1) considerando que en el f. 128 se ha demostrado que la velocidad total con que se atraviesa una distancia es proporcional al cuadrado de dicha distancia. Entonces se tiene que

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{s_1^2}{s_2^2} .$$

(3) W en proporción contraria a t, esto es,

$$\sqrt{\frac{W_1}{W_2}} = \frac{t_1^2}{t_2^2} .$$

(4) $$\frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}$$

En el paso (3) se afirma que la velocidad total y el tiempo están en proporción contraria, es decir, se cumple que:

$$\sqrt{\frac{W_1}{W_2}} = \frac{t_1^2}{t_2^2}$$

Este resultado puede derivarse de la siguiente manera:

(i) $$\frac{W_1}{W_2} = \frac{V_1^2}{V_2^2}$$

(ii) $$\sqrt{\frac{W_1}{W_2}} = \frac{V_1}{V_2}$$

(iii) $$\sqrt{\frac{W_1}{W_2}} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$$ ya que $V_1 = v_1^2$, $V_2 = v_2^2$.

(iv) $$\sqrt{\frac{W_1}{W_2}} = \frac{t_1^2}{t_2^2}$$ ya que en el f. 152r puede considerarse contenida, implícitamente, la relación

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

Así pues, para poder afirmar legítimamente la contraria proporzione entre velocidad total y tiempo es necesario conocer previamente que en caída libre se cumple $v \propto t$. Es conveniente recordar al respecto que en un artículo anterior, que tu-

vimos ocasión de analizar en el capítulo II de este trabajo, Drake no imponía ninguna restricción al empleo de la contraria proporzione. Esta relación era válida independientemente del principio-definición del movimiento acelerado adoptado. Ahora, sin embargo, sólo puede invocarse correctamente la contraria proporzione si se conoce el principio-definición correcto, es decir $v \alpha t$.

En resumen, dos son las conclusiones más importantes que pueden extraerse de la interpretación de Drake del f. 152r. En opinión del estudioso norteamericano, el folio no puede ser datado después de la carta a Sarpi. Representa, pues, el primer intento de Galileo para resolver el problema de la caída libre y constituye el testimonio de cómo el científico pisano descubrió la ley de caída $s \alpha t^2$. Por tanto, Drake rechaza sus anteriores hipótesis; la ley no se ha descubierto empíricamente ni mediante un razonamiento que utiliza las progresiones aritméticas a partir de las propiedades de un movimiento uniformemente acelerado. El procedimiento ha sido especulativo sin sujetarse a ninguna lógica. La fortuna ha jugado un papel decisivo al escogerse para ejemplificar la hipótesis de partida dos números cuadrados.

En segundo lugar, la comparación entre el f. 152r por una parte, y el f. 128 y la carta a Sarpi por otra, permite a Drake afirmar sin vacilación que, en realidad, en contra de lo unánimemente creído por todos los historiadores, Galileo nunca ha considerado que en caída libre la velocidad adquirida sea proporcional al espacio recorrido. Se han interpretado mal sus palabras del f. 128 y la carta a Sarpi. En estos dos documentos, cuando Galileo habla de velocità no se está refiriendo a lo que modernamente llamamos velocidad instantánea, sino a su cuadrado. El único lugar donde Galileo ha considerado la proporcionalidad velocidad-distancia es en la primera hipótesis de trabajo ejemplificada mediante las dos primeras anotaciones del f. 152r, e inmedia-

tamente el desarrollo de esta hipótesis le ha llevado al principio correcto del movimiento acelerado $v \alpha t$. Asimismo cuando Galileo admite en los Discorsi que, durante algún tiempo, creyó en la equivalencia de la proporcionalidad espacial y la temporal respecto de la velocidad adquirida en caída libre, se está refiriendo, en realidad, a la equivalencia entre $V \alpha s$ y $v \alpha t$ y, no, como se cree habitualmente, a la equivalencia entre $v \alpha s$ y $v \alpha t$.[21]

Como puede observarse fácilmente, la interpetación de Drake en este segundo punto es extremadamente audaz. Tanto la carta a Sarpi como el f. 128 parecen suficientemente claros al afirmar que en caída libre la velocidad aumenta proporcionalmente al espacio recorrido. Si Galileo ha redefinido el concepto de velocidad y, en este sentido, cuando utiliza el término velocità no se está refiriendo a la velocidad instantánea, sino a su cuadrado, ¿no es este cambio lo suficientmente importante como para que se haga constar explícitamente? ¿Podría Galileo esperar ser comprendido por Sarpi sin aclarar suficientemente este punto? Volveremos sobre los problemas planteados por esta interpretación de S. Drake al hilo de la exposición de las otras dos interpretaciones relevantes del f. 152r.

Para Winifred L. Wisan, el propósito de Galileo en el f. 152r es, utilizando el principio-definición correcto del movimiento acelerado $v \alpha t$, derivar la regla de la distancia doble o, en todo caso, investigar las relaciones entre movimiento uniforme y acelerado.[22] La regla de la distancia doble aparece junto con la regla de la velocidad doble en el f. 163v del volumen 72 de los Manuscritos Galileanos.[23] Esta última afirma que, si se considera un cuerpo que recorre con un movimiento naturalmente acelerado una determinada distancia y posteriormente recorre la misma distancia con una velocidad constante igual a la velocidad máxima alcanzada en el movimiento acelerado, entonces en el segundo caso el espacio

es recorrido "dos veces más rápidamente" que en el primero. Para establecer este resultado Galileo argumenta comparando

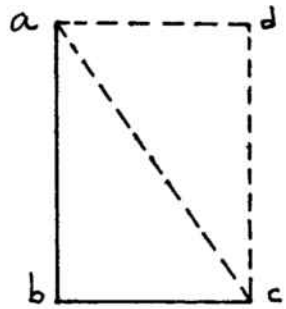


Figura 10

las velocidades adquiridas en todos los puntos de la línea ab en el movimiento acelerado con otras tantas velocidades en los puntos de ab consideradas iguales a la velocidad máxima del movimiento acelerado representada por el segmento bc. La relación entre estos dos conjuntos de velocidades es igual a la que existe entre las áreas del triángulo abc y el rectángulo abcd. Así pues, las áreas representan las velocidades totales: el área del triángulo representa la velocidad total del movimiento acelerado y el área del rectángulo la velocidad total del movimiento uniforme. Dado que el área del rectángulo es doble de la del triángulo, la velocidad total del movimiento uniforme es doble de la velocidad total del movimiento acelerado. Así pues, el espacio ab es recorrido "dos veces más rápidamente" por el movimiento uniforme que por el movimiento acelerado. Como Galileo está representando el espacio recorrido mediante el segmento ab, la expresión "dos veces más rápidamente" significa que la distancia ab es recorrida en la mitad de tiempo por el movimiento uniforme que por el movimiento acelerado.[24]

La regla de la distancia doble aparece en el mismo folio que la regla de la velocidad doble y se demuestra utilizando ésta última. Consideremos un cuerpo que desciende por el plano inclinado ab y en el punto b es desviado horizontalmente. Entonces, la regla afirma que en un intervalo de tiempo igual al transcurrido en el descenso por el

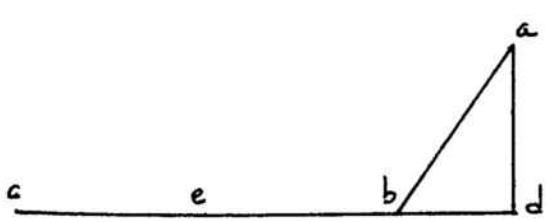


Figura 11

plano, el cuerpo recorre horizontalmente una distancia doble de la longitud del plano. Galileo argumenta este resultado indicando que el cuerpo se mueve horizontalmente con una velocidad constante igual a la alcanzada en el punto b después del descenso por ab. Por la regla de la velocidad doble, el cuerpo recorre la distancia be igual a ab en un tiempo $\frac{t(ab)}{2}$. Puesto que se mueve con la velocidad constante, recorrerá una distancia ec igual a be en otro intervalo de tiempo igual, es decir, en $\frac{t(ab)}{2}$. Por lo tanto, en el mismo intervalo de tiempo que el empleado para el descenso por el plano inclinado, t(ab), el cuerpo recorre horizontalmente con velocidad constante una distancia bc igual a 2 ab.

Volvamos al f. 152r. Como dijimos, Wisan considera que el propósito de Galileo en este documento es derivar, partiendo del principio $v \alpha t$, la regla de la distancia doble. Para ello, Galileo habría intentado comparar la velocidad total de un cuerpo que recorre en caída libre la distancia AC, con la velocidad total de un movimiento uniforme que recorre la misma distancia con una velocidad constante igual a la máxima alcanzada en el movimiento acelerado. La velocidad total del movimiento uniforme vendrá representada por el área del rectángulo de lado AC y cuya base es el segmento que representa la velocidad máxima alcanzada en el movimiento acelerado. El problema que se plantea es determinar el grado máximo de velocidad alcanzado en el movimiento de caída. La reconstrucción de Wisan del razonamiento de Galileo en este punto es la siguiente: "Suppose the line AC to be eight units and let a body accelerating along AB traverse four miles in four hours. By the law of fall [es decir, el principio $v \alpha t$], the velocity acquired at B will be proportional to the time. Let this velocity be represented by BE = 4. Then, to find the maximum velocity acquired, that at C, construct CF = m(AB, AC) [m(AB,AC) ≡ media proporcional entre AB y AC], and draw AEF."[25] El argumento de Wisan es, quizá, un tanto condensado. Podría aclararse de la for-

ma siguiente. Puesto que Galileo está considerando que la velocidad adquirida es proporcional al tiempo, se tiene que:

$$\frac{BE}{CF} = \frac{t(AB)}{t(AC)}$$

donde BE y CF representan las velocidades alcanzadas en B y C por el movimiento acelerado. Entonces, si se supone que la velocidad adquirida en B por el cuerpo que recorre, en caída libre, la distancia AB en un tiempo t(AB) = 4, está representada por BE = 4, se tendrá que el segmento que representa la velocidad adquirida en C, CF, es igual al segmento que representa el tiempo necesario para recorrer AC. Pero por el corolario de la media proporcional, se tiene que:

$$\frac{t(AB)}{t(AC)} = \frac{AB}{AD}$$

donde AD es la media proporcional entre AB y AC. Entonces t(AC) = AD, puesto que t(AB) = AB. Luego el segmento CF, que representa la velocidad máxima alcanzada por el movimiento acelerado, es igual a la media proporcional entre AB y AC. Con este resultado puede construirse el rectángulo que representa la velocidad total del movimiento uniforme. Asimismo, pueden representarse los puntos E y F, y trazarse la línea que pasa por A, E y F. Esta línea es una parábola ya que:

$$\frac{CF^2}{BE^2} = \frac{AC}{AB}$$

Siendo así, el área que representa la velocidad total del movimiento acelerado es la contenida entre la parábola y la línea AC y limitada por el segmento CF. Ahora bien, cuando se comparan las velocidades totales de ambos movimientos, es decir las áreas del rectángulo y del segmento parabólico, se ve que la relación no concuerda con la regla de

la distancia doble. En efecto, el área del segmento parabólico es al área del rectángulo como 2 es a 3, mientras que la regla exige una razón 1:2. [26]

Para Wisan, Galileo ha cometido un error que depende fundamentalmente de la representación empleada. La línea AC representa distancia y no tiempo. El tiempo necesario para recorrer AC es AD, por tanto, si se está considerando que en caída libre la velocidad es proporcional al tiempo, el segmento CF debe construirse en D. Para intentar resolver su problema, Galileo habría cambiado los valores AB = 4, AC = 8, considerados en su diagrama por 4 y 9, para poder verificar sus resultados mediante cálculos sencillos. Este sería el origen de la tabulación de espacios velocidades y tiempos que aparece a la izquierda del diagrama. Entonces, en las dos primeras anotaciones del folio Galileo habría intentado ver qué tiempos se requieren suponiendo distancias de 4 y 9, y velocidades de 10 y 15. Para ello habría utilizado una fórmula medieval del movimiento local:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{s_1}{s_2} \cdot \frac{t_2}{t_1}$$

En este punto, Wisan sugiere que Galileo, en el tiempo en que trabaja en este folio, no conocía la fórmula correcta, y que, en su lugar, habría empleado una similar pero incorrecta como:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{s_1 . t_1}{s_2 t_2} \qquad (1)$$

o bien:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{s_1 . v_1}{s_2 v_2} \qquad (2)$$

Así podría explicarse la anotación que aparece en la esqui-

CRAI UNIVERSITAT DE BARCELONA

na superior derecha del folio:

a través de AB velocidad como 4
a través de AC velocidad como 13½

Si se toma en (1) $\frac{s_1}{s_2}$ igual a $\frac{4}{9}$, $\frac{t_1}{t_2}$ igual a $\frac{2}{3}$ y v_1 igual a 4 se obtiene $v_2 = 13\frac{1}{2}$ que corresponde al valor de la velocidad a través de AC exigida por la anotación. Si se toma en (2), $\frac{s_1}{s_2}$ igual a $\frac{4}{9}$, $\frac{v_1}{v_2}$ igual a $\frac{2}{3}$ y $t_1 = 4$, resulta $t_2 = 13\frac{1}{2}$. Este valor, 13½, es, en opinión de Wisan, la lectura más probable del número que corresponde al valor del tiempo en la segunda anotación del folio[27], en contra de Drake, que interpreta este número como 5?.[28]

Así pues, para Wisan el propósito de Galileo en el f. 152r se inscribe en el intento de clarificar las relaciones entre movimiento uniforme y acelerado, utilizando el principio correcto del movimiento $v \alpha t$. El intento no tiene éxito, porque Galileo comete un error provocado por el método de representación de magnitudes que utiliza. La línea AC representa distancias y tiempos a la vez. Posteriormente, Galileo empleará la línea vertical para representar tiempos solamente, utilizando una línea separada para representar distancias.

Wisan critica la reconstrucción del f. 152r propuesta por Drake, centrando su argumentación en dos puntos principales. Como vimos, Drake sostenía que Galileo, trabajando con dos distancias, AB = 4 y AC = 9, había concluido que el tiempo necesario para recorrer esta segunda distancia venía representado por AD = 6, cumpliéndose que AD es la media proporcional entre AB y AC. Pero según Wisan, si se miden sobre el manuscrito las distancias marcadas en el diagrama contenido en el folio, se encuentra que si AB = 4, entonces AC = 7.8 y AD = 5.6. Resulta, pues, que AC puede ser considerado a lo sumo como 8, siendo 5.66 la media proporcional

entre 4 y 8. Esta crítica de Wisan parece muy discutible. No hay suficientes razones para asegurar que Galileo esté considerando valores de la distancias que se corresponden con mediciones del diagrama. La gráfica puede perfectamente jugar un papel de ilustración del razonamiento. En esta situación, es bastante difícil compartir la afirmación de la estudiosa norteamericana de que la reconstrucción de Drake "is seriously weakened by this point".[29] En segundo lugar, Wisan critica la conexión que Drake establece entre el f. 152r y el f. 128. Como vimos anteriormente, Drake considera que cuando Galileo utiliza en el f. 128 el término velocità se está refiriendo al cuadrado del gradus velocitatis del f. 152r, es decir, al cuadrado de lo que modernamente llamamos velocidad instantánea. Lo que plantea Wisan es que con esta interpretación no se ve cómo hay que entender la expresión grado di velocità que también aparece en el f. 128.[30]

Para Wisan, el f. 152r puede ser datado entre 1604 y 1609, pero es posterior a la carta a Sarpi y al f. 128. Esta datación está basada en la utilización en el folio del término gradus velocitatis. Según las investigaciones de la estudiosa norteamericana esta expresión se encuentra en fragmentos que pertenecen al período paduano tardío.[31] Por su parte, Drake considera el f. 152r anterior a la carta a Sarpi, siendo éste un supuesto fundamental para su hipótesis de que el documento representa el descubrimiento de la ley de caída. Como puede verse el problema de la datación del folio es de la mayor importancia y ha sido abordado por R. H. Naylor en su estudio del documento.

En primer lugar, Naylor somete a crítica las interpretaciones de Drake y Wisan. El marco general de la crítica a Drake es la falta de evidencia que pueda respaldar su interpretación. Así, Naylor señala que el procedimiento atribuido a Galileo de comenzar considerando que el cuerpo se mueve ganando un grado de velocidad por cada unidad de dis-

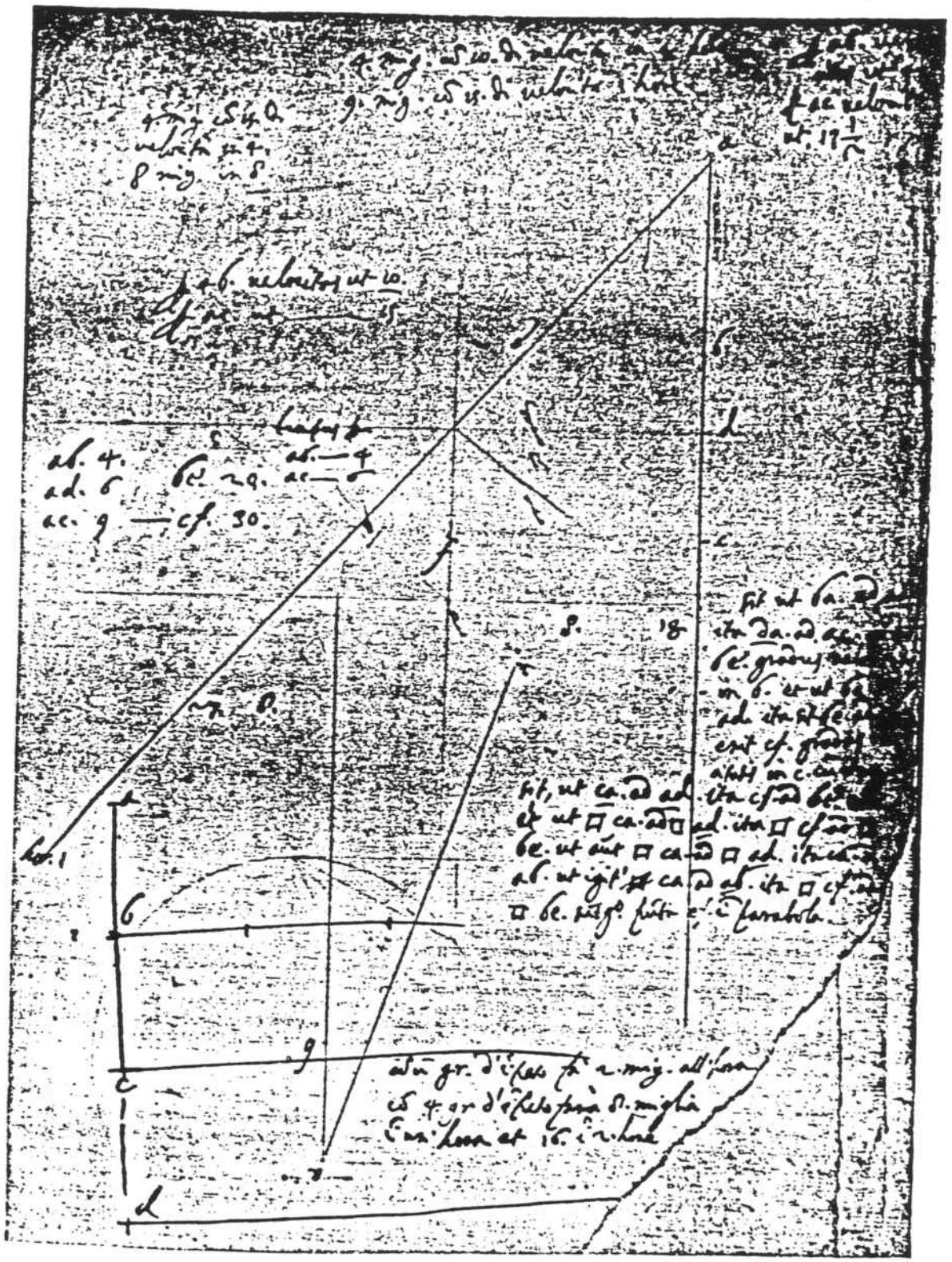


Figura 12

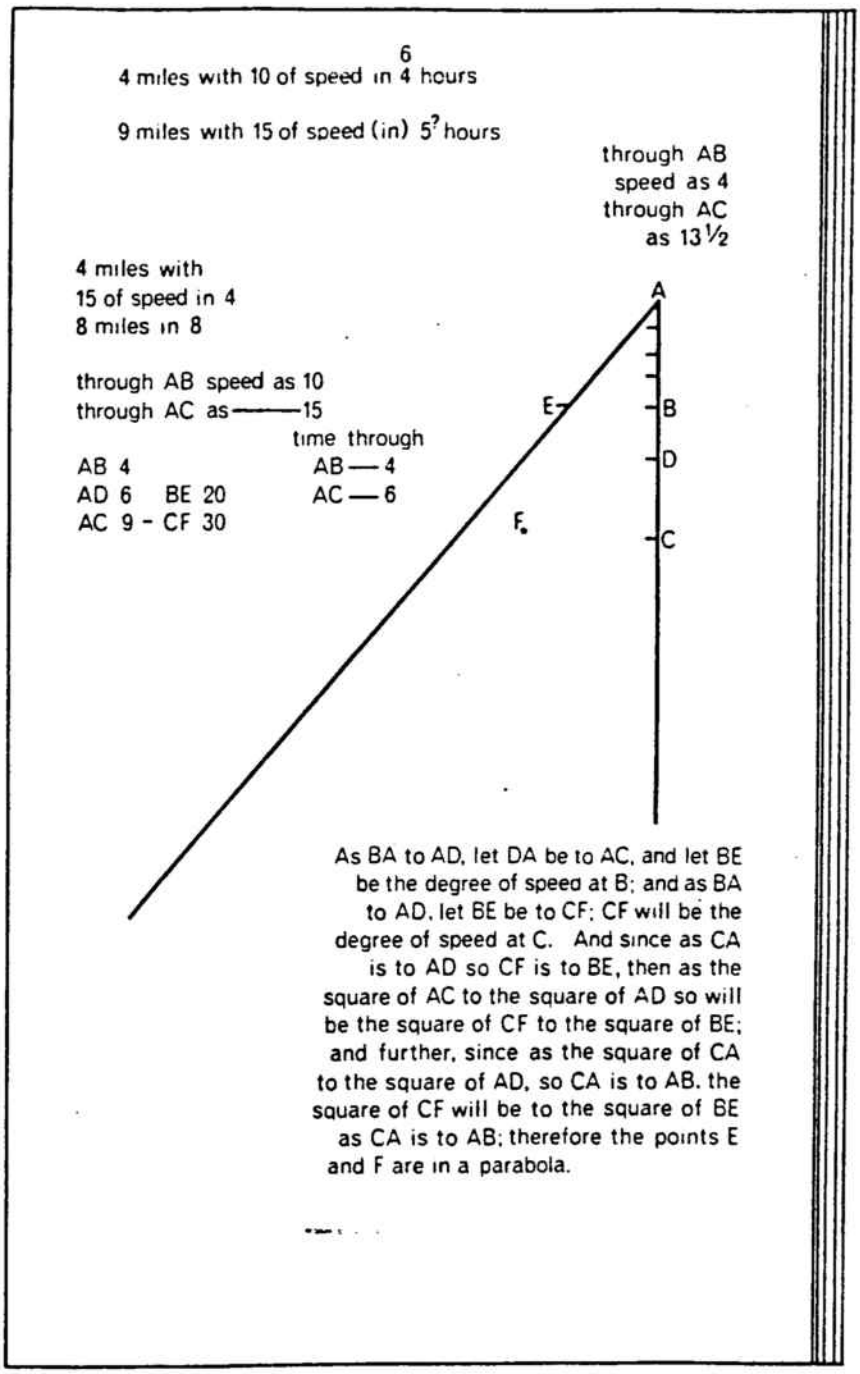

6
4 miles with 10 of speed in 4 hours
9 miles with 15 of speed (in) 5? hours
through AB
speed as 4
through AC
as 13½
4 miles with
15 of speed in 4
8 miles in 8
through AB speed as 10
through AC as——15
time through
AB — 4
AC — 6
AB 4
AD 6 BE 20
AC 9 - CF 30
A
E
B
D
F
C
As BA to AD, let DA be to AC, and let BE be the degree of speed at B; and as BA to AD, let BE be to CF; CF will be the degree of speed at C. And since as CA is to AD so CF is to BE, then as the square of AC to the square of AD so will be the square of CF to the square of BE; and further, since as the square of CA to the square of AD, so CA is to AB, the square of CF will be to the square of BE as CA is to AB; therefore the points E and F are in a parabola.

Figura 13

tancia recorrida no está apoyado por ningún tipo de evidencia directa. Otra tanto ocurre con la sugerencia de Drake de que Galileo habría cometido un error al pasar de la primera anotación a la segunda aplicando su regla.[32] Pero además, Naylor detecta una serie de inconsistencias en la interpretación de Drake. La primera de ellas se relaciona con la utilización del concepto de "grados de velocidad" de dos maneras. Consideremos la primera anotación del folio:

4 millas con 10 de velocidad en 4 horas

Como sabemos, Drake mantiene que el valor de la velocidad en esta anotación se obtiene de la suma 1+2+3+4, es decir, de la suma de los grados consumidos en cada unidad de distancia recorrida. Pero entonces, no se puede mantener a la vez que el número de grados expresa el valor de la velocidad con que el cuerpo se mueve. Y esto es precisamente lo que hace Drake cuando interpreta la anotación

4 millas con 15 de velocidad en 4 horas

como significando que el cuerpo que se mueve con 15 grados de velocidad recorre 4 millas en 4 horas.[33]

En segundo lugar, se plantea un problema grave respecto de la interpretación de Drake de las dos primeras anotaciones del folio. En principio, Drake sugería que Galileo había comenzado considerando el caso de un movimiento acelerado según la regla de que se gana un grado de velocidad por cada unidad de distancia recorrida; supuesto esto, las dos primeras anotaciones constituirían una ejemplificación de esta regla que permite centrar la atención en dos conjuntos de valores de espacio, tiempo y velocidad. Sin embargo, a renglón seguido Drake afirma que el siguiente paso de Galileo habría sido reducir ambos movimientos hipotéticos a la misma velocidad. Y es difícil ver por qué Drake habla de

dos movimientos acelerados cuando empezó diciendo que Galileo estaba considerando sólo uno. Además, cuando se está examinando un caso determinado de movimiento acelerado el valor de la magnitud del "grado de velocidad" está fijado de tal forma que, si se cambian los valores de espacio o tiempo, es necesario redefinir el "grado de velocidad", y se pasa a un movimiento acelerado distinto. Pero, señala Naylor, no hay ninguna evidencia que apoye la idea de que Galileo utilizaba este procedimiento.[34]

En tercer lugar, Naylor indica que la interpretación de Drake está suponiendo que Galileo emplea dos conceptos contradictorios de velocidad media. Por una parte, se tiene que el significado de velocidad está fijado por la distancia total y el tiempo total. Por lo tanto, si el tiempo y la distancia crecen simultáneamente, la velocidad media debe permanecer constante. Pero por otro lado, si se supone que Galileo ha empezado considerando que los "grados de velocidad" aumentan con la distancia recorrida resulta que la velocidad media varía con la distancia.[35]

La crítica a Wisan se basa fundamentalmente en la interpretación que la estudiosa norteamericana ha hecho de la anotación contenida en la esquina superior derecha del folio, es decir,

> a través de AB velocidad como 4
> a través de AC velocidad como 13½

Para Wisan, esta anotación tenía su origen en la utilización por parte de Galileo de una variante incorrecta de una fórmula medieval del movimiento local. Naylor observa que todos los demás valores de espacio, tiempo y velocidad presentes en el folio ajustan con la fórmula correcta:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{s_1}{s_2}\,\frac{t_2}{t_1}$$

Entonces, es difícil admitir que si Galileo en un momento determinado obtuvo valores mediante una variante incorrecta de esta fórmula no fuera capaz de darse cuenta inmediatamente del error. Al respecto, Naylor hace notar que la anotación no está tachada, ni siquiera tiene un signo de interrogación. Es razonable pensar, por tanto, que Galileo no la consideraba como un error.[36]

Naylor aborda también la cuestión de indudable interés, propuesta por Drake, respecto de la posible relación entre el f. 152r y la carta a Sarpi y el f. 128. Para Drake, la velocità del f. 128 equivale al cuadrado del gradus velocitatis del f. 152r. Resultaría, pues, que ambos documentos representan dos aspectos de un mismo esquema conceptual. Ahora bien, Naylor observa que velocità debía tener en 1604 un significado aceptado. Entonces, es lícito preguntarse qué posibilidad tenía Galileo de ser comprendido por Sarpi cambiando el significado aceptado del concepto, sin proporcionar ningún tipo de explicación adicional. Además, sabemos que Galileo utilizaba las reglas tradicionales del movimiento local y estas reglas están ligadas con el concepto de velocidad en su significación habitual. Es difícil considerar el f. 128 y el f. 152r como dos aspectos de un mismo esquema conceptual, ya que el concepto común a ambos documentos, el de grado de velocidad tiene un significado diferente. En el f. 128 el grado di velocità aumenta proporcionalmente a la distancia recorrida desde el reposo, mientras que en el f. 152r el gradus velocitatis aumenta proporcionalmente a la raíz cuadrada de la distancia.[37]

Antes de exponer su interpretación del f. 152r, Naylor se ocupa del problema de la datación. En este sentido el documento presenta particularidades que dificultan el empleo de los procedimientos habituales. Por una parte, el folio no lleva filigrana y en lo que respecta al lenguaje técnico tan sólo puede aislarse un término relevante: gradus

velocitatis. La utilización de este término y el examen de la escritura permiten asignar el folio, aunque de forma forzosamente conjetural, al período paduano más tardío. Sin embargo, la consideración de las importantes diferencias existentes entre el f. 128 y el f. 152r sugiere una separación en el tiempo entre ambos documentos. Ahora bien, las investigaciones de Wisan han corroborado la opinión mantenida por historiadores anteriores de que Galileo siguió utilizando hasta 1608 el principio incorrecto del movimiento acelerado $v \alpha s$ como axioma a partir del que poder derivar la ley de caída. Entonces, si se pretendiera datar el folio en el período 1604-1607 sería necesario justificar la necesidad de Galileo para inventar un nuevo sistema conceptual en este tiempo. Ciertamente, hay un problema que podría haber movido a Galileo a revisar sus ideas sobre el principio $v \alpha s$. Se trata de la explicación de la trayectoria parabólica. Ahora bien, si se acepta que hasta 1608 mantuvo su idea de que en caída libre se cumple $v \alpha s$, entonces para él, dar cuenta de la trayectoria parabólica en el período 1604-1608 supondría explicarla utilizando el principio aceptado. En relación con esta cuestión puede añadirse que no hay evidencia en el f. 152r que permita suponer que está relacionado con el problema del movimiento de los proyectiles. Para convencerse de ello basta darse cuenta que BE y CF representan velocidades adquiridas en los puntos B y C de la trayectoria de caída AC. Si se tratara del movimiento parabólico, BE y CF representarían distancias recorridas con la misma componente horizontal de velocidad. Entonces, para Naylor todos los factores apuntados señalan como fecha más probable para la datación del f. 152r el período 1608-1609.[38]

Respecto del análisis del folio, Naylor considera, en primer lugar, el argumento contenido en la parte central del documento, observando que no hay ningún motivo para pensar que se trate de algo distinto de lo que aparenta ser. Esto es, a partir del supuesto de que en caída libre la velocidad adquirida es proporcional a la raíz cuadrada de la distancia recorrida, Galileo demuestra que el cuadrado de la

velocidad es proporcional a la distancia. La conclusión indica que si se representa en un diagrama la velocidad frente a la distancia, se obtiene una gráfica que es una parábola. El resto de las anotaciones del folio tienen que ver con el problema de la relación entre velocidades y distancias. El análisis de Naylor se centra fundamentalmente en la anotación de la esquina superior derecha:

a través de AB velocidad como 4
a través de AC velocidad como $13\frac{1}{2}$

Como sabemos, Galileo en el f. 128 había demostrado, utilizando su representación triangular, que si se consideran dos distancias recorridas en caída libre desde el reposo, la razón de las velocidades con que se atraviesan estas distancias es igual a la razón de las áreas de los triángulos formados cuando se trazan las líneas paralelas que representan las velocidades adquiridas. Esto es, consideremos un cuerpo que recorre en caída libre las distancias AM y AN. Entonces, Galileo demuestra que:

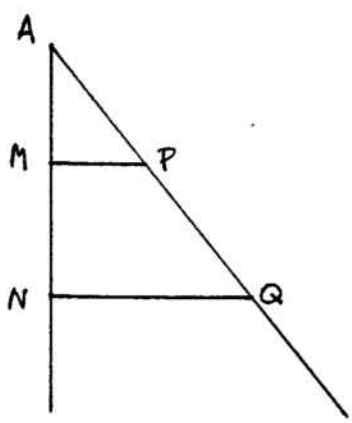


Figura 14

$$\frac{v(AM)}{v(AN)} = \frac{\Delta AMP}{\Delta ANQ}$$

donde con v(AM) designamos la velocità con che ha passata la linea AM y con v(AN) la velocità con che ha passata la linea AN. Si se aplica este método al problema del f. 152r se tendría:

$$\frac{v(AB)}{v(AC)} = \frac{\Delta ABE}{\Delta ACF} = \frac{20}{67\frac{1}{2}}$$

Entonces, si v(AB) = 4 se obtiene

$$v(AC) = \frac{67\frac{1}{2}}{20} \times 4 = 13\frac{1}{2}$$

que responde a la anotación del folio. Así pues, nos encontramos en el f. 152r con dos conjuntos de valores alternativos para las velocidades a través de AB y AC, 10 y 15 por un lado y 4 y 13½ por otro. Lo relevante de estos últimos valores es que no se ajustan con el supuesto del argumento del folio de que la velocidad en caída libre crece proporcionalmente a la raíz cuadrada de la distancia desde el reposo y, sin embargo, no están tachados. Para Naylor, la conclusión que se impone es que los dos conjuntos de valores constituyen respuestas diferentes a un mismo problema: el cálculo de las velocidades a través de las distancias AB y AC. Es decir, el f. 152r represenaría un intento por parte de Galileo para revisar la demostración de la ley de caída $s \alpha t$ contenida en el f. 128, utilizando el nuevo supuesto $v \alpha \sqrt{s}$. Este intento habría mostrado la incompatibilidad del nuevo principio con el método de demostración de la ley seguido en 1604. [39]

Hay un punto oscuro en la interpretación de Naylor. Inmediatamente después de realizar el cálculo que lleva a los valores de 4 y 13½ para las velocidades a través de AB y AC respectivamente, comenta: "These would be the values that would follow if instantaneous velocity did increase with distance to the values of 30 degrees at C and 20 degrees at B." [40] Ahora bien, si los valores de las velocidades instantáneas son 20 y 30 en B y C respectivamente, el triángulo ABE que representa la velocidad con que el cuerpo atraviesa la distancia AB tiene como lados AB=4 y BE=20; asimismo, el triángulo ACF que representa la velocidad con que el cuerpo atraviesa la distancia AC tiene como lados AC=9 y CF=30. Entonces se tendría:

$$\frac{v(AB)}{v(AC)} = \frac{\Delta ABE}{\Delta ACF} = \frac{\frac{1}{2}(4x20)}{\frac{1}{2}(9x30)} = \frac{40}{135}$$

Si $v(AB)=4$, se tiene

$$v(AC) = \frac{4x135}{40} = 13\tfrac{1}{2}$$

Es difícil ver de dónde salen los valores $\Delta ABE = 20$ y $\Delta ACF = 67\frac{1}{2}$, que Naylor utiliza en su cálculo.

Las tres reconstrucciones del f. 152r que hemos visto pueden ser clasificadas en dos grupos. Por una parte, tenemos la interpretación de Drake, de la que pueden extraerse dos conclusiones relevantes. En primer lugar, el f. 152r muestra cómo Galileo ha descubierto la ley de caída. Esta afirmación de Drake depende fundamentalmente de que pueda asegurarse que el folio es anterior a la carta a Sarpi, documento donde Galileo formula la ley por primera vez. Sin embargo, Drake no argumenta su datación, limitándose a afirmar que el documento no puede ser fechado después de la carta a Sarpi.[41] Es conveniente recordar al respecto, aunque Drake no lo menciona, que el f. 152r no puede ser sometido a su técnica principal de datación, ya que, como se dijo, no contiene filigrana. Pero no son sólo problemas relacionados con la cronología los que se plantean a raíz de la reconstrucción de Drake en este punto. La derivación de la ley de caída propuesta utiliza una expresión que no está contenida en el folio:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

Drake sugiere que se puede suponer que está contenida <u>implícitamente</u>, ya que se tiene:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{s_1}{s_2}} \quad y \quad \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{s_1}{s_2}}$$

Sin embargo, la afirmación de que el folio muestra el <u>descubrimiento</u> de la ley es lo suficientemente fuerte como para que no sea satisfactoria la sugerencia de Drake, tanto más

cuanto que tampoco está contenida en el documento la expresión de la ley de caída, es decir, precisamente lo que se pretende que Galileo ha descubierto.

En segundo lugar, mediante su lectura conjunta del f. 152r y del f. 128 y la carta a Sarpi, Drake afirma que Galileo nunca creyó en realidad en el principio incorrecto del movimiento acelerado $v \alpha s$. Esta tesis es aún más fuerte que la anterior y es evidente que requeriría una evidencia muy sólida para apoyarla. En este sentido, es conveniente insistir en que tanto la carta a Sarpi como el f. 128 son suficientemente claros: en caída libre la velocidad aumenta proporcionalmente a la distancia recorrida desde el reposo. En realidad, Drake está basando su argumento en la consideración de que el f. 152r contiene implícitamente la relación $v \alpha t$. Sin embargo, es significativo que en el argumento contenido en la parte central del folio, las relaciones afirmadas explícitamente son $v \alpha \sqrt{s}$ y $v^2 \alpha s$; sin que el tiempo aparezca para nada.

Tanto Wisan como Naylor se muestran críticos respecto de la interpretación de Drake. Sin embargo, es posible aislar un punto de acuerdo entre las reconstrucciones de Wisan y Drake. También la estudiosa norteamericana considera que Galileo está utilizando en el f. 152r el principio-definición correcto del movimiento acelerado $v \alpha t$. Pero el examen del folio revela más bien que Galileo parece estar intentando evitar el uso de esta relación. En efecto, si se considera que el f. 152r es posterior a la carta a Sarpi -y al respecto hay que tener en cuenta que Drake no proporciona ningún argumento que autorice a pensar lo contrario- resulta que Galileo conoce ya que en caída libre se cumple la ley $s \alpha t^2$. Pero el argumento del folio parte del supuesto $v \alpha \sqrt{s}$. Entonces parecería inevitable concluir que en caída libre se cumple $v \alpha t$. Y, sin embargo, Galileo no llega a este resultado. Una explicación para esto puede encontrar-

se considerando que, cuando se utiliza el f. 152r, Galileo es consciente de la falsedad del principio $v \alpha s$, pero carece de medios para realizar medidas de velocidad instantánea y tiempo en caída libre. Pero si le es posible medir velocidad y distancia, puede adoptar como supuesto $v \alpha \sqrt{s}$ considerando entonces $v \alpha t$ como una consecuencia y no como un principio necesario. [42]

Todas las interpretaciones del f. 152r que hemos examinado consideran como un todo dotado con una lógica interna las anotaciones de la mitad superior, el diagrama central y el argumento. Sin duda, hay razones para pensar que las tres cosas están conectadas entre sí. Por ejemplo, el hecho de que las letras que designan puntos en el diagrama se repitan en el argumento y en algunas de las anotaciones. Sin embargo, hay que tener en cuenta en primer lugar que el diagrama central no es el único que aparece en el manuscrito. En la parte inferior izquierda del folio se pueden distinguir hasta tres diagramas: uno formado por una línea vertical en la que hay marcados cinco puntos a, b, c, d, e, y cuatro líneas horizontales perpendiculares a la primera; un diagrama semejante al que ocupa la parte central pero de menor tamaño e invertido; y, por último, mucho menos marcado que los anteriores, hay un diagrama formado por un arco de circunferencia en el que hay trazadas unas cuerdas desde lo que parece ser el punto más alto del diámetro vertical. Este último diagrama es muy similar a los que Galileo acostumbra a utilizar en sus demostraciones de la ley de las cuerdas.

En segundo lugar, tenemos que otro tanto puede decirse de las anotaciones contenidas en el folio. Las interpretaciones examinadas han privilegiado las de la mitad superior del manuscrito, pero en la parte inferior puede leerse claramente la siguiente anotación escrita en italiano:

> con un grado de impeto hace 2 millas a la hora
> con 4 grados de impeto hará 8 millas en una hora
> y 16 en 2 horas

La importancia de esta anotación viene sugerida por la presencia en ella del término técnico galileano impeto. Junto con gradus velocitatis son los dos únicos términos técnicos que aparecen en el f. 152r. Así pues, parece que esta anotación debería haber sido tomada en cuenta a la hora de intentar datar el manuscrito puesto que, como ya se indicó anteriormente, el método de ordenación cronológica de los fragmentos empleado por Wisan utiliza fundamentalmente el vocabulario técnico. Sin embargo, la anotación citada juega un papel muy secundario en las reconstrucciones de Wisan y Drake. Por lo que respecta a la interpretación de Naylor, la anotación ni siquiera se considera.

En definitiva, la conclusión que puede extraerse es que cualquier interpretación realiza una selección entre los diagramas y anotaciones del manuscrito hasta conseguir un conjunto dotado de una lógica interna. Pero entonces, mientras que no se declaren explícitamente los criterios adoptados para llevar a cabo dicha selección, la premisa metodológica afirmada por Naylor -al señalar que "what may at first sight appear unimportant to a modern reader could quite possibly have been of considerable importance for the writer. For this reason it is essential to provide an explanation of all the main features of the manuscript. Unexplained statements may be of crucial significance"[43]- no pasa de ser un deseo que en la práctica se pone entre paréntesis. A no ser que Naylor no considere la anotación de la parte inferior del folio como una de las "main features" del manuscrito. Pero si éste es el caso, debería argumentarse el por qué de esta decisión.

¿Por qué no se ha considerado la posibilidad de

que las anotaciones del f. 152r estén relacionadas con algún otro manuscrito, quizá perdido? ¿Cómo podemos saber que para Galileo no era lo más importante del fragmento la anotación de la parte inferior, junto con alguno de los diagramas que, presumiblemente, la acompañan? ¿Por qué se considera que el diagrama que aparece en la parte central es el diagrama principal? Son preguntas que nos hacen comprender el carácter especialmente conjetural de cualquier interpretación del fragmento que se proponga. Asimismo, este tipo de cuestiones y otras similares que podrían plantearse, son las que nos permiten comenzar a comprender que los manuscritos por sí mismos no constituyen documentos para la historiografía de la ciencia. Son sólo los manuscritos interpretados los que pueden considerarse como documentos. Aunque ciertamente, en lo que respecta al f. 152r, puede aislarse una parte significativa por sí misma. Nos estamos refiriendo al argumento contenido en la parte central del folio. En este caso el problema es relacionar el argumento con las demás anotaciones y diagramas.

Como hemos visto, cuando Naylor analiza la reconstrucción de Drake del f. 152r, le reprocha su suposición de que Galileo está utilizando un método de razonamiento determinado sin que haya suficiente evidencia directa de ello. Ahora bien, ¿qué entiende Naylor por "evidencia directa"? O se refiere a un tipo de evidencia que puede descubrirse en el mismo manuscrito, o bien lo que se pide es que Drake muestre algunos ejemplos donde se pueda ver a Galileo utilizando un modo de razonamiento similar. Es claro que Naylor se está refiriendo a la primera posibilidad, pero entonces su exigencia no está justificada. Excluido el argumento contenido en la parte central, las demás anotaciones del folio son de una naturaleza tan sumamente fragmentaria que parece muy difícil pensar que constituyen evidencia directa para cualquier hipótesis interpretativa.

Reflexiones similares pueden hacerse a raíz de la crítica efectuada por Naylor a la recontrucción propuesta por Wisan. La crítica se centraba en la interpretación que la estudiosa norteamericana hacía de la anotación contenida en la esquina superior derecha del folio. En esta anotación se lee:

a través de AB velocidad como 4
a través de AC velocidad como 13½

Para Wisan, esta anotación proviene de un error cometido por Galileo al aplicar una fórmula del movimiento local. Naylor criticaba esta interpretación, basándose en el hecho de que la anotación no está tachada, ni siquiera lleva un signo de interrogación. Esta crítica de Naylor no está justificada. No hay ningún motivo para suponer que Galileo marcaba de algún modo las anotaciones que consideraba erróneas. De hecho, cuando se está tratando un problema utilizando un sólo papel es bastante frecuente proceder ensayando las distintas soluciones, sin detenerse a tachar o marcar con un signo de interrogación las que parecen dudosas.

Cuando se toman en consideración las dificultades planteadas por la lectura del f. 152r, y en general de todos los manuscritos publicados recientemente, resulta inevitable desconfiar de interpretaciones tan audaces como la propuesta por S. Drake. En definitiva, para proponer su hipótesis de que el f. 152r registra el descubrimiento de la ley de caída, Drake se está basando única y exclusivamente en el hecho de que una tabulación de espacios, tiempos y velocidades que figura en el manuscrito ajusta con el corolario de la media proporcional, resultado que como sabemos, está directamente relacionado con la ley de caída. Ahora bien, es preciso tener en cuenta que ni el corolario ni la ley aparecen en el manuscrito. Ciertamente, es posible construir una derivación de la ley de caída utilizando la conclusión

del argumento contenido en el folio y suponiendo que la tabulación implica el corolario de la media proporcional, pero esta derivación es de Drake, no de Galileo.

Pero es que además, la argumentación de Drake falla en otro aspecto crucial. En presencia de un manuscrito que se considera de importancia decisiva para abordar el problema del descubrimiento de la ley de caída, un requisito imprescindible previo a la formulación de cualquier hipótesis es situarlo cronológicamente con toda la precisión posible. Sin embargo, Drake se limita a afirmar, sin proponer ningún tipo de argumentación, que el folio no puede ser datado después de octubre de 1604. Dado que la datación de este manuscrito es especialmente problemática, debido a que carece de filigrana, las anotaciones que contiene son sumamente escuetas y la terminología técnica que aparece en él es muy reducida, resulta sorprendente que Drake crea poder zanjar la cuestión de una manera tan simple.

Otro tipo de problemas se plantean a la hora de intentar hacer una valoración de las interpretaciones propuestas por Wisan y Naylor. En este caso nos encontramos con dos reconstrucciones que están exentas de las dificultades que caracterizan a la de Drake. Ambas difieren en los objetivos asignados al f. 152r. En opinión de Wisan se trata de un intento de Galileo para, utilizando el principio-definición correcto $\underline{v \propto t}$ del movimiento acelerado, estudiar la relación entre movimiento uniforme y acelerado. Por su parte, Naylor considera que el f. 152r registra una revisión de la demostración de la ley $\underline{s \propto t^2}$ a la luz del supuesto alternativo $\underline{v \propto \sqrt{s}}$.

La interpretación de Wisan requiere tres supuestos. En primer lugar, es preciso considerar que Galileo está utilizando el principio correcto $\underline{v \propto t}$. Además hay que suponer que Galileo ha cometido dos errores: uno proviene

del método utilizado para la representación de magnitudes; el segundo consiste en una aplicación incorrecta de una fórmula medieval de movimiento local. En realidad, los dos primeros supuestos están íntimamente relacionados ya que, sólo si se considera que Galileo está utilizando el principio $v \propto t$, se puede hablar de un error cometido al pasar por alto que la línea vertical del diagrama central está representando distancia y tiempo a la vez. Ahora bien, la única referencia explícita relacionada con la velocidad adquirida (gradus velocitatis) aparece en el argumento contenido en la parte central del folio y afirma que la velocidad adquirida es proporcional a la raíz cuadrada de la distancia. Por lo tanto, es cuando menos problemático basar una interpretación en el supuesto de que Galileo está usando el principio de que la velocidad adquirida es proporcional al tiempo transcurrido.

La interpretación de Naylor toma como punto de referencia el argumento contenido en la parte central del folio. Lo más relevante de este argumento es su supuesto inicial, es decir, que la velocidad adquirida es proporcional a la raíz cuadrada de la distancia recorrida. Con ello, Galileo está considerando un principio alternativo al afirmado en la carta a Sarpi y el f. 128. Juzgada desde el punto de vista de la simplicidad, la reconstrucción de Naylor es preferible a la de Wisan, porque no requiere ningún supuesto, salvo el común a todas las interpretaciones examinadas: que las anotaciones de la parte superior del folio, junto con el diagrama central y el argumento forman un todo articulado. Sin embargo, como objeción a tener en cuenta se puede apuntar la ya señalada anteriormente: Naylor ignora la anotación de la parte inferior del manuscrito sin dar ningún argumento que justifique esta decisión.

Las reflexiones hechas hasta aquí permiten tomar conciencia de las dificultades inherentes a la interpreta-

ción del f. 152r y en general de los manuscritos publicados recientemente no contenidos en la Edición Nacional de Le Opere. El material es tan fragmentario y su interpretación tan problemática que resulta cuando menos poco justificado pensar que un manuscrito va a resolver totalmente problemas de la envergadura del descubrimiento de la ley de caída o el principio-definición correcto del movimiento naturalmente acelerado $v \alpha t$.

Ahora bien, tan peligroso como depositar una confianza excesiva en los manuscritos sería menospreciar su utilidad. En principio, es posible afirmar que si en algún sitio se puede encontrar la base documental que permita abordar problemas de descubrimiento será entre los manuscritos, ya que éstos están constituidos en su mayor parte por apuntes y anotaciones de trabajo de Galileo. Este tipo de problemas no podrán ser resueltos considerando única y exclusivamente la obra publicada por Galileo. Ni en el Dialogo ni en los Discorsi pueden encontrarse indicaciones de cómo se descubrió la ley de caída o cómo se llegó al principio correcto del movimiento acelerado. En este último caso un ejemplo nos permitirá juzgar la importancia de considerar los manuscritos.

En un excelente trabajo La philosophie naturelle de Galilée, Maurice Clavelin aborda el problema de cuáles han sido los motivos que han llevado a Galileo a adoptar el principio $v \alpha t$. Clavelin acepta que Galileo ha rechazado el principio $v \alpha s$, afirmado en la carta a Sarpi, basándose en el argumento propuesto por Salviati en los Discorsi. Este argumento demuestra que si un grave en caída libre aumenta su velocidad en proporción a la distancia recorrida desde el reposo, su movimiento debe ser instantáneo. Ahora bien, como señala Clavelin, el argumento de los Discorsi, en caso de que se considere concluyente, lo único que demuestra es que en caída libre la relación entre velo-

cidad adquirida y distancia recorrida no puede ser lineal. Pero esto no basta para descartar el espacio como posible variable independiente. En efecto, Galileo podría haber considerado una sencilla modificación del principio original $v \alpha s$, a saber, el principio alternativo $v \alpha \sqrt{s}$ que, como sabemos, es perfectamente correcto. Entonces "pourquoi Galilée, après avoir constaté l'impossibilité de son hypothèse sous sa forme première, l'a-t-il abandonnée sans chercher à la modifier, comme cela était pourtant relativement aisé? Quels motifs l'ont véritablemente amené à faire du temps la variable indépendante pour l'analyse du mouvement naturellement accéléré?"[44] La respuesta a estas preguntas puede encontrarse reflexionando sobre el tipo de definición de movimiento naturalmente acelerado que Galileo hubiera debido construir inspirándose en el principio $v \alpha \sqrt{s}$. Esta definición habría sido la siguiente: "j'entends par naturellement ou uniformément accéléré un mouvement dont la vitesse croît comme la racine carrée de l'espace parcouru".[45] Pero, señala Clavelin, esta definición de movimiento naturalmente acelerado no habría sido aceptable para Galileo. En primer lugar, porque una definición de este tipo no permite aprehender el proceso de crecimiento que engendra un movimiento uniformemente acelerado. En segundo lugar, porque una definición como la que estamos considerando enmascara un aspecto esencial del movimiento de caída libre, a saber, que se trata de un movimiento uniformemente acelerado. En realidad, más que un principio-definición, el principio $v \alpha \sqrt{s}$ es una propiedad del movimiento acelerado; por lo tanto, una ciencia construida a partir de esa definición sería una ciencia puramente descriptiva.[46]

Ahora bien, lo que Clavelin está demostrando, en realidad, es por qué Galileo no pondría como principio básico de un tratado sobre el movimiento naturalmente acelerado el principio $v \alpha \sqrt{s}$. Es decir, en la presentación final de la ciencia del movimiento acelerado no puede figurar el

principio $v \alpha \sqrt{s}$ salvo como una consecuencia del principio-definición $v \alpha t$ y la ley de caída $s \alpha t^2$. Y esto es precisamente lo que ocurre en los Discorsi. Aunque Galileo no afirma explícitamente la relación $v \alpha \sqrt{s}$ como una propiedad del movimiento naturalmente acelerado, se puede construir fácilmente una derivación de ella utilizando una consecuencia inmediata de la ley de caída, el corolario de la media proporcional, y el principio-definición $v \alpha t$. Consideremos un cuerpo en caída libre que recorre las distancias s_1 y s_2 medidas desde el reposo, y sean t_1 y t_2 los tiempos necesarios para recorrer dichas distancias. Sea s la media proporcional entre ambas distancias. Entonces se tiene:

(1) $\frac{t_1}{t_2} = \frac{s_1}{s}$ por el corolario de la media proporcional

(2) $\frac{t_1}{t_2} = \frac{s_1}{\sqrt{s_1 \cdot s_2}}$ ya que al ser s la media proporcional entre s_1 y s_2, se cumple $s = \sqrt{s_1 \cdot s_2}$

(3) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{s_1}{\sqrt{s_1 \cdot s_2}}$ ya que por la definición de movimiento naturalmente acelerado se tiene que $\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2}$

(4) Pero $\frac{s_1}{\sqrt{s_1 \cdot s_2}} = \sqrt{\frac{s_1}{s_2}}$

(5) Entonces $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{s_1}{s_2}}$

Pero los argumentos que son suficientemente convincentes para mostrar por qué Galileo no hubiera adoptado $v \alpha \sqrt{s}$ como principio-definición del movimiento naturalmente acelerado, no bastan para resolver el problema del descubrimiento del principio $v \alpha t$. Además, si no se utilizan con cautela, pueden enmascarar la importancia de $v \alpha \sqrt{s}$ como paso intermedio

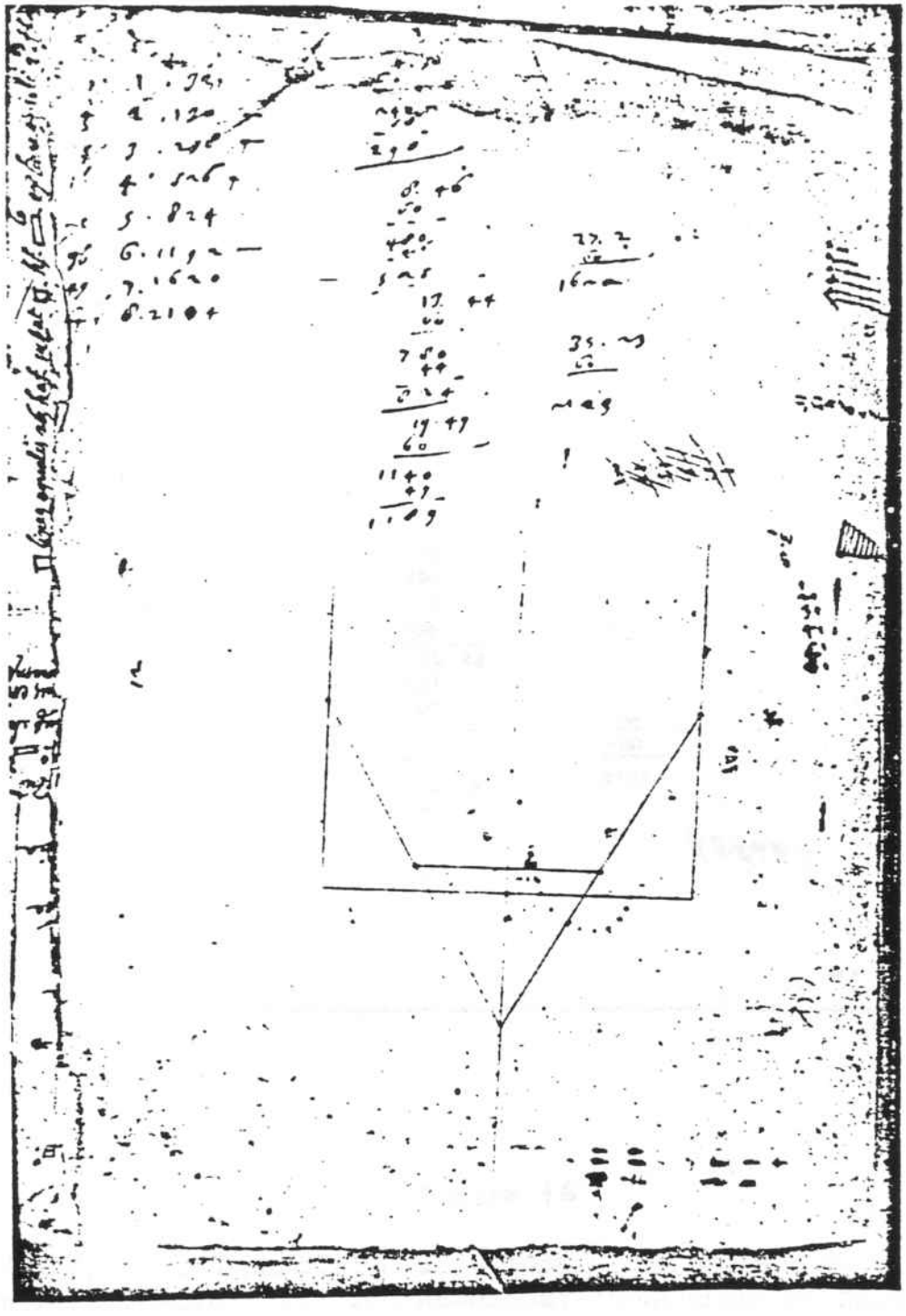


Figura 15

Reproducción del f. 107v del Volumen 72 de los Manuscritos Galileanos. (Contenida en Naylor, 1977, p. 372)

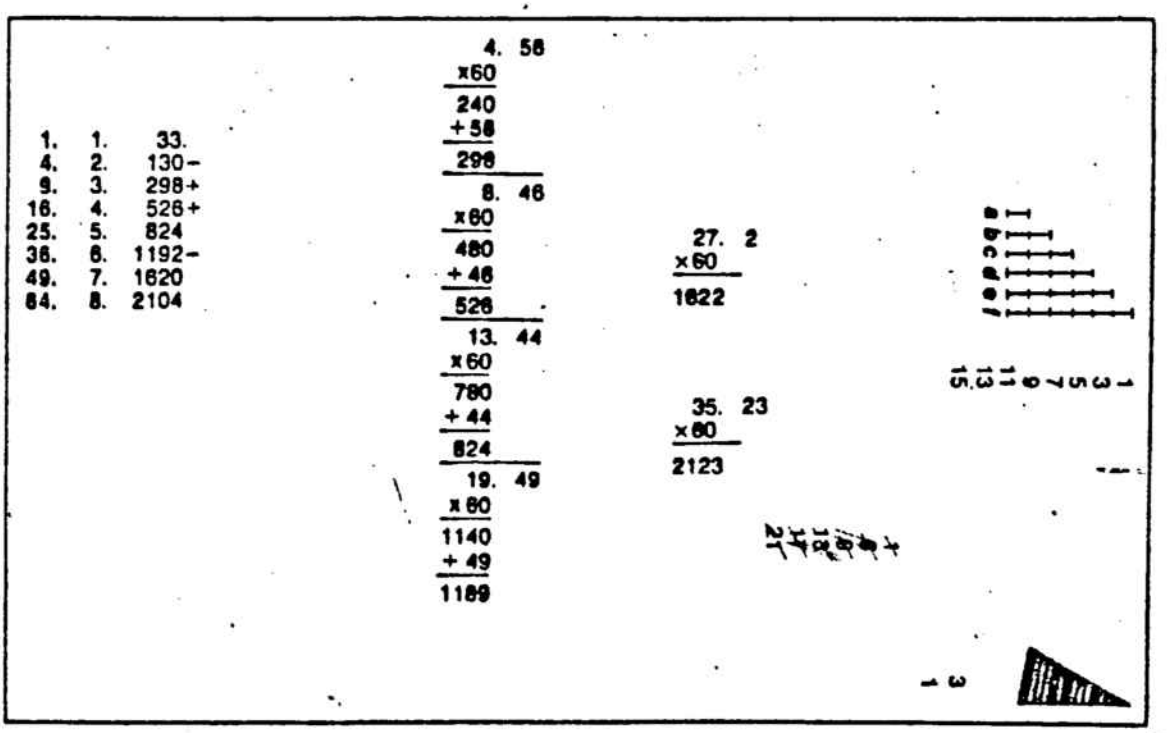


Figura 16

Transcripción parcial del f. 107v. Los signos de adición y multiplicación han sido añadidos. (Contenida en Drake, 1975c, p. 100)

CRAI Universitat de Barcelona

entre $v \alpha s$ y $v \alpha t$. Cabe considerar que, una vez que Galileo ha descubierto la contradicción a que conduce el principio $v \alpha s$, pensaría en otras alternativas posibles, siendo una de ellas $v \alpha \sqrt{s}$. Analizada esta posibilidad y comprobado que funciona, entonces es cuando se trata de ver si es posible "transformar" $v \alpha \sqrt{s}$ en un principio que cumpla todos los requisitos exigibles a una definición de movimiento naturalmente acelerado. A partir de la argumentación de Clavelin podría pensarse que Galileo ha pasado de $v \alpha s$ a $v \alpha t$ sin pasos intermedios, o que ha considerado $v \alpha \sqrt{s}$ sólo como alternativa descartable casi desde un principio. Gracias al argumento contenido en la parte central del f. 152r podemos afirmar con seguridad que Galileo utilizó el supuesto $v \alpha \sqrt{s}$ en algún momento del período 1604-1609. Así pues, no resulta correcto afirmar, como hace Clavelin, que Galileo no intentó modificar su principio inicial $v \alpha s$.

III.3. De nuevo sobre el descubrimiento de la ley de caída

Después de la publicación del f. 152r y el debate abierto entre las distintas reconstrucciones de este documento, el problema del descubrimiento de la ley de caída ha vuelto a ser abordado desde una perspectiva diferente a raíz de la consideración de un nuevo fragmento, el f. 107v, no publicado en la Edición Nacional de Le Opere (ver figs. 15 y 16). El análisis de este documento, descubierto por Drake, ha llevado a éste a cambiar de opinión una vez más respecto del procedimiento, seguido por Galileo para llegar a la ley de caída $s \alpha t^2$. Para Drake, el f. 107v proporciona suficiente evidencia como para poder afirmar que el descubrimiento de la ley no ha sido matemático, como pensaba a raíz de su examen del f. 152r, sino experimental. Galileo ha descubierto la ley de caída experimentando con un plano inclinado.

El f. 107v contiene en su esquina superior izquierda las tres columnas de números siguientes:

1	1	33
4	2	130-
9	3	298+
16	4	526+
25	5	824
36	6	1192
49	7	1620
64	8	2104

La primera columna es apenas legible en el manuscrito. Los números de la tercera columna se ajustan con una precisión notable a los valores de las distancias que recorrería un cuerpo con un movimiento uniformemente acelerado en 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 unidades de tiempo contadas desde el reposo. En efecto, utilizando la ley $s \propto t^2$ y tomando como base el valor de la distancia recorrida en la primera unidad de tiempo, es decir, 33, se obtienen como valores ideales:

33
132
297
528
825
1188
1617
2112

La diferencia entre estos valores y los contenidos en la tercera columna del folio va desde un porcentaje mínimo de -0.1%, correspondiente a la distancia recorrida en cinco unidades de tiempo, hasta un porcentaje máximo de -1.5% correspondiente a la distancia recorrida en dos unidades de tiempo.

A la derecha de las tres columnas de números mencionadas pueden leerse en el manuscrito unos cálculos que permiten explicar como se obtuvieron los valores de la tercera columna. En cada uno de los cálculos se multiplica un número entero por 60 y al resultado se le suma un número menor que 60. Éste es el procedimiento que se seguiría si las distancias fueran medidas con una regla dividida en 60 partes. Cada una de estas partes coincide con la unidad de distancia utilizada por Galileo, el punto. Como se desprende de otros manuscritos, el punto equivale a 29/30 mm.[47]

Para Drake el origen empírico de los números de la tercera columna del f. 107v está fuera de duda, ya que no coinciden exactamente con los productos de los números de la serie 1, 4, 9, ..., 64 por el primer dato, 33. Los datos habrían sido obtenidos midiendo las distancias recorridas en unidades de tiempo contadas desde el reposo por una esfera que desciende por un plano inclinado.[48] En la reconstrucción del experimento llevada a cabo por Drake se utiliza un plano acanalado de unos 6½ pies (198.12 cm) de longitud y un ángulo de inclinación de aproximadamente 1.7°. El plano tiene un tope en su extremo superior que permite mantener la esfera en reposo apoyando un dedo sobre ella. El problema fundamental con que se enfrenta el experimento del plano inclinado es la medida del tiempo. En este sentido, Drake argumenta que el objetivo de Galileo no es medir con precisión un determinado intervalo de tiempo, sino poder dividirlo en intervalos de tiempos iguales, ya que lo que se pretende es medir las distancias recorridas por la esfera en unidades de tiempo iguales sucesivas. Ahora bien, es precisamente esto lo que hace habitualmente un director de orquesta utilizando un ritmo interno. Asimismo, cualquiera puede cantar un ritmo determinado y ser capaz de detectar un retraso de hasta $\frac{1}{64}$ de segundo. Pero Galileo era un músico lo suficientemente competente como para poder utilizar hábilmente este método de dividir un tiempo en peque-

ños intervalos iguales.[49]

De acuerdo con esto el experimento reconstruido procede de la siguiente manera. Se canta resueltamente una marcha a un tempo de dos notas por segundo. Una vez establecido el tempo, se suelta la bola coincidiendo con una nota y se marca sobre el plano su posición coincidiendo con otras notas, es decir, a intervalos de 0.5 segundos. Entonces, al cabo de tres o cuatro recorridos de la esfera por la longitud del plano se obtendrán ocho posiciones. En cada una de las posiciones se coloca una banda de goma que juega un papel análogo a los trastes del mástil de una guitarra. Mediante recorridos repetidos de la esfera por el plano se ajustan las bandas de goma de forma que el sonido producido por la bola al pasar por cada una de ellas coincida exactamente con una nota de la marcha. Entonces se miden las distancias desde la posición de reposo de la bola hasta cada una de las bandas. Estas distancias concuerdan con gran precisión con los números de la tercera columna del f. 107v.[50]

Si se acepta que el f. 107v es un testimonio de actividad experimental relacionada con la ley de caída, el problema que se plantea de forma inmediata es saber si el experimento ha propiciado el descubrimiento de la ley o si se trata de un experimento confirmador de una ley ya conocida por otros procedimientos. Drake no duda en optar por la primera alternativa apoyando su elección en dos argumentos. Si Galileo hubiera conocido la ley previamente al experimento del f. 107v, habría procedido ajustando los trastes a distancias calculadas. Entonces, con un solo recorrido de la esfera se habría podido confirmar la ley y sobrarían los cálculos de la parte derecha del folio. Por otra parte, en el mansucrito puede leerse la serie 1, 5, 9, 13, 17, 21 tachada. Esto podría representar una primera conjetura de Galileo respecto de la regla de crecimiento de las

distancias medidas. La regla correcta 1, 4, 9, 16, ..., 64 figura en la primera columna de la esquina superior izquierda y, en opinión de Drake, fue añadida después de los otros dos como resultado del análisis del crecimiento de las distancias obtenidas empíricamente.[51] De estos dos argumentos el primero no queda claro. El razonamiento de Drake no consigue excluir la posibilidad de que el experimento del f. 107v haya sido confirmador. Cabe dentro de lo posible que Galileo haya procedido confirmando independientemente cada una de las distancias exigidas por la ley. No es necesario suponer que el experimento confirmador tenga que utilizar un solo recorrido de la esfera por el plano.

Tanto la longitud del plano utilizado como el ángulo de inclinación son datos que no figuran en el manuscrito. En realidad, en el folio no hay ninguna indicación respecto del dispositivo experimental supuestamente empleado. En relación a este problema Drake justifica los valores empleados en su reconstrucción señalando que un plano inclinado con un ángulo superior a 2° haría que la velocidad de la esfera aumentara con excesiva rapidez, mientras que si el ángulo es inferior, la velocidad sufre alteraciones al pasar por los trastes. Respecto de la unidad de tiempo elegido, 0.5 segundos, Drake indica que es más difícil juzgar la igualdad de intervalos menores o mayores que un segundo.[52]

Así pues, basándose en su interpretación del f. 107v Drake rechaza su opinión anterior de que la ley de caída fue descubierta mediante un razonamiento matemático en el que el azar jugó un papel no despreciable. Lo que se propone ahora es que el experimento descubridor, cuyo registro está en el f. 107v, debió tener lugar después del abandono de la hipótesis con que se abre el f. 152r y antes de construir el argumento que, en este documento, supone la regla correcta $v \propto \sqrt{s}$ que relaciona la velocidad adquirida y el espacio recorrido en un movimiento de caída libre.[53]

Entonces, el f. 107v así como el f. 152r se sitúan cronológicamente, según Drake, antes de la carta a Sarpi. Sin embargo, esta ordenación no está respaldada por ningún argumento relacionado con las técnicas de datación de los manuscritos que Drake acostumbra a emplear y esto no puede por menos que sorprender ya que el folio contiene una filigrana identificable. Da la impresión de que Drake, convencido de que el f. 107v presenta evidencia de un experimento descubridor, ha adoptado su ordenación guiado por criterios exclusivamente lógicos.

El punto fundamental de la reconstrucción de Drake es su tesis de que Galileo podía dividir con gran precisión un tiempo en pequeños intervalos iguales. Ahora bien, si se examina con cuidado el procedimiento que se da por sentado que utilizó Galileo para hacer esto, se ve que se está suponiendo no sólo que se puede cantar con un ritmo constante, sin alteración, lo cual puede ser aceptable, sino que en todas las ocasiones en que se canta la marcha, se mantiene el ritmo. Esto último es mucho más discutible. Podría conseguirse quizá utilizando un metrónomo que fija un ritmo constante, pero, como es evidente, si Galileo hubiera podido disponer de tal instrumento lo hubiera empleado directamente para igualar los intervalos de tiempo sin recurrir al expediente de cantar una marcha. Drake no toma en cuenta un efecto que puede producirse en el experimento supuesto. Se trata de la posible interacción entre el recorrido de la bola por el plano y el canto de la marcha. Supongamos un traste cualquiera; el sonido que produce la bola al pasar por él debe coincidir con una determinada nota. En el experimento supuesto interviene un solo experimentador que, a la vez, debe cantar y controlar el movimiento de la bola. Entonces, es legítimo pensar que el ritmo con que el experimentador canta pueda verse afectado por la necesidad de que el sonido producido por la bola coincida exactamente con una nota determinada. Es decir, puede suceder que el experimentador, en vez de concentrarse en conseguir un ritmo regular en su canto, empiece inconscientemente a cantar de modo que las notas coincidan con los sonidos producidos por la bola. Así, una vez que se ha situado

/ el traste en la

posición que se juzga correcta, puede ocurrir que el próximo recorrido el ritmo del canto se ajuste inconscientemente de modo que el sonido de la bola coincida con la misma nota. Lo que ocurriría entonces es que el ritmo con que se canta la marcha varía inconscientemente en cada ocasión.

También cabe preguntarse por qué, si Galileo utilizó el procedimiento propuesto por Drake, no requirió la ayuda de un músico profesional. Drake no considera esta posibilidad, aunque señala la circunstancia de que tanto el padre como el hermano de Galileo eran músicos profesionales y él mismo tocaba aceptablemente el laúd. Si Galileo hubiera recurrido a la ayuda de un músico, el efecto señalado anteriormente habría podido ser corregido ya que entonces, de las dos personas que intervienen en el experimento, una de ellas puede concentrarse exclusivamente en la observación del movimiento de la bola.

Resulta ineludible una última observación respecto de la nueva hipótesis de Drake sobre el descubrimiento de la ley de caída. Cuando se examinan los lugares en que Drake ha expuesto su reconstrucción del f. 107v[54] salta a la vista una circunstancia que no deja de resultar sorprendente. En ninguna parte puede encontrarse un informe de los datos experimentales que el estudioso norteamericano ha obtenido en su reconstrucción del experimento propuesto. Los resultados que Drake ha expuesto son siempre cálculos teóricos. Así, Drake ha mostrado la concordancia entre los valores teóricos que se obtienen considerando intervalos de tiempo de 0.55 segundos y una aceleración de 21 cm/seg²[55] y los números de la tercera columna del f. 107v. Esta concordancia va desde un máximo de 0.04%, correspondiente a la distancia recorrida en ocho unidades de tiempo, hasta un mínimo de -1.07% correspondiente a la distancia recorrida en dos unidades de tiempo. Pero Drake nunca ha ofrecido una comparación entre sus valores medidos y los números

de la tercera columna del f. 107v.

Como era de esperar la hipótesis de Drake ha levantado una fuerte polémica. Ya en 1977 R. H. Naylor planteaba una serie de objeciones no desdeñables. En líneas generales la crítica descansa sobre la consideración de que el f. 107v por sí mismo presenta una evidencia demasiado escasa como para formular una hipótesis tan fuerte. En este sentido, Naylor observa que no basta con que un conjunto de números parezcan ser resultados empíricos para afirmar que realmente lo son. Sin algún indicio respecto de la forma del experimento que se supone haber producido dichos números, la discusión permanece confinada en el ámbito bastante infructífero del análisis de datos. De esta forma Drake se ha visto obligado a inventar tanto el valor de la longitud del plano que pudo utilizar Galileo como el del ángulo de inclinación. Respecto de este último, Naylor plantea sus objeciones en dos sentidos. En primer lugar, si se compara el experimento supuesto con el experimento del plano inclinado que Galileo expone pormenorizadamente en los Discorsi como confirmador de la ley de caída, se advierte que el valor del ángulo propuesto en este último caso es muy distinto del proporcionado por Drake. En efecto, en los Discorsi Galileo habla de un plano de una longitud aproximada de 12 braccia, uno de cuyos extremos se eleva respecto de la horizontal 1 ó 2 braccia.[56] Esto es, ángulos entre 4.7° y 9.5°. Entonces no se entiende por qué si Galileo ha obtenido resultados tan precisos como los que se muestran en el f. 107v con un ángulo de 1.7°, habría de cambiar tan apreciablemente este dato importante en un texto crucial donde con tanto énfasis se reivindica la exactitud del experimento y, por tanto, la validez de la ley de caída.[57] En segundo lugar, Naylor señala que si se utilizan planos inclinados con un ángulo tan pequeño como el propuesto por Drake, se constata que los efectos de rozamiento provocan desviaciones respecto del tiempo predicho por la ley para el

recorrido de la longitud del plano de hasta un 10%. Entonces, aunque disminuyendo el ángulo de inclinación del plano se aumenta el tiempo requerido por la esfera para recorrer su longitud y, por tanto, puede aumentarse la precisión de su medida, ocurre también que el rozamiento empieza a contrarrestar este incremento de la exactitud.[58]

Consideraciones similares pueden hacerse respecto de la longitud del plano utilizado por Drake. En los Discorsi Galileo habla de un plano acanalado de una longitud de unos 6 metros, mientras que Drake propone una longitud de 2 metros. Asimismo, Galileo señala que la variación en los tiempos empleados por la esfera para recorrer el plano inclinado no supera $\frac{1}{10}$ de una pulsación, es decir, 0.08 segundos. Pero, según observa Naylor, si este valor se toma como guía para la exactitud de las medidas de tiempo en el experimento propuesto por Drake, se encontrarán variaciones respecto de los valores ideales para las distancias de hasta un 10%.

Naylor se ocupa también del problema de la datación del f. 107v. Al respecto hay que notar que en este caso no es posible emplear el método propuesto por Wisan, ya que el documento tan sólo contiene números. Sin embargo, el folio contiene una filigrana y este detalle permite acotar el período a que presumiblemente pertenece. La filigrana del f. 107v es una ballesta. Naylor observa que filigranas de este tipo aparecen en la correspondencia de Galileo entre enero de 1605 y julio de 1610. Filigranas formadas por una ballesta pero modificadas con la adición de círculos y tréboles se encuentran también en correspondencia perteneciente a la primera época del período paduano. Sin embargo, filigranas iguales a las del f. 107v sólo se encuentran en cartas de 1609 y 1610 con una única excepción correspondiente a una carta de 1605. Entonces, la conclusión de Naylor es que aunque la evidencia no permite

proporcionar una fecha precisa para el documento, indicando tan sólo su pertenencia al período 1605-1610, es más verosímil pensar que el folio corresponde a una época tardía dentro de dicho período.[59] En cualquier caso, lo que parece claro para Naylor es que el folio no puede pertenecer a 1604 o antes, como exige la hipótesis de Drake.

Posteriormente Naylor ha vuelto a analizar la hipótesis de Drake, reproduciendo el experimento que se supone habría originado los números contenidos en el f. 107v. La reproducción ha sido llevada a cabo conjuntamente por dos investigadores: R. H. Naylor y T. Settle. Se utilizaron dos planos inclinados de longitudes 5 y 2 metros y tres valores de ángulo de inclinación: 5.7°, 3.7° y 1.8°. Una notable diferencia respecto del procedimiento propuesto por Drake es que para el cronometraje del tiempo se empleó un metrónomo ajustado a un ritmo de 120 pulsaciones/minuto. Se soltaba la bola coincidiendo con una pulsación del metrónomo y se sincronizaba el sonido producido al chocar con un bloque de madera colocado transversalmente al plano, con una pulsación posterior. De esta forma se podían medir las distancias recorridas por la esfera en 1, 2, 3, 4, 5 y 6 pulsaciones del metrónomo. Se realizaron un total de seis experimentos, haciendo tres cada uno de los dos experimentadores por separado. La técnica experimental se enfrentaba principalmente con dos problemas: coordinar exactamente el acto de soltar la bola con la pulsación del metrónomo y, análogamente, hacer coincidir el sonido producido por el choque de la esfera con el bloque y una pulsación del metrónomo. Para evitar la influencia del desarrollo del experimento sobre el experimentador no se medían las distancias recorridas hasta que el experimento no hubiera finalizado.[60]

Los resultados de los experimentos llevados a cabo por Naylor y Settle muestran una discrepancia con la ley $s \propto t^2$ mucho mayor que la que se encuentra a partir de los

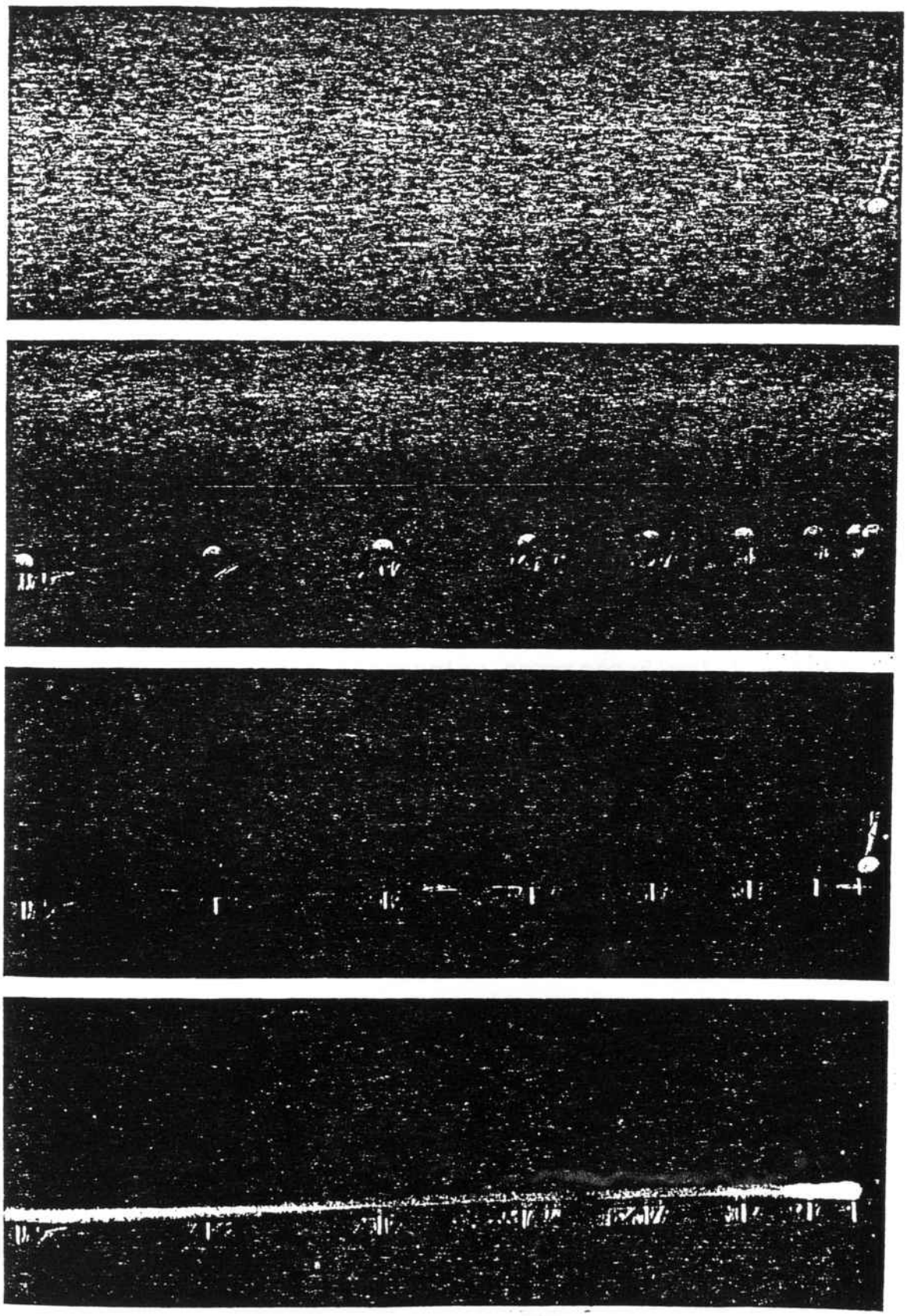


Figura 17

Fotografía tomada por B. Rose en su reproducción del experimento sugerido por Drake en su reconstrucción del f. 107v. (Contenida en Drake, 1975 c, p. 99)

datos de la tercera columna del f. 107v. A partir de este hecho parecen imponerse dos conclusiones. En primer lugar, dado que los datos del f. 107v concuerdan con los valores ideales con una precisión del 1%, resulta imposible aceptar la idea de que su origen sea un experimento utilizando un plano inclinado. En segundo lugar, este tipo de experimento se muestra incapaz de constituirse en un medio de descubrimiento de la ley.[61]

Como se indicó anteriormente, Drake no ha proporcionado datos empíricos de su reproducción del experimento. A pesar de ello, Naylor ha podido hacer una comparación con sus propios resultados utilizando una fotografía contenida en el artículo en que Drake exponía su reconstrucción del f. 107v (ver fig. 17). La fotografía muestra ocho posiciones de la esfera sobre el plano inclinado que corresponden a 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 unidades de tiempo. Midiendo sobre la fotografía las distancias correspondientes a estos intervalos de tiempo se encuentra una discrepancia con la ley $s \alpha t^2$ que va desde -5% para la distancia recorrida en dos unidades de tiempo, hasta -18% para la distancia recorrida en cinco unidades de tiempo. Esto es, se encuentran resultados que concuerdan con las discrepancias observadas en la reproducción del experimento efectuada por Naylor y Settle.[62]

En su respuesta a las objeciones formuladas por Naylor, Drake ha discutido el análisis hecho sobre la fotografía que acompañaba a su artículo de 1975. La fotografía no fue tomada en presencia de Drake, sino como iniciativa de los editores de Scientific American. B. Rose, el fotógrafo que reprodujo el experimento siguiendo las instrucciones de Drake, utilizaba una cámara multi-flash ajustada a intervalos de 0.55 segundos. Para Drake, las elevadas discrepancias -hasta un 18%- que Naylor ha encontrado midiendo sobre la fotografía, se deben a sus supuestos de que todos los

intervalos de tiempo eran exactamente iguales y que el principio del primero estaba perfectamente sincronizado con el comienzo del movimiento de la bola. Sin embargo, el fallecimiento de Rose impide conocer con exactitud el mecanismo empleado para sincronizar el comienzo del movimiento de la esfera con la puesta en marcha de la cámara fotográfica. Drake proporciona cálculos teóricos suponiendo un retraso en la sincronización inicial de 0.06 segundos e intervalos de tiempo iguales sucesivos de 0.549 segundos. Con esta corrección, las discrepancias con la ley $s \propto t^2$ van desde -0.03% para la distancia recorrida en tres unidades de tiempo, hasta un máximo de +4.09% para la distancia recorrida en dos unidades de tiempo. Si se aceptan las correcciones introducidas, los resultados del experimento se mantienen dentro de los límites de precisión considerados previamente. Tan sólo la distancia recorrida en dos intervalos de tiempo presenta una discrepancia mayor que la esperada. La explicación de este efecto reside en la pérdida de momento que sufre la esfera al pasar por el primer traste.[63]

Recientemente Naylor ha replicado a las consideraciones de Drake poniendo en evidencia el cambio de actitud de éste último. En 1975 Drake describía un experimento de plano inclinado que producía resultados muy similares a los contenidos en el f. 107v. El experimento mostraba la validez de la ley $s \propto t^2$ dentro de $\pm$1%. Sin embargo, en 1981 Drake considera que hay que tener en cuenta posibles errores experimentales que atribuye a un retraso en la puesta en marcha del mecanismo de cronometraje. Ahora bien, si como él mismo admite, este mecanismo es desconocido, su indicación es una mera especulación. ¿En qué se basa para proponer un retraso inicial de 0.06 segundos?[64] Da la impresión de que su propuesta se formula porque permite ajustar los cálculos teóricos de modo que se salvaguarde la precisión del experimento propuesto. Asimismo, Drake parece no tener en cuenta que las desviaciones de la ley $s \propto t^2$ pue-

den deberse no sólo a errores experimentales, sino también a efectos secundarios tales como el rozamiento.

La polémica que hemos descrito sugiere una serie de consideraciones. Como ya se dijo, el punto fundamental de la reconstrucción de Drake es el método propuesto para la medida del tiempo. Este método se apoya en la posibilidad de igualar pequeños intervalos de tiempo con una precisión de $\frac{1}{64}$ de segundo, utilizando un fuerte ritmo interno. Por su parte, Naylor y Settle han utilizado en su reconstrucción del experimento del plano inclinado un ritmo externo marcado por un metrónomo. Por tanto, nos encontramos ante dos métodos distintos de medida del tiempo y sería deseable una estimación de hasta qué punto esta diferencia puede explicar la discrepancia entre los resultados experimentales obtenidos en las dos reconstrucciones. En cualquier caso, lo que resulta extrañoes que la discusión no haya adoptado como uno de los puntos fundamentales el método de cronometraje, cuestión vital en cualquier experimento de plano inclinado.

Asimismo no puede dejar de sorprender la inexplicable resistencia de Drake a proporcionar resultados empíricos de su reconstrucción del experimento. Hasta la fecha no ha aportado más que cálculos teóricos y declaraciones de que su reconstrucción del experimento funciona. Esto resulta significativo, habida cuenta del ferviente experimentalismo de Drake. Igualmente sorprende que en el transcurso de la polémica, Drake no haya considerado necesario discutir los detalles del procedimiento experimental empleado por Naylor y Settle.

Desde otro punto de vista, una observación resulta ineludible. Como vimos anteriormente, Naylor proporcionaba argumentos concluyentes para situar cronológicamente el f. 107v después de 1604. Quiere decir esto que aunque se admita que los números de la tercera columna del folio

son resultado de un experimento de plano inclinado, hay que excluir la posibilidad de que el experimento del f. 107v sea el medio de descubrimiento de la ley ya que, como sabemos, ésta fue formulada por primera vez en la carta a Sarpi de octubre de 1604. Aunque este argumento historiográfico es fundamental, no ha jugado ningún papel en la polémica desde que fue planteado por primera vez en 1977 por Naylor. Esto puede interpretarse como un síntoma de que el debate, al menos parcialmente, ha perdido de vista su objetivo inicial. El problema original planteado por el descubrimiento del f. 107v tenía tres vertientes: saber si los números que contiene el manuscrito tienen un origen empírico; si éste fuera el caso, poder discernir en qué medida esta actividad experimental se relaciona con la ley de caída $s \alpha t^2$; y, por último, en el caso de que ambas cuestiones tuvieran una respuestas positiva, decidir, en la medida de lo posible, si nos encontramos ante un experimento de descubrimiento o ante un experimento confirmador de una ley ya conocida. Siendo así, la utilización de lo que podríamos llamar el "argumento cronológico" ayuda a clarificar la situación ya que, de entrada, permite excluir la posibilida de que el f. 107v esté relacionado con el descubrimiento de la ley de caída. Una vez aclarado este punto, puede aceptarse que los números de la tercera columna del f. 107v tengan un origen empírico y que estén relacionados de alguna manera con la ley $s \alpha t^2$. Ahora bien, es necesario tener presente que, incluso la decisión de considerar los números del f. 107v como resultado de algún experimento, proviene de una hipótesis del historiador que analiza el documento. En este sentido, cabe recordar que un problema similar se produjo al considerar otro folio contenido en el volumen 72 de los Manuscritos Galileanos, el f. 117r. En este documento figura el conjunto de números 196, 155, 121 y 100. Pues bien, mientras que para Drake estaba claro que estos números coincidían con medidas de las distancias recorridas por una esfera en intervalos de tiempo sucesivos, a lo lar-

go de un plano horizontal acanalado, Naylor mostraba que los números podían ser el producto de un análisis matemático.

Dos conclusiones pueden extraerse de esta problemática. En primer lugar, tenemos que la naturaleza fragmentaria de los manuscritos conservados impone una gran cautela a la hora de proponer hipótesis capaces de reconstruir la actividad de la que son testimonio. En segundo lugar, hay que tener en cuenta que la interpretación que cada historiador proporciona de los documentos conflictivos, depende en buena medida de sus concepciones acerca de la actividad científica. Un caso particularmente relevante a este respecto nos lo proporciona Drake y su hipótesis interpretativa del f. 107v. Su creencia en la no problematicidad del descubrimiento experimental, sin expectativas teóricas previas, de una ley le ha llevado a pasar por alto los argumentos que dependen de la datación del documento considerado.

C A P I T U L O IV
PROBLEMAS DE METODO

IV.1. La confirmación de la ley de caída

IV.1.1. El experimento de los Discorsi

Los Discorsi e dimostrazioni matematiche in torno a due nuove scienze fueron publicados en 1638 después de vencer innumerables dificultades. De las dos nuove scienze a que el título hace referencia, una de ellas, la ciencia del movimiento, aparece en su estadio más alto de elaboración. A ella se dedica un tratado, el De motu locali, que ocupa las Jornadas Tercera y Cuarta de la obra. Este tratado está estructurado en tres libros: De motu aequabili que trata del movimiento uniforme, conteniendo una definición, cuatro axiomas y seis teoremas; De motu naturaliter accelerato que contiene treinta y ocho proposiciones sobre el movimiento acelerado y, por último, De motu proiectorum que constituye la Jornada Cuarta, conteniendo catorce proposiciones sobre el movimiento de los proyectiles. El De motu locali está redactado en latín y su lectura, llevada a cabo por Salviati, el personaje que en los Discorsi al igual que en el Dialogo, actúa como portavoz de Galileo, se ve en ocasiones interrumpida por el díalogo, escrito en italiano, que tiene lugar entre el citado Salviati y sus dos interlocutores Sagredo y Simplicio.

En el De motu locali aparecen gran número de las proposiciones cuyos borradores están contenidos en el volumen 72 de los Manuscritos Galileanos. En este sentido el tratado constituye el resultado de más de cuarenta años de investigaciones sobre el tema del movimiento. En particular, en el De motu naturaliter accelerato aparecen los resultados que, como sabemos, Galileo conocía ya mucho antes. Se tra-

ta de la ley de caída $s \alpha t^2$, cuya primera formulación se remonta a 34 años antes, en la carta a Sarpi de octubre de 1604 y del principio-definición correcto del movimiento acelerado $v \alpha t$. En lo que respecta a éste último, es razonable pensar, como ya hemos tenido ocasión de ver anteriormente, que Galileo lo conocía como más tarde en 1609.

El De motu naturaliter accelerato se abre con la formulación y posterior discusión de la definición de movimiento uniformemente acelerado:

> "Llamo movimiento igualmente o uniformemente acelerado aquel que, a partir del reposo, va adquiriendo incrementos iguales de velocidad durante intervalos iguales de tiempo." [1]

Para Galileo esta definición está de acuerdo con la esencia del movimiento naturalmente acelerado, es decir, los graves que vemos caer en la naturaleza van aumentando su velocidad en proporción al tiempo transcurrido desde el comienzo de su movimiento. No se trata, pues, de inventar un tipo de movimiento para, a continuación, estudiar sus propiedades; el problema que se plantea Galileo es definir el movimiento de los cuerpos reales. Por eso, la definición de movimiento uniformemente acelerado no puede ser del mismo tipo que las que utilizan los matemáticos, una mera "imposición de nombres o (...), abreviación del hablar" [2]; se trata de una definición que permita captar la esencia del fenómeno del movimiento real de los cuerpos. La justificación de la definición propuesta se basa fundamentalmente en el criterio de simplicidad. En este sentido, Galileo indica que "Cuando yo observo que una piedra al descender de una altura, partiendo del reposo, adquiere continuamente nuevos incrementos de velocidad, ¿por qué no he de creer que tales aditamentos se efectúan según el modo más simple y más obvio para todos? Porque, si observamos con atención, ningún aditamen-

to, ningún incremento hallaremos más simple que aquel que se sobreañade siempre del mismo modo. Lo veremos más fácilmente, si paramos mientes en la gran afinidad que hay entre el tiempo y el movimiento. Porque así como la uniformidad del movimiento se define y se concibe por medio de la uniformidad de los tiempos y de los espacios (pues al movimiento le llamamos uniforme, cuando espacios iguales son recorridos en tiempos iguales), así también, por medio de la igualdad de los intervalos de tiempo, podemos concebir los incrementos de la velocidad simplemente agregados; entendiendo que ese movimiento es acelerado uniformemente y del mismo modo continuamente, siempre que en cualquiera tiempo iguales se le vayan sobreañadiendo aditamentos iguales de velocidad."[3] Este importante texto puede resultar un tanto sorprendente, si se tiene en cuenta el tortuoso camino que recorrió Galileo para poder llegar al principio-definición correcto del movimiento acelerado. En efecto, puede concederse sin dificultad que el modo de crecimiento más simple de la velocidad es el que permite que iguales incrementos se agreguen siempre de la misma manera. Ahora bien, lo que ya no resulta tan obvio es que dicho crecimiento se realice en el tiempo. Desde el punto de vista de la simplicidad parece necesario concluir que tanto el principio falso $v \propto s$ como el principio correcto $v \propto t$ son igualmente simples. En este sentido cobra mayor relevancia la observación de Galileo de que es necesario tener en cuenta "la gran afinidad que hay entre el tiempo y el movimiento". En cualquier caso, lo que resulta claro es que comprender esta afinidad no fue una tarea fácil para Galileo. Asimismo, el texto contiene una importante precisión sobre la definición de movimiento uniformemente acelerado. No basta con decir que en este tipo de movimiento el cuerpo recibe incrementos iguales de velocidad en tiempos iguales; es necesario añadir que estos intervalos iguales de tiempos pueden ser cualesquiera. Se trata de una observación similar a la que Galileo introdujo después de la definición de movimiento uniforme.

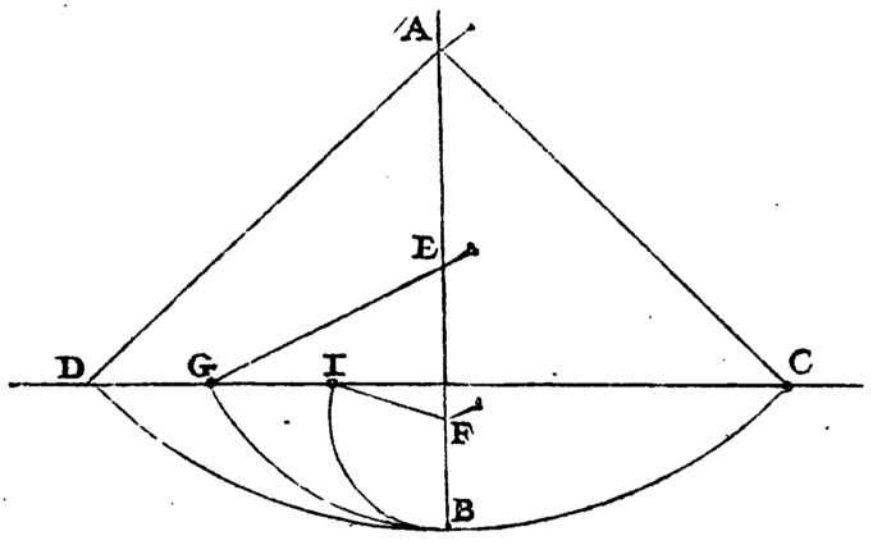


Figura 18

(Contenida en Opere, VIII, p. 206)

Una vez establecida y discutida la definición de movimiento uniformemente acelerado se prosigue formulando un Postulado:

> "Acepto que las velocidades de un mismo móvil, adquiridas sobre diversos planos inclinados, son iguales, cuando las alturas de esos mismos planos son iguales."[4]

Para hacer este postulado verosímil y probable, Salviati describe la conocida experiencia del péndulo interrumpido. Se considera un péndulo cuya cuerda se separa de la vertical (ver fig.18) un ángulo determinado. Cuando se suelta, la bola describe un arco y después de pasar por la posición de equilibrio se eleva hasta alcanzar una altura igual respecto de la horizontal que la de su posición de partida. Si se sitúa un clavo en la vertical que pasa por la posición de equilibrio a distintas distancias respecto del punto de suspensión, se comprueba que aunque la cuerda choca con el clavo al pasar por la vertical, la bola sigue alcanzando la misma altura. El argumento de Galileo es que, ya que la velocidad adquirida por la bola en B después de recorrer el arco CB es suficiente para alcanzar el punto D, se cumplirá que después de recorrer el arco DB se alcanza en B la misma velocidad. Asimismo, la velocidad adquirida en B después de recorrer el arco CB basta para llevar a la bola a los puntos G e I. Por tanto, después de recorrer los arcos DB, GB e IB, la bola adquiere en B la misma velocidad. En definitiva, la experiencia del péndulo interrumpido hace razonable pensar que la velocidad alcanzada por la esfera depende de la altura de la caída vertical. Es esto precisamente lo que afirma el postulado propuesto: la velocidad adquirida por una esfera en el pie de planos inclinados de distinta longitud pero de igual altura es la misma. Sin embargo, la experiencia del péndulo interrumpido no permite considerar el postulado como demostrado. La experiencia sirve para hacer que el pos-

tulado sea aceptable hasta que se pueda "ver establecida su verdad absoluta, cuando comprobemos que otras conclusiones, construidas sobre tales hipótesis, corresponden y se adaptan perfectamente con los experimentos [con l'esperienza]."[5]

El tratado prosigue demostrando dos importantes teoremas. El primero de ellos, el Teorema I, es similar al conocido "teorema del grado medio" que tan decisivo papel jugó en la cinemática del siglo XIV. En la formulación de Galileo el teorema afirma que:

> "El tiempo en que un móvil recorre un espacio con movimiento uniformemente acelerado a partir del reposo, es igual al tiempo en que el mismo móvil recorrería ese mismo espacio con movimiento uniforme cuya velociad [velocitatis gradus] fuera subdupla (mitad) de la mayor y última velocidad (final) [summum et ultimum gradum velocitatis] del anterior movimiento uniformemente acelerado."[6]

Este teorema es de una importancia crucial ya que permite reducir cualquier movimiento acelerado a un movimiento uniforme equivalente mucho más manejable para Galileo. Utilizando este resultado, se prueba el Teorema II del movimiento acelerado que constituye la ley de caída de los cuerpos. El teorema afirma que:

> "Si un móvil con movimiento uniformemente acelerado desciende desde el reposo, los espacios recorridos por él en tiempos cualesquiera, están entre sí como la razón al cuadrado de los mismos tiempos, es decir, como los cuadrados de esos tiempos."[7]

Representemos mediante la línea AB el tiempo del movimiento y sea HI la línea que representa la trayectoria

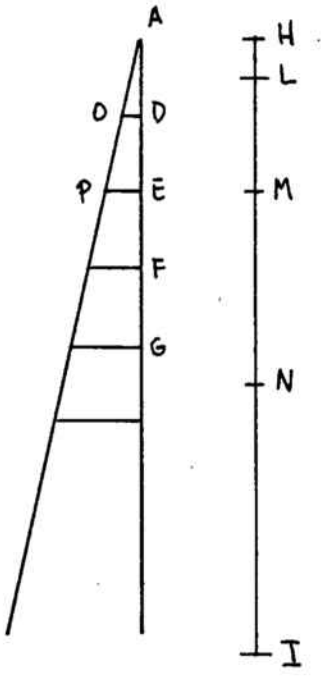


Figura 19

de caída desde el reposo en H (ver fig.19). Los segmentos AD y AE representan los tiempos transcurridos en los descensos HL y HM respectivamente; es decir, se tiene que:

$$AD = t\ (HL)$$
$$AE = t\ (HM)$$

Entonces, el teorema afirma que:

$$\frac{HM}{HL} = \frac{AE^2}{AD^2}$$

La demostración puede parafrasearse de la siguiente manera:

(1) Trácese la línea AC formando un ángulo cualquiera con AB; y por los puntos D, E, trácese las paralelas DO, EP. DO representará el grado máximo de velocidad alcanzado en el instante D del tiempo AD y EP el grado máximo de velocidad adquirido en el instante E del tiempo AE.

(2) El espacio HM es igual al que recorrería en el tiempo AE un cuerpo que descendiera con un movimiento uniforme de velocidad $\frac{1}{2}EP$. Análogamente, el espacio HL es igual al que recorrería en el tiempo AD un cuerpo que descendiera con un movimiento uniforme de velocidad $\frac{1}{2}DO$.

(3) Entonces, aplicando el Teorema IV del movimiento uniforme se tiene que:

$$\frac{HM}{HL} = \frac{\frac{1}{2}EP}{\frac{1}{2}DO} \cdot \frac{AE}{AD}$$

(4) Pero

$$\frac{HM}{HL} = \frac{EP}{DO}\,\frac{AE}{AD} \quad \text{ya que} \quad \frac{\frac{1}{2}EP}{\frac{1}{2}DO} = \frac{EP}{DO}$$

(5) Entonces

$$\frac{HM}{HL} = \frac{AE^2}{AD^2} \quad \text{ya que} \quad \frac{EP}{DO} = \frac{AE}{AD}$$

pues $\Delta APE \approx \Delta AOD$

En el paso (1) se utiliza la definición propuesta de movimiento uniformemente acelerado. Según esta definición, la velociadad en cada instante es proporcional al tiempo transcurrido desde el reposo. Como la línea AB representa el tiempo del movimiento, la velociad adquirida en cada instante podrá representarse por un segmento trazado por el punto correspondiente, que representa el instante de tiempo considerado. Por la definición de movimiento uniformemente acelerado se tiene que:

$$\frac{V_E}{V_D} = \frac{AE}{AD}$$

Pero en la representación triangular utilizada se cumple que:

$$\frac{AE}{EP} = \frac{AD}{DO}$$

Luego

$$\frac{V_E}{V_D} = \frac{EP}{DO}$$

Y de esta forma se tiene que los segmentos EP y DO representan las velocidades adquiridas por el movimiento acelerado.

El paso (2) resulta de aplicar el Teorema I del movimiento acelerado. El espacio HM que desciende el cuerpo en caída libre desde el reposo sería recorrido en el mismo tiempo con un movimiento uniforme de velocidad igual a la mitad del grado máximo de velocidad alcanzado por el movimiento acelerado. En el tiempo AE el grado máximo de velocidad adquirido corresponde al instante E y viene representado por EP. Entonces la velocidad del movimiento uniforme equivalente es $\frac{1}{2}$EP. El mismo razonamiento se aplica al movimiento acelerado que recorre la distancia HL. En este caso, la velocidad del movimiento uniforme equivalente es $\frac{1}{2}$DO.

Una vez reducidos ambos movimientos acelerados a los movimientos uniformes equivalentes, se procede a aplicar el Teorema IV del movimiento uniforme. Este teorema afirma que:

> "Si dos móviles marchan con movimiento uniforme, pero con velocidades desiguales, los espacios recorridos por los mismos en tiempos desiguales tendrán una razón compuesta de la razón de las velocidades y de la razón de los tiempos."[8]

En nuestro caso tenemos dos movimientos uniformes con velocidades $\frac{1}{2}$EP, $\frac{1}{2}$DO que recorren los espacios HM, HL en tiempos AE y AD. Entonces en el paso (3) se afirma que

$$\frac{HM}{HL} = \frac{\frac{1}{2}EP}{\frac{1}{2}DO} \cdot \frac{AE}{AD}$$

A partir de aquí la demostración utiliza exclusivamente consideraciones matemáticas para llegar a la conclusión. A partir del Teorema II puede deducirse fácilmente la ley de los números impares, resultado que figura como Corolario I de dicho teorema.

Una vez establecida la ley de caída como teorema, se interrumpe la lectura del tratado y Sagredo proporciona una demostración alternativa del Teorema II y de la ley de los números impares. A renglón seguido Simplicio pide a Salviati que le describa alguna experiencia [esperienza] que permita corroborar que los graves naturales siguen en su movimiento de descenso la ley de caída que se ha demostrado. Esto es, Simplicio no pone en duda que si se acepta la definición propuesta de movimiento uniformemente acelerado se siga la ley de caída; sin embargo, la demostración por sí misma no garantiza que los cuerpos reales se muevan obedeciendo a dicha ley. Salviati contesta positivamente a esta petición de Simplicio, indicando que "tú, como hombre de ciencia, haces una razonable propuesta; y así se acostumbra y es conveniente hacer en las ciencias que aplican demostraciones matemáticas a los fenómenos [conclusioni] naturales, como lo hacen los perspectivos, los astrónomos, los músicos y otros quienes con experiencias sensibles [sensate esperienze] confirman [confermano] sus principios, que son los fundamentos de toda la siguiente estructura."[9] Hecha esta observación, Salviati procede a describir un experimento de plano inclinado capaz de confirmar la ley de caída. Aunque el texto es muy conocido, lo citaremos en su totalidad debido a su gran importancia y a la discusión a que ha dado lugar.

> "En un cabrio o si se quiere en un tablón de madera de unos doce codos de longitud, y de ancho, en un sentido, medio codo, y en el otro tres dedos, en esa menor anchura se había excavado un canalito, poco más ancho de un dedo; habiéndolo excavado muy derecho y después de haberlo revestido, para que estuviera bien pulido y liso, con un pergamino tan pulido y lustrado como fue posible, hacíamos descender por él una bola de bronce, durísima, bien redonda y pulida; una vez colocado dicho ta-

blón inclinado, por haber elevado sobre la horizontal uno de sus extremos, una braza o dos a capricho, se dejaba (como digo) descender por dicho canalito la bola, anotando, del modo que después diré, el tiempo que empleaba en recorrerlo todo, repitiendo el experimento [replicando il medesimo atto] muchas veces, para medir con toda exactitud el tiempo, en el cual jamás se encontraba una diferencia ni siquiera de la décima parte de una pulsación. Efectuada y establecida con toda precisión esta operación, hacíamos descender la misma bola solamente por la cuarta parte de la longitud de este canal; y medido el tiempo de su caída nos encontrábamos con que era siempre exactísimamente la mitad de la anterior. Y haciendo luego experimentos [esperienze] con otras partes, al cotejar después el tiempo de toda la longitud con el tiempo de la mitad, o de los dos tercios, o de los tres cuartos o, en conclusión, con el tiempo de cualquier otra división, por medio de experiencias [esperienze] más de cien veces repetidas, nos encontrábamos siempre con que los espacios recorridos eran entre sí como los cuadrados de los tiempos, y esto en todas las inclinaciones del plano; o sea del canal por el cual se hacía descender la bola; ahí observamos también que los tiempos de las caídas por diversas inclinaciones mantienen perfectamente entre sí la proporción que les fue asignada y demostrada por el Autor, según veremos más adelante. Para la medida del tiempo, teníamos un gran cubo de agua puesto en alto, el que por una finísima espita que tenía soldada en el fondo derramaba un hilillo de agua que íbamos recogiendo en un vasito, durante todo el tiempo que la bola descendía por el canal o por algunas de sus partes. Las pequeñas cantidades de agua, recogidas de este modo, eran pesadas

de tiempo en tiempo con una sensibilísima balanza, de modo que las diferencias y las proporciones de sus pesos, nos daban las diferencias y las proporciones de los tiempos; y esto con tal exactitud que, como ya lo he dicho, tales operaciones repetidas, muchísimas veces, jamás se diferenciaban de un modo apreciable."[10]

El experimento o, mejor dicho, los experimentos con el plano inclinado que Salviati ha descrito permiten corroborar la ley $s \alpha t^2$ y, por tanto, el principio a partir del que se deriva, es decir, la definición de movimiento uniformemente acelerado. Esta última se había propuesto al comienzo del De motu naturaliter accelerato, pero hasta este momento carecía de evidencia observacional. Entonces, lo que podemos llamar la primera parte del experimento del plano inclinado, es decir, la medida de los tiempos utilizados por la esfera para recorrer toda la longitud del canal y diversas fracciones de ésta, vienen a colmar esta laguna. Pero además en el texto se señala que "observamos también que los tiempos de las caídas por diversas inclinaciones mantienen perfectamente entre sí la proporción que les fue asignada y demostrada por el Autor, según veremos más adelante".[11] Salviati se está refiriendo al Teorema IV del movimiento acelerado. Este teorema afirma que:

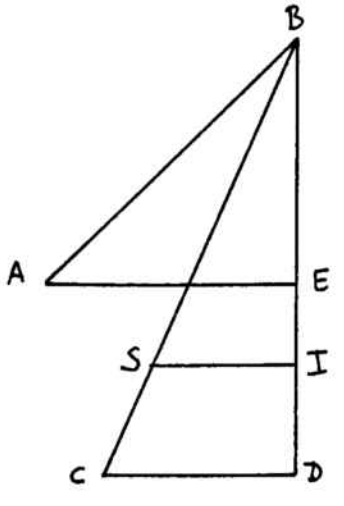


Figura 20

"Los tiempos de los descensos sobre el plano de igual longitud, pero desigualmente inclinados, son entre sí como la raíz cuadrada de la razón inversa de las alturas de los mismos planos."[12]

Sean BA y BC dos planos inclinados con alturas BE y BD respectivamente.

Sea BA = BC y BI la media proporcional entre BD y BE (ver fig.20). Entonces se cumple que:

$$\frac{t(BA)}{t(BC)} = \sqrt{\frac{BD}{BE}}$$

La demostración puede parafrasearse de la siguiente manera:

(1) $\frac{DB}{BI} = \sqrt{\frac{DB}{BE}}$ ya que por ser BI media proporcional entre BD BE se tiene

$$\frac{BD}{BI} = \frac{BI}{BE}$$

Entonces

$$\frac{BD}{BI}\cdot\frac{BD}{BI} = \frac{BI}{BE}\cdot\frac{BD}{BI}$$

Luego

$$\left(\frac{DB}{BI}\right)^2 = \frac{DB}{BE}$$

(2) $\frac{t(BA)}{t(BE)} = \frac{BA}{BE}$ por Teorema III aplicado al plano inclinado de longitud BA.

(3) $\frac{t(BE)}{t(BD)} = \frac{BE}{BI}$ por el Corolario II del Teorema II.

(4) $\frac{t(BD)}{t(BC)} = \frac{BD}{BC}$ por Teorema III aplicado al plano inclinado de longitud BC.

(5) $\frac{t(BD)}{t(BC)} = \frac{BI}{BS}$ a partir de (4) ya que al ser

$$\Delta BCD \approx \Delta BSI$$

se cumple

$$\frac{BD}{BC} = \frac{BI}{BS}$$

(6) $\frac{t(BA)}{t(BC)} = \frac{BA}{BS}$ ex aequali a partir de (2), (3) y (5).

(7) $\frac{t(BA)}{t(BC)} = \frac{CB}{BS}$ a partir de (6), ya que se tiene $BA = CB$ por condición del teorema.

(8) $\frac{CB}{BS} = \frac{DB}{BI}$ ya que $\triangle BCD \approx \triangle BSI$

(9) $\frac{t(BA)}{t(BC)} = \frac{DB}{BI}$ a partir de (7) y (8).

(10) $\frac{t(BA)}{t(BC)} = \sqrt{\frac{DB}{BE}}$ a partir de (1) y (9).

En el paso (3) se ha aplicado el Corolario II del Teorema II, también llamado corolario de la media proporcional. Este resultado es una consecuencia inmediata de la ley de caída y afirma que:

> "Si a partir del comienzo del movimiento, se toman dos distancias cualesquiera, recorridas en intervalos cualesquiera, los tiempos de los mismos serán entre sí, como cualquiera de ellos es a la distancia media proporcional entre las mismas." [13]

Para su aplicación en la demostración del Teorema IV se consideran las distancias BE y BD y la media proporcional entre ambas, BI. En el paso (6) de la demostración se utiliza una transformación definida en los Elementos de Euclides. Se trata de la definición 17 del libro V.[14]

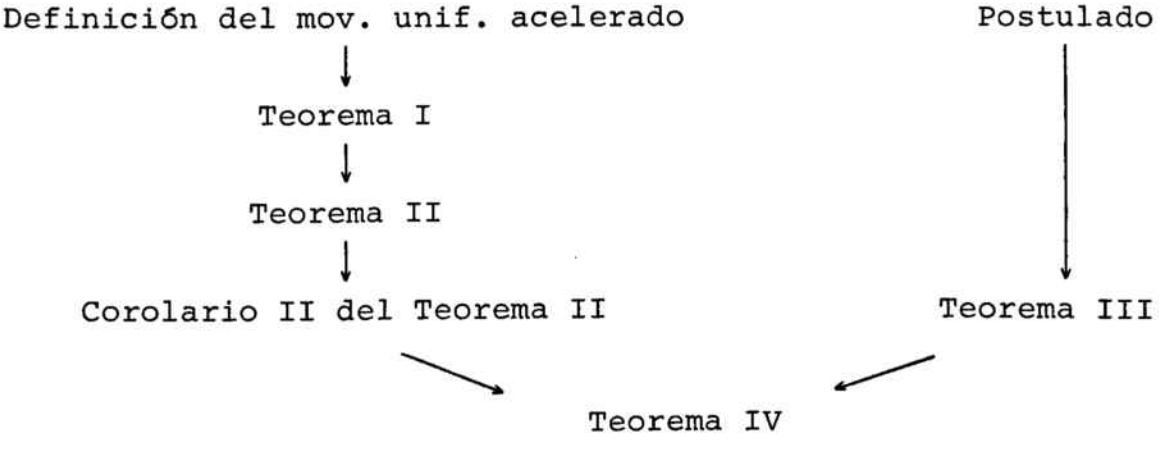
En los pasos (2) y (4) se ha utilizado el Teorema III del movimiento acelerado. Este teorema afirma que:

> "Si sobre un plano inclinado y sobre otro vertical, que tengan la misma altura, marcha un mismo móvil, a partir del reposo, los tiempos de los descensos

serán entre sí, como las longitudes del plano inclinado y del vertical." [15]

Su demostración depende fundamentalmente del Postulado, ya que se comparan las velocidades adquiridas en puntos de la inclinada y la vertical que están a la misma altura del reposo. Por el postulado, estas velocidades son iguales y entonces se tienen dos espacios, la longitud del plano y su altura, recorridos con los mismos grados de velocidad. Aplicando el Teorema I del movimiento uniforme se llega a la conclusión. [16]

En la segunda parte del experimento del plano inclinado, es decir, cuando se repiten todas las medidas con distintas inclinaciones del canal se confirma el Teorema IV del movimiento acelerado. Ahora bien, acabamos de ver que el Teorema IV depende del corolario de la media proporcional, por tanto del Teorema II y, además, del Teorema III. Pero éste último depende del Postulado. Esto es, la ordenación de las primeras proposiciones del <u>De motu naturaliter accelerato</u> es la que se muestra en el siguiente esquema: [17]



Por lo tanto, el experimento con el plano inclinado confirma no sólo la definición de movimiento uniformemente acele-

rado, sino también al Postulado. Sin embargo, Galileo no hace ninguna alusión a esta última circunstancia. Esto es extraño, porque, como hemos visto, después de proponer el Postulado y describir la experiencia del péndulo interrumpido, Salviati señala respecto de aquél que "después podremos ver establecida su verdad absoluta, cuando comprobemos que otras conclusiones, construidas sobre tales hipótesis, corresponden y se adaptan perfectamente con los experimentos [con l'esperienza]." Entonces cabe preguntarse por qué Galileo no ha situado el experimento del plano inclinado después del Teorema IV en lugar de proponerlo inmediatamente después del Teorema II. Si lo hubiera hecho así, se habría puesto de manifiesto la corroboración empírica de los dos principios de la ciencia del movimiento: la definición del movimiento uniformemente acelerado y el Postulado. Al respecto Wisan ha observado que el hecho de que el Teorema IV dependa no sólo del Postulado sino también de la ley de caída pudo provocar las dudas de Galileo respecto a la presentación de su corroboración como una confirmación independiente del Postulado. [18]

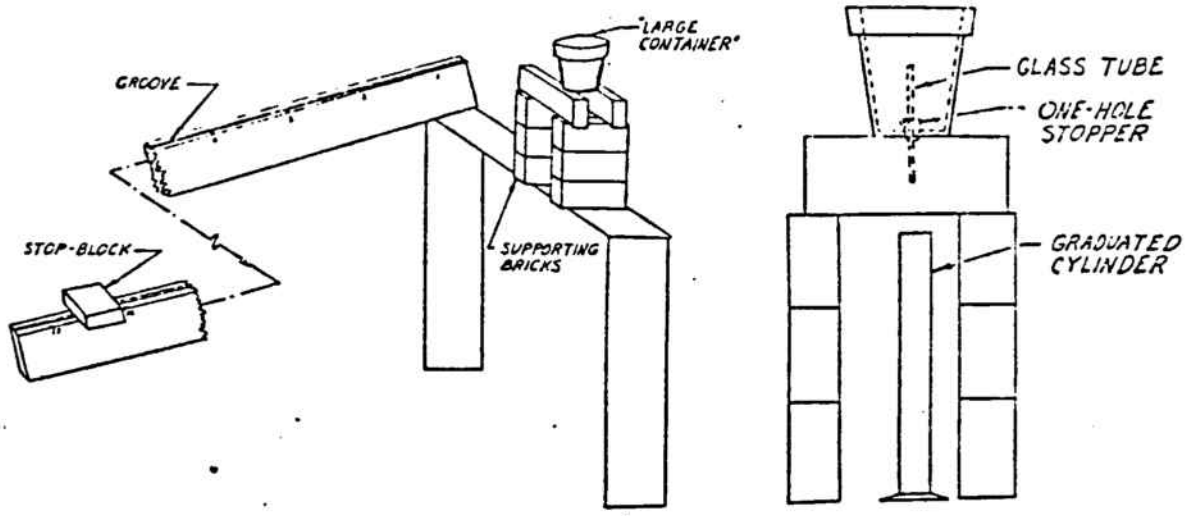
El dispositivo experimental descrito por Salviati es relativamente simple. Se trata de un canal de una longitud aproximada de 12 braccia, es decir, 6.9m [19] y de una anchura de poco más de un dedo, es decir, aproximadamente 1.9 cm. El canal se eleva por uno de sus extremos 1 o 2 braccia. Por tanto, se tiene un plano inclinado con ángulos de 4.7° y 9.5°. El canal está forrado de pergamino y por él se deja descender una esfera cuyas dimensiones no se especifican. Para la medida del tiempo se utiliza el peso de agua caída, por un orificio practicado en un gran recipiente, durante el recorrido de la esfera. El recipiente tiene que ser de gran sección para que la altura del agua permanezca constante aproximadamente, consiguiendo así un flujo uniforme.

El texto donde se describe el experimento del pla-

no inclinado ha sido citado y estudiado una y otra vez sin poner nunca en cuestión la precisión experimental tan enfáticamente reivindicada por Galileo. Así, Mach, en su obra El desarrollo histórico-crítico de la Mecánica, comenta las particularidades del experimento sin poner en duda que con los medios accesibles a Galileo pudieran obtenerse resultados tan sumamente precisos[20]. A este respecto, las primeras dudas fueron formuladas por A. Koyré en su obra Estudios Galileanos. Comentando el texto citado, Koyré escribía: "Menos mal que Galileo nos dice que 'por medio de experiencias más de cien veces repetidas, nos encontrábamos siempre con que los espacios recorridos eran entre sí como los cuadrados de los tiempos, y esto en todas las inclinaciones del plano, o sea del canal por el cual se hacía descender la bola' y que 'los tiempos de las caídas por diversas inclinaciones mantienen perfectamente entre sí la proporción que les fue asignada y demostrada por el Autor'. Menos mal, pues de otra manera nadie habría podido suponer una concordancia tan rigurosa de la experiencia con las previsiones; más aún: pese a la aserción de Galileo, nos sentimos tentados de dudarlo, y esto por la simple razón de que tal rigurosa concordancia es rigurosamente imposible."[21] Años más tarde Koyré volvía a la carga: "¡Una bola de bronce que rueda en una ranura 'lisa y pulida', tallada en madera! ¡Un recipiente de agua con un agujero por el cual pasa el agua que se recoge en un vaso, para pesarla luego y medir de este modo los tiempos de descenso (la clepsidra romana, la de Ctesibio, era un instrumento mucho mejor)! ¡Qué acumulación de fuentes de error y de inexactitud! Es evidente que los experimentos de Galileo están completamente desprovistos de valor: la misma perfección de sus resultados es una prueba rigurosa de su inexactitud."[22] Koyré no pone en duda que el experimento descrito por Salviati sea real. Es decir, se acepta que Galileo ha llevado a cabo efectivamente el experimento del plano inclinado. Lo que Koyré discute es que los resultados del experimento sean tan precisos como Galileo pretende.

No pueden serlo, habida cuenta de la pobreza de los medios experimentales accesibles a Galileo. Entonces, cabe preguntarse por qué se hace una descripción tan minuciosa de un experimento tan poco concluyente. La respuesta sería que el experimento tiene un valor pedagógico inestimable. Galileo necesita del experimento no tanto para convencerse a sí mismo como para convencer a los demás de la validez de su ley de caída[23]. Al respecto es conveniente tener en cuenta que la descripción del experimento se hace a petición de Simplicio y en un pasaje escrito en italiano que interrumpe la supuesta lectura del tratado latino De motu locali.

En 1961 apareció un artículo de Thomas B. Settle que iba a producir un gran impacto en los estudios galileanos. Se trata de "An Experiment in the History of Science". En este trabajo se informaba de los resultados obtenidos reproduciendo el experimento del plano inclinado descrito en los Discorsi. Por primera vez, un investigador afrontaba la tarea de reproducir un experimento descrito por Galileo, siguiendo lo más fielmente posible sus instrucciones y utilizando únicamente medios similares a los que presumiblemente pudo emplear el científico pisano. Settle utilizó una tabla de 5.4m de longitud en uno de cuyos lados construyó un canal rectangular de 0.6cm de anchura. En el experimento se utilizaron dos esferas: una bola de billar estándar, de 5.7cm de diámetro y una bola de acero de 2.2cm de diámetro. En ausencia de especificaciones concretas por parte de Galileo, Settle hacía descender las esferas por los bordes del canal. Para la medida del tiempo se empleó una maceta normal en cuyo desagüe se había insertado un pequeño tubo de vidrio. El tubo se colocaba de forma que el experimentador pudiera taparla con un dedo mientras que la palma de la mano descansaba sobre el borde de la maceta. En vez de pesar en una balanza el agua recogida, Settle empleaba un cilindro graduado en mililitros. El modo de proceder de Settle era el siguiente (ver fig.21): "I placed



(Left) General layout of the experimental apparatus. (Right) The timing apparatus.

Figura 21

Dispositivo experimental utilizado por Settle para la reproducción del experimento del plano inclinado descrito en los Discorsi. (Contenido en Settle, 1961, p. 20).

CRAI

a wooden block at a predetermined distance down the slope; filled the pot with water while holding a finger over the inside end of the pipe; filled the pipe by letting the water flow briefly; took an initial reading of the water level in the graduated cylinder; placed the ball at the starting position on the plane with my free hand; released the ball and lifted my finger simultaneously; replaced my finger at the sound of the ball striking the block; and took a final reading of the graduated cylinder." [24]

La medida del tiempo, que es la parte más delicada del experimento, planteaba dos problemas importantes. En primer lugar, es necesario conseguir un flujo uniforme de agua. Además se requiere práctica para conseguir la necesaria coincidencia entre el acto de soltar la esfera y el comienzo de la caída del agua, así como para sincronizar la interrupción del flujo con el golpe de la bola al chocar con la madera. Este segundo problema sólo podía resolverse mediante entrenamiento y familiarización del experimentador con el equipo. Respecto del primero, Settle, teniendo en cuenta la afirmación de Salviati de que las medidas de tiempo requerido por la esfera para recorrer la longitud del plano no diferían entre sí ni la "décima parte de una pulsación", comprobó la uniformidad del flujo de agua, utilizando un péndulo de semiperíodo aproximadamente igual a una pulsación. Settle empleaba una tasa de flujo de 19.5 mililitros por segundo. Por tanto, si se podía medir un intervalo dentro de 2 mililitros, el dispositivo de medida del tiempo tendría una precisión de casi 1/10 de segundo. Pero esta precisión no estaba fuera del alcance de Galileo. A este respecto Settle señala, citando el De Re Metallica de Agrícola, que al principio del siglo XVI se podían efectuar pesadas con una precisión de 0.2 gramos.[25]

Con el dispositivo experimental descrito, Settle se propuso testar la ley de caída $s \propto t^2$ y el Teorema V del

movimiento acelerado. Este teorema afirma que:

> "La razón de los tiempos de los descensos sobre planos, que tienen inclinaciones y longitudes diversas, así como también alturas desiguales, se compone de la razón de las longitudes de los planos y de la raíz cuadrada de la razón de sus alturas, tomada inversamente." [26]

Esto es, si se tienen planos inclinados de longitudes L_1 y L_2 y alturas H_1 y H_2, los tiempos necesarios para recorrerlos cumplen que:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{L_1}{L_2}\sqrt{\frac{H_2}{H_1}}$$

Respecto de la ley $s \alpha t^2$ la discrepancia entre los resultados experimentales obtenidos por Settle y los valores calculados no excedían de -3% en un plano inclinado con un ángulo de $3^\circ 44'$. En cuanto al Teorema V, la discrepancia no era superior a -2%. A la vista de estos resultados, la conclusión de Settle es que Galileo podía conseguir perfectamente en el experimento del plano inclinado la precisión reivindicada en los Discorsi. Asimismo, la imagen de un Galileo incapacitado para alcanzar una corroboración satisfactoria de sus resultados debería ser corregida.

Insatisfecho con algunas de las características de la reproducción de Settle, en 1974 R. H. Naylor publicaba un trabajo en el que exponía los resultados obtenidos en su propia reconstrucción del experimento del plano inclinado. En la reconstrucción se utilizaba una tabla de longitud 6.09m, en una de cuyas caras se había construido un canal de sección semicircular de 2.54cm de anchura. El canal, siguiendo las instrucciones de Galileo, fue revestido con pergamino. Para la medida del tiempo se utilizó un gran

recipiente (con una capacidad de unos 45.46l.) a cuyo fondo se había adosado un pequeño tubo. Para la recogida del agua se empleaba un vaso de precipitación colocado debajo del tubo. Comparando este dispositivo con el empleado por Settle, Naylor señala: "I do not feel there are any grounds for believing that Galileo would have used the kind of timing device designed by Settle, even though it may well be better in use than the method Galileo describes. It is not clear to me why Settle felt justified in using his own distinct method of time measurement." [27]

Para examinar el experimento más detalladamente Naylor estudiaba por separado cuatro aspectos fundamentales: la medida del tiempo; el recorrido de la esfera por el canal; la acción de la superficie del canal sobre el movimiento de la esfera, es decir, qué influencia tiene el revestimiento del pergamino; el cambio en el ángulo de la inclinación del canal. Respecto de la medida del tiempo, se utilizó un péndulo de período conocido para comprobar la exactitud del reloj de agua. Como resultado de este test, Naylor estimaba que conseguir una precisión en las medidas de 1/10 de pulsación, es decir, 0.08 seg., que es la precisión reivindicada por Galileo, sería un logro bastante considerable. En opinión de Naylor, con el dispositivo para la medida del tiempo descrito por Galileo es posible medir intervalos de tiempo de aproximadamente 1/10 de segundo.

Para estudiar el recorrido de la esfera a lo largo del plano inclinado se empleó el canal sin revestirlo de pergamino. Se utilizaron tres esferas, dos de ellas, de diámetros 1.11cm y 1.19cm, se dejaron caer por el interior del canal, mientras que la tercera, de diámetro 3.1cm, se movía por los bordes del canal. La longitud total recorrida fue L = 6.06m y se emplearon dos ángulos de inclinación del canal: 3.2° y 6.5°. Se midieron los tiempos requeridos por las esferas para recorrer L, L/2 y L/4. Con el

ángulo de 3.2° y la esfera de 3.1cm de diámetro, la discrepancia entre los valores ideales de las razones de los tiempos y los valores experimentales van desde 4.2% para la razón $(\frac{L}{L/2})^{\frac{1}{2}}$ hasta 7.5% para la razón $(\frac{L}{L/4})^{\frac{1}{2}}$. Con el mismo ángulo, pero utilizando la esfera de 1.19 cm de diámetro se encontraban discrepancias de 4.2% para la razón $(\frac{L}{L/2})^{\frac{1}{2}}$ y de 4.5% para la razón $(\frac{L}{L/4})^{\frac{1}{2}}$. Con el ángulo de 6.5°, las discrepancias para ambas esferas van desde 1.4% para la razón $(\frac{L}{L/4})^{\frac{1}{2}}$ hasta 2.1% para la razón $(\frac{L}{L/2})^{\frac{1}{2}}$. A partir de estos resultados, la conclusión que puede extraerse es que el dispositivo experimental no permite obtener valores tan precisos para las razones de los tiempos como los señalados por Galileo, sobre todo cuando el ángulo de inclinación del plano es pequeño.[28]

El tercer aspecto del experimento estudiado por Naylor es el efecto de forrar al canal con pergamino. La esfera de diámetro 1.19 cm recorría una longitud L = 6.06 m por el canal inclinado un ángulo de 6.6°. Se midieron los tiempos requeridos por la esfera para recorrer las distancias L y L/4 por el canal cubierto de pergamino y por el canal sin forrar. Examinando los resultados se comprueba que no se consigue ninguna ventaja al revestir el canal de pergamino. En realidad, el pergamino retrasa ligeramente el movimiento de la bola. Entonces, si Galileo fuera capaz de medir el tiempo con la precisión que pretende, necesariamente se habría dado cuenta de esta circunstancia. La explicación del efecto retardador reside en la imposibilidad de conseguir pergamino de una longitud mayor que unos 90 cm. Entonces, para poder recubrir un canal de 6.06 m es necesario emplear varias porciones de pergamino con lo que se tendrán junturas entre ellas que dificultarán el movimiento de la bola. Para Naylor, el hecho de que Galileo no advierta el nulo efecto del pergamino indica que cuando realizó el experimento utilizó un canal sin forrar. Entonces, la inclusión del detalle del pergamino en la descripción

de los Discorsi del experimento del plano inclinado podría estar destinado a crear una impresión de precisión experimental en el lector.[29]

Para analizar el cuarto aspecto del experimento del plano inclinado se midieron los tiempos empleados por las esferas de diámetros 1.19 cm y 3.1 cm para recorrer la longitud total del canal, 6.06 m, no forrado de pergamino, inclinado con alturas verticales $H_1 = 34.29$ cm y $H_2 = 69.21$ cm. Llamemos t_1 y t_2 a los tiempos requeridos para recorrer la longitud del canal inclinado con las alturas citadas. Estudiar el efecto del cambio de inclinación del canal significa comprobar el grado de corroboración del Teorema IV del movimiento acelerado; es decir, estudiar la ecuación:

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{H_2}{H_1}}$$

Utilizando la esfera de 3.1 cm de diámetro que se mueve por los bordes del canal se encuentra una elevada discrepancia entre ambas razones de un 8.2%. Con la esfera de 1.19 cm que se mueve por el interior del canal la discrepancia es de hasta 12.4%[30]. Estos resultados no concuerdan con la afirmación de Salviati de que "los tiempos de las caídas por diversas inclinaciones mantienen perfectamente entre sí la proporción que les fue asignada y demostrada".

A la vista de los resultados obtenidos en su reproducción del experimento del plano inclinado, Naylor concluye que "it does not appear plausible that Galileo confirmed his theory with the accuracy claimed, using this experiment"[31]. Entonces, ¿a qué responde la pormenorizada descripción de Salviati? Para Naylor "the experiment, as described in the Discorsi represents an ideal"[32]. Lo que Galileo está describiendo es una situación ideal en la que el dispositivo experimental utilizado para estudiar el fenómeno considera-

do está libre de todas las imperfecciones que afectan al dispositivo real. Así se entiende el énfasis puesto en el detalle del revestimiento del canal; lo que Galileo está intentando describir es el plano inclinado ideal sin rozamiento. En el mismo sentido van encaminadas sus indicaciones de que la esfera utilizada era perfectamente redonda y pulida. En definitiva, lo que se pretende es que el lector de los Discorsi no albergue ninguna duda respecto de la precisión con que una ley demostrada teóricamente se ajusta al fenómeno considerado.

Ahora bien, ¿por qué Galileo necesita recurrir a la idealización del experimento? Para poder contestar a esta pregunta es necesario tener en cuenta su situación a la hora de publicar los Discorsi. No es aventurado afirmar que esta obra constituye el testamento intelectual de Galileo. En particular el De motu locali representa la presentación sistemática de la ciencia del movimiento, un tema que ha ocupado su atención durante muchos años y para cuya fundamentación ha tenido que vencer innumerables dificultades. Como hemos visto, la ciencia del movimiento se basa en dos principios: la definición de movimiento uniformemente acelerado y el Postulado. La ley de caída se plantea como una consecuencia de la definición y el experimento del plano inclinado se propone como capaz de confirmar la ley y, por tanto, la definición. Esto es, para el lector de los Discorsi el experimento garantiza que la definición propuesta se ajusta al movimiento real de caída de los cuerpos. Por lo tanto, el experimento debe ser presentado como gozando de una precisión absoluta, ya que cualquier duda repercute en el principio básico de la ciencia del movimiento: la definición de movimiento uniformemente acelerado.[33]

Las observaciones críticas efectuadas por Naylor a la reproducción de Settle del experimento del plano inclinado pueden resumirse en tres puntos. En primer lugar, co-

mo ya se señaló anteriormente, Settle ha empleado para la medida del tiempo un método diferente al descrito por Galileo sin que se argumente el porqué de esta decisión. Por otra parte, Settle no ha discutido el posible efecto sobre el movimiento de la esfera del revestimiento con pergamino del canal. En tercer lugar, Naylor critica el procedimiento de Settle de hacer descender las esferas por los bordes del canal. En realidad, tanto el detalle del pergamino como el tamaño asignado por Galileo al canal hacen pensar que el movimiento de la esfera se lleva a cabo por el interior del canal.

IV.1.2. El f. 116v

Hemos visto en la sección anterior (IV.1.1) el experimento del plano inclinado que Galileo introduce en los Discorsi para mostrar la confirmación empírica de la ley de caída. Debemos volver ahora hacia atrás en el tiempo, hasta el crucial período que tanscurre entre los años 1604 y 1610, para tomar en consideración un nuevo folio perteneciente también, como los considerados hasta ahora, al volumen 72 de los Manuscritos Galileanos. Se trata del f.116v, no incluido en la Edición Nacional de Le Opere, publicado por primera vez en 1973 por S. Drake[34]. Como tendremos ocasión de ver en detalle en la próxima sección de este capítulo, este documento ha jugado un papel clave para replantear la polémica sobre el método de Galileo. Ahora, sin embargo, analizaremos el manuscrito desde otro punto de vista.

A diferencia de los folios 152r y 107v considerados más arriba, el f. 116v no parece presentar problemas respecto de su ordenación cronológica. El acuerdo es unánime respecto de su datación en el período 1608-1610[35]. Asimismo hay un consenso casi total en considerar el documento como testimonio de actividad experimental por parte

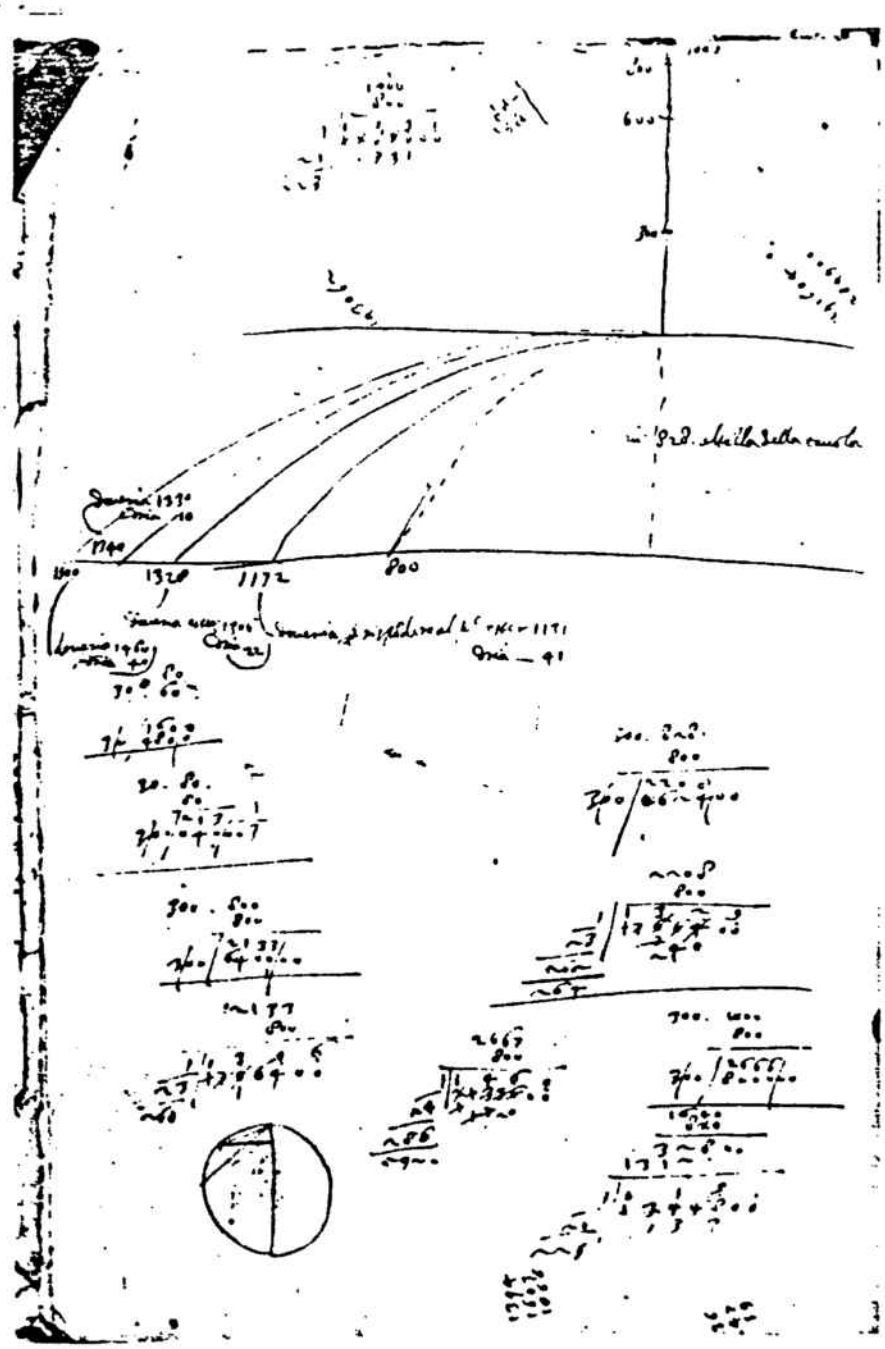
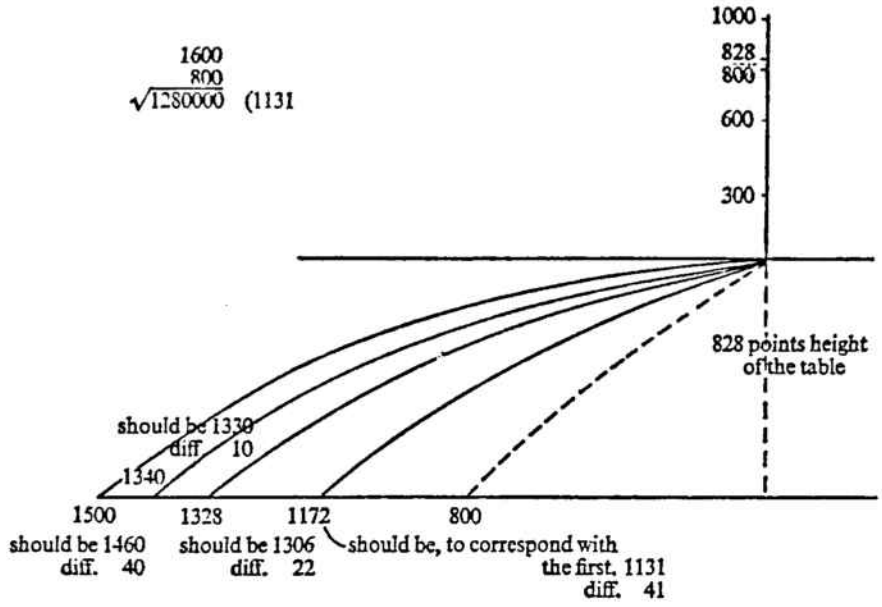


Figura 22
Reproducción del f. 116v del Volumen 72 de los Manuscritos Galileanos. (Contenido en Thuillier, 1983, p. 590)



[*partial calculations omitted as not used*]

300. 800
800
300 /640000 (2133

2133
800
√1706400 (1306

2667
800
√2133600 (1460

300. 828.
800
300 /662400 (2208

2208
800
√1766400 (1329

300. 1000
800
300 /800000 (2666

[*partial calculations omitted as not used*]

Figura 23

Transcripción inglesa parcial del f. 116v.
(Contenido en Drake, 1975 a, p. 140)

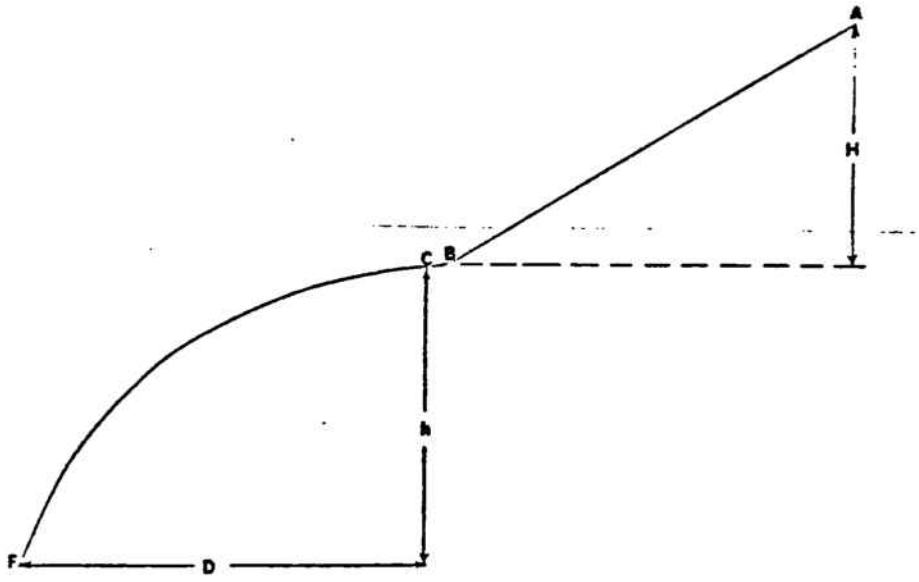


Figura 24

Esquema del dispositivo experimental utilizado por Naylor en su reconstrucción del f. 116v. (Contenida en Naylor, 1977, p. 390)

de Galileo. Pero el acuerdo no va más allá; el objetivo asignado por Galileo al experimento del f. 116v es una cuestión disputada. Como más relevante para nuestro tema, examinaremos pormenorizadamente una de las hipótesis avanzadas para la reconstrucción del f. 116v. Se trata de la propuesta en 1974 por R. H. Naylor. Para el investigador británico, el objetivo del experimento del f. 116v no es otro que confirmar la ley de caída $s \alpha t^2$.

En el f. 116v aparecen dos diagramas (ver figs. 22 y 23). La atención de los investigadores se ha centrado en el contenido en la mitad superior. En éste pueden verse cinco trayectorias aproximadamente parabólicas que parten de un origen común. En una línea vertical que pasa por este origen hay marcados cuatro puntos con los números 300, 600, 800 y 1000. En la línea horizontal donde terminan las trayectorias parabólicas están los números 800, 1172, 1328, 1340, 1500. El segundo va acompañado por la frase "debería ser, para corresponder con el primero, 1131, diferencia 41"; los demás números, es decir, 1328, 1340 y 1500 van acompañados por una frase similar en la que se les compara con otro valor y se constata la diferencia. Así, por ejemplo, 1328 va acompañado por la frase "debería ser 1306, dif. 22".

A la vista de esto, parece verosímil pensar que Galileo está comparando un conjunto de valores medidos, el formado por los números 1172, 1328, 1340 y 1500, con un conjunto de valores calculados, el formado por los números 1131, 1306, 1330 y 1460. Unos cálculos que aparecen en el folio muestran cómo se obtuvieron los valores calculados.

En 1974 R. H. Naylor informaba que se podían conseguir resultados muy parecidos a lo valores medidos que figuran en el f. 116v utilizando el dispositivo experimental que se muestra en la figura (ver fig. 24). Una esfera se mueve a lo largo del plano inclinado acanalado AB. En B

el plano se curva suavemente para conseguir que toda la velocidad de la esfera esté dirigida horizontalmente. El plano está situado a una altura del suelo de 828 puntos[36], es decir 77.7 cm, valor indicado en el manuscrito. A partir del punto C el movimiento de la esfera está compuesto de otros dos: un movimiento horizontal con una velocidad uniforme igual a la adquirida en el descenso por el plano inclinado y un movimiento vertical uniformemente acelerado de caída libre. La esfera describe, desde el punto C, una trayectoria parabólica, recorriendo hasta tocar en el suelo en el punto F una distancia vertical h = 77.7 cm y una distancia horizontal D.

Para la reproducción del experimento se utilizó un plano acanalado de dos metros de longitud y una esfera de acero de 16 mm de diámetro. Empleando como valores de H los números 300, 600, 800 y 1000 que figuran en el manuscrito y un ángulo de inclinación del plano de 26° es posible obtener valores de D muy próximos a los que figuran en el f. 116v. Esta precisión se mantiene para ángulos de inclinación del plano de 32° y 41°. Sin embargo, los resultados ya no son tan buenos cuando se ensayan ángulos mayores de 50°.[37]

¿Con qué objetivo ha llevado a cabo Galileo el experimento del 116v? Para responder a esta pregunta Naylor recurre a otro manuscrito que ya conocemos, el f. 152r. Para Naylor, el estudio de este documento muestra que, con posterioridad a 1604, Galileo podría haber deducido algunas relaciones para una esfera que se mueve a lo largo de un plano inclinado. Sea una esfera que se mueve una distancia s_1 por un plano inclinado descendiendo una altura H_1 y alcanzando una velocidad v_1 en un tiempo t_1. Después la esfera recorre una distancia s_2 descendiendo una altura H_2 y alcanzando una velocidad v_2 en t_2. Entonces[38]:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

y elevando al cuadrado

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2$$

También se tiene que

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{s_1}{s_2}$$

Pero en el plano inclinado se cumple

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{H_1}{H_2}$$

Entonces, sustituyendo tenemos

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{H_1}{H_2}$$

Ahora bien, la distancia D recorrida horizontalmente por la esfera al dejar el plano inclinado es proporcional a v.t donde v es la velocidad final adquirida en el movimiento por el plano y t el tiempo necesario para recorrer la distancia h -altura desde la base del plano hasta el suelo- en caída libre. Pero, ya que el tiempo t es constante para todos los recorridos de la esfera se tendrá que

$$D \alpha v$$

Entonces se cumple:

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

A la vista de este resultado, Naylor señala que: "Thus the comparison of observations of D and H provided by this equation is a direct test of the law of free fall."[39]

En el diagrama principal del f. 116v aparecen tres conjuntos de números:

300	600	800	1000	(1)
800	1172	1328	1500	(2)
	1131	1306	1460	(3)

La serie (1) representa las alturas verticales medidas desde la base del plano hasta el punto en que la esfera comienza su movimiento por el plano inclinado. La serie (2) está formada por los valores medidos de las distancias horizontales recorridas por la esfera al dejar el plano. Por último, la serie (3) está formada por los valores calculados de estas mismas distancias. Los cálculos que aparecen en el f. 116v permiten comprender cómo se obtuvieron los números de la serie (3). Galileo está utilizando la ecuación $\frac{H_1}{H_2} = \frac{D_1^2}{D_2}$. Tomando como base la distancia horizontal medida correspondiente a una altura vertical de 300 puntos, es decir, 800 puntos, se obtienen los números de la serie (3).

Hemos omitido en las series (2) y (3) un par de valores que aparecen en el f. 116v y cuya interpetación resulta de particular interés. En el punto final de una de las trayectorias parabólicas aparece el número 1340 acompañado por la frase "debería ser 1330, dif. 10". Teniendo en cuenta los cálculos que acompañan al diagrama, puede verse que la altura en el plano inclinado que corresponde a una distancia horizontal calculada de 1330 puntos es 828 puntos. Es decir, se ha efectuado una medida de la distancia horizontal para el caso particular en que H = h. La razón de ello se encuentra en la aplicación al experimento

del f. 116v de la regla de la distancia doble. Como vimos anteriormente[40] esta regla afirma que si se considera un cuerpo que se mueve con un movimiento uniformemente acelerado, y en un punto de su trayectoria comienza a moverse con una velocidad costante igual a la alcanzada en dicho punto por el movimiento acelerado, entonces en un intervalo de tiempo igual el cuerpo recorre una distancia doble de la recorrida en el movimiento acelerado.

Consideremos el dispositivo experimental utilizado para reproducir el experimento del f. 116v y hagamos H=h. El razonamiento de Galileo podría ser el siguiente. Por el Postulado se tiene que la velocidad, dirigida horizontalmente con que la esfera deja el plano en el punto C es igual a la que adquiriría cayendo libremente una distancia igual a la altura vertical del plano, es decir, H. Al abandonar el plano la esfera describe una trayectoria parabólica hasta el punto de contacto con el suelo. El tiempo de este movimiento es igual al tiempo necesario para recorrer en caída libre la distancia desde la base del plano al suelo, es decir, h=H. Tenemos, pues, que en un intervalo de tiempo t(h=H) la esfera recorre una distancia horizontal D moviéndose con una velocidad uniforme igual a la adquirida en el movimiento acelerado de caída libre para la distancia h. Entonces por la regla de la distancia doble debe cumplirse que D=2h, es decir, D=1656 puntos.

Para Naylor la idea de Galileo al aplicar la regla de la distancia doble sería poder obtener valores teóricos para las distancias horizontales recorridas por la esfera[41]. Esto se consigue utilizando la ecuación $\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$ con la base teórica, indicada por la regla H = 828, D = 1656. Resumiendo en una tabla todos los valores considerados hasta ahora se tiene:

	Valores medidos	Valores predichos	Valores teóricos
H (puntos)	D (puntos)	D (puntos)	D (puntos)
300	800		996
600	1172	1131	1410
800	1328	1306	1628
828	1340	1330	1656
1000	1500	1460	1820

La primera columna muestra los valores de las alturas desde las que la esfera comienza su recorrido por el plano inclinado. Todos los números, salvo 828, están marcados en la línea vertical del diagrama principal del f. 116v. La segunda columna muestra los valores medidos de la distancia horizontal recorrida por la esfera después de abandonar el plano inclinado. Todos los números están contenidos en el f. 116v en la línea horizontal del diagrama principal donde terminan las trayectorias parabólicas. La tercera columna muestra los valores predichos mediante la ecuación $\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$, utilizando como base H = 300, D = 800. Todos estos números están en el f. 116v acompañando a los anteriores y aparecen además en los cálculos que figuran en el manuscrito. Los números de la cuarta columna representan los valores teóricos obtenidos mediante la ecuación $\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$ utilizando como base H = 828, D = 1656, es decir, los valores exigidos por la regla de la distancia doble. Los números de la cuarta columna no aparecen en el manuscrito. Responden a la reconstrucción de Naylor del f. 116v.

Si se calcula la discrepancia entre las columnas segunda y tercera, puede verse que la precisión alcanzada por Galileo es realmente notable. La discrepancia máxima se obtiene para una distancia horizontal predicha D = 1131 puntos y es solamente de +3.6%. Sin embargo, no ocurre lo mismo cuando se calcula la discrepancia entre las columnas

segunda y cuarta. En este caso, se obtiene un valor mínimo de -16.9% para un valor teórico D = 1410 y un valor máximo de -19.7% para un valor teórico de la distancia horizontal D = 996.

Desde el punto de vista moderno, las profundas discrepancias que se encuentran en el segundo caso tienen una explicación sencilla. El movimiento de la esfera por el plano inclinado no es, como supone Galileo, una traslación pura, sino una rodadura sin deslizamiento. De acuerdo con esto, la aceleración de la esfera es sólo 5/7 de la que la regla de la distancia doble supone. Asimismo, la velocidad con que la esfera deja el plano inclinado para iniciar su trayectoria parabólica es sólo $\sqrt{\frac{5}{7}}$ de la velocidad que cabría esperar desde el punto de vista de Galileo.[42]

Naturalmente, Galileo ignora la influencia de la rotación sobre el movimiento de la esfera. Resulta entonces inmediato preguntarse cómo ha resuelto el problema planteado por la fuerte discrepancia entre los valores teóricos de la distancia horizontal y los valores medidos. En su propia reconstrucción del f. 116v, Drake sugería que Galileo habría podido achacar la discrepancia a una posible perturbación del movimiento de la esfera producida en su desviación horizontal por la porción curvada final del plano inclinado[43]. Naylor rechaza esta idea basándose en que no se observa una variación apreciable en la distancia horizontal medida cuando se cambia el ángulo de inclinación dentro de un rango de ángulos. Es decir, si la porción curvada del plano fuera la fuente de la discrepancia, entonces tendría que haber diferencias significativas en la distancia horizontal medida utilizando ángulos de 41° y 26°. Pero esto no ocurre. Para Naylor es claro que Galileo se habría dado cuenta de esta circunstancia. Resulta, pues, en opinión del investigador británico que, para Galileo, el origen de la discrepancia debería encontrarse en factores ine-

vitables como, por ejemplo, el rozamiento.

Como ya dijimos, la tesis de Naylor es que el experimento del f. 116v fue diseñado para confirmar la ley de caída $s \propto t^2$. Para ello se baso no sólo en su reconstrucción del manuscrito, sino también en su reproducción del experimento del plano inclinado descrito por Galileo en los Discorsi. Si se comparan las columnas segunda y tercera de la Tabla comentada anteriormente se verá que la ley alcanza una confirmación satisfactoria para un rango de ángulos de inclinación del plano de 26° a 42°. Además el experimento del f. 116v tiene la enorme ventaja de que es necesario únicamente medir distancias. Con ello se evita el problema, considerablemente dificultoso como hemos tenido ocasión de ver, de la medida del tiempo, lográndose una ventaja importante sobre el experimento de los Discorsi.

Ahora bien, la hipótesis de Naylor sobre el objetivo asignado por Galileo al experimento del f. 116v tiene que proporcionar respuestas plausibles a tres problemas:

> "(1) What did Galileo make of the discrepancy that remained between his observations on folio 116v and his double-distance rule?
> (2) Why was it that Galileo never published anything of his folio 116v experiment if this had used to establish the validity of $s \propto t^2$?
> (3) Why did Galileo describe a quite different experiment as confirming the law $s \propto t^2$ in the Discorsi?"[44]

La respuesta a la primera pregunta ya ha sido apuntada. El único lugar donde Galileo puede buscar la fuente de la fuerte discrepancia entre los valores teóricos y los valores observados para la distancia horizontal D es el rozamiento en el plano. Como, por otra parte, la concordancia entre

valores predichos y observados de D es elevada, para Naylor es claro que Galileo habría quedado satisfecho con la corroboración parcial de la ley y habría pensado que una confirmación perfecta se obtendría en un plano sin rozamiento, es decir, un plano ideal. La situación es interesante, porque constituye un ejemplo más de la confianza de Galileo en el experimento mental.[45]

En cuanto al segundo problema planteado, hay que tener en cuenta que, si bien Galileo había encontrado una explicación de la discrepancia entre valores teóricos y valores observados suficientemente convincente desde su punto de vista, es bastante dudoso que sus adversarios estuvieran dispuestos a aceptarla fácilmente. Hay además otra razón importante que desaconsejaría la publicación del experimento del f. 116v. La ley de caída relaciona dos magnitudes físicas: espacio y tiempo. Sin embargo, en el experimento considerado sólo se miden distancias. Entonces, para Naylor es claro que a Galileo se le hubiera podido plantear una objeción como la siguiente: "How was it that, by measuring distance alone, a relationship between distance and time (an unmeasured quantity) could be established?"[46]

Para responder a la tercera pregunta planteada hay que partir de la constatación por parte de Galileo de que el problema del rozamiento afecta apreciablemente al carácter persuasivo de su experimento del f. 116v. Entonces, dado que la ley de caída debe ser establecida sin ninguna duda—no sólo por su valor intrínseco, sino también porque es una consecuencia de uno de los principios fundamentales de la ciencia del movimiento: la definición del movimiento uniformemente acelerado y, en este sentido, cualquier incertidumbre sobre la ley repercute sobre el principio — definición—y puesto que los experimentos confirmadores reales son problemáticos (tanto el del f. 116v como el experimento de los Discorsi) no es extraño que, al tener

que recurrir necesariamente a un experimento idealizado, se prefiere un experimento conceptualmente más simple como lo es un experimento de plano inclinado.[47]

La hipótesis de Naylor acerca del objetivo asignado por Galileo al experimento del f. 116v plantea un problema de interés. La ecuación que Galileo parece haber utilizado para calcular los valores predichos para la distancia horizontal D es $\frac{H_1}{H_2} = \frac{D_1^2}{D_2^2}$. Si se mantiene que el objetivo del experimento es verificar la ley de caída $s \propto t^2$, parece claro que la ecuación mencionada debe ser una consecuencia de dicha ley. Y esto es precisamente lo que Naylor muestra, apoyándose para ello en evidencia contenida en el f. 152r. Aunque no se indica explícitamente parece que, en la derivación de la ecuación, la ley interviene para pasar

de $\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2$ a $\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{s_1}{s_2}$. Esto es, se tiene.

(1) $$\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

(2) $$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2$$

(3) $$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{s_1}{s_2} \qquad \text{ya que} \qquad \frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}$$

Pero se puede reformular fácilmente la derivación de Naylor de forma que con toda claridad se pueda ver la ecuación clave

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

como una consecuencia de la ley de caída. Se tendría:

(1) $$\frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}$$

(2) $\frac{H_1}{H_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}$ ya que en el plano se cumple $\frac{s_1}{s_2} = \frac{H_1}{H_2}$

(3) $\frac{H_1}{H_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$ ya que $\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2}$

(4) $\frac{H_1}{H_2} = \frac{D_1^2}{D_2^2}$ ya que $D \propto v$

Como puede verse, en la derivación se utiliza como supuesto auxiliar el principio $\underline{v} \propto \underline{t}$. Por lo tanto, la comparación de D y H proporciona una corroboración de la ley de caída $\underline{s} \propto \underline{t}^2$ y del principio $\underline{v} \propto \underline{t}$. Entonces no parece adecuado describir la situación diciendo, como hace Naylor, que la comparación de D y H proporciona un "direct test" de la ley de caída $\underline{s} \propto \underline{t}^2$ únicamente. Pero es que además, para construir la derivación se ha recurrido al f. 152r y, como hemos tenido ocasión de ver detalladamente, en este documento la única relación en que interviene la velocidad adquirida es del tipo $\underline{v} \propto \sqrt{\underline{s}}$, es decir, en un movimiento uniformemente acelerado se cumple que la velocidad adquirida es proporcional a la raíz cuadrada del espacio recorrido. El principio $\underline{v} \propto \underline{t}$ está sorprendentemente ausente en el f. 152r. Da la impresión de que cuando Naylor propone por primera vez su hipótesis de que el experimento del f. 116v está diseñado para confirmar la ley $\underline{s} \propto \underline{t}^2$ está aceptando la lectura de Drake del f. 152r, o sea, que en este manuscrito se puede considerar contenido, al menos implícitamente, el principio $\underline{v} \propto \underline{t}$. Posteriormente Naylor somete a crítica la interpretación de Drake del f. 152r, pero sigue manteniendo su hipótesis sobre el f. 116v[48]. Pero entonces, si se rechaza la interpretación de Drake ¿de dónde sale el principio $\underline{v} \propto \underline{t}$ que es imprescindible para extraer la ecuación $\frac{H_1}{H_2} = \frac{D_1^2}{D_2^2}$ como consecuencia de la ley de caída? ¿O es que hay que suponer que Galileo, cuando diseña el experimento del f. 116v, está ya considerando seriamente la posibilidad de adoptar $\underline{v} \propto \underline{t}$

como principio del movimiento acelerado? Si éste fuera el caso, el experimento del f. 116v debería considerarse confirmador fundamentalmente del principio $\underline{v} \propto \underline{t}$ y no de una ley afirmada, sin sombra de duda, en una fecha tan temprana como 1604.

Por otra parte, si se examina cuidadosamente el experimento propuesto para dar cuenta del f. 116v se verá que la ley $\underline{s} \propto \underline{t}^2$ no interviene. En realidad, lo que permite el experimento es evaluar la velocidad adquirida por la esfera en su movimiento acelerado a lo largo del plano inclinado. En este sentido, lo que el experimento muestra es que la velocidad adquirida es proporcional a la raíz cuadrada de la altura desde donde la esfera comienza su recorrido, o bien que es proporcional a la raíz cuadrada de la distancia recorrida a lo largo del plano. Partiendo de esta idea, la derivación de la ecuación $\frac{H_1}{H_2} = \frac{D_1^2}{D_2^2}$ es muy simple.

$$(1) \quad \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{H_1}{H_2}$$

$$(2) \quad \frac{H_1}{H_2} = \frac{D_1^2}{D_2^2}$$

Con ello Galileo ha conseguido proveerse de un medio preciso para estudiar el comportamiento de la velocidad adquirida en un movimiento acelerado.

Es esta misma idea de proporcionalidad entre velocidad adquirida y la raíz cuadrada de la distancia recorrida la que encontramos en el f. 152r. Entonces parece razonable pensar que el proceso seguido por Galileo es el siguiente. Una vez convencido de que el principio-definición del movimiento acelerado $\underline{v} \propto \underline{s}$ afirmado en la carta a Sarpi es incorrecto, habría ensayado la alternativa $\underline{v} \propto \sqrt{\underline{s}}$. Es precisamente este ensayo lo que se registra en el f. 152r.

El intento para confirmar empíricamente este principio alternativo aparece en el f. 116r. El experimento proporciona resultados suficientemente buenos como para convencer a Galileo de la corrección de $v \propto \sqrt{s}$. Entonces, a partir de $v \propto \sqrt{s}$ y la ley $s \propto t^2$ es inmediato concluir $v \propto t$. El camino queda abierto para evitar la "espacialización" del movimiento acelerado y repensarlo utilizando ya el tiempo como la variable independiente.

IV.2. Galileo y el método experimental

En las secciones anteriores de este capítulo hemos tenido ocasión de analizar dos experimentos relacionados con la ley de caída: el experimento del plano inclinado descrito por Salviati en la Jornada Tercera de los Discorsi y el experimento relacionado con el f. 116v. Asimismo, hemos visto en la última sección del capítulo anterior otro supuesto experimento, el relacionado con el f. 107v, que ha sido considerado por Drake como el medio con que Galileo ha descubierto la ley de caída. Además, a lo largo de este trabajo hemos podido ver la evolución de la teoría de Galileo del movimiento de caída de los graves, prestando especial atención a los aspectos más directamente relacionados con la ley $s \propto t^2$ y el principio-definición del movimiento uniformemente acelerado.

Nos hemos provisto, pues, de los materiales necesarios para hacer un balance crítico de los resultados que se han obtenido en los estudios sobre el método de Galileo. Examinaremos la cuestión desde el punto de vista que nos interesa particularmente: el método relacionado con la ciencia del movimiento. A este respecto prestaremos especial atención al impacto producido por la publicación de manuscritos inéditos y, en general, por el redescubrimiento y toma en consideración sistemática de los documentos publi-

cados por Favaro con el título de Frammenti attenenti ai Discorsi (Opere VIII, pp. 363-436). Pero, para poder valorar adecuadamente esta circunstancia, será preciso, en primer lugar, hacer una sucinta exposición de los términos en que se planteaba anteriormente el debate sobre el método. Para ello partiremos de las tesis avanzadas por A. Koyré, puesto que, como veremos, éstas son todavía, en buena medida, el punto de referencia en las discusiones actuales sobre el método.

Para Koyré, en su actividad científica Galileo parte de una profunda convicción: la estructura última de la realidad natural es matemática. Esta idea es lo que constituye la fuerza motriz de todo el pensamiento galileano: "Galileo parte de la idea -preconcebida sin duda, pero que constituye la base de su filosofía de la naturaleza- de que las leyes de la naturaleza son leyes matemáticas. Lo real encarna lo matemático."[49] Es precisamente esta idea la que subyace en el conocido pasaje de Il Saggiatore donde Galileo afirma que el libro de la naturaleza está escrito en caracteres matemáticos. Consecuentemente con ello, la ciencia de la naturaleza que se proponga como objetivo el conocimiento de esa realidad tendrá que ser, necesariamente, matemática. Ello supone, en el caso del movimiento, mostrar, por ejemplo, como este fenómeno natural, por increíble que pueda parecer al aristotelismo, está sometido a la ley del número. Esto es precisamente lo que nos dice la ley de los números impares que Galileo sitúa en los Discorsi como Corolario I del Teorema II del movimiento naturalmente acelerado: los espacios recorridos en tiempos iguales sucesivos por un cuerpo en caída libre desde el reposo son proporcionales a los números impares desde la unidad.

El objetivo de Galileo es sustituir la física aristotélica, esencialmente cualitativa, por una física matemática. Una física cuyos conceptos deben cumplir una condición

imprescindible: deben ser susceptibles de cuantificación. Unos conceptos que no tendrán, inevitablemente, un correlato inmediatamente observable, como no lo es el movimiento de caída libre en el vacío. Es por esto que resulta claro para Koyré que Galileo no puede partir de la experiencia para construir su sistema conceptual alternativo. Al contrario, es partiendo de este último cómo es posible abordar la experiencia para poner de manifiesto sus rasgos relevantes. La experiencia no conceptualizada no puede servir más que de obstáculo. Ahora bien, si la experiencia no ha jugado un papel apreciable en la construcción de la ciencia moderna; si, en buena medida, esta construcción ha tenido que realizarse en contra de la experiencia, no ocurre lo mismo con el experimento.

Para Koyré es precisamente la filosofía natural de Galileo la que permite definir con todo rigor el concepto de experimento: "al ser una experiencia científica -como tan bien lo ha expresado Galileo- una pregunta que se plantea a la naturaleza, resulta perfectamente claro que la actividad que tiene como resultado plantear esa pregunta está en función de la elaboración del lenguaje en el cual se formula esa actividad. La experimentación es un proceso teleológico cuyo fin está determinado por la teoría."[50] La teoría matemática constituye la condición de posibilidad del experimento en tanto que permite formular con toda precisión la pregunta a la naturaleza y descifrar sus respuestas. Pero esto no debe hacer pensar que el experimento sea algo de lo que se puede prescindir en la actividad científica. La importancia del experimento estriba en dos aspectos. En primer lugar, la experimentación es un medio para conocer si la teoría es acertada o no. En segundo lugar, sólo el experimento puede proporcionar los datos numéricos que completan el conocimiento de la naturaleza.

La obra de Galileo pone las bases para que la experimentación sistemática entre a formar parte de la acti-

vidad científica. Ahora bien, sería erróneo considerar el método de Galileo como únicamente experimental. Su tarea ha sido esencialmente la construcción de un nuevo esquema conceptual, es decir, una labor fundamentalmente teórica. No se trata de negar que Galileo haya experimentado. Un ejemplo particularmente relevante se tiene en el experimento de plano inclinado descrito por Salviati en los Discorsi. Sin duda, esta descripción se inspira en un experimento efectivamente realizado, pero, incluso en este caso, las dificultades prácticas con que se enfrenta Galileo hacen que su trabajo experimental sea de poco valor. Es cierto que la obra publicada está salpicada de referencias a la experiencia o al experimento, pero esto se debe en buena medida a la convicción de Galileo acerca del poder persuasivo de este recurso. En resumen, para Koyré "la manera en que Galileo concibe un método científico correcto implica un predominio de la razón sobre la simple experiencia, la sustitución por modelos ideales (matemáticos) de una realidad empíricamente conocida, la primacía de la teoría sobre los hechos. Fue así solamente como las limitaciones del empirismo aristotélico pudieron ser superadas y como pudo ser elaborado un verdadero método experimental, un método en el que la teoría matemática determina la estructura misma de la investigación experimental."[51] Pero, precisa Koyré un poco más abajo refiriéndose al método experimental, "este método (...), fundado en la matematización de la naturaleza, ha sido concebido y desarrollado, si no por el mismo Galileo, cuyo trabajo experimental carece prácticamente de valor y que debe su fama de experimentador a los esfuerzos infatigables de los historiadores positivistas, al menos por sus discípulos y sucesores."[52]

En 1957 L. Geymonat criticaba la interpretación koyreana centrándose en dos puntos concretos: 1) la explicación que Koyré ha proporcionado del recurso galileano a la matemática en la investigación de la naturaleza no es satis-

factoria; 2) Koyré ha relegado la instancia empírica en la actividad científica de Galileo a un lugar secundario. Respecto del primer punto, Geymonat parte del análisis del pasaje de Il Saggiatore a que ya hemos hecho referencia, el texto en que Galileo utiliza su metáfora del libro de la naturaleza. Para Geymonat es necesario reparar en el contexto en que se inscribe este pasaje. Galileo está polemizando contra la costumbre de sus adversarios de apelar a argumentos de autoridad. Esto estaría justificado si se tratara de libros de creación cuya autoridad es mayor o menor, dependiendo del valor de su autor. Pero el libro de la naturaleza no tiene autor y por tanto el principio de autoridad es completamente inútil. Por otra parte, se tiene que Galileo está oponiendo matemática a fantasía. En los libros de creación, donde lo que se plasma es la fantasía del autor, no importa si lo escrito es verdadero. Pero en el libro de la naturaleza, la matemática es el instrumento adecuado para captar la verdad. Así pues: "Esta contraposición de la matemática a la fantasía y no de la matemática a los fenómenos es precisamente lo que debe hacernos considerar con cierta sospecha, a mi modo de ver, la interpretación platonizante del fragmento en cuestión. ¿Quién puede excluir, en realidad, que Galileo recurra a la matemática simplemente porque ésta, por su rigor, está en situación de hacernos obtener solamente la verdad, evitando que nos perdamos en fantasía? Es decir, se refiere a la matemática mas en su función técnica (como ayuda de la lógica) que en una función metafísica (como expresión de una realidad más estable y armoniosa que está por debajo del fluir de los fenómenos)."[53] Es inútil apelar a una hipótesis filosófica para explicar el recurso galileano a la matemática en el estudio de la realidad natural. Para Galileo, la matemática es un instrumento privilegiado en tanto que el más eficaz auxiliar de la lógica. Con una lógica impregnada de matemática se consiguen demostraciones necesarias que son muy superiores a los juegos de palabras en que con frecuencia degeneran los

argumentos empleados por sus adversarios aristotélicos.

Respecto del segundo punto enunciado más arriba, Geymonat plantea su análisis utilizando el ejemplo de la ley de caída de los graves. En su carta a Sarpi de 1604 Galileo formula la ley de caída y propone un principio falso a partir del cual poder derivarla. Entonces, la pregunta que se plantea es "¿qué le garantizaba en aquella época la verdad de las leyes del movimiento uniformemente acelerado, dado que no poseía todavía un principio exacto del cual deducirlas, sino que incluso lo buscaba en una dirección completamente equivocada? Se trata de una pregunta que no puede encontrar una respuesta fácil en una interpretación platónica del pensamiento galileano."[54] Lo que importa es distinguir cuidadosamente entre la verdad teórica de una ley y la verdad de facto. En 1604 Galileo tan sólo posee la segunda. Asimismo, es necesario diferenciar entre la demostración ex suppositione de la ley, tarea que Galileo lleva a cabo en los Discorsi, y la demostración experimental. La primera puede convencernos de la necesidad lógica de una determinada ley, pero se queda ahí, esto es, no traspasa los límites de la demostración lógico-matemática. Existe un salto cualitativo entre demostración matemática y deducción física. Desde un punto de vista estrictamente teórico pueden estudiarse muchos tipos de movimiento, pero cuál sea el movimiento efectivo de los graves no puede decidirse teóricamente. La ley de caída hay que "hallarla" en la realidad. Para Geymonat está claro el método que ha utilizado Galileo en su estudio del movimiento uniformemente acelerado: "Es muy probable que antes de 1604 (es decir, antes de poseer la definición exacta de 'movimiento uniformemente acelerado', que sólo bastante más tarde se colocó en la base del tratamiento deductivo, ex suppositione, del mismo), Galileo imaginó varias relaciones posibles entre el espacio y el tiempo en la caída de los graves. Pero los resultados de la interrogación de la naturaleza realizada

con el plano inclinado sirvieron para demostrarle la verdad de una de estas relaciones y la falsedad de todas las demás. A partir de ese momento le vemos ir a la búsqueda de una definición general, rigurosa, del concepto de 'movimiento uniformemente acelerado', definición que habrá de permitirle deducir precisamente la mencionada relación y no otra; es decir, le vemos asumir el resultado obtenido experimentalmente como banco de pruebas para la verificación efectiva de las teorías sobre el movimiento."[55] Para Geymonat este proceso es claramente experimental y sería erróneo considerar secundario el recurso a la experiencia.

La polémica gira en torno a dos problemas claves: la fundamentación del método y carácter del método. Respecto del primer problema lo que no se ve es por qué hay que plantear una disyunción excluyente entre una explicación instrumentalista del recurso a la matemática y una explicación que hace recaer el énfasis en las consecuencias filosóficas de este recurso sistemático. Volvamos a la metáfora del libro de la naturaleza mencionada antes. Queda claro que el instrumento necesario para la lectura del libro es la matemática pero resulta igualmente claro que los caracteres en que el libro está escrito son matemáticos. Ambas ideas no son incompatibles.

Respecto del carácter del método, Geymonat enfatiza el aspecto experimental. De nuevo resulta difícil ver dónde reside la incompatibilidad con la tesis de Koyré. Se puede aceptar perfectamente la descripicón que proporciona Geymonat del proceso que ha seguido Galileo en su estudio del movimiento acelerado. Sin embargo, es bastante discutible que la verificación empírica sea la única garantía que tiene Galileo en 1604 de la verdad de la ley de caída. Como sabemos, en esa época Galileo tiene una derivación de la ley, la contenida en el f. 128, a partir del principio que afirma que en el movimiento de caída la velocidad cre-

ce proporcionalmente a la distancia recorrida desde el reposo. El hecho de que este principio sea falso, como Galileo descubrirá más tarde, y que la derivación contenga errores no quiere decir que esta demostración sea considerada incorrecta en esa época.

Es perfectamente verosímil que Galileo haya imaginado varias relaciones entre espacio y tiempo y que haya sido un experimento el que ha mostrado la verdad de una de ellas. Ahora bien, desde el punto de vista de Koyré, lo relevante es que el experimento es posible cuando se tiene una hipótesis matemática que relaciona las variables que intervienen, en este caso espacio y tiempo. Esta hipótesis es la condición de posibilidad para que se pueda hablar de experimento con todo rigor. Esta precisión no implica que el experimento sea secundario en el proceso descrito, lo que hace es situarlo en su lugar exacto. Una última observación resulta importante. Es dudoso que el experimento por sí solo proporcione una respuesta tan rotunda como parece creer Geymonat. Si se está pensando en un experimento similar al descrito en los Discorsi no está tan claro que en una fecha tan temprana como 1604 Galileo utilice un experimento tan refinado. Pero aún concediendo esto, se ha mostrado que la precisión de este experimento no es tan elevada como Galileo reivindica. Por lo tanto, parece más razonable pensar que es la combinación de ambos medios, la demostración teórica y el experimento lo que garantiza a Galileo la verdad de la ley de caída en la época mencionada.

En el debate reseñado, los argumentos utilizados se basan en interpretaciones de pasajes extraídos de las obras publicadas de Galileo. En la década de los setenta, la situación va a cambiar cuando empiecen a estudiarse intensamente los manuscritos contenidos en los Frammenti. Un trabajo pionero en este campo es el magistral estudio de

W. L. Wisan sobre la génesis del De motu locali. Sin embargo, el impulso decisivo para la reapertura del debate sobre el método de Galileo iba a venir con la publicación, comenzada en 1973 por S. Drake, de manuscritos inéditos.

Para Drake, el descubrimiento y publicación de los manuscritos inéditos aporta la evidencia decisiva para poder resolver de una vez por todas el problema del carácter del método de Galileo. El trabajo de Settle, publicado en 1961, donde se informaba de los resultados obtenidos al reproducir el experimento del plano inclinado de los Discorsi había sido ignorado por el punto de visto dominante, es decir, la opinión que tendía a subestimar el papel de la experimentación en la ciencia de Galileo. A este respecto, el argumento que se utilizaba era que si bien Settle había demostrado que Galileo podría haber obtenido resultados tan precisos como pretendía, esto no bastaba para demostrar que efectivamente los había obtenido. Pero, para Drake, esta posición ya no puede mantenerse durante más tiempo. Los manuscritos inéditos ya no permiten al historiador mantenerse en el terreno hipotético de lo que Galileo podría haber hecho. Los documentos descubiertos constituyen la prueba inequívoca de que Galileo ha recurrido sistemáticamente a la experimentación en sus investigaciones. Además, el carácter de sus experimentos no difiere sustancialmente del de los que se realizan en un laboratorio moderno.

Desde el punto de vista historiográfico la conclusión de Drake es clara: hay que volver a las tesis mantenidas por los antiguos historiadores de la ciencia. Estos, que estudiaban las obras publicadas de Galileo sin ninguna preconcepción, ni filosófica ni acerca de la continuidad en la historia de las ideas, le consideraban como un experimentalista y veían en ello precisamente su originalidad respecto de sus supuestos precursores medievales. Sin embargo, "recent historians of science, critical of their prede-

cessors, have jumped instead to the conclusion that Galileo worked from pure mathematics without empirical evidence; faith in ideal Platonic forms rather than attention to physical detail, they say, opened the way to modern science. As far as Galileo is concerned, the earlier historians came closer to the truth. What they lacked in philosophical insight they made up for in common sense."[56] Los manuscritos inéditos, que demuestran la amplitud y precisión del trabajo experimental de Galileo, han confirmado completamente las tesis de los antiguos historiadores de la ciencia. Entonces, la conclusión que debe sacarse es que "if the publication of experiments that influenced others is the criterion by which we should judge who was the father of experimental physics, then Marin Mersenne was the man.
But Mersenne was inspired to a large degree by his reading and questioning of Galileo's results (...). Mersenne and his contemporaries showed by their behaviour, and sometimes by their statements, that Galileo had started the trend. Hence it may be better to call Galileo the grandfather of experimental science than to revere him as a Platonist organizer of fourteenth century mathematical speculations."[57]

Como puede verse, las tesis de Drake descansan fundamentalmente en una firme convicción: el descubrimiento de los manuscritos inéditos ha provisto al historiador con evidencia segura y sólida para enjuiciar las convicciones metodológicas de Galileo. Para abordar el problema del método ya no es necesario entrar en la "guerra" de textos extraídos de las obras publicadas. Por fin el historiador dispone de hechos aproblemáticos: los manuscritos. No se quiere decir con esto, evidentemente, que los manuscritos sean un material fácil de analizar. Presentan múltiples dificultades: lectura, datación, ordenación... etc. Sin embargo, éstas son dificultades que podríamos llamar "técnicas", y cuando el historiador desprejuiciado las resuelva podrá formarse una idea precisa. Esto no ocurre con los

textos de las obras publicadas, los cuales, al ser interpretados desde determinadas concepciones filosóficas o historiográficas permanecen casi inevitablemente ambiguos. Y decimos "casi", porque parece que según Drake este problema no existía para los antiguos historiadores de la ciencia, quizá debido a su sano sentido común.

Sin embargo, si alguna conclusión puede sacarse después de una década de investigación sobre los manuscritos inéditos y los contenidos en los Frammenti es el carácter problemático, a todos los niveles, de estos documentos. Consideremos en primer lugar los fragmentos que no parecen estar relacionados con actividad experimental. Este es el caso del f. 152r que hemos examinado con todo detalle. Como vimos, este manuscrito ha recibido tantas interpretaciones como investigadores lo han analizado. Además, en cada caso, la interpretación decidía qué parte del documento era el relevante, haciendo una selección entre los diagramas y anotaciones del folio. Por lo tanto, no basta con leer el manuscrito, hay que interpretarlo, y en esta tarea es evidente que las convicciones del investigador juegan un papel no despreciable. ¿Qué idea se tiene acerca del desarrollo de la ciencia del movimiento? La interpretación del f. 152r dependerá estrechamente de la respuesta que cada historiador da a esta pregunta.

Pasemos ahora a los folios publicados a partir de 1973 que verosímilmente parecen atestiguar trabajo experimental de Galileo. Estos documentos plantean dos problemas fundamentales:

(i) ¿Son estos manuscritos realmente testimonios de actividad experimental?

(ii) ¿Cuál es el objetivo del supuesto experimento?

Poder proporcionar una respuesta concluyente a la segunda

pregunta es absolutamente crucial para una caracterización precisa del método. Sólo cuando se pueda determinar la función que se ha asignado a cada experimento será posible mostrar, en cada caso concreto primero y globalmente después, la articulación entre teoría y experimento en el desarrollo de la ciencia del movimiento galileana. Mientras que la segunda pregunta planteada no obtenga una respuesta clara, la situación será parecida a la que existía antes de la publicación de los manuscritos inéditos. Podrá afirmarse que Galileo realizaba más experimentos de los que Koyré admitía, pero de cara al problema del método, la situación no será tan clara como pretende Drake.

Ciertamente, en el caso de los manuscritos que se consideran relacionados con trabajo experimental, hay un requisito cuyo cumplimiento refuerza la objetividad de la reconstrucción. No será lícito extraer conclusiones hasta, y en la medida en que, se pueda reconstruir con la mayor exactitud posible el supuesto experimento de Galileo. Es decir, es necesario obtener resultados que concuerden con los datos que constan en el documento y son interpretados como resultado de un experimento. Sin embargo, incluso cuando este requisito se cumpla, hay que tener en cuenta que la reconstrucción seguirá siendo subjetiva en algún grado, debido a la falta de indicios proporcionados por los manuscritos en cuestiones clave como, por ejemplo, el tipo de dispositivo experimental utilizado por Galileo en cada caso.

El f. 107v representa un ejemplo relevante de la problemática que rodea al examen de los manuscritos inéditos. Para Drake, es claro que este documento es el registro de un experimento de plano inclinado mediante el que Galileo descubrió la ley de caída. Sin embargo, la reconstrucción de Naylor de este experimento ha mostrado las dificultades que se plantean en el descubrimiento, sin expectativas teó-

ricas previas, de la ley. Utilizando el plano inclinado, como Drake sugiere, no hay forma de encontrar una correlación clara entre las variaciones que intervienen, espacio y tiempo. El que Drake no haya considerado necesario discutir este tipo de cuestiones revela que, a pesar de sus rotundas declaraciones, en su reconstrucción ha jugado un papel decisivo sus preocupaciones acerca del método científico. Para él los procedimientos inductivos no parecen plantear ningún problema. Sin embargo, la investigación histórica ha mostrado que los casos de descubrimiento inductivo de una ley son tan excepcionales que se impone una cierta cautela a la hora de valorar la evidencia en cada caso.[58] Pero para Drake nada de esto cuenta; a partir de unos números en un manuscrito no sólo ha inventado un experimento, sino que ha afirmado sin dudar de que se trata de un experimento descubridor.

No se trata de negar que el f. 107v esté relacionado con trabajo experimental. En realidad ésta es una hipótesis verosímil. Sin embargo, lo que importa resaltar, aparte del apresuramiento de Drake, es que no está claro aún cuál es el objetivo del supuesto experimento. Así, recientemente, Naylor ha sugerido la posibilidad de que los datos del folio se hayan obtenido utilizando el dispositivo del f. 116v en el contexto de una investigación sobre la trayectoria parabólica de los proyectiles.[59] En cualquier caso el problema permanece abierto.

También el f. 116v plantea problemas similares. El acuerdo es casi unánime respecto a la consideración de que el documento registra trabajo experimental. Sin embargo, el objetivo del supuesto experimento es una cuestión disputada. Como más relevante para nuestro trabajo, hemos analizado la reconstrucción de Naylor de este documento. Para este investigador, el objetivo de este experimento era confirmar la ley de caída. Esta hipótesis resulta un tanto artificial y parece más razonable concluir que el experimen-

to ha sido utilizado para investigar la relación entre velocidad adquirida y espacio recorrido (o altura) en el movimiento acelerado. Pero Drake, desde la publicación del documento, en 1973, ha mantenido la tesis de que el experimento está diseñado para poder confirmar lo que podemos llamar el principio de inercia restringido: en ausencia de resistencia apreciable, el movimiento horizontal es uniforme y de duración indefinida. Además, en el transcurso de esta investigación, Galileo habría descubierto la trayectoria parabólica de los proyectiles al observar cuidadosamente la trayectoria seguida por la esfera al ser desviada horizontalmente por la parte final curvada del plano inclinado.

No vamos a entrar aquí en la discusión detallada de todos los problemas que plantea la reconstrucción de Drake del f. 116v. Sin embargo, es interesante tener en cuenta la siguiente objeción crítica formulada por Naylor. La tesis de Drake entra en conflicto con un pasaje clave del Diálogo. Salviati y Simplicio discuten sobre el movimiento de una piedra que se deja caer desde la cima del mástil de un barco o desde la parte superior de una torre. Salviati, basándose precisamente en lo que hemos llamado el principio de inercia restringido, explica que independientemente de que el barco esté en reposo o en movimiento, la piedra caerá al pie del mástil. Igualmente, tanto si se supone que la Tierra está en movimiento como si se supone que está en reposo se verá caer a la piedra al pie de la torre. Además, añade Salviati, no hace falta recurrir a la experiencia para darse cuenta de esto. Es necesario que las cosas ocurran de esta forma. La impresión que se saca de este pasaje es que Galileo no considera un principio tan fundamental como el principio de inercia como necesitado de confirmación empírica.[60] Evidentemente este argumento no basta para excluir la tesis de Drake, pero nos recuerda que no se debe subvalorar la obra publicada frente a los manuscritos.

CRAI UNIVERSITAT DE BARCELONA

Las conclusiones sobre el método de Galileo que cabe extraer a raíz del examen de los manuscritos inéditos que hemos considerado son más modestas que lo que Drake pretende. Es cierto que hay suficiente evidencia como para poder afirmar que Galileo ha realizado más experimentos de los que Koyré estaba dispuesto a admitir. Sin embargo, dado que no ha sido posible aún determinar con toda exactitud la función asignada a estos experimentos, se puede afirmar que la tesis koyreana fundamental respecto de la teoría como condición de posibilidad del experimento se mantiene en sus líneas generales. Hasta ahora no se ha mostrado ningún ejemplo convincente de experimento realizado sin un determinado trabajo teórico previo. Más aun, en el caso de algunos ejemplos concretos, las tesis de Koyré, aunque con alguna matización, han sido confirmadas.

El ejemplo de esto último más relevante para nuestro estudio lo tenemos en el caso del experimento del plano inclinado descrito en los Discorsi. Koyré había afirmado que el experimento no podría producir resultados tan exactos como Galileo pretendía. Para Drake, la reproducción del experimento llevada a cabo por Settle muestra que la afirmación de Koyré ha sido refutada. Sin embargo, la cuestión no es tan simple. El trabajo de Settle pretendía mostrar dos cosas. En primer lugar, que es posible, siguiendo fielmente la descripción proporcionada en los Discorsi, y sin utilizar medios más refinados que los que estaban al alcance de Galileo, obtener resultados tan exactos como éste reivindicaba. En segundo lugar, siendo este experimento confirmador de la ley de caída y, por tanto, del principio-definición del movimiento uniformemente acelerado, puesto que aquélla se deriva de éste, se mostraba la gran precisión experimental que Galileo exigía para considerar bien establecidos los principios fundamentales de la ciencia del movimiento. Al respecto, Settle señala que su trabajo intentaba comprobar "what sort of results he [Galileo] accepted as the foundations of his new science."[61]

Pero la reproducción posterior del experimento realizada por Naylor ha vuelto a arrojar dudas sobre la precisión del experimento. Parece que el problema que se nos plantea es decidir cuál de las dos reconstrucciones es más fiel a la descripción de Galileo. Sin embargo, hay un detalle crucial señalado por Naylor: ¿por qué Galileo incluye en la descripción del dispositivo experimental el revestimiento del canal con pergamino? Quizá podría pensarse que ignora que el pergamino, en vez de aumentar la precisión del experimento, disminuyendo el rozamiento, lo que hace es retrasar el movimiento de la esfera. Pero esto es improbable porque el fenómeno del rozamiento ha sido una preocupación constante para Galileo. Desde este punto de vista, parece difícil considerar que Galileo no ha comprobado el efecto del pergamino, es decir, que no ha medido el tiempo que requiere la esfera para recorrer el canal con y sin revestimiento.

Entonces, parece que éste es un argumento decisivo para pensar que el experimento de los Discorsi es una idealización de un experimento real. Este último es mucho menos preciso y requiere ser "perfeccionado" para su publicación. La tesis originaria de Koyré ha sido confirmada en este aspecto y además las conclusiones de Naylor apuntan en la dirección ya señalada por aquél: Galileo introduce versiones idealizadas de sus experimentos reales con el objeto de persuadir a sus lectores. La descripción del experimento tiene una función pedagógica.

Pero si se acepta este análisis, hay también que revisar las conclusiones de Settle sobre el grado de precisión que Galileo exigía en sus experimentos. La reproducción del experimento no permite deducir qué grado de precisión parecía suficiente a Galileo para confirmar sus principios. Ahora bien, en este punto hay que introducir una matización en la tesis de Koyré. No se puede afirmar sin más que "los experimentos de Galileo están completamente desprovistos de

valor."[62] ¿Para quién están desprovistos de valor? El problema es saber si lo están para Galileo, no si nosotros pensamos que dada su necesaria imperfección tienen que estarlo. No se puede excluir que, aun siendo el experimento imperfecto e impreciso según nuestra idea de la concordancia exigible entre teoría y experimento, desde el punto de vista de Galileo este experimento produzca una concordancia adecuada.

Hemos dicho que la tesis fundamental koyreana sobre la teoría como condición de posibilidad del experimento se mantiene en sus líneas fundamentales. Sin embargo, para que esta tesis sea operativa no sólo en la interpretación del desarrollo global de la ciencia del movimiento, sino también en el análisis de cada problema concreto que Galileo ha abordado en este campo, requiere ser precisada al menos en dos aspectos. En primer lugar, debe aclararse qué se entiende por "teoría" en cada caso concreto. No se quiere significar un sistema conceptual complejamente articulado. A veces se trata de una hipótesis o de una simple conjetura. En el caso del experimento del f. 116v las ideas teóricas que subyacen son: la regla de la distancia doble, el Postulado y el importante concepto de la independencia de los movimientos vertical y horizontal. En el caso de este último concepto se revela la profunda fractura entre la física aristotélica y la concepción galileana del movimiento. Para la física aristotélica, un objeto, en este caso la esfera que abandona el plano inclinado, no puede tener dos movimientos a la vez, porque inevitablemente ambos se perturbarían entre sí. Pero Galileo se ha liberado de este supuesto. Los dos movimientos, el vertical de caída libre y el horizontal con velocidad constante, son independientes entre sí, pueden estudiarse separadamente. ¿Por qué Galileo ha sido capaz de liberarse del supuesto de la física aristotélica? Porque ha empezado a considerar el movimiento como algo que no afecta al cuerpo que se mueve. El movimiento puede estudiarse prescindiendo del móvil. El movimiento es, por sí mismo, un ob-

jeto científico.

La segunda precisión que debe introducirse en la tesis de Koyré afecta a la relación entre teoría y experimento. Cuando se habla de prioridad de la teoría respecto del experimento no se debe entender que el experimento va siempre detrás de la teoría. Esto es cierto cuando se considera el problema concreto desde una perspectiva global, es decir, desde su planteamiento hasta su resolución. Pero en momentos concretos de este proceso puede ocurrir que el experimento, realizado desde una determinada perspectiva teórica, sugiera alguna corrección en ésta. Ilustraremos esta idea con un ejemplo concreto. Para ello debemos volver una vez más al experimento del f. 116v. Supongamos que Galileo ha pensado utilizar este experimento para explorar el ajuste de su principio de que en el movimiento uniformemente acelerado la velocidad crece con la altura vertical desde la que la esfera comienza su movimiento por el plano. Entonces, la ecuación que se utilizaría para predecir valores de la distancia horizontal D recorrida por la esfera al dejar el plano sería:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{H_1}{H_2}$$

ya que se tendría

(1) $$\frac{V_1}{V_2} = \frac{H_1}{H_2}$$

(2) $$\frac{D_1}{D_2} = \frac{H_1}{H_2}$$ puesto que $D \propto v$.

Naturalmente, una comparación entre los valores medidos de D y los valores predichos muestra claramente que el principio no funciona. En esta situación, si Galileo hubiera representado gráficamente los valores de D y H hubiera podido

darse cuenta de que se ajustan a una parábola. Es decir, se cumple $H \propto D^2$ y, por tanto, se tiene que $\underline{v} \propto \sqrt{H}$. Esta idea, sugerida por el experimento, sería fácilmente verificable utilizando el mismo dispositivo experimental. Quizá los datos del f. 116v sean el resultado de una comprobación de este tipo, como ya apuntamos en la sección anterior de este capítulo. En cualquier caso, éste es un ejemplo que muestra la posibilidad no descartable de que el experimento sea capaz de sugerir una corrección teórica importante en un momento concreto de un proceso más amplio, en este caso el largo y atormentado proceso que siguió Galileo para llegar al principio-definición correcto del movimiento uniformemente acelerado.

Tampoco desde el punto de vista historiográfico puede afirmarse que los manuscritos hayan proporcionado suficiente evidencia para apoyar tesis tan radicales como las de Drake. Es cierto que los manuscritos permiten considerar el recurso a la experimentación como una característica fundamental del método de Galileo. El trabajo experimental de Galileo es un rasgo diferenciador respecto de tradiciones anteriores y también respecto de sus contemporáneos. Sin embargo, la tesis que considera este rasgo diferenciador como el único, que ve en la actividad experimental la causa de la ruptura que da origen a la ciencia moderna es insatisfactoria. No permite comprender por qué Galileo ha sido capaz de dar este paso, es decir, por qué ha comprendido la importancia del recurso a la experimentación en la construcción de la ciencia del movimiento. Si se aceptaran las tesis de Drake, la única respuesta que cabría dar sería en términos de la genialidad de Galileo. Es el genio de Galileo el que ha posibilitado su invención del método experimental. Pero esta respuesta no puede satisfacer al historiador. No se trata de poner en cuestión el genio de Galileo. Pero el historiador no puede utilizar este tipo de categorías sin reservas. La tarea del historiador es comprender; analizar los

componentes de la genialidad de Galileo; reconstruir las circunstancias que hacen posible que el genio llegue a ser tal.

Parece que Drake está preocupado por salvaguardar a toda cosa la originalidad del trabajo de Galileo. Sin embargo, es perfectamente posible oponerse a concepciones continuistas de la historia de la ciencia sin tener que abocarse a una caracterización unilateral del método de Galileo. Las tesis de Koyré son un buen ejemplo de ello. La ciencia moderna es el resultado de una profunda revolución: la destrucción de la física aristotélica y su sustitución por un esquema conceptual distinto. Esta es la obra de Galileo y para llevarla a cabo ha partido de una firme convicción sobre el carácter matemático de la estructura de la realidad natural. Por eso la experimentación es crucial. Porque sólo mediante el experimento puede entablarse el necesario diálogo entre teoría matemática y realidad matemática.

Hemos visto antes, al considerar el experimento del plano inclinado descrito en los Discorsi, cómo las ideas de Koyré no han sido refutadas en este caso. Sin embargo, esto no ha ocurrido siempre y la consideración de un ejemplo concreto nos servirá para hacer algunas reflexiones. En la Jornada Primera de los Discorsi, Salviati describe un experimento que ha realizado para mostrar el "antagonismo" que existe entre el aire y el agua. Comentando la descripción de Galileo, Koyré afirma que si se hiciera el experimento tal y como está descrito, no se obtendrían los resultados afirmados por Salviati. Más aun, según Koyré, para obtener resultados aproximados hay que introducir una variación en el dispositivo experimental. Pues bien, MacLachlan ha reproducido este experimento siguiendo la descripción de los Discorsi y ha mostrado que funciona perfectamente tal y como afirma Galileo. No es necesario en absoluto introducir la modificación sugerida por Koyré.[63] ¿Qué conclusión se puede sacar de esto? No se puede resolver la cuestión afirman-

do simplemente que, en este caso, Koyré ha cometido un error. El error es el índice de una actitud de fondo. Koyré no ha considerado necesario reproducir el experimento para comprobar si funciona o no. Ha abordado el problema utilizando el método habitual: el análisis de los textos. Pero lo que está en cuestión es si todos los problemas que se plantean en los estudios galileanos pueden ser resueltos, o incluso formulados, utilizando sólo este método.

El análisis textual ha producido resultados de primera magnitud. En el orden de la interpretación global de la obra de Galileo cabe citar, además del clásico Estudios galileanos de Koyré, el trabajo de M. Clavelin La philosophie naturelle de Galilée. Ambos nos proporcionan análisis conceptuales extraordinariamente finos. Tampoco puede pasarse por alto, aunque tratando de un tema más concreto, el reciente trabajo de P. Galluzzi Momento que proporciona un estudio realmente magistral de las vicisitudes de un concepto galileano de capital importancia para su ciencia del movimiento. Sin embargo, el descubrimiento de manuscritos inéditos ha planteado problemas que es dudoso que puedan ser abordados utilizando exclusivamente esta metodología "tradicional". Ante un documento que, aparentemente, registra trabajo experimental de Galileo, no es posible quedarse en el puro análisis textual. No se puede decidir si se trata de un experimento hasta que se intenta reproducirlo y se obtienen resultados suficientemente próximos a los que constan en el documento.

La investigación sobre los manuscritos inéditos y sobre los documentos contenidos en los Frammenti no ha permitido resolver totalmente problemas como los del descubrimiento de la ley de caída o el descubrimiento del principio-definición correcto del movimiento acelerado. Sin embargo, ha posibilitado un planteamiento más preciso de dichos problemas. Respecto del proceso que siguió Galileo hasta el

principio correcto del movimiento acelerado, el f. 152r nos proporciona un paso intermedio crucial entre la incorrecta proporcionalidad espacial, afirmada en la carta a Sarpi, y el principio $v \propto t$, y el f. 116v nos muestra un experimento capaz de confirmar con notable precisión este paso intermedio.

Asimismo no se puede ignorar que el estudio detallado de los manuscritos ha estimulado una reconsideración de la obra publicada que permitirá replantear, sobre bases alejadas de cualquier planteamiento epistemológico exagerado, el problema del método de Galileo. Un buen ejemplo de este enfoque nuevo es el trabajo de R. H. Naylor. Buena parte de la actividad de este investigador ha estado destinada a analizar y reproducir no sólo los experimentos que presumiblemente han sido registrados en manuscritos inéditos, sino también los experimentos que Galileo propone para apoyar o ilustrar sus argumentos en los Discorsi. Resulta bastante significativo que este trabajo se haya llevado a cabo de forma sistemática a raíz de la publicación de manuscritos inéditos.

Una última conclusión puede extraerse de nuestro estudio: no es posible, ni siquiera deseable, intentar caracterizar el método de Galileo utilizando una fórmula concreta. Es peferible dedicar el esfuerzo a analizar con todos los recursos a nuestro alcance cada problema concreto que se plantea en la ciencia del movimiento, con el objetivo de descubrir la articulación entre teoría y experimento en cada caso concreto. Sólo este tipo de trabajo puede permitir clarificar qué ideas teóricas subyacen a cada experimento; qué papel ha jugado cada experimento en cada momento concreto; qué grado de concordancia se ha alcanzado entre teoría y experimento. Quizá en el transcurso de esta tarea muchas fórmulas metodológicas simples queden en el camino, pero se habrá conseguido un conocimiento más real de la obra de uno de los autores de la Revolución Científica.

NOTAS AL CAPITULO I

1 Cfr. Avvertimento al De motu en Galileo, Opere, I, pp. 245-249.

2 Cfr. Drabkin, I. E., "A Note on Galileo's De motu", Isis (1960), 51: 271-277.

3 Fredette, 1972.

4 La consideración del De motu como obra incompleta ha sido mantenida por Favaro en Avvertimento al De motu (Opere, I, p. 247) y en Koyré, 1980, p. 52.

5 Cfr. Opere, I, p. 265; Giacomelli, 1949, pp. 40-41. Para el estudio de De motu he utilizado (Giacomelli, 1949), donde se traducen gran cantidad de textos. Como en este caso, las citas de la Edición Nacional se acompañarán con la referencia correspondiente al trabajo de Giacomelli.

6 Cfr. Opere, I, p. 273; Giacomelli, 1949, pp. 41-42.

7 Cfr. Opere, I, p. 279; Giacomelli, 1949, pp. 44-45.

8 Cfr. Opere, I, p. 283; Giacomelli, 1949, p. 46.

9 Es interesante tener en cuenta que este resultado ya había sido alcanzado por Benedetti, contemporáneo de Galileo, y por autores medievales como Bradwardine, Alberto de Sajonia y otros. El razonamiento de Benedetti era similar al de Galileo pero el de los autores medievales se basaba en el concepto de resistencia interna. Los cuerpos observables en la naturaleza eran considerados como un compuesto de los cuatro elementos: tierra, agua, aire y fuego. De éstos, el primero era absolutamente pesado, mientras que el fuego era absolutamente ligero.

Agua y aire eran pesados y ligeros sólo relativamente. En un cuerpo compuesto, pesantez y ligereza se consideraban cualidades contrarias que podían ser expresadas en forma de número de partes o de grados. La cualidad con mayor número de grados era considerada como fuerza motriz y la opuesta como resistencia. Entonces, en cada unidad de materia de los cuerpos homogéneos se tiene la misma proporción entre fuerza motriz y resistencia interna y, por tanto, en el vacío caerán a la misma velocidad aunque sus volúmenes sean distintos. El tratamiento de Galileo tiene la ventaja de su simplicidad. Apoyándose en su concepto de peso específico, Galileo puede tratar a todos los cuerpos de manera semejante sin necesidad de entrar en su composición interna. (Cfr. Grant, 1971, pp. 44-47.)

10 Opere, I, p. 273; Giacomelli, 1949, p. 43.

11 "Movimiento natural es aquel mediante el que los cuerpos que se mueven, se acercan a sus lugares propios, movimiento violento es aquel mediante el que los cuerpos que se mueven se alejan de ellos." (Opere, I, p. 304; Giacomelli, 1949, p. 65.)

12 Cfr. Opere, I, p. 310; Giacomelli, 1949, p. 70.

13 Cfr. McMullin, 1967, p. 7.

14 Koyré, 1980, p. 61.

15 Cfr. Opere, I, p. 320; Giacomelli, 1949, pp. 75-76.

16 Cfr. Opere, I, p. 337; Giacomelli, 1949, p. 83.

17 Cfr. Fredette, 1972, p. 344.

18 Cfr. Ibid., pp. 347-348, n. 48.

NOTAS AL CAPITULO II

1 "Ripensando circa le cose del moto, nelle quali, per dimostrare li accidenti da me osservati, mi mancava principio totalmente indubitabile da poter porlo per assioma, mi son ridotto ad una proposizione la quale ha molto del naturale et dell'evidente; et questa supposta, dimostro poi il resto, cioè gli spazzii passati dal moto naturale esser in proporzione doppia dei tempi, et per conseguenza gli spazii passati in tempi eguali esser come i numeri impari ab unitate, et le altre cose." (Galileo, Opere, X, p. 115.)

2 "Che il mobile naturale vadìa crescendo di velocità con quella proportione che si discosta dal principio del suo moto; come, v.g., cadendo il grave dal termine a per la linea abcd, suppongo che il grado di velocità che ha in c al grado di velocità che hebbe in b esser come la distanza ca alla distanza ba, et così conseguentemente in d haver grado di velocità maggiore che in c secondo che la distanza da è maggiore della ca." (Galileo, Opere, X, p. 115.)

3 "Credo che haviamo anco assai in mano per mostrare che il cadente naturale et il proietto violento passino per le medesime proporzioni di velocità. Imperò che se il proietto vien gettato dal termine d al termine a, è manifesto che nel punto d ha grado di impeto potente a spingerlo sino al termine a, et non più; et quando il medesimo proietto è in c è chiaro che è congiunto con grado di impeto potente el medesimo sino a spingerlo termine a; et parimente il grado d'impeto in b basta per spingerlo in a: onde è manifesto, l'impeto nei punti d, c, b andar decrescendo secondo le proporzioni delle linee da, ca, ba."

4 Cfr. Koyré, 1980, pp. 77-78.

5 Cfr. Drake, 1969, y Drake, 1974a, p. 309, n.1. Se conserva también en el f. 85v (Galileo, Opere, VIII, p. 383) una versión latina de esta prueba parcialmente modificada. El argumento es similar pero no se concluye con la ley de caída, sino con el corolario de la media proporcional. Este resultado se expone en los Discorsi (Opere, VIII, p. 213) y afirma que si se toman desde el reposo dos espacios cualesquiera, recorridos por un cuerpo en caída libre, los tiempos necesarios para recorrerlos están entre sí como cualquiera de los dos espacios a la media proporcional entre ambos.

El f. 85v es autógrafo de Marco Guiducci, uno de los ayudantes de Galileo. Ha sido fechado en 1611 por Wisan (cfr. Wisan, 1974, p. 207). La datación del original de Galileo está abierta al debate. Wisan considera que debe ser anterior al f. 128 (cfr. Wisan, 1974, p. 209). Por su parte Galluzzi teniendo en cuenta el recurso a la media proporcional mantiene que debe ser posterior (cfr. Galluzzi, 1979, p. 284, n. 56).

6 "Io suppongo (e forse potrò dimostrarlo) che il grave cadente naturalmente vada continuamente accrescendo la sua velocità secondo che accresce la distanza dal termine onde si partì." (Opere, VIII, p. 373.)

7 "Questo principio mi par molto naturale, e che risponda a tutte le esperienze che veggiamo negli strumenti e machine che operano percotendo, dove il percuziente fa tanto maggiore effetto, quanto da più grande altezza casca." (Opere, VIII, p. 373.)

8 Esta suposición se hace explícita en los Discorsi. En la discusión de la definición propuesta de movimiento uniformemente acelerado, Simplicio, uno de los interlocutores del diálogo, indica que si se considera un grave que cae, debe admitirse sin ninguna duda "que el efec-

to del choque del mismo grave sea doble viniendo de doble altura" (Opere, VIII, p. 203; trad. cast., 1945, p. 214). Salviati, el portavoz de Galileo, en su demostración de que esta proposición es falsa comienza diciendo: "Porque, siendo uno mismo el móvil que choca, la diferencia y el momento de los choques no puede determinarse si no es por la diferencia de la velocidad" (Opere, VIII, p. 204; trad. cast., 1945, p. 215).

9 Como sabemos, es cierto que la velocidad adquirida por un cuerpo en caída libre depende de la altura, pero la proporcionalidad es respecto de la raíz cuadrada de la altura. Si un cuerpo cae una altura h y adquiere una velocidad v, se tiene $v \alpha \sqrt{h}$ y no $v \alpha h$ como cree Galileo.

10 "Vanno dunque continuatamente crescendo i gradi di velocità in tutti i punti della linea af secondo l'incremento delle parallele tirate da tutti i medesimi punti. In oltre, perchè la velocità con la quale il mobile è venuto da a in d è composta di tutti i gradi di velocità auti in tutti i punti della linea ad, e la velocità con che ha passata la linea ac è composta di tutti i gradi di velocità che ha auti in tutti i punti della linea ac adunque la velocità con che ha passata la linea ad, alla velocità con che ha passata la linea ac, ha quella proporzione che hanno tutte le linee parallele tirate da tutti i punti della linea ad sino alla ah, a tutte le parallele tirate da tutti i punti della linea ac sino alla ag; e questa proporzione è quella che ha il triangolo adh al triangolo acg, ciò è il □°ad al □°ac. Adunque la velocità con che si è passata la linea ad, alla velocità con che si è passata la linea ac, ha doppia proporzione di quella che ha da a ca." (Opere, VIII, p. 373.)

11 "E perchè la velocità alla velocità ha contraria proporzione di quella che ha il tempo al tempo (imperò che il medesimo è crescere la velocità che sciemare il tem-

po), adunque il tempo del moto in ad al tempo del moto in ac ha subduplicata proporzione di quella che ha la distanza ad alla distanza ac. Le distanze dunque dal principio del moto sono come i quadrati de i tempo, e, dividendo, gli spazii passati in tempi eguali sono come i numeri impari ab unitate: che risponde a quello che ho sempre detto e con esperienze osservato; e così tutti i veri si respondono." (Opere, VIII, pp. 373-374.)

12 Duhem, 1913, p. 565.

13 Koyré, 1980, p. 96 (subrayado de Koyré).

14 Wisan, 1974, p. 294.

15 Koyré, 1980, p. 96.

16 Galileo, Opere, VIII, p. 193; trad. cast., 1945, p. 203.

17 Hall, 1959, p. 261 (subrayado de Hall).

18 Cfr. Drake, 1969, p. 354.

19 Ibid., p. 355.

20 Ibid., p. 356.

21 "Pesi disenali pendenti da distanze disegnali peseranno egualmente, ogni volta che dette distanze abbino contraria proporzione di quella que hanno i pesi" (Opere, II, p. 161).

22 Cfr. Drake, 1974a, p. 321.

23 Cfr. Galluzzi, 1979, pp. 281-282.

24 "Sia del cerchio BDA il diametro BA eretto all'orizonte, e dal punto A sino alla circonferenza tirate linee utcumque AF, AE, AD, AC: dimostro, mobili uguali cadere in tempi uguali e per la perpendicolare BA e per piani inclinati secondo le linee CA, DA, EA, FA; sicchè, partendosi nell'istesso momento dalli punti B, C, D, E, F arriveranno in uno stesso momento al termine A, e sia la linea FA piccola quant'esser si voglia." (Opere, X, pp. 99.)

25 Galileo, Opere, VIII, p. 221; trad. cast., 1945, p. 236.

26 "Essendo la linea SA non maggiore della corda d'una quarta, e le linee SI, IA utcumque, più presto fa il medesimo mobile il viaggio SIA, partendosi da S che il viaggio solo IA, partendosi da I" (Opere, X, p. 100).

27 Humphreys, 1967, p. 233.

28 Ibid., p. 234.

29 Cfr. Wisan, 1974, p. 162. Humphreys no proporciona este razonamiento, limitándose a señalar que la proposición A es una consecuencia directa del principio de De motu. Sin embargo, el supuesto de que no hay resistencia al movimiento horizontal es esencial. Galileo lo demuestra en De motu haciendo ver que en un plano horizontal, una esfera permanece indiferente al movimiento o al reposo, pudiendo ser puesta en movimiento por una fuerza menor que cualquier otra. (Opere, I, p. 299; Giacomelli, 1949, pp. 58-59.)

30 Humphreys, 1967, p. 235.

31 Cfr. Ibid., p. 236.

32 Galileo, Opere, VIII, p. 215; trad. cast., 1945, p. 233.

33 Este teorema afirma que "si un móvil, que marcha con movimiento uniforme y con velocidad constante, recorre dos espacios, los tiempos de los trayectos son entre sí como los espacios recorridos. " (Opere, VIII, p. 192; trad. cast., 1945, p. 201.)

34 Cfr. Humphreys, 1967, p. 242.

35 Cfr. Hall, 1965, p. 195.

36 Cfr. Wisan, 1974, p. 189, n. 15.

37 Humphreys, 1967, p. 236.

38 Cfr. Wisan, 1974, p. 189, n. 15

39 La tesis de la utilización del plano inclinado como instrumento experimental en un período temprano de la actividad de Galileo es defendida en Settle, 1967.

40 Cfr. Drake, 1969, p. 349.

41 Cfr. ibid, p. 349.

42 Cfr. ibid, p. 349.

NOTAS AL CAPITULO III

1 Opere, XI, pp. 84-86.

2 Opere, X, pp. 351-352. He seguido la traducción contenida en Beltrán, 1983, p. 54.

3 Con esta denominación se conoce la estancia de Galileo en Padua que tiene lugar entre 1592 y 1610, año en que se trasladó a Florencia.

4 Settle, T. B., Galilean Science: Essays in the Mechanics and Dynamics of the Discorsi, tesis de doctorado inédita, Cornell University, 1966.

5 Clavelin, 1968.

6 Wisan, 1974.

7 En la exposición de los métodos de ordenación cronológica de Drake sigo Drake, 1972b, pp. 56-61.

8 Opere, X, pp. 228-230.

9 Drake, 1972b, p. 65.

10 Cfr., Wisan, 1974, p. 127.

11 Cfr. ibid., p. 128.

12 Cfr. Naylor, 1977, pp. 366-367.

13 Publicado parcialmente por Favaro en Opere, VIII, p. 426.

14 Cfr., Drake, 1973a, p. 89.

15 Cfr. ibid., p. 89.

16 Cfr. ibid., p. 89.

17 Cfr. ibid., p. 88.

18 Cfr. ibid., pp. 85 y 87.

19 Opere, VIII, p. 203; trad. cast., 1945, pp. 213-214.

20 Cfr. Drake, 1973a, pp. 91-92.

21 Cfr. ibid., p. 91.

22 Cfr. Wisan, 1974, p. 213.

23 Opere, VIII, pp. 383-384.

24 Cfr. Wisan, 1974, p. 206.

25 Ibid., p. 213.

26 Cfr. ibid., p. 213. Wisan afirma que "the total velocities would be seen to be as 4 to 3." Es difícil comprender este cálculo de la estudiosa norteamericana. En efecto, se trata de calcular la relación entre la superficie del segmento semiparabólico y la del rectángulo. La ecuación de la semiparábola es $y=-x^2$. Entonces:

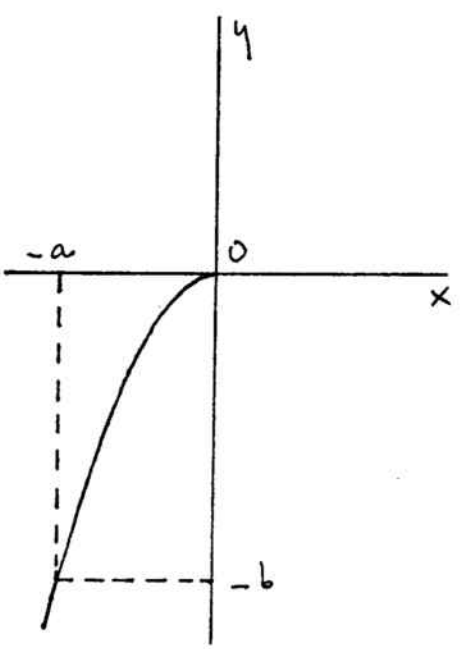


Figura 25

$$S_1 = \int_{-a}^{0} -x^2 dx = -\frac{x^3}{3}\Big|_{-a}^{0} = \frac{a^3}{3}$$

La superficie del segmento semiparabólico será igual a la diferencia entre el área del rectángulo y S_1:

$$S_1 = S_{rect} - S_1 = a \cdot b - \frac{a^3}{3}$$

Pero a partir de la ecuación de la semiparábola se tiene $b = a^2$. Entonces:

$$S = a^3 - \frac{a^3}{3} = \frac{2}{3} a^3 .$$

El área del rectángulo es $S_{rect} = a \cdot b = a^3$. Resulta, pues, que:

$$\frac{S_a}{S_{rect}} = \frac{2}{3}$$

27 La segunda anotación del folio era:

9 millas con 15 de velocidad [en]5? horas.

28 Cfr. Wisan, 1974, pp. 213-214.

29 Ibid., p. 214, n. 9.

30 Cfr. ibid., p. 214, n. 9.

31 Cfr. ibid., pp. 209-210.

32 Cfr. Naylor, 1977, pp. 368-369 y p. 64 de este capítulo.

33 Cfr. ibid., p. 370.

34 Cfr. ibid., p. 370.

35 Cfr. ibid., p. 370.

36 Cfr. ibid., p. 379.

37 Cfr. ibid., pp. 380-381.

38 Cfr. ibid., pp. 381-383.

39 Cfr. ibid., pp. 383-385.

40 Ibid., p. 385 (subrayado de Naylor).

41 Cfr. Drake, 1973a, pp. 87, 88 y 92.

42 Cfr. Naylor, 1977, p. 386.

43 Ibid., pp. 378-379.

44 Clavelin, 1968, pp. 297-298.

45 Ibid., p. 298.

46 Cfr. ibid, p. 298. Hemos tenido ocasión de ver, al comentar la carta a Sarpi, que Galileo no se contenta con la descripción de los fenómenos. Cfr. capítulo II, p. 25 de este trabajo.

47 Cfr. Drake, 1975c, p. 101.

48 Cfr. ibid., pp. 100-101.

49 Cfr. ibid., p. 98.

50 Cfr. ibid., p. 101.

51 Cfr. ibid., p. 101.

52 Cfr. ibid., p. 101.

53 Cfr. Drake, 1974a, p. 314, y pp. 67-69 de este trabajo.

54 Drake, 1974a; Drake, 1975c; Drake, 1978.

55 Cfr. Drake, 1975c, p. 101. El valor de la aceleración se calcula suponiendo que la esfera rueda a lo largo del plano sin deslizar, es decir, $a = \frac{5}{7} g \sin 1.7°$. Tomando $g = 978.049$ cm/seg se tiene $a = 20.958 \simeq 21$ cm/seg^1.

56 Opere, VIII, pp. 212-214; trad. cast., 1945, pp. 225-226. Para un análisis del experimento del plano inclinado de los Discorsi, ver la sección IV.1.1. de este trabajo.

57 Cfr. Naylor, 1977, p. 374.

58 Cfr. ibid., p. 374, n. 20.

59 Cfr. ibid., pp. 376-377.

60 Cfr. Naylor, 1980a, pp. 373-377. Los datos empíricos de los seis experimentos realizados están en pp. 374-375.

61 Cfr. ibid., p. 377.

62 Cfr. ibid., p. 376.

63 Cfr. Drake, 1981, pp. 339-341 y n. 6. Los cálculos de Drake están en la Tabla 3 de la p. 34o.

64 Cfr. Naylor, 1982, p. 385.

NOTAS AL CAPITULO IV

1 Galileo, Opere, VIII, p. 198; trad. cast., 1945, p. 208.

2 Opere, VIII, p. 74; trad. cast., 1945, p. 53.

3 Opere, VIII, pp. 197-199; trad. cast., 1945, p. 207.

4 Opere, VIII, p. 205; trad. cast., 1945, p. 216.

5 Opere, VIII, p. 208; trad. cast., 1945, p. 219.

6 Opere, VIII, p. 208; trad. cast., 1945, p. 219.

7 Opere, VIII, p. 209; trad. cast., 1945, p. 221.

8 Opere, VIII, p. 194; trad. cast., 1945, p. 203.

9 Opere, VIII, p. 212; trad. cast., 1945, p. 225.

10 Opere, VIII, pp. 212-214; trad. cast., 1945, pp. 225-226.

11 La referencia al Autor se debe a que se supone que Salviati está leyendo a sus dos interlocutores el tratado De motu locali escrito por un amigo suyo. Este amigo es naturalmente Galileo.

12 Opere, VIII, p. 219; trad. cast., 1945, p. 234.

13 Opere, VIII, p. 214; trad. cast., 1945, pp. 226- 227.

14 Esta definición afirma que "a ratio ex aequali arises when, there being several magnitudes and another set equal to them in multitude which taken two and two are in the same proportion, as the first is to the last among the first magnitudes, so is the first to the last among the second magnitudes;

Or, in other words, it means taking the extreme terms by virtue of the removal of the intermediate terms." The Thirteen Books of Euclid's Elements, trad. por Heath, Sir Thomas L. en el vol. XI de Hutchins, R. M. (ed.) Great

Books of the Western World, Encyclopaedia Britannica Inc., Chicago, 1952.

15 Opere, VIII, p. 215, trad. cast., 1945, p. 233.

16 El Teorema I del movimiento uniforme afirma que "si un móvil que marcha con movimiento uniforme y con velocidad constante, recorre dos espacios, los tiempos de los trayectos son entre sí como los espacios recorridos" (Opere, VIII, p. 192; trad. cast., 1945, p. 201.)

17 Este esquema es válido únicamente para la primera edición de los Discorsi. En las siguientes se incluye una demostración del Postulado a partir de la definición de movimiento uniformemente acelerado y consideraciones dinámicas. Se conserva esta demostración tal y como fue redactada por Viviani, seguramente al dictado de Galileo, cuya ceguera era ya total. Cfr. Opere, VIII, pp. 214-219; trad. cast., 1945, pp. 227-233.

18 Cfr. Wisan, 1977, p. 152.

19 Tomando 1 braccio = 57.6 cm, valor sugerido en Settle, 1961, p. 23, n. 4.

20 Cfr. Mach, E., Desarrollo histórico-crítico de la Mecánica, Espasa-Calpe, Buenos Aires, 1949, pp. 112-113.

21 Koyré, 1980, p. 145 (subrayado de Koyré).

22 Koyré, 1977, p. 279. El artículo original de Koyré, incluido en esta recopilación, es de 1953.

23 Cfr. Koyré, 1977, p. 243.

24 Settle, 1961, p. 21.

25 Cfr. ibid., pp. 21-22.

26 Opere, VIII, p. 220; trad. cast., 1945, p. 235. Hay en este punto una discrepancia entre Settle y todos los demás autores consultados. Para éstos, cuando Salviati ti, en su descripción del experimento del plano inclinado (ver más arriba, pp. 128-130) indica que "ahí observamos también que los tiempos de las caídas por diversas inclinaciones mantienen perfectamente entre sí la proporción que les fue asignada y demostrada por el Autor, según veremos más adelante", está claro que se refiere al Teorema IV. Para Settle, Salviati se está refiriendo al Teorema V. El texto es suficientemente ambiguo en este punto como para autorizar ambas lecturas.

27 Naylor, 1974a, p. 128.

28 Cfr. ibid., pp. 129-131.

29 Cfr. ibid., p. 132. La tabla de resultados que Naylor proporciona en esta página no es correcta. Los valores del tiempo que figuran en la segunda columna deben corresponder a una altura $H_1 = 13\frac{1}{2}$ inches y los de la tercera columna a una altura $H_2 = 24$ inches. En la tabla aparecen cambiados. Asimismo, la razón que debe aparecer en la quinta columna es $\frac{H_2}{H_1}$ y no $\frac{H_1}{H_2}$.

31 Ibid., p. 133.

32 Ibid., p. 133.

33 Cfr. ibid., pp. 133-134.

34 Drake, 1973b.

35 Cfr. ibid., p. 292. También Naylor, 1977, p. 389.

CRAI

36 El punto es la unidad de distancia empleada por Galileo. 1 punto = 0.94 mm. Se supone que todos los demás valores que constan en el folio están también expresados en puntos.

37 Cfr. Naylor, 1974, pp. 109-110.

38 Cfr. ibid, pp. 111-112.

39 Ibid., p. 112.

40 Cfr. capítulo III, pp. 76-77 de este trabajo.

41 Cfr. Naylor, 1974, p. 112.

42 Cfr. ibid., p. 112. Sea un plano inclinado de ángulo α y altura h. A lo largo del plano se mueve una esfera de masa m y radio r. Si se considera que el movimiento de la esfera es una traslación pura se tiene:

$$\tfrac{1}{2}\, m\, v^2 = m\, g\, h$$

donde v es la velocidad final adquirida por la esfera. Entonces

$$v = \sqrt{2\, g\, h}$$

Pero si la esfera rueda sin deslizar, se tiene

$$\tfrac{1}{2}\, m\, v'^2 + \tfrac{1}{2}\, I\, w^2 = m\, g\, h$$

donde I es el momento de inercia de la esfera, cumpliéndose que $I = \frac{2}{5}\, m\, r^2$. Entonces

$$v' = \sqrt{\frac{10}{7}\, m\, g\, h}$$

Por lo tanto

$$v' = \sqrt{\frac{5}{7}}\, v$$

43 Cfr. Drake, 1973b, p. 300.

44 Naylor, 1974, p. 120.

45 Cfr. ibid., p. 121.

46 Ibid., p. 126.

47 Cfr. ibid., pp. 126-127.

48 Cfr. Naylor, 1977.

49 Koyré, 1980, p. 147 (subrayado de Koyré).

50 Koyré, 1977, p. 275.

51 Ibid., pp. 71-72 (subrayado de Koyré).

52 Ibid, p. 72.

53 Geymonat, 1969, p. 124.

54 Ibid., p. 205.

55 Ibid., p. 211 (subrayado de Geymonat).

56 Drake y MacLachlan, 1975, p. 110.

57 Drake, 1973b, p. 305.

58 Un interesante análisis de estos problemas se encuentra en Kuhn, T. S., "The Function of Measurement in Moder Pysical Science", en The Essential Tension. Selected Studies in Scientific Tradition and Change, The University of Chicago Press, Chicago y Londres, 1977, pp. 178-225.

59 Cfr. Naylor, 1980b, pp. 555-556.

60 Cfr. Naylor, 1974, pp. 106-107. El pasaje del Dialogo es Galileo, Opere, VII, p. 171.

61 Settle, 1961, p. 20.

62 Koyré, 1977, p. 279.

63 Cfr. Galileo, Opere, VIII, pp. 115-117; Koyré, 1977, p. 152 y n. 125; MacLachlan, 1973.

B I B L I O G R A F I A C O N S U L T A D A

Azcárate, C., 1983. Los métodos matemáticos en la cinemática de Galileo y su génesis histórica, tesis de licenciatura presentada en la Universidad Autónoma de Barcelona (publicada como preprint: Azcárate, C., Las matemáticas de Galileo. (Estudio histórico sobre "La nueva ciencia del movimiento") Publicaciones de la Universidad Autónoma de Barcelona, Bellaterra, 1984).

Beltrán, A., 1983. Galileo, Barcanova, Barcelona.

Clagett, M., 1959. The Science of Mechanics in the Middle Ages, University of Wisconsin Press, Madison.

Clavelin, M., 1968. La philosophie naturelle de Galilée: Essai sur les origines et la formation de la mécanique classique, Armand Colin, París.

Cohen, I. B., 1956. "Galileo's Rejection of the Possibility of Velocity Changing Uniformly with Respect to Distance", Isis, 47: 231-235.

Costabel, P., 1975. "Mathematics and Galileo's Inclined Plane Experiments", Righini Bonelli, M. L., y Shea, W. R. (eds.), Reason, Experiment and Mysticism in the Scientific Revolution, Science History Publications, New York, 1975, pp. 177-189.

Crew, H. y Salvio, A. de, trad. 1954. Galileo: Dialogues

Concerning Two New Sciences, Dover, New York.

Drake, S., 1966. "Free Fall in Galileo's Dialogue", Isis, 57: 269-271.

Drake, S., 1969. "The 1604 Fragment on Falling Bodies", The British Journal for the History of Science, 4: 340-358.

Drake, S., 1970a. "Uniform Acceleration, Space and Time", The British Journal for the History of Science, 5: 21-43.

Drake, S., 1970b. Galileo Studies. Personality, Tradition and Revolution, The University of Michigan Press, Ann Arbor.

Drake, S., 1972a. "The Uniform Motion Equivalent to a Uniformly Accelerated Motion from Rest", Isis, 63: 28-38.

Drake, S., 1972b. "On the Probable Order of Galileo's Notes on Motion", Physis, 14: 55-68.

Drake, S., 1973a. "Galileo's Discovery of the Law of Free Fall", Scientific American, 228: 84-92.

Drake, S., 1973b. "Galileo's Experimental Confirmation of Horizontal Inertia: Unpublished Manuscripts", Isis, 64: 291-305.

Drake, S., 1973c. "Velocity and Eudoxian Proportion Theory", Physis, 15: 49-64.

Drake, S., 1974a. "Galileo's Work on Free Fall in 1604",

Physis, 16: 309-322.

Drake, S., 1974b. "Impetus Theory and Quanta of Speed Before and After Galileo", Physis, 16: 47-65.

Drake, S., 1975a. "Galileo's New Science of Motion", Righini Bonelli, M. L., y Shea, W. R. (eds.), Reason, Experiment and Mysticism in the Scientific Revolution, Science History Publications, New York, 1975, pp. 131-157.

Drake, S., 1975b. "Free Fall from Albert of Saxony to Honoré Fabri", Studies in History and Philosophy of Science, 5: 347-366.

Drake, S., 1975c. "The Role of Music in Galileo's Experiments", Scientific American, 232: 98-104.

Drake, S., 1977. "Galileo on Sense Experience and Foundations of Physics", Isis, 68: 108-110.

Drake, S., 1978. Galileo at Work. His Scientific Biography, The University of Chicago Press, Chicago y Londres.

Drake, S., 1981. "Alleged Departures from Galileo's Law of Descent", Annals of Science, 38: 339-342.

Drake, S., 1983. Galileo, Alianza Editorial, Madrid,(orig. 1980).

Drake, S. y MacLachlan, J., 1975. "Galileo's Discovery of the Parabolic Trajectory", Scientific American, 232: 102-110.

Duhem, P., 1913. Etudes sur Léonard de Vinci, vol. III: Précurseurs Parisiens de Galilée, Librairie scientifique A. Hermann, París.

Finocchiaro, M. A., 1972. "Vires Acquirit Eundo: The Passage Where Galileo Renounces Space-Acceleration and Causal Investigation", Physis, 14: 125-145.

Frajese, A., 1964. Galileo matematico, Editrice Studium, Roma.

Fredette, R., 1972. "Galileo's De motu antiquiora", Physis, 14: 321-348.

Galilei, G., 1890-1909. Le Opere di Galileo Galilei, 20 vols., Edizione Nazionale a cura di A. Favaro, G. Barbèra Editore, Florencia.

Galilei, G., Dialogues Concerning Two New Sciences, ver Crew, H. y Salvio, A. de, trad. 1954.

Galilei, G., Diálogos acerca de dos nuevas ciencias, ver San Roman, J., trad. 1945.

Galilei, G., Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias, ver Sádaba, J., trad. 1976.

Galluzzi, P., 1979. Momento. Studi galileiani, Edizioni dell'Ateneo & Bizarri, Roma.

Geymonat, L,, 1969. Galileo Galilei, Edicions 62, Barcelona,(orig. 1957).

Giacomelli, R., 1949. Galileo Galilei giovane e il suo "De

Motu", Domus Galilaeana, Pisa.

Grant, E., 1971. Physical Science in the Middle Ages, John Wiley & Sons, New York.

Hall, A. R., 1958. "Galileo's Fallacy", Isis, 49: 342-344.

Hall, A. R., 1959. "Another Galilean Error", Isis, 50: 261-262.

Hall, A. R., 1965. "Galileo and the Science of Motion", The British Journal for the History of Science, 2: 185-201.

Humphreys, W. C., 1967. "Galileo, Falling Bodies, and Inclined Planes", The British Journal for the History of Science, 3: 225-244.

Koyré, A., 1977. Estudios de historia del pensamiento científico, Siglo XXI, Madrid (orig. 1966).

Koyré, A., 1980. Estudios galileanos, Siglo XXI, Madrid (orig. 1935-39).

Lindberg, D., 1965. "Galileo's Experiments on Falling Bodies", Isis, 56: 352-354.

MacLachlan, J., 1973. "A Test of an 'Imaginary' Experiment of Galileo's", Isis, 64: 374-379.

Mas, S., 1983. "Matemáticas, técnica e instrumentos en la obra de Galileo", Teorema, 13: 93-109.

McMullin, E. (ed.), 1967. Galileo Man of Science, Basic Books. New York.

Naylor, R. H., 1974a. "Galileo and the Problem of Free Fall", The British Journal for the History of Science, 7: 105-134.

Naylor, R. H., 1974b. "Galileo's Simple Pendulum", Physis, 16: 23-46.

Naylor, R. H., 1976a. Recensión de (Wisan, 1974), Annali dell' Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze, 1: 89-97.

Naylor, R. H., 1976b. "Galileo: Real Experiment and Didactic Demonstration", Isis, 67: 398-419.

Naylor, R. H., 1977. "Galileo's Theory of Motion: Processes of Conceptual Change in the Period 1604-1610", Annals of Science, 34: 365-392

Naylor, R. H., 1979. "Mathematics and Experiment in Galileo's New Sciences", Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze, 4: 55-63.

Naylor, R. H., 1980a. "The Role of Experiment in Galileo's Early Work on the Law of Fall", Annals of Science, 37: 363-378.

Naylor, R. H., 1980b. "Galileo's Theory of Projectile Motion", Isis, 71: 550-570.

Naylor, R. H., 1982. "Galileo's Law of Fall: Absolute Truth or Approximation", Annals of Science, 39: 384-389.

Sádaba, J., trad. 1976. Galileo: Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas cien-

cias, Editora Nacional, Madrid.

San Roman, J., trad. 1945. Galileo: Diálogos acerca de dos nuevas ciencias, Librería del Colegio, Buenos Aires.

Settle, T. B., 1961. "An Experiment in the History of Science", Science, 133: 19-23.

Settle, T. B., 1967. "Galileo's Use of Experiment as a Tool of Investigation", McMullin, E. (ed.), Galileo Man of Science, Basic Books, New York, 1967, pp. 315-338.

Shapere, D., 1974. Galileo. A Philosophical Study, University of Chicago Press, Chicago y Londres.

Shea, W. R., 1977. "Galileo and the Justification of Experiments", Butts, R. E., y Hintikka, J. (eds.), Historical and Philosophical Dimensions of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Reidel, Dordrecht, 1977, pp. 81-92.

Thuillier, P., 1983. "Galileo y la experimentación", Mundo Científico, 3: 584-597.

Wisan, W. L., 1974. "The New Science of Motion: A Study of Galileo's De motu locali", Archive for History of Exact Sciences, 13: 103-307.

Wisan, W. L., 1977. "Mathematics and Experiment in Galileo's Science of Motion", Annali dell' Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze, 2: 149-160.

Wisan, W. L., 1978. "Galileo's Scientific Method: A Reexamination", Butts, R. E. y Pitt, J. C. (eds.), New Perpectives on Galileo, Reidel, Dordrecht y Boston, 1978, pp. 1-59.