



UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA



UNIVERSITAT DE BARCELONA



**Projecte Final d'Estudis**

**MÀSTER**

**EN**

**ENGINYERIA BIOMÈDICA**

**EB**

**ANÀLISI DEL PROBLEMA DEL  
REPARTIMENT MUSCULAR EN LA  
MARXA HUMANA**

Barcelona, 4 de Juliol del 2011

Autor: Gil Serrancolí Masferrer

Directors: Ana Barjau Condomines

Josep Maria Font Llagunes

Realitzat al Departament d'Enginyeria Mecànica  
(ETSEIB-UPC)



---

## RESUM

Aquest projecte correspon a l'estudi cinemàtic i dinàmic de la marxa humana centrat en l'anàlisi de les forces musculars de les extremitats inferiors del cos humà. La determinació de les forces musculars és un dels problemes més importants de la biomecànica del moviment humà ja que el cos humà és un sistema sobreactuat, és a dir, hi ha més músculs que graus de llibertat del sistema musculo-esquelètic. Com a conseqüència, el nombre d'equacions del moviment del sistema biomecànic és inferior al nombre de forces musculars, el que implica que per un mateix moviment hi ha infinites combinacions de forces musculars que el poden generar. Aquest fet és conegut com el "problema del repartiment muscular" ja que hi ha indeterminació al càlcul de les forces musculars. En aquest estudi, s'investiga la solució d'aquest problema en l'anàlisi dinàmica inversa.

En primer lloc, es presenten els conceptes bàsics de la interacció entre el Sistema Nerviós Central (SNC) i els músculs. Posteriorment, s'ha realitzat una cerca bibliogràfica en models musculo-esquelètics utilitzats en estudis biomecànics i s'ha identificat el model per a representar el cos humà al caminar.

Les dades cinemàtiques s'han capturat mitjançant un sistema òptic i les dinàmiques, corresponents a les forces i moments de reacció amb el terra, mitjançant dues plaques de força. S'ha fet la captura al Laboratori de Biomecànica del Departament d'Enginyeria Mecànica de la UPC. Altres dades com són la longitud dels músculs o els braços de palanca d'aquests s'han obtingut del programa de biomecànica anomenat *OpenSim*.

Mitjançant l'aplicació de la dinàmica inversa, s'han trobat les forces i els moments resultants a les articulacions. Partint d'aquestes dades, s'ha plantejat un problema d'optimització que resol el problema del repartiment muscular minimitzant unes certes funcions de cost. Aquestes funcions objectiu es basen en criteris fisiològics que es creu que el cos humà minimitza durant el moviment de marxa.

Finalment, es presenten les conclusions del treball on es mencionen les fites aconseguides però també els aspectes a corregir o millorar. Es presenta també com a treball futur una sèrie de punts en els que es treballarà de cara a completar els estudis de doctorat.



---

## ÍNDEX

<b>RESUM</b> .....	<b>1</b>
<b>GLOSSARI</b> .....	<b>5</b>
<b>PREFACI</b> .....	<b>9</b>
<b>INTRODUCCIÓ</b> .....	<b>11</b>
<b>1. Model biomecànic de la marxa humana</b> .....	<b>13</b>
1.1. Cicle de la marxa .....	13
1.2. Fisiologia muscular.....	14
1.3. Model del múscul .....	17
1.3.1. Activació neuronal.....	19
1.3.2. Model de Hill.....	20
1.3.3. Dinàmica muscular .....	21
<b>2. Estat de l'art</b> .....	<b>23</b>
2.1. Models biomecànics .....	23
2.2. Anàlisi dinàmica .....	28
2.2.1. Dinàmica inversa .....	28
2.2.2. Dinàmica directa.....	29
2.3. Repartiment muscular .....	30
<b>3. Metodologia</b> .....	<b>37</b>
3.1. Model biomecànic humà.....	37
3.1.1. Model esquelètic.....	37
3.1.2. Model muscular .....	38
3.2. Sistemes de captura.....	41
3.2.1. Sistema òptic.....	41
3.2.2. Plaques de força.....	43
3.3. Anàlisi cinemàtica .....	45
3.4. Anàlisi dinàmica .....	53
<b>4. Problema del repartiment muscular</b> .....	<b>57</b>
<b>5. Resultats i discussió</b> .....	<b>61</b>
5.1. Esdeveniments característics de la marxa.....	61
5.2. Resultats dels angles de les extremitats inferiors .....	63
5.3. Braços de palanca dels músculs.....	64
5.4. Posició angular dels músculs .....	66
5.5. Resultats dinàmics a les articulacions.....	68
5.6. Resultats dinàmics als músculs.....	71
<b>6. Conclusions i treball futur</b> .....	<b>87</b>
6.1 Conclusions.....	87
6.2 Treball futur .....	88
<b>7. Bibliografia</b> .....	<b>89</b>



---

## GLOSSARI

### Sigles:

ADP	Adenosinadifosfat
ATP	Adenosinatrifosfat
CdP	Centre de Pressions
EC	Element Contràctil
EMG	Electromiografia
EP	Element Paral·lel
ES	Element Sèrie
HAT	<i>Head, Arms, Trunk</i>
LED	<i>Light-Emitting Diode</i>
PA	Potencial d'Acció
PCSA	<i>Physiological Cross Sectional Area</i>
SNC	Sistema Nerviós Central
TMC	Teorema del Moment Cinètic
TQM	Teorema de la Quantitat de Moviment
UPC	Universitat Politècnica de Catalunya

### Termes:

$\alpha_{\text{articulació}}$	angle relatiu d'una articulació
$\alpha_p$	angle de penació ( <i>pennation angle</i> )
$\beta$	angle a l'articulació distal que conformen el punt d'inserció del múscul biarticular, l'articulació distal i la proximal
$\delta$	angle a l'articulació que conformen els punts d'origen i inserció del múscul monoarticular i l'articulació on actua
$\varepsilon$	angle al punt d'origen del múscul monoarticular que conformen els punts d'origen i inserció del múscul i l'articulació on actua
$\varepsilon_0^T$	allargament del tendó quan $f^m = f_{\max}^m$
$\varphi$	angle al punt d'inserció que conformen els punts d'origen i inserció del múscul biarticular i l'articulació distal
$\eta$	angle a una articulació entre el segment corporal i el segment comprès entre l'articulació i el punt d'inserció (o origen) del múscul biarticular (o monoarticular).
$\lambda_j$	multiplicador de Lagrange $j$
$\theta_{\text{segment}}$	angle absolut d'orientació, ja sigui d'un segment esquelètic com d'un múscul
$\sigma$	angle al punt d'inserció que conformen els punts d'origen i inserció del múscul biarticular i l'articulació proximal

$\sigma_i^m$	tensió muscular del múscul $i$
$\omega_i$	pes que se li dóna a cada múscul dins d'una funció objectiu
$a$	activació muscular
$\mathbf{a}_G$	acceleració del centre d'inèrcia
$\mathbf{A}$	vector d'activacions musculars $A = [a_1, \dots, a_N]$
$A$	punt que representa el turmell ( <i>ankle</i> en anglès)
$A_r, B_r$	constants de l'equació del model de Hill
$A_x, A_y$	posició horitzontal i vertical de l'articulació on afecta un múscul monoarticular
$b_1, b_2, b_3$	variables de l'equació del model de Hill dependents de la longitud de l'element contràctil i altres paràmetres intrínsecs del múscul
$c_j$	pesos que es donen a una funció objectiu $j$
$\mathbf{C}$	vector que depèn de les coordenades generalitzades i les seves velocitats
$d_c$	distància entre el centre d'una placa de força i el punt on actua la força
$d_{CDP}$	posició horitzontal del centre de pressions
$d_{ik}$	braç de palanca del múscul $i$ a l'articulació $k$
$E_a$	relació entre $f_i^m / f_{\max}^m$ del múscul $i$
$E_f$	energia alliberada durant el despreniment dels ponts d'actina i miosina
$E_i$	energia total alliberada pel múscul $i$
$f_{ac}$	paràmetre de l'equació del model de Hill dependent de l'activació muscular
$f^{es}$	força element sèrie
$f^{ec}$	força element contràctil
$f_{iso}$	força isomètrica del múscul relativa a la força màxima
$f^m$	força muscular
$\mathbf{F}_{ext}$	vector de forces exteriors
$F_{x_{art.i}}, F_{y_{art.i}}$	forces horitzontals a l'articulació $i$
$G$	centre d'inèrcia d'un segment corporal
$\mathbf{GK}$	moment cinètic d'un segment corporal al seu centre d'inèrcia
$H$	punt que representa el maluc ( <i>hip</i> en anglès)
$H_i$	calor alliberada pel manteniment de la força, per l'activació del múscul $i$ per l'escurçament i allargament del múscul
$H_x, H_y$	posició horitzontal i vertical de l'articulació proximal on afecta un múscul biarticular
$I_{segment}$	moment d'inèrcia d'un segment corporal definit al seu centre d'inèrcia
$I_x, I_y$	posició horitzontal i vertical del punt d'inserció del múscul relatiu a l'articulació



---

$J_i$	funció objectiu $i$
$K$	punt que representa el genoll ( <i>knee</i> en anglès)
$K_x, K_y$	posició horitzontal i vertical de l'articulació distal on afecta un múscul biarticular
$l$	longitud entre les dues articulacions on actua un múscul biarticular
$l_1$	distància entre una articulació i el punt d'origen d'un múscul
$l_2$	distància entre una articulació i el punt d'inserció d'un múscul
$l_3$	distància entre el punt d'origen i el punt d'inserció d'un múscul
$l_4$	distància entre l'articulació proximal i el punt d'inserció d'un múscul
$l_5$	distància entre l'articulació distal i el punt d'origen d'un múscul
$l^{ec}$	longitud element contràctil
$l^{es}$	longitud element sèrie
$l^m$	longitud total del múscul
$l_{segment}$	longitud d'un segment corporal
$L_{mp}$	meitat de la longitud d'una placa de força
$m_{segment}$	massa d'un segment corporal
$M_{ext}$	vector de moments exteriors
$\mathbf{M}$	matriu d'inèrcia
$M_{z,k}$	moment resultant a l'articulació $k$
$n$	exponent d'una funció objectiu
$O_x, O_y$	posició horitzontal i vertical del punt origen del múscul relatiu a l'articulació
$p$	exponent d'una funció objectiu
$q_i$	coordenada generalitzada $i$
$\mathbf{Q}$	vector que representa les forces i els moments resultants a les articulacions, el pes i les forces de contacte
$r_{segment}$	distància entre el centre d'inèrcia d'un segment corporal i la seva articulació proximal
$S$	segment que representa la cama ( <i>shank</i> en anglès)
$t_a$	temps d'activació del múscul
$t_d$	temps de desexcitació del múscul
$T$	energia cinètica i segment que representa la cuixa ( <i>thigh</i> en anglès)
$u(t)$	excitació neuronal
$U$	energia potencial
$W_i$	treball desenvolupat pel múscul $i$
$x_i, y_i, z_i$	posició horitzontal (en el sentit d'avanç), vertical i transversal d'un punt $i$
$X, Y, Z$	orientacions dels eixos de referència de les càmeres



---

## **PREFACI**

Aquest treball correspon al Projecte Final d'Estudis del Màster en Enginyeria Biomèdica que porta per títol “Anàlisi del problema del repartiment muscular en la marxa humana”. La investigació s’ha desenvolupat dins una nova línia de recerca en Biomecànica del Departament d’Enginyeria Mecànica de l’Escola Tècnica Superior d’Enginyeria Industrial de Barcelona (ETSEIB).

El Departament d’Enginyeria Mecànica de l’ETSEIB té una llarga experiència en l’anàlisi dinàmica de sistemes mecànics i ha portat a terme investigacions sobre aspectes energètics de la marxa de sistemes bípedes.

La recerca duta a terme en aquest treball s’emmarca en un projecte d’àmbit nacional que té com a objectiu el desenvolupament d’un programa de simulació de la marxa de lesionats medul·lars que faciliti el disseny de dispositius assistencials, com ara ortesis actives. El projecte porta per títol “Aplicación de Técnicas de Dinámica Multicuerpo al Diseño de Ortesis Activas para Ayuda a la Marcha” i ha estat aprovat pel Ministeri de Ciència i Innovació per al període 2010-2012.

Aquest projecte nacional es porta a terme de forma coordinada entre el Departament d’Enginyeria Mecànica de la UPC, el Laboratorio de Ingeniería Mecánica de la Universidad de La Coruña i el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Extremadura. L’investigador principal del projecte coordinat és el Dr. Javier Cuadrado de la Universidad de la Coruña.

El treball presentat és fruit de la col·laboració en aquest projecte nacional, que ha permès establir contacte amb experts en la matèria garantint encara més la qualitat i la coherència investigadora.



---

## INTRODUCCIÓ

La Biomecànica s'encarrega de l'anàlisi del moviment dels éssers vius i de les forces que intervenen en aquest moviment. Els estudis biomecànics busquen una representació del moviment humà el més fidel possible a la realitat. Un àmbit d'aquesta disciplina és l'estudi de la marxa humana. En aquest estudi s'analitza la dinàmica de la marxa humana, fent èmfasi en el càlcul de les forces musculars per a un moviment conegut.

Durant el moviment de la marxa humana s'activen diferents músculs. A cada articulació hi pot haver més d'un múscul que estigui realitzant una mateixa funció. A dia d'avui encara és una incògnita saber quina és l'estratègia de control que fa servir el nostre Sistema Nerviós Central (SNC) per activar uns músculs i no uns altres, fet que en dificulta la modelització. La mesura de la força muscular directament sobre el múscul (*in vivo*) no és usual en humans. S'han hagut de buscar altres mètodes com l'anàlisi mecànic i matemàtic mitjançant l'aplicació de la dinàmica inversa i la resolució d'un problema d'optimització.

Mitjançant la captura de dades cinemàtiques d'un subjecte al caminar i les dades dinàmiques de les forces de contacte peu-terra mesurades amb unes plaques de força, es pot aplicar la dinàmica inversa i trobar les forces i moments resultants a les articulacions. A partir d'aquesta informació es resol l'anomenat *Problema del repartiment muscular*, que consisteix en trobar les forces amb què actuen els músculs a cada instant de la marxa, d'acord amb un criteri d'optimització fisiològic.

Aquest Projecte Final d'Estudis vol ser una introducció a una tesi doctoral del Departament d'Enginyeria Mecànica de la UPC dins la línia de recerca de Biomecànica. Els principals objectius del projecte són els següents:

- Definir el model musculo-esquelètic amb el qual es treballarà.
- Capturar les dades cinemàtiques i dinàmiques de la marxa humana suficients per aplicar la dinàmica inversa i trobar les forces i moments resultants a les articulacions.
- Implementar un programa d'optimització per tal de resoldre el problema del repartiment muscular i trobar les forces musculars a cada instant de la marxa, així com discutir les diferències en els resultats segons quina funció de cost s'utilitza.



## **1. Model biomecànic de la marxa humana**

En aquest capítol es descriu la modelització del sistema biomecànic que es farà servir per estudiar l'activitat muscular de l'ésser humà durant la marxa. En concret es centra en les extremitats inferiors de la persona. S'utilitzen els grups musculars més rellevants: l'iliopsoes, el recte femoral i els vasts (quàdriceps), el gluti, els isquiotibials (*hamstrings*), el gastrocnemi, el tibial anterior i el soli.

Inicialment es descriu el cicle de la marxa, amb les parts en què es divideix i els esdeveniments que les determinen. La marxa humana segueix un patró que és molt semblant en totes les persones, però la cinemàtica i la dinàmica poden patir certes modificacions depenent de l'edat, el sexe, l'estatura, els hàbits, la localització geogràfica, etc. Aquest estudi no pretén comparar diferents maneres de caminar sinó, tal com s'ha esmentat, a partir d'un cert moviment de la marxa humana trobar l'estat muscular de les extremitats inferiors, és a dir, quin múscul intervé i amb quina força en cada instant de temps.

El control d'aquestes forces va a càrrec del Sistema Nerviós Central (SNC). El cervell dóna l'ordre d'activació dels músculs, aquest senyal el transporten les neurones a través de la medulla espinal, els nervis i passa a les fibres musculars mitjançant un impuls elèctric. S'introdueix una breu pinzellada sobre la interacció d'aquest procés en la marxa humana per tal de poder entendre com funciona el control muscular.

L'últim element de la cadena de transmissió és el múscul que desenvolupa una força que actua sobre l'esquelet ossi i provoca moviment o simplement manté l'extremitat en què actua en una certa posició. En aquest apartat s'explica el model fenomenològic mecànic més emprat en els estudis biomecànics (model de Hill).

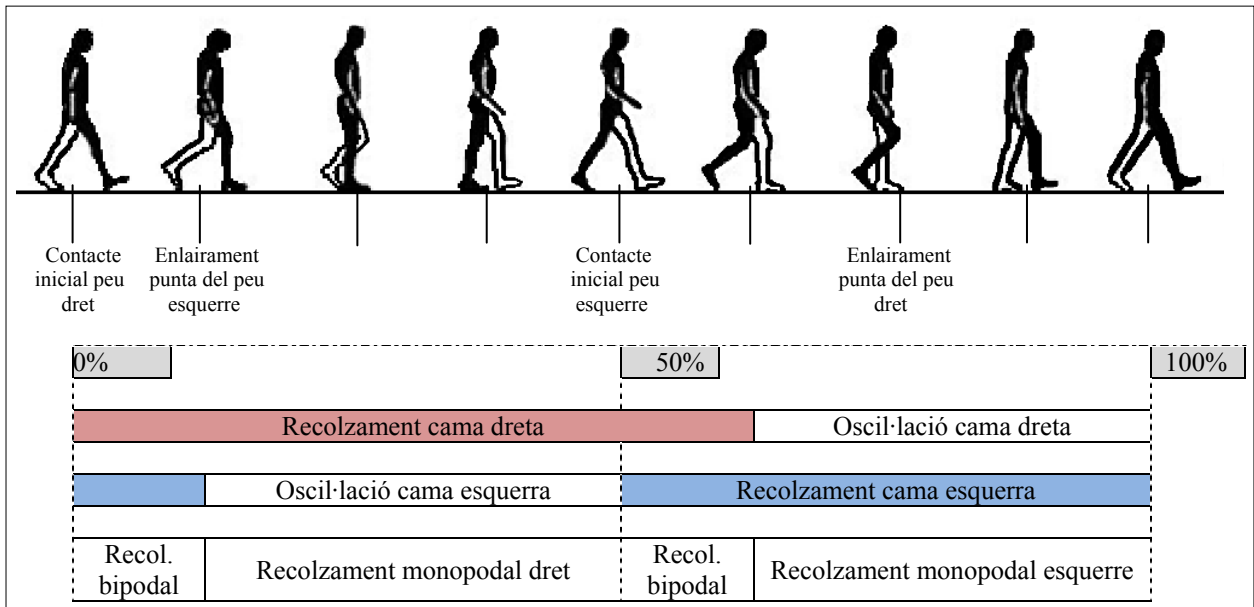
Les tècniques invasives per mesurar directament la força desenvolupada pel múscul són més comunes en l'estudi d'animals o cadàvers humans [1] que en persones sanes [2,3]. Fins ara, l'aplicació de la dinàmica inversa és el millor mètode per trobar les forces i moments resultants en les articulacions. A partir de dades experimentals obtingudes al laboratori de biomecànica es reconstruirà la cinemàtica del moviment de la marxa humana i la dinàmica resultant (forces i moments) a les articulacions. En el següent apartat es descriu el model simplificat de les extremitats que s'ha utilitzat. A partir d'aquí es poden utilitzar algorismes per solucionar el problema del repartiment muscular.

### **1.1. Cicle de la marxa**

El moviment de la marxa humana es pot considerar cíclic. Si la marxa és constant, una mateixa cama després d'un cicle repeteix quasi idènticament el seu moviment i en conseqüència la dinàmica que segueix és gairebé la mateixa. A més, a no ser que es

pateixi una anomalia a les cames, el moviment d'una cama en la meitat del cicle és quasi idèntic al de l'altra cama a l'altra part del cicle.

A la Figura 1 s'observa aquest cicle, amb les seves parts diferenciades, prenent per conveni d'inici l'instant en què el taló dret comença a tocar al terra.



**Figura 1. Representació del cicle de la marxa humana**

A cada cama es poden diferenciar dues fases: la fase de recolzament amb el terra (*Stance*), que comprèn des de l'instant en què el taló toca al terra fins que la punta dels dits deixa de tocar al terra i la fase d'oscil·lació en la que s'avança la cama una passa (*Swing*), des que es deixa de tocar el terra amb els dits del peu fins que torna a tocar amb el taló. La primera representa aproximadament un 60% de tot el cicle de la marxa i la segona un 40%.

Els dos instants en què es recolzen les dues cames a terra s'anomena recolzament bipodal, representa un 10% del cicle cadascun i quan només hi ha un peu, recolzament monopodal.

## **1.2. Fisiologia muscular**

El múscul pròpiament dit és un conjunt de fibres musculars (d'uns 10 a 100µm de diàmetre) que es troben estructurades en feixos. Els tendons són els responsables d'unir les fibres musculars amb l'esquelet ossi. La fibra muscular (o cèl·lula muscular) conté centenars de miofibril·les embolcallats per la membrana de la fibra (membrana citoplasmàtica), el sarcolema.

Cada miofibril·la està dividida en parts, els sarcòmers. Aquests contenen els filaments d'actina i miosina responsables de la contracció muscular i de l'estructura estriada del múscul (Figura 2). Segons l'orientació dels filaments respecte la longitud del múscul es classifiquen com a músculs fusiformes (de fibres paral·leles) o penniformes (fibres amb



una certa orientació). L'angle d'orientació de les fibres respecte del tendó rep el nom d'angle de pennació (*pennation angle*).

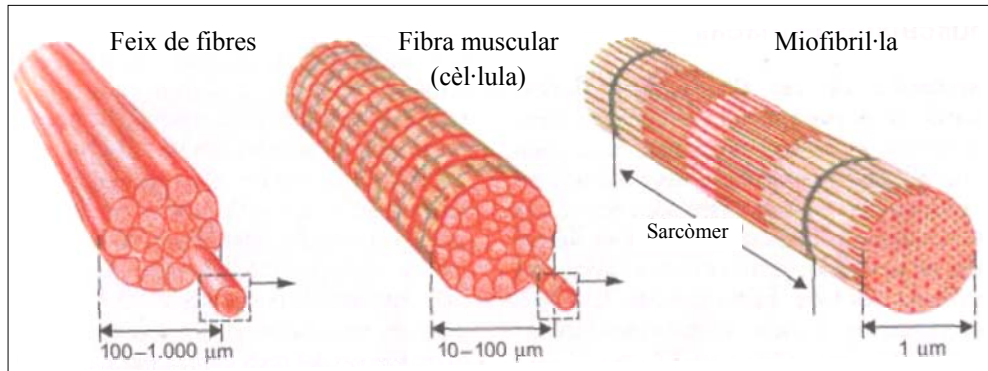


Figura 2. Estructura de les fibres musculars estriades [4]

La unitat motora es defineix com la menor subunitat que és controlable i pot contenir des de poques fibres musculars fins a unes 2000. Els músculs que contenen unitats amb moltes fibres són capaços de realitzar molta força però amb poca precisió. Un exemple és el quadríceps. Els que contenen unitats amb poques fibres (de 10 a 15) són més precisos però no poden produir tanta força. És el cas, per exemple, dels músculs oculars. L'increment de la força d'un múscul es pot dur a terme a base d'augmentar la freqüència amb què s'exciten les fibres o augmentant el nombre de motoneurons que les innerven.

També es poden classificar les motoneurons segons com es produeix l'estimulació: fibres ràpides o lentes. Les primeres (unitats fàtiques) tenen menys mitocondries, es basen en el metabolisme anaeròbic, tenen pics de tensió alts però durant un temps curt (de 10 a 50ms). Pel que fa a les lentes (unitats tòniques), el pic de tensió a què arriben és menor però el temps que el poden mantenir és superior (de 60 a 120ms). La temperatura també afecta al temps de contracció muscular, com més baixa més temps necessita el múscul per contraure's, ja que l'activitat metabòlica disminueix i la viscositat del múscul augmenta [5].

Els elements contràctils del sarcòmer estan formats per filaments de miosina, que és una proteïna. Cada filament conté unes 300 molècules de miosina. Cadascuna té dos caps globulars units al cos allargat de la molècula que interacciona amb l'actina, una proteïna globular que forma llargs filaments (Figura 3). Els caps de miosina tiben els filaments d'actina i el resultat és un escurçament del sarcòmer, que pot variar entre 1,5µm en el màxim escurçament, 2,5 µm en repòs o fins a 4 µm quan està el màxim de distès (Figura 4). L'acció de tots els ponts d'actina-miosina del múscul provoca la contracció muscular. Aquesta és la teoria dels ponts creuats, formulada per Huxley [6].

Aquest moviment és produït gràcies a la desfosforilació de l'adenosinatrifosfat (ATP) a adenosinadifosfat (ADP). A la Figura 5 es pot veure una representació esquemàtica del procés. La desfosforilació produeix un canvi de conformació que provoca que el cap de miosina es dobli i desenganxi dels filaments d'actina, després es torna a estirar i enganxar. Aquest moviment semblant a uns remos d'una barca és el responsable de la contracció muscular.

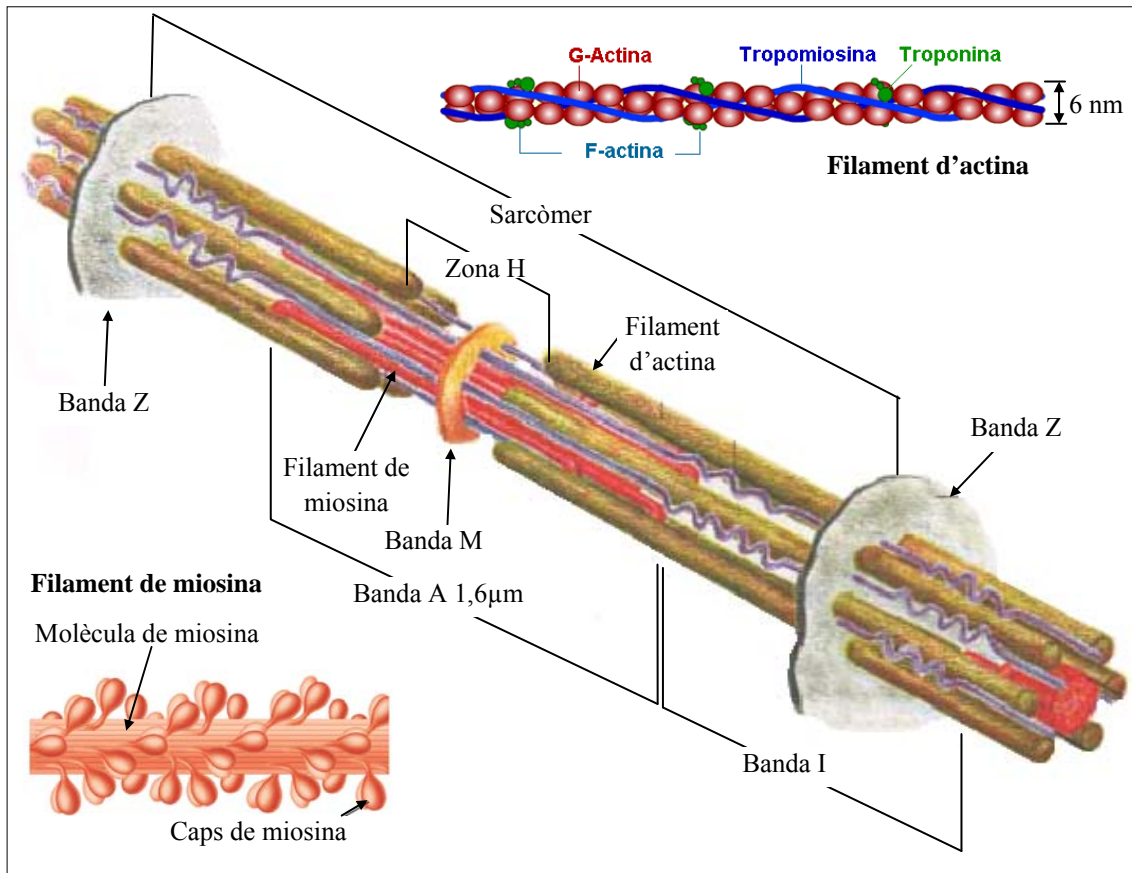


Figura 3. Estructura del sarcòmer.[4,7,8]

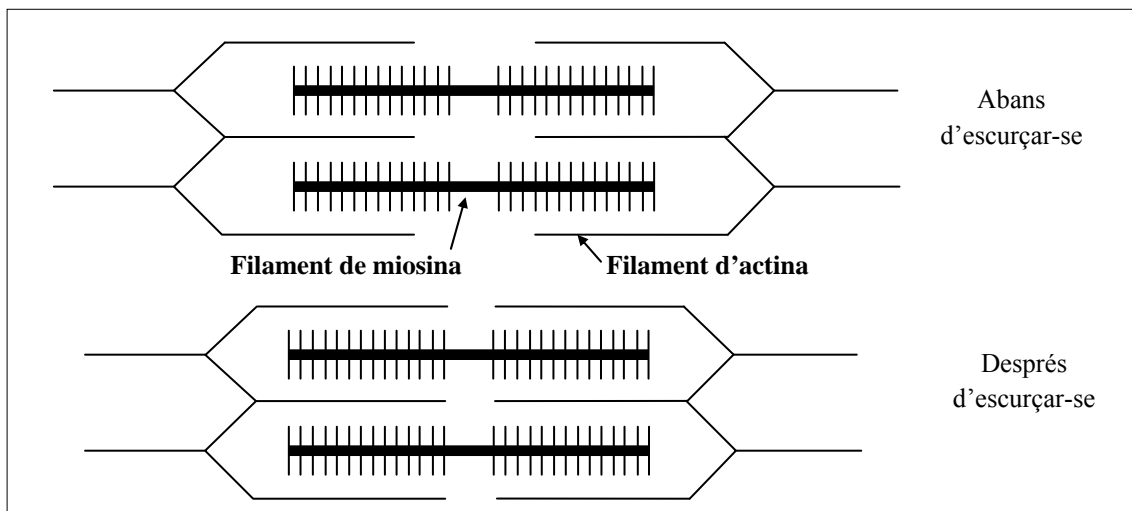


Figura 4. Representació esquemàtica de l'acció dels ponts creuats d'actina-miosina. Quan es solapen els filaments disminueix la longitud de l'element contràctil i augmenta la força, fins a un cert límit. [9]

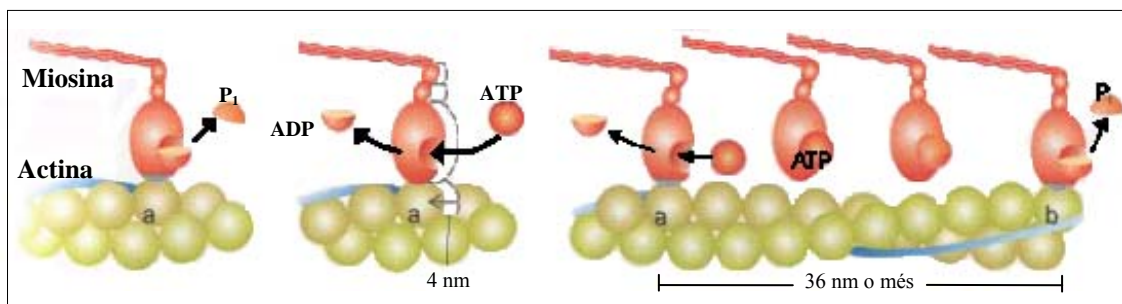


Figura 5. Desfosforilació dels caps de miosina i avanç d'aquests sobre els filaments d'actina. [4]

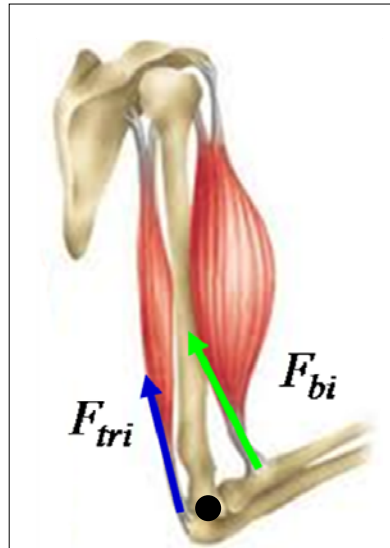
Fins ara s'ha explicat breument l'acció muscular des del final del procés, és a dir l'activitat que es realitza al múscul. Però el senyal d'activació del múscul comença al Sistema Nerviós Central (SNC). La motoneurona és l'encarregada de transportar la informació cap a les cèl·lules musculars. Amb la presència de la motoneurona es genera un canvi en la membrana cel·lular que produeix que hi hagi una diferència de potencial elèctric, conegut com a potencial d'acció (PA).

Els vasos i nervis entren al múscul i es ramifiquen a l'interior per entremig de les fibres per tal de poder-les innervar. És al centre de la cèl·lula muscular on es troba la placa motora, que és el punt on s'uneix un terminal d'una motoneurona i la cèl·lula muscular.

En la placa motora s'allibera acetilcolina, que produeix un corrent que activa els canals de  $\text{Na}^+$  dependents de voltatge del sarcolema. Aquests PA es transmeten al llarg del sarcolema per tota la fibra muscular i acaben arribant a la membrana del reticle endoplasmàtic. Aquest estímul allibera ions  $\text{Ca}^{+2}$  emmagatzemats al reticle sarcoplasmàtic on s'uneixen a molècules de tropomina localitzades al voltant dels filaments d'actina (Figura 3) i aquest fet provoca que els complexos tropomina-tropomiosina es trenquin i s'allunyin dels llocs on la miosina s'uneix a l'actina. Un cop la miosina i l'actina estan lliures es pot produir la desfosforilació descrita anteriorment que provoca la contracció muscular (Figura 5).

### 1.3. Model del múscul

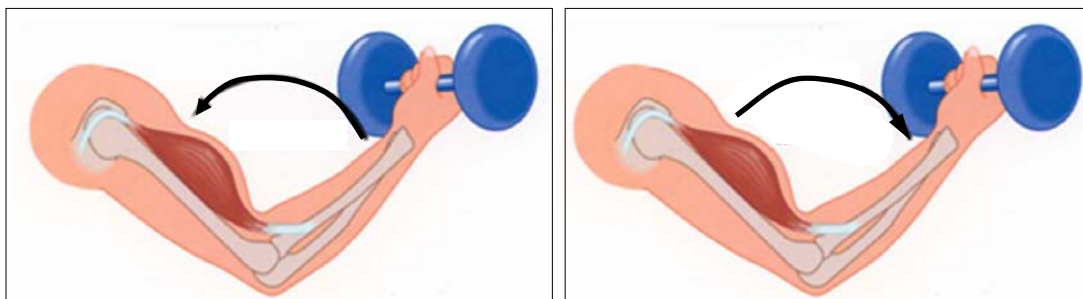
Els músculs s'encarreguen de moure l'esquelet ossi. La força que pot fer un múscul és sempre en un únic sentit, a tracció. Per tant, per controlar cadascuna de les rotacions permeses en una articulació, calen com a mínim dos grups musculars que puguin produir moments en sentits oposats. La parella de músculs o grups de músculs que realitzen accions contràries s'anomenen agonistes/antagonistes. Un clar exemple són el bíceps i el tríceps. Els dos s'encarreguen del control de l'articulació del colze, però es troben en posicions diferents. Tal com es pot veure a la Figura 6 els moments resultants a l'articulació (al colze) són en sentits contraris, ja que la inserció d'aquests músculs es troba en costats oposats respecte l'articulació.



*Figura 6. Forces realitzades pel bíceps i el tríceps sobre l'avantbraç.*

Segons l'estat del múscul en produir la força es distingeixen principalment diferents tipus de contraccions: concèntrica, excèntrica i isomètrica.

- *Contracció concèntrica*: la longitud total del múscul s'escurça mentre aquest es contrau (és a dir, els ponts d'actina-miosina estan actius i permeten la contracció muscular descrita a l'anterior apartat). El moment que aplica el múscul sobre l'articulació i la rotació que aquesta té van en el mateix sentit. Es produeix quan la força que genera el múscul és suficient per vèncer una resistència.
- *Contracció excèntrica*: la longitud total del múscul s'allarga mentre es produeix la contracció. Es produeix quan la força que genera el múscul no és suficient per vèncer una resistència. A la Figura 7 es pot veure dues accions on es diferencia la contracció concèntrica i l'excèntrica del bíceps.
- *Contracció isomètrica*: el múscul es manté contret sense canviar la seva llargada. L'exemple més clar és el d'aguantar un objecte sense produir moviment. En l'exemple de la Figura 7 es produiria quan es subjecta la pesa i no hi ha moviment a l'articulació.



*Figura 7. Aixecament de peses. En el moviment de flexió del colze el bíceps es contrau concèntricament (a l'esquerra) i en el d'extensió excèntricament (a la dreta). [10].*

La representació simplificada del procés complex que representa la contracció muscular des de l'activació neuronal fins a l'execució de la força per part del múscul permetrà representar l'evolució de l'estat muscular (Figura 8). La biomecànica integra l'estudi

dels processos fisiològics que es duen a terme (fisiologia) i l'acció corporal que s'acaba obtenint (mecànica).

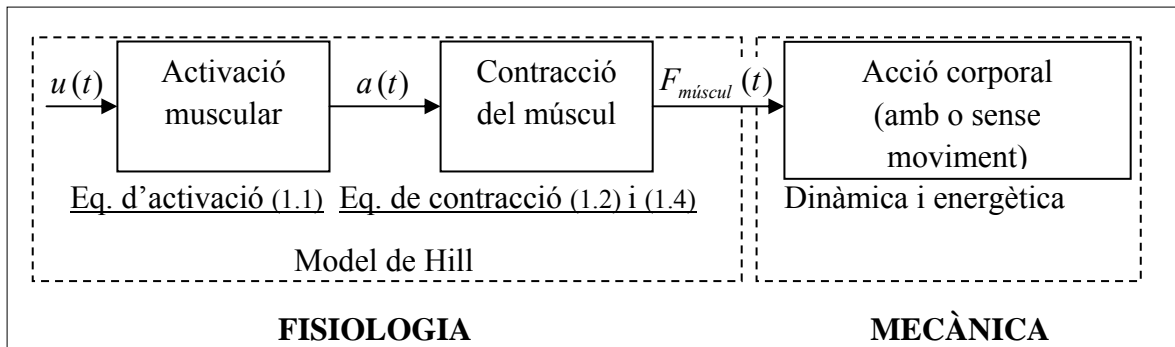


Figura 8. Procés de l'activació muscular.

### 1.3.1. Activació neuronal

L'excitació neuronal normalitzada es modelitza com a  $u(t)$ . Representa el nombre de fibres excitades (dependent de les unitats motores estimulades) i les freqüències en què aquestes són excitades. El valor  $u=1$  representa totes les motoneurons excitades a la seva màxima freqüència [9]. L'estat d'activació del múscul ve determinat per la variable  $a(t)$  acotada entre 0 i 1.  $a(t)$  representa l'alliberació de ions  $Ca^{+2}$  del reticle sarcoplasmàtic a l'inici de la contracció muscular. Com més fibres musculars d'un múscul i a més freqüència siguin innervades, aquesta variable més s'aproxima a 1.

L'activació muscular segueix una dinàmica que es pot modelitzar mitjançant una equació diferencial de primer ordre:

$$\dot{a}(t) = (u(t) - a(t))(k_1 u(t) + k_2) \quad (1.1)$$

on  $k_2 = \frac{1}{t_d}$ ,  $k_1 = \frac{1}{t_a} - k_2$ ,  $t_d$  és una constant de temps que representa el temps que tarda el múscul en desactivar-se i  $t_a$  una constant de temps que representa el temps en activar-se. Un exemple gràfic de l'evolució de  $a(t)$  es pot veure a la Figura 9.

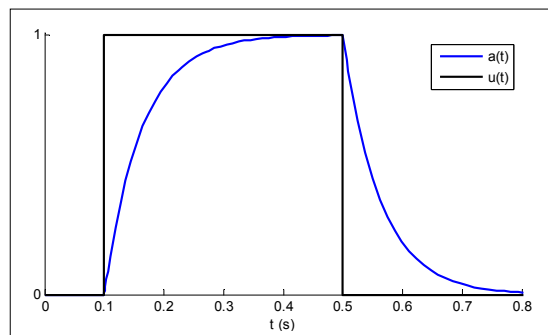
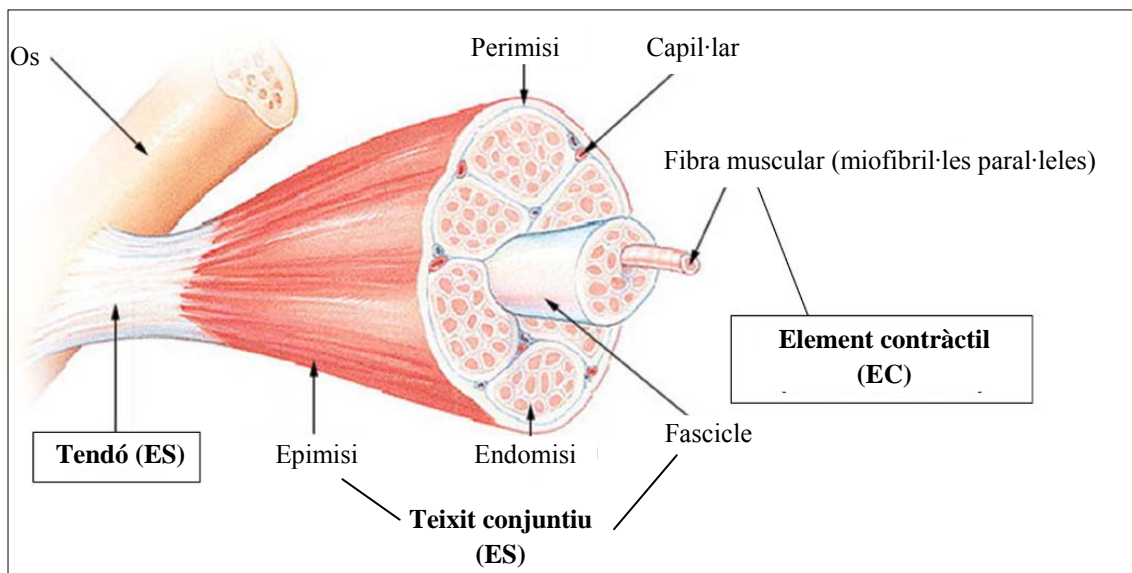


Figura 9. Evolució de l'activació muscular  $a(t)$  en un impuls neuronal  $u(t)$  modelat com una entrada graó.

### 1.3.2. Model de Hill

El múscul pròpiament dit ha estat modelitzat per diversos autors. El més extens en la literatura és el de Hill [11]. Segons les característiques de les parts del múscul es distingeixen tres elements (Figura 10):

- *L'element contràctil (EC)*. És l'element central, el responsable de la contracció muscular. Representa les fibres musculars (miofibril·les), conté els ponts d'actina-miosina.
- *L'element elàstic paral·lel (EP)*. És paral·lel a l'element contràctil. El conformen el teixit conjuntiu del múscul i l'embolcall de les fibres musculars (la membrana muscular). Està compost pel perimisi, que uneix les fibres musculars, l'epimisi, que és com una funda pels fascicles musculars que contenen les fibres i l'endomisi, que envolta les fibres individualment.
- *L'element elàstic sèrie (ES)*. Representa el teixit conjuntiu en sèrie a l'element contràctil. Principalment està format pels tendons i les insercions dels músculs.



*Figura 10. Esquema de les parts del múscul.*

Els elements elàstics en sèrie permeten modelitzar l'emmagatzematge energètic dels músculs (com una molla que reté energia per alliberar-ne part de la que ha retingut en un moviment posterior).

La caracterització mecànica es mostra a la Figura 11.

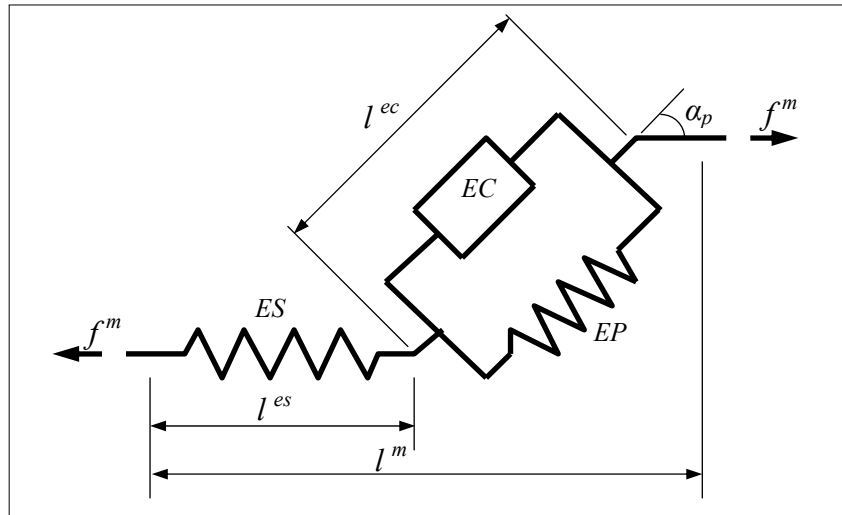


Figura 11. Esquema mecànic del múscul.

L'angle  $\alpha_p$  és l'angle de l'orientació de les fibres musculars respecte la direcció de la força realitzada (*pennation angle*),  $l^{es}$  i  $l^{ec}$  són les longituds dels elements sèrie i contràctil,  $l^m$  la longitud total del múscul i  $f^m$  és la força exercida pel múscul.

### 1.3.3. Dinàmica muscular

En la variant del model de Hill més utilitzada es negligeix el teixit conjuntiu en paral·lel i només es tenen en compte els ES i EC, així com també es considera que l'angle de l'orientació de les fibres és nul. Analitzant l'ES, si es negligeix la seva massa, es compleix que  $f^{es} = f^{ec} = f^m$ . La força desenvolupada pel múscul és funció de l'activació muscular, la seva longitud i la velocitat de contracció  $f^m = f(a, l^{ec}, \dot{l}^{ec})$ .

Analitzant la relació entre la força desenvolupada pel múscul i la seva longitud es comprova que presenta un màxim a una certa longitud òptima ( $l_{opt}^{ec}$ ) que és característica de cada múscul (veure Figura 12a).

Depenent de si el múscul es troba en contracció concèntrica o excèntrica s'han trobat dues expressions que relacionen aproximadament la força desenvolupada per l'element contràctil, relativa a la força màxima que pot realitzar el múscul, en funció de la seva longitud i velocitat de contracció:

- *Contracció concèntrica* ( $\dot{l}^{ec} < 0$ ).

$$\frac{f^{ec}}{f_{max}^m} = a \left( \frac{B_r (f_{iso} + A_r) - A_r \left( B_r - \frac{\tilde{\dot{l}}^{ec}}{f_{ac}} \right)}{B_r - \frac{\tilde{\dot{l}}^{ec}}{f_{ac}}} \right) \quad (1.2)$$

on  $\tilde{\dot{l}}^{ec} = \dot{l}^{ec} / l_{opt}^{ec}$ ,  $A_r$  i  $B_r$  són constants,  $f_{ac}$  és un paràmetre que depèn de l'activació muscular i  $f_{iso}$  és la força isomètrica del múscul relativa a la força màxima ( $f_{max}^m$ ), depèn de la longitud de l'element contràctil ( $l^{ec}$ ) (Figura 12a).

- Contracció excèntrica ( $\dot{l}^{ec} > 0$ ).

$$\frac{f^{ec}}{f_{\max}^m} = a \left( \frac{b_1 - b_2 (b_3 - \tilde{l}^{ec})}{b_3 - \tilde{l}^{ec}} \right) \quad (1.3)$$

on  $b_1$ ,  $b_2$  i  $b_3$  són variables que depenen de la longitud de l'element contràctil ( $l^{ec}$ ) i altres paràmetres intrínsecs al múscul (Figura 12b).

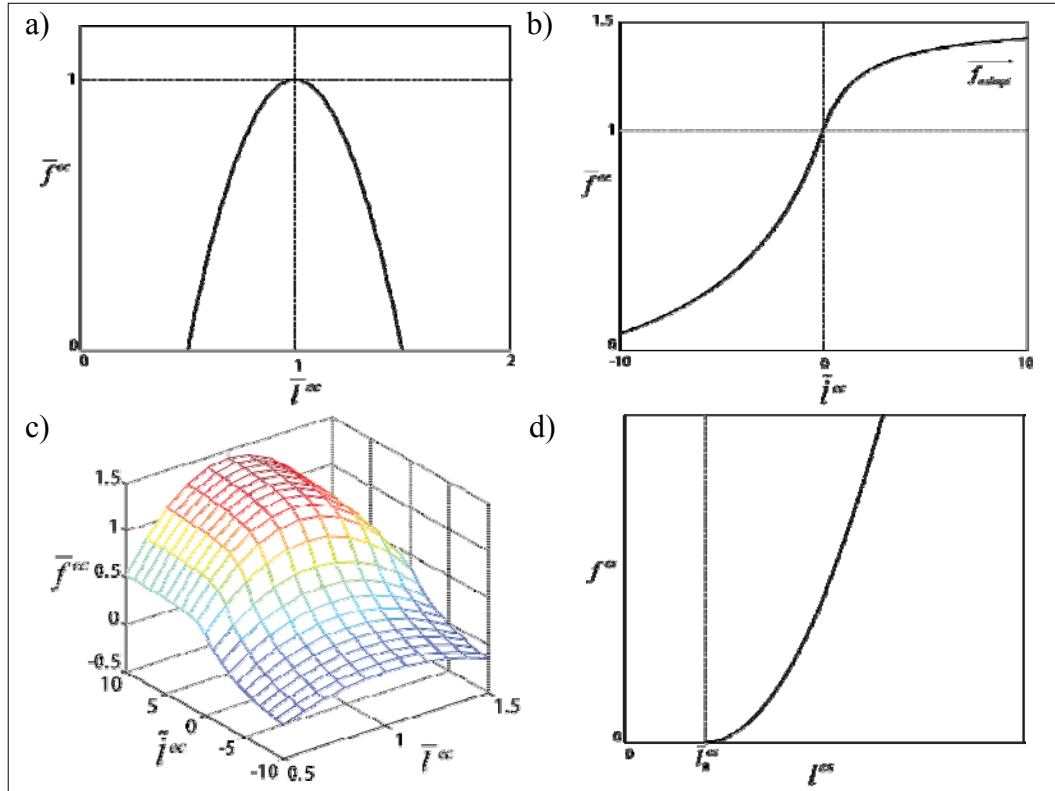


Figura 12. a) relació força-longitud de l'element contràctil, on  $\bar{f}^{ec} = f^{ec} / f_{\max}^m$  i  $\bar{l}^{ec} = l^{ec} / l_{opt}^{ec}$ .

b) relació força-velocitat de l'element contràctil. c) relació força-velocitat-longitud del múscul.

d) relació força-longitud de l'element elàstic sèrie.

El tendó és un element passiu, actua com una banda elàstica, si la seva longitud és inferior a un llindar ( $l_0^{es}$ ), està distès ( $f^{es} = 0$ ) i si és superior, la força que realitza es pot aproximar per la següent expressió (Figura 12d):

$$f^{es} = \frac{f_{\max}^{ec}}{(\varepsilon_0^T l_0^{es})^2} (l^{es} - l_0^{es})^2 \quad (1.4)$$

on  $f_{\max}^{ec}$  és la força màxima que pot fer l'element contràctil del múscul que s'està tractant i  $\varepsilon_0^T$  és l'allargament del tendó quan  $f^m = f_{\max}^m$ , essent  $f_{\max}^m$  la força isomètrica màxima que pot realitzar el múscul.



## 2. Estat de l'art

En aquesta secció es presenta una revisió bibliogràfica dels principals treballs que utilitzen les eines bàsiques per tractar el problema del repartiment muscular en la marxa humana. Per tal d'estudiar la cinemàtica i la dinàmica del cos humà cal un model biomecànic per representar-lo. Primer es presenta un breu recull d'aquests models biomecànics humans, tant els esquelètics com els que a més incorporen els músculs.

Un cop es té el model sobre el qual treballar es fa l'anàlisi dinàmica per tal que a partir del moviment es puguin trobar les forces i moments a les articulacions (**dinàmica inversa**); o al contrari, a partir de les forces ja conegudes es troba el moviment que li correspon (**dinàmica directa**). Al segon apartat d'aquesta secció es presenten treballs de diferents autors que utilitzen aquesta metodologia i algunes aplicacions.

L'objectiu principal d'aquest projecte és trobar l'estat d'activació de cada múscul considerat en el model així com la força amb què actua, a partir de les dades capturades a un laboratori de biomecànica (moviment i força plantar). Això s'aconsegueix resolent un problema d'optimització. Les restriccions a considerar són els moments resultants a cada articulació obtinguts per dinàmica inversa, que han de ser iguals als moments que apliquen les forces dels músculs, que són incògnites. La funció objectiu a minimitzar pot ser integral en el temps (optimització **dinàmica**), o instantània (optimització **estàtica**). Quan es tracta d'optimització dinàmica s'integren les equacions del moviment i es minimitza la funció de cost integral al llarg de tot el cicle de la marxa, mentre que en el cas de l'optimització estàtica, es minimitza la funció per a cada instant de temps. Pel que fa a la funció a minimitzar, no hi ha consens entre diferents autors en quina és la més adequada: força muscular, tensió muscular, els seus valors quadràtics, etc, totes elles, però, estan basades en criteris fisiològics. A la Taula 1 de l'apartat 2.3 es presenta un recull de funcions objectiu utilitzades per diferents autors.

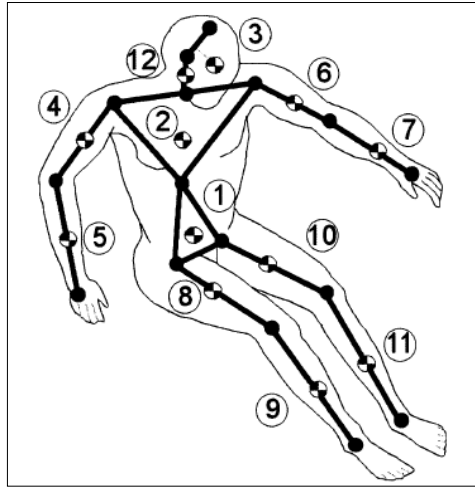
### 2.1. Models biomecànics

#### - *Esquelètic*

Per representar el cos humà de manera simplificada però fidel a la realitat, s'ha de buscar un model que s'assembli tan en forma com en els seus paràmetres antropomètrics a la persona humana. A la literatura hi ha autors que utilitzen diferents models segons quina sigui l'aplicació del seu estudi, aquests es diferencien en el nombre de segments a utilitzar i en la modelització de les articulacions (graus de llibertat).

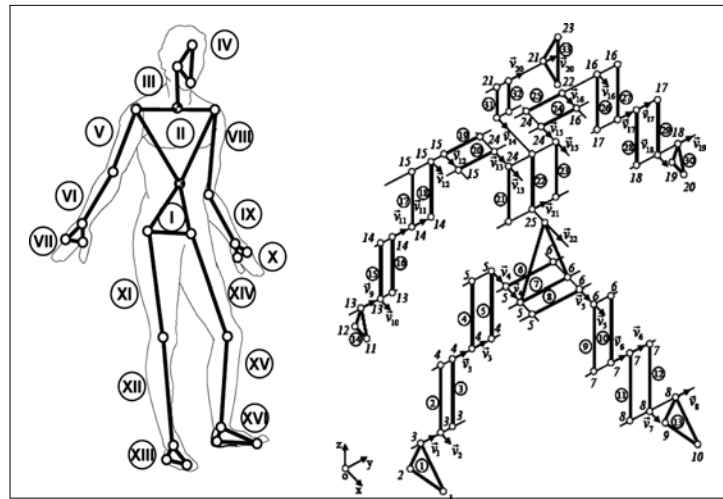
Laananen [12] i posteriorment Silva et al. [13], utilitzen un model multisòlid en tres dimensions amb 12 sòlids i 11 articulacions (Figura 13). En total té 29 graus de llibertat.

Cada sòlid representa un segment del cos que va d'una articulació a la següent. L'assignació de la llargada, la massa i el moment d'inèrcia a cada segment és clau per utilitzar-lo posteriorment. Els esmentats autors el van utilitzar en tests d'impacte en vehicles.



*Figura 13. Model esquelètic utilitzat per Lanaanen [12] i Silva i Ambrósio et al. [13].*

En un altre estudi, Silva i Ambrósio [14] utilitzen un model amb 33 sòlids rígids que representen 16 segments del cos humà amb 44 graus de llibertat (Figura 14). Els autors desenvolupen una anàlisi de sensibilitat, mitjançant la qual quantifiquen la influència de certes pertorbacions en les dades d'entrada en els resultats de la dinàmica inversa (forces i moments resultants a les articulacions).



*Figura 14. Model esquelètic utilitzat per Silva i Ambrósio et al. [14].*

En estudis centrats en l'anàlisi de la marxa humana, alguns autors representen les extremitats superiors com un únic sòlid, el HAT (Head, Arms and Trunk), al suposar que el moviment dels braços i del cap no influeix en la manera de caminar de la persona.

Ackermann i Schiehlen [15] defineixen un model amb 8 sòlids rígids (HAT, pelvis, dues cuixes, dues cames i dos peus) amb 27 graus de llibertat (Figura 15). Les articulacions entre segments estan representades com a ròtules esfèriques.

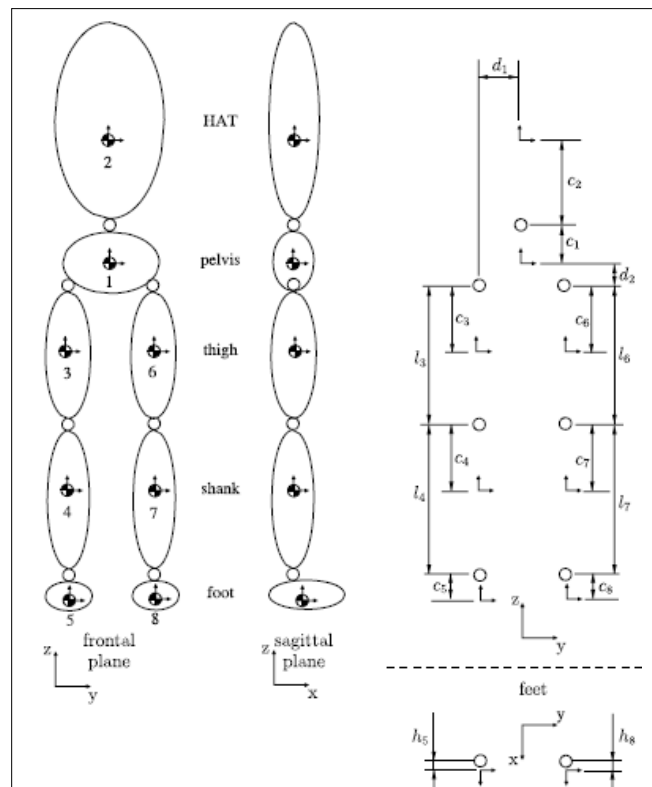


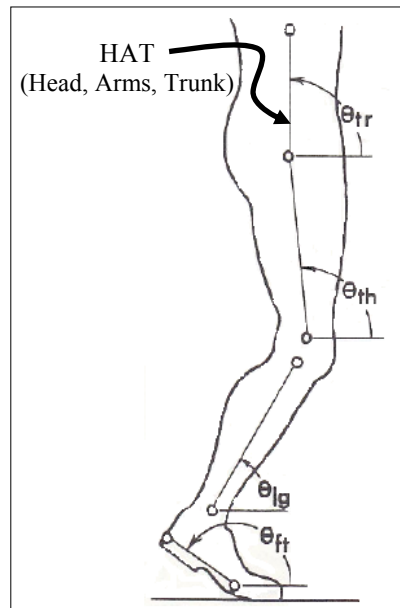
Figura 15. Model esquelètic utilitzat per Ackermann i Schiehlen [15].

Una altra simplificació que ajuda a reduir la complexitat del problema és assumir que la marxa és un moviment pla (en dues dimensions), ja que els canvis més importants durant el moviment es produeixen al pla sagittal.

Són molts els autors que han utilitzat aquesta simplificació, on s'utilitzen 9 segments: el tronc (*HAT*), dues cuixes, dues cames, dos peus i dos segments representant els dits del peu. Winter [5] realitza un extens estudi sobre la biomecànica de la marxa humana en el qual utilitza aquest model (Figura 16).

Si la marxa fos patològica, la qual té irregularitats durant el cicle, és probable que el moviment es produeixi en les tres direccions de l'espai, essent necessari en aquest cas un model tridimensional.

El model esquelètic finalment escollit en aquest estudi és el mateix que Ackermann i Schiehlen [15] però en dues dimensions, ja que en aquest estudi s'analitza la marxa de persones sanes.

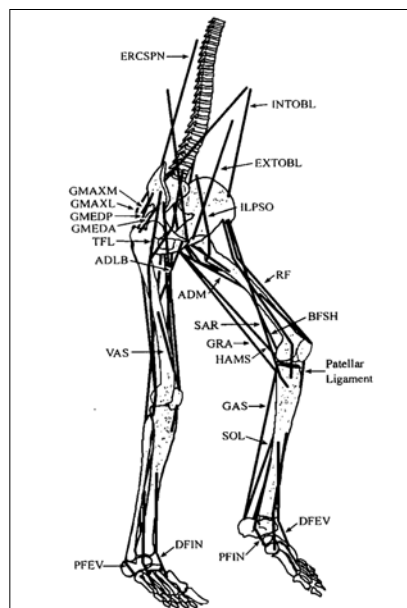


**Figura 16. Model biomecànic de Winter [5].**

**- Muscular**

En el present estudi, a més d'un model esquelètic que representi el moviment dels principals ossos de les extremitats inferiors, cal també que el model incorpori els músculs rellevants en la marxa humana.

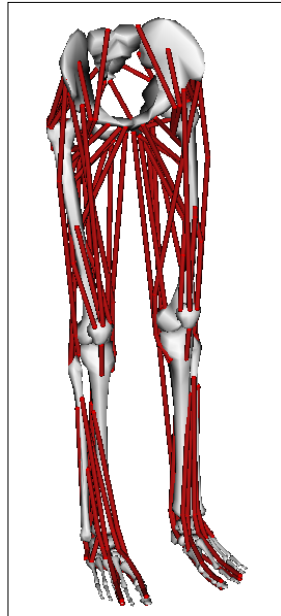
Anderson i Pandy [16,17] utilitzen un model en tres dimensions en estudis biomecànics de la marxa humana. El model està compost per 10 segments corporals, que tenen un total de 23 graus de llibertat. Aquest consta de 54 músculs. Cada cama conté 24 músculs i l'actuació entre el tronc, la pelvis i les cuixes es duu a terme per mitjà dels 6 músculs restants. Una representació esquemàtica es pot veure a la Figura 17.



**Figura 17. Representació esquemàtica del model muscular utilitzat per Anderson i Pandy [16,17].**

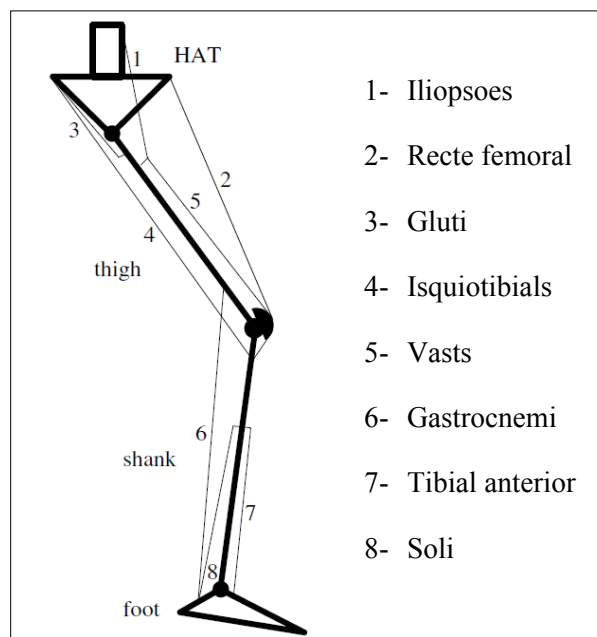
Delp et. al. [18] utilitzen un model de les extremitats inferiors amb 11 segments: la pelvis, i per a cada cama: el fèmur, la ròtula de genoll, la tibia i els dos segments que

conformen el peu (part anterior i posterior). Conté 43 músculs. El programa d'anàlisi i visualització de biomecànica humana anomenat *OpenSim* incorpora a un dels seus exemples el model d'aquests autors (Figura 18).



**Figura 18.** Model extret de l'*OpenSim*, creat per Delp et al. [18].

Els dos models musculars presentats fins ara són en tres dimensions, però si es tracten amb dues dimensions, la complexitat del problema es redueix. També es pot reduir el volum del problema si s'utilitzen només els músculs principals que intervenen en la marxa humana. Ackermann [9] utilitza un sistema bidimensional que representa només una cama amb 8 músculs (Figura 19). En aquest treball, s'utilitza aquest model muscular. S'explica amb més detall a la Secció 3.1.2.



**Figura 19.** Model biomecànic utilitzat per Ackermann [9].

## 2.2. Anàlisi dinàmica

Un cop es té el model biomecànic amb el qual es treballa, es procedeix a l'anàlisi dinàmica del sistema. Les equacions que regeixen el moviment es poden obtenir utilitzant els teoremes vectorials: el Teorema de la Quantitat de Moviment (TQM) i el Teorema del Moment Cinètic (TMC):

$$\sum \mathbf{F}_{ext} = m\mathbf{a}_G \quad (2.1)$$

$$\sum \mathbf{M}_{ext}(G) = \dot{\mathbf{G}}\mathbf{K} \quad (2.2)$$

on  $\mathbf{F}_{ext}$  i  $\mathbf{M}_{ext}$  són les forces i moments exteriors,  $G$  és el centre d'inèrcia del segment i  $\dot{\mathbf{G}}\mathbf{K}$  és la derivada del moment cinètic al punt  $G$ . Les equacions del moviment també es poden obtenir mitjançant les equacions de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F_i^* ; \quad i = 1, 2 \dots n ; j = 1, 2 \dots p \quad (2.3)$$

on  $T$  és l'energia cinètica del sistema,  $U$  és l'energia potencial,  $q_i$  són les coordenades generalitzades i  $F_i^*$  són les forces generalitzades.

La forma general de les equacions del moviment és la següent:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \mathbf{M}(\mathbf{q}, t)\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \quad (2.4)$$

on  $\mathbf{M}(\mathbf{q}, t)$  és la matriu d'inèrcia,  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$  és el vector de termes d'inèrcia que depenen de posició i velocitat,  $\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$  és el vector de forces generalitzades (inclou termes associats a les forces i moments resultants a les articulacions i el pes dels segments),  $\mathbf{q}(t)$  és el vector de coordenades generalitzades, i  $\dot{\mathbf{q}}(t)$  i  $\ddot{\mathbf{q}}(t)$  són les seves velocitats i acceleracions respectivament.

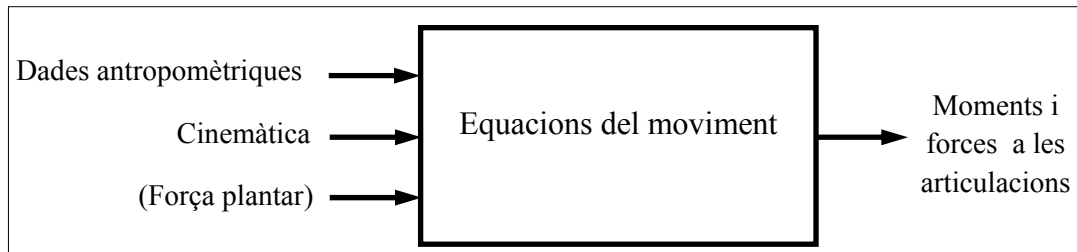
### 2.2.1. Dinàmica inversa

La **dinàmica inversa** consisteix en el càlcul del vector  $\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$  un cop es coneix el moviment. Es substitueix el vector de coordenades generalitzades i les seves derivades a l'equació (2.4) i s'obté el vector  $\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ :

$$\{\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t), \ddot{\mathbf{q}}(t)\} \rightarrow \{\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)\} \quad (2.5)$$

Un cop es coneix el vector  $\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ , es poden determinar les forces i moments resultants a les articulacions. Aquests moments són deguts a les forces que realitzen els músculs. Les forces resultants que es troben són la suma de forces que realitzen els músculs més les d'enllaç entre ossos i entre ossos i lligaments.

La majoria d'estudis biomecànics de la marxa humana utilitzen la dinàmica inversa. S'assignen les dades antropomètriques al model biomecànic (llargada i massa dels segments, moments d'inèrcia...). La cinemàtica és coneguda, majoritàriament es captura utilitzant un sistema de captura òptic. Tot i que no seria necessari per la dinàmica inversa, alguns estudis també capturen la força de reacció amb el terra, utilitzant unes plaques de força plantar (Secció 3.2). Veure Figura 20.



*Figura 20. Procés d'obtenció dels moments i forces a les articulacions mitjançant dinàmica inversa.*

Ackermann [9,15] i Rodrigo et al. [9] utilitzen aquest mètode per trobar les forces i els moments a les articulacions per tal d'estudiar els canvis que es produeixen en la marxa humana, degut a alteracions com poden ser lesions medul·lars, pacients que se'ls hi ha amputat una cama, etc. El seu treball està orientat cap al disseny de pròtesis.

Glitsch i Baumann [19] també utilitzen la dinàmica inversa com a pas previ per trobar les forces musculars. En el seu estudi comparen els resultats obtinguts variant diferents paràmetres: velocitats de marxa (caminant i corrent), funcions de cost (suma de força o tensió muscular, lineal o al quadrat) i models d'articulació (articulació simple o ròtula esfèrica).

En general, tots els autors de les referències mencionades al següent apartat (Secció 2.3), que utilitzen optimització estàtica, calculen les forces i els moments resultants a les articulacions utilitzant la dinàmica inversa com a pas previ per obtenir les forces musculars durant la marxa.

### 2.2.2. Dinàmica directa

La dinàmica directa parteix del coneixement dels moments i forces a les articulacions, llavors s'integren les equacions del moviment (2.4) per tal de trobar la cinemàtica que li correspon.

$$\{Q(q, \dot{q}, t)\} \rightarrow \{q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)\} \quad (2.6)$$

Anderson i Pandy [16] l'utilitzen amb la finalitat de modelitzar matemàticament la marxa humana de la manera més fidel possible a la realitat per tal d'ajudar a corregir les anomalies en pacients que pateixen trastorns de la marxa. Cal remarcar que en dinàmica directa és necessari la modelització del contacte del peu amb el terra, per tal de poder trobar les forces de contacte amb el terra. Anderson i Pandy utilitzen cinc sistemes molla-amortidor distribuïts per tot el peu.

També s'utilitza en casos com en anàlisis de la contribució de cada múscul durant la marxa humana. Per exemple Barret et al. [20], els quals simulen la fase d'oscil·lació del cicle de la marxa per tal d'analitzar quins músculs controlen el moviment; o Neptune et al. [21] que analitzen la contribució individual del Gluti i el Gastrocnemi en l'energia consumida pel cos durant la marxa.

Hi ha estudis que analitzen una funció en concret, per exemple la flexió del genoll. Anderson et al. [22] i Goldberg et al. [23] analitzen com certs factors, com per exemple les forces musculars o les condicions cinemàtiques inicials, influeixen a la flexió del genoll.

Els autors mencionats al següent apartat (Secció 2.3) que utilitzen optimització dinàmica, fan servir la dinàmica directa. En el present estudi, tenint en compte l'objectiu final s'utilitzarà únicament la dinàmica inversa.

### **2.3. Repartiment muscular**

Al moure's, l'ésser humà utilitza una sèrie de combinacions musculars complexes, fins a tal punt que un mateix moviment del cos pot ser dut a terme a partir de diferents estats musculars. En un instant de temps determinat no es pot conèixer l'estat d'un múscul a priori. És a dir, per una parella o més músculs que facin la mateixa funció (ja siguin extensors, flexors, abductors...) no es pot saber quin dels músculs està actiu ni en quina mesura.

No és habitual mesurar les forces dels músculs experimentalment, és a dir, no es mesuren les forces directament als músculs. L'aplicació de la dinàmica inversa és fonamental per tal de trobar les forces i els moments resultants a les articulacions a partir de la cinemàtica mesurable. Aquests estudis es classifiquen en dos grans grups: els que optimitzen una funció de cost en cada instant de temps (optimització estàtica) i els que optimitzen els diferents estats mecànics minimitzant una funció de cost integral en el temps (optimització dinàmica). La primera opció és més ràpida però al no tenir en compte la marxa humana com una evolució contínua, pot portar a combinacions d'activacions musculars fisiològicament impossibles. La segona, en canvi, té en compte la marxa humana com a contínua però el cost computacional és molt elevat. A les Taules 1, 2 i 3 es presenten funcions de cost utilitzades per varis autors.



### Optimització estàtica

- Optimització de la funció de cost en cada instant.
- No té en compte la connexió del SNC amb el múscul ni la seva fisiologia.
- Cost computacional raonable
- Restriccions:
  - Valors màxims de les forces musculars
  - Valors de les forces musculars positiu
  - Suma de moments de les forces musculars a les articulacions iguals al moment resultant obtingut mitjançant dinàmica inversa

Funció objectiu	Comentaris	Referències
<p><b>Tensió muscular:</b></p> $J_s = \sum_{i=1}^q \left( \frac{f_{ij}^m}{PCSA_i} \right)^n \quad (2.7)$ <p><math>f_{ij}^m</math> = força del múscul <math>i</math> a l'instant <math>t_j</math>  <math>PCSA_i</math> = àrea de secció transversal del múscul <math>i</math>  <math>q</math> = número de músculs</p>	<p>Els valors més utilitzats per l'exponent són <math>n=2</math> i <math>n=3</math>  (per raons fisiològiques)</p>	<p>[9,17,24,25]</p>
<p><b>Força muscular:</b></p> $J_1 = \sum_{i=1}^q f_{ij}^m \quad , \quad J_2 = \sum_{i=1}^q (f_{ij}^m)^2 \quad (2.8) \text{ i } (2.9)$		<p>[19,26,27]</p>

Funció objectiu	Comentaris	Referències
<p><b>Relació força muscular / força isomètrica màxima</b></p> $J_3 = \sum_{i=1}^q \frac{f_{ij}^m}{f_{\max,i}^m}, J_4 = \sum_{i=1}^q \left( \frac{f_{ij}^m}{f_{\max,i}^m} \right)^2 \quad (2.10) \text{ i } (2.11)$ <p><math>f_{\max,i}^m</math> = força isomètrica màxima del múscul <math>i</math></p>		[26,28,29]
<p><b>Combinació de la tensió muscular (2.7) i relació força muscular / força isomètrica màxima (2.10)</b></p>	Per $n=1$ en l'equació (2.7) i amb uns pesos iguals a 0,5 per tal que els termes lineal i quadràtic intervinguin a la funció de cost en la mateixa proporció.	[30]
<p><b>Energia durant el despreniment dels ponts d'actina miosina (<math>E_f</math>) i relació entre força muscular / força isomètrica màxima (<math>\dot{E}_a</math>)</b></p> $J \approx E_m = E_f + E_a$ $J = \sum_{i=1}^q m \left\{ c_1 \frac{f_i^m}{PCSA_i} + c_2 \left( \frac{f_i^m}{PCSA_i \sigma_{\max,i}^m} \right)^2 \right\} \quad (2.12)$ <p><math>\sigma_{\max,i}^m</math> = tensió màxima del múscul <math>i</math>.</p>	<p><math>c_1</math> i <math>c_2</math> són els pesos que dóna a cada funció, en aquest cas assigna una proporció igual per a cadascuna, és a dir,</p> $c_1 = c_2 = 0,5.$	[31]

**Taula 1. Recull de funcions de cost utilitzades en optimització estàtica.**

**Optimització dinàmica**

- Optimització de la funció de cost integral en el temps
- Té en compte la contracció i l'activació dinàmica del múscul en relació amb el potencial d'acció neuronal i la utilització d'una funció de cost integral en el temps.
- Cost computacional, en general, molt elevat.
- Restriccions: les mateixes que en l'estàtica i  $0 \leq a \leq 1$ .

Funció objectiu	Comentaris	Referències
<p><b>Energia mecànica i calorífica</b></p> $J_{EID} = \sum_{i=1}^q \left( \int_{t_i}^{t_n} \dot{E}_i dt \right) \quad (2.13)$ $\dot{E}_i = \dot{W}_i + \dot{H}_i$ <p><math>\dot{W}_i</math> = potència desenvolupada pel múscul</p> <p><math>\dot{H}_i</math> = calor alliberada pel manteniment de la força, per l'activació del múscul i per l'escurçament i allargament del múscul.</p>	<p>Segons si el múscul s'està contraient o distenent i segons la longitud que tingui en aquell instant es distingeixen quatre expressions per la <math>\dot{H}_i</math>.</p>	<p>[9,32]</p>
<p><b>Energia mecànica i calorífica</b></p> $J_{EID} = \sum_{i=1}^q \left( \int_{t_i}^{t_n} \dot{E}_i dt \right)$	<p>Molt semblant a l'anterior. Separa l'expressió de la calor alliberada <math>\dot{H}_i</math> amb dues components: calor alliberada per l'activació del múscul i el seu manteniment, i la calor alliberada per l'escurçament i allargament del múscul.</p>	<p>[17,28,33,34]</p>

Funció objectiu	Comentaris	Referències
<p><b>Força muscular quadràtica</b></p> $\min_u \left\{ f(u) = \int_0^{t_f} \sum_{i=1}^q \dot{f}_i^2(u) dt \right\} \quad (2.14)$	<p>Molt semblant a (2.9), però integrant en el temps i tenint en compte que la força que fa el múscul és funció de l'activació músculo-neuronal.</p>	<p>[35]</p>
<p><b>Activació muscular</b></p> $J = \frac{1}{\sum \omega_i T} \sum_{i=1}^q \omega_i \int_0^T a_i^p(t) dt \quad (2.15)$ <p><math>a_i</math> = activació del múscul <math>i</math>  <math>\omega_i</math> = pes que se li dona a cada múscul</p>	<p>S'ha estudiat per 4 valors de <math>p</math> diferents: <math>p=1, 2, 4</math> o <math>10</math>.  També per dos grups de valors de <math>\omega_i</math>: <math>\omega_i = 1</math> i <math>\omega_i = V_i</math>, on <math>V_i</math> és el volum de cada múscul.</p>	<p>[36]</p>

**Taula 2. Recull de funcions de cost utilitzades en optimització dinàmica.**

<b>Optimització estàtica modificada</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cost computacional més baix que l'optimització dinàmica, la funció de cost no és integral en el temps.</li> <li>• Introdueix els conceptes d'activació muscular de l'optimització dinàmica.</li> <li>• Restriccions: les mateixes que en l'optimització dinàmica.</li> </ul>		
Funció objectiu	Comentaris	Referències
<b>Activació muscular</b> $J = \sum_{i=1}^q (a_i)^2 \quad (2.16)$		[37]
<b>Activació muscular * tensió muscular</b> $J(A) = \sum_{i=1}^q \left( \frac{a_i f_i^*}{PCSA_i} \right)^2 \quad (2.17)$ <p><math>A = [a_1 \dots a_N]</math> vector d'activacions musculars</p>	<p>S'ha afegit el terme d'activació muscular en la funció de cost (2.7). Donat el moviment de la marxa humana, sabent <math>l^{ec}</math> i <math>\dot{l}^{ec}</math> es calculen les <math>f_i^*</math> resolent l'equació del model de Hill (1.2) i (1.3) suposant <math>a_i = 1 \forall i</math>. Llavors es procedeix a l'optimització.</p>	[24]
<b>Activació muscular * potència muscular</b> $J(A) = \sum_{i=1}^q (a_i \dot{W}_i)^2 = \sum_{i=1}^q (-a_i f_i^m \dot{l}^m)^2 \quad (2.18)$	<p>Es té en compte la potència mecànica associada a cada múscul.</p>	[24]

**Taula 3. Recull de funcions de cost utilitzades en optimització estàtica modificada.**



### 3. Metodologia

#### 3.1. Model biomecànic humà.

En aquest apartat s'introdueix el model de cos humà utilitzat per a l'estudi de la marxa de persones sanes. En primer lloc, es presenta el model esquelètic i posteriorment el muscular.

##### 3.1.1. Model esquelètic

S'ha utilitzat un model de 7 segments. Consisteix en els dos peus (entre turmell i 5è metatarsià, exterior del peu), les dues cames, les dues cuixes i el tronc, tal com es representa a la Figura 21.

El moviment estudiat és en primera aproximació pla, ja que durant el cicle de la marxa humana d'una persona sana els canvis en l'evolució de la cinemàtica i la dinàmica més importants es troben al pla sagital de la persona, la qual cosa simplifica l'estudi.

Aquest model és utilitzat en l'aplicació de la dinàmica inversa. A la Secció 3.3 es descriu com obtenir la cinemàtica dels centres d'inèrcia dels segments a partir de les dades de la captura i com es processa la informació.

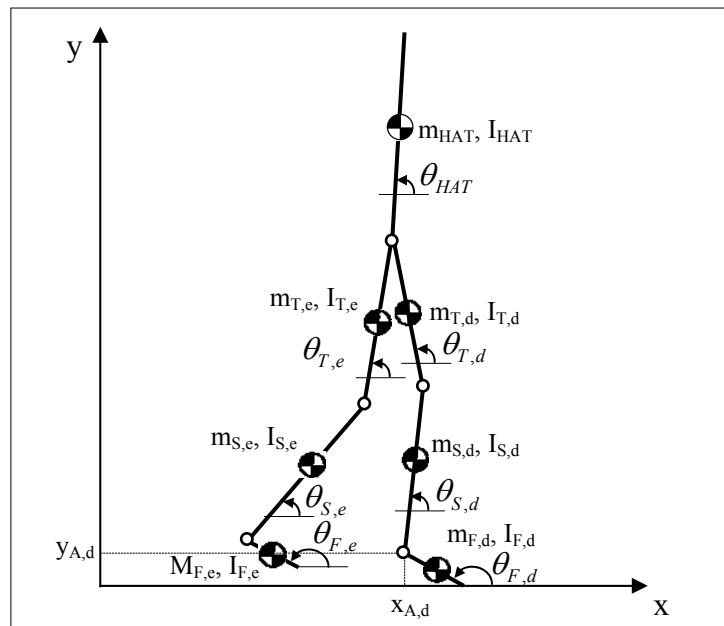


Figura 21. Model biomecànic esquelètic utilitzat.

On els subíndex S i T representen els segments de la cama (*shank* en anglès) i de la cuixa (*thigh*). El sistema té 9 graus de llibertat. Les coordenades independents escollides per representar el moviment són els set angles absoluts que defineixen l'orientació dels segments, on es representen amb signe positiu en sentit antihorari ( $\theta_{F,d}, \theta_{S,d}, \theta_{T,d}, \theta_{HAT}, \theta_{T,e}, \theta_{S,e}, \theta_{F,e}$ ) i la posició del turmell que es troba en la fase de

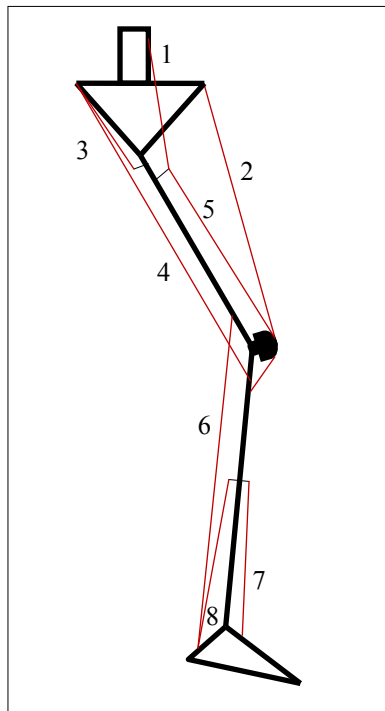
recolzament ( $x_{A,d}$  i  $y_{A,d}$ ). D'aquí en endavant al fer referència només a la cama dreta, es suprimeix el subíndex  $d$  i  $e$ .

En certes fases de l'estudi, la utilització dels angles relatius a les articulacions en comptes dels absoluts també ha estat de gran ajuda per comparar resultats amb els publicats a la literatura..

### **3.1.2. Model muscular**

L'objectiu final d'aquest treball és trobar les forces amb què actuen els músculs de les extremitats inferiors durant la marxa humana. Com que el model esquelètic només permet l'estudi de la cinemàtica i la dinàmica a les articulacions, però no l'estat muscular, cal un model que inclogui els músculs necessaris.

El model escollit és utilitzat en altres estudis com els d'Ackermann [9] o de Gerritsen [38]. Conté els 8 músculs o grups musculars principals que actuen durant la marxa humana (Figura 22).



*Figura 22. Model biomecànic muscular utilitzat [9]. 1-Iliopsoes, 2-Recte femoral, 3-Gluti, 4-Isquiotibials, 5-Vasts, 6-Gastrocnemi, 7-Tibial Anterior, 8-Soli.*

A continuació es presenten les característiques principals d'aquests músculs (Taula 4). El nom anglès es dona entre parèntesis, s'enumeren el punt d'origen i el punt d'inserció, l'acció que realitzen en el moviment de la marxa i el múscul o grup de músculs antagonistes.



<b>Músculs principals implicats en la marxa humana</b>				
<b>Nom i Descripció</b>	<b>Origen</b>	<b>Inserció</b>	<b>Moviment que controla</b>	<b>Antagonistes</b>
<u>1- Iliopsoes (Iliopsoas).</u> Combinació del psoes major, el psoes menor i l'iliac	Entre les vèrtebres T12 i L1-L4	Gran trocànter del fèmur	Flexió del maluc	Gluti
<u>2- Recte femoral (Rectus femoris).</u> És un dels quatre músculs que formen el grup muscular del quàdriceps	Dos tendons: un a l'espina ilíaca anterior inferior i l'altre per sobre de l'acetàbul	Base de la ròtula mitjançant tendó patel·lar	Extensió del genoll Flexió del maluc	Isquiotibials
<u>3- Gluti (Gluteus).</u> Combinació del múscul gluti major, el mitjà i el menor.	Entre el sacre, el fàscia lumbar i l'ílium	Gran trocànter del fèmur	Extensió, abducció i rotació del maluc	Iliopsoes i grup rotatori lateral
<u>4- Músculs de la corba o isquiotibials (Hamstrings).</u> Combinació de tres músculs: el múscul semi tendinós, el semi membranós i el bíceps femoral	Entre la tuberositat isquiàtica i la línia aspra (a la part inferior de l'os coxal, al maluc)	Part posterior de la tibia	Flexió del genoll	Grup muscular que forma el quàdriceps (recte femoral i vast)
<u>5- Vasts (Vasti).</u> Combinació dels altres tres músculs (a part del recte femoral) que formen el quàdriceps (vast lateral, mitjà i el medial).	Entre gran trocànter i la línia aspra del fèmur	A la ròtula i a la tuberositat tibial per mitjà del lligament patel·lar	Extensió i estabilització del genoll	Isquiotibials

<b><i>Nom i descripció</i></b>	<b><i>Origen</i></b>	<b><i>Inserció</i></b>	<b><i>Moviment que controla</i></b>	<b><i>Antagonistes</i></b>
<u>6- <i>Gastrocnemi (Gastrocnemius)</i></u> .	Entre la superfície del còndil lateral i mitjà del fèmur	A l'os calcani mitjançant el tendó que porta el mateix nom (o tendó d'Aquiles).	Flexió plantar Flexió del genoll	Tibial anterior
<u>7- <i>Tibial anterior (Tibialis anterior)</i></u> .	Per sobre dels dos terços de la tibia	Entre l'os cuneïforme i el primer metatarsià del peu	Dorsiflexió Inversió del peu	Peroneal lateral llarg ( <i>fibularis longus</i> ), el gastrocnemi, el soli, el múscul plantar o el tibial posterior
<u>8- <i>Soli (Soleus)</i></u> .	Fíbula, a la part posterior de la tibia (al panxell de la cama)	Al calcani (mitjançant el tendó d'Aquiles)	Flexió plantar	Tibial anterior

***Taula 4. Músculs utilitzats al model biomecànic muscular.***

### 3.2. Sistemes de captura

El sistema de captura que es disposa al laboratori de biomecànica consisteix en un conjunt de càmeres que registren el moviment i dues plaques de força que permeten mesurar la força de contacte peu-terra del subjecte que camina. Ambdós sistemes permeten enviar les dades numèriques a un ordinador, per tractar-les posteriorment amb un programa numèric, per exemple el MATLAB. A continuació es descriuen amb més detall aquests dos sistemes de captura.

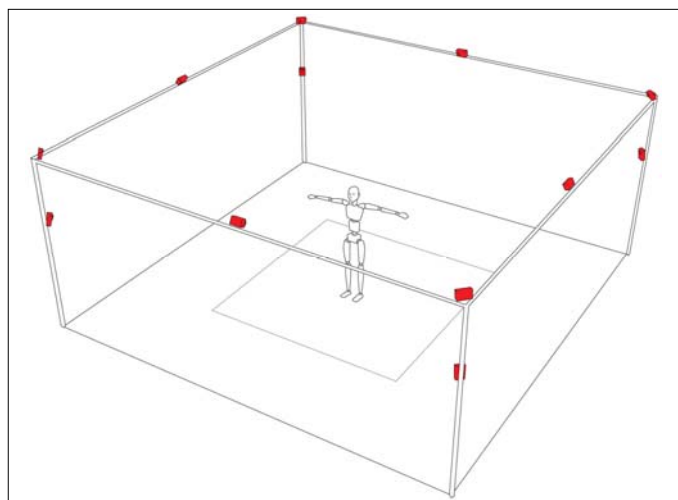
#### 3.2.1. Sistema òptic

Al laboratori de biomecànica de la UPC hi ha un sistema òptic de captura Optitrack, de la marca NaturalPoint Company, model FLEX:V100 R2. L'equip consta de 12 càmeres (com la de la Figura 23), 2 hubs de connexió i sincronització i un software (*Arena*) per la visualització i tractament de dades.



**Figura 23.** Càmera Optitrack FLEX:V100 R2

Cada càmera conté 26 LEDs infrarojos, la llum dels quals es reflexa a uns marcadors que porta el subjecte a estudiar. Aquesta reflexió és el que les càmeres utilitzen per detectar els punts on es troben els marcadors. Les càmeres tenen un rang de captació d'aproximadament 6 metres, les quals si es col·loquen com a la Figura 24 i es calibren adequadament poden capturar el moviment en un volum d'espai de treball. Estan distribuïdes de tal manera que permeten capturar el moviment en un espai de treball d'un passadís, apte per estudiar el moviment de la marxa (Figura 24).



**Figura 24.** Representació esquemàtica de la distribució i orientació de les 12 càmeres del laboratori de biomecànica.

Les càmeres capturen la posició dels marcadors en dues dimensions sobre el pla situat a una certa distància focal. A la següent figura es mostra la representació de la captura d'un marcador per part d'una càmera.

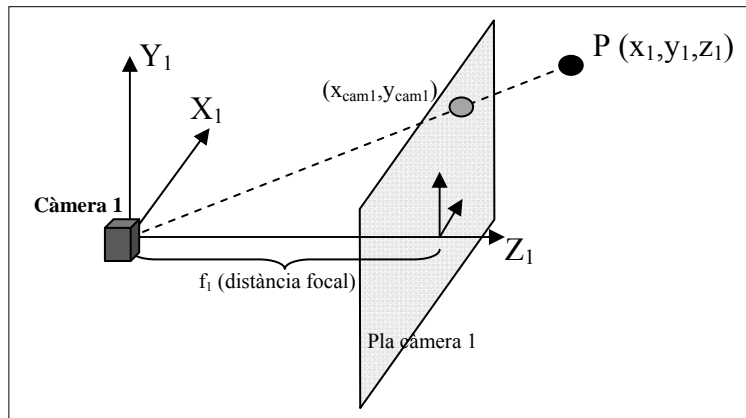


Figura 25. Representació de la captació de la projecció del punt P al pla de la càmera 1.

Se suposa que s'està capturant la trajectòria del punt P. Les dades que es reben són les coordenades sobre el pla de la càmera, a una certa distància focal  $f_1$ . Segons la figura anterior les coordenades que es reben són:

$$x_{cam1} = f_1 \frac{x_1}{z_1} \quad (3.1)$$

$$y_{cam1} = f_1 \frac{y_1}{z_1} \quad (3.2)$$

on  $x_1$ ,  $y_1$  i  $z_1$  són les coordenades en tres dimensions de la posició real de l'objecte, en la base de la càmera 1. És obvi que una càmera no és suficient per capturar les trajectòries en tres dimensions. Com a mínim es necessiten dues càmeres, ja que sinó es tenen tres incògnites ( $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$ ) i només dues equacions (3.1) i (3.2). Si a la Figura 25 se li afegeix una càmera en una altra posició, aquesta capturarà unes altres posicions, en el seu propi pla de captura tal i com es pot veure a la Figura 26.

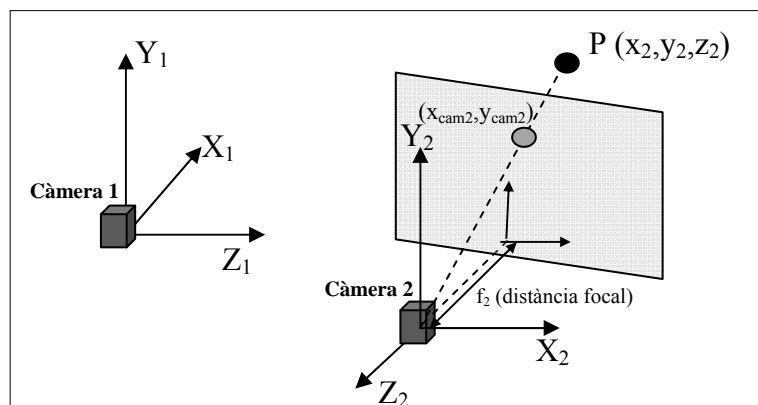


Figura 26. Representació de la captació de la projecció del punt P al pla de la càmera 2.

Les seves coordenades en la base de la càmera 2 són:

$$x_{cam2} = f_2 \frac{x_2}{z_2} \quad (3.3)$$

$$y_{cam2} = f_2 \frac{y_2}{z_2} \quad (3.4)$$

Si es coneixen les posicions relatives entre les càmeres (coeficients  $a_{ij}$  i  $b_k$ ), es poden trobar les relacions entre les bases de la càmera 1 respecte la 2, resolent tres equacions:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Per tant, el sistema consta de 7 equacions: (3.1), (3.2), (3.3), (3.4) i (3.5) linealment dependents (amb rang 6) i amb 6 incògnites ( $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$ ) la qual cosa el converteix en un sistema determinat ja que té una solució possible. D'aquí s'obtenen les coordenades en tres dimensions del punt. La successió de posicions del punt en cada interval de temps representarà la trajectòria. El software utilitzat (*Arena*) s'encarrega d'aquest procés de "trajectoritzar" el moviment en tres dimensions automàticament.

Mitjançant aquest software, es poden assignar segments a un conjunt de marcadors (mínim 3), aquests segments es coneixen com *rigid bodies* (sòlids rígids). Aquest procés es fa de forma manual a l'ordinador, tant l'assignació del sòlid, com l'etiquetatge d'aquest.

Com que el programa necessita un sòlid rígid com a mínim per treure les trajectòries, s'ha creat un sòlid rígid impossible de confondre amb cap altre, per exemple un sòlid format per tres marcadors ocupant quasi tota la superfície de treball. D'aquesta manera és impossible que es confongui amb altres marcadors. Llavors tots els punts dels marcadors seran trajectoritzats però sense ser assignats a cap sòlid rígid. És amb un posterior processat que s'identifica quin és cada marcador.

Un problema molt freqüent en aquests sistemes de captura són les reflexions que es puguin produir. Qualsevol superfície reflectant dins l'espai de treball podrà ser captada com un marcador i distorsionarà les dades capturades. S'ha de controlar l'espai de treball per tal d'evitar totes les reflexions indesitjables possibles.

### 3.2.2. Plaques de força

Tal com s'ha esmentat a la Secció 2.2., els estudis biomecànics que analitzen la marxa humana parteixen del moviment capturat pels sistemes òptics, però a més es disposa de les forces de reacció amb el terra per tal d'aplicar la dinàmica inversa partint d'aquestes. Les plaques de força són l'instrument de mesura utilitzat per quantificar aquestes forces.

Existeixen diferents tipus de plaques de força, però la majoria es basen en transductors piezoelèctrics que mesuren desplaçaments molt petits generats a l'aplicar una càrrega.

En general, les plaques de força modernes són capaces d'obtenir informació de forces i moments aplicats en les tres direccions de l'espai. Al laboratori de biomecànica de la UPC es tenen dues plaques de força *AMTI* model *Accugait* (Figura 27).



**Figura 27. Placa de força multiaxial AMTI**

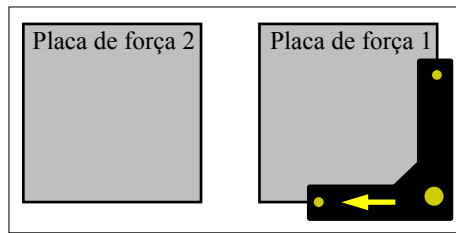
Cada placa disposa de quatre sensors ubicats a les cantonades de la plataforma, capaços d'aportar informació de la força detectada als tres eixos ortogonals, per tant, són 12 les dades enviades a l'ordinador en cada mostra. Per a cada placa (Figura 28) es tenen: les forces de reacció en les tres direccions de l'espai ( $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ) i els moments al centre de la placa en els tres eixos ( $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ ).



**Figura 28. Fotografia del passadís de marxa amb les plaques de força del laboratori de biomecànica de la UPC.**

El sistema *Accugait* també té el seu propi software d'adquisició de dades, el *NetForce*, que adquireix, analitza i representa gràficament les dades de la plataforma amb una freqüència de mostreig de 50, 100 o 200 Hz.

Com es veurà més endavant, també és important que es conegui la posició exacta de les plaques respecte del sistema de referència de les càmeres. N'hi ha prou en posicionar el punt  $(x, y, z) = (0,0,0)$  d'aquest sistema de referència a una cantonada d'una placa i els eixos de l'instrument de calibratge paral·lels als costats de la placa mentre es fa el calibratge (Figura 29).



*Figura 29. Posició de l'instrument de calibratge del sistema òptic. Origen a una cantonada d'una placa i eixos de referència paral·lels als costats de la placa.*

Tant les dades capturades pel sistema òptic com les capturades per les plaques de força poden ser exportades. Les dades que provenen de les càmeres s'exporten en format *.c3d* i les que provenen de les plaques en format *.txt*, executable en varis programes de tractament de dades numèriques. En el projecte en qüestió s'ha treballat amb MATLAB. La Figura 30 mostra una fotografia durant la captura de dades al Laboratori de Biomecànica de la UPC.



*Figura 30. Fotografia durant la captura de dades al Laboratori de Biomecànica de la UPC.*

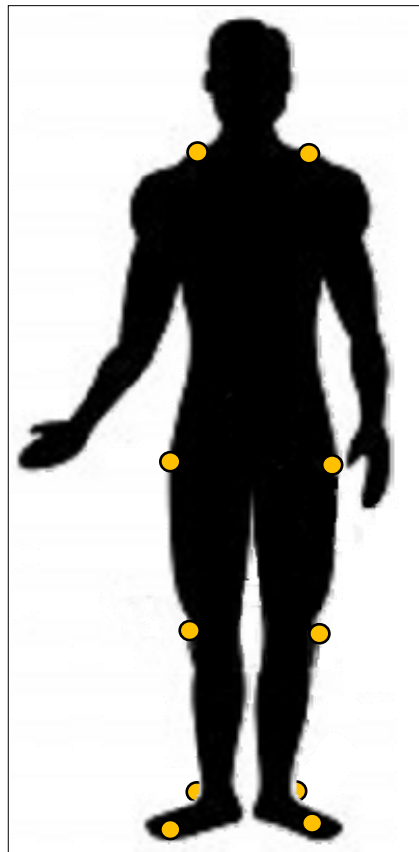
### 3.3. Anàlisi cinemàtica

S'ha capturat el moviment de la marxa d'un subjecte que camina d'una manera normal. El subjecte en qüestió és un noi de 24 anys i la seva massa és de 68kg de massa i l'altura de 1,83m. Per tal de capturar les dades mitjançant el sistema òptic s'han utilitzat 10 marcadors. La posició d'aquests sobre el cos és molt important, ja que s'ha de poder assignar el moviment capturat al model musculoesquelètic el més proper a la realitat.

S'han col·locat 6 marcadors directament a l'exterior de les articulacions (turmells, genolls i malucs). S'han intentat posar de tal manera que l'eix de l'articulació passi pel marcador. S'han col·locat 2 marcadors, un a l'exterior de l'articulació de cada peu per tal de poder definir el peu com un segment. També s'han col·locat 2 marcadors, un a

sobre de cada espatlla, per tal de poder definir el segment del sistema HAT. A la Figura 31 es pot veure una representació visual de la posició dels marcadors.

Tots els marcadors s'enganxen amb veta adherent (velcro) directament sobre un vestit especial per fer captures que té la característica que el velcro s'hi enganxa fàcilment (és de la mateixa marca que el sistema òptic *Optitrack*).



*Figura 31. Disposició dels marcadors utilitzada al laboratori.*

En aquest projecte només s'han utilitzat les dades pertanyents al pla sagital de la marxa, negligint els canvis que es puguin produir en altres direccions. Els paràmetres antropomètrics com són: el centre i el moment d'inèrcia de cada segment i la seva massa han estat aproximats segons els mètodes exposats a Winter [5], en funció de l'alçada i la massa total.

Les dades cinemàtiques de què es disposa es filtren amb un filtre de Butterworth de segon ordre, amb una freqüència de tall de 5 Hz. Els angles absoluts dels 7 segments utilitzats han estat calculats per geometria. Si es coneix la posició de les articulacions es té, per exemple a la cama:



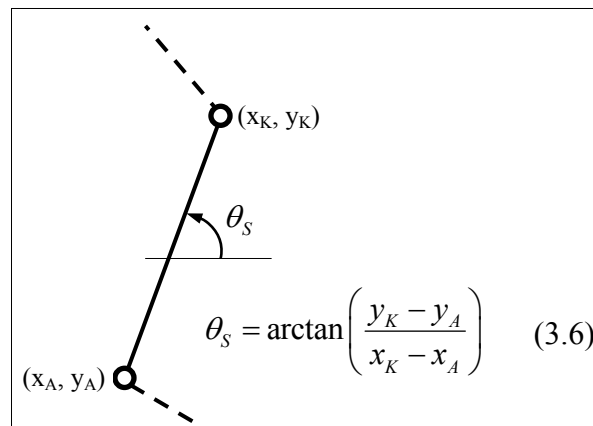


Figura 32. Exemple de càlcul de l'angle absolut de la cama.

La nomenclatura per anomenar les articulacions ha estat la següent: *A* pel turmell (*ankle* en anglès), *K* pel genoll (*knee*) i *H* pel maluc (*hip*). La velocitat i acceleració angulars s'han obtingut derivant numèricament. En determinats punts de l'algorisme (implementat amb MATLAB), així com també a l'hora de comparar les dades cinemàtiques amb la literatura existent, s'han utilitzat els angles relatius de les articulacions. A la següent figura s'observa com s'han calculat aquests angles relatius en funció dels absoluts.

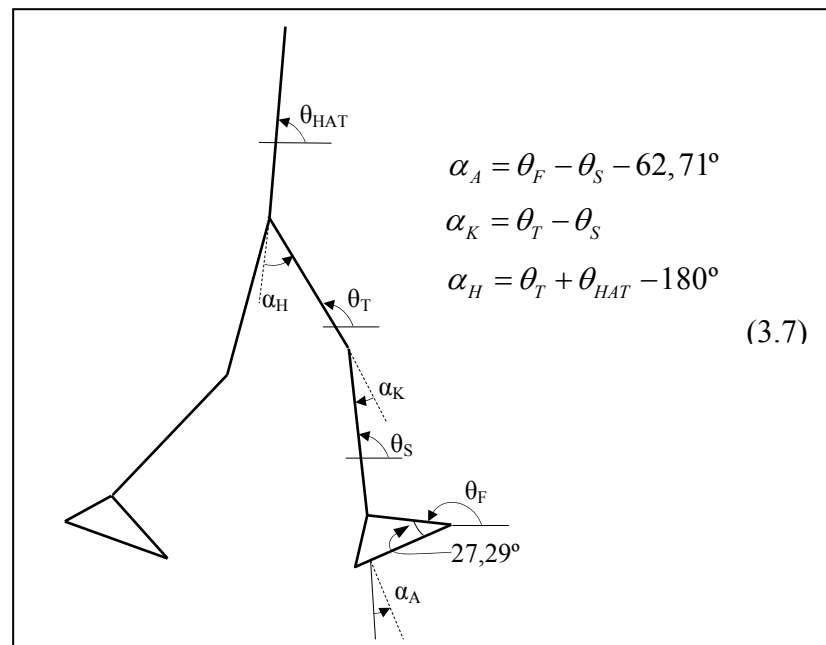


Figura 33. Representació esquemàtica dels angles relatius de les articulacions d'una banda del model.

Cal fer esment que l'angle absolut del peu que s'ha calculat és l'angle que va del turmell als dits del peu. L'angle relatiu del turmell a la literatura és calculat com l'angle entre la cama i la perpendicular a la planta del peu, és per aquesta raó que a l'angle del peu se li han afegit els 27,29°.

Les dades cinemàtiques obtingudes mitjançant el sistema òptic no mantenen la distància dels segments corporals constants. Tant el moviment de la pell com el de la roba modifiquen subtilment la posició relativa del marcador respecte de l'os. Aquest fet comporta que s'hagin de convertir les dades que es tenen de manera que representin una

cinemàtica consistent, és a dir, que les llargades dels segments corporals es mantinguin constants. El mètode que s'ha seguit és el següent:

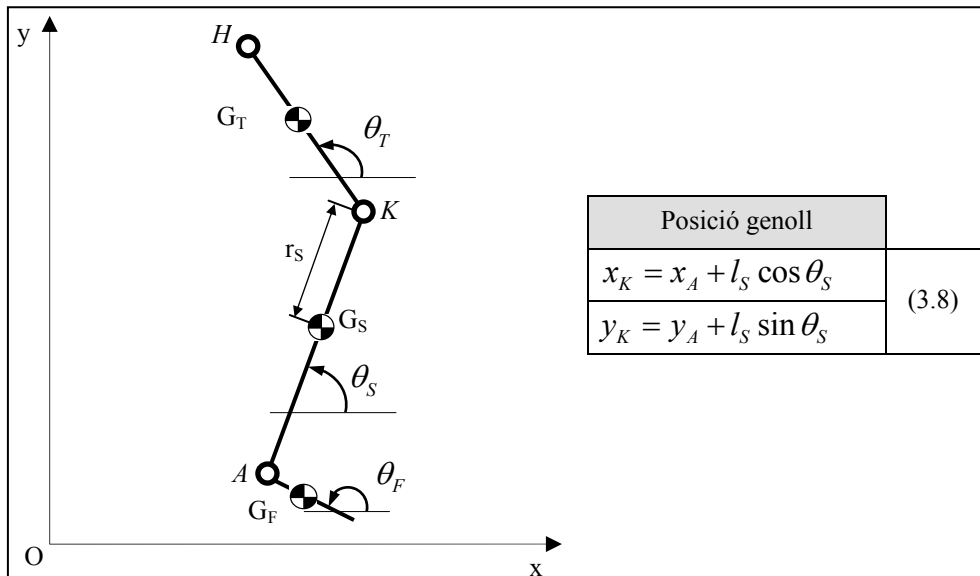
- Es calculen els angles absoluts dels segments amb les dades dels marcadors que es tenen.
- Llavors es calcula la llargada dels 7 segments corporals, excepte els peus. Cadascuna s'aproxima a la mitjana de la distància entre les articulacions, o extrems que l'acoten, durant tot el cicle de la marxa.

Segment	Llargada (cm)
Cama dreta	42,89
Cuixa dreta	49,90
Cama esquerra	43,17
Cuixa esquerra	49,13
HAT	51,01
Peu dret/esquerre*	27,82

*Taula 5. Llargada dels segments corporals.*

\*NOTA: Com que els marcadors del peu no estan a l'extrem dels dits del peu, per tal de representar la llargada dels peus s'ha utilitzat la fórmula de Winter [5], la qual aproxima la llargada del peu com un 15,2% de l'alçada del subjecte. Així doncs, en aquest cas la llargada dels peus és de 27,82 cm.

- Finalment, es recalculen totes les posicions dels extrems dels segments partint de la posició del turmell i dels angles i longituds anteriors (Figura 34).



*Figura 34. Exemple de càlcul de les posicions consistentes de les articulacions.*

Per recalculer cada punt de les articulacions o extrems dels segments es parteix del punt anterior de la cadena cinemàtica, començant pel turmell dret. Per exemple, per trobar la posició del genoll dret es parteix del turmell dret, per la posició del maluc es parteix del genoll dret, etc.

Per trobar la velocitat del turmell es deriva numèricament la seva posició, anàlogament per trobar l'acceleració del turmell. Per trobar les velocitats i acceleracions dels angles també es parteix de la derivada numèrica de la posició i la velocitat angular de l'angle respectivament.

Velocitat del genoll:

$$\begin{cases} \dot{x}_K = \dot{x}_A - l_S \dot{\theta}_S \sin \theta_S \\ \dot{y}_K = \dot{y}_A + l_S \dot{\theta}_S \cos \theta_S \end{cases} \quad (3.9)$$

Acceleració del genoll:

$$\begin{cases} \ddot{x}_K = \ddot{x}_A - l_S \dot{\theta}_S^2 \cos \theta_S - l_S \ddot{\theta}_S \sin \theta_S \\ \ddot{y}_K = \ddot{y}_A - l_S \dot{\theta}_S^2 \sin \theta_S + l_S \ddot{\theta}_S \cos \theta_S \end{cases} \quad (3.10)$$

Es procedeix amb aquest mètode fins a obtenir totes les posicions, velocitats i acceleracions consistents de les articulacions o extrems dels segments del model biomecànic.

Posteriorment, s'haurà d'aplicar la dinàmica inversa mitjançant la qual es troben les forces i els moments a les articulacions utilitzant el Teorema de la Quantitat de Moviment (TQM) i el Teorema del Moment Cinètic (TMC). És necessari doncs conèixer l'acceleració del centre d'inèrcia de tots els segments. Aquesta acceleració també s'ha calculat mitjançant la cinemàtica de sòlid rígid. Per exemple, a la cama:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{G_S} = \ddot{x}_A - r_S \dot{\theta}_S^2 \cos \theta_S - r_S \ddot{\theta}_S \sin \theta_S \\ \ddot{y}_{G_S} = \ddot{y}_A - r_S \dot{\theta}_S^2 \sin \theta_S + r_S \ddot{\theta}_S \cos \theta_S \end{cases} \quad (3.11)$$

on  $r_{\text{cama}}$  és la distància entre el centre d'inèrcia de la cama i l'articulació proximal, és a dir, el genoll, tal com es mostra a la Figura 34. Així es continua pels 7 segments.

Per acabar amb la cinemàtica, falta calcular l'angle d'orientació de la línia d'acció dels músculs. Aquesta dada es necessitarà a l'hora de resoldre el problema del repartiment muscular (Secció 4).

S'han fet les següents hipòtesis:

- Es suposa que la línia d'acció dels músculs és recta, és a dir, la direcció del tendó al punt d'origen i al punt d'inserció és la mateixa. Les corbes produïdes pel contacte amb la pell i les articulacions són negligibles.
- Cada múscul té un únic punt d'origen i un únic punt d'inserció.
- Els músculs monoarticulars es representen amb un triangle. Aquest està format pel punt on es troba l'articulació on actua, el punt d'origen i el punt d'inserció del múscul.
- Els músculs biarticulars es representen amb un quadrilàter. Aquest està format pels dos punts on es troben les articulacions on actua, el punt d'origen i el punt d'inserció del múscul.

A continuació es pot veure la modelització del tibial anterior (monoarticular) i del recte femoral (biarticular). El sistema format pel punt d'origen i el punt d'inserció del múscul junt amb el punt de l'articulació (o les dues articulacions) on actua forma un triangle o un quadrilàter, segons si el múscul és monoarticular o biarticular (Figura 35). Aquesta modelització es basa en la utilitzada en els estudis de Zheng et al. [39].

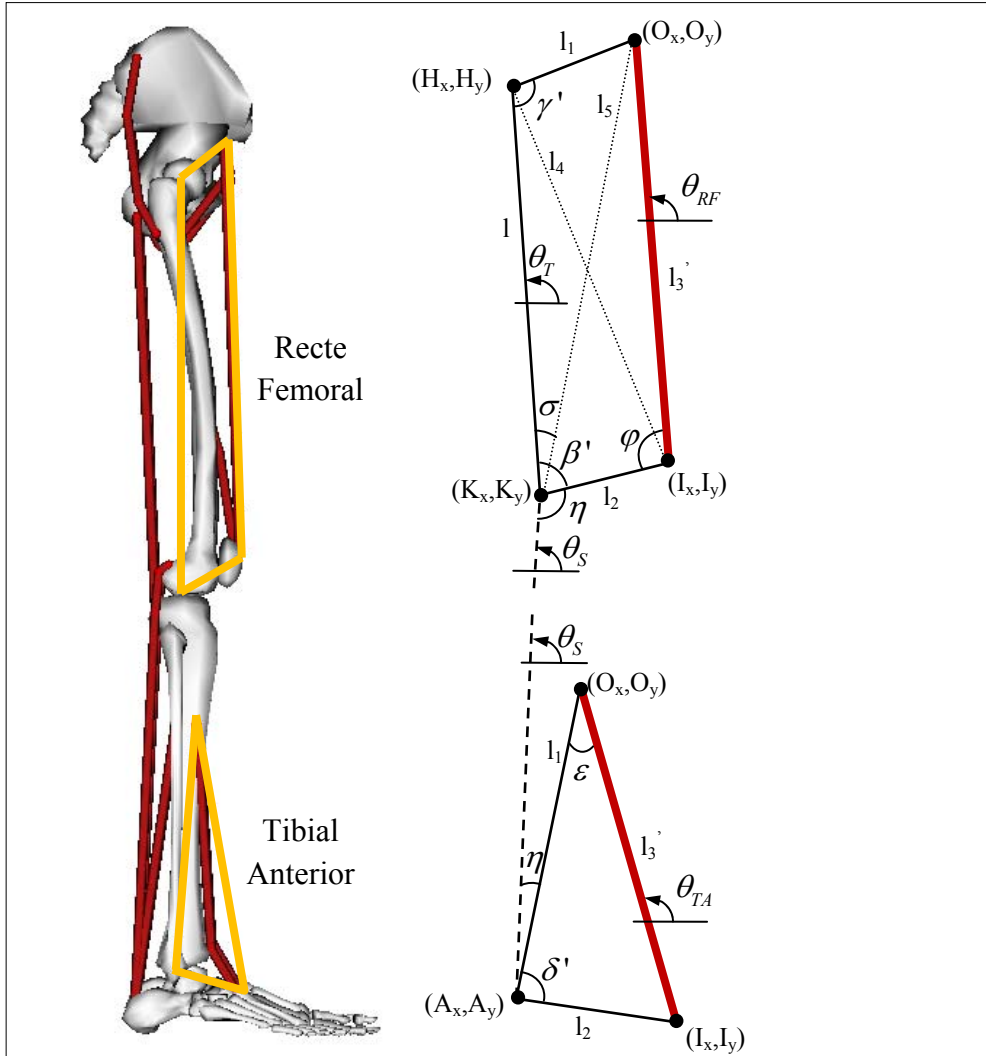


Figura 35. Exemple de modelització geomètrica dels músculs Tibial Anterior (monoarticular) i Recte Femoral (biarticular).

On  $\theta_{TA}$  i  $\theta_{RF}$  són els angles absoluts de la recta d'acció dels músculs tibial anterior i recte femoral, respectivament. Seguidament, es mostren les relacions entre variables per tal de trobar els angles absoluts dels músculs:  $\theta_{TA}$  i  $\theta_{RF}$ .

Per  $\theta_{TA}$ :<sup>1</sup>

$$\eta = \arctg\left(\frac{O_x}{O_y}\right) \text{ (on } \eta \text{ és constant)} \quad (3.12)$$

<sup>1</sup> Les posicions dels punts d'origen  $(O_x, O_y)$  i del punt d'inserció  $(I_x, I_y)$  són relatives al turmell:  $(A_x, A_y) = (0, 0)$ .

Les longituds entre punts són:

$$l_1 = \sqrt{(O_X - A_X)^2 + (O_Y - A_Y)^2} \quad (3.13)$$

$$l_2 = \sqrt{(I_X - A_X)^2 + (I_Y - A_Y)^2} \quad (3.14)$$

$$l_3 = \sqrt{(O_X - I_X)^2 + (O_Y - I_Y)^2} \quad (3.15)$$

L'angle entre els segments que van de l'articulació al punt d'origen del múscul i entre l'articulació i el punt d'inserció és:

$$\delta = \arccos\left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - l_3^2}{2l_1l_2}\right) \quad (3.16)$$

Aquest no és constant, per tant, operant es troba:

$$\delta' = \delta + \theta_S - \theta_F + 90^\circ - 19,3^\circ \quad (3.17)$$

La longitud del múscul és variable i igual a:

$$l_3' = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cdot \cos(\delta')} \quad (3.18)$$

L'angle entre el segment  $l_1$  i el múscul ( $l_3'$ ) és:

$$\varepsilon' = \arccos\left(\frac{l_3'^2 + l_1^2 - l_2^2}{2l_3'l_1}\right) \quad (3.19)$$

I finalment l'angle del múscul Tibial Anterior és:

$$\theta_{TA} = \theta_F + \eta - \varepsilon' \quad (3.20)$$

Per  $\theta_{RF}$ :<sup>2</sup>

$$\eta = \arctg\left(-\frac{I_X}{I_Y}\right) \text{ (on } \eta \text{ és constant)} \quad (3.21)$$

Les longituds entre punts són:

$$l_1 = \sqrt{(O_X - H_X)^2 + (O_Y - H_Y)^2} \quad (3.22)$$

$$l_2 = \sqrt{(I_X - K_X)^2 + (I_Y - K_Y)^2} \quad (3.23)$$

$$l_3 = \sqrt{(O_X - I_X)^2 + (O_Y - I_Y)^2} \quad (3.24)$$

$$l_4 = \sqrt{(I_X - H_X)^2 + (I_Y - H_Y)^2} \quad (3.25)$$

<sup>2</sup> Les posicions dels punts d'origen ( $O_X, O_Y$ ), del punt d'inserció ( $I_X, I_Y$ ) i del maluc ( $H_X, H_Y$ ) són relatives al genoll: ( $K_X, K_Y$ )=(0,0).

$$l_5 = \sqrt{(O_X - K_X)^2 + (O_Y - K_Y)^2} \quad (3.26)$$

$$l = \sqrt{(H_X - K_X)^2 + (H_Y - K_Y)^2} \quad (3.27)$$

L'angle entre la cama i el segment comprès entre el genoll i el punt d'inserció del múscul és:

$$\beta = \arccos\left(\frac{l^2 + l_2^2 - l_4^2}{2ll_2}\right) \quad (3.28)$$

L'angle entre la cuixa i el segment comprès entre el maluc i el punt d'origen del múscul és:

$$\gamma = \arccos\left(\frac{l^2 + l_1^2 - l_5^2}{2ll_1}\right)$$

Els angles  $\beta$  i  $\gamma$  no són constants, per tant, operant es troba:

$$\beta' = \beta - \theta_s + \theta_T \quad (3.29)$$

$$\gamma' = \gamma - \theta_T + \frac{\pi}{2} \quad (3.30)$$

Les longituds que formen les diagonals del quadrilàter es calculen com:

$$l_4' = \sqrt{l^2 + l_2^2 - 2ll_2 \cos(\beta')} \quad (3.30)$$

$$l_5' = \sqrt{l^2 + l_1^2 - 2ll_1 \cos(\gamma')} \quad (3.31)$$

L'angle entre el segment  $l_4'$  i la cuixa ( $l$ ) és:

$$\sigma = \arccos\left(\frac{l_5'^2 + l^2 - l_1^2}{2l_5'l}\right) \quad (3.32)$$

La longitud del múscul és variable i igual a:

$$l_3' = \sqrt{l_5'^2 + l_2^2 - 2l_5'l_2 \cos(\beta' - \sigma)} \quad (3.33)$$

L'angle entre el segment  $l_2$  i el múscul  $l_3'$  és:

$$\varphi = \arccos\left(\frac{l_3'^2 + l_2^2 - l_5'^2}{2l_3'l_2}\right) \quad (3.34)$$

I finalment l'angle del múscul recte femoral és:

$$\theta_{RF} = \theta_s - \varphi + \eta \quad (3.35)$$

Per la resta de músculs es segueix la mateixa metodologia de càlcul.

Fins aquí s'han descrit els mètodes de càlcul de totes les variables cinemàtiques útils en aquest projecte, a continuació es procedeix amb l'anàlisi dinàmica.

### 3.4. Anàlisi dinàmica

Les dades dinàmiques que es tenen de la captura al laboratori procedeixen de les plaques de força (Secció 3.2.2). D'aquestes se n'obté la resultant de les forces de contacte entre el peu i el terra (3 components), i el moment resultant (3 components) d'aquestes forces respecte del centre de la placa.

D'aquestes 6 components només s'utilitzen les components de força del pla sagital ( $F_{x,p}$  i  $F_{y,p}$ ) i el moment perpendicular al pla sagital ( $M_{z,p}$ ). En primer lloc, per eliminar el soroll en les mesures es filtren aquestes 3 components de cada placa amb un filtre de Butterworth de segon ordre amb una freqüència de tall de 5Hz.

El moment que donen les plaques és el que aplica la força de reacció amb el terra al punt mig de la placa. Si es coneix el punt de referència  $(x, y, z)=(0, 0, 0)$  del sistema òptic es pot calcular el centre de pressions (CdP) de la següent forma (veure Figura 36):

$$d_{CdP} = L_{mp} + d_c \quad (3.36)$$

on  $L_{mp}$  és la meitat de la longitud de la placa (24,13 cm),  $d_c$  és la distància entre el centre de la placa i el CdP, es calcula com el quocient entre el moment transversal ( $M_{z,p}$ ) i la força vertical ( $F_{y,p}$ ) de la placa de força.  $d_{CdP}$  és la distància entre l'origen del sistema òptic i el CdP. L'alçada del centre de pressions es considera nul·la (sobre la placa). El procediment per trobar el centre de pressions de la segona placa és molt semblant, amb les mides corresponents.

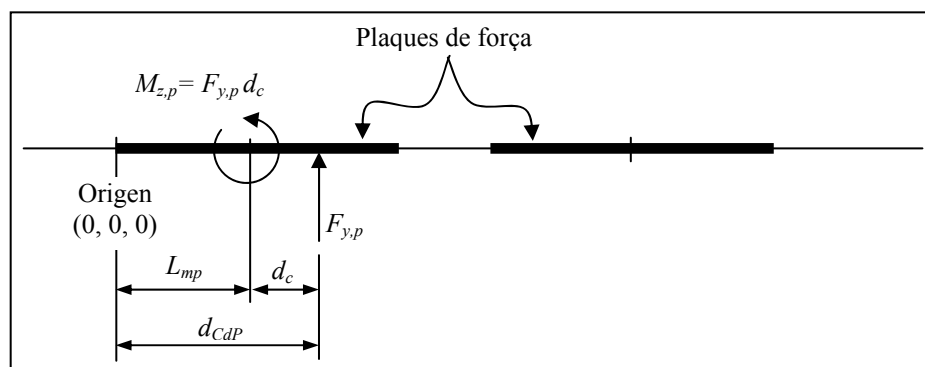


Figura 36. Dibuix esquemàtic per al càlcul del punt del centre de pressions (CdP).

Un cop es coneixen aquestes dades es pot aplicar la dinàmica inversa. S'aplica el TQM (3.36) i el TMC (3.37) a cada segment del model biomecànic.

$$\sum \mathbf{F}_{ext} = m\mathbf{a}_G \quad (\text{TQM}) \quad (3.37)$$

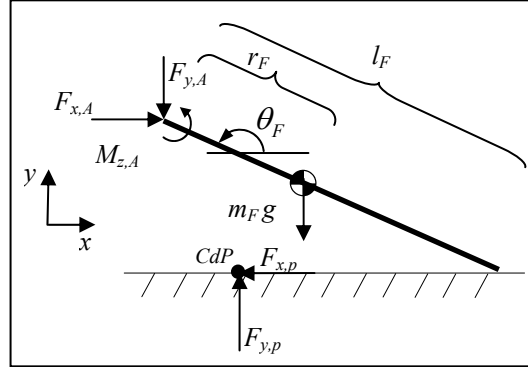
$$\sum \mathbf{M}_{ext}(G) = \dot{\mathbf{G}}\mathbf{K} \quad (\text{TMC}) \quad (3.38)$$

Es comença al turmell i s'acaba al maluc, tant de la banda dreta com de l'esquerra. Seguidament es mostra l'exemple de càlcul pel peu dret. A la Figura 37 es mostra l'esquema de forces i moments.

$$F_{x,A} - F_{x,p} = m_F \ddot{x}_{G_F} \quad (3.39)$$

$$F_{y,p} - F_{y,A} - m_F g = m_F \ddot{y}_{G_F} \quad (3.40)$$

$$M_{z,A} - F_{y,A} r_F \cos \theta_F - F_{x,A} r_A \sin \theta_F - F_{y,p} (x_{G_F} - x_{CdP}) - F_{x,p} (y_{G_F} - 0) = I(G_F) \ddot{\theta}_F \quad (3.41)$$



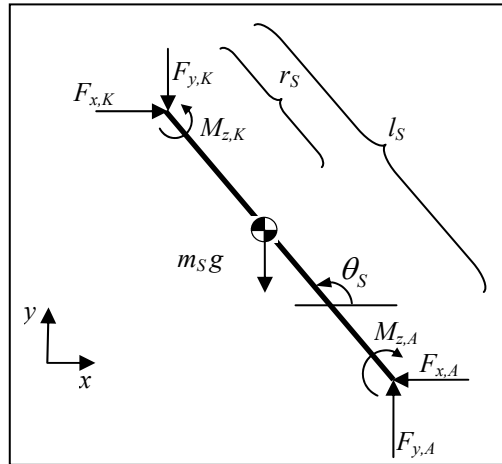
**Figura 37.** Esquema representatiu de l'aplicació de les forces i moments al peu.

Les equacions corresponents a la cama dreta són les que es mostren a continuació. L'esquema de forces que intervenen a la cama dreta es pot observar a la Figura 38.

$$F_{x,K} - F_{x,A} = m_S \ddot{x}_{G_S} \quad (3.42)$$

$$F_{y,A} - F_{y,K} - m_S g = m_S \ddot{y}_{G_S} \quad (3.43)$$

$$M_{z,K} - M_{z,A} - F_{y,K} r_S \cos \theta_S - F_{x,K} r_S \sin \theta_S - F_{y,A} (l_S - r_S) \cos \theta_S - F_{x,A} (l_S - r_S) \sin \theta_S = I(G_S) \ddot{\theta}_S \quad (3.44)$$



**Figura 38.** Esquema representatiu de l'aplicació de les forces i moments a la cama.

Les equacions corresponents a la cuixa dreta són les que es mostren a continuació. L'esquema de forces que intervenen a la cuixa dreta es pot observar a la Figura 39.

$$F_{x,H} - F_{x,K} = m_T \ddot{x}_{G_T} \quad (3.45)$$

$$F_{y,K} - F_{y,H} - m_T g = m_T \ddot{y}_{G_T} \quad (3.46)$$



$$M_{z,H} - M_{z,K} - F_{y,H} r_T \cos \theta_T - F_{x,H} r_T \sin \theta_T - \\ - F_{y,K} (l_T - r_T) \cos \theta_T - F_{x,K} (l_T - r_T) \sin \theta_T = I(G_T) \ddot{\theta}_T \quad (3.47)$$

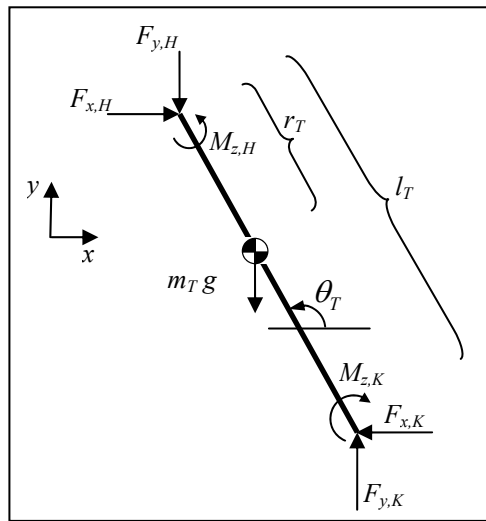


Figura 39. Esquema representatiu de l'aplicació de les forces i moments a la cuixa.

El càlcul de la dinàmica de la cama esquerra es realitza de la mateixa manera partint de la força de reacció de la cama esquerra. El que es pretén fer és calcular totes les forces i moments resultants a les articulacions, partint de la cinemàtica coneguda i de les forces de contacte peu-terra mesurades amb les plaques de força. En total es tenen 18 incògnites i 18 equacions. Per tractar el problema més fàcilment es construeix una matriu 18x18 ( $\mathbf{A}$ ) amb les relacions entre variables i es soluciona el següent sistema:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (3.48)$$

On  $\mathbf{x}$  és el vector de les 18 incògnites: dues forces i un moment per cada articulació.  $\mathbf{b}$  és el vector que conté els termes coneguts, que són: la derivada de la quantitat de moviment i del moment cinètic al centre d'inèrcia de cada segment, el pes de cada segment i la força de contacte peu-terra. Invertint la matriu  $\mathbf{A}$  s'obté:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b} \quad (3.49)$$



#### 4. Problema del repartiment muscular

Un cop coneguda la cinemàtica i la dinàmica a nivell d'articulacions es pot estimar la força amb què actuen els músculs a cada instant de temps resolent un problema d'optimització (problema del repartiment muscular). A la Secció 2.3. s'han introduït estudis de varis autors que el tracten. Aquest problema es resol mitjançant la minimització d'una funció de cost a cada instant de temps (optimització estàtica) subjecta a unes restriccions. En aquest estudi, s'ha analitzat només per a una cama en el cicle complet de la marxa, considerant que la cama contrària realitza el mateix moviment desplaçat mig cicle.

No hi ha un acord entre els autors que investiguen sobre el tema en quina és la millor funció de cost a minimitzar, és a dir, quin és el paràmetre que el cos humà minimitza (força muscular, tensió, cost energètic...) mentre aquest camina. En aquest estudi s'han provat fins a 10 funcions de cost, que es basen en la suma de diferents paràmetres: força muscular, el seu valor quadràtic o al cub, la tensió muscular també amb el seu valor quadràtic o al cub, el valor de l'activació muscular amb el seu valor quadràtic o al cub i s'ha provat una funció que no s'ha trobat a la literatura. Aquesta és la suma de forces d'enllaç entre ossos (*bone-to-bone*) i entre ossos i lligaments a les articulacions. S'ha cregut convenient ja que molta força entre ossos podria fer malbé els cartílags i l'articulació en general, produint dolor articular (artràlgia).

Les funcions objectiu o de cost que s'estudien són:

$J = \sum_{i=1}^8 f_i^m$	(4.1)
$J = \sum_{i=1}^8 (f_i^m)^2$	(4.2)
$J = \sum_{i=1}^8 (f_i^m)^3$	(4.3)
$J = \sum_{i=1}^8 \frac{f_i^m}{PCSA_i}$	(4.4)
$J = \sum_{i=1}^8 \left( \frac{f_i^m}{PCSA_i} \right)^2$	(4.5)
$J = \sum_{i=1}^8 \left( \frac{f_i^m}{PCSA_i} \right)^3$	(4.6)
$J = \sum_{i=1}^8 a_i$	(4.7)
$J = \sum_{i=1}^8 a_i^2$	(4.8)

$J = \sum_{i=1}^8 a_i^3$	(4.9)
$J = \sum_{k=1}^3 \left( F_{v,k} - \sum_{i=1}^8 f_{i,v}^k \right)^2 + \sum_{k=1}^3 \left( F_{h,k} - \sum_{i=1}^8 f_{i,h}^k \right)^2$	(4.10)

Taula 6. Funcions de cost utilitzades.

on  $F_{v,k}$  i  $F_{h,k}$  són les forces resultants a l'articulació  $k$  vertical i horitzontal respectivament,  $f_{i,v}^k$  i  $f_{i,h}^k$  són les forces vertical i horitzontal que aplica el múscul  $i$  a l'articulació  $k$ , essent  $k=3$  el nombre d'articulacions (turmell, genoll i maluc). Els valors de la  $PCSA_i$  (àrea de secció transversal del múscul) han estat calculats com en l'estudi d'Ackermann [9] que defineix:

$$PCSA_i = \frac{f_{\max_i}^m}{\sigma^m} \quad (4.11)$$

essent  $\sigma^m$  la tensió específica del múscul i l'aproxima a:  $\sigma^m = 0.25 \text{ MPa}$ . L'estudi de Scovil i Ronsky [40] mostra que el valor d'aquest paràmetre varia, segons diferents estudis biomecànics, entre 0.25 MPa i 0.95 MPa.

L'última funció (4.10) representa la suma quadràtica de forces d'enllaç a les articulacions (*bone-to-bone*), on s'utilitzen els angles absoluts dels músculs calculats a la Secció 3.3. L'expressió d'aquesta funció de cost, desenvolupada tenint en compte el conveni de signes seguit fins ara, queda tal com segueix:

$$\begin{aligned} J = & \left( F_{v,H} + f_{Ham} \sin \theta_{Ham} + f_{RF} \sin \theta_{RF} + f_{IL} \sin \theta_{IL} + f_{Glu} \sin \theta_{Glu} \right)^2 + \\ & + \left( F_{h,H} - f_{Ham} \cos \theta_{Ham} - f_{RF} \cos \theta_{RF} - f_{IL} \cos \theta_{IL} - f_{Glu} \sin \theta_{Glu} \right)^2 + \\ & + \left( F_{v,K} + f_{Gas} \sin \theta_{Gas} + f_{Ham} \sin \theta_{Ham} + f_{VS} \sin \theta_{VS} + f_{RF} \sin \theta_{RF} \right)^2 + \\ & + \left( F_{h,K} - f_{Gas} \cos \theta_{Gas} - f_{Ham} \cos \theta_{Ham} - f_{VS} \cos \theta_{VS} - f_{RF} \cos \theta_{RF} \right)^2 + \\ & + \left( F_{v,A} + f_{Gas} \sin \theta_{Gas} + f_{Sol} \sin \theta_{Sol} + f_{TA} \sin \theta_{TA} \right)^2 + \\ & + \left( F_{h,A} - f_{Gas} \sin \theta_{Gas} - f_{Sol} \sin \theta_{Sol} - f_{TA} \sin \theta_{TA} \right)^2 \end{aligned} \quad (4.12)$$

on  $\theta_{múscul_i}$  és l'angle absolut de la línia d'acció del múscul  $i$ . La notació és tal com segueix: *Ham*-Hamstrings (Isquiotibuals), *RF*-Recte Femoral, *IL*-Iliopsoes, *Glu*-Gluti, *Gas*-Gastrocnemi, *VS*-Vasts, *Sol*-Soli i *TA*-Tibial Anterior.

Les restriccions que s'imposen en la resolució del problema són els valors mínims i màxims de les activacions musculars (4.13-4.14), els valors mínims i màxims de la força muscular (4.15-4.16), la igualtat entre els valors dels moments aplicats per les forces musculars sobre les articulacions i els dels moments articulars trobats en l'aplicació de la dinàmica inversa (4.17). Pel que fa al primer conjunt de restriccions es tenen quatre grups d'inequacions:

$$a_i > 0 \quad (4.13)$$

$$a_i < 1 \quad (4.14)$$

$$f_i^m > 0 \quad (4.15)$$

$$f_i^m < f_{\max}^m \quad (4.16)$$

on els valors de  $f_{\max}^m$  s'han extret de Pedotti et al. [26] (Taula 7).

Múscul	$f_{\max}^m$ (N)
Iliopsoes ( <i>IL</i> )	3800
Recte Femoral ( <i>RF</i> )	1900
Gluti ( <i>Glu</i> )	6900
Isquiotibials ( <i>Ham</i> )	1900
Vasts ( <i>VS</i> )	4400
Gastrocnemi ( <i>Gas</i> )	3600
Tibial Anterior ( <i>TA</i> )	850
Soli ( <i>Sol</i> )	4100

Taula 7. Valors de la  $f_{\max}^m$  extrets de Pedotti et al. [26]

La força d'un múscul multiplicada pel seu braç de palanca a l'articulació on actua és el moment muscular a l'articulació. S'ha de complir que la suma de tots els moments musculars a una articulació tinguin el mateix efecte que el moment resultant a l'articulació trobat anteriorment (Secció 3.4). L'expressió dels moments a les 3 articulacions és la següent:

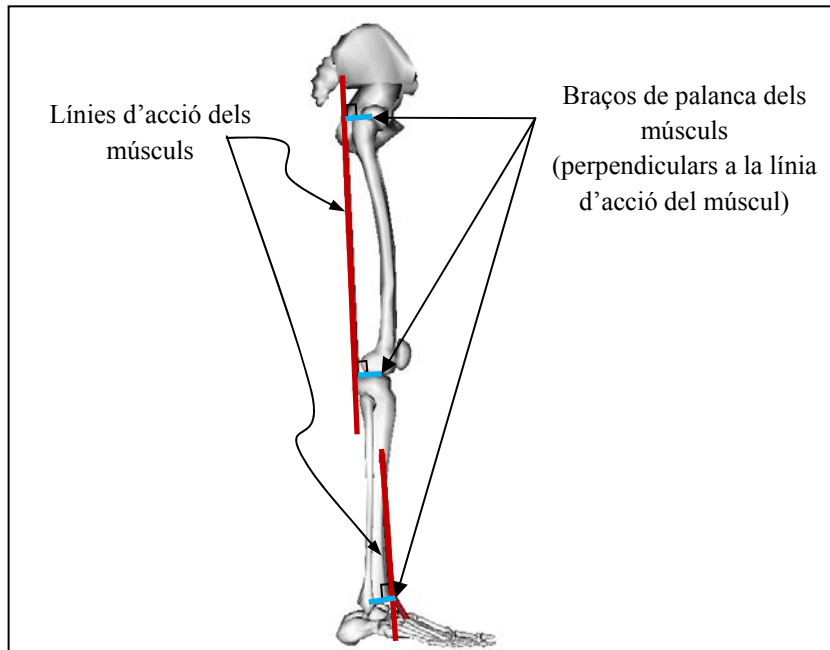
$$M_{art.k}(t) = \sum_i^8 f_i^m(t) d_{ik}(t) \quad i=1..8, k=1..3 \quad (4.17)$$

On  $d_{ik}$  és la distància entre la línia d'actuació del múscul  $i$  i l'articulació  $k$  on actua (Figura 40),  $i$  es coneix amb el nom de braç de palanca del múscul (*moment arm* en anglès). És funció de l'angle de l'articulació, aquest fet es veurà a la Secció 5.3. Aquests valors s'han extret de l'*OpenSim* al model creat per Delp et al. [18]. El problema d'optimització s'ha resolt mitjançant *MATLAB* on s'ha utilitzat la funció *fmincon*. Aquesta funció conté un algoritme d'optimització determinista basat en mètodes de gradient. Aquests mètodes no són capaços de distingir un mínim local d'un global, l'algoritme es para quan el gradient és nul, identificant el punt com un mínim. Aquest punt òptim que s'obté depèn de l'elecció del punt inicial de partida del problema. Per aquest motiu és molt important tenir unes bones condicions inicials.

En tots els problemes de minimització que s'han utilitzat, les condicions inicials que s'han establert són les següents:

$$\begin{aligned} f_{i,j}^{m,0} &= 1 \quad i = 1 \dots 8, \quad j = 1 \\ f_{i,j}^{m,0} &= f_{i,j-1}^m \quad i = 1 \dots 8, \quad j = 2 \dots n_{t_f} \end{aligned} \quad (4.18)$$

On  $f_{i,j}^{m,0}$  és la força inicial del múscul  $i$  a l'instant  $j$ ,  $f_{i,j}^m$  és la força òptima del múscul  $i$  a l'instant  $j$ ,  $n_{t_f}$  és l'últim instant del cicle de la marxa. És a dir, a l'instant inicial del cicle, la condició inicial per tal que l'algoritme arrenqui és que totes les forces musculars siguin 1N, i en els següents instants, el valor inicial de la força d'un múscul  $i$  serà l'òptim de l'instant just abans, que ha calculat l'algoritme.

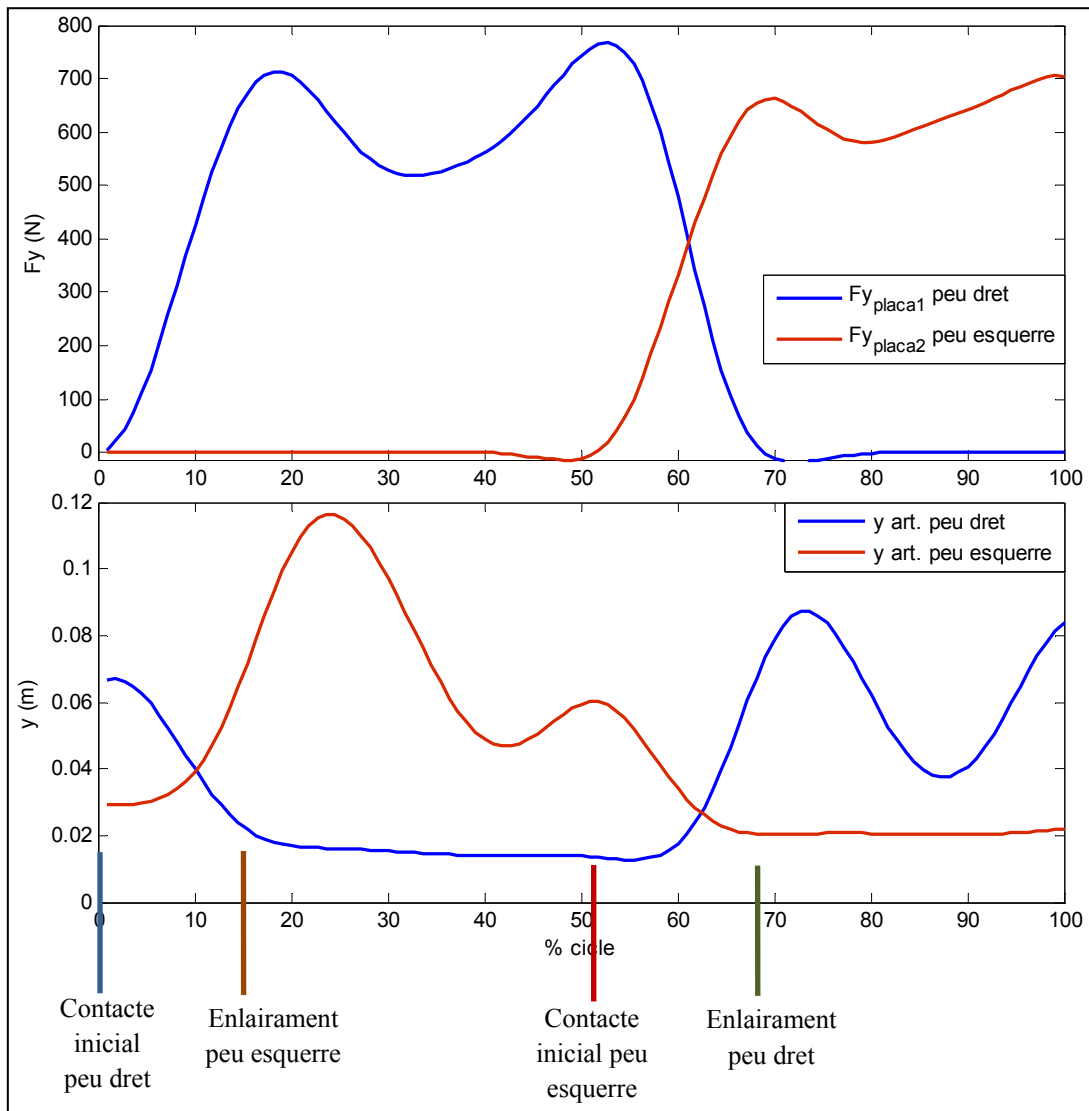


**Figura 40.** Representació dels braços de palanca corresponents al Tibial Anterior i als Isquiotibials.

## 5. Resultats i discussió

### 5.1. Esdeveniments característics de la marxa

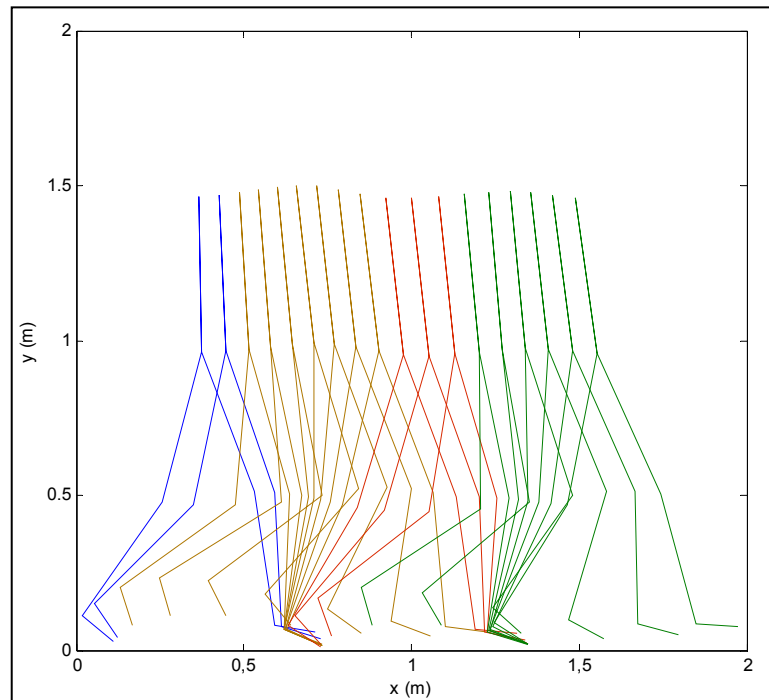
Mitjançant les dades cinemàtiques obtingudes amb el sistema de captura es poden identificar els esdeveniments característics de la marxa, tal com s'ha vist a la Figura 1. S'analitza la posició vertical de l'articulació dels dits dels peus i la força vertical de reacció amb el terra que dona la placa (Figura 41).



*Figura 41. Localització dels esdeveniments característics del cicle de la marxa humana.*

Els resultats són molt semblants als de la literatura (Figura 1). El primer recolzament bipodal dura el 15,45 % del cicle estudiat, l'oscil·lació de la cama esquerra el 36,37 %, el segon recolzament bipodal el 16,36 % i l'oscil·lació de la cama dreta el 31,82%. En general, els recolzaments bipodals duren una mica més que els exposats a la Figura 1, tot i així s'ha de tenir en compte que no tothom camina de la mateixa manera, l'edat i el

sexè són dos factors que varien el patró de la marxa, entre d'altres. A continuació s'observa l'evolució de la cadena cinemàtica.



**Figura 42.** *Evolució de la cadena cinemàtica al pla sagital. En blau primer recolzament bipodal, en marró oscil·lació cama esquerra, en vermell segon recolzament bipodal i en verd oscil·lació cama dreta.*



## 5.2. Resultats dels angles de les extremitats inferiors

Per realitzar el càlcul de la posició angular dels segments de les extremitats inferiors s'han utilitzat els angles absoluts, ja que així el càlcul geomètric és més senzill. Tot i així, aquí es presenten els angles relatius, d'aquesta manera es podran comparar més fàcilment amb els publicats a la literatura. Els resultats als turmells, genolls i maluc són tal com es mostren a la Figura 43. Es pot veure que els resultats de la cama esquerra són semblants als de la cama dreta però amb un decalatge del 50% del cicle de la marxa.

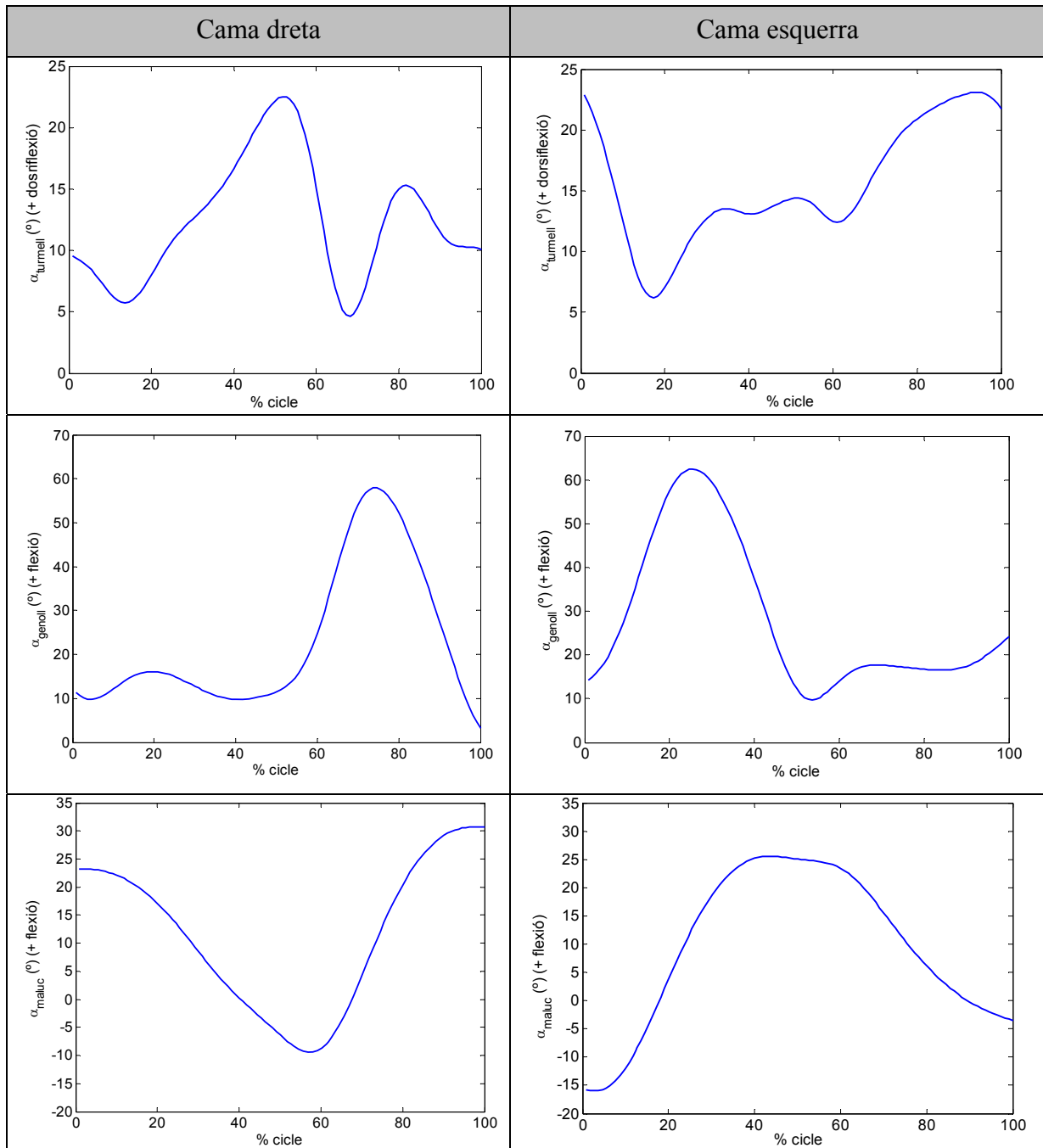


Figura 43. Angles relatius de les articulacions a la cama dreta i esquerra.

### 5.3. Braços de palanca dels músculs

Per tal d'obtenir els braços de palanca dels músculs en cada instant de temps s'han extret les dades de l'*OpenSim*. S'han agafat els braços de palanca en funció de l'angle relatiu de l'articulació on actuen. S'ha vist que pel cas dels músculs biarticulats, la variació de l'angle de l'articulació on no s'està calculant el braç de palanca gairebé no afecta al valor del braç de palanca. Per exemple, el braç de palanca del recte femoral al genoll no es veu afectat per l'angle del maluc, i a l'inrevés (Figura 44).

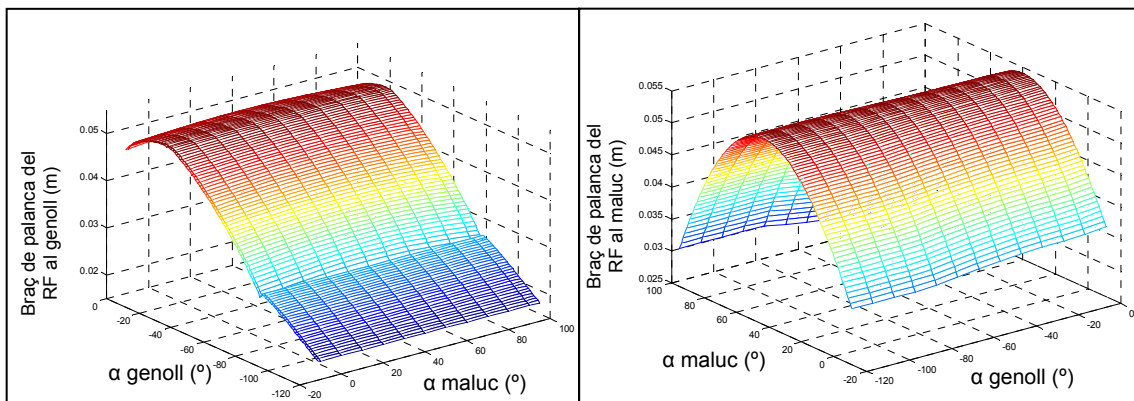
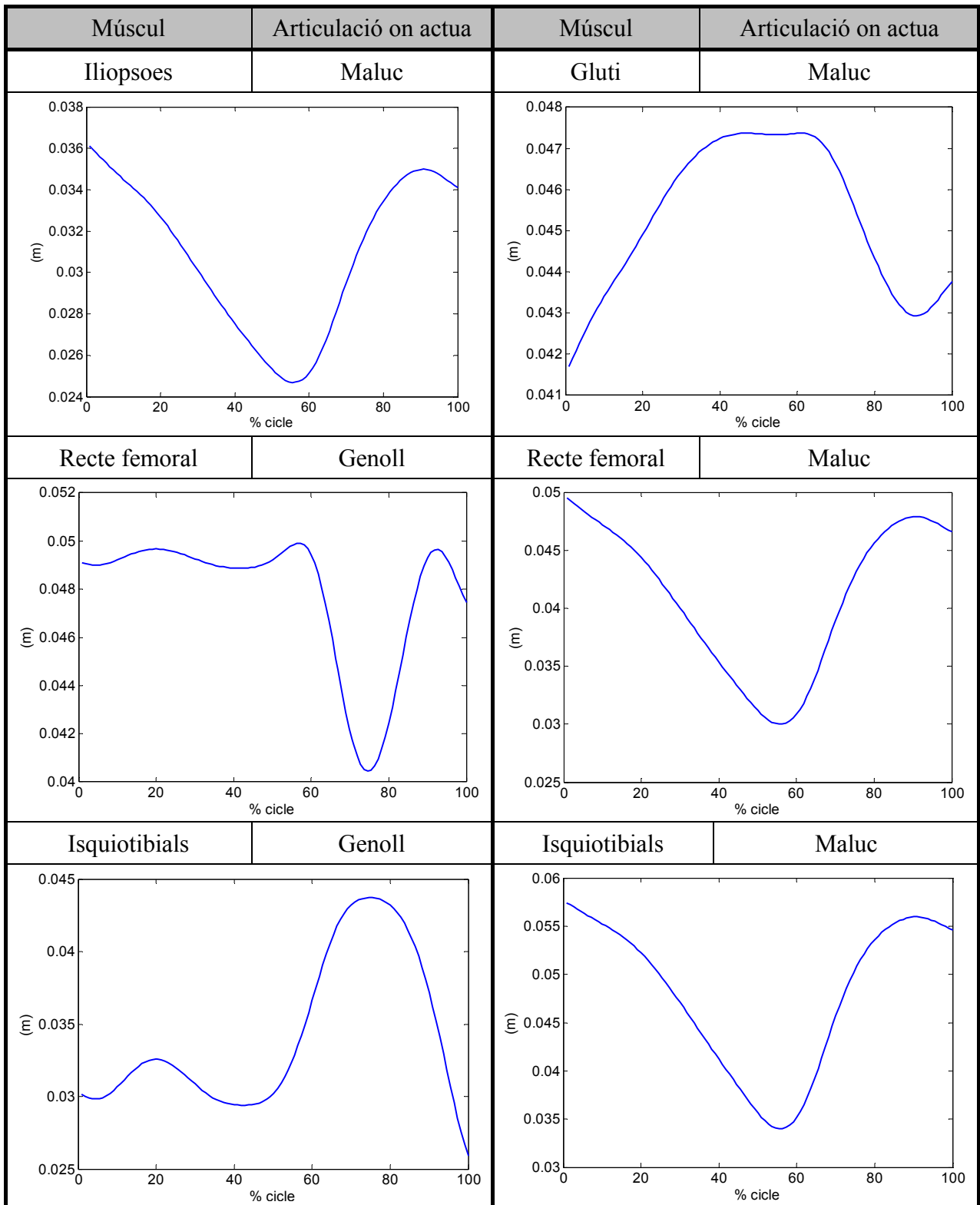
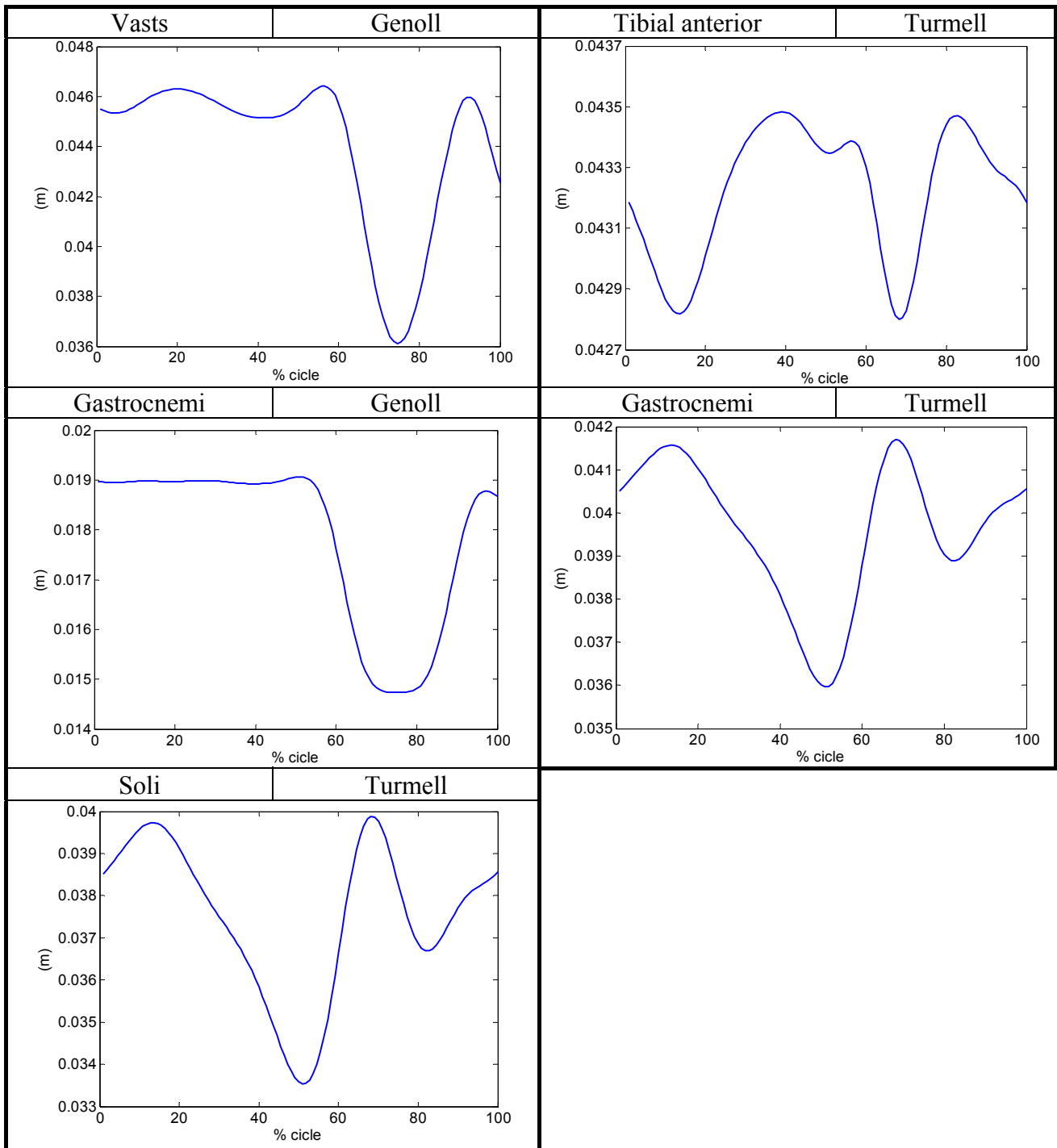


Figura 44. Braços de palanca del recte femoral al genoll i al maluc.

Del model de l'*OpenSim* creat per Delp et al. [18] per cada múscul i articulació s'extreu una matriu de 2 columnes amb l'angle relatiu de l'articulació i el braç de palanca que li correspon. El programa permet exportar fins a 100 dades, és a dir, que per a tot el rang en què es pot moure l'articulació el programa el divideix en 100 parts. Per tal de suavitzar l'evolució d'aquest paràmetre, s'ha aplicat un filtre de Butterworth amb freqüència de tall 5Hz. Només s'han extret les dades per a la cama dreta que és la que s'estudiarà.

Es compara l'angle relatiu d'aquella articulació en cada instant i s'assigna el braç de palanca que li pertoca (en m) (Figura 45). Pel que fa a la llargada de l'element contràctil i la seva velocitat també s'han extret del model de l'*OpenSim*. Aquestes dades s'utilitzen per calcular l'activació muscular  $a(t)$  (Secció 1.3.2).





*Figura 45. Evolució dels braços de palanca dels músculs*

#### **5.4. Posició angular dels músculs**

Els angles dels músculs mantenen una estreta relació amb els angles absoluts dels segments de les extremitats inferiors. És a dir, l'evolució dels angles absoluts dels músculs és funció del moviment angular de les extremitats inferiors  $\theta_{múscul_i} = f(\theta_A, \theta_K, \theta_H)$ , veure Secció 3.3. L'angle és definit positiu en sentit antihorari començant a l'horitzontal. A continuació, es presenta la posició angular (en °) dels 8 músculs que s'han analitzat.

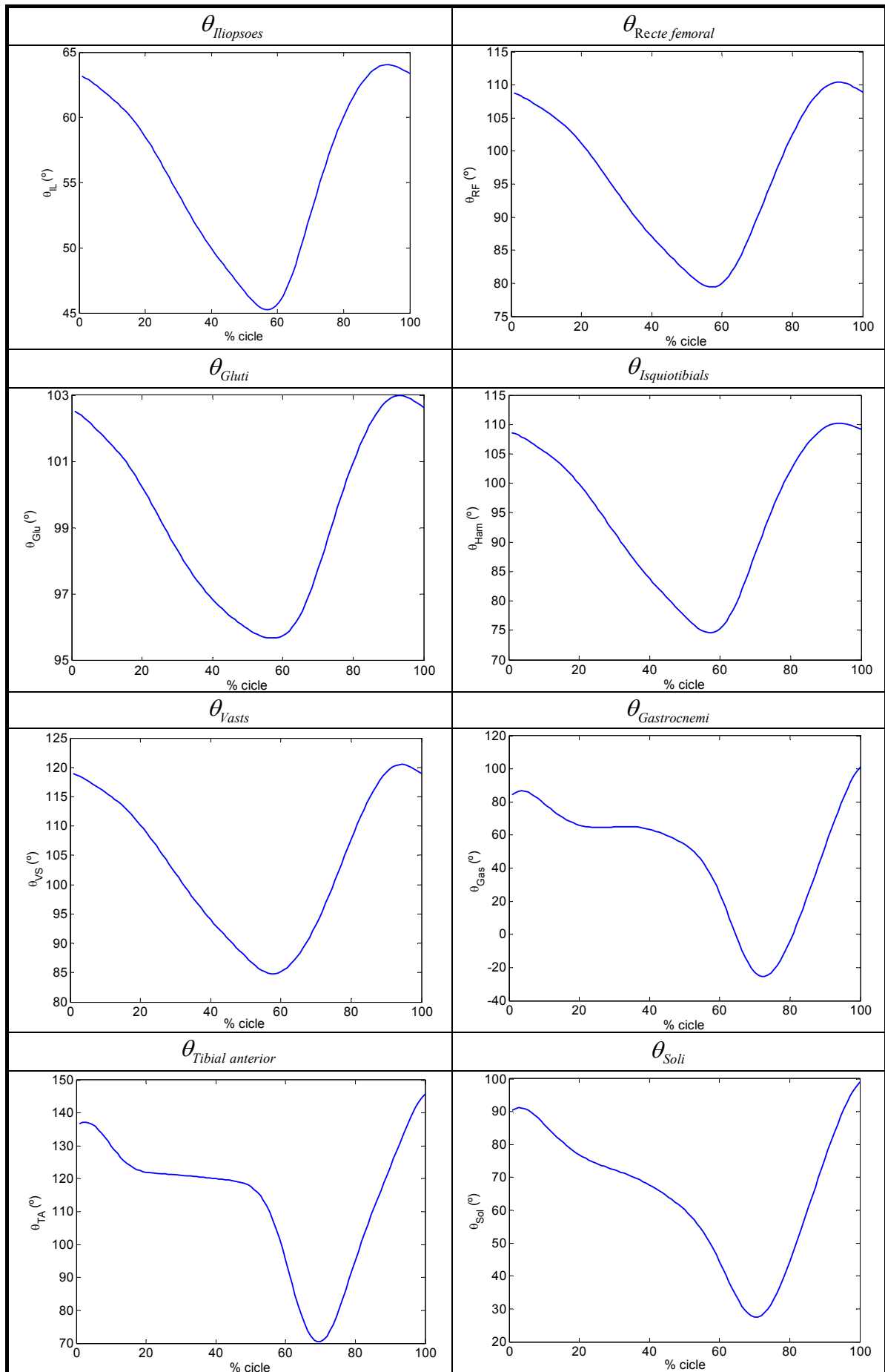


Figura 46. Angles absoluts dels músculs al llarg del cicle de la marxa

### 5.5. Resultats dinàmics a les articulacions

S'han calculat les forces i els moments resultants a les articulacions durant el cicle complet de la marxa humana en les dues cames per separat. És obvi que si es coneixen les forces i moments a cada maluc i el moviment del tronc, s'ha de complir el TQM i el TMC aplicat al centre d'inèrcia del tronc. Però la posició del centre d'inèrcia del conjunt *HAT* (*Head, Arms and Trunk*) no es coneix del cert i s'ha aproximat a una distància constant respecte del maluc. El moment d'inèrcia del sistema *HAT* també s'ha aproximat com a constant. Aquesta simplificació fa gairebé impossible comparar la dinàmica que prové de les dues cames ja que hi ha diferències bastant grans.

Aquesta simplificació, més els errors en estimar altres paràmetres antropomètrics i errors experimentals al fer la captura fan que la igualtat del TQM i del TMC al centre d'inèrcia del *HAT* no es compleixi. Com que es coneixen les forces i els moments que actuen al maluc, es coneix el pes i l'acceleració del *HAT* (Figura 47), es poden trobar les forces i els moments residuals al centre d'inèrcia del *HAT*.

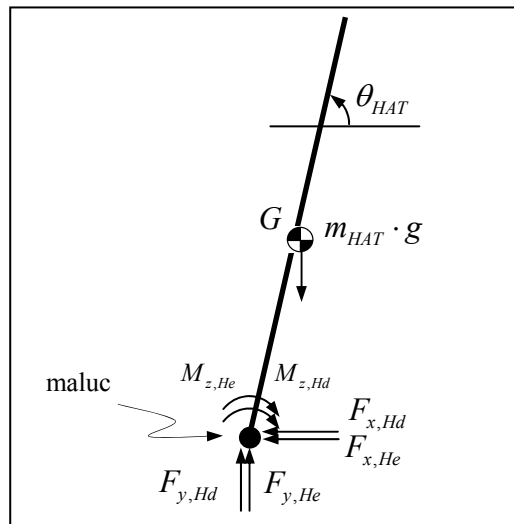


Figura 47. Esquema de les forces que actuen al tronc (sistema *HAT*).

$$F_{x,res} = F_{x,He} + F_{x,Hd} + m_{HAT} \ddot{x}_{G_{HAT}} \quad (5.1)$$

$$F_{y,res} = -F_{y,He} - F_{y,Hd} + m_{HAT} g + m_{HAT} \ddot{y}_{G_{HAT}} \quad (5.2)$$

$$M_{z,res} = -M_{z,Hd} - M_{z,He} - (F_{x,Hd} + F_{x,He}) r_{HAT} \sin \theta_{HAT} - (F_{y,He} + F_{y,Hd}) r_{HAT} \cos \theta_{HAT} + I(G_{HAT}) \ddot{\theta}_{HAT} \quad (5.3)$$

A la Figura 48 es mostren els gràfics de les dues forces residuals ( $F_{x,res}$ ,  $F_{y,res}$ ) i del moment residual al centre d'inèrcia del segment *HAT*. Cal mencionar que el primer 15,45% del cicle dels gràfics no té validesa ja que durant el primer recolzament bipodal no es tenen dades de la reacció de la cama esquerra amb el terra. La mitjana i la desviació estàndard d'aquests errors són els següents:

$\bar{F}_{x,res} = 4,95 \text{ N}$	$s_{F_{x,res}} = 25,98 \text{ N}$
$\bar{F}_{y,res} = 18,87 \text{ N}$	$s_{F_{y,res}} = 34,05 \text{ N}$
$\bar{F}_{y,res} = -25,91 \text{ Nm}$	$s_{F_{y,res}} = 14,28 \text{ Nm}$

Taula 8. Mitjanes i desviacions estàndards de les forces i moments residuals al maluc

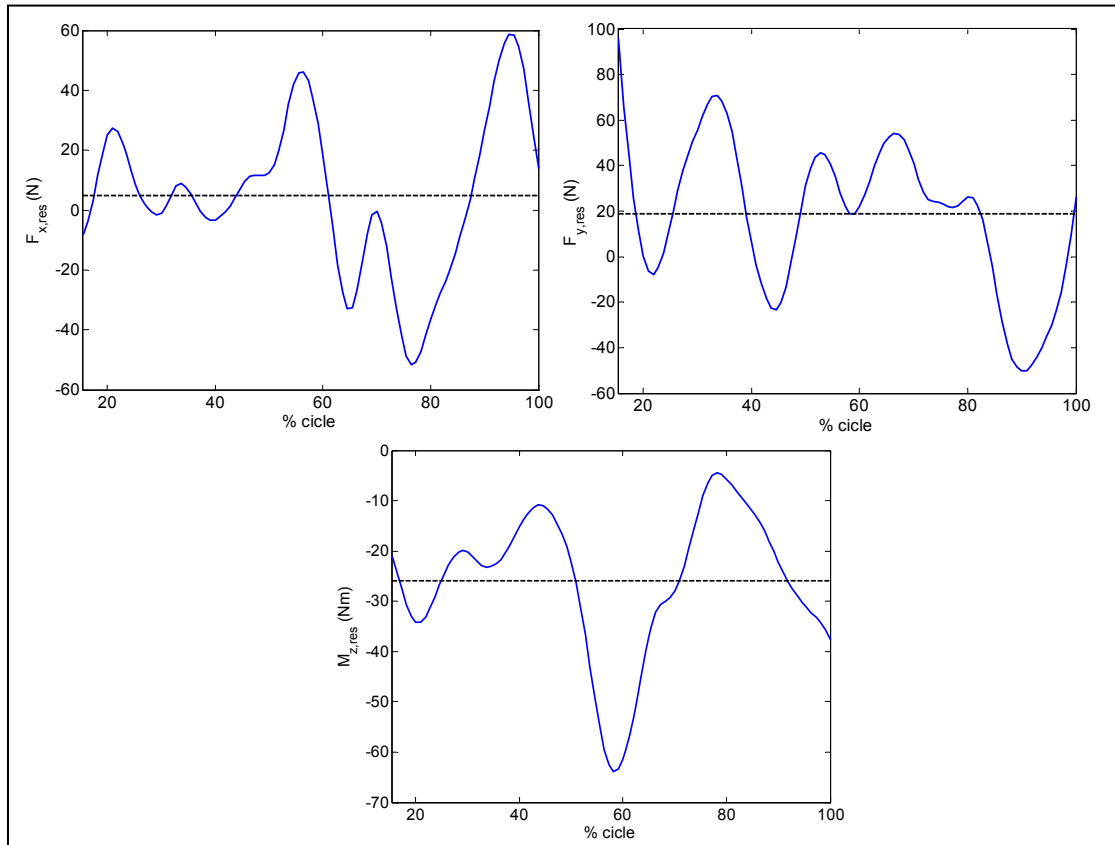


Figura 48. Gràfics de les forces i els moments residuals al centre d'inèrcia del segment HAT. En línia discontinua, la mitjana dels valors.

Les forces de reacció amb el terra per a cada cama un cop filtrades són tal com es representa a la Figura 49.

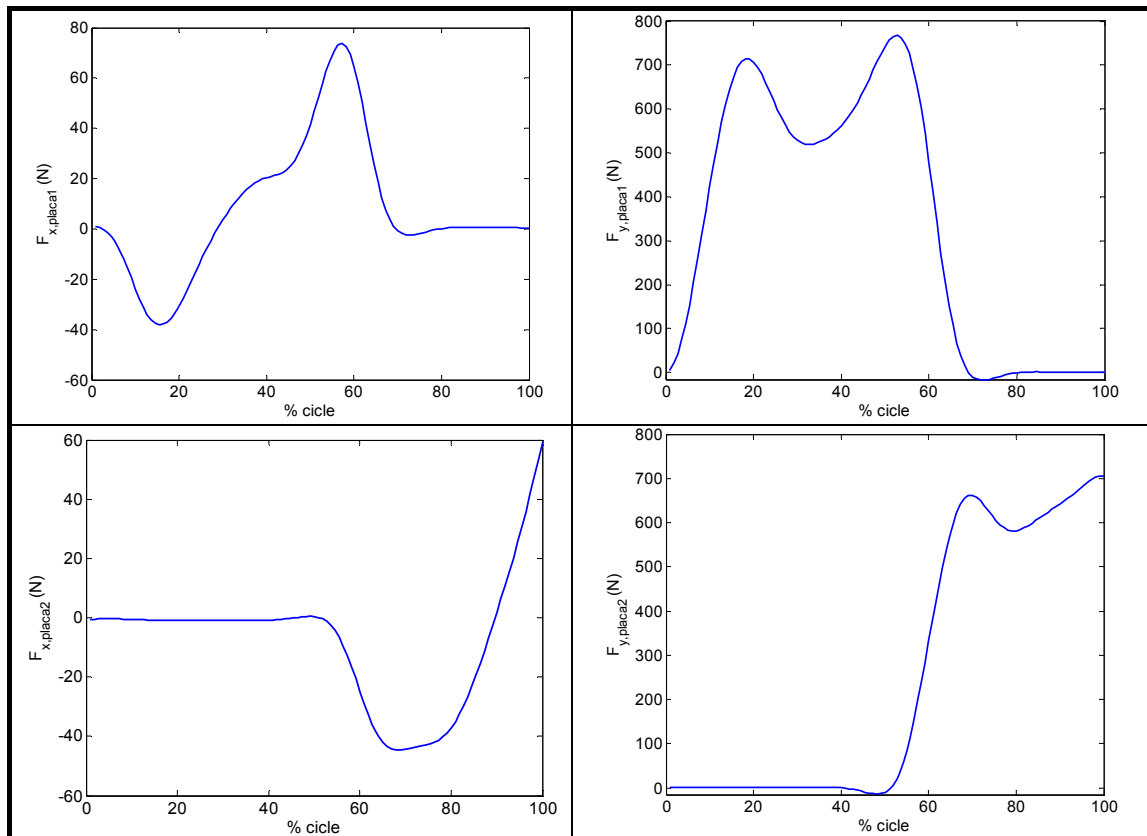
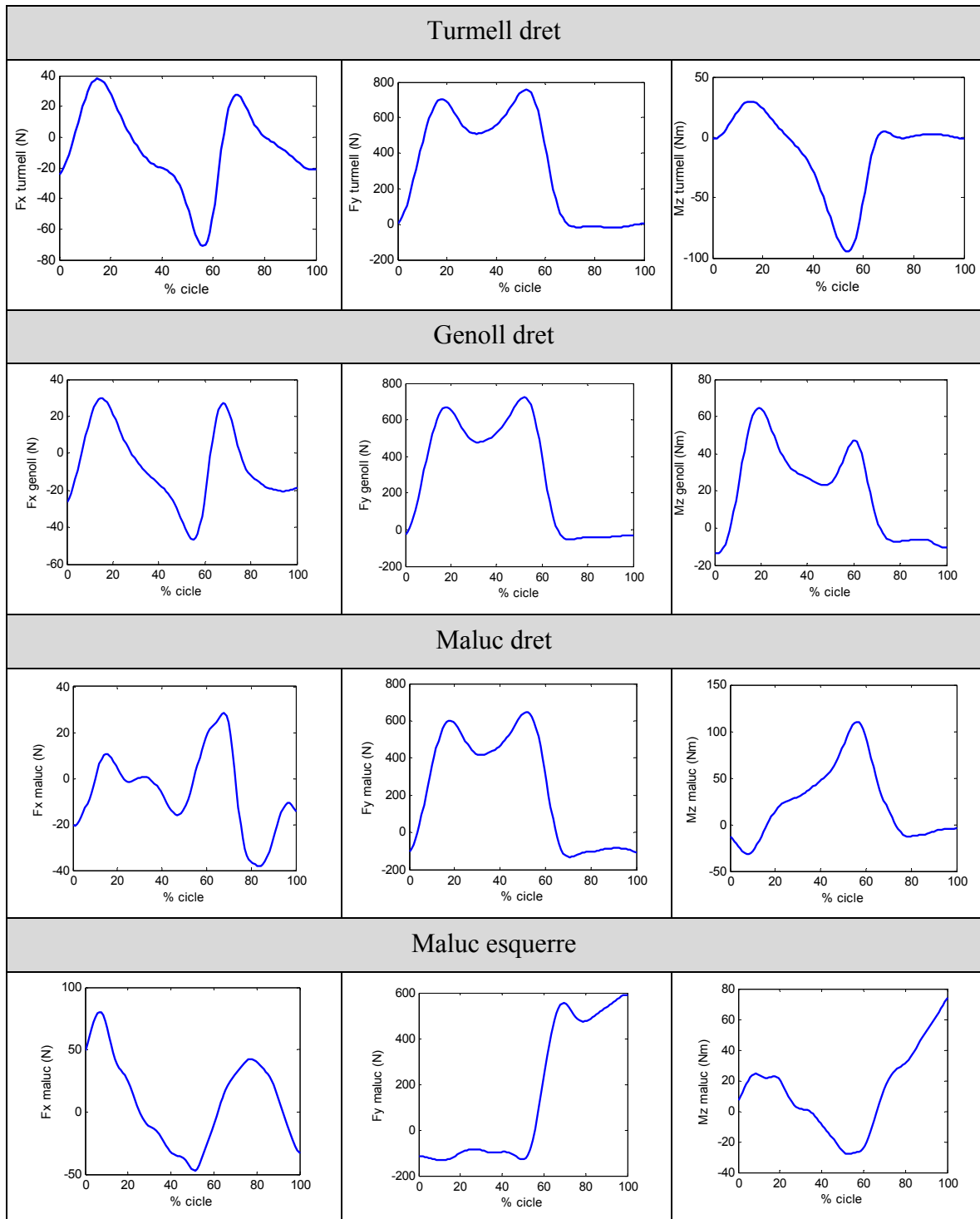


Figura 49. Forces de reacció amb el terra de la placa 1 (peu dret) i la placa 2 (peu esquerre)

La força en la direcció d'avanç de la marxa ( $F_x$ ) reflecteix el fet que primer el cos es frena (al tocar al terra) i després s'accelera, essent la  $F_x$  positiva. Pel que fa a la  $F_y$ , quan el subjecte passa per sobre la placa, la força de reacció amb el terra està al voltant del valor del seu pes.

Resolent el sistema de 18 equacions amb 18 incògnites de l'equació 3.48, s'obtenen els resultats que es mostren a la Figura 50. Els valors positius de les forces i moments articulars es defineixen segons el criteri establert a les Figures 37, 38 i 49.





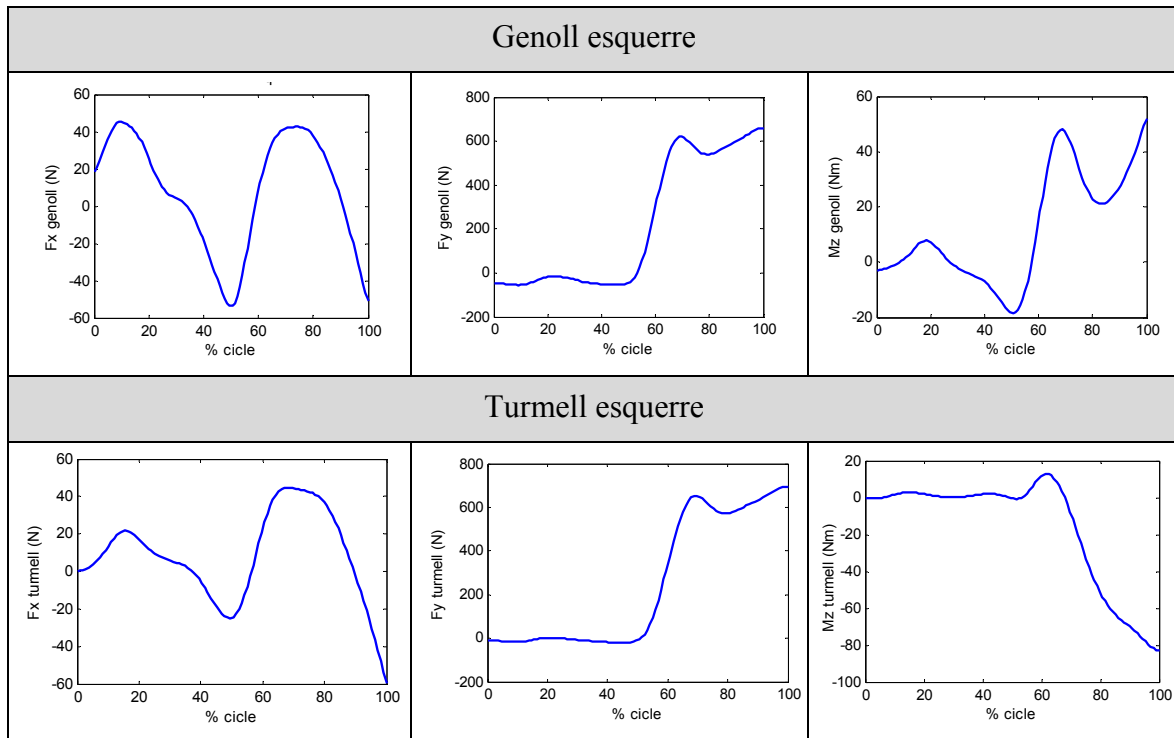


Figura 50. Dinàmica (força horitzontal, força vertical i moment) a totes les articulacions

## 5.6. Resultats dinàmics als músculs

Per últim, partint de la informació de la dinàmica a les articulacions es pot resoldre el problema del repartiment muscular enunciat a la Secció 4. S'ha solucionat només per a la cama dreta, per a l'esquerra es suposa que serà molt semblant a la cama dreta però desfusat mig cicle de la marxa.

Seguidament es pot veure la força amb què treballa cada múscul durant el cicle de la marxa. A cada gràfic es mostren les solucions que s'han obtingut segons quina sigui la funció de cost utilitzada. Es separen els resultats amb els músculs que afecten a les articulacions considerades i amb les funcions de cost a minimitzar, tal com es mostra a la Taula 9.

Equacions	Maluc	Genoll	Turmell
(4.1-4.3)	Figura 51	Figura 55	Figura 59
(4.4-4.6)	Figura 52	Figura 56	Figura 60
(4.7-4.9)	Figura 53	Figura 57	Figura 61
(4.2), (4.5), (4.8), (4.10)	Figura 54	Figura 58	Figura 62

Taula 9. Organització dels següents resultats segons quina funció de cost s'ha utilitzat i segons a quina articulació es trobi.

Resultats per l'articulació del maluc

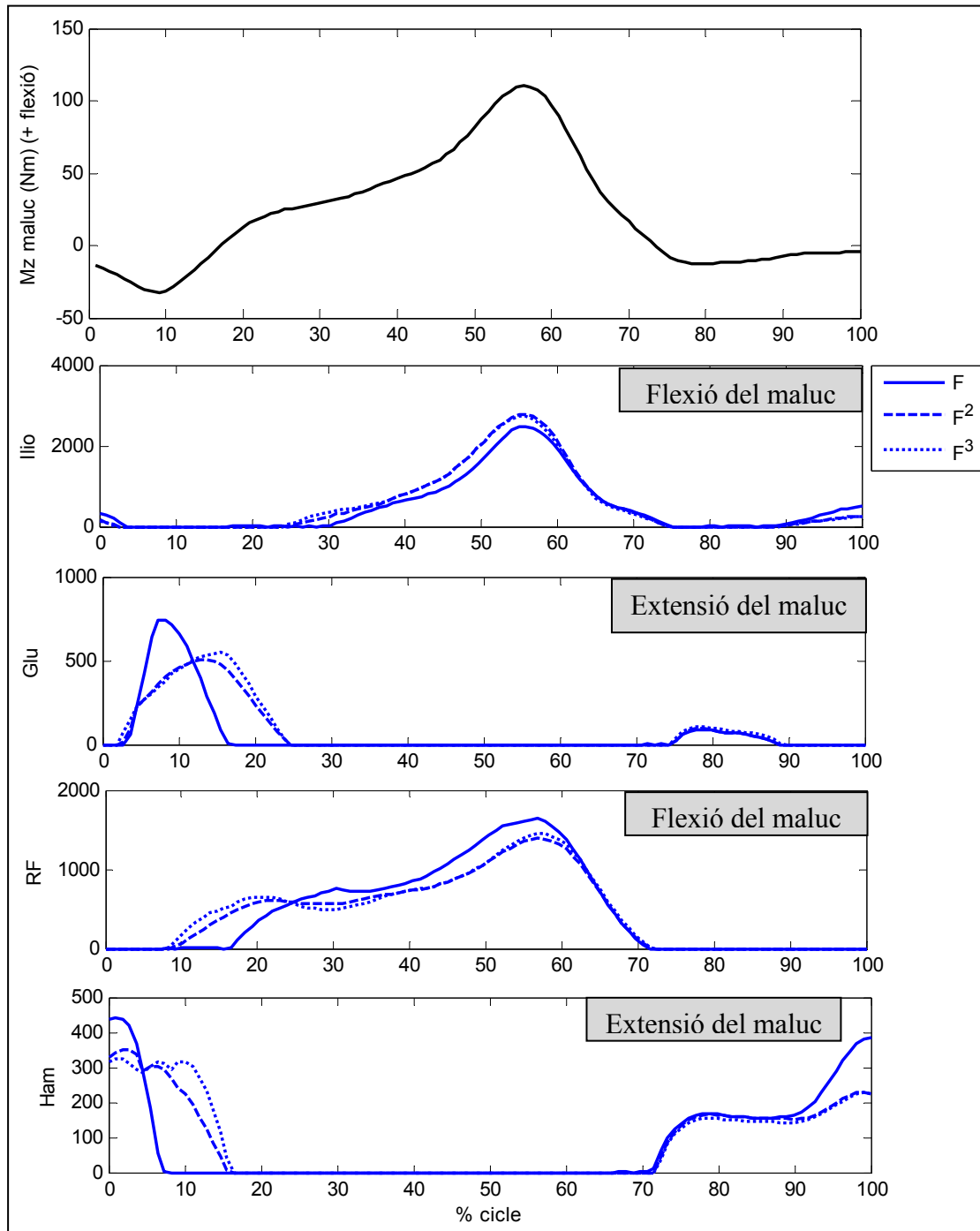


Figura 51. Resultats de les forces (expressades en N) dels músculs que actuen al maluc minimitzant les funcions de cost de: la suma lineal, quadràtica i al cub de les forces musculars.

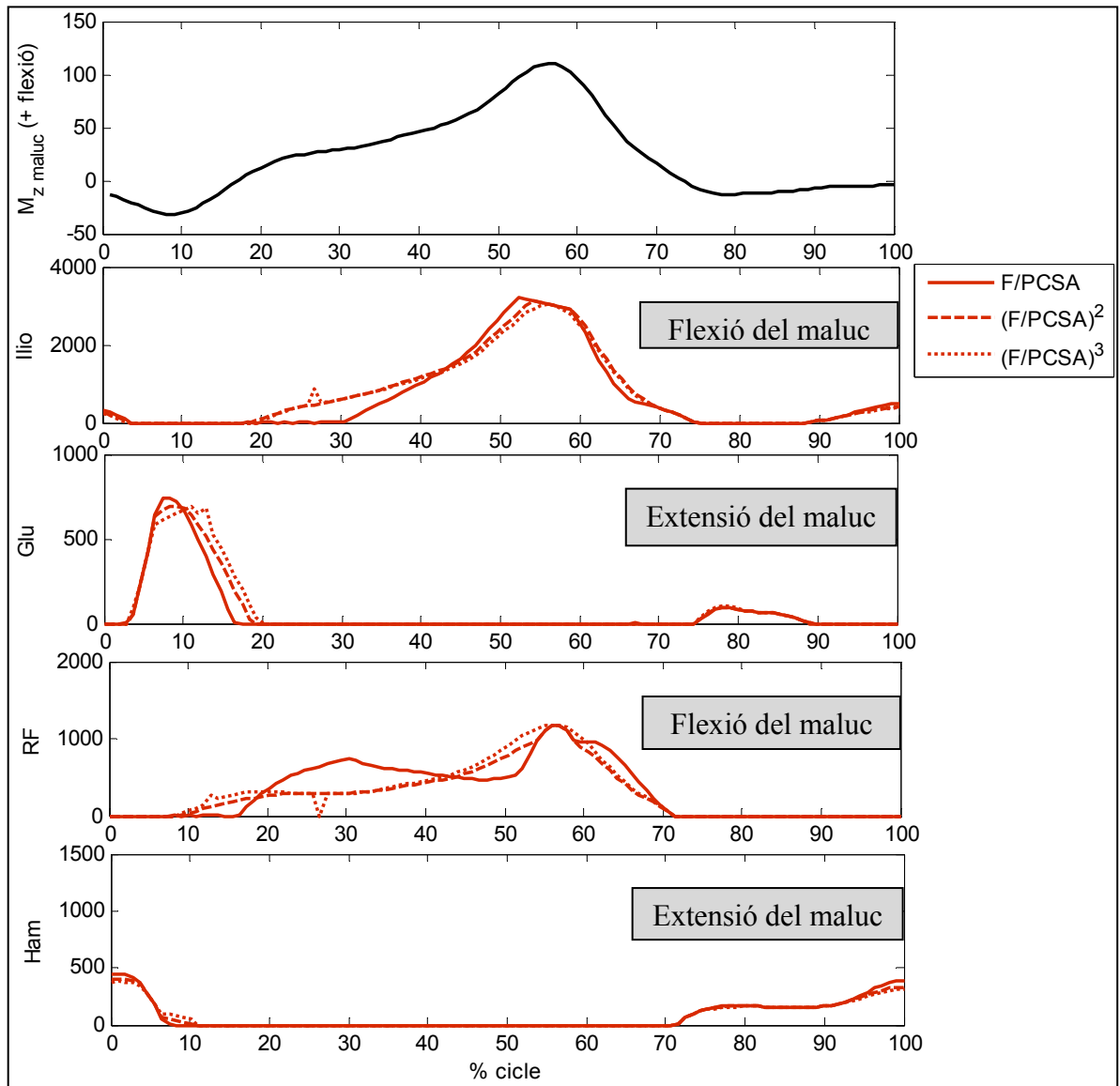


Figura 52. Resultats de les forces (expressades en N) dels músculs que actuen al maluc minimitzant les funcions de cost de: la suma lineal, quadràtica i al cub de les tensions musculars.

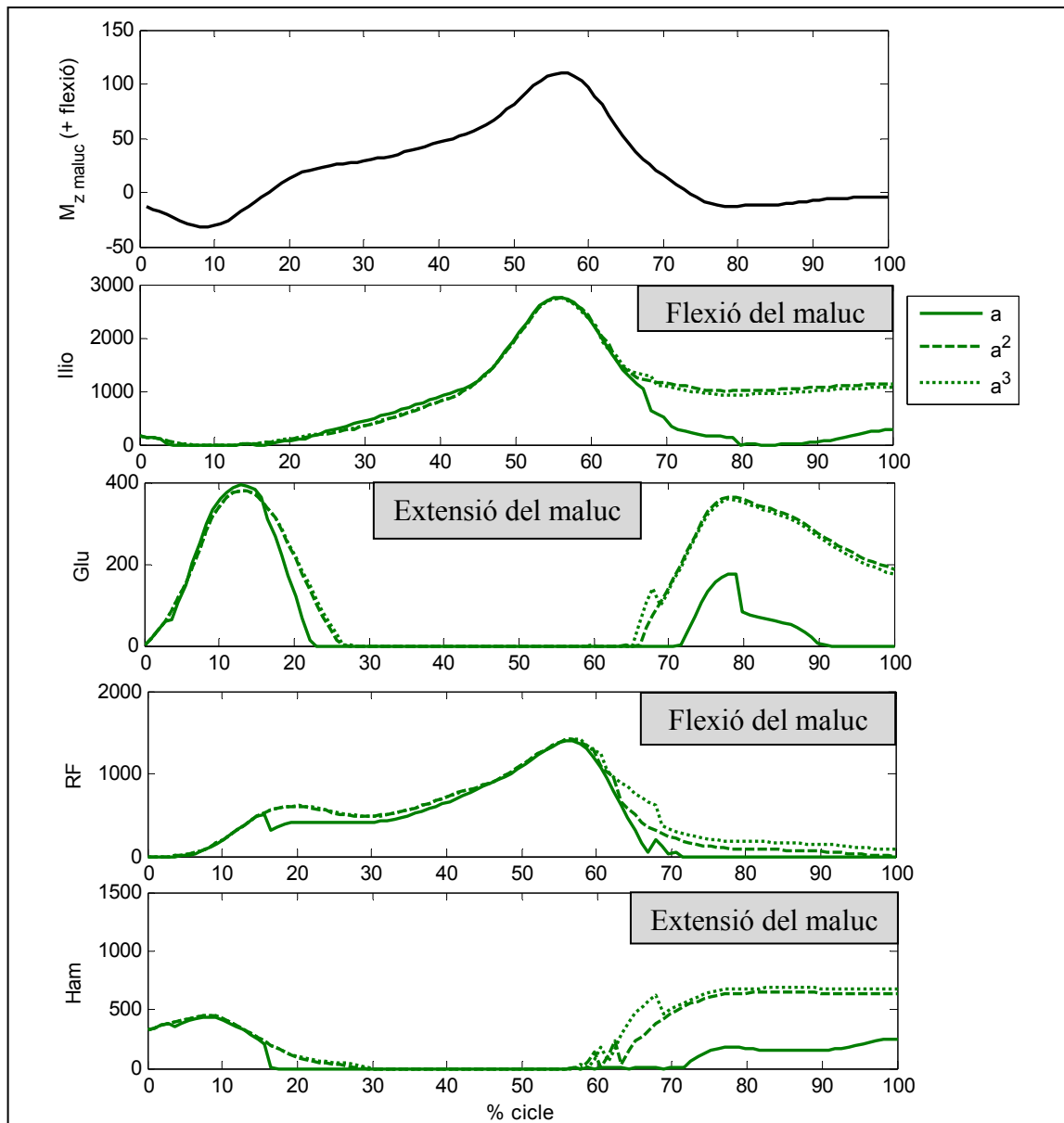
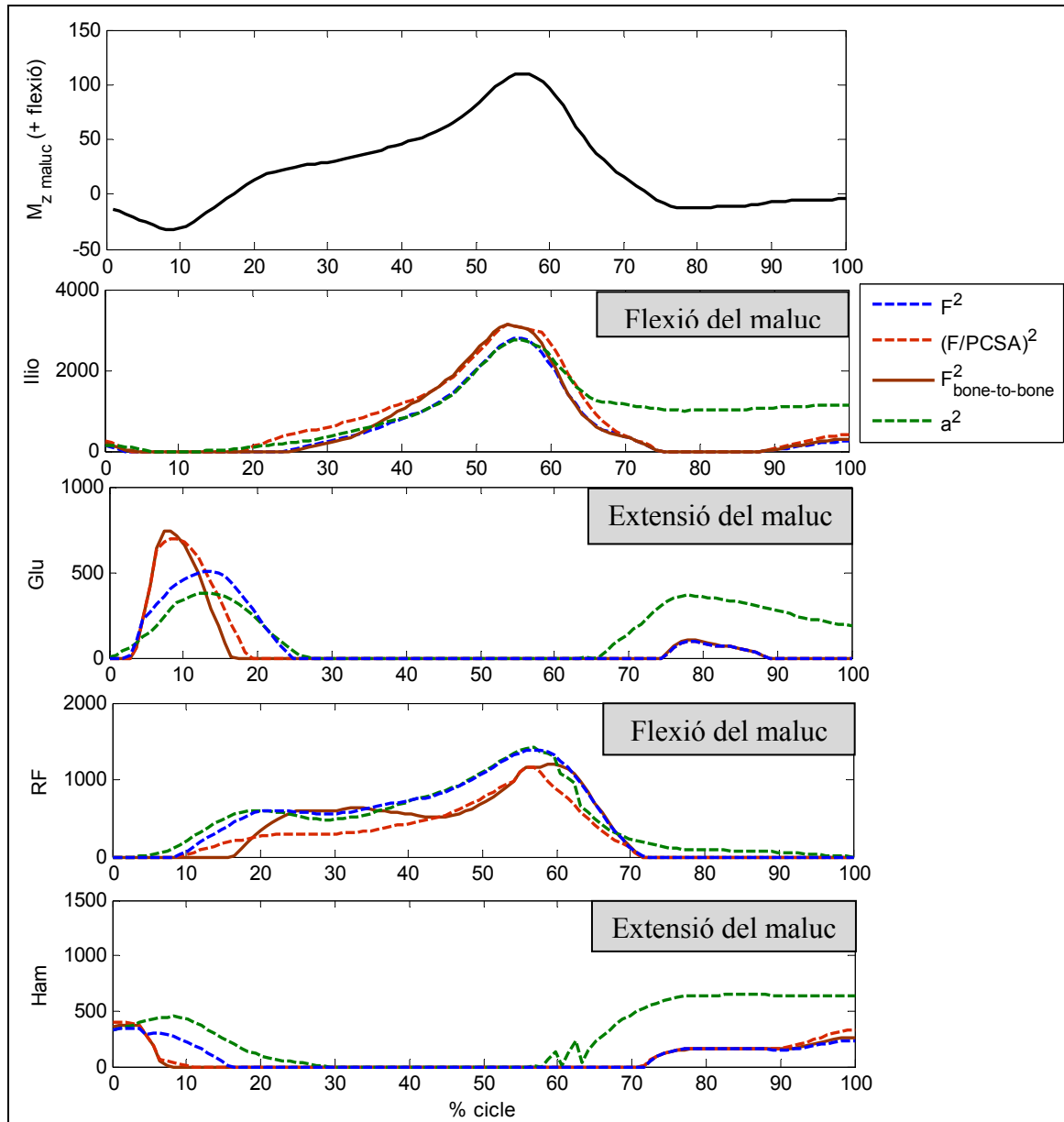


Figura 53. Resultats de les forces (expressades en N) dels músculs que actuen al maluc minimitzant les funcions de cost de: la suma lineal, quadràtica i al cub de les activacions musculars.



**Figura 54.** Resultats de les forces (expressades en N) dels músculs que actuen al maluc minimitzant les funcions de cost de les sumes quadràtiques de les forces, les tensions i les activacions musculars, i les forces d'enllaç entre ossos i entre ossos i lligaments.

Comparant amb el moment del maluc es pot veure que els resultats són lògics. El múscul Iliopsoes i el Recte Femoral actuen com a flexors del maluc, per la qual cosa s'activen quan el moment del maluc és positiu (de flexió). Pel que fa al Gluti i els Isquiotibials (*Hamstrings*) a l'inrevés, actuen com a extensors del maluc i s'activen quan el moment al maluc és negatiu (d'extensió).

Pel que fa als resultats minimitzant la funció de cost de les activacions musculars, es pot veure que la força que realitzen els músculs a la fase d'oscil·lació de la cama dreta, és molt més alta en comparació amb la resta d'optimitzacions.

Resultats per l'articulació del genoll

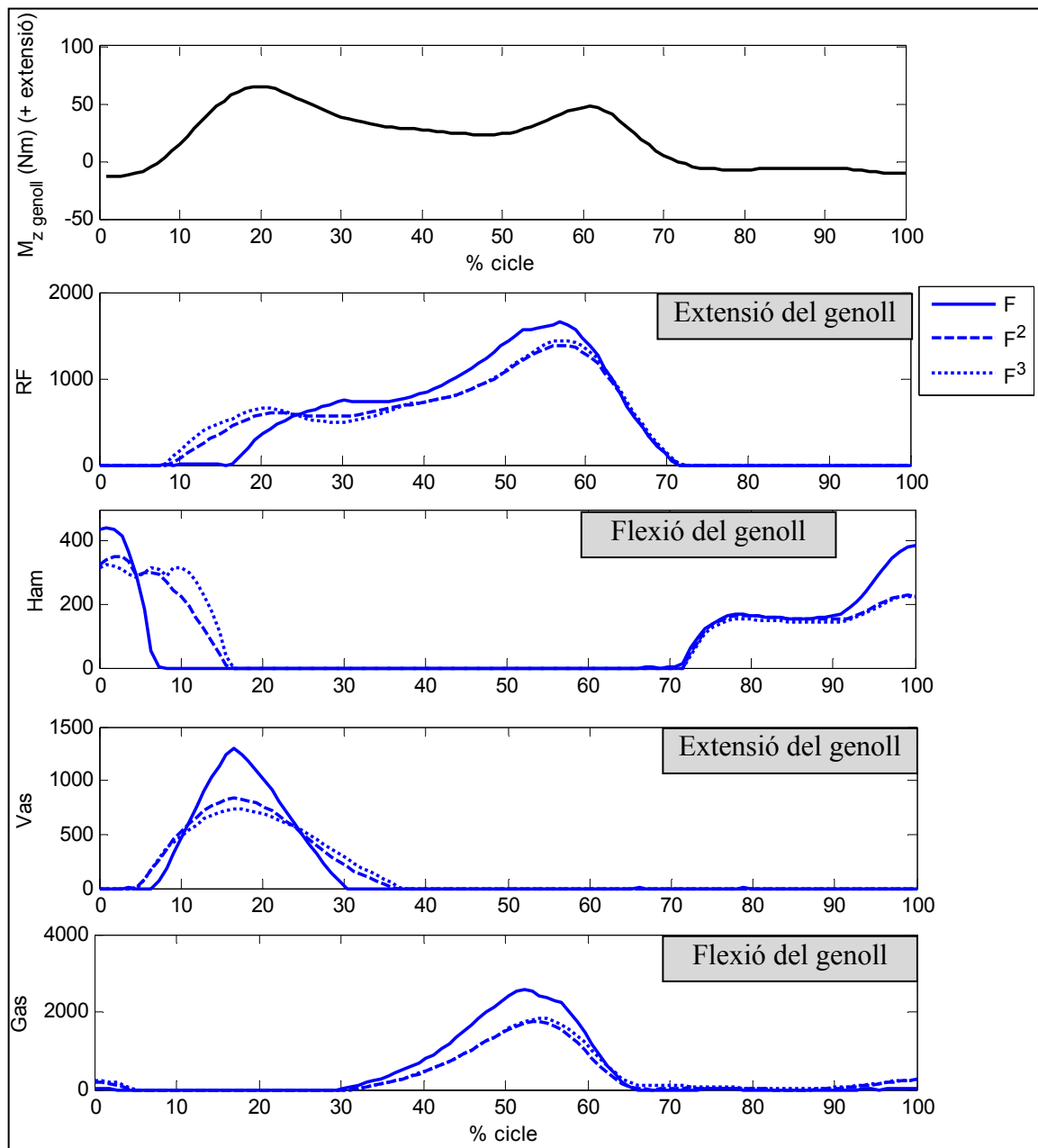


Figura 55. Resultats de les forces (expressades en N) dels músculs que actuen al genoll minimitzant les funcions de cost de: la suma lineal, quadràtica i al cub de les forces musculars.

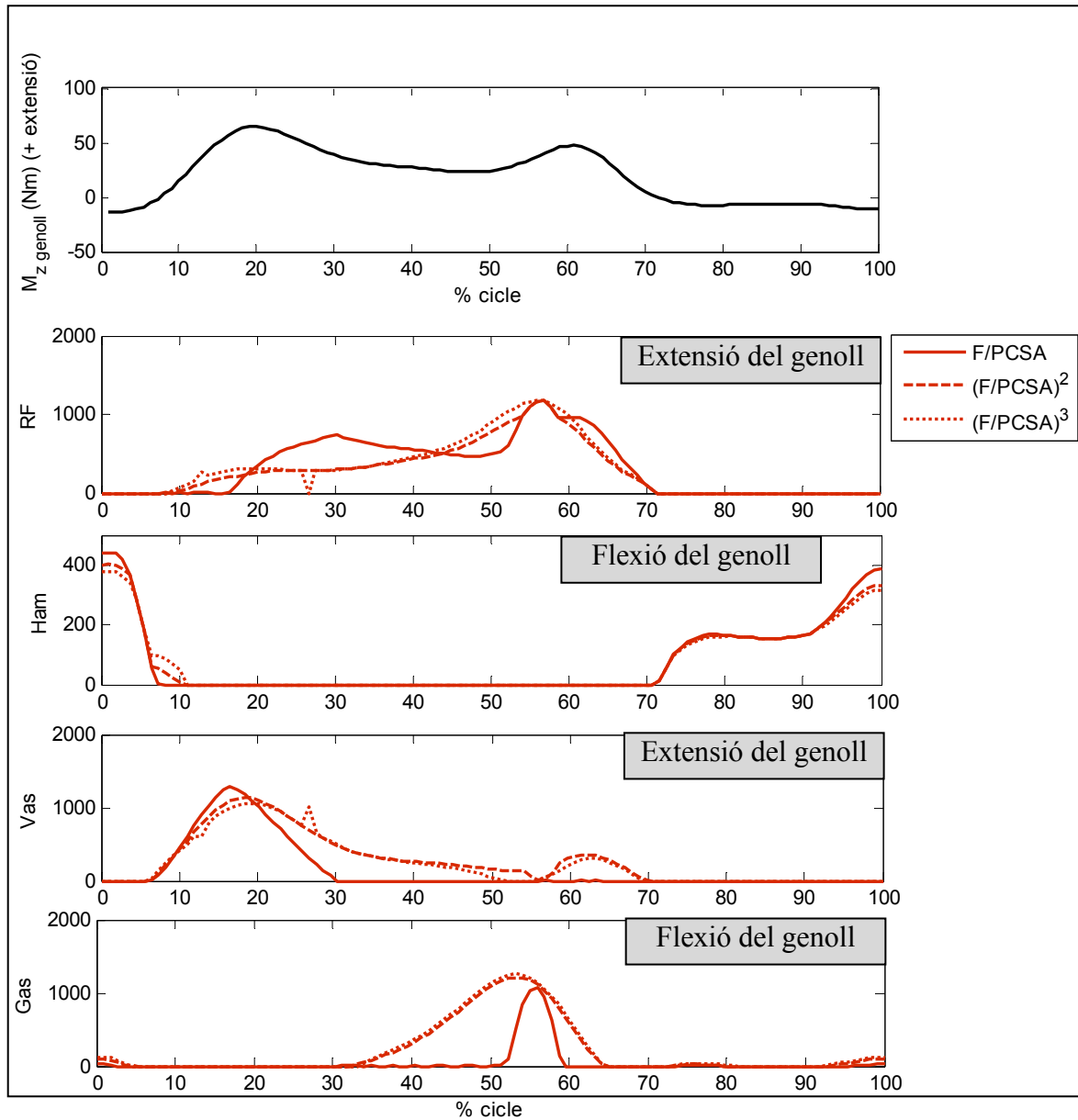


Figura 56. Resultats de les forces (expressades en N) dels músculs que actuen al genoll minimitzant les funcions de cost de: la suma lineal, quadràtica i al cub de les tensions musculars.

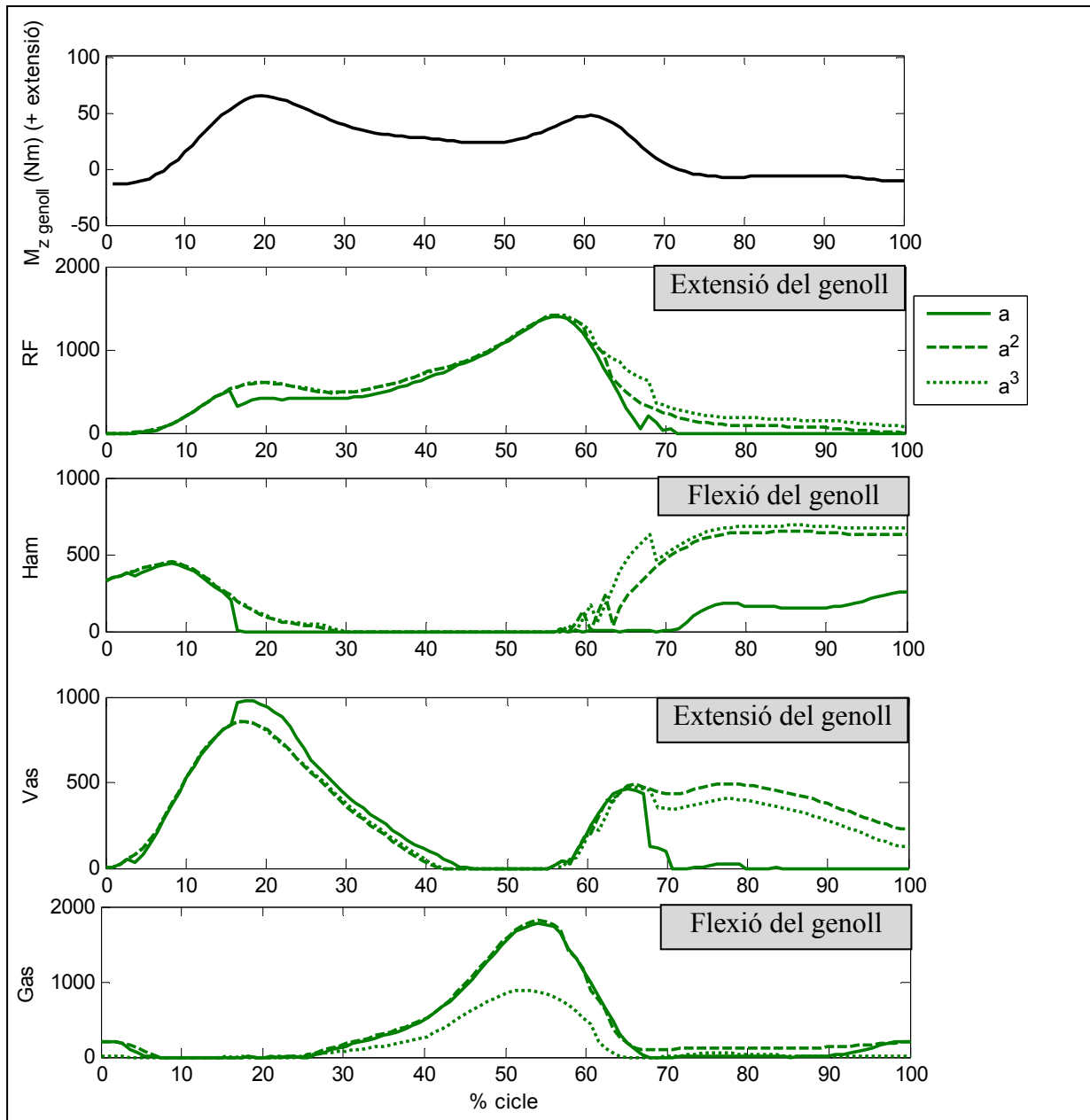
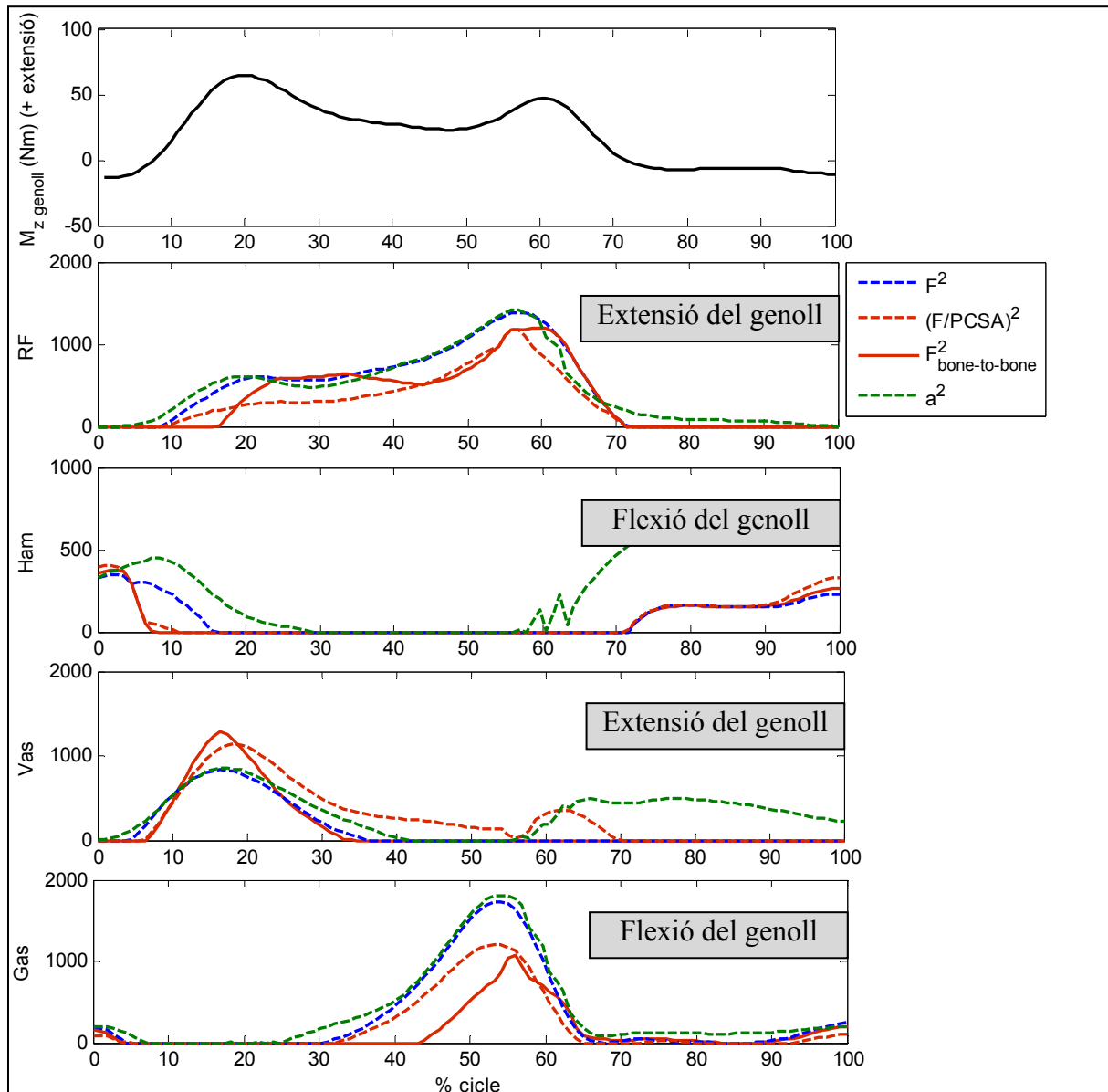


Figura 57. Resultats de les forces (expressades en N) dels músculs que actuen al genoll minimitzant les funcions de cost de: la suma lineal, quadràtica i al cub de les activacions musculars.





**Figura 58.** Resultats de les forces (expressades en N) dels músculs que actuen al genoll minimitzant les funcions de cost de les sumes quadràtiques de les forces, les tensions i les activacions musculars, i les forces d'enllaç entre ossos i entre ossos i lligaments.

En aquest cas es veu com un extensor i un flexor del genoll estan activats al mateix temps, en totes les optimitzacions. El Recte Femoral i el Gastrocnemi realitzen accions contràries al genoll, extensió i flexió respectivament, i estan activats al mateix temps. Això passa perquè aquests músculs no només actuen a l'articulació del genoll, sinó que són biarticulats tal com ja s'ha esmentat a la Secció 3.1.2. Els Isquiotibials (*Hamstrings*), són flexors del genoll i actuen quan el moment al genoll és negatiu (flexió). Els Vasts, extensors, actuen quan el moment del genoll és positiu (flexió).

Com s'ha esmentat amb els resultats al maluc, minimitzant la suma quadràtica de les activacions musculars, durant el balanceig de la cama dreta la força als isquiotibials és molt més alta que en les altres optimitzacions. Al genoll, els encarregats de contrarestar-la són els Vasts.

Resultats per l'articulació del turmell

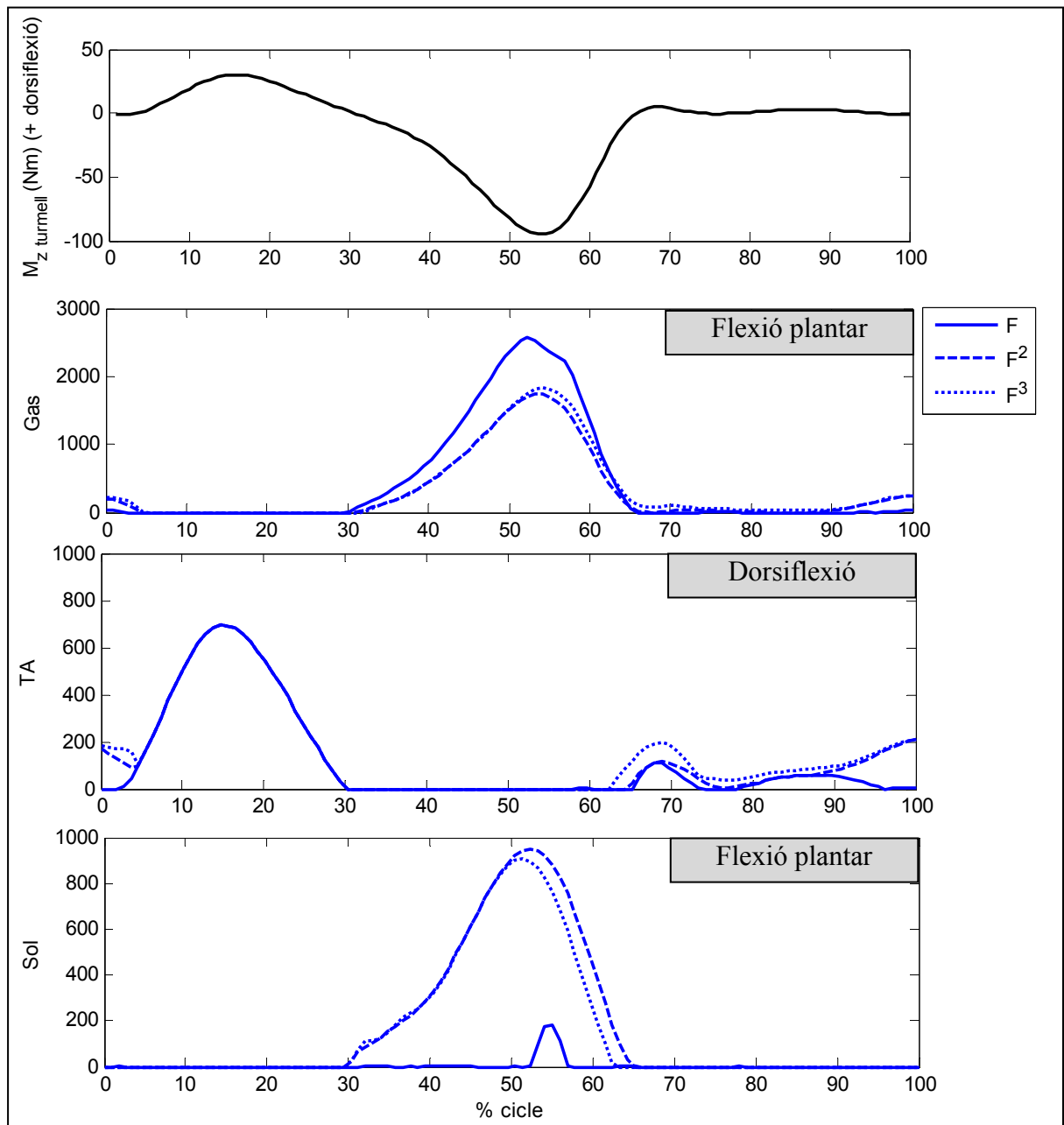
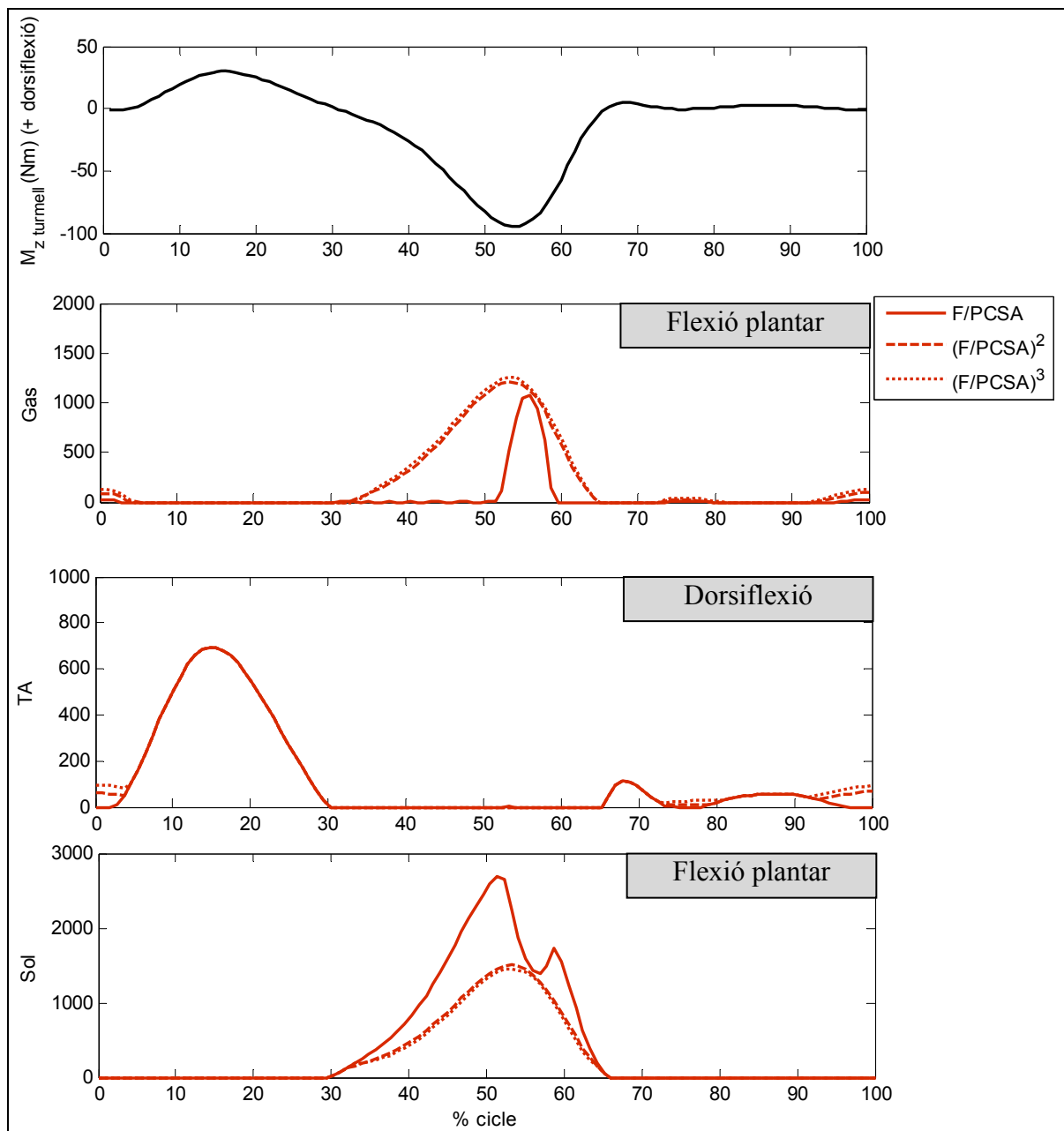


Figura 59. Resultats de les forces (expressades en N) dels músculs que actuen al turmell minimitzant les funcions de cost de: la suma lineal, quadràtica i al cub de les forces musculars.



**Figura 60.** Resultats de les forces (expressades en N) dels músculs que actuen al turmeil minimitzant les funcions de cost de: la suma lineal, quadràtica i al cub de les tensions musculars.

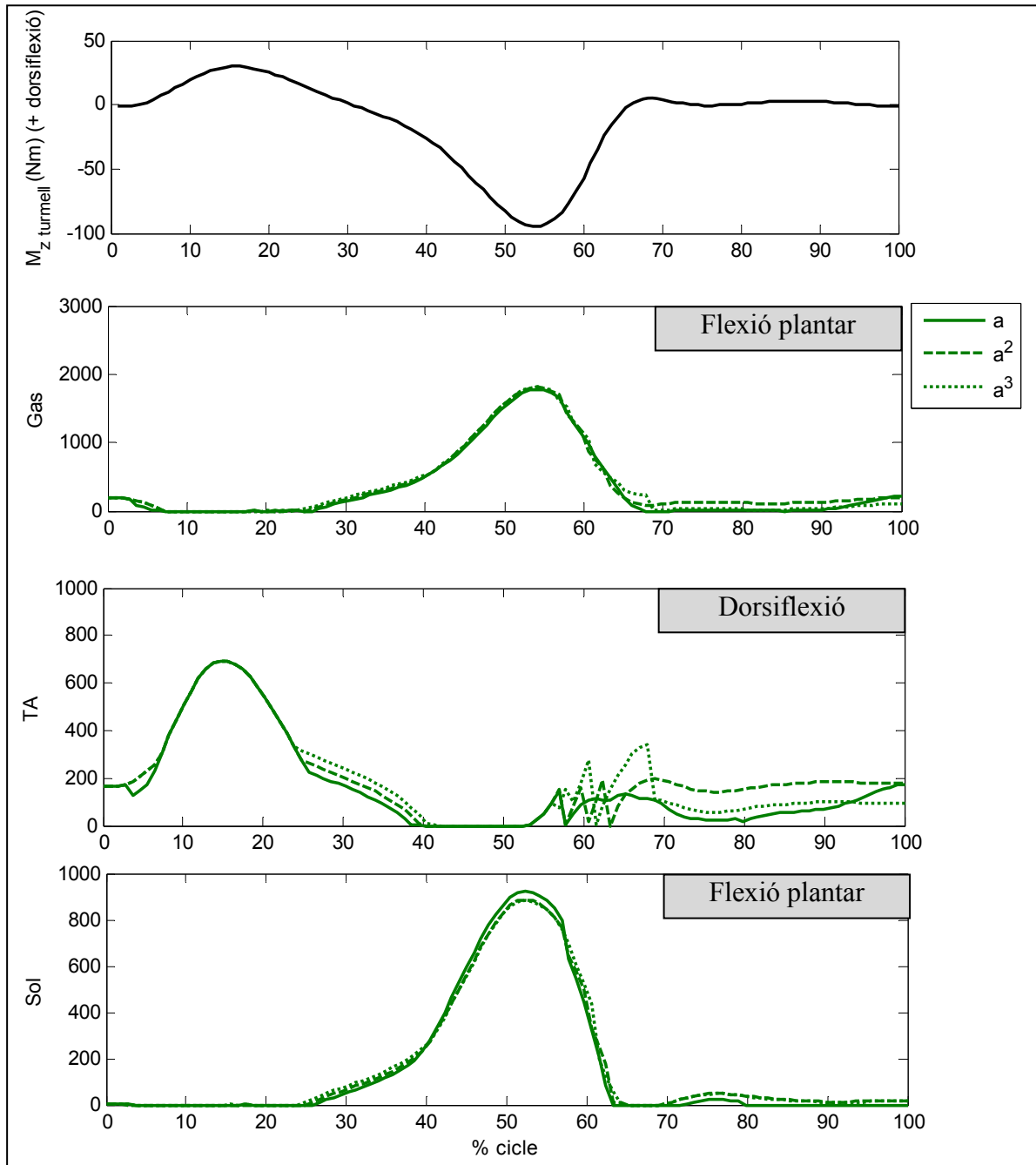
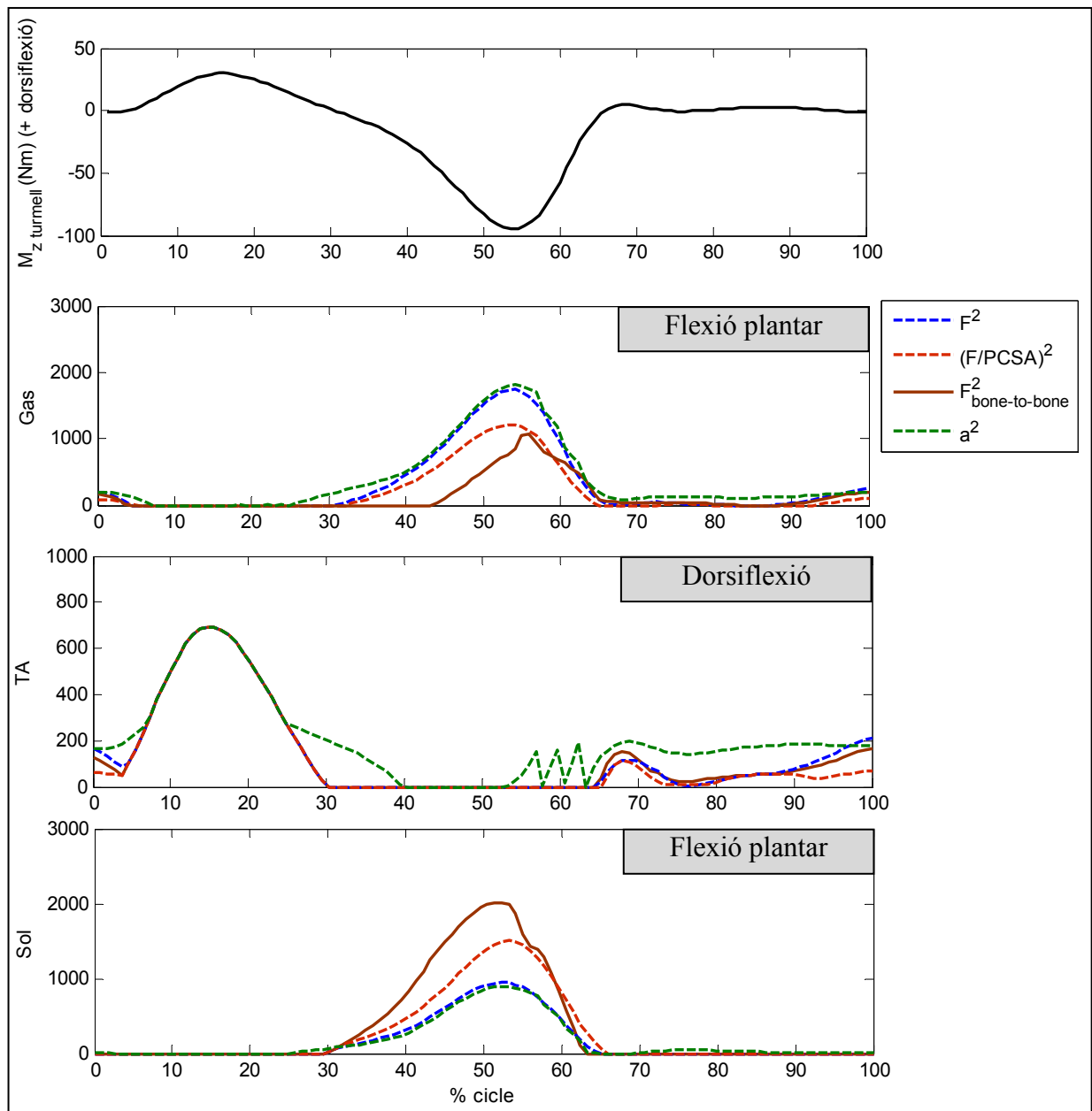


Figura 61. Resultats de les forces (expressades en N) dels músculs que actuen al turmell minimitzant les funcions de cost de: la suma lineal, quadràtica i al cub de les activacions musculars.



**Figura 62.** Resultats de les forces (expressades en N) dels músculs que actuen al turmell minimitzant les funcions de cost de les sumes quadràtiques de les forces, les tensions i les activacions musculars, i les forces d'enllaç entre ossos i entre ossos i lligaments.

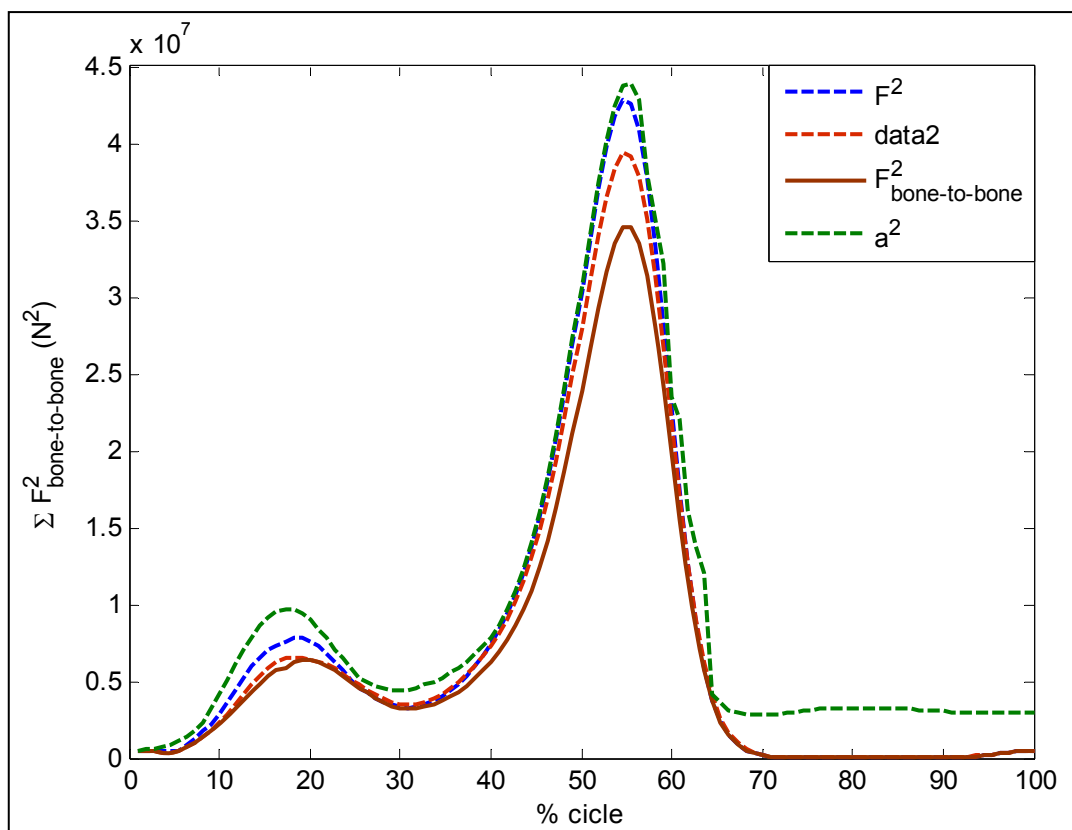
El moment del turmell és de flexió plantar durant el recolzament del peu al terra, per tal d'impulsar tot el cos cap endavant. La funció del Gastrocnemi i el Soli es veu clara, estan activats per produir la flexió plantar del turmell.

Tant optimitzant el sumatori d'activacions, com el sumatori de forces musculars, la força que desenvolupa el Soli a la meitat del cicle és més baixa que en les altres optimitzacions, en aquesta situació és el Gastrocnemi l'encarregat de fer la força per realitzar el moment de flexió plantar.

Minimitzant la força d'enllaç entre els ossos (*bone-to-bone*) la força del Gastrocnemi a la meitat del cicle disminueix considerablement i, per altra banda, la del Soli augmenta quasi el doble que minimitzant les altres funcions de cost analitzades.

Minimitzant el sumatori de les activacions al quadrat, durant la fase d'oscil·lació de la cama dreta, la força al Tibial Anterior augmenta respecte les altres optimitzacions per tal de contrarrestar l'augment de la força al Gastrocnemi.

Com a resultat és important esmentar la disminució de la força de contacte entre ossos i entre ossos i lligaments, l'anomenada força "*bone-to-bone*". La Figura 63 mostra el gràfic corresponent a la suma quadràtica de les forces d'enllaç als ossos de totes les articulacions al llarg del cicle de la marxa per a les diferents funcions de cost.



**Figura 63.** Resultats de la suma quadràtica de les forces d'enllaç als ossos a totes les articulacions.

Tal com era d'esperar, el problema d'optimització que utilitza la funció de cost que representa la suma quadràtica de forces d'enllaç entre ossos (línia marró contínua), és el que dona uns resultats menors per aquestes forces. Les altres funcions donen uns valors superiors, per ordre creixent són: suma quadràtica de tensions musculars, suma quadràtica de forces musculars i per últim la suma quadràtica d'activacions musculars.

Optimitzant les forces i tensions musculars, els resultats també són lògics. Utilitzant la funció de cost de la suma quadràtica de les forces musculars, el resultat que s'obté minimitza les forces musculars respecte les altres funcions de cost (Figura 64). Si s'utilitza la funció de cost corresponent a la suma quadràtica de les tensions musculars (Figura 65), les tensions que s'obtenen són menors comparat amb els altres algorismes.

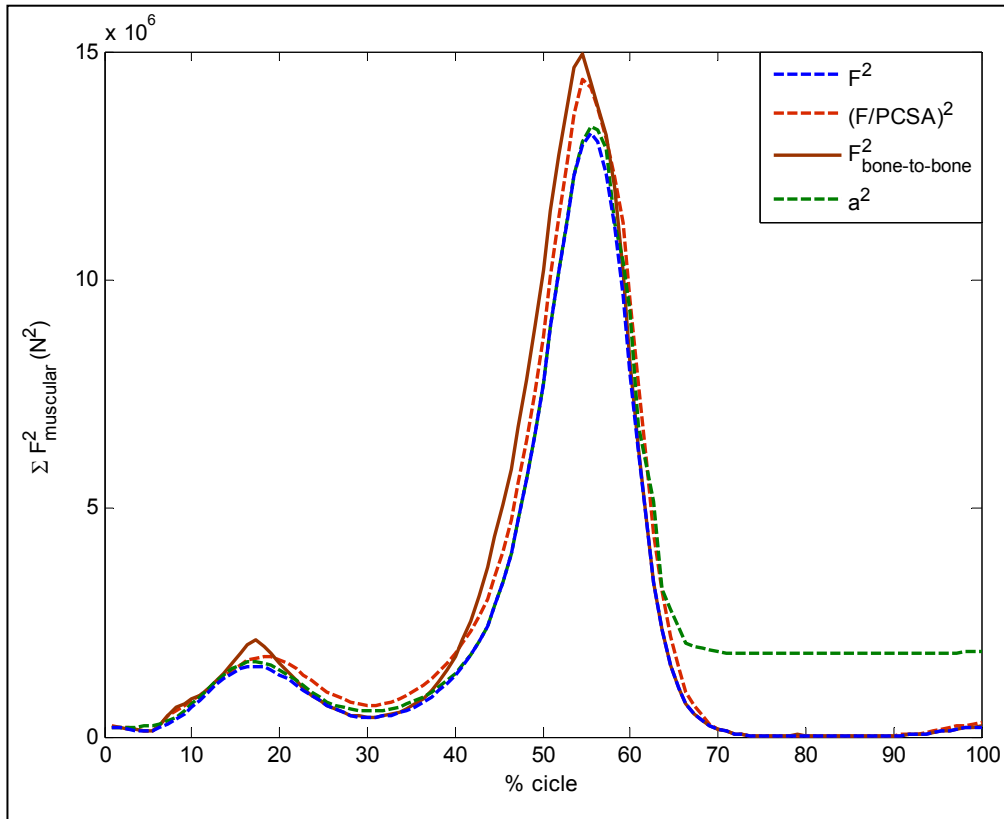


Figura 64. Resultats de la suma quadràtica de les forces musculars.

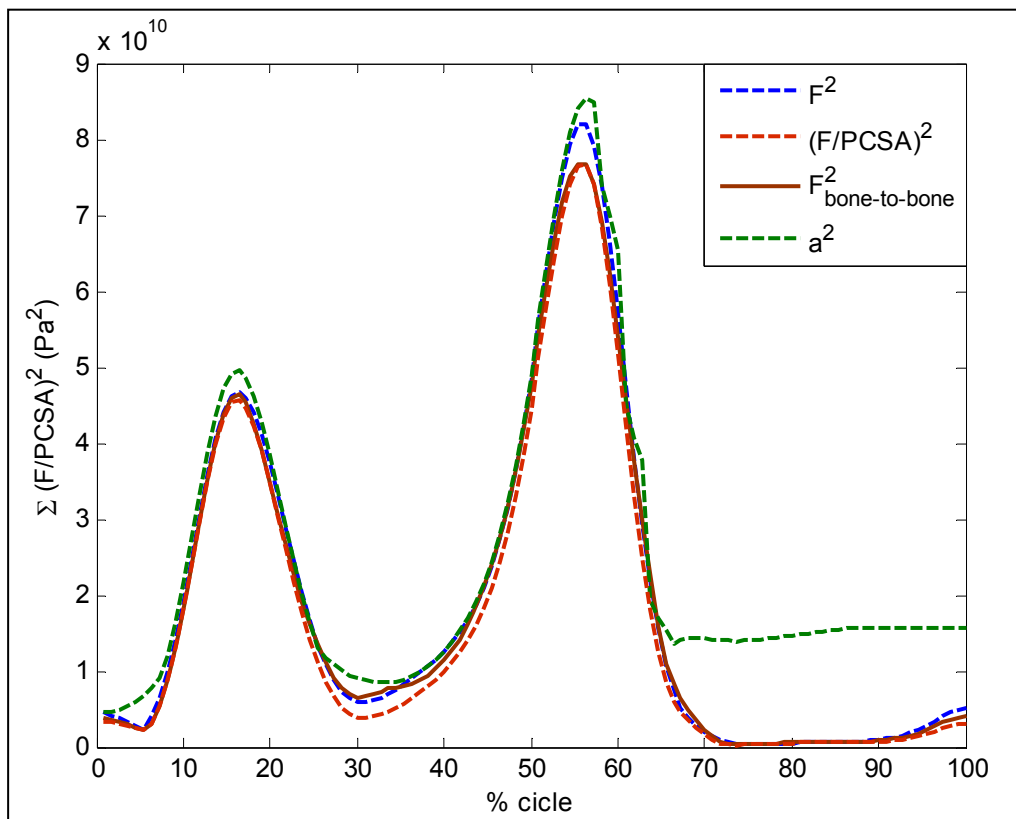
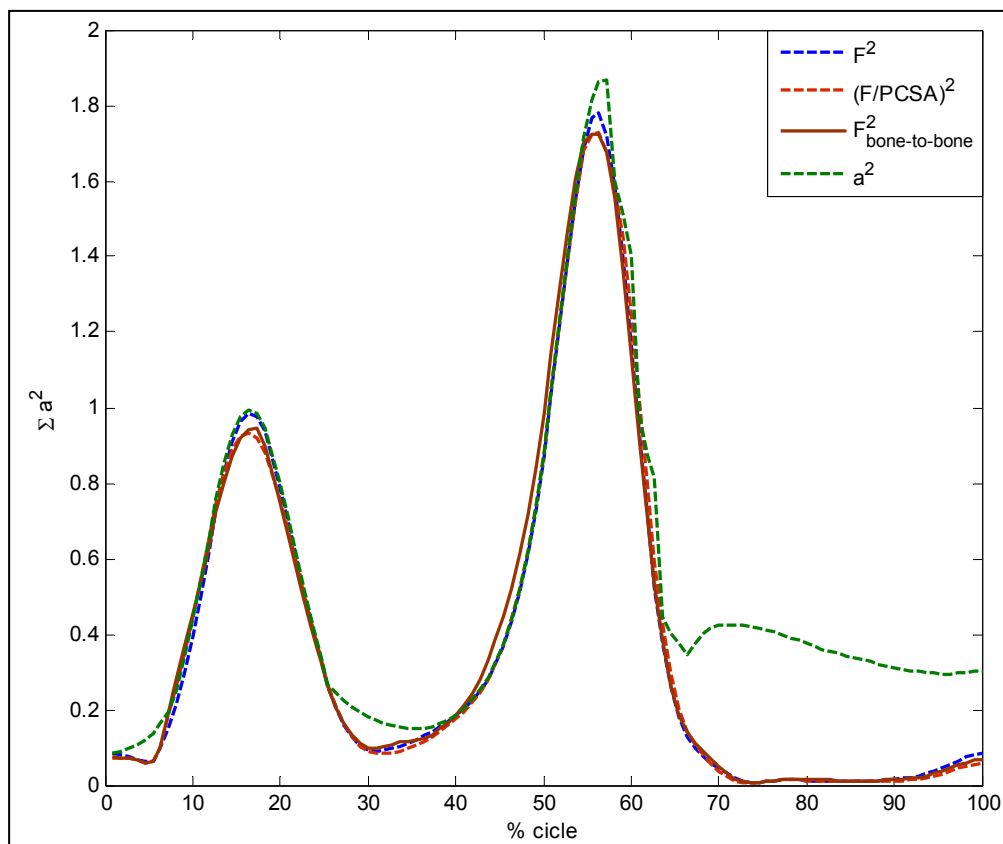


Figura 65. Resultats de la suma quadràtica de les tensions musculars.

En canvi, optimitzant la funció de cost corresponent a la suma quadràtica de les activacions musculars, no s'obtenen unes activacions menors que optimitzant les altres funcions de cost (veure Figura 66). Cap de les quatre funcions de cost utilitzades optimitza les activacions musculars en tot el cicle complet.

Aquest problema podria ser degut a la utilització de la funció *fmincon* al *MATLAB*. Aquesta funció minimitza la funció de cost introduïda, però els òptims trobats no necessàriament són mínims globals, sinó que quan troba un mínim local, l'algoritme també es para. La funció de cost corresponent a la suma quadràtica de les activacions és complexa, ja que l'activació de cada múscul està definida amb una funció a trossos (Eq. 1.2-1.3) i caldrien altres eines d'optimització més potents per a trobar el mínim global d'una funció de cost d'aquestes característiques.



*Figura 66. Resultats de la suma quadràtica de les activacions musculars.*



## 6. Conclusions i treball futur

En aquest projecte s'han abordat totes les fases de l'anàlisi dinàmica inversa de la marxa humana, des de la captura del moviment, fins al càlcul de les forces musculars. La utilització d'una nova funció de cost per resoldre el problema del repartiment muscular representa una nova contribució en l'anàlisi de la marxa humana. A continuació, es presenten les conclusions on s'ha arribat després d'elaborar el treball. També es presenten com a treball futur possibles solucions a problemes que s'han trobat en el transcurs del projecte i línies de treball per seguir amb la tesi doctoral.

### 6.1 Conclusions

El model biomecànic representatiu de l'acció del múscul més utilitzat fins ara és el model de Hill. En els últims anys l'avanç en la recerca biomecànica de la marxa humana ha estat notable, però encara s'utilitzen variants d'aquest model que representa suficientment l'evolució de la força muscular en l'aplicació d'una càrrega i en la realització d'un moviment. En aquest projecte s'ha utilitzat aquest model representant l'element contràctil del múscul i el tendó (element sèrie), negligint l'efecte dels altres teixits connectius (element paral·lel).

La utilització d'un model musculo-esquelètic, que representi la marxa humana el més simple possible però alhora que representi el millor possible la realitat, és clau per poder fer anàlisis que siguin molt semblants a la realitat però que no comportin un temps molt alt de computació ni siguin molt complexos. En aquest estudi s'ha utilitzat un model de 7 segments amb 8 músculs, suficients per modelitzar correctament les extremitats inferiors que intervenen en la marxa.

S'ha fet ús del Laboratori de Biomecànica del Departament d'Enginyeria Mecànica de la UPC. S'hi ha fet les captures de la marxa humana, mitjançant el sistema òptic s'ha capturat la cinemàtica i mitjançant unes plaques de força, les forces de contacte del peu amb el terra. A partir d'aquestes dades s'ha aplicat la dinàmica inversa per trobar les forces i moments resultants a les articulacions. S'ha vist que es tenen errors quan s'arriba als resultats al maluc, ja sigui per errors experimentals (al fer les captures) com per errors en la modelització (simplificació de les extremitats superiors utilitzant un sol segment, *HAT*).

La complexitat del càlcul de la longitud dels músculs és gran, ja que aquests no estan formats per un únic segment, sinó que estan compostos per diferents trams, segons cada articulació. La cerca d'aquestes longituds al detall queda fora de l'objectiu d'aquest treball. Per tant, s'han agafat les longituds de cada múscul utilitzat en funció de l'angle de l'articulació on actuen i s'han escalat en funció de la llargada de les extremitats. També s'ha procedit de la mateixa manera amb els braços de palanca dels músculs. La font d'aquestes dades ha estat el model de Delp et al. que es pot trobar al programa de biomecànica *OpenSim*.

Finalment, s'ha procedit a la resolució del problema del repartiment muscular. Per tal de poder resoldre la indeterminació de les activacions musculars, s'ha resolt un problema

d'optimització minimitzant unes funcions de cost basades en criteris fisiològics. Aquestes consisteixen en la suma de: les forces musculars, les tensions musculars i les activacions musculars, utilitzades en altres estudis anteriors; i la suma de forces d'enllaç entre ossos a les articulacions, presentada com a novetat en aquest estudi.

La resolució del problema dona solucions fisiològicament correctes, és a dir, els músculs realitzen forces coherents amb la seva funció i l'acció dels músculs a cada articulació efectuen els moments resultants que els pertocuen. Tot i així, la funció del MATLAB utilitzada al problema d'optimització (*fmincon*) en determinades ocasions acaba trobant mínims locals, en comptes de globals.

## **6.2 Treball futur**

Durant la realització de la tesi doctoral es resoldran o milloraran certs aspectes:

- Una **anàlisi de sensibilitat** ajudarà a fer més acurat el model. Es comprovarà si variant certs paràmetres varia molt la solució, per afinar més el model.
- L'**experiència** amb l'ús del **Laboratori de Biomecànica** i del **tractament de dades** capturades també portarà a afinar més els *inputs* de l'anàlisi i s'eliminaran alguns errors experimentals.
- La **incorporació de les extremitats superiors** al model musculo-esquelètic permetrà disminuir errors de simplificació que s'hagin comès.
- El pas a un **model** musculo-esquelètic **tridimensional** també disminuirà certs errors que s'hagin comès i hagin passat desapercebut fins ara. Aquest fet també permetrà estendre l'anàlisi a altres moviments que estiguin continguts en qualsevol direcció de l'espai.
- La utilització d'**un mètode** per a la resolució del problema d'optimització que trobi **mínims globals** ajudarà a trobar solucions més òptimes. El següent pas serà investigar la possible utilització d'un algoritme genètic per tal de resoldre l'optimització.
- L'**optimització dinàmica**, en comptes de l'estàtica al resoldre el problema del repartiment muscular, permetrà trobar solucions fisiològicament més correctes. En aquest cas es tindrà en compte la dinàmica de contracció muscular conjuntament amb la dinàmica associada al moviment del sistema biomecànic.
- La **validació experimental** dels resultats obtinguts amb un aparell d'electromiografia donarà més credibilitat a les solucions obtingudes del problema del repartiment muscular.

La resolució del problema del repartiment muscular desenvolupada en aquest projecte, amb les seves correccions i millores servirà en un futur com a eina per entendre i preveure quins músculs estan activats en cada moment del cicle de la marxa humana. Pot ser molt útil en camps com en el disseny d'ortosis i pròtesis o per entendre millor l'electroestimulació funcional.

## 7. Bibliografía

- [1] A.A. Biewener, “In vivo muscle force-length behavior during steady-speed hopping in tammar wallabies,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 201, Jun. 1998, p. 1681–1694.
- [2] B. Ravary, P. Pourcelot, C. Bortolussi, S. Konieczka, and N. Crevier-Denoix, “Strain and force transducers used in human and veterinary tendon and ligament biomechanical studies,” *Clinical Biomechanics*, vol. 19, Jun. 2004, p. 433–447.
- [3] B.C. Fleming and B.D. Beynon, “In vivo measurement of ligament/tendon strains and forces: a review,” *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 32, Mar. 2004, p. 318–328.
- [4] S. Silbernagl and A. Despopoulos, *Atlas de bolsillo de Fisiología*, 2001.
- [5] D.A. Winter, *Biomechanics and Motor Control of Human Movement*, Waterloo, Canada: 2005.
- [6] A.F. Huxley, “Muscular contraction.,” *The Journal of Physiology*, vol. 243, 1974.
- [7] J. Swan, “Online Anatomy & Physiology Resources,” 2011, p. <http://webanatomy.net/>.
- [8] J.F. Thompson, “Sarcomere appearance,” 2009, p. <http://apbrwww5.apsu.edu/thompsonj>.
- [9] M. Ackermann, “Dynamics and Energetics of Walking with Prostheses,” Department of Mechanical Engineering, 2007.
- [10] B. Sellers, “Muscle mechanics,” 2009, p. 11.
- [11] A. Hill, “The heat of shortening and the dynamic constants of muscle,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 126, 1938, p. 136–195.
- [12] D.H. Laananen, *Computer simulation of an Aircraft Seat and Occupant (s) in a Crash Environment-Program SOM-LA/SOM-TA (User Manual)*, 1991.
- [13] M. Silva, J. Ambrósio, and M. Pereira, “Biomechanical model with joint resistance for impact simulation,” *Multibody System Dynamics*, vol. 1, 1997, p. 65–84.
- [14] M. Silva and J.A.C. Ambrósio, “Sensitivity of the results produced by the inverse dynamic analysis of a human stride to perturbed input data,” *Gait & posture*, vol. 19, Feb. 2004, p. 35–49.

- [15] M. Ackermann and W. Schiehlen, “Dynamic Analysis of Human Gait Disorder and Metabolical Cost Estimation,” *Archive of Applied Mechanics*, vol. 75, May. 2006, pp. 569-594.
- [16] F.C. Anderson and M.G. Pandy, “Dynamic optimization of human walking,” *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 123, 2001, p. 381.
- [17] F.C. Anderson and M.G. Pandy, “Static and dynamic optimization solutions for gait are practically equivalent,” *Journal of Biomechanics*, vol. 34, 2001, p. 153–161.
- [18] S.L. Delp, J.P. Loan, M.G. Hoy, F.E. Zajac, E.L. Topp, and J.M. Rosen, “An interactive graphics-based model of the lower extremity to study orthopaedic surgical procedures.,” *IEEE transactions on bio-medical engineering*, vol. 37, Aug. 1990, pp. 757-67.
- [19] U. Glitsch and W. Baumann, “The three-dimensional determination of internal loads in the lower extremity,” *Journal of Biomechanics*, vol. 9290, 1997, pp. 1123-1131.
- [20] R.S. Barrett, T.F. Besier, and D.G. Lloyd, “Individual muscle contributions to the swing phase of gait: An EMG-based forward dynamics modelling approach,” *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 15, 2007, p. 1146–1155.
- [21] R. Neptune, S. Kautz, and F. Zajac, “Contributions of the individual ankle plantar flexors to support, forward progression and swing initiation during walking,” *Journal of Biomechanics*, vol. 34, Aug. 2001, p. 1387–1398.
- [22] F.C. Anderson, S.R. Goldberg, M.G. Pandy, and S.L. Delp, “Contributions of muscle forces and toe-off kinematics to peak knee flexion during the swing phase of normal gait: an induced position analysis,” *Journal of biomechanics*, vol. 37, May. 2004, p. 731–737.
- [23] S.R. Goldberg, F.C. Anderson, M.G. Pandy, and S.L. Delp, “Muscles that influence knee flexion velocity in double support: implications for stiff-knee gait.,” *Journal of biomechanics*, vol. 37, Aug. 2004, pp. 1189-96.
- [24] F.J. Alonso, G. Galán-Marín, D. Salgado, R. Pàmies-Vilà, and J.M. Font-Llagunes, “Cálculo de esfuerzos musculares en la marcha humana mediante optimización estática-fisiológica,” *XVIII Congreso Nacional de Ingeniería mecánica*, 2010.
- [25] G. Yamaguchi, D. Moran, and J. Si, “A computationally efficient method for solving the redundant problem in biomechanics,” *Journal of Biomechanics*, vol. 28, 1995, p. 999–1005.
- [26] A. Pedotti, V. Krishnan, and L. Stark, “Optimization of muscle-force sequencing in human locomotion,” *Mathematical Biosciences*, vol. 38, 1978, p. 57–76.

- [27] I.A.F. Stokes and M. Gardner-Morse, "Lumbar spinal muscle activation synergies predicted by multi-criteria cost function," *Journal of Biomechanics*, vol. 34, 2001, p. 733–740.
- [28] F.C. Anderson and M.G. Pandy, "A dynamic optimization solution for vertical jumping in three dimensions," *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, vol. 2, 1999, p. 201–231.
- [29] R. Happee and F. Van der Helm, "The control of shoulder muscles during goal directed movements, an inverse dynamic analysis," *Journal of biomechanics*, vol. 28, 1995, p. 1179–1191.
- [30] D. Blana, J.G. Hincapie, E.K. Chadwick, and R.F. Kirsch, "A musculoskeletal model of the upper extremity for use in the development of neuroprosthetic systems," *Journal of biomechanics*, vol. 41, Jan. 2008, p. 1714.
- [31] M. Praagman, E. Chadwick, F. Van Der Helm, and H. Veeger, "The relationship between two different mechanical cost functions and muscle oxygen consumption," *Journal of biomechanics*, vol. 39, 2006, p. 758–765.
- [32] B.R. Umberger, K.G.M. Gerritsen, and P.E. Martin, "A model of human muscle energy expenditure," *Computer methods in biomechanics and biomedical engineering*, vol. 6, Apr. 2003, p. 99–112.
- [33] H. Hatze and J. Buys, "Energy-optimal controls in the mammalian neuromuscular system," *Biological Cybernetics*, vol. 27, 1977, p. 9–20.
- [34] L.J. Bhargava, M.G. Pandy, and F.C. Anderson, "A phenomenological model for estimating metabolic energy consumption in muscle contraction," *Journal of biomechanics*, vol. 37, Jan. 2004, p. 81–88.
- [35] L.L. Menegaldo, A.T. Fleury, and H.I. Weber, "Biomechanical modeling and optimal control of human posture," *Journal of biomechanics*, vol. 36, 2003, p. 1701–1712.
- [36] M. Ackermann and A.J. Van den Bogert, "Optimality principles for model-based prediction of human gait," *Journal of biomechanics*, vol. 43, 2010, pp. 1055–1060.
- [37] D.G. Thelen, F.C. Anderson, and S.L. Delp, "Generating dynamic simulations of movement using computed muscle control," *Journal of Biomechanics*, vol. 36, 2003, p. 321–328.
- [38] K. Gerritsen, A.J. van den Bogert, M. Hulliger, and R.F. Zernicke, "Intrinsic muscle properties facilitate locomotor control—a computer simulation study," *Motor Control*, vol. 2, 1998, p. 206–220.
- [39] R. Zheng, T. Liu, S. Kyoko, and Y. Inoue, "In vivo estimation of dynamic muscle-tendon moment arm length using a wearable sensor system," *Advanced*

*Intelligent Mechatronics, 2008. AIM 2008. IEEE/ASME International Conference on*, IEEE, 2008, p. 647–652.

- [40] C.Y. Scovil and J.L. Ronsky, “Sensitivity of a Hill-based muscle model to perturbations in model parameters.,” *Journal of biomechanics*, vol. 39, Jan. 2006, pp. 2055-63.