

TEMA 5
MODEL DE REGRESSIÓ LINEAL SIMPLE
EXERCICIS RECOMANATS
ESTADÍSTICA ECONÒMICA I EMPRESARIAL II
GRAU EN ECONOMIA

5.1. Es disposa del següent conjunt de dades relatives a la demanda i al preu del cafè expressades en unitats monetàries. Es vol estimar la relació de la demanda amb el preu i determinar la bondat de l'ajust.

Anys	Demanda (Y)	Preu (X)
1988	2.57	0.77
1989	2.50	0.74
1990	2.35	0.72
1991	2.30	0.73
1992	2.25	0.76
1993	2.20	0.75
1994	2.11	1.08
1995	1.94	1.81
1996	1.97	1.39
1997	2.06	1.20
1998	2.02	1.17

5.2. Els resultats de l'exemple anterior relatius a la relació entre el preu i la demanda del cafè són:

$$\hat{Y}_i = 2.691 - 0.47953 X_i$$

$$(0.121) \quad (0.114)$$

$$R^2 = 0.663 \quad S_u = 0.1286$$

Contrastar si les estimacions dels paràmetres són significatives al 5%.

5.3. En el context d'un estudi sobre els resultats de les campanyes publicitàries, s'han observat els beneficis i les despeses en publicitat de 10 negocis de característiques similars, escollits a l'atzar, obtenint els següents resultats:

$$\bar{X} = 1.84 \quad \bar{Y} = 3.26 \quad \sum X_i^2 = 43.32$$

$$\sum Y_i^2 = 122.36 \quad \sum X_i Y_i = 71.8$$

on Y_i són els beneficis expressats en milions de unitats monetàries, i X_i són les despeses en publicitat expressades també en unitats monetàries. Amb la informació anterior es volen predir els beneficis que obtindria aquest negoci amb unes despeses en publicitat de 2.3 milions. Obtenir una estimació puntual i una estimació per interval.

5.4. Un analista estima el model:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

obtenint els següents resultats:

$$\frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{N} = 20 \quad \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N} = 10 \quad \bar{Y} = 8 \quad \bar{X} = 4 \quad \hat{\beta}_1 = 3$$

Són coherents els resultats obtinguts?

5.5. Obtenir la variància de l'estimador $\hat{\beta}_2$ corresponent al model:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

5.6. El consum anual d'energia elèctrica per càpita, en kwh, i la renda per càpita en dòlars, per a un conjunt de països europeus són els que es mostren en el quadre següent:

Països	Consum d'energia elèctrica (C _i)	Renda per càpita (R _i)
Alemanya	5730	11090
Bèlgica	4920	8430
Dinamarca	4960	11290
Espanya	2680	4470
França	4510	9860
Grècia	2400	3740
Irlanda	2760	4950
Itàlia	3050	6440
Luxemburg	10450	13650
Països Baixos	4250	9430
Portugal	1720	1970
Regne Unit	4280	8530

a. Estimar els paràmetres del model:

$$C_i = \alpha + \beta R_i + u_i$$

b. Calcular el coeficient de determinació simple.

c. Calcular els valors estimats i els residus per a cada un dels països.

d. Contrastar si les estimacions dels paràmetres són significatives al 5%.

5.7. Es vol estudiar la relació entre el consum de combustible dels avions d'una companyia aèria (variable Y_i) i el temps de vol (variable X_i). A partir de la següent informació estadística:

$$\begin{aligned}\sum Y_i &= 219.719 & \sum X_i &= 31.470 & \sum X_i^2 &= 51.075 \\ \sum X_i Y_i &= 349.486 & \sum Y_i^2 &= 2396.504\end{aligned}$$

a. Estimar el model:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$$

b. Calcular el coeficient de determinació simple.

5.8. S'ha ajustat amb una mostra de 20 observacions la recta de regressió:

$$Y_t = \alpha + \beta \cdot X_t + u_t$$

obtenint que el coeficient de correlació entre les dues variables és igual a 0,8; que la desviació estàndard de la variable X és igual a 10 i la de la variable Y igual a 12; i, finalment, que l'estimació de la variància del pendent estimat és igual a 0,04.

- Amb una significació del 5% és possible concloure que el pendent de la recta és inferior a 1?
- Trobar la variància estimada de la pertorbació i la suma dels residus elevats al quadrat del model estimat.

5.9. A partir de la següent informació:

Y	7	8	6	8	11
X	2	4	6	8	10

Estimar els paràmetres i la seva variància del model següent pel mètode dels mínims quadrats ordinaris.

$$Y_i = \alpha + \beta \cdot X_i + u_i$$

5.10. A l'estimar pel mètode dels mínims quadràtics ordinaris la relació entre les variables Y_t i X_t emprant 10 observacions s'han obtingut els resultats següents:

$$\hat{Y}_t = -82.2 + 6.5 X_t$$

A més es coneix que:

$$R^2 = 0.88 \quad \bar{X} = 19 \quad Var(X_t) = 33 \quad Var(Y_t) = 1.589,6$$

Obtenir els paràmetres estimats del model:

$$X_t = \alpha + \beta Y_t + v_t$$