

TEMA 3
CONTRAST D'HIPOTESIS PARAMÈTRIQUES
EXERCICIS COMPLEMENTARIS A L'EXPLICACIÓ TEÒRICA

ESTADÍSTICA ECONÒMICA I EMPRESARIAL II
GRAU EN ECONOMIA

ECET. 3.1	REGIONES CRÍTICA Y DE ACEPTACIÓN (HIPÓTESIS SIMPLES)
El peso de un producto oscila entre 1 y 4 kg y puede distribuirse con media 2 kg o 3 kg. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 1. Si el peso es mayor que 2,6 kg se rechaza la hipótesis de que la media sea igual a 2 kg y, en consecuencia, se acepta a hipótesis de que ésta sea igual a 3 kg. Obtenga las regiones crítica y de aceptación.	
ECET. 3.2	OBTENCIÓN DE α Y $1-\beta$ (HIPÓTESIS SIMPLES)
En una población $N(\mu;2)$ se propone una $H_0: \mu=1$ frente a $H_1: \mu=4$. Se toma una muestra aleatoria de tamaño uno y se considera la región crítica el intervalo $[2;\infty)$, es decir, si el valor muestra es igual o superior 2 se rechaza H_0 , en caso contrario, no se rechaza H_0 . Obtenga las probabilidades del error de tipo I y de la Potencia.	
ECET. 3.3	OBTENCIÓN DE α Y $1-\beta$ (HIPÓTESIS SIMPLES)
Sea una población $N(\mu;1)$ para la que se establece el siguiente contraste de hipótesis: $H_0: \mu=1$ frente a $H_1: \mu=2$. La Región crítica C es el intervalo $[2,282; \infty)$. El contraste se realiza mediante una muestra aleatoria de tamaño 1. Obtenga las probabilidades del error de tipo I y de la Potencia.	
ECET. 3.4	OBTENCIÓN DE LA MEJOR REGIÓN CRÍTICA (NEYMAN-PEARSON) (HIPÓTESIS SIMPLES)
Sea la variable aleatoria γ con función de densidad $f(x;\theta) = (\theta + 1)x^\theta$ para $0 \leq x \leq 1$ Y $\theta > 0$. Hallar la mejor región crítica para el contraste de hipótesis $H_0: \theta = 1$ frente a la alternativa $H_1: \theta = 2$ tomando una muestra aleatoria de tamaño 1 y suponiendo que el cociente de funciones de verosimilitud sea menor o igual que 0,8. obtenga la mejor región crítica	
ECET. 3.5	OBTENCIÓN DE α Y $1-\beta$, REGIÓN CRÍTICA (HIPÓTESIS SIMPLES) (ESTADÍSTICO \bar{X}, MUESTRA $n > 1$)
Sea una población $N(\mu;2)$. Se desea contrastar la hipótesis la hipótesis $H_0: \mu_0 = 4$ frente a la alternativa $H_1: \mu_1 = 6$. Obténgase la mejor región crítica con un nivel de significación del 0,05 a partir de una muestra aleatoria de $n=4$: {1,8; 6,6; 2,4; 3,5} y determínese si se acepta o no la Hipótesis nula. Obtener, a su vez, la potencia del contraste.	
ECET. 3.6	OBTENCIÓN DE REGIÓN CRÍTICA Y $1-\beta$, (HIPÓTESIS COMPUESTAS) (σ^2, CONOCIDA)
Sea una población $N(\mu;7)$. Se desea contrastar la hipótesis la hipótesis $H_0: \mu_0 = 20$ frente a la alternativa $H_1: \mu_1 \neq 20$. Siendo $\alpha=0,1$ y la muestra de tamaño $n=10$: {14, 17, 15, 16, 19, 27, 16, 12, 17, 24}. Obténgase la región crítica y realice el contraste pertinente para determinar si se puede rechazar o no la hipótesis nula.	
ECET. 3.7	CONTRASTE SOBRE μ CON σ^2 DESCONOCIDA
Supongamos que se desea contrastar la hipótesis la hipótesis $H_0: \mu_0 = 3$ frente a la alternativa $H_1: \mu_1 \neq 3$ en una distribución $N(\mu,\sigma)$, siendo σ^2 desconocida y a partir de una muestra aleatoria de tamaño $n=18$: {4,19; 3,98; 3,65; 3,25; 3,86; 4, 03; 3,93; 3,83; 3,98; 4,08; 3,93; 3,75; 3,93; 3,98; 3,84; 4,01; 4,16, 4,01}. Siendo $\alpha=0,013$	

ECET. 3.8 | CONTRASTE SOBRE LA VARIANZA POBLACIONAL

Supóngase una distribución $N(200, \sigma)$ sobre la que se desea contrastar la hipótesis $H_0 : \sigma_0^2 = 25$ frente a la alternativa $H_1 : \sigma_1^2 > 25$ con un nivel de significación $\alpha=0,025$ y a partir de una muestra aleatoria simple de tamaño $n=15$. Determinar la validez de la hipótesis si de la muestra se obtuvo el resultado $\sum_{i=1}^{15} (x_i - 200)^2 = 874,2$.

ECET. 3.9 | CONTRASTE SOBRE LA PROPORCIÓN POBLACIONAL

Para la realización de un experimento se necesita disponer de una moneda en la que la probabilidad de obtener cara sea $p=0,25$. Una vez construida dicha moneda especial se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \Pi_0 = 0,25$ frente a la alternativa $H_1 : \Pi_1 \neq 0,25$ con un nivel de significación de $\alpha=0,15$. Para ello se realizaron 50 lanzamientos obteniendo un total de 21 caras.

ECET. 3.10 | CONTRASTE SOBRE LA MEDIA (2 MUESTRAS CON VARIANZAS CONOCIDAS)

Contrastar la hipótesis de igualdad de medias de dos poblaciones $N(\mu_1, 5)$ y $N(\mu_2, 5,5)$ de las cuales se han obtenidos las siguientes 2 muestras aleatorias simples e independientes de tamaños $n_1=6$ y $n_2=5$. Realizar el contraste con un nivel de significación de $\alpha=0,0472$.

$$x_i: \{21,3; 11,8; 9,5; 9,8; 6,9; 13,1\}$$

$$y_i: \{21,0; 10,4; 18,8; 26,5; 10,1\}$$

ECET. 3.11 | CONTRASTE SOBRE LA MEDIA (2 MUESTRAS CON VARIANZAS DESCONOCIDAS PERO IGUALES)

Se desea contrastar con un nivel de significación $\alpha=10\%$ la hipótesis nula $H_0 : \mu_x = \mu_y$ frente a la alternativa de $H_1 : \mu_x \neq \mu_y$, disponiendo de dos muestras aleatorias simples e independientes de tamaños $n_x=9$ y $n_y=7$ procedentes ambas de poblaciones normales $N(\mu_x, \sigma)$ y $N(\mu_y, \sigma)$. Las muestras obtenidas han sido las siguientes:

$$x_i: \{181, 145, 150, 123, 156, 160, 115, 150, 134\}$$

$$y_i: \{121, 144, 123, 116, 156, 142, 101\}$$

ECET. 3.12 | CONTRASTE SOBRE LA VARIANZA (2 MUESTRAS)

Se desea contrastar la hipótesis de igualdad de varianzas de las distribuciones $N(\mu_x, \sigma_x)$ y $N(\mu_y, \sigma_y)$. con un nivel de significación $\alpha=1\%$ tomando dos muestras aleatorias simples e independientes de tamaños $n_x=5$ y $n_y=10$:

$$x_i: \{25,9; 22,3; 26,4; 24,4; 27,8\}$$

$$y_i: \{16,7; 13,6; 22,8; 17,2; 8,9; 13,5; 18,6; 18,9; 15,4; 10,8\}$$

ECET. 3.13 | CONTRASTE SOBRE LA PROPORCIÓN (2 MUESTRAS)

Se tienen dos monedas y se supone que la probabilidad de obtener cara es la misma en ambas. Para realizar el contraste de esta hipótesis se arroja al azar una de ellas 25 veces e independientemente a otra 40 veces. En el primer caso aparecieron 20 caras y en el segundo 30. Realizar el contraste con un nivel de significación del 10%.

ECET. 3.14 | ANÁLISIS DE LA VARIANZA

Se pretende contrastar la igualdad de efectos producidos por los 3 niveles bajo los que se suministra un tratamiento a un nivel de significación del 5%. La información muestral de que se dispone es la siguiente:

Muestra 1: {15,7; 7,2; 11,6} Muestra 2: {13,6; 16,7; 7,7; 5,5; 16,0} Muestra 3: {8,7; 5,8; 2,9; 8,2}