# ELECTRÒNICA FÍSICA PER A ENGINYERS ELECTRÒNICS DE TELECOMUNICACIÓ

# ÍNDEX

TEMA 1. SEMICONDUCTORS	4
<ul> <li>1.1. Cristalls semiconductors</li> <li>1.1.1. Materials semiconductors</li> <li>1.1.2. Estructura cristal·lina</li> <li>1.1.3. Model covalent</li> </ul>	4 4 5 6
<ul> <li>1.2. Estructura de bandes</li> <li>1.2.1. Mecànica quàntica</li> <li>1.2.2. Bandes d'un semiconductor</li> <li>1.2.3. Processos de generació-recombinació</li> </ul>	8 8 10 12
<ol> <li>1.3. Estadística de l'equilibri</li> <li>1.3.1. Concentració de portadors</li> <li>1.3.2. Llei d'acció de masses</li> <li>1.3.3. (Pseudo)nivells de Fermi</li> </ol>	
<ul> <li>1.4. Fenòmens de conducció</li> <li>1.4.1. Agitació tèrmica</li> <li>1.4.2. Difusió</li> <li>1.4.3. Arrossegament o deriva</li> </ul>	<i>15</i> 15 15 16
<ul> <li>1.5. Equació de continuïtat</li> <li>1.5.1. Cas d'equilibri</li> <li>1.5.2. Cas de baix nivell d'injecció (excessos molt menors que la concentració de major</li> <li>1.5.3. Cas de dependència amb el temps en un semiconductor homogeni</li> <li>1.5.4. Cas de dependència espacial en un estat estacionari</li> </ul>	17 18 itaris)18 19 19
TEMA 2. DÍODES	20
<ul> <li>2.1. Estudi de la zona de la junció</li> <li>2.1.1. Estàtica de la junció PN en equilibri</li> <li>2.1.2. Estàtica de la junció PN sota polarització directa o inversa</li> </ul>	21 21 23
2.2. I(v) dei aloue lueal en regim permanent	

2.2.1. Injecció de portadors a través de la zona de càrrega espacial	24
2.2.2. Distribució de minoritaris i corrent en una zona llarga	25
2.2.3. Distribució de minoritaris i corrent en una zona curta	27
2.2.4. Consideracions pràctiques	28
2.3. I(V) real. No idealitats en el díode	29
2.4. Model dinàmic i petit senyal de la junció PN	31
2.4.1. Capacitat de transició o de la junció	31
2.4.2. Capacitat de difusió o d'emmagatzemament	32
2.4.3. Model dinàmic del díode	
2.4.4. Model de petit senyal del diode	
2.5. Commutació	34
2.5.1. Transitori d'apagat del díode (turn off)	35
2.5.2. Transitori d'encesa del díode (turn on)	36
2.6. Model SPICE	37
2.7. Junció metall-semiconductor	
2.7.1. Diagrama de bandes en equilibri	38
2.7.2. Barrera Schottky ideal	39
2.7.3. Contacte òhmic	41
2.7.4. Contactes Schottky i òhmic reals	41
TEMA 3. TRANSISTORS BIPOLARS D'UNIÓ (BJT)	43
3.1. Transistor bipolar d'unió: NPN i PNP	43
3.1.1. BJT en equilibri	43
3.1.2. Operació qualitativa en regió activa	44
3.1.3. Configuracions i paràmetres de qualitat	45
3.2. NPN ideal en polarització directa i règim permanent	46
3.3. Models d'Ebers-Moll per a un BJT ideal	49
3.3.1. Model d'Ebers-Moll d'injecció	49
3.3.2. Model d'Ebers-Moll de transport	49
3.4. Desviacions de la idealitat	50
3.4.1. Recombinació a la base	50
3.4.2. Efectes de la polarització inversa de la junció col·lectora	51
3.4.3. Altres efectes de segon ordre	53
3.5. Model dinàmic de BJT	54
3.5.1. Transitori de commutació	54
3.5.2. Capacitats paràsites al BJT	55
3.5.3. Petit senyal: model híbrid en $\pi$	57
3.6. Models Gummel-Poon i SPICE	58
TEMA 4. TRANSISTORS D'EFECTE DE CAMP (FET)	59
4.1. JFET i MESFET	59
4.1.1. I(V) del JFET ideal	59
4.1.2. I(V) del JFET real	62
4.1.3. Model dinàmic del JFET	63

4.2. Estàtica del sistema metall-òxid-silici	64
4.3. MOSFET ideal	67
4.3.1. Tensió de llindar EN un MOSFET	67
4.3.2. I-V del MOSFET ideal	69
4.3.3. Símbols i tipus	70
4.4. MOSFET real	73
4.4.1. Modulació de la llargada del canal	74
4.4.2. Efectes lligats a la reducció de dimensions del canal	74
4.4.3. Efectes lligats a camps elèctrics intensos	75
4.4.4. Fuites	76
4.4.5. Efectes resistius i capacitius	76
4.5. Models del MOSFET	77
4.5.1. Model dinàmic	77
4.5.2. Model de petit senyal	77
4.5.3. Models SPICE	78

# **TEMA 1. SEMICONDUCTORS**

El **semiconductor** és el material bàsic per a l'electrònica, amb conductivitat entre la d'un conductor (més de 10<sup>4</sup> S/cm) i la d'un aïllant (per sota dels 10<sup>-12</sup> S/cm). Contràriament als conductors, la seva conductivitat augmenta amb la temperatura i es comporta com a aïllant quan aquesta és molt baixa. A més, es pot controlar tecnològicament modificant el material mitjançant el seu *dopatge*.

# 1.1. CRISTALLS SEMICONDUCTORS

Les aplicacions actuals de semiconductors d'alta qualitat impliquen material cristal·lí. A continuació explicarem per què i en descriurem els elements principals.

# 1.1.1. MATERIALS SEMICONDUCTORS

Químicament, els materials semiconductors se situen cap al mig de la banda dreta de la taula periòdica, al voltant de la columna 14 (vegeu la figura 1):



# TAULA PERIÒDICA DELS ELEMENTS

Figura 1. Taula periòdica dels elements. Font: termcat.

Els semiconductors elementals pertanyen al grup IV i apareixen a la columna 14 per sota del C (molt aïllant) i per sobre del Sn (conductor). Els seus enllaços covalents completament equivalents, i amb un nombre ni gaire alt ni gaire baix d'electrons de valència, proporcionen als portadors de càrrega la possibilitat de generar-se i de moure's lliurement, i van ser l'origen de tota l'electrònica d'estat sòlid. També es poden fer compostos o aliatges que incloguin altres elements de la columna i tinguin comportament semiconductor (per exemple, SiC o Si<sub>x</sub>Ge<sub>1-x</sub>, especialment útils en aplicacions de potència). Un enllaç semblant es pot aconseguir amb elements III i V del voltant. Són semiconductors de tipus III-V les combinacions binàries de B, Al, Ga i In amb N, P, As i Sb (per exemple, GaAs, InP, GaN, etc.), però també aliatges ternaris o quaternaris (com ara  $In_xAI_{1-x}As$  o  $In_xGa_{1-x}As_yP_{1-y}$ ). Tots ells són molt utilitzats en optoelectrònica i permeten adaptar el material al color amb què es vol treballar (enginyeria de bandes).

Les columnes II i VI també es poden combinar per formar materials semiconductors, on el grup II inclou una àmplia gamma de metalls de transició (zona intermèdia a la taula periòdica). Òxids del tipus ZnO, In<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SnO<sub>2</sub>, CuO, CuO<sub>2</sub>, TiO<sub>2</sub>, etc., o combinacions d'aquests (com ara Ga<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:In<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:ZnO), actualment utilitzats en electrònica flexible, poden derivar en altres compostos sense oxigen (com, per exemple, CdTe o derivats més complicats com ara CuInGaS<sub>4</sub>, Cu(In,Ga)(S,Se)<sub>2</sub>, etc.) molt eficients en mòduls fotovoltaics.

Tot i que s'ha arribat a incloure algun element del grup VII en aliatges dels tipus anteriors, en general aquests elements tenen un caràcter molt iònic que dificulta el seu comportament com a semiconductor. Igualment, caldria mencionar tota una gamma de molècules orgàniques i polímers que poden adquirir caràcter semiconductor quan se'ls injecten càrregues, amb dopatge o fotoexcitació.

Com que és de llarg el més utilitzat, parlarem del silici com a semiconductor de referència, i, si no en diem el contrari, ens hi estem referint.

# 1.1.2. ESTRUCTURA CRISTAL·LINA

Segons la seva estructura interna, els materials es poden separar en cristal·lins (amb una ordenació periòdica que es repeteix a tot el seu volum sense variació), amorfs (sense cap tipus d'ordre intern) i policristal·lins (trossos de cristall sense ordre entre ells). La figura 2 en mostra un esquema. En general, desordre implica enllaços no complets, capaços de captar electrons lliures i impedir-los de participar en fenòmens de conducció. Aquesta és una situació que cal evitar i per això els dispositius electrònics que estudiarem aquí estan fets amb un semiconductor cristal·lí.



Figura 2. Classificació dels materials segons la seva estructura: cristal·lí (a l'esquerra), policristal·lí (al mig) i amorf (a la dreta).

El silici (Si) té nombre atòmic 14 i, per tant, té 14 electrons a l'escorça electrònica, distribuïts en tres nivells: 2 al n = 1, 8 al n = 2 i 4 al n = 3. Per tant, 10 d'aquests electrons ocupen òrbites molt properes al nucli, però els altres 4 són més externs i poden interaccionar amb àtoms veïns. Aquests 4 electrons

reactius s'anomenen *electrons de valència* i són l'origen del fet que, en una estructura cristal·lina, cada àtom de Si s'envolti de 4 més, de manera que formen una cel·la cúbica amb *paràmetre de xarxa* (llargada de l'aresta) a = 0,543 nm i que conté 8 àtoms per cel·la, com mostra la figura 3. Aquesta estructura, anomenada *diamant*, dona lloc a una densitat atòmica de 5·10<sup>22</sup> àtoms de Si per centímetre cúbic.

Donat un origen de coordenades, situat a un cantó de la cel·la unitat (en el cas de la figura 3, al fons), representem per [100], [010] i [001] les tres arestes bàsiques en direccions *x*, *y* i *z* respectivament, a partir de les quals es pot descriure qualsevol altre vector o posició atòmica (per exemple, la diagonal principal és [111]). Igualment, els índexs de Miller descriuen els plans indicant la inversa del punt de tall amb cada eix. Així, (100), (010) i (001) són les cares perpendiculars als eixos respectius i (111) el pla indicat a la figura 3.



Figura 3. Estructura cristal·lina del Si (diamant), amb els eixos de coordenades i el pla (111).

# 1.1.3. MODEL COVALENT



El model covalent representa simplificadament i en 2D la característica principal de la xarxa del Si: els 4 electrons de valència de cada àtom formen enllaços covalents amb els respectius àtoms veïns (figura 4).

Figura 4. Model covalent del Si. S'hi mostren els enllaços formats pels 4 electrons de valència de cada àtom.

A temperatura del 0 absolut (0 K), aquest material es comporta com a aïllant, perquè és insensible a qualsevol camp elèctric que se li apliqui. En canvi, a temperatures més altes (per exemple, a temperatura ambient, 300 K aproximadament), les partícules vibren al voltant de la seva posició d'equilibri i tenen una certa energia tèrmica. Estadísticament, uns quants electrons poden absorbir prou energia tèrmica del medi per trencar el seu lligam amb el nucli i quedar lliures per moure's al llarg del cristall. Aquests electrons deixen un enllaç covalent trencat, també anomenat *forat* (figura 5).



Figura 5. Generació d'un parell electró-forat per absorció d'energia tèrmica per part d'un electró de valència (a temperatura superior a 0 K).

Aquest forat exerceix una força sobre els electrons del seu entorn, ja que hi ha un desequilibri cristal·lí que «reclama» la reconstrucció de l'enllaç. Això fa que, amb molt poca energia, un electró de valència proper trenqui el seu enllaç, salti a la posició del forat i refaci l'enllaç. Amb aquest moviment, però, l'electró que ha saltat ha generat un nou forat i, en definitiva, és com si el forat es mogués lliurement dins del cristall en una situació d'equilibri termodinàmic en què tants enllaços es trenquen, tants se'n generen.

En aquestes circumstàncies, aplicant un camp elèctric  $\vec{\varepsilon}$  es pot arrossegar l'electró lliure, però també s'afavoreixen els salts dels electrons de valència situats en aquella direcció i en aquell sentit. El resultat és que l'electró es mou en sentit oposat al camp, i el forat ho fa en el sentit del camp, com si tingués càrrega positiva i fos una partícula lliure, h<sup>+</sup> (figura 6). El trencament d'un enllaç covalent implica, doncs, la generació d'un parell de *portadors* de corrent capaços de moure's lliurement pel semiconductor: un electró amb càrrega –q i un forat amb càrrega +q.



Figura 6. Conducció per part dels electrons (en blau) i forats lliures (en vermell).

Si se substitueix un d'aquests àtoms de Si per un del grup V (amb 5 electrons de valència, com per exemple P, As, Sb, ...), forma 4 enllaços covalents amb els 4 veïns, però el cinquè electró està feblement lligat al nucli. Amb molt poca energia s'allibera i es converteix en un electró idèntic als generats per l'energia tèrmica, però no genera cap forat lliure sinó que ionitza l'àtom d'impuresa *donadora* d'electrons. En la concentració total d'electrons hi participen tant els generats tèrmicament com els que provenen d'impureses ionitzades, però aquests acostumen a ser molts més i, per tant, molts més que els forats. Es parla aleshores d'un *semiconductor dopat de tipus N*.

D'igual manera, el fet de substituir un àtom de la xarxa per una impuresa del grup III (3 electrons de valència, com ara B, Ga, ...) implica que hi ha 3 electrons per formar enllaços covalents, però queda un quart enllaç per formar. Aleshores, els forats són *majoritaris* (n'hi ha més que electrons, que en aquest cas són *minoritaris*), la impuresa és *acceptadora* d'electrons i el semiconductor és *dopat de tipus P*.

Els dos tipus de dopatge generen semiconductors *extrínsecs*, en contraposició al material no dopat, que és *intrínsec*. També pot haver-hi *compensació*, quan una impuresa donadora i una altra d'acceptadora es neutralitzen mútuament. El dopatge efectiu serà la diferència entre ambdós.

### 1.2. ESTRUCTURA DE BANDES

Fins aquí el semiconductor ha estat descrit des del punt de vista estructural, tant si és *intrínsec* com *extrínsec* (sense dopants o amb dopants, respectivament). A continuació ho farem des del punt de vista de les energies necessàries per a tots aquests processos.

# 1.2.1. MECÀNICA QUÀNTICA

Comencem recordant uns principis bàsics de la mecànica quàntica, necessaris per descriure la matèria a dimensions tan petites com les que estem emprant:

- Dualitat ona-partícula. Cada partícula es pot descriure també com una ona i viceversa. Això implica que podrem descriure les partícules «clàssiques», com l'electró i el forat, amb funcions d'ona; i que les ones «clàssiques», com la llum i la vibració tèrmica, les podrem descriure amb partícules, que anomenarem *fotó* i *fonó*, respectivament.
- Quantització. Aquestes partícules són indivisibles (quanta o quàntums) i això implica que tenen una energia i un moment determinats que no es pot dividir. Per tant, absorbir un fotó amb energia hv o un fonó amb moment ħk implica absorbir-los sencers, o tot o res.
- El comportament d'una partícula ve descrit per la seva funció d'ona,  $\psi(\vec{r}, t)$ , que és la solució de *l'equació de Schrödinger*:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r},t) + U(\vec{r},t)\psi(\vec{r},t) = E\psi(\vec{r},t),$$

on  $\hbar$  és la constant de Plank reduïda (=  $h/2\pi = 6.58 \cdot 10^{-16}$  eV·s); *m*, la massa de la partícula en qüestió;  $U(\vec{r}, t)$ , la funció que descriu l'energia potencial i *E*, el valor de l'energia. La probabilitat de presència de la partícula a la posició  $\vec{r}$  en temps *t* ve descrita pel mòdul de la funció d'ona:

$$P(\vec{r},t) = |\psi(\vec{r},t)|^2 \,.$$

No entrarem en detalls quàntics del comportament dels electrons i els forats en un semiconductor. Només en resumirem alguns exemples.

# EXEMPLE 1: PARTÍCULA LLIURE (POTENCIAL $U(\vec{r}, t) = 0$ ).

Segons l'equació de Schrödinger, la solució és una funció proporcional a la seva pròpia derivada segona amb signe negatiu i, per tant, és del tipus exponencial imaginària.

$$\psi(\vec{r},t) = A \exp(i\vec{k}\cdot\vec{r}) \implies P(\vec{r},t) = A^2 \quad \forall \vec{r},t \; .$$

Probabilitat de presència igual a tot l'espai i per a tot temps. Partícula completament lliure!

# EXEMPLE 2: BARRERA DE POTENCIAL ( $U(x) = U_0$ PER A 0 < x < L, U(x) = 0 A LA RESTA DE L'ESPAI).



Figura 7. Funció d'ona d'una partícula que interacciona amb una barrera de potencial.

Des del punt de vista de la mecànica clàssica, una partícula amb energia *E* menor que la de la barrera  $V_0$  no pot passar a l'altra banda (com si llencem una pilota contra una paret, a una alçada menor que la de la mateixa paret). En canvi, en el context de la mecànica quàntica, si la barrera és prou estreta sí que pot ser travessada, tot i que la probabilitat de trobar la partícula a l'altra banda és menor que en la d'incidència (com es veu per l'amplitud de la funció d'ona a les zones III i I, respectivament, a la figura 7). És l'anomenat *efecte túnel*, que explicarà alguns fenòmens que es detecten als dispositius que estudiarem (com per exemple als díodes Zener).

# EXEMPLE 3: MODEL ATÒMIC DE BOHR (POTENCIAL ELECTROESTÀTIC CENTRAL).

Aquest model descriu l'àtom com un nucli on es concentra la càrrega positiva, envoltat d'una escorça electrònica on les càrregues negatives (electrons) s'ubiquen en uns determinats orbitals, amb energies ben determinades. Només aquestes energies i orbitals són possibles (figura 8).



Figura 8. Model atòmic de Bohr en què es mostren energies i orbitals possibles.

# EXEMPLE 4: CRISTALL (ORDENACIÓ PERIÒDICA D'ÀTOMS IGUALS).

Pel principi d'exclusió de Pauli, no hi pot haver dos fermions exactament amb el mateix estat. Això implica un desdoblament dels nivells energètics dels electrons de cada àtom quan interacciona amb un altre àtom igual proper. Si la densitat atòmica del Si és de  $5 \cdot 10^{22}$  cm<sup>-3</sup>, els corresponents orbitals més allunyats del nucli (electrons de valència) interaccionen i es desdoblen en  $4x5 \cdot 10^{22}$  nivells molt propers per cada cm<sup>3</sup> de semiconductor. A la pràctica són tan propers que es poden considerar un continu, i es parla de *bandes d'energia*. Concretament, en el cas del Si la distància al cristall és tal que origina dues bandes, cadascuna amb  $4x5 \cdot 10^{22}$  nivells/cm<sup>3</sup> (figura 9), separades per l'anomenat *band gap* o *banda prohibida*.



Figura 9. Desdoblament, en forma de bandes, dels nivells energètics corresponents als orbitals atòmics.

### 1.2.2. BANDES D'UN SEMICONDUCTOR

Tenint en compte que  $5 \cdot 10^{22}$  cm<sup>-3</sup> àtoms de Si tenen  $4x5 \cdot 10^{22}$  cm<sup>-3</sup> electrons de valència, resulta que a T = 0 K la banda inferior (*banda de valència*) està totalment ocupada per electrons de valència i la superior totalment buida (*banda de conducció*, plena de forats). La separació entre elles configura una banda energètica prohibida, anomenada *gap*, que en el cas del Si és  $E_G = 1,12$  eV (1,43 si és GaAs, 0,68 si Ge, ...).

Lligant aquesta descripció energètica amb el model covalent, es conclou que l'energia mínima que cal per alliberar un electró i generar un parell electró-forat és *E*<sub>6</sub>. A temperatura ambient, l'energia tèrmica fa que uns quants electrons puguin saltar de la banda de valència a la de conducció, i són aquests que han saltat, així com els forats que han generat a la banda de valència, els que poden participar en la conducció. A més, les impureses donadores generen un nivell dins del gap (localitzat en l'espai) a molt poca distància de la banda de conducció, mentre que les acceptadores el generen a prop de la banda de valència.

Un estudi detallat revela que aquestes bandes depenen fortament de la disposició dels àtoms en el cristall i, per tant, de la direcció cristal·logràfica que considerem. Per això s'acostumen a representar en funció del mòdul del vector d'ona, k, però desglossant les diferents direccions, representades per una sèrie de símbols (figura 10). A més, es pot definir una massa efectiva  $m^*$  per als portadors a partir d'aquesta teoria:

$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{\delta^2 E}{\delta k^2}\right)^{-1}$$

Atès que depèn de la segona derivada del perfil de cada banda amb k, si la banda és còncava (cas de la de conducció), la massa efectiva resulta positiva (i els electrons lliures «pesen»), però si la banda és convexa (cas de la de valència) la massa efectiva resulta negativa (i els forats «suren»). És a dir, conceptualment i matemàticament podem considerar els *forats* com quasipartícules amb càrrega +q i massa -m<sup>\*</sup><sub>h</sub>, igual que considerem els *electrons* com a partícules amb càrrega –q i massa +m<sup>\*</sup><sub>e</sub>. Ambdós són *portadors* de càrrega.



Figura 10. Bandes del GaN, en funció del vector d'ona k i de la direcció de l'espai. Font: NSM archive.

Aquesta descripció pot resultar complicada i poc intuïtiva i per això ens centrarem en tres semiconductors dels més emprats, a saber Ge, Si i GaAs. A la figura 11 es pot veure que, en el cas del GaAs, el mínim de la banda de conducció coincideix en la direcció del màxim de la banda de valència (*gap directe*). Això vol dir que una transició electrònica banda a banda només implica un moviment vertical de l'electró en aquest diagrama i, per tant, una absorció o emissió d'energia que pot ser proveïda per una partícula amb energia, però poc moment (un fotó). En canvi, en el cas del Ge i del Si no hi ha tal alineament (*gap indirecte*), i una transició electrònica banda a banda implica no només un intercanvi d'energia (fotó) sinó també de moment (fonó). En aquest cas, cal la coincidència en l'espai d'una partícula més (el fonó): els fenòmens optoelectrònics són menys probables en els semiconductors de gap indirecte que en els de gap directe.



Figura 11. Bandes del Ge, Si i GaAs. S'hi indica el bandgap o gap (directe només en el darrer cas).

En resum, el diagrama de bandes representa l'energia potencial d'un electró en el potencial periòdic de l'interior del semiconductor. Els electrons que estiguin a la banda de conducció i els forats que estiguin a

la de valència seran els que participaran en els fenòmens de conducció, però en molts casos la direcció cristal·logràfica no serà important. Per simplicitat, en general utilitzarem mitjanes de les quantitats que depenen de la direcció (com la massa efectiva) i farem diagrames de bandes esquemàtics on a l'eix X posarem la distància (x en 1D), com es veu a la figura 12.



Figura 12. Bandes esquemàtiques en funció de la posició (x).

# 1.2.3. PROCESSOS DE GENERACIÓ-RECOMBINACIÓ

Els processos de *generació* de portadors són els que donen origen a portadors lliures, generalment per trencament d'un enllaç covalent. Per desfer el seu lligam, cal que l'electró absorbeixi un quàntum d'energia més gran que la del gap. Segons l'origen, podem distingir, entre d'altres:

- *Generació tèrmica*: com ja s'ha esmentat, per qüestions estadístiques a temperatura superior al 0 absolut uns quants electrons absorbeixen prou energia per alliberar-se.
- Generació òptica: l'electró absorbeix un fotó amb energia igual o superior a la del gap (per exemple, a les cèl·lules solars). És bo fixar-se que els fotons amb energies menors que el gap no són absorbits i que el material és transparent a aquestes freqüències (com el vidre a les freqüències visibles).
- *Generació cinètica (ionització per impacte)*: un portador a gran velocitat xoca amb un àtom del cristall i transfereix part de la seva energia a un dels seus electrons de valència, de manera que genera un parell electró-forat. És la base de l'efecte d'allau que estudiarem en els díodes.
- *Generació per camp elèctric*: si en una regió del material hi ha un camp elèctric molt intens, pot arribar a arrencar un electró, com passa en els díodes Zener.

Les recombinacions són més probables com més electrons i forats lliures hi hagi i els eliminen per parells gràcies a la reconstrucció d'enllaços covalents, emetent quantums d'energia igual o superior a la del gap:

- *Recombinació tèrmica*: l'energia en excés s'allibera en forma de calor.
- *Recombinació òptica*: s'anomena també *radiativa*, perquè s'irradia energia electromagnètica i s'emet un fotó. És la base dels díodes electroluminescents (LED).
- *Recombinació cinètica:* se cedeix energia cinètica. L'efecte Auger és el procés oposat a la generació per ionització per impacte. El portador recombinat cedeix la seva energia a un altre, que normalment és extret del material.

Aquests dos tipus de processos tenen lloc contínuament en un semiconductor a una certa temperatura, de manera que es generen tants parells electró-forat com es recombinen. Per tant, les quantitats dels dos tipus de portadors, de mitjana, es mantenen constants en el temps. S'anomena *equilibri termodinàmic* aquesta situació estacionària en què no s'intercanvia cap tipus d'energia (òptica, elèctrica, etc.) ni de matèria (no s'injecten portadors, per exemple) amb el semiconductor. Cal remarcar que l'equilibri és *tèrmic* (l'energia tèrmica de la temperatura ambient és inevitable) i *dinàmic* (hi ha generacions i recombinacions, però n'hi ha tantes de les unes com de les altres, de manera que es compensen).

### 1.3. ESTADÍSTICA DE L'EQUILIBRI

Un cop hem descrit el material, els portadors i els fenòmens que hi tenen lloc, ens centrarem en el seu comportament electrònic. Per descriure'l, un paràmetre important és la concentració dels portadors, és a dir, la quantitat de portadors de càrrega que es poden moure pel seu interior, per unitat de volum. Representem per *n* la densitat d'electrons lliures i per *p* la densitat de forats lliures que poden participar en la conducció.

# 1.3.1. CONCENTRACIÓ DE PORTADORS

Calcularem la concentració de portadors a partir dels estats quàntics en què poden estar i de la probabilitat que hi estiguin.

La física de l'estat sòlid diu que la densitat d'estats quàntics amb energia E, g(E), es pot descriure mitjançant la següent llei (on els subíndexs C i V fan referència a les bandes de conducció i valència, respectivament,  $m^*$  és la massa efectiva de la partícula i h la constant de Plank):

$$g_C(E) = 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} \sqrt{E - E_C}$$
 i  $g_V(E) = 4\pi \left(\frac{2m_h^*}{h^2}\right)^{3/2} \sqrt{E_V - E}$ .

D'altra banda, la probabilitat que aquests estats amb energia *E* estiguin ocupats per un electró ve descrita per la distribució de Fermi-Dirac, f(E), on  $E_F$  és l'energia de Fermi, un terme teòric per descriure l'energia amb probabilitat ½ de ser ocupada per a qualsevol temperatura:

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

La densitat d'electrons amb energia *E* serà el producte g(E)f(E), que té el seu màxim a 3kT per sobre del mínim de la banda de conducció, i la total serà la integral per a totes les energies de la banda de conducció. Aquesta integral no es pot fer analíticament, sinó que cal negligir l'1 del denominador de f(E). Aquesta aproximació es pot fer si els nivells energètics considerats són prou lluny de  $E_F$ , més concretament si  $E_F$  està més lluny de les bandes que 3kT i en aquest cas es diu que el semiconductor és *no degenerat*.

$$n_0 = \int_{EC}^{Em\lambda xim} n_0(E) = \int_{EC}^{Em\lambda xim} g_C(E)f(E)dE \cong \int_{EC}^{\infty} 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E - E_C} \exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right) dE$$
$$n_0 \cong N_C \exp\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right), \quad \text{on } N_C \equiv 2\left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

La concentració de forats serà la integral de la densitat d'estats a la banda de valència per la probabilitat que no estiguin ocupats per un electró, amb el seu màxim 3kT per sota del màxim de la banda:

$$p_{0} = \int_{Eminim}^{EV} g_{V}(E) [1 - f(E)] dE \cong \int_{-\infty}^{EV} 4\pi 8 \left(\frac{2m_{h}^{*}}{h^{2}}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E_{V} - E} \left[1 - \exp\left(\frac{E_{F} - E}{kT}\right)\right] dE$$
$$p_{0} \cong N_{V} \exp\left(\frac{E_{V} - E_{F}}{kT}\right), \quad \text{on } N_{V} \equiv 2 \left(\frac{2\pi m_{h}^{*} kT}{h^{2}}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

# 1.3.2. LLEI D'ACCIÓ DE MASSES

De les expressions anteriors es pot veure que el producte  $n_0p_0$  només depèn del material i de la temperatura. En el cas particular d'un semiconductor intrínsec, la concentració de forats és igual a la d'electrons lliures, ja que es generen per parells. Aquesta quantitat s'anomena *concentració intrínseca* de portadors del semiconductor, només depèn del material i la temperatura, i es representa per  $n_i$ . En el cas del Si a temperatura de 300 K assoleix el valor aproximat d'1,5·10<sup>10</sup> cm<sup>-3</sup>.

Així s'estableix la llei d'acció de masses, vàlida sempre que tinguem equilibri:

$$n_0 p_0 = n_i^2(T) \ .$$

És fàcil extreure relacions entre aquestes densitats de portadors i els nivells de Fermi per al cas intrínsec  $(E_I)$  i general  $(E_F)$ , i definir el potencial intrínsec  $(\phi_F)$ :

$$n_i = \sqrt{N_c N_V} \exp\left(\frac{-E_G}{2kT}\right)$$
$$E_I = \frac{E_c + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_c} = \frac{E_c + E_V}{2} + \frac{3kT}{4} \ln \frac{m_h^*}{m_e^*}$$
$$n_0 = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_I}{kT}\right)$$
$$p_0 = n_i \exp\left(\frac{E_I - E_F}{kT}\right)$$

 $\phi_F \equiv \frac{E_I - E_F}{q} \quad \begin{cases} \phi_F > 0 & \text{si el semiconductor és tipus P} \\ \phi_F < 0 & \text{si el semiconductor és tipus N} \end{cases}$ 

La llei d'acció de masses és vàlida sempre que hi hagi equilibri, amb dopatge o sense. En el cas particular d'una mostra tipus N amb una determinada densitat d'impureses donadores  $N_D$ , la densitat d'electrons (majoritaris) ve determinada per dues contribucions principals: els generats tèrmicament (un per cada forat generat tèrmicament,  $n_{th} = p_{th}$ ) i els que provenen de la ionització de les impureses (amb densitat N<sub>D</sub>, si totes estan ionitzades i cadascuna dona un sol electró). En canvi, els forats només provenen de la generació tèrmica i generalment són molts menys que les impureses:  $n_0 = n_{th} + N_D^+ = p_{th} + N_D^+ = p_0 + N_D^+$ . Anàlogament, si la mostra fos tipus P amb densitat d'acceptadores N<sub>A</sub>, es podria escriure  $p_0 = n_0 + N_A^-$ . Unint les dues expressions, s'obté el que es podria considerar expressió de la *neutralitat* i que constitueix la segona equació que, juntament amb la llei d'acció de masses, permet calcular les densitats de portadors a l'equilibri:

$$p_0 + N_D^+ = n_0 + N_A^-$$
.

Es pot comprovar que, per a dopatges prou superiors a la concentració intrínseca i ionització total de les impureses, l'aproximació de segon ordre és:

$$p_0 = \frac{N_A^- + \sqrt{N_A^{-2} + 4n_i^2}}{2} \cong N_A \quad \text{i} \quad n_0 \cong \frac{n_i^2}{N_A} \quad \text{si la mostra és tipus P (dopatge  $N_A \gg n_i)}$ 
$$n_0 = \frac{N_D^+ + \sqrt{N_D^{+2} + 4n_i^2}}{2} \cong N_D \quad \text{i} \quad p_0 \cong \frac{n_i^2}{N_D} \quad \text{si la mostra és tipus N (dopatge  $N_D \gg n_i)}$$$$$

# 1.3.3. (PSEUDO)NIVELLS DE FERMI

És interessant remarcar que el nivell de Fermi només té sentit en el cas d'equilibri. Tanmateix, moltes vegades les expressions anteriors es generalitzen al cas de no equilibri mitjançant uns pseudonivells de Fermi E<sub>Fe</sub> i E<sub>Fh</sub> per als electrons i els forats. Com que fora de l'equilibri ja no es compleix la llei d'acció de masses, aquests dos pseudonivells de Fermi ja no coincideixen.

### 1.4. FENÒMENS DE CONDUCCIÓ

Un cop descrites les densitats de portadors que poden conduir corrent, passem a descriure els fenòmens pels quals es produeix aquesta conducció. Bàsicament, a temperatura ambient es produeixen tres fenòmens que indueixen un moviment de càrregues: agitació tèrmica, difusió i deriva o arrossegament per un camp elèctric.

# 1.4.1. AGITACIÓ TÈRMICA

Com hem comentat, és un fenomen inevitable a temperatures més altes de 0 absolut. Es tracta d'un moviment aleatori causat per les col·lisions que pateix un portador amb els àtoms de la xarxa o altres portadors. Tot i que els portadors es mouen a velocitats considerables (un electró a 300 K pot tenir una velocitat de 10<sup>7</sup> cm/s dins del semiconductor), aquesta aleatorietat fa que no origini cap moviment de portadors en una direcció privilegiada i, per tant, no genera cap corrent.

#### 1.4.2. DIFUSIÓ

Tanmateix, aquesta agitació tèrmica permet un moviment de partícules quan la seva concentració és diferent en diverses zones del material. Aquest moviment que tendeix a uniformitzar la concentració a tot el sistema s'anomena *difusió* i l'experimenta qualsevol sistema format per partícules que presenten moviment d'agitació tèrmica (aquest seria, per exemple, el moviment de les partícules de tinta quan en cau una gota en un got amb aigua, a diferència de si cau sobre un bloc de glaç).

En un sistema amb una diferent concentració de partícules a un extrem i l'altre, el flux que tendeix a uniformitzar la concentració serà més important com més marcada sigui la diferència. És a dir, la quantitat de partícules que travessaran una superfície del costat més concentrat al menys concentrat (per unitat de temps i de secció) serà proporcional, amb signe negatiu, al gradient d'aquesta concentració. S'anomena *constant de difusió*, *D*, la constant de proporcionalitat.

$$\vec{\phi} = -D\vec{\nabla}c(\vec{r},t)$$

Si concretem a partícules carregades, aquest moviment «massiu» generarà un corrent de densitat (corrent per unitat d'àrea que travessa) *J*; el signe dependrà del signe de la càrrega de la partícula:

$$\overrightarrow{J_{Dp}} = -qD_p \vec{\nabla} p(\vec{r}, t)$$
$$\overrightarrow{J_{Dn}} = +qD_n \vec{\nabla} n(\vec{r}, t)$$

 $D_p$  i  $D_n$  són les constants de difusió dels forats i electrons, respectivament, i venen a representar la facilitat amb què es poden difondre dins del semiconductor.

# 1.4.3. ARROSSEGAMENT O DERIVA

En electrònica acostumem a treballar amb corrents i tensions i, per tant, amb camps elèctrics que poden arrossegar els portadors amb una velocitat que pot ser proporcional al camp:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{J_{ap}} &= +qp(\vec{r},t)\overrightarrow{v_p} = +qp(\vec{r},t)\mu_p\vec{\varepsilon} \\ \overrightarrow{J_{an}} &= -qn(\vec{r},t)\overrightarrow{v_n} = +qn(\vec{r},t)\mu_n\vec{\varepsilon} \,, \end{aligned}$$

 $\vec{\varepsilon}$  és el camp elèctric;  $\vec{v_p}$ ,  $\vec{v_n}$ , les velocitats dels forats i electrons dins del semiconductor, i  $\mu_p$  i  $\mu_n$ , les mobilitats respectives. Val a dir que tant el corrent d'arrossegament d'electrons com el de forats van en el sentit del camp elèctric, tot i que les partícules vagin en sentits oposats. I la proporcionalitat entre les velocitats de portadors i el camp elèctric es manté mentre aquest no sigui gaire gran. Per a valors d'uns 30 kV/cm, la velocitat dels portadors al Si satura i ja no pot passar d'uns 10<sup>7</sup> cm/s (velocitat de saturació).

Atès que la mobilitat també dona idea de la facilitat amb què una partícula es mou dins d'un medi, s'entén que estarà relacionada amb el coeficient de difusió. Efectivament, la relació d'Einstein estableix:

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q} \quad \text{i} \quad \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q}.$$

Aquesta constant kT/q que va apareixent té dimensions de potencial elèctric i, per a temperatura ambient, pren un valor d'uns 25,8 mV (l'energia amb què s'accelerarà una partícula de càrrega *e* sotmesa a un potencial de 25,8 mV és 4,13·10<sup>-21</sup> J). Així, si les mobilitats d'electrons i forats són aproximadament 1500 i 450 cm<sup>2</sup>/Vs respectivament, les constants de difusió depenen de la temperatura, però a temperatura ambient valen aproximadament 38 i 12 cm<sup>2</sup>/s per a electrons i forats, respectivament.

És evident que el corrent total dins del semiconductor és la suma de totes les contribucions, és a dir:

$$I = \vec{A} \cdot \left( \vec{J_p} + \vec{J_n} \right) = q \vec{A} \cdot \left( -D_p \vec{\nabla} p + p \mu_p \vec{\varepsilon} + D_n \vec{\nabla} n + n \mu_n \vec{\varepsilon} \right).$$

A fi de relacionar aquestes expressions amb les magnituds macroscòpiques d'intensitat i tensió, considerem un semiconductor al qual s'aplica una diferència de tensió V entre els seus extrems separats una distància L, de manera que es crea un camp elèctric que genera un corrent d'arrossegament. Recordem la llei d'Ohm i que la resistència que un material oposa al pas de corrent és directament proporcional a la seva llargada i inversament proporcional a la seva secció; la *resistivitat* (invers de la *conductivitat*) és la constant de proporcionalitat:

$$\frac{V}{I} = R = \rho \frac{L}{A} = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{A}$$

Si considerem que el corrent és degut a l'arrossegament dels electrons i dels forats,

$$\sigma = \frac{I}{A} \frac{L}{V} = \vec{J} \frac{L}{\vec{\varepsilon}L} = \frac{\vec{J}_a}{\vec{\varepsilon}} = q(n\mu_n + p\mu_p).$$

Cal remarcar, però, que aquesta expressió només és vàlida per a camps petits. Si són massa grans, la velocitat se satura i la resistivitat augmenta, de manera que deixa de complir-se la llei d'Ohm.

# 1.5. EQUACIÓ DE CONTINUÏTAT

Sigui un volum infinitesimal de semiconductor, de secció A i llargada  $\vec{r}$ . El nombre de portadors en aquest volum és el resultat del balanç entre els que s'hi generen i s'hi recombinen i entre els que hi entren i els que en surten a través dels corrents. El resultat d'aquest balanç és *l'equació de continuïtat*.

Calculem, per exemple, l'increment en un temps *dt* de la quantitat de forats que conté, tenint en compte les taxes de generacions i recombinacions per unitat de volum i de temps, *g* i *r* respectivament, i els corrents.

- D'una banda, una taxa de generacions g per unitat de temps i de volum implica un augment en  $g\vec{A}d\vec{r}dt$ , tant en la quantitat d'electrons com en la de forats (ja que es generen per parells).
- De la mateixa manera, una taxa de recombinacions *r* per unitat de temps i de volum genera una disminució en *rÅdrdt* en la quantitat d'electrons i de forats.
- Un corrent  $I(\vec{r})$  que entri pel punt  $\vec{r}$  al volum considerat vol dir que hi entren  $I(\vec{r})dt/q$  forats o que en surten  $I(\vec{r})dt/q$  electrons.
- I un corrent que surti pel punt  $(\vec{r} + d\vec{r})$  del volum considerat implica la sortida de  $I(\vec{r} + d\vec{r})dt/q$ forats o l'entrada de  $I(\vec{r} + d\vec{r})dt/q$  electrons.

Posant en comú totes les contribucions, es pot escriure (per als electrons seria anàleg):

$$\frac{\partial p(\vec{r},t)}{\partial t}\vec{A}\cdot d\vec{r} = (g-r)\vec{A}\cdot d\vec{r} + \frac{1}{q}[I(\vec{r}) - I(\vec{r}+d\vec{r})]$$

L'expressió del darrer terme, entre claudàtors, és la definició de la derivada amb signe negatiu:

$$\vec{\nabla}I \cdot d\vec{r} \equiv I(\vec{r} + d\vec{r}) - I(\vec{r})$$
$$\frac{\partial p(\vec{r}, t)}{\partial t} \vec{A} \cdot d\vec{r} = (g - r)\vec{A} \cdot d\vec{r} - \frac{1}{q} \vec{\nabla}I \cdot d\vec{r}$$

Recordant que  $\vec{J}$  és densitat de corrent, és a dir  $I/\vec{A}$ , es pot dividir per  $\vec{A} \cdot d\vec{r}$  arreu per obtenir l'*expressió general de les equacions de continuïtat*:

$$\frac{\frac{\partial p(\vec{r},t)}{\partial t} = g - r - \frac{1}{q} \vec{\nabla} \cdot \vec{J_p}(\vec{r},t)}{\frac{\partial n(\vec{r},t)}{\partial t} = g - r + \frac{1}{q} \vec{\nabla} \cdot \vec{J_n}(\vec{r},t)}$$

En tot volum de semiconductor s'han de complir simultàniament aquestes dues *equacions de continuïtat*, on la densitat de corrent inclou les dues contribucions de difusió i deriva. A més, cal tenir en compte que aquestes dues equacions no són independents, perquè la recombinació r depèn de les pròpies concentracions de portadors. Per tant, es tracta d'un sistema de dues equacions en derivades parcials i acoblades, que ambdues depenen de les variables n i p (perquè les recombinacions en depenen) i no es poden resoldre independentment. El problema general és difícil de resoldre i per això se solen buscar aproximacions raonables que simplifiquin el problema i el facin més fàcilment resoluble. Vegem-ne algunes aproximacions proposades.

# 1.5.1. CAS D'EQUILIBRI

Si no s'afegeixen energies ni masses per desequilibrar el sistema, segur que es troba en un estat estacionari i homogeni (si no fos homogeni, hi hauria moviments «massius» de portadors en un sentit o altre). Per tant, les derivades són nul·les. D'aquí es deriven dues conseqüències principals:

- g r = 0. Totes les generacions en equilibri termodinàmic són tèrmiques ( $g_{th}$ ). Les concentracions de portadors són les de l'equilibri, que representàvem per  $n_0$  i  $p_0$ . I les recombinacions són més probables com més electrons i forats tinguem:  $r = Bn_0p_0$ , on *B* és una constant. La conseqüència de tot això és que  $g_{th} = Bn_0p_0$ .
- $\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r},t) = 0 \implies \vec{J_n}(\vec{r},t)$  i  $\vec{J_p}(\vec{r},t)$  són constants  $\forall \vec{r}$ . Això només és compatible amb la definició d'equilibri si aquesta constant és 0, perquè, en cas contrari,  $\vec{J_n}(\vec{r},t) = -\vec{J_p}(\vec{r},t) \forall \vec{r},t$  implicaria que els electrons i els forats viatjarien junts els uns al costat dels altres, cosa impossible perquè acabarien recombinant-se i aquest procés alliberaria energia, en contradicció amb la definició d'equilibri. Per tant, en equilibri termodinàmic els corrents són nuls, tant d'electrons com de forats.

En conclusió, tots els termes de les equacions de continuïtat són nuls en el cas d'equilibri. Per tant, aquestes equacions només són útils fora de l'equilibri.

# 1.5.2. CAS DE BAIX NIVELL D'INJECCIÓ (EXCESSOS MOLT MENORS QUE LA CONCENTRACIÓ DE MAJORITARIS)

Si per algun mètode traiem el sistema de l'equilibri, les generacions ja poden tenir alguna contribució no tèrmica ( $g_{ext}$ ) i a les concentracions d'electrons i forats ja hi afegirem algun excés respecte a les que teníem en l'equilibri ( $n = n_0 + \Delta n$  i  $p = p_0 + \Delta p$ ). Amb això, per a un semiconductor tipus P en condicions de baix nivell d'injecció ( $\Delta n = \Delta p \ll p_0$ ), l'expressió de *g*-*r* pot reduir-se als termes de primer ordre:

$$g - r = g_{th} + g_{ext} - Bnp = g_{th} + g_{ext} - B(n + \Delta n)(p + \Delta p) \cong g_{th} + g_{ext} - Bn_0p_0 - B\Delta n p_0$$

Com que  $g_{th} = Bn_0p_0$  i  $Bp_0$  és gairebé constant ( $p_0$  és insensible a un increment  $\Delta p \ll p_0$ ), es defineix el *temps de vida dels electrons*,  $\tau_n$ , de manera que

$$g - r \cong g_{ext} - B\Delta n \ p_0 \equiv g_{ext} - \frac{\Delta n}{\tau_n}$$
$$\frac{\partial n(\vec{r}, t)}{\partial t} = g_{ext} - \frac{\Delta n}{\tau_n} + \frac{1}{q} \vec{\nabla} \cdot \vec{J_n}(\vec{r}, t) \qquad (\text{semiconductor tipus P})$$

Si el material fos tipus N, tot seria anàleg i l'equació de continuïtat només dependria dels forats:

$$\frac{\partial p(\vec{r},t)}{\partial t} = g_{ext} - \frac{\Delta p}{\tau_p} - \frac{1}{q} \vec{\nabla} \cdot \vec{J_p}(\vec{r},t) \qquad (\text{semiconductor tipus N})$$

Gràcies a la hipòtesi del baix nivell d'injecció s'ha trencat l'acoblament entre les dues equacions de continuïtat, ja que ara el terme de recombinació només depèn de la concentració de minoritaris. Aquesta equació ara es pot resoldre independentment de la de majoritaris, la qual continua depenent dels dos tipus de portadors. Ara bé, en general els portadors es generen per parells i, per tant, conèixer l'excés de minoritaris vol dir també conèixer el de majoritaris. Així doncs, resolent l'equació de continuïtat dels minoritaris ja sabem totes les densitats de portadors.

### 1.5.3. CAS DE DEPENDÈNCIA AMB EL TEMPS EN UN SEMICONDUCTOR HOMOGENI

Considerem que hi ha generació homogènia en un semiconductor tipus N homogeni, causada per exemple per una il·luminació homogèniament absorbida en tot el volum a partir de t = 0, que genera un baix nivell d'injecció. Si tot és homogeni, suposem nul·la qualsevol variació en l'espai i l'equació de continuïtat es redueix a:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = g_L - \frac{\Delta p}{\tau_p}$$

Aquesta equació diferencial lineal amb coeficients constants es pot resoldre respecte a  $\Delta p(t)$ , ja que la concentració en equilibri,  $p_0$ , no depèn ni del temps ni de la posició, i  $p(t) = p_0 + \Delta p(t)$ . La solució, tenint en compte ja la condició inicial a t = 0, és:

$$\Delta p(t) = g_L \tau_p \left[ 1 - \exp \frac{-t}{\tau_p} \right].$$

Aquest resultat indica que la concentració abans de t = 0 és la de l'equilibri (situació prèvia) i, a partir d'aquest instant, les generacions fan augmentar la concentració de forats lliures. Com que els electrons (majoritaris) es generen al mateix ritme, les recombinacions es fan més probables (r = Bnp) i també augmenten, fins que arriben a compensar les generacions i s'estableix un estat estacionari. Tot i això, els majoritaris ni «senten» totes aquestes variacions, perquè en baixa injecció els excessos són molt inferiors a la concentració inicial de majoritaris (vegeu figura 13).



Figura 13. Variació temporal de la concentració de portadors sota il·luminació uniforme per a t > 0: de forats en escala lineal (esquerra) i dels dos en escala logarítmica per a Si amb N<sub>D</sub> =  $10^{14}$  cm<sup>-3</sup> i g<sub>L</sub> $\tau_p$  =  $2 \cdot 10^6$  cm<sup>-3</sup> (dreta).

### 1.5.4. CAS DE DEPENDÈNCIA ESPACIAL EN UN ESTAT ESTACIONARI

Considerem un exemple de semiconductor tipus P al qual s'injecten portadors en règim estacionari (per exemple, gràcies a una il·luminació no penetrant) per un extrem en concentració  $\Delta n(0) = \Delta p(0)$ , i prenem l'eix X partint d'aquest extrem cap a l'altre extrem. Suposem el semiconductor molt (infinitament) llarg, que no hi ha generació ni camp elèctric al seu interior i que està en règim de baixa injecció. En aquest cas, l'equació de continuïtat és:

$$0 = -\frac{\Delta n}{\tau_n} + D_n \frac{d^2 n}{dx^2} \, .$$

S'hi ha considerat només la contribució del corrent de difusió, ja que el de deriva és nul perquè ho és el camp elèctric. La solució d'aquesta equació diferencial de segon grau lineal amb coeficients constants respecte a  $\Delta n(x)$  té dues solucions possibles:

$$0 = -\frac{\Delta n}{D_n \tau_n} + \frac{d^2 n}{dx^2} \quad \Longrightarrow \quad \Delta n(x) = A \exp \frac{+x}{L_n} + B \exp \frac{-x}{L_n} \quad \text{on} \quad L_n \equiv \sqrt{D_n \tau_n} ,$$

on A i B són les constants d'integració, el valor de les quals s'ha de deduir de les condicions de contorn:

$$x = \infty \implies \Delta n(\infty) = finit \implies A = 0$$
$$x = 0 \implies \Delta n(0) \implies B = \Delta n(0)$$
$$\Delta n(x) = \Delta n(0) \exp \frac{-x}{L_n}.$$

Aquest resultat indica que la concentració a la superfície per on s'injecten els portadors pren el valor constant  $n_0 + \Delta n(0)$ , d'acord amb el que expressa l'enunciat. I disminueix exponencialment cap al valor d'equilibri  $n_0$  a mesura que es penetra en el semiconductor, per culpa de la recombinació que els minoritaris van patint. La constant  $L_n$  que s'ha definit aquí s'anomena *longitud de difusió*, té unitats de longitud i dona idea de la distància mitjana que un minoritari es pot difondre abans de recombinar-se. A una distància de  $3L_n$  ja trobem pràcticament la concentració de l'equilibri.

Si el camp elèctric és nul ha d'haver-hi neutralitat de càrrega i, per tant, l'excés de forats ha de ser igual al d'electrons. Però novament són pràcticament insensibles a aquestes variacions degudes a la injecció, perquè hem suposat baix nivell d'injecció (vegeu la figura 14):



Figura 14. Evolució espacial de les densitats de portadors amb injecció ambipolar a x = 0: d'electrons en escala lineal (esquerra) i dels dos en escala logarítmica, en cas de Si amb  $N_A = 10^{14}$  cm<sup>-3</sup> i  $\Delta n(0) = 2 \cdot 10^6$  cm<sup>-3</sup> (dreta).

# TEMA 2. DÍODES

La majoria de dispositius electrònics contenen regions de tipus P i de tipus N en contacte íntim (que permet intercanvi de portadors de càrrega i energia). Les propietats dels contactes entre zones de tipus diferent, anomenades *juncions*, són fonamentals per comprendre el comportament dels dispositius que se'n deriven. L'exemple més simple és el **díode PN**, format per una sola junció entre un material de tipus P i un de tipus N. Les seves característiques són la base d'altres tipus de díodes com per exemple Schottky, d'allau, Zener, heterojuncions, etc., així com dels dispositius subsegüentment més complexos, com són els transistors bipolars i els d'efecte de camp.

# 2.1. ESTUDI DE LA ZONA DE LA JUNCIÓ

Una *junció PN* és un cristall semiconductor únic en què es diferencien una regió dopada amb impureses acceptadores (tipus P) i una altra amb impureses donadores (tipus N). Centrarem l'estudi en regions amb dopatges homogenis al seu interior i separades per un pla perfecte (hipòtesi de junció *abrupta*). A més, considerarem vàlides les principals hipòtesis que ens han permès descriure els semiconductors fins aquí: ionització total de les impureses, semiconductors no degenerats, baixa injecció, dispositiu unidimensional i contactes als extrems capaços d'«absorbir» tots els excessos de portadors que hi arriben.

# 2.1.1. ESTÀTICA DE LA JUNCIÓ PN EN EQUILIBRI

*Equilibri* aquí vol dir no aplicar cap voltatge, ni il·luminació, ni gradients tèrmics, ni cap camp elèctric ni magnètic. Com que parlem d'un sol semiconductor, la diferència entre les dues zones es refereix només al dopatge i, per tant, a les densitats de portadors lliures en equilibri (figura 15). El fet de posar-les en contacte implica una discontinuïtat en la junció, que forçarà els portadors lliures a difondre's, intentant uniformitzar la seva concentració a tot el material i desequilibrant la neutralitat.

Concretament, la difusió dels forats lliures del costat P cap al costat N deixarà en el P les impureses acceptadores ionitzades  $(N_A^-)$  en els llocs del cristall on estaven fixes; en canvi, la difusió dels electrons del costat N cap al P deixarà en el costat N les impureses donadores ionitzades  $(N_D^+)$  fixes. Per tant, a mesura que els portadors es difonen i es recombinen a la regió on són minoritaris, va apareixent una càrrega + al costat N i – al costat P de la junció. Aquesta separació física de càrregues genera un camp elèctric al voltant de la junció que atreu els forats cap al costat P i els electrons cap al costat N, i provoca un corrent de deriva en sentit oposat al de difusió.

La situació d'equilibri s'assolirà quan aquest corrent de deriva arribi a compensar el de difusió, de manera que els portadors que es difonen tornen enrere i provoquen un flux net nul, tant d'electrons com de forats. La zona al voltant de la junció d'on









s'han difós els portadors lliures i on queden les càrregues fixes originades per les impureses ionitzades s'anomena zona de càrrega espacial (ZCE) o de depleció, perquè és buida de portadors lliures.

L'estudi quantitatiu d'aquesta situació es basa en algunes lleis bàsiques de l'electromagnetisme, com el teorema de Gauss o les relacions entre energia, potencial i camp elèctric. Per obtenir-ne expressions analítiques més o menys senzilles, convé simplificar-lo suposant que les zones estan completament buides de portadors lliures (aproximació de *quasibuidament* a la ZCE, entre els límits  $-x_P$  i  $+x_N$ ) o perfectament neutres (aproximació de *quasineutralitat* a les zones neutres fins als extrems  $-W_P$  i  $+W_N$ ).

En aquest context, la densitat volúmica de càrrega,  $\rho_V$ , el camp elèctric,  $\vec{\varepsilon}$ , el potencial intern, V, i les bandes d'energia quedarien així (basant-nos en les hipòtesis: equilibri, semiconductor no degenerat, junció plana, dopatges uniformes, ionització total de les impureses, dispositiu unidimensional, guasineutralitat a les zones neutres i guasibuidament a la zona de càrrega espacial):



D'aquest estudi resulta que la densitat de càrrega i el camp elèctric resultant provoquen un canvi al potencial intern del dispositiu, el qual al mateix temps provoca un canvi en les energies. Noteu que tant el potencial com l'energia són magnituds relatives i que es pot triar on situar el 0. En tot cas, anomenem **potencial de construcció**,  $\phi_b$ , el desnivell de potencial intern que es genera al voltant d'una junció en equilibri pel simple fet de posar en contacte dues zones amb dopatges diferents.

Aquest desnivell de potencial es correspon a una curvatura de les bandes d'energia, com es mostra a la part inferior de la figura 16. El canvi en energia es pot quantificar gràcies al fet que l'equilibri implica un nivell de Fermi homogeni a tota l'estructura, mentre que inicialment els nivells de Fermi corresponents a les zones P i N estaven en alçades (energètiques) diferents. Concretament, si prenem un origen comú, com pot ser l'energia de Fermi intrínseca del silici:

$$p_{P} = N_{A} = n_{i} \exp\left(\frac{E_{I} - E_{FP}}{kT}\right) \implies E_{FP} - E_{I} = kT \ln\frac{n_{i}}{N_{A}}$$

$$p_{N} = \frac{n_{i}^{2}}{N_{D}} = n_{i} \exp\left(\frac{E_{I} - E_{FN}}{kT}\right) \implies E_{FN} - E_{I} = kT \ln\frac{N_{D}}{n_{i}}$$

$$\frac{E_{FN} - E_{FP}}{q} \equiv \boxed{\phi_{b} = \frac{kT}{q} \ln\frac{N_{A}N_{D}}{n_{i}^{2}}}$$

Podríem arribar a la mateixa conclusió resolent l'equació de continuïtat a la junció. Concretament, la condició d'equilibri implica que tant el corrent d'electrons com el de forats han de ser nuls en qualsevol punt. Per tant, podem considerar, per exemple, el corrent d'electrons a la ZCE en direcció *x*:

$$\vec{J_n} = qn\mu_n \vec{\varepsilon} + qD_n \vec{\nabla} n = 0 \quad \forall \vec{r} \quad \Longrightarrow \quad \vec{\varepsilon} = -\frac{D_n}{\mu_n} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx}$$

$$\phi_b = -\int_{-x_P}^{+x_N} \vec{\varepsilon} \, dx = +\frac{D_n}{\mu_n} \int_{n(-x_P)}^{n(+x_N)} \frac{dn}{n} = +\frac{kT}{q} \{\ln n(+x_N) - \ln n(-x_P)\} = \frac{kT}{q} \left[\ln N_D - \ln \frac{n_i^2}{N_A}\right]$$

$$\vec{\phi}_b = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$$

Per exemple, si la junció fos de Si amb dopatges  $10^{15}$  i  $10^{18}$  cm<sup>-3</sup> a les zones P i N, respectivament, a temperatura ambient (*kT* = 25,8 meV i  $n_i(Si,300 \text{ K}) \sim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ),  $\phi_P = -0,30 \text{ V}$ ,  $\phi_N = +0,48 \text{ V}$ ,  $\phi_b = 0,78 \text{ V}$ ,  $\vec{\epsilon}_{max} = 15360 \text{ V/cm}$ , w = 1,013 mm,  $x_P = 1,012 \text{ mm}$ ,  $x_N = 0,001 \text{ mm}$ .

# 2.1.2. ESTÀTICA DE LA JUNCIÓ PN SOTA POLARITZACIÓ DIRECTA O INVERSA

El potencial de construcció representa, doncs, un potencial que apareix entre els extrems del dispositiu en equilibri, degut només als dopatges, i és positiu al costat N referit al costat P. Aplicar una tensió +V al terminal del costat P del díode (**polarització directa**) suposa disminuir aquest potencial inherent a la junció en V. Mantenint la hipòtesi de quasineutralitat de les zones neutres, tota la pèrdua de potencial es transmet a la junció i, per tant, tot l'estudi seria anàleg a l'anterior però substituint  $\phi_b$  per  $\phi_b$ –V. Passa el mateix si la tensió –V aplicada al costat P és negativa (**polarització inversa**). Per tant, podem generalitzar les expressions anteriors a les següents:

$$x_{P} = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \frac{N_{D}}{N_{A}(N_{A} + N_{D})} (\phi_{b} - V)} \qquad \qquad x_{N} = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \frac{N_{A}}{N_{D}(N_{A} + N_{D})} (\phi_{b} - V)}$$
$$w \equiv x_{P} + x_{N} = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \frac{N_{A} + N_{D}}{N_{A}N_{D}} (\phi_{b} - V)}$$

### 2.2. I(V) DEL DÍODE IDEAL EN RÈGIM PERMANENT

L'extrapolació del règim estàtic de la junció al cas en què s'aplica una polarització directa fa preveure que la disminució de l'esglaó d'energia a la zona de càrrega espacial permetrà el pas de molts portadors majoritaris de cadascuna de les regions cap a l'altra, perquè necessiten menys energia cinètica per ferho. Així doncs, en polarització directa hi haurà un flux molt intens (injecció) de forats de la regió P a la N i d'electrons de la N a la P. En conseqüència, el corrent a través del díode (en sentit de P a N) augmentarà exponencialment amb la tensió de polarització directa. Per contra, en polarització inversa l'augment de l'alçada de l'esglaó d'energia produeix un major confinament dels portadors a la zona on són majoritaris, i el corrent serà gairebé nul.

Per descriure aquest comportament de forma quantitativa cal començar calculant la distribució de portadors en règim permanent, a partir de l'equació de continuïtat. Per això distingirem dos casos: el primer, en què la zona és prou llarga perquè els minoritaris que hi són injectats desapareguin per recombinació; i el segon, en què la zona és prou curta perquè els minoritaris no puguin recombinar-se i «transitin» a través de la zona fins a l'altre extrem, on són recollits pel contacte amb el circuit exterior.

Primer, però, fem unes consideracions generals sobre la injecció de portadors deguda a la polarització a través de la junció, que generaran les condicions de contorn per a l'equació de continuïtat.

# 2.2.1. INJECCIÓ DE PORTADORS A TRAVÉS DE LA ZONA DE CÀRREGA ESPACIAL

Quan un potencial V (prou petit) s'aplica a un díode, suposem que les zones neutres continuen sent neutres i que, per tant, la tensió a la junció passa a ser  $\phi_b$ –V. Si en equilibri consideràvem que el corrent de difusió era completament compensat pel de deriva, una tensió positiva fa disminuir la barrera de potencial entre les zones P i N i afavoreix la injecció per difusió de portadors, de manera que el corrent observat és la diferència entre les dues contribucions.

Tot i que n'hi ha, suposarem que aquesta injecció és de nivell baix i, per tant, que el camp elèctric i la concentració de majoritaris no han canviat gaire respecte a l'equilibri. Així doncs, es pot fer un càlcul anàleg al de l'equilibri:

$$J_n = q\mu_n n\varepsilon + qD_n \frac{dn}{dx} \cong 0 \quad \Longrightarrow \quad \varepsilon = -\frac{D_n}{\mu_n} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = -\frac{kT}{q} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx}$$
$$\phi_b - V = -\int_{-x_p}^{+x_N} \varepsilon \, dx = +\frac{D_n}{\mu_n} \int_{n(-x_p)}^{n(+x_N)} \frac{dn}{n} = \frac{kT}{q} \ln \frac{n(+x_N)}{n(-x_p)}.$$

Tenint en compte que en baix nivell d'injecció,  $n(+x_N) \cong n_{N0} = N_D$  i l'expressió del potencial de construcció, es té

$$\phi_{b} = \frac{kT}{q} \ln \frac{n_{N0}}{n_{P0}} \\ \phi_{b} - V = \frac{kT}{q} \ln \frac{n(+x_{N})}{n(-x_{P})} \} \quad V = \frac{kT}{q} \ln \frac{n_{N0}}{n_{P0}} \frac{n(-x_{P})}{n(+x_{N})} = \frac{kT}{q} \ln \frac{n(-x_{P})}{n_{P0}} \implies n(-x_{P}) = n_{P0} \exp \frac{qV}{kT}$$

$$\boxed{\Delta n(-x_{P}) = n_{P0} \left(\exp \frac{qV}{kT} - 1\right)} \quad i \quad \boxed{\Delta p(+x_{N}) = p_{N0} \left(\exp \frac{qV}{kT} - 1\right)}.$$

### 2.2.2. DISTRIBUCIÓ DE MINORITARIS I CORRENT EN UNA ZONA LLARGA

Descriurem la distribució de minoritaris i corrent per a una zona llarga N, i tot serà anàleg en una zona P. Novament fem un recompte de les hipòtesis amb què s'elabora aquest estudi: junció abrupta, dopatges homogenis, no generació externa, estat estacionari, nivell baix d'injecció, quasineutralitat a les zones neutres, quasibuidament a la ZCE, ni generacions ni recombinacions a la ZCE, contactes òhmics que absorbeixen els excessos de portadors als extrems del dispositiu, i corrents de deriva molt menors que els de difusió (*J*<sub>d,min</sub> << *J*<sub>D,min</sub>).

Definim una **zona neutra llarga** com aquella que és molt més gran que la longitud de difusió dels minoritaris, de manera que tots ells acabaran recombinant-se:  $W_N \gg L_{pN} \equiv \sqrt{D_{pN}\tau_{pN}}$  i  $W_P \gg L_{nP} \equiv \sqrt{D_{nP}\tau_{nP}}$ . Resolem en aquest context l'equació de continuïtat en una zona N:

$$\frac{\partial \Delta p_N}{\partial t} = g - r - \frac{1}{q} \frac{dJ_{pN}}{dx} \quad \Rightarrow \quad 0 = -\frac{\Delta p_N}{\tau_{pN}} + D_{pN} \frac{d^2 \Delta p_N}{dx^2} \quad \text{on} \quad L_{pN} \equiv \sqrt{D_{pN} \tau_{pN}}$$

$$\Delta p_N(x) = A \exp\left(+\frac{x}{L_{pN}}\right) + B \exp\left(-\frac{x}{L_{pN}}\right) \implies \text{ c. c. } \frac{\Delta p_N(extrem) = \Delta p_N(W_N) \approx \Delta p_N(+\infty) = 0}{\Delta p_N(limit ZCE) = \Delta p_N(x_N) = p_{N0}\left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)}$$

$$\Delta p_N(x) = p_{N0} \left( \exp \frac{qV}{kT} - 1 \right) \cdot \exp \frac{-x + x_N}{L_{pN}} = \Delta n_N(x)$$
  
$$\Delta n_P(x) = n_{P0} \left( \exp \frac{qV}{kT} - 1 \right) \cdot \exp \frac{+x + x_P}{L_{nP}} = \Delta p_P(x) .$$



#### Figura 17. Esquema dels excessos de portadors en una junció PN llarga amb polarització directa.

Calculem els corrents de difusió (única contribució que es pot considerar en el cas dels minoritaris):





Càlculs més acurats donarien unes corbes com les que segueixen:



Figura 19. Corrents d'electrons i forats calculats per a una junció PN llarga de Si amb dopatges  $N_A = 10^{16}$  i  $N_D = 10^{18}$  cm<sup>-3</sup> amb polarització directa de +0,5 V.

Els corrents als límits de la ZCE són els que la travessen, si se suposa que en ella no hi ha ni generacions ni recombinacions. Per tant, es pot calcular el corrent total per al díode:

$$I_{DLlarg} = I_{pN}(x_N) + I_{nP}(-x_P) = qAn_i^2 \left(\frac{D_{pN}}{L_{pN}N_D} + \frac{D_{nP}}{L_{nP}N_A}\right) \left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)$$



Figura 20. Característica I(V) ideal per als tres semiconductors més usuals.

La càrrega injectada en una zona llarga es pot descriure en funció dels temps de vida:

$$Q_s = \tau_{pN} I_{pN} + \tau_{nP} I_{nP} \approx \tau_{nP} I_D \text{ (si la zona N és més dopada)} = \frac{L_{nP}^2}{D_{nP}} I_D.$$

# 2.2.3. DISTRIBUCIÓ DE MINORITARIS I CORRENT EN UNA ZONA CURTA

Definim una **zona neutra curta** com aquella que és molt més curta que la longitud de difusió dels minoritaris, de manera que no es poden recombinar. Si és de tipus N, aquesta hipòtesi es pot escriure com  $W_N \ll L_{pN}$ .

Resolem la nova equació de continuïtat amb les mateixes hipòtesis que per al cas anterior:

$$\frac{\partial \Delta p_N}{\partial t} = g - r - \frac{1}{q} \frac{dJ_{pN}}{dx} \implies 0 = D_{pN} \frac{d^2 \Delta p_N}{dx^2}$$

$$\Delta p_N(x) = Ax + B \implies c.c.$$

$$\Delta p_N(k) = \Delta p_N(W_N + x_N) = 0$$

$$\Delta p_N(limit ZCE) = \Delta p_N(W_N) = p_{N0} \left( \exp \frac{qV}{kT} - 1 \right)$$

$$\Delta p_N(x) = p_{N0} \left( \exp \frac{qV}{kT} - 1 \right) \cdot \frac{W_N + x_N - x}{W_N} = \Delta n_N(x)$$

$$\Delta n_P(x) = n_{P0} \left( \exp \frac{qV}{kT} - 1 \right) \cdot \frac{W_P + x_P + x}{W_P} = \Delta p_P(x) .$$

Els corrents de difusió són, en aquest cas, homogenis a cada zona:

$$\begin{split} I_{pN}(x) &\cong I_{DpN}(x) = qA \frac{D_{pN}}{W_N} p_{N0} \left( \exp \frac{qV}{kT} - 1 \right) \\ I_{nP}(x) &\cong I_{DnP}(x) = qA \frac{D_{nP}}{W_P} n_{P0} \left( \exp \frac{qV}{kT} - 1 \right). \end{split}$$



Figura 21. Esquema dels excessos i càlculs dels corrents d'electrons i forats per a una junció PN curta de Si amb dopatges  $N_A = 10^{16}$  i  $N_D = 10^{18}$  cm<sup>-3</sup> amb polarització directa de +0,5 V.

El corrent total té una forma semblant a l'obtinguda per al díode llarg:

$$I_{DCurt} = I_{pN}(x_N) + I_{nP}(-x_P) = qAn_i^2 \left(\frac{D_{pN}}{W_N N_D} + \frac{D_{nP}}{W_P N_A}\right) \left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)$$

La càrrega injectada en aquest cas, però, es pot descriure en funció del temps de trànsit dels portadors:

$$Q_s = \tau_N I_{pN} + \tau_P I_{nP} \approx \tau_P I_D$$
 (si la zona N és més dopada)  $= \frac{W_P^2}{2D_{nP}} I_D$ .

# 2.2.4. CONSIDERACIONS PRÀCTIQUES

La primera observació que es pot fer a la vista de les expressions del corrent total és que té la forma

$$I_D = I_0 \left( \exp \frac{qV}{kT} - 1 \right)$$

El creixement exponencial del corrent amb la polarització directa fa que, a temperatura ambient, per a una polarització de 0,1 V l'exponencial valgui prop de 50 i, per tant, fàcilment per a qualsevol polarització directa es podrà negligir l'1 de l'expressió anterior, deixant una relació exponencial entre *I* i *V*. Anàlogament, per a una polarització de –0,1 V, l'exponencial és propera a 1/50 i, per tant, negligible davant de l'1. En cas de polarització inversa, es pot considerar  $I_D = -I_0$  i per això  $I_0$  s'anomena **corrent invers de saturació**. La combinació d'aquests dos règims és la raó del comportament rectificador del díode, que deixa passar corrents grans en polarització directa però en polarització inversa se satura a un corrent ínfim, i dona raó del seu símbol (figura 22).



Figura 22. Símbol de circuit del díode PN i imatge d'un díode 1N4148 de silici.

Pel que fa al paràmetre *I*<sub>0</sub>, depèn fortament dels paràmetres tecnològics del díode en qüestió i per al silici sovint pren valors tan petits com 10<sup>-12</sup> o 10<sup>-15</sup> A. Segons la teoria desenvolupada aquí, ve regit per dues expressions que només difereixen en la «longitud limitant» de cada zona: si la zona és llarga, la distància mitjana que un minoritari viatja ve limitada per la difusió; si la zona és curta, la limita la seva llargada. Els temps característics també representen en un cas el temps que el minoritari «sobreviu» abans de desaparèixer per recombinació, i, en l'altre, el temps que triga a «transitar» fins a l'extrem.

$$I_{0\_Curt} = qAn_i^2 \left( \frac{D_{pN}}{W_N N_D} + \frac{D_{nP}}{W_P N_A} \right), \quad I_{0\_Llarg} = qAn_i^2 \left( \frac{D_{pN}}{L_{pN} N_D} + \frac{D_{nP}}{L_{nP} N_A} \right).$$

Finalment, quan s'utilitza el díode en un circuit, un paràmetre molt emprat és la tensió de colze o **tensió de llindar**, Vγ, que representa el límit entre un corrent ínfim i un que augmenta exponencialment amb la tensió. La tensió de llindar depèn de l'escala de corrents de treball del díode i, si es pren una *I*<sub>Dref</sub> com un valor representatiu del corrent, val

$$V_{\gamma} = \frac{kT}{q} \ln \frac{I_{Dref}}{I_0}.$$

En díodes de silici, per a *I*<sub>Dref</sub> de l'ordre del mA s'obté una tensió de llindar propera a 0,7 V, mentre que per a altres materials pot variar considerablement (1,2 V per a GaAs, 0,2 V per a Ge, etc.).

# 2.3. I(V) REAL. NO IDEALITATS EN EL DÍODE

L'equació del díode ideal s'ha deduït a partir d'una sèrie d'hipòtesis que no sempre es compleixen als díodes reals. A continuació revisem les principals desviacions dels díodes pràctics. A la figura 23 s'esquematitzen les característiques corrent-tensió d'un díode real en escala lineal i semilogarítmica i s'assenyalen diferents regions on hi ha marcades diferències.



Figura 23. Esquema de la característica I(V) d'un díode real en escala lineal i semilogarítmica.

A les característiques I-V de díodes reals (com pot ser el Zener MMSZ), s'observen una sèrie de comportaments que s'allunyen de l'ideal.

• **Regió A1**: per a tensions directes, la recombinació a la ZCE no es pot ignorar. Un estudi més detallat (que s'escapa de l'objectiu d'aquest text) porta a la conclusió que s'ha d'afegir un terme de corrent de *recombinació neta a la ZCE* a la llei ideal

$$I_D = I_0 \left( \exp \frac{V}{kT} - 1 \right) + I_{r0} \left( \exp \frac{V}{2kT} - 1 \right).$$

El terme de recombinació neta a la ZCE és proporcional a l'arrel quadrada del terme ideal, i sovint  $I_{r0} >> I_0$  i el terme recombinació esdevé el terme dominant a tensions directes prou petites. Això es visualitza a la I(V) semilogarítmica amb un pendent que és la meitat del que correspon al terme ideal.

- Regió A2: comportament ideal.
- Regió A3: en cas de tensions directes prou grans deixa de complir-se la hipòtesi de baixa injecció i les concentracions de minoritaris són comparables amb les de majoritaris. La resolució de les equacions de continuïtat en aquestes condicions és complicada, i dona una solució de la forma

$$I_{AI} = I_{AI0} \exp \frac{V}{2kT}$$

que substitueix (no se suma a) la I(V) ideal. I la corba d'alt nivell d'injecció, ln(*I*<sub>AI</sub>), també presenta un pendent que és la meitat que el del cas ideal.

Regió A4: a més, per a nivells de corrent grans, a les zones neutres pot caure una tensió significativa comparada amb la tensió que cau a la junció. La tensió de polarització del díode, V<sub>D</sub>, s'ha d'escriure com un terme associat a la *resistència paràsita de les zones neutres*, R<sub>ZN</sub>, afegit a l'habitual de la junció, V, i

$$V = V_D - I_D R_{ZN}$$

Els efectes resistius i els d'alta injecció es poden presentar a la mateixa regió de la corba característica i sovint són difícils de destriar.

 Regió B: en polarització inversa hi ha una generació neta a la ZCE, perquè la densitat d'electrons i forats que travessen la ZCE és menor que en equilibri i, per tant, les recombinacions no arriben a compensar les generacions tèrmiques. Així, el corrent invers no arriba a saturar-se sinó que varia (molt lentament, comparat amb la tendència exponencial, com es veu per exemple al Schottky 1SS400T16 d'ON Semiconductor o al 1N4148 de Fairchild) com la llargada de la ZCE

$$I_g \cong -qAw \frac{n_i}{\tau_p + \tau_n} = I_{g0} \sqrt{1 - V/\phi_b} \,.$$

- Regió C: quan la polarització inversa és prou gran, es poden produir fenòmens de trencament (breakdown), que permeten el pas d'un corrent molt intens. Aquests fenòmens acostumen a ser reversibles, sempre que la dissipació de potència no faci pujar la temperatura més amunt d'un cert límit. Dos mecanismes permeten explicar-los: l'efecte allau i l'efecte Zener (figura 24).
  - Efecte d'allau: requereix camp elèctric gran i ZCE llarga i, per tant, dopatges relativament petits. Els portadors que arriben a la ZCE es veuen arrossegats per l'intensíssim camp elèctric al voltant de la junció, de manera que poden arribar a tenir l'energia cinètica necessària per arrencar l'electró de valència a un àtom de la xarxa quan col·lisionen amb ell i generar un parell electró-forat. És el fenomen de la *ionització per impacte*. L'electró i el forat generats també són accelerats pel camp elèctric i, si la ZCE és prou llarga, poden assolir tanta energia cinètica que siguin capaços de generar nous parells electró-forat. Aquesta *multiplicació per impacte* pot ser un fenomen autosostingut i causa un ràpid increment del corrent d'arrossegament, conegut com a *efecte d'allau*

$$|I_{MI}| = I_0 rac{1}{1 - \left(rac{|V|}{V_{BR}}
ight)^n}$$
 ,

on V és la tensió inversa (generalment >5 V);  $V_{BR}$ , la tensió de ruptura, i l'exponent n acostuma a prendre valors entre 3 i 6. Aquesta és la base dels fotodetectors d'allau (APD, *avalanche photodetector*) que poden actuar com a detectors d'un sol fotó (SPAD, *single photon avalanche detector*). Hamamatsu n'és un gran productor.

*Efecte Zener*. Aquest és un fenomen típicament quàntic que es produeix per a dopatges grans quan la polarització inversa supera un cert valor, anomenat *tensió de Zener*, *Vz*. Si arriba a haver-hi nivells d'energia ocupats (abundants a la banda de valència de la zona P) amb la mateixa energia que nivells desocupats (abundants a la banda de conducció de la zona N) separats per una barrera estreta (menor que 10<sup>-6</sup> cm), els electrons poden travessar la ZCE per *efecte túnel*. La tensió a la qual això succeeix (*Vz*) es pot determinar tecnològicament, però en el silici només és el fenomen dominant de ruptura per a tensions menors que uns 5 V. Vegeu, per exemple, la fitxa tècnica (*datasheet*) del MMSZ d'ON semiconductor.



Figura 24. Esquema de polarització inversa (esquerra), efecte d'allau (al mig) i Zener (dreta).

# 2.4. MODEL DINÀMIC I PETIT SENYAL DE LA JUNCIÓ PN

Fins aquí s'ha descrit la resposta de la junció PN a una tensió DC. En canvi, quan s'incrementa la tensió de polarització d'una junció PN hi ha una acumulació de portadors al semiconductor i es presenten, per tant, efectes capacitius que el model ideal no inclou. Serà important descriure el model dinàmic per a quan hi hagi canvis en la tensió de polarització amb el temps, siguin grans (commutació) o petits (petit senyal).

# 2.4.1. CAPACITAT DE TRANSICIÓ O DE LA JUNCIÓ

Com s'ha vist, la ZCE està formada per dues zones amb una separació física de càrregues (com en un condensador), perquè al costat N queden les impureses donadores entre x = 0 i  $x = x_N$  carregades positivament i al P queden les acceptadores carregades negativament entre x = 0 i  $x = -x_P$  (figura 16). Quan la tensió de polarització augmenta, la llargada de la ZCE disminueix. Perquè es pugui produir aquest escurçament cal que entrin electrons pel terminal de contacte de la regió N que neutralitzin les impureses donadores de la zona que abans era buida de portadors (ZCE) i després ja no. Una afirmació paral·lela es pot fer respecte als forats i al costat P. La *capacitat de transició*, *C<sub>j</sub>*, correspon a la variació de càrrega a la ZCE en relació amb la variació de tensió.

$$C_{j} \equiv \frac{dQ_{j}}{dV} = -qAN_{A}\frac{dx_{P}}{dV} = -qAN_{A}\frac{d}{dV}\sqrt{\frac{2\epsilon}{q}\frac{N_{D}}{N_{A}(N_{A}+N_{D})}(\phi_{b}-V)} = A\sqrt{\frac{q\epsilon}{2}\frac{N_{A}N_{D}}{(N_{A}+N_{D})}\frac{1}{(\phi_{b}-V)}}$$
$$C_{j} = A\frac{\epsilon}{w} = \frac{C_{j0}}{\left(1-\frac{V}{\phi_{b}}\right)^{m}}.$$

L'expressió obtinguda per a la capacitat de transició és igual que la del condensador de plaques planoparal·leles d'àrea A, separades una distància com la llargada de la ZCE amb silici entremig com a dielèctric. A més, es pot expressar en funció d'una  $C_{j0}$ , que seria la capacitat sense polarització, i un denominador elevat a una potència m. D'acord amb la deducció feta, per a una junció abrupta, m = 1/2; per a juncions graduals (on el dopatge no varia bruscament sinó progressivament a la junció,) i es troba m = 1/3. Pot sorprendre que el terminal que fa de placa positiva (la regió P) és la que conté la càrrega negativa. Cal dir que la *capacitat* és un concepte relacionat amb la variació de càrrega amb la tensió i efectivament, quan es fa més positiva la tensió V, disminueix la càrrega negativa al costat P de la ZCE i, per tant, implica una variació positiva de la càrrega.

# 2.4.2. CAPACITAT DE DIFUSIÓ O D'EMMAGATZEMAMENT

A diferència de la capacitat de la junció, la capacitat de difusió no es pot entendre com una separació física de càrregues semblant a la d'un condensador, sinó com una variació en la càrrega de minoritaris emmagatzemada a les zones neutres. Quan augmenta la tensió de polarització es produeix un increment de la càrrega de portadors minoritaris injectada a les zones neutres (figura 17). La relació entre la càrrega injectada i l'augment de tensió s'anomena *capacitat de difusió o d'emmagatzemament, C<sub>D</sub>*, i lògicament només tindrà un valor apreciable quan ho és la càrrega injectada, és a dir per sobre de la tensió de llindar. En polarització inversa serà negligible davant de la capacitat de transició.

$$C_D \equiv \frac{dQ_D}{dV} = \frac{d(Q_{DpN} + Q_{DnP})}{dV}.$$

Calculem la càrrega de forats a la zona N, sabent que tot serà anàleg per als electrons a la zona P. I desglossem els dos casos possibles: zona llarga i zona curta (indicats pels superíndexs / i c).

$$Q_{DpN}^{l} = \int_{x_{N}}^{x_{N}+W_{N}} qA\Delta p_{N}(x)dx = qAp_{N0}\left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)\int_{x_{N}}^{\infty}\exp\left(\frac{-x + x_{N}}{L_{pN}}\right)dx = = qAp_{N0}\left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)\left(-L_{pN}\right)[0 - 1] = qAL_{pN}p_{N0}\left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)$$
$$Q_{DpN}^{c} = \int_{x_{N}}^{x_{N}+W_{N}} qA\Delta p_{N}(x)dx = qAp_{N0}\left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)\int_{x_{N}}^{x_{N}+W_{N}}\frac{W_{N} + x_{N} - x}{W_{N}}dx = = qAp_{N0}\left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)\left[\frac{(W_{N} + x_{N})x - x^{2}/2}{W_{N}}\right]_{x_{N}}^{x_{N}+W_{N}} = qAp_{N0}\frac{W_{N}}{2}\left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)$$

Un cop sumem les contribucions d'electrons i forats, es podrà amagar la dependència amb V dins de la intensitat  $I_D$  (que depèn de la mateixa forma amb V) i definir una constant de temps  $\tau$ :

$$Q_D = Q_{DpN} + Q_{DnP} = \left(K_p + K_n\right) \left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right) \equiv \tau I_D.$$

Aquesta constant de temps  $\tau$  pren valors diferents per a zona llarga i zona curta (per simplicitat, es calcula aquí per a un díode PN+, on els electrons són els màxims causants de corrents i càrregues):

$$\begin{aligned} \tau_{llarga} &= \frac{Q_{Dllarga}}{I_{Dllarga}} = \frac{qA(L_{pN}p_{N0} + L_{nP}n_{P0})\left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)}{qA\left(p_{N0}\frac{D_{pN}}{L_{pN}} + n_{P0}\frac{D_{nP}}{L_{nP}}\right)\left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)} \cong \frac{L_{nP}^2}{D_{nP}} = \tau_{nP} \\ \tau_{curta} &= \frac{Q_{Dcurta}}{I_{Dcurta}} = \frac{qA\left(\frac{W_N}{2}p_{N0} + \frac{W_P}{2}n_{P0}\right)\left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)}{qA\left(p_{N0}\frac{D_{pN}}{W_N} + n_{P0}\frac{D_{nP}}{W_P}\right)\left(\exp\frac{qV}{kT} - 1\right)} \cong \frac{W_P^2}{2D_{nP}} = \tau_P \,. \end{aligned}$$

En aquest context,  $\tau$  representa el temps que dura la càrrega a la zona on ha estat injectada. Si la zona és llarga,  $\tau$  serà el temps de vida dels minoritaris, mentre que si és curta és el seu temps de trànsit.

Un cop entesa l'expressió de la càrrega emmagatzemada, calculem la capacitat associada

$$C_D = \frac{d(\tau I_D)}{dV} = \tau \frac{d}{dV} \left[ I_0 \left( \exp \frac{qV}{kT} - 1 \right) \right] = \frac{\tau q}{kT} I_0 \exp \frac{qV}{kT} = \frac{\tau q}{kT} (I + I_0) \cong \frac{\tau q}{kT} I_D$$
$$\boxed{C_D \cong \frac{\tau}{kT} I_D = C_{D0} \exp \frac{qV}{kT}}.$$

Val la pena insistir que el concepte de *capacitat de difusió* es refereix a la càrrega de minoritaris injectada a cada regió neutra. Aquesta càrrega és neutralitzada per una injecció igual de majoritaris, i la càrrega neta injectada és, per tant, nul·la. En aquest sentit no ens trobem davant d'una separació física de càrregues com en un condensador. No obstant això, té sentit parlar de capacitat de difusió perquè qualsevol canvi en el nombre de portadors minoritaris emmagatzemats exigeix un corrent que travessi la junció i, com que aquest corrent és finit, el procés té una certa durada i influirà en els fenòmens dinàmics del díode. Vist així, queda justificat que haguem sumat  $Q_{DpN}$  i  $Q_{DnP}$  amb el mateix signe, encara que les càrregues d'electrons i forats tenen signe oposat.

# 2.4.3. MODEL DINÀMIC DEL DÍODE

El càlcul de les capacitats és fonamental per elaborar un model dinàmic del díode que descrigui els efectes lligats als canvis de càrregues acumulades en el cas general en què la polarització varia en el temps. El corrent al díode en règim dinàmic serà, doncs, la suma del corrent continu descrit més amunt més els corrents necessaris per a la càrrega i descàrrega de les capacitats de transició i difusió (figura 25).

$$i_D(t) = \frac{Q_D}{\tau} + \frac{dQ_j}{dt} + \frac{dQ_D}{dt} = I_D + \frac{dQ_j}{dV}\frac{dV}{dt} + \frac{dQ_D}{dV}\frac{dV}{dt} = I_D + C_j\frac{dV}{dt} + C_D\frac{dV}{dt}$$



Figura 25. Circuit equivalent del díode en règim dinàmic.

# 2.4.4. MODEL DE PETIT SENYAL DEL DÍODE

Quan s'aplica un petit senyal  $v_d(t)$  al díode superposat a un valor continu de polarització  $V_D$ , el corrent que hi circula es pot descompondre en un valor continu (polarització)  $I_D$  més un valor incremental  $i_d(t)$ . Sovint interessa saber la relació entre els increments de tensió i el de corrent al díode. El circuit que permet calcular aquesta relació és el *circuit equivalent del díode en petit senyal*. Utilitzarem aquí l'escriptura típica de majúscules ( $V_D$ ,  $I_D$ ) per a components continus, minúscules ( $v_d$ ,  $i_d$ ) per a variables, i barreja si hi ha contribucions dels dos tipus ( $i_D \equiv I_D + i_d$ ,  $v_D \equiv V_D + v_d$ ). Aplicant el desenvolupament de Taylor i quedant-nos amb el terme de primer ordre (ja que el senyal  $v_d$  és petit comparat amb  $V_D$ ), s'obté:

$$i_D(v_D) = I_0 \left( \exp \frac{q(V_D + v_d)}{kT} - \Lambda \right) \cong I_0 \exp \frac{qV_D}{kT} \exp \frac{qv_d}{kT} = I_0 \exp \frac{qV_D}{kT} \left( 1 + \frac{qv_d}{kT} + \frac{1}{2} \left( \frac{qv_d}{kT} \right)^2 + \cdots \right)$$

$$\begin{aligned} i_D(v_D) &= I_D + v_d \frac{di_D}{dv_D} \Big|_{V_D} + \cdots \\ i_D &= I_D + i_d \end{aligned} \right\} r_d \equiv \frac{v_d}{i_d} \cong \frac{1}{\left|\frac{di_D}{dv_D}\right|_{V_D}} \cong \frac{kT}{q(I_D + I_0)} \to \boxed{r_d \cong \frac{kT}{qI_D}} \end{aligned}$$

En polarització inversa, idealment el díode presenta resistència infinita (corrent saturat a  $-I_0$ ). Però una aproximació una mica més realista tindria en compte efectes no ideals, entre els quals la contribució més important (mentre no hi hagi trencament) és deguda a la generació neta a la zona de càrrega espacial,  $i_G$  (regió B a la figura 23). Suposant una generació uniforme deguda als portadors generats tèrmicament a la zona de depleció, es podria escriure que la resistència dinàmica en inversa, r<sub>r</sub>, és:

$$\begin{split} i_{G}(v_{D}) &\cong -qA \frac{n_{i}}{\tau_{p} + \tau_{n}} w = I_{G}(V_{D}) \sqrt{1 - \frac{v_{d}}{\phi_{b} - V_{D}}} = I_{G}(V_{D}) \left(1 - \frac{v_{d}}{2(\phi_{b} - V_{D})} + \cdots\right) \\ i_{G}(v_{D}) &\cong I_{G} - \frac{I_{G}}{2(\phi_{b} - V_{D})} v_{d} \\ i_{G}(v_{D}) &= I_{G} + i_{g} \end{split} \right\} r_{r} = \frac{v_{d}}{i_{g}} \cong \frac{1}{\left|\frac{di_{G}}{dv_{D}}\right|_{V_{D}}} \cong -\frac{2(\phi_{b} - V_{D})}{I_{G}} \end{split}$$

El circuit de petit senyal s'obté emprant per als condensadors i la resistència,  $C_j$ ,  $C_D$  i r, els valors fixos que prenen en el punt de polarització,  $C_j(V_D)$ ,  $C_D(V_D)$  i  $r(V_D)$ .



**Figura 26**. Circuit equivalent del díode en petit senyal al voltant de I<sub>D</sub>(V<sub>D</sub>).

En polarització directa el model de petit senyal és un circuit RC, on la capacitat dominant sol ser  $C_D$  i r és petita. En canvi, en inversa r és molt gran i  $C_D$  inapreciable, de manera que el circuit de petit senyal pot quedar reduït a una capacitat de valor  $C_j$ , que és funció de la tensió aplicada  $V_D$ . Hi ha díodes dissenyats per treballar com a condensadors de capacitat variable, anomenats *varicaps* (com BB131 VHF de NXP semiconductors).

### 2.5. COMMUTACIÓ

En moltes aplicacions (sobretot digitals), el díode s'utilitza com a interruptor, de directa (*on*) a inversa (*off*) i viceversa. La rapidesa del canvi és primordial, però ve limitada pel seu funcionament intern. S'anomena *temps de recuperació en inversa (reverse recovery time*) el temps que passa des que s'inicia la commutació fins que el díode arriba a un cert estat d'apagat, és a dir a un cert corrent invers. Té un component de buidament de la càrrega d'emmagatzemament,  $t_s$ , i un altre de moviment del límit de la ZCE,  $t_r$ . El transitori de commutació d'apagat a conducció també té interès per a les aplicacions digitals i ambdós són fonamentals per entendre els retards observats als transistors.

# 2.5.1. TRANSITORI D'APAGAT DEL DÍODE (TURN OFF)

Sigui un díode en polarització directa, que, a t = 0, passa a polarització inversa sobtadament. Per causa de  $C_D$  i  $C_j$ , la tensió a la ZCE de la junció no pot canviar instantàniament. El temps que el díode triga a commutar de directa a inversa és degut bàsicament al canvi en les càrregues injectades a les zones neutres.

La figura 27 il·lustra l'experiment i la resposta d'apagat del díode. La font e(t) proporciona una tensió que varia entre dos valors grans +E i -E (figura 27.*a*).  $I_f$  és el corrent que circula pel díode en estat estacionari de polarització directa (t < 0) i implica una càrrega de minoritaris emmagatzemada a les zones neutres.

$$\begin{array}{c} +E = V_f + RI_f \\ I_f = I_0 \left( \exp \frac{qV_f}{kT} - 1 \right) \\ Q_f = \tau I_f \end{array} \right\} \quad \begin{array}{c} E = 10 \ V, R = 10 \ k\Omega \\ \text{si} \quad PN^+ \\ \tau_n = 1 \ \mu s, I_0 = 1 \ \mu A \end{array} \begin{cases} I_f = 982 \ \mu A \\ V_f = 0,178 \ V \\ Q_f = 982 \ pC \end{cases}$$

Anàlogament, per a l'estat estacionari final:

$$\begin{array}{c} -E = V_R + RI_R \\ I_R = I_0 \left( \exp \frac{qV_R}{kT} - 1 \right) \\ Q_R = \tau I_R \end{array} \right\} \quad \begin{array}{c} E = 10 \ V, R = 10 \ k\Omega \\ \text{si} \quad PN^+ \\ \tau_n = 1 \ \mu s, I_0 = 1 \ \mu A \end{array} \quad \begin{array}{c} I_R = -1 \ \mu A \\ V_R = -9,999 \ V \\ Q_r = -1 \ pC \end{array}$$

Per arribar a aquest segon estat estacionari, però, primer cal buidar els excessos de minoritaris injectats en directa a cadascuna de les zones neutres del díode i després allargar la ZCE fins a la seva dimensió final. El primer pas implica passar  $\Delta n_P(x)$  i  $\Delta p_N(x)$  de la corba blava a la negra a la figura 27.*b*, procés que es pot produir per difusió o per recombinació. Els dos processos són simultanis.

 $-I_r$  és el corrent just després de commutar la font ( $t = 0^+$ ). El *temps de recuperació en inversa*,  $t_{rr}$ , es defineix com el temps total des que la font commuta fins que la intensitat val -0,1  $I_r$ . S'anomena *temps d'emmagatzemament*,  $t_s$ , el temps que triga el díode a assolir una tensió  $v_d$  nul·la. El *temps de recuperació*,  $t_r$ , és la diferència entre  $t_s$  i  $t_{rr}$ .

Quan comença aquest procés de buidament ( $t = 0^+$ ) hi ha càrrega a les zones neutres:

$$\begin{array}{l} -E = V_r(t) + RI_r(t) \\ I_r = I_0 \left( \exp \frac{qV_r}{kT} - 1 \right) \\ V_r(0) = V_f \end{array} \right\} I_r(0) = \frac{-E - V_f}{R} \quad si \quad \begin{array}{c} E = 10 \ V, R = 10 \ k\Omega \\ PN^+ \\ \tau_n = 1 \ \mu s, I_0 = 1 \ \mu A \end{array} \quad \{I_r(0) = -1,018 \ mA \ A = 10 \ MA =$$

Per tant, momentàniament apareix un corrent invers notable, com a resultat dels minoritaris que marxen de les regions neutres per difusió. Quan s'ha buidat ja tota la càrrega de minoritaris ( $t = t_s$ ):

$$\begin{array}{l} -E = V_r(t) + RI_r(t) \\ I_r = I_0 \left( \exp \frac{qV_r}{kT} - 1 \right) \\ V_r(0) = 0 \end{array} \right\} I_r(t_s) = \frac{-E}{R} \quad \begin{array}{l} \text{si} \quad E = 10 \ V, R = 10 \ k\Omega \\ \text{si} \quad PN^+ \\ \tau_n = 1 \ \mu s, I_0 = 1 \ \mu A \end{array} \left\{ I_r(t_s) = -1 \ mA \right\}$$

La variació de *I*<sup>*r*</sup> mentre es buida l'excés de minoritaris és molt petita, però, a partir de quan s'ha buidat del tot, ha de canviar fins al valor estacionari, com mostra la figura 27.*c*. Un càlcul detallat demostra que

$$t_s = \tau \ln \left[ 1 + \frac{I_f}{I_r} \right].$$

I l'observació del transitori és un mètode experimental per mesurar  $\tau$ .



**Figura 27**. Temps de recuperació en inversa: (*a*) circuit, (*b*) evolució dels perfils de minoritaris amb el temps, (*c*) corrent i tensió al díode, i (*d*) evolució temporal sobre la característica I-V del díode.

# 2.5.2. TRANSITORI D'ENCESA DEL DÍODE (TURN ON)

Quan el corrent a través d'un díode canvia instantàniament de  $-I_0$  a un cert valor positiu  $+I_f$ , la tensió al díode passa de  $-v_r$  a  $+V_f$ . El primer pas, de  $-v_r$  a 0, és molt ràpid ( $\sim 10^{-10}$  s) perquè els majoritaris es mouen per estretir la zona de depleció neutralitzant impureses. A partir d'aquí, el corrent de la font injecta minoritaris al límit de la ZCE. A mesura que s'acumulen a les zones neutres (com mostra la figura 28.*a*), la tensió a la junció va augmentant fins al seu valor estacionari. El càlcul detallat d'aquest procés indica que

$$v_f(t) = \frac{kT}{q} \ln\left[1 + \frac{l_f}{l_0} \left\{1 - \exp\frac{-t}{\tau}\right\}\right].$$


**Figura 28**. Increment de l'excés de forats al costat N (llarg) del díode PN, amb corrent constant a partir de 0 (*a*) i evolució temporal de la tensió al díode (*b*).

### 2.6. MODEL SPICE

El simulador SPICE modela el díode de manera que reprodueix amb bastanta aproximació la I-V mesurada en díodes reals, al mateix temps que permet simplificar fins a quedar-se amb el model ideal.

1. El corrent en polarització directa té en compte l'ideal i la recombinació a la ZCE:

$$I_{d1} = I_0 \left( \exp \frac{qV_d}{kT} - 1 \right) + I_{r0} \left( \exp \frac{qV_d}{2kT} - 1 \right).$$

2. Té en compte l'efecte d'alta injecció mitjançant l'expressió:

$$_{d} = \frac{I_{d1}}{\sqrt{1 + \frac{I_{d1}}{I_{kf}}}}$$

on  $I_{d1}$  és el corrent de baixa injecció i  $I_{kf}$  és el que correspon al límit entre baixa i alta injecció.

3. La resistència en sèrie es té en compte escrivint la caiguda de tensió entre borns del díode  $V_D$ :  $V_D = V_d + I_d R_s$ ,

on V<sub>d</sub> és la tensió sense efectes resistius i R<sub>s</sub> és la resistència paràsita de les zones neutres.

- 4. En polarització inversa, abans d'arribar a la tensió de trencament, el díode es modela pel model ideal amb una conductància *G<sub>min</sub>* en paral·lel que dona compte de l'augment de corrent.
- 5. Si anomenem *I<sub>r</sub>* el corrent invers resultant de l'aproximació anterior, el trencament es modela mitjançant l'exponencial

$$I_d = I_r - I_{bv} \exp \frac{-q(v_d + BV)}{\eta_{bv} kT}$$

on  $BV = |V_z|$  i  $\eta_{bv}$  és un factor d'idealitat que pot ser ajustat per descriure la característica real.

- 6. Les capacitats es modelen amb les expressions deduïdes més amunt.
- 7. I finalment, SPICE permet tenir en compte la temperatura en els diferents paràmetres del dispositiu.

Si no s'especifica un valor, el simulador pren els següents paràmetres per defecte:  $I_0 = 10^{-14}$  A,  $I_{bv} = 10^{-10}$  A,  $\eta_{bv} = 1$ ,  $V_{bi}$  (=  $\phi_b$ ) = 1 V, m = 0,5, i  $\infty$  o 0 per a la resta, de manera que no influeixen en el global del circuit. Per defecte, el díode segueix la llei ideal sense efectes capacitius ni resistius.

### 2.7. JUNCIÓ METALL-SEMICONDUCTOR

El contacte entre metall i semiconductor és molt important en tots els dispositius electrònics, ja que és el mitjà pel qual es connecten al món exterior. El seu comportament pot ser òhmic o rectificador, i confereix al contacte propietats electròniques que poden modificar el funcionament dels dispositius. La teoria desenvolupada per a les juncions PN aporta una base sobre la qual analitzar els contactes rectificadors (Schottky). Els òhmics deixen passar el corrent en els dos sentits i són ideals per a la connexió dels dispositius a la resta del circuit.

### 2.7.1. DIAGRAMA DE BANDES EN EQUILIBRI

El metall és un material conductor i com a tal es caracteritza per un nivell de Fermi dins d'una banda permesa. No es pot parlar de banda prohibida, per tant, ni tampoc de forats, però té una gran densitat d'electrons lliures (~ $10^{22}$  cm<sup>-3</sup>). El seu diagrama de bandes es redueix al nivell de Fermi,  $E_{Fm}$ , que marca la separació entre els nivells ocupats i els desocupats, a distància  $q\phi_m$ , funció de treball, del nivell de buit (referència energètica, vegeu la figura 29). Pel que fa a les propietats elèctriques, no hi pot haver camp elèctric dins d'un metall.

En un semiconductor, la *funció de treball*,  $q\phi_s$ , no és una referència absoluta d'energies, ja que el seu nivell de Fermi depèn del dopatge. En canvi, la distància energètica entre el nivell de buit i el mínim de la banda de conducció sí que és una propietat fonamental dels semiconductors independent del dopatge, anomenada *afinitat electrònica*,  $q\chi$ . En el cas del silici val 4,15 eV.



**Figura 29**. Diagrames de bandes d'un metall i un semiconductor tipus N amb  $\phi_m > \phi_s$ .

Si es posa en contacte un metall amb un semiconductor tipus N amb funcions de treball  $q\phi_m i q\phi_s$ , on

$$q\phi_s = q\chi - (E_F - E_C) = q\chi - kT\ln\frac{N_D}{N_C},$$

respectivament, la junció tindrà un diagrama de bandes conjunt. Per això cal tenir en compte que:

- La funció de treball és una propietat fonamental dels materials i no pot canviar pel fet de posarlos en contacte.
- El nivell de buit ha de ser continu, i regeix la posició de *E<sub>Fm</sub>* i de *E<sub>C</sub>*.

- En equilibri tèrmic, el nivell de Fermi és uniforme i determina la curvatura de les bandes, que és major en el material amb menys portadors. En el cas del contacte metall-semiconductor l'asimetria és màxima i tota la deformació té lloc al semiconductor.
- A l'interior d'un metall no hi pot haver càrrega ni camp elèctric.

Per a la junció ideal (sense tenir en compte efectes de la interfície), posar aquests dos materials en contacte íntim (que permet intercanvi d'energia i partícules) implica que els electrons del semiconductor tenen una energia de Fermi més gran que els del metall. Alguns d'ells, per tant, començaran a marxar del semiconductor cap al metall, deixant darrere seu les impureses donadores ionitzades carregades. Es va generant una zona amb càrrega positiva al semiconductor que atreu els electrons, oposant-se a la difusió. S'assoleix l'equilibri quan la difusió en un sentit es veu compensada per la deriva en l'altre, situació que correspon al nivell de Fermi uniforme. El resultat final correspon, doncs, a la curvatura de les bandes del semiconductor amunt o avall fins a uniformitzar el nivell de Fermi (figura 30).



Figura 30. Diagrama de bandes d'un contacte metallsemiconductor tipus N en equilibri amb  $\phi_m > \phi_s$  .

## 2.7.2. BARRERA SCHOTTKY IDEAL

Un *díode Schottky* és un contacte metall-semiconductor rectificador, idealment sense artefactes ni contaminació a la junció. Per exemple, les figures 29 i 30 en representen un, amb  $\phi_m > \phi_s$  i substrat tipus N. Com que dins del metall no hi pot haver camp elèctric, les bandes només es corben al costat del semiconductor, segons mostra la figura 30. Una anàlisi quantitativa, basada en les hipòtesis que es van tenir en compte en l'estudi estàtic de la junció PN, dona els mateixos resultats que s'obtindrien per a una junció P<sup>+</sup>N amb una densitat d'impureses idealment infinita al costat P<sup>+</sup>.

$$w = x_N = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q N_D} \phi_b} \,.$$

Polaritzar aquesta junció implica aplicar una tensió al metall respecte al semiconductor, anàlogament al que hem fet fins ara. Un potencial V positiu al metall (o negatiu al semiconductor) fa baixar les bandes al costat del metall (o pujar les del semiconductor). En tot cas, fa reduir la barrera que els electrons han de superar per passar del semiconductor al metall de  $\phi_b$  a  $(\phi_b - V)$ , i podem generalitzar els resultats estàtics:

$$\phi_b = \phi_m - \chi - \frac{(E_C - E_F)_{lluny \ de \ la \ junció}}{q}$$

$$w = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q N_D} (\phi_b - V)}$$
$$\varepsilon_{maxim} = \frac{q N_D}{\epsilon} w = \sqrt{\frac{2q N_D}{\epsilon} (\phi_b - V)} .$$

Quant als corrents, la figura 30 mostra que, en equilibri, per passar del metall al semiconductor, els electrons han de superar una barrera  $q\phi_{Bn} = q(\phi_m - \chi)$ . Però del semiconductor al metall «veuen» una barrera de potencial més petita, igual a la diferència inicial de nivells de Fermi,  $V_{bi}$  (=  $\phi_b$ ), anàloga a la que veurien en el cas d'una junció P<sup>+</sup>N. Tanmateix, equilibri implica que els corrents en un i altre sentit es compensen i això comporta una quantitat semblant d'electrons que tenen prou energia cinètica (indicada per l'alçada sobre  $E_{Fm}$  o  $E_c$ ) per superar les respectives barreres de potencial (dit *efecte termoiònic*).

La polarització modifica l'alçada de la barrera «vista» des del semiconductor, però no des del metall. Això provoca que la quantitat d'electrons que té prou energia cinètica per traspassar la nova barrera, d'alçada  $q(V_{bi} - V)$  o  $q(\phi_b - V)$ , creixi exponencialment amb V. Un càlcul detallat indica que el corrent en aquestes circumstàncies té la mateixa forma que per al díode PN:

$$I(V) = I_0 \left( \exp \frac{qV}{\eta kT} - 1 \right) \qquad I_0 \propto \exp \left( -\frac{q\phi_{Bn}}{kT} \right),$$

on  $I_0$  és el corrent invers de saturació de la junció Schottky i  $\eta$  és un factor d'idealitat que per a dispositius reals val entre 1,0 i 1,1. Per tant, una junció Schottky es comporta com un rectificador; i d'aquí que es consideri un *díode Schottky*.





Tanmateix, els díodes Schottky presenten algunes diferències importants amb els PN:

Un corrent invers de saturació més gran, que vol dir una tensió de llindar més petita (0,3-0,4 V).
 Donat un corrent, fixen la tensió a un valor més petit que un díode PN, cosa que els fa útils en aplicacions de potència. A més, posats en paral·lel amb una junció PN en limiten la tensió, fent més ràpida la commutació en aplicacions digitals TTL.

• El corrent no depèn de la injecció de minoritaris perquè només implica electrons, que són majoritaris. Per tant, no hi ha capacitat de difusió i els dispositius són més ràpids, cosa que els fa útils per a aplicacions d'alta velocitat.

## 2.7.3. CONTACTE ÒHMIC

El diagrama de bandes d'una junció metall-semiconductor dona lloc a quatre possibilitats, d'acord amb el signe de  $\phi_m - \phi_s$  i el tipus de dopatge (figura 32).



**Figura 32**. Quatre casos possibles per a la junció metall-semiconductor en equilibri, segons que  $\phi_m - \phi_s < 0$  (*a* i *b*) o  $\phi_m - \phi_s > 0$  (*c* i *d*) i segons el tipus de semiconductor (*a* i *c* per a N, *b* i *d* per a P).

En els casos *b* i *c* representants a la figura 32, el nivell de Fermi prop de la junció s'allunya de la banda dels portadors majoritaris en relació amb el que passa a la resta del volum (*bulk*). Això implica un buidament de majoritaris, una zona de càrrega espacial i un comportament rectificador com el descrit aquí (díode Schottky).

Per contra, en els casos *a* i *d* la regió del semiconductor propera a la junció presenta una acumulació de majoritaris, els quals són lliures (a diferència de les càrregues prop de la junció Schottky). Aquests majoritaris poden passar del semiconductor al metall i viceversa sense haver de superar cap barrera de potencial originada per cap ZCE (vegeu la figura 33). Aquest contacte no és rectificador i s'anomena *òhmic*. La seva característica I-V és una recta.

## 2.7.4. CONTACTES SCHOTTKY I ÒHMIC REALS

Un contacte Schottky real sempre tindrà una certa resistència sèrie deguda a la zona neutra del semiconductor. A més,  $q\phi_{Bn}$  depèn lleugerament de la tensió aplicada, abaixant la barrera «vista» des del metall. Tot i mostrar la mateixa dependència, la generació a la ZCE té un efecte més dramàtic als díodes Schottky que als PN. Però, sobretot, la interfície mai no és perfecta (es trenca la periodicitat del cristall!) i pot fixar contaminants que generen trampes per als portadors i canvien els valors característics del contacte (bàsicament l'alçada de la barrera i, per tant, el corrent invers de saturació).



Figura 33. Bandes de juncions metall-semiconductor en equilibri, polarització directa i inversa.

El contacte òhmic és importantíssim, perquè els dispositius electrònics s'han de connectar entre ells i amb el circuit i en algun punt s'ha de fer el contacte entre conductors i semiconductors. L'aplicació directa de la teoria exigiria l'ús de metalls diferents depenent del dopatge de cada semiconductor, amb el desenvolupament tecnològic i el control de les interfícies requerits. D'altra banda, no hauria de presentar cap caiguda de tensió entre el metall i el semiconductor pel corrent que circuli en cap dels dos sentits. A la pràctica, sempre n'hi ha perquè els portadors sempre han de superar un petit desnivell entre les bandes, i el contacte òhmic es considera més bo com més petita i més simètrica sigui.

La manera tradicional de resoldre aquests dos problemes es basa en el fet que un semiconductor molt dopat conté una ZCE molt estreta que pot ser travessada per efecte túnel en els dos sentits i, per tant, el corrent no mostra cap efecte rectificador. Així, cada vegada que s'ha de fer un contacte metàl·lic amb un semiconductor poc dopat, s'introdueixen impureses del mateix tipus, en concentracions elevades, al voltant de la zona a metal·litzar. El contacte esdevé metall-N<sup>+</sup> o metall-P<sup>+</sup>, que implica ZCE molt estreta, i esdevé òhmic (vegeu la figura 34).



**Figura 34**. Dalt: díode PN real, amb P<sup>+</sup> i N<sup>+</sup> als contactes òhmics. Sota: contacte metall-N<sup>+</sup> en directa (*a*) i inversa (*b*), i I-V d'un contacte quasiòhmic (en negre), comparat amb un Schottky (en blau).

### TEMA 3. TRANSISTORS BIPOLARS DE JUNCIÓ (BJT)

Un cop establertes les bases dels semiconductors i les juncions, i seguint un ordre de creixent complexitat física, a continuació es presenta el *transistor bipolar d'unió* (BJT, de l'anglès *bipolar junction transistor*) en les seves dues versions: NPN i PNP. És el primer transistor (*transfer resistor*, és a dir resistència controlada) que analitzarem i va ser l'origen de l'electrònica d'estat sòlid quan, el 1947, Brattain, Bardeen i Shockley (Premi Nobel el 1956) el van descobrir als Bell Laboratories.

### 3.1. TRANSISTOR BIPOLAR D'UNIÓ: NPN I PNP

Un *transistor d'unió* és un dispositiu semiconductor format per tres zones amb dopatge alternat (NPN o PNP), on la regió del mig (anomenada *base*) és molt curta comparada amb la longitud de difusió dels minoritaris. Les dels costats s'anomenen *emissor* i *col·lector*, fent referència a les funcions que exerceixen respecte als portadors en el seu mode normal d'operació. És, per tant, un dispositiu de tres terminals que es pot descriure com un interruptor (o resistència) controlat per la intensitat al terminal de base.

## 3.1.1. BJT EN EQUILIBRI

En primera aproximació, deduïm el diagrama de bandes en equilibri de tres regions de silici amb dopatges alternats a partir de la descripció de les dues juncions que formen el conjunt (vegeu la figura 35):



Figura 35. Densitat de càrrega, camp elèctric i diagrama de bandes qualitatius en un P<sup>+</sup>NP en equilibri.

## 3.1.2. OPERACIÓ QUALITATIVA EN REGIÓ ACTIVA

S'anomena *emissor* la regió més dopada (ubicada a la part esquerra de la figura 35); *base*, la ubicada al mig i *col·lector*, la de l'altre extrem. La polarització activa d'aquest PNP implica tensió positiva aplicada a l'emissor, de manera que es redueix la barrera que han de superar els forats de l'emissor per passar a la base, i, per tant, una gran quantitat d'ells (que varia exponencialment amb  $qV_{EB}/kT$ ) es pot difondre cap a la zona neutra de la base. Si aquesta és prou curta, els minoritaris que hi han estat injectats arriben a la zona de càrrega espacial de la junció base-col·lector, sense temps de recombinar-se, i allí es veuen arrossegats pel fort camp elèctric cap al col·lector, on són novament majoritaris. Aquest efecte d'arrossegament es veuria potenciat si la junció base-col·lector estigués polaritzada en inversa.

En resum, la *polarització activa* implica la junció emissor-base en directa i la base-col·lector en inversa. A la figura 36 s'esquematitzen els fluxos de portadors que hi tenen lloc. Gràcies a *l'efecte transistor* (provocat per una base prou curta), el comportament del BJT és radicalment diferent al de dues juncions PN capicuades, i al col·lector hi ha corrent tot i estar polaritzat en inversa. Val a dir que, com fins ara, la injecció és ambipolar. Per tant, en realitat els dos tipus de portadors contribueixen a la conducció i d'aquí el nom de *transistor bipolar d'unió*.



Figura 36. Fluxos de portadors en un P<sup>+</sup>NP en polarització activa.

Amb el criteri de signes mostrat a la figura 36, es pot deduir que en polarització activa el corrent d'emissor,  $I_E$ , és positiu mentre que els de base i col·lector,  $I_B$  i  $I_C$ , són negatius. De la mateixa manera, la tensió  $V_{EB}$ és positiva mentre que la  $V_{CB}$  és negativa.

Aquesta descripció seria anàloga per a un NPN només canviant el tipus de portadors arreu. En conseqüència, els signes de les intensitats i tensions als terminals canvien:  $I_B$  i  $I_C$  són positives i  $I_E$ , negativa;  $V_{EB}$ , negativa i  $V_{CB}$ , positiva. Per visualitzar més fàcilment quan una junció està polaritzada en directa i quan ho està en inversa, en aquest text s'utilitzarà una notació de tensió a la zona P respecte a la zona N. És a dir que per a un NPN es parlarà de  $V_{BE}$  i  $V_{BC}$ , i aleshores la polarització activa implicarà  $V_{BE} > 0$  i  $V_{BC} < 0$ . Si es posa la tensió més positiva a dalt, i per tant el corrent principal baixa, queda com mostra la figura 37:



Figura 37. Corrents i tensions en un PNP i en un NPN.

## 3.1.3. CONFIGURACIONS I PARÀMETRES DE QUALITAT

Com que es tracta d'un dispositiu de tres terminals, si es pretén considerar una entrada i una sortida caldrà prendre'n algun de comú: el col·lector comú fa de *seguidor d'emissor* per adaptar impedàncies; l'emissor comú va bé com a *amplificador* pel gran guany; la base comuna és la configuració més «natural».



Figura 38. Configuracions de l'NPN en col·lector comú, emissor comú i base comuna.

En aquest context es defineixen uns paràmetres de qualitat:

1.  $\beta_{DC}$  = guany de corrent en configuració d'emissor comú

$$\beta_{DC} \equiv \left| \frac{I_C}{I_B} \right|$$
 En general, convé  $\beta_{DC} \uparrow \uparrow$ 

2.  $\alpha_T$  = factor de transport a la base

$$\alpha_T \equiv \left| \frac{I_{majoritarisC}}{I_{majoritarisE}} \right|$$
Convé  $\alpha_T$ <sup>7</sup>, però sempre serà  $\alpha_T \leq 1$ 

3.  $\gamma_E = eficiència d'emissor$ 

$$\gamma_E \equiv \left| \frac{I_{majoritarisE}}{I_E} \right| \qquad \qquad \text{Convé } \gamma_E \uparrow, \text{ però sempre serà } \gamma_E < 1$$

4.  $\alpha_F$  = guany de corrent en configuració de base comuna

$$\alpha_{DC} \equiv \left| \frac{I_C}{I_E} \right| \approx \left| \frac{I_{majoritarisC}}{I_E} \right| = \alpha_T \gamma_E$$

Convé  $\alpha_{DC} \approx 1$ , però sempre serà  $\alpha_{DC} < 1$ 

Finalment, es parla també de diferents modes (o regions) d'operació, depenent de la polarització a les dues juncions que formen el BJT:

Regió d'operació	Polarització emissora	Polarització col·lectora	Funcionament	Símil	Utilitat
Saturació	Directa	Directa	I <sub>B</sub> , I <sub>C</sub> i I <sub>E</sub> grans		Digital
Activa directa	Directa	Inversa	$I_{C}$ = β $I_{B}$ , β gran	$\sim \sim \sim$	Amplificació
Activa inversa	Inversa	Directa	Ic = $β$ I <sub>B</sub> , $β$ petita	$\wedge \wedge \wedge \wedge$	—
Tall	Inversa	Inversa	IB, Ic i IE petites		Digital

Taula I. Regions d'operació del BJT i les seves característiques principals.

### 3.2. NPN IDEAL EN POLARITZACIÓ DIRECTA I RÈGIM PERMANENT

Es considera que un BJT és ideal si no té fenòmens de generació-recombinació ni a la zona neutra de la base ni a les zones de càrrega espacial. Aquí es pretén trobar les seves característiques I(V) per deduir-ne un model útil. Per simplificar-ne el càlcul, s'obvien les ZCE fixant un origen de coordenades diferent per a cada zona (0', 0" i 0"" per a emissor, base i col·lector, respectivament), i es parteix de les hipòtesis habituals:



Excés de minoritaris injectat a cada ZN:

$$\begin{split} \Delta p_E(x') &= p_{E0} \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - 1 \right) \exp \frac{x'}{L_{pE}} & x' \equiv x - W_E' \\ \Delta n_B(x'') &= n_{B0} \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - 1 \right) \frac{W_B - x''}{W_B} + n_{B0} \left( \exp \frac{qV_{BC}}{kT} - 1 \right) \frac{x''}{W_B} & x'' \equiv x - W'_E - w_{BE} \\ \Delta p_C(x''') &= p_{C0} \left( \exp \frac{qV_{BC}}{kT} - 1 \right) \exp \frac{-x'''}{L_{pC}} & x''' \equiv x - W'_E - w_{BE} - W''_B - w_{BC} \,. \end{split}$$

Corrent de minoritaris a cada ZN:

$$I_{pE}(x') = -qA \frac{D_{pE}}{L_{pE}} p_{E0} \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - 1 \right) \exp \frac{x'}{L_{pE}} \qquad \forall x' \in \mathbb{Z} \mathbb{N} \text{ emissor}$$

$$I_{nB}(x'') = -qA \frac{D_{nB}}{W_B} n_{B0} \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - 1 \right) + qA \frac{D_{nB}}{W_B} n_{B0} \left( \exp \frac{qV_{BC}}{kT} - 1 \right) \qquad \forall x'' \in \mathbb{Z} \mathbb{N} \text{ base}$$

$$I_{pC}(x''') = +qA \frac{D_{pC}}{L_{pC}} p_{C0} \left( \exp \frac{qV_{BC}}{kT} - 1 \right) \exp \frac{-x'''}{L_{pC}} \qquad \forall x''' \in \mathbb{Z} \mathbb{N} \text{ cold} \cdot \text{ lector}.$$

$$Corrents \text{ que travessen les ZCE:}$$

$$I_{pB \to E} = -qA \frac{D_{pE}}{L} \frac{n_i^2}{N} \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - 1 \right) \equiv I_{pE}$$

$$I_{pE} N_{DE} \left( \sum_{kT} R_{I} \right) = I_{nE} = I_{nC}$$

$$I_{nB} = -qA \frac{D_{nB}}{W_B} \frac{n_i^2}{N_{AB}} \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - \exp \frac{qV_{BC}}{kT} \right) \equiv I_{nE} = I_{nC}$$

$$I_{pB \to C} = +qA \frac{D_{pC}}{L_{pC}} \frac{n_i^2}{N_{DC}} \left( \exp \frac{qV_{BC}}{kT} - 1 \right) \equiv I_{pC} .$$



**Figura 40**. Fluxos de portadors en un N<sup>+</sup>PN ideal en polarització activa.

Corrents als terminals (positius entrant;  $I_C + I_E + I_B = 0$ ):

$$I_{E} = I_{pE} + I_{nE} = -qAn_{i}^{2} \left( \frac{D_{pE}}{L_{pE}N_{DE}} + \frac{D_{nB}}{W_{B}N_{AB}} \right) \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - 1 \right) + qAn_{i}^{2} \frac{D_{nB}}{W_{B}N_{AB}} \left( \exp \frac{qV_{BC}}{kT} - 1 \right)$$

$$= I_{sE} + I_{s} = I_{s}$$

$$I_{B} = I_{pE} + I_{pC} = +qAn_{i}^{2} \frac{D_{pE}}{L_{pE}N_{DE}} \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - 1 \right) + qAn_{i}^{2} \frac{D_{pC}}{L_{pC}N_{DC}} \left( \exp \frac{qV_{BC}}{kT} - 1 \right)$$

$$= I_{sE} = I_{sC}$$

$$I_{C} = -I_{pC} - I_{nC} = qAn_{i}^{2} \frac{D_{nB}}{W_{B}N_{AB}} \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - 1 \right) - qAn_{i}^{2} \left( \frac{D_{pC}}{L_{pC}N_{DC}} + \frac{D_{nB}}{W_{B}N_{AB}} \right) \left( \exp \frac{qV_{BC}}{kT} - 1 \right)$$

$$= I_{sC} + I_{s}$$

Aquestes són les expressions generals que descriuen els corrents en un NPN. Tenen aparença simètrica, ja que el dispositiu és simètric en la seva estructura general, però si el BJT treballa en regió activa,  $V_{BE} > 0$ i  $V_{BC} < 0$ ,  $\exp \frac{qV_{BE}}{kT} \gg 1$  i  $\exp \frac{qV_{BC}}{kT} \ll 1$ . Per tant,

$$I_E \simeq -(I_{sE} + I_s) \exp \frac{qV_{BE}}{kT} \qquad I_C \simeq I_s \exp \frac{qV_{BE}}{kT} \qquad I_B \simeq I_{sE} \exp \frac{qV_{BE}}{kT} \ll I_C, I_E.$$

S'observa que el corrent en el col·lector es controla per la polarització de la junció emissora i és independent de la de la junció col·lectora (mentre estigui en la regió activa): és l'efecte transistor, produït pel fet que les dues juncions comparteixen una regió central (base) molt prima.

A més, el corrent de base és proporcional però molt menor que els altres dos; d'aquí que el BJT s'empri molt com a amplificador amb aquesta polarització.

A continuació presentem algunes característiques de sortida i entrada:





Figura 41. Característiques simulades de sortida i entrada d'un NPN en emissor comú i base comuna.

#### 3.3. MODELS D'EBERS-MOLL PER A UN BJT IDEAL

De les expressions generals dels corrents, resulta evident que tots ells es podrien modelitzar com a díodes o com a font dependents de paràmetres en altres nodes. El model d'Ebers-Moll ho fa, en dues versions diferents: injecció i transport.

## 3.3.1. MODEL D'EBERS-MOLL D'INJECCIÓ

Surt directament de les expressions generals per a un BJT ideal:

$$I_{F} = (I_{SE} + I_{S}) \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - 1 \right)$$

$$I_{R} = (I_{SC} + I_{S}) \left( \exp \frac{qV_{BC}}{kT} - 1 \right)$$

$$\alpha_{F} = \frac{I_{S}}{I_{SE} + I_{S}} = \frac{D_{nB}L_{pE}N_{DE}}{D_{pE}W_{B}N_{AB} + D_{nB}L_{pE}N_{DE}} \lesssim 1$$

$$\alpha_{R} = \frac{I_{S}}{I_{SC} + I_{S}} = \frac{D_{nB}L_{pC}N_{DC}}{D_{pC}W_{B}N_{AB} + D_{nB}L_{pC}N_{DC}} < 1$$

$$I_{E} = \frac{I_{R}}{I_{R}} = \frac{I_{R}}{I_{R}} I_{R}$$

$$I_{E} = -I_{F} + \alpha_{R}I_{R}$$

$$I_{B} = (1 - \alpha_{F})I_{F} + (1 - \alpha_{R})I_{R}$$

$$I_{C} = \alpha_{F}I_{F} - I_{R}$$

### 3.3.2. MODEL D'EBERS-MOLL DE TRANSPORT

Com que el BJT és un dispositiu de tres terminals, s'ha de poder representar per un circuit amb només tres elements. És el que fa el model d'Ebers-Moll de transport, que substitueix  $I_{SE}$  i  $I_{SC}$  per  $I_{S}/\alpha_{F}$  i  $I_{S}/\alpha_{R}$ , respectivament, i sumant i restant  $I_{S} \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - 1 \right)$  pot quedar tot en funció de  $I_{S}$ ,  $\beta_{F}$  i  $\beta_{R}$ :

$$I_{be} = \frac{I_s}{\beta_F} \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - 1 \right)$$

$$I_{bc} = \frac{I_s}{\beta_R} \left( \exp \frac{qV_{BC}}{kT} - 1 \right)$$

$$\beta_F = \frac{I_s}{I_{sE}} = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} = \frac{D_{nB}L_{pE}N_{DE}}{D_{pE}W_BN_{AB}} \gg 1$$

$$I_E = \frac{I_{be} - \beta_R I_{bc}}{I_{bc}} I_C$$

$$I_E = -I_{be} - [\beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc}]$$

$$I_B = I_{be} + I_{bc}$$

$$I_C = -I_{bc} + [\beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc}]$$

La connexió directa entre els paràmetres físics i tecnològics i les equacions d'Ebers-Moll les fa especialment atractives per a l'anàlisi de circuits integrats. Noteu que serveixen per a qualsevol regió d'operació i qualsevol característica I-V. Aquí s'han deduït per a un BJT tipus NPN, però per a un PNP tot seria anàleg canviant signes i girant els díodes en el model. Noteu també que en activa directa  $\beta_F = \beta_{DC}$ .

Aquest model és el que utilitza SPICE, tot i que modificat per tenir en compte algunes no idealitats.

### 3.4. DESVIACIONS DE LA IDEALITAT

El model ideal presentat fins aquí descriu prou bé la majoria de BJT reals en regions d'operació normals, però, per a corrents i tensions molt grans o molt petits, s'observen comportaments que no estan ben descrits per aquest model. Per exemple, la perfecta proporcionalitat entre el corrent de base i el de col·lector no és real, com es pot veure a la característica de sortida de la fitxa tècnica del BC107 (figura 42):



Figura 42. Característiques experimentals de sortida i entrada del NPN BC107 en emissor comú.

L'aproximació més dràstica que s'ha fet fins ara és l'absència de recombinació a la regió neutra de la base, tot i que, com es veurà, n'hi ha unes quantes més.

## 3.4.1. RECOMBINACIÓ A LA BASE

En realitat les recombinacions a la base existeixen, i es poden calcular resolent exactament l'equació de continuïtat a la base. Tanmateix, la solució s'escriu amb funcions matemàtiques bastant abstractes, com les hiperbòliques, i aquest text es quedarà en una aproximació més intuïtiva, que estimarà el valor del corrent de recombinació, per afegir-lo en un *model quasiideal* a les descripcions que hem fet fins ara: al model físic i als d'Ebers-Moll.



En dispositius reals, *I*<sub>r</sub> i *I*<sub>B</sub> poden ser del mateix ordre i, per tant, els dos s'han de tenir en compte al càlcul del corrent de base. En canvi, el corrent d'emissor no es veu afectat, perquè només depèn de la injecció a la junció emissora en directa. I el corrent de col·lector es veu reduït en *I*<sub>r</sub>, perquè li arriben menys majoritaris que els que han sortit de l'emissor, tot i ser molts menys que els que li arriben. Amb tot això, revisem els paràmetres de qualitat del NPN en mode actiu directe sobre la base d'aquest model quasiideal:

$$\begin{split} I_E &\approx -I_F & I_E \approx -(1+\beta_F)I_{be} \\ I_C &\approx +\alpha_F I_F - I_r & I_C \approx \beta_F I_{be} - I_r \\ I_B &\approx (1-\alpha_F)I_F + I_r & I_B \approx I_{be} + I_r \end{split}$$

 $\beta_{dc}$  = guany de corrent en emissor comú

$$\beta_{DC} \equiv \left| \frac{I_C}{I_{B,real}} \right| \approx \frac{I_{nC}}{I_B + I_r} \qquad \text{En general, convé } \beta_{DC} \uparrow \uparrow \\ \alpha_T = \text{factor de transport a la base} \\ \alpha_T \equiv \left| \frac{I_{nC}}{I_{nE}} \right| \approx \frac{I_{nE} - I_r}{I_{nE}} = 1 - \frac{I_r}{I_{nE}} = 1 - \frac{W_B^2}{2L_{nB}^2} \qquad \text{Convé } \alpha_T \uparrow \Rightarrow W_B \checkmark \\ \gamma_E = \text{eficiència d'emissor} \\ \gamma_E \equiv \left| \frac{I_{nE}}{I_E} \right| = \frac{I_{nE}}{I_{nE} + I_{pE}} = \frac{I_s}{I_s + I_{sE}} = \frac{1}{1 + \frac{D_{pE}N_{AB}W_B}{D_{nB}N_{DE}L_{pE}}} \qquad \text{Convé } \gamma_E \uparrow \Rightarrow N_{DE} \gg N_{AB} \\ \alpha_F = \text{guany de corrent en base comuna} \\ \alpha_{DC} \equiv \left| \frac{I_C}{I_E} \right| \approx \left| \frac{I_{nC}}{I_E} \right| = \alpha_T \gamma_E \qquad \text{Convé } \beta_{DC} \uparrow \uparrow \Rightarrow \alpha_{DC} \approx 1$$

## 3.4.2. EFECTES DE LA POLARITZACIÓ INVERSA DE LA JUNCIÓ COL·LECTORA

Al model ideal, el corrent de col·lector és independent de la tensió aplicada a la junció col·lectora, sempre que aquesta sigui inversa. Una anàlisi més rigorosa demostra tres efectes principals: modulació de la llargada de la base (efecte Early), perforació de la base i ruptura de la junció col·lectora.

#### Modulació de la llargada de la base (efecte Early)

Com més en inversa es polaritza la junció col·lectora, més creix la seva zona de càrrega espacial, de manera que envaeix base i col·lector. Com que la base és curta, és molt sensible a l'escurçament de la seva zona neutra, cosa que fa disminuir la recombinació i augmentar el pendent del perfil de minoritaris. Aquests dos efectes es reuneixen sota el nom d'*efecte Early* i provoquen un augment del corrent al col·lector (com es veu a la figura 42) i una disminució del corrent de base, cosa que causa un augment efectiu de  $\beta_{DC}$ . Per quantificar aquest efecte, es defineix una tensió d'Early,  $V_A$ , de manera que el nou corrent de col·lector pren la forma



Figura 43. Visualització de la tensió d'Early a les característiques de sortida d'un BJT.

### • Perforació de la base (punch-through)

El cas límit de modulació de llargada de la base s'obté quan la seva zona neutra arriba a desaparèixer perquè les zones de càrrega espacials emissora i col·lectora es toquen. Aleshores, al diagrama de bandes arriba a suprimir-se la part horitzontal de la base i s'elimina la barrera de potencial que els majoritaris han de superar per sortir de l'emissor. Per tant, s'observa un augment abrupte del corrent de l'emissor cap al col·lector, que és reversible si la dissipació de calor no arriba a malmetre el dispositiu.



Figura 44. Diagrama de bandes i esquema d'un BJT amb la base perforada.

#### • Trencament de la junció col·lectora

Com en el cas del díode, quan la junció col·lectora té polarització molt inversa por arribar a patir trencament per allau o per efecte Zener i generar un corrent de col·lector exageradament gran que pot arribar a destruir el transistor.



Figura 45. Increment de corrent de col·lector per trencament o perforació de la base.

#### • Limitacions de la potència dissipada pel transistor

El BJT treballant en contínua presenta uns valors màxims de tensió, corrent i potència que no s'han de superar. També permet un corrent màxim a cada terminal, que si se supera pot malmetre les interconnexions amb altres dispositius. La potència que absorbeix el BJT en emissor comú, i per tant dissipa, és  $P = I_B V_{BE} + I_C V_{CE} \cong I_C V_{CE}$ , i la corba de potència màxima és una hipèrbola.



**Figura 46**. Màxima potència en la regió activa d'un BJT. V<sub>CE</sub> és màxim amb I<sub>C</sub> mínim (I<sub>CE0</sub>) a la regió de tall. I<sub>C</sub> és màxim amb V<sub>CE</sub> mínim (V<sub>CEsat</sub>) a la de saturació.

### 3.4.3. ALTRES EFECTES DE SEGON ORDRE

Aquí incloem la variació del guany amb la polarització i altres efectes bàsicament causats per la geometria.

### • Generació-recombinació a les zones de càrrega espacial

Una forma útil de presentar el comportament d'un BJT en contínua és mitjançant les gràfiques de Gummel, que consisteixen en una representació del  $log(I_c)$  i  $log(I_B)$  en funció de  $V_{BE}$  positiva. Allí s'observa que  $\beta_{DC} \equiv |I_C/I_B|$  no té un valor constant, sinó que depèn de la polarització, a causa dels efectes de generació i recombinació a la zona de càrrega espacial explicats per al díode.



Figura 47. Gràfiques de Gummel d'un BJT.

### • Efectes geomètrics

En BJT integrats, la geometria és clarament diferent d'aquesta disposició lineal de les tres zones que constitueixen el BJT, perquè tots els contactes han d'estar a la cara superior:



**Figura 48**. Geometria d'un BJT N<sup>+</sup>PN integrat.

En aquestes condicions està clar que:

- 1. L'àrea del la junció emissora no és igual que la de la col·lectora (dispositiu no 1D).
- 2. El corrent d'emissor es concentra a les vores (*emitter crowding*).
- 3. La resistència paràsita de les zones neutres (sobretot de la base) no és nul·la.
- 4. Els dopatges tampoc no són uniformes a cada zona.

## 3.5. MODEL DINÀMIC DE BJT

Com sempre, quan les tensions i corrents varien en el temps, cal emprar un model dinàmic que incorpori les capacitats paràsites i resistències equivalents del transistor per descriure el seu comportament com a commutador i com a amplificador de petit senyal. Comencem revisant qualitativament el transitori de commutació, per després quantificar la influència dels diversos elements paràsits al petit senyal.

## 3.5.1. TRANSITORI DE COMMUTACIÓ

Sigui el circuit de la figura 49, en el qual s'aplica a la base un pols de tensió (de  $-\xi V_s$  a  $+V_s$ , referides a l'emissor) que fa passar la junció emissora d'inversa a directa per a t = 0. Separem l'evolució en trams:

- 1. Com a conseqüència d'aquest canvi, el corrent  $I_B$  passa de 0 a positiu, i comença carregant la capacitat  $C_{jE}$  des de  $-\xi V_S$  fins a 0 V (és a dir estretint la ZCE de la llargada inicial a la d'equilibri). Com que abans de commutar  $V_{EB}(t < 0) = +\xi V_S$ ,  $I_B$  passa instantàniament de  $I_B(0^-) = 0$  a  $I_B(0^+) = (1 + \xi)V_S/R_S$ . Quan  $V_{EB} = 0$ , l'excés de forats injectats a la base encara és  $\Delta p_B(0'_B) = 0$ , per la qual cosa  $I_C$  és encara 0.
- 2. El segon tram de la resposta correspon a l'evolució de  $V_{BE}$  des de 0 fins a –0,7 V. El pendent de  $\Delta p_B(x')$  va augmentant i amb ell el corrent  $I_c$  i la tensió al col·lector  $V_{CE}$  fins a arribar al règim de saturació. Simultàniament, per tant, es carrega  $C_{IC}$ .
- 3. A partir d'aquí la junció col·lectora està també en directa i per tant injecta càrrega a la base, que fa pujar (sense variar el pendent) el perfil de minoritaris fins a arribar al règim permanent.
- 4. El procés del transitori ON-OFF és l'oposat al descrit fins aquí. En primer lloc es buida l'excés de càrrega deguda a la saturació, fent variar  $V_{CB}$  de positiu a <0 sense canvis significatius a  $I_c$ .
- 5. A continuació s'elimina la càrrega de la base, però ara variant  $I_c$  ja que el pendent  $\Delta p_B(x')$  disminueix.  $V_{EB}$  passa de 0,7 V a 0, mentre es descarrega  $C_{JC}$  perquè  $V_{CB}$  passa de 0 a  $V_{CC}$ .
- 6. Finalment la capacitat  $C_{jE}$  es descarrega des de  $V_{EB}$  = 0 fins + $\xi V_s$  perquè la ZCE de la junció emissora s'eixampla fins a la seva llargada final, variació que no es reflecteix a  $I_c$ .



Figura 49. Transitoris de commutació ON-OFF i OFF-ON del PNP.

L'anàlisi quantitativa d'aquests temps pot fer-se amb l'anomenat *model de control de càrrega*, a partir d'expressions de l'estil:

$$\frac{dQ_B}{dt} = I_{BB} - \frac{Q_B}{\tau_B} \rightarrow Q_B(t) = I_{BB}\tau_B + K \exp \frac{t}{\tau_B}.$$

Tanmateix, el càlcul és complicat i exigeix moltes aproximacions, de manera que acostuma a ser més útil simular-lo o mesurar experimentalment els retards que interessin.

### 3.5.2. CAPACITATS PARÀSITES AL BJT

Com s'ha vist, el transistor bipolar emmagatzema càrregues. Per exemple, quan es polaritza en activa directa un NPN, pel terminal d'emissor han d'entrar electrons (i forats pel de base) per neutralitzar unes quantes impureses que fan estrènyer la zona de càrrega espacial; i també per acumular-los a la base (i forats per la base per acumular-se a l'emissor) perquè com que V<sub>BE</sub> és més gran el perfil d'electrons a la base té més pendent. Aquest emmagatzemament de portadors com a conseqüència del canvi en la tensió de polarització és un fenomen capacitiu que es modela mitjançant capacitats de difusió i de transició, igual que al díode.

La figura 50 representa el model dinàmic del transistor bipolar, que no és més que el del règim permanent (Ebers-Moll de transport) completat amb capacitats i resistències paràsites.  $C_{\pi}$  i  $C_{\mu}$  inclouen la capacitat de difusió i la de transició de les juncions emissora i col·lectora, respectivament;  $r_o$  s'ha inclòs per completar la descripció de l'efecte Early, i  $C_{dBC}$  per modelar la capacitat entre col·lector i substrat.



Figura 50. Model dinàmic del BJT.

Les capacitats de transició,  $C_{j\epsilon}$  i  $C_{jc}$ , venen descrites per l'expressió obtinguda per a la junció PN,  $C_j = A\epsilon/w$ , però les de difusió requereixen una anàlisi una mica més acurada, perquè la base és compartida per les dues juncions.

La càrrega de minoritaris a la base,  $Q_B$ , és la suma de les contribucions:  $Q_{BF}$  és injectada des de l'emissor (F de *forward*, directa, amb  $V_{BC} = 0$ ) i  $Q_{BR}$  des del col·lector (*reverse*, amb  $V_{BE} = 0$ ). Si anomenem  $Q_F$  i  $Q_R$  les càrregues totals de portadors emmagatzemats a les regions neutres en modes directe i invers, respectivament,

$$Q_F = Q_E + Q_{BF} \qquad Q_R = Q_C + Q_{BR} \qquad Q_B = Q_{BF} + Q_{BR}$$

Com a la junció PN, la càrrega Q<sub>F</sub> s'obté a partir del corrent en règim permanent. Els *temps de trànsit en mode actiu* i *en mode invers*,  $\tau_F$  i  $\tau_R$ , són, doncs:

$$\tau_F = \frac{Q_F}{I_C} = \tau_E + \tau_{BF} \qquad \tau_R = \frac{Q_R}{I_E} = \tau_C + \tau_{BR} \qquad \tau_{BF} = \tau_{BR} = \frac{W_B^2}{2D_B}.$$

I si representem per  $g_m$  la transconductància,  $g_m \equiv \frac{dI_C}{dV_{BE}}$ ,

$$C_{DE} = \frac{dQ_F}{dV_{BE}} = \tau_F \frac{dI_C}{dV_{BE}} = \tau_F \frac{qI_C}{kT} = \tau_F g_m \, .$$

El *model de control de càrrega* permet descriure l'evolució temporal dels corrents mitjançant un sistema d'equacions diferencials:

$$\begin{split} I_B &= \frac{Q_F}{\beta_F \tau_F} + \frac{dQ_F}{dt} + \frac{dQ_{jE}}{dt} + \frac{Q_R}{\beta_R \tau_R} + \frac{dQ_R}{dt} + \frac{dQ_{jC}}{dt} \\ I_C &= \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{\tau_R} - \frac{Q_R}{\beta_R \tau_R} - \frac{dQ_R}{dt} - \frac{dQ_{jC}}{dt} \\ I_E &= \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{\tau_R} + \frac{Q_F}{\beta_F \tau_F} + \frac{dQ_F}{dt} + \frac{dQ_{jE}}{dt} \ . \end{split}$$

Però novament la resolució exacta d'aquest problema és complicada, i és més pràctic simular-la.

### 3.5.3. PETIT SENYAL: MODEL HÍBRID EN $\pi$

L'aplicació principal del BJT és com a amplificador analògic. Per tant, la modificació que pateixi un petit senyal afegit a una polarització contínua, és de gran interès pràctic. Per això, a continuació es concreta el model dinàmic a aquesta situació, partint del mode actiu directe i la configuració d'emissor comú, que dona lloc al *model híbrid en*  $\pi$ , anomenat així per la disposició dels seus elements (vegeu la figura 51).



Fig. 51. Model de petit senyal del BJT.

Partint del model dinàmic (figura 50) i suposant mode actiu directe, negligim les resistències associades a les zones neutres d'emissor  $r_e$  (està molt dopat) i col·lector  $r_c$  (la capa enterrada la torna insignificant), així com la capacitat del substrat  $C_{dBC}$ . Suposem que la polarització és contínua i a la qual afegim un petit senyal variable, i separem corrents i tensions en les seves components contínues i alternes, tot considerant l'efecte Early a la font dependent de corrent entre col·lector i emissor,

$$\begin{split} I_{CT} &= \beta_F I_{be} \left( 1 + \frac{V_{CE}}{|V_A|} \right). \\ v_{BE} &= V_{BE} + v_{be} \quad i_B = I_B + i_b \\ v_{CE} &= V_{CE} + v_{ce} \quad i_C = I_C + i_C \end{split}$$
$$dI_{be} &= \frac{I_s}{\beta_F} \exp \frac{qV_{BE}}{kT} \frac{q}{kT} dv_{BE} \cong \frac{q}{kT} \frac{I_C}{\beta_F} dv_{BE} \equiv \frac{dv_{BE}}{r_{\pi}} \rightarrow \left[ r_{\pi} = r_{be}' = \frac{kT}{q} \frac{\beta_F}{I_C} \right] \\ dI_{CT} &= \beta_F \left( 1 + \frac{V_{CE}}{|V_A|} \right) dI_{be} + \beta_F I_{be} \frac{dv_{CE}}{|V_A|} \cong g_m dv_{BE} + \frac{dv_{BE}}{r_o} \rightarrow \left[ g_m = \frac{\beta_F}{r_{\pi}} = \frac{qI_C}{kT} , r_o = \frac{1}{g_{ce}} = \frac{|V_A|}{I_C} \right] \\ r_{\mu} &= r_{bc}' = \frac{dv_{BC}}{di_B} \cong \beta_F \frac{dv_{CE}}{di_C} = \beta_F r_o = \left[ \frac{\beta_F |V_A|}{I_C} \rightarrow \infty \right]. \end{split}$$

Com que el senyal és petit, les capacitats de les juncions es poden considerar constants, de manera que

$$C_{\pi} = C_e = C_{jE}(V_{EB}) + C_{DE}(V_{EB})$$
$$C_{\mu} = C_c = C_{jC}(V_{CB})$$

Per exemple, si lc = 2 mA,  $\beta_F$  = 200 i |V<sub>A</sub>| = 50 V, resulta  $r_{\pi} = 2,5 \ k\Omega$ ,  $g_m = 0,08 \ S$ ,  $r_{\mu} = 5 \ M\Omega$  i  $r_o = 25 \ k\Omega$  a T = 300 K. Si lc = 2  $\mu$ A, resulta  $r_{\pi} = 2,5 \ M\Omega$ ,  $g_m = 80 \ \mu$ S i  $r_o = 25 \ M\Omega$ .  $r_{\mu} = 5 \ G\Omega \rightarrow \infty$ .

També s'utilitza bastant el model híbrid de paràmetres h:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} h_{ie} \cong r_{bb}, + r_{\pi} \\ h_{ie} = \frac{v_{be}}{i_b} \Big|_{V_{CE}} \\ i_c \equiv h_{fe}i_b + h_{oe}v_{ce} \end{array} \right) \rightarrow \end{array} \begin{array}{c} h_{ie} = \frac{v_{be}}{i_b} \Big|_{V_{CE}} \\ h_{fe} = \frac{i_c}{i_b} \Big|_{V_{CE}} \\ h_{oe} = \frac{i_c}{v_{ce}} \Big|_{I_B} \\ h_{oe} = \frac{1}{r_o} + \frac{1}{r_{\pi} + r_{\mu}} + g_m \frac{r_{\pi}}{r_{\pi} + r_{\mu}} \cong \frac{1}{r_o} + \frac{\beta_F}{r_{\mu}} \end{array}$$

### 3.6. MODELS GUMMEL-POON I SPICE

SPICE utilitza el model presentat a la figura 50, però utilitza una notació diferent per als corrents:  $I_{cc}$  i  $I_{ec}$ , de manera que la font de corrent dependent  $I_{ct}$  també canvia d'expressió.

$$I_{cc} = \beta_F I_{eb} = I_s \left( \exp \frac{qV_{EB}}{kT} - 1 \right)$$
  

$$I_{ec} = \beta_R I_{cb} = I_s \left( \exp \frac{qV_{CB}}{kT} - 1 \right)$$
  

$$I_{ct} = \beta_F I_{eb} - \beta_R I_{cb} = I_{cc} - I_{ec} .$$

A més, SPICE completa el model bàsic incloent la dependència de  $\beta_F$  amb  $V_{CE}$  i  $V_{BE}$  i l'efecte Early. Tot això ve descrit pel *model de Gummel-Poon*, el qual relaciona les variacions a diversos paràmetres amb les càrregues acumulades a les zones neutres:

$$I_{ct} = \frac{q_1}{q_b} (I_{cc} - I_{ec}) \,.$$

El factor  $q_1$  introdueix l'efecte Early, i el factor  $q_b$  el canvi de pendent a  $I_c$  degut a l'alta injecció que té lloc a partir de  $I_{kf}$  (que és el límit entre baixa i alta injecció).

$$\begin{split} q_{1} &= 1 - \frac{V_{BC}}{V_{AF}} - \frac{V_{BE}}{V_{AR}} \\ q_{b} &= \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 4q_{2}} \right) \\ q_{2} &= \frac{I_{s}}{I_{kf}} \left( \exp \frac{qV_{BE}}{kT} - 1 \right) + \frac{I_{s}}{I_{kr}} \left( \exp \frac{qV_{BC}}{kT} - 1 \right) \,. \end{split}$$

D'altra banda, els corrents als díodes es descriuen tenint en compte els corrents de recombinació a les ZCE de les juncions, les quals també afecten  $\beta_F$ .

$$I_{be} = \frac{I_{cc}}{\beta_F} + I_{sre} \left( \exp \frac{qV_{BE}}{2kT} - 1 \right)$$
$$I_{bc} = \frac{I_{ec}}{\beta_R} + I_{src} \left( \exp \frac{qV_{BC}}{2kT} - 1 \right).$$

Les capacitats es descriuen per les expressions deduïdes més amunt, amb especial precaució per a tensions que s'apropen al potencial de construcció (per controlar la divergència de la capacitat de transició).

A part d'això, els noms de les variables utilitzades per SPICE són molt semblants als que s'han utilitzat aquí per descriure'ls i per tant la seva identificació no hauria de revestir especial dificultat. Els valors que SPICE dona a alguns d'aquests paràmetres si l'usuari no els especifica són els següents:

ls	βF	$\beta_R$	l <sub>kf</sub>	l <sub>kr</sub>	VAF	$V_{\text{AR}}$	$\tau_{\text{F}}$	$\tau_R$	r <sub>c</sub>	r <sub>E</sub>	r <sub>B</sub>
10 <sup>-16</sup> A	100	1	$\infty$	$\infty$	$\infty$	00	0	0	0	0	0

## TEMA 4. TRANSISTORS D'EFECTE DE CAMP (FET)

Els transistors d'efecte de camp o FET (de l'anglès field effect transistor)s'anomenen així perquè un camp elèctric hi controla el corrent. Històricament, van ser els primers transistors d'estat sòlid a ser concebuts (les dècades dels 1920 i 1930), sobre la idea que una tensió aplicada a una placa metàl·lica modulés la conductància del semiconductor que hi estigués en contacte. La idea era massa avançada per al seu temps, i les limitacions tecnològiques de l'època van conduir a un dispositiu en què la variable de control era un corrent i no una tensió (BJT, el 1947). Una dècada més tard la tecnologia havia madurat considerablement i els transistors d'efecte de camp s'obrien pas, cosa que ha permès la gènesi d'una varietat de dispositius que han desbancat el BJT en moltes aplicacions i han permès la integració de milers de milions d'ells en un sol tros de semiconductor.

### 4.1. JFET I MESFET

El transistor d'efecte de camp de junció o JFET (de l'anglès junction field effect transistor) va ser el primer transistor d'efecte de camp proposat i analitzat (Shockley, 1952). La conductància entre dos extrems del semiconductor (anomenats font o sortidor i drenador, S i D de l'anglès source i drain, segons si hi aporten o reben els portadors) és controlada per una o diverses juncions entremig (controlades pel terminal de *porta*, G de l'anglès *gate*), com mostra la figura 52. Amb polarització inversa, la porta provoca una zona de càrrega espacial que buida els portadors i, per tant, és molt resistiva. En canvi, la resta del material sí que permet el pas de portadors, i es diu que aquesta zona neutra forma un *canal de conducció* de baixa



resistència.

Figura 52. Esquema de l'estructura bàsica d'un JFET de canal N amb els seus terminals.

El JFET al principi s'anomenava *transistor unipolar* per distingir-lo del bipolar i emfatitzar que la conducció és deguda a un sol tipus de portadors, en aquest cas electrons que viatgen de la font al drenador. El MESFET es basa en el mateix principi, però la junció no és PN sinó Schottky, i segueix la mateixa teoria.

## 4.1.1. I(V) DEL JFET IDEAL

Sigui l'estructura de la figura 52, de llargada *L*, amplada *W* i alçada *H* del substrat tipus N, que inclou una ZCE d'alçada *w*. En primera aproximació i prenent  $V_S$  com a tensió de referència, si  $V_{DS}$  és petit, la intensitat  $I_D$  que pot creuar el dispositiu de drenador a font es pot escriure:

$$V_{DS} = R_{DS}I_D = \rho \frac{L}{W(H-w)}I_D = \frac{I_D}{q(\mu_n N_D)} \frac{L}{W\left(H - \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_D}}(\phi_b - V_{GS})\right)} =$$

$$= \frac{I_D}{q\mu_n N_D} \frac{L}{WH\left(1 - \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_DH^2}}(\phi_b - V_{GS})\right)}$$

$$I_D = q\mu_n N_D \frac{WH}{L} \left(1 - \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_DH^2}}(\phi_b - V_{GS})\right)V_{DS}$$

$$\equiv G_o \left(1 - \sqrt{\frac{\phi_b - V_{GS}}{\phi_b - V_p}}\right)V_{DS} \quad ; \quad G_o \equiv q\mu_n N_D \frac{WH}{L} \quad ; \quad V_p \equiv \phi_b - \frac{qN_DH^2}{2\epsilon} \quad ; \quad V_{DS} \text{ petited}$$

Lògicament, per petit que sigui  $V_{DS}$  sempre ha d'existir perquè hi hagi corrent entre D i S. I com que el cos té dopatge reduït, ofereix una certa resistència que fa caure la tensió progressivament. Així, en segona aproximació, la I(V) ha de considerar l'amplada variable de la ZCE (figura 53). El cos (a la posició x) suporta una tensió V(x) que varia entre  $V_S$  i  $V_D$ , i la ZCE al punt x en realitat és deguda a la tensió  $V_{GS} - V(x)$ .

 $I_D$ 



Figura 53. Variació de l'amplada de la ZCE amb la posició a un JFET.

$$dV = I_D dR_{DS} = \frac{I_D}{q\mu_n N_D} \frac{dx}{W \left( H - \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_D} (\phi_b - V_{GS} + V)} \right)}$$

Integrant entre els extrems 0 i L del dispositiu (i V<sub>S</sub> i V<sub>D</sub>), queda una relació com aquesta:

$$I_{D} = G_{o} \left[ V_{DS} - \frac{2}{3} (\phi_{b} - V_{p}) \left\{ \left( \frac{\phi_{b} - V_{GS} + V_{DS}}{\phi_{b} - V_{p}} \right)^{\frac{3}{2}} - \left( \frac{\phi_{b} - V_{GS}}{\phi_{b} - V_{p}} \right)^{\frac{3}{2}} \right\} \right] \quad ; V_{DS} \text{ petit}$$

 $G_o$  és la conductància del cos (*body* o *bulk*) sense ZCE.  $V_p$  és l'anomenada *tensió d'estrangulament* (*pinchoff*), i correspon a la tensió que cal perquè la ZCE abasti tot el cos (w = H) ni que sigui en un punt.

Quan s'arriba a la tensió de *pinch-off*, la resistència del canal augmenta considerablement, i la intensitat  $I_D$  queda saturada (resistència dinàmica infinita) i la característica I-V es torna pràcticament horitzontal. En aquest rang, anomenat *regió de saturació*, un augment de la tensió  $V_{DS}$  dona lloc a un allargament de la regió estrangulada, però  $I_D$  no es fa nul·la perquè aleshores no hi hauria caiguda de tensió al llarg del canal i no s'arribaria a la condició d'estrangulament.



Figura 54. N-JFET amb el canal estrangulat.

En conseqüència, encara que aquest comportament no vingui predit per la descripció teòrica, a la regió de saturació la intensitat se satura al seu valor d'estrangulament, és a dir:

$$I_{Dsat} = G_o \left[ V_{GS} - V_p - \frac{2}{3} (\phi_b - V_p) \left\{ 1 - \left( \frac{\phi_b - V_{GS}}{\phi_b - V_p} \right)^{\frac{3}{2}} \right\} \right] \quad ; \quad V_{DS} \ge V_{GS} - V_p$$

Aquestes expressions són una bona aproximació del comportament real, però són farragoses; a efectes pràctics, es poden emprar aproximacions més senzilles, com les que segueixen. Encara que semblin totalment diferents, aquesta relació semiempírica dona resultats prou bons si es vol descriure la intensitat sense efectes de segon ordre:

$$I_{D} \approx \beta \left( V_{GS} - V_{p} - \frac{V_{DS}}{2} \right) V_{DS} \qquad ; \quad V_{DS} \leq V_{GS} - V_{p} \quad (\text{regió lineal o òhmica})$$

$$I_{Dsat} \approx \frac{\beta}{2} \left( V_{GS} - V_{p} \right)^{2} \equiv I_{DSS} \left( 1 - \frac{V_{GS}}{V_{p}} \right)^{2} \quad ; \quad V_{DS} \geq V_{GS} - V_{p} \quad (\text{regió de saturació})$$

$$\beta \equiv \frac{G_{o}}{2(\phi_{b} - V_{p})} \qquad G_{o} \equiv q \mu_{n} N_{D} \frac{WH}{L} \qquad V_{p} \equiv \phi_{b} - \frac{q N_{D} H^{2}}{2\epsilon} \qquad I_{DSS} \equiv \frac{g_{o} V_{p}^{2}}{4(\phi_{b} - V_{p})}$$

El resultat són unes corbes característiques semblants a les del BJT, però dependents de la tensió a la porta i no de cap corrent. A més, les regions lineal i de saturació tenen els noms intercanviats respecte al BJT.





Figura 55. Característiques ideals del JFET de canal N.

# 4.1.2. I(V) DEL JFET REAL

Hi ha diferències evidents entre les característiques descrites per al model ideal (figura 55) i les d'un JFET real (figura 56).



Figura 56. Característiques reals d'un N-JFET.

- **Polarització del substrat**: els JFET integrats tenen tots els seus terminals a la cara superior i el cos (*bulk*) compartit amb altres dispositius propers. Per tant, pot suportar una polarització  $V_{BS}$  diferent de les dels terminals G, S i D. Per tenir-ho en compte, les característiques del JFET s'han d'adaptar substituint  $V_p$  per  $V_p V_{BS}$  arreu.
- Modulació de la llargada del canal: en regió de saturació, un augment de V<sub>DS</sub> fa augmentar la zona estrangulada i, per tant, disminuir la llargada efectiva del canal. En dispositius integrats aquest efecte esdevé important, i, com que L apareix al denominador de la conductància, implica un augment del corrent:

$$V_{DS} \uparrow \rightarrow L_{ef} \downarrow \rightarrow I_D \uparrow \rightarrow I_{Dsat,real} = I_{Dsat,ideal}(1 + \lambda V_{DS}),$$

on  $\lambda$  és el coeficient de modulació del canal.

- **Resistències de les zones neutres**: com que el cos no està gaire dopat, oposa una certa resistència al pas de corrent *I*<sub>D</sub>. S'acostuma a dividir en dues parts iguals, de manera que es genera *r*<sub>D</sub> i *r*<sub>S</sub>.
- **Trencament**: atès que la porta origina una junció PN en inversa, una polarització molt gran pot generar trencament d'aquesta junció (Zener o allau) i provocar un augment brusc del corrent.

### 4.1.3. MODEL DINÀMIC DEL JFET

És difícil trobar un model àmpliament acceptat per al funcionament dels transistors d'efecte de camp en règim dinàmic. A més, una anàlisi detallada condueix a models complicats i poc intuïtius. A continuació es presenta una visió bàsica i paral·lela a l'obtinguda per al BJT.

Les capacitats més importants del JFET són degudes a la junció en inversa, que s'agrupa en dos termes corresponents a les dues meitats del canal: C<sub>GS</sub> i C<sub>GD</sub>.

$$C_{GS} = \frac{1}{2} \frac{C_{g0}}{\sqrt{1 - \frac{V_{GS}}{\phi_b}}} , \qquad C_{GD} = \frac{1}{2} \frac{C_{g0}}{\sqrt{1 - \frac{V_{GS} - V_{DS}}{\phi_b}}} , \qquad C_{g0} = WL \sqrt{\frac{qN_D\epsilon}{2\phi_b}}.$$

Amb això es pot generar un model de gran senyal (figura 57).



**Figura 57**. Model de gran senyal del JFET. Els díodes representen el terme de corrent continu, és a dir, el proporcionat per l'equació del díode.

La linealització d'aquest model en funció dels increments de tensió al voltant del punt de polarització genera el model de petit senyal (figura 58).

$$\Delta I_D = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}}\Big|_{V_{DS}} \Delta V_{GS} + \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}}\Big|_{V_{GS}} \Delta V_{DS} \,.$$

$$g_m \equiv \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}}\Big|_{V_{DS}} \Longrightarrow \qquad g_{m,lineal} = G_0 \left[ \left( \frac{\phi_b - V_{GS} + V_{DS}}{\phi_b - V_p} \right)^{\frac{1}{2}} - \left( \frac{\phi_b - V_{GS}}{\phi_b - V_p} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \approx \beta V_{DS} \quad V_{DS} < V_{GS} - V_p$$

$$g_{m,sat} = G_0 \left[ 1 - \left( \frac{\phi_b - V_{GS}}{\phi_b - V_p} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \approx \beta (V_{GS} - V_p) \qquad V_{DS} > V_{GS} - V_p$$

$$\left. g_{ds} \equiv \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} \right|_{V_{GS}} \Longrightarrow \begin{array}{l} g_{d,lineal} = G_0 \left[ 1 - \left( \frac{\phi_b - V_{GS} + V_{DS}}{\phi_b - V_p} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \approx \beta \left( V_{GS} - V_p - V_{DS} \right) \quad V_{DS} < V_{GS} - V_p \\ g_{d,sat} = \lambda \frac{\beta}{2} \left( V_{GS} - V_p \right)^2 \approx 0 \qquad \qquad V_{DS} > V_{GS} - V_p \end{array} \right|,$$

on  $g_{ds}$  és la conductància del canal,  $g_m$  és la transconductància o conductància mútua. A més, com que la junció de porta està en inversa genera una resistència equivalent molt gran i pot ser eliminada del model de petit senyal. Finalment, si es negligeixen les resistències de les zones neutres de drenador i font, així com la possible capacitat d'acoblament entre drenador i *bulk*, el model de petit senyal queda (figura 58):



Fig. 58. Model incremental del JFET.

### 4.2. ESTÀTICA DEL SISTEMA METALL-ÒXID-SILICI

Una dècada després de ser implementat el primer JFET, es va desenvolupar una altra estructura que seria el nucli de la microelectrònica actual: el sistema metall-òxid-silici o MOS. Es tracta d'un dispositiu de dos terminals format per una capa conductora (metall, tot i que actualment s'empra el polisilici) sobre el semiconductor amb un aïllant entremig (generalment òxid de silici), com mostra la figura 59. Les excel·lents propietats de l'òxid de silici, juntament amb un fort desenvolupament tecnològic, han donat origen a l'objecte manufacturat més fabricat de tota la història: el MOSFET, però també variants com ara MISFET, cèl·lules DRAM, càmeres CCD i CMOS, MODFET, HEMT, etc., en contínua evolució.



Figura 59. Estructura MOS bàsica.

Per estudiar aquesta estructura suposarem que:

- El metall és perfectament equipotencial.
- L'òxid és un aïllant perfecte que en cap circumstància no deixa passar corrent a través d'ell.

- El silici està uniformement dopat, sense defectes cristal·logràfics i gruixut.
- No hi ha càrregues atrapades a la capes ni a les interfícies.
- Sistema unidimensional, amb interfícies perfectament planes i paral·leles.

A diferència de la gran majoria de les suposicions fetes al llarg d'aquest text, aquestes són realistes, perquè la tecnologia s'ha desenvolupat tant que permet assolir-les. En aquest context, ara descriurem el diagrama de bandes del sistema abans i després d'entrar en contacte.



**Figura 60**. Nivells d'energia al sistema MOS abans d'entrar en contacte (*a*) i diagrama de bandes de l'estructura en equilibri després del contacte (*b*).

Partint de la polarització del metall respecte al semiconductor ( $V_G$ ), el sistema pot trobar-se en diferents règims (figura 61). El règim de bandes planes (*flat-band*) correspondria a posar els materials en contacte, però no permetre cap moviment de portadors, de manera que les bandes continuen planes; però si s'hi connecten tensions, cal aplicar  $V_{FB} = \phi_m - \phi_s = V_{ox0} + \phi_{s0}$  a la porta (metall) per mantenir-lo.

- 1. Acumulació: majoritaris a la interfície aïllant-semiconductor ( $V_G < V_{FB}$ ,  $C = C_{ox}$ ).
- 2. Bandes planes (no dibuixat): cap càrrega ni curvatura de bandes.
- 3. Buidament o depleció: zona buida sota la interfície ( $V_G \gtrsim V_{FB}$ ,  $C < C_{ox}$ ).
- 4. Inversió: comencen a acumular-se minoritaris a la interfície ( $V_G > V_{FB}$ ,  $C < C_{ox}$ ).
- 5. Forta inversió: a la interfície hi ha tants (o més) minoritaris a la interfície com majoritaris al cos,  $(V_G \gg V_{FB}, C = C_{ox})$ .



**Figura 61**. De dalt a baix, diagrama de bandes (A) i distribució de càrregues (B) per als règims d'acumulació, buidament, inversió i forta inversió. (C) gràfica C-V<sub>G</sub> qualitativa.

Tot seria completament anàleg si el substrat fos tipus N en lloc de tipus P; només canviarien els signes, caldria intercanviar n i p, i el potencial intrínsec  $\phi_F$  valdria  $\phi_N = \frac{kT}{q} \ln \frac{n_i}{N_D} < 0$  en lloc de  $\phi_P = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} > 0$ . Aleshores, la llargada de la zona de càrrega espacial per al règim de forta inversió es pot escriure com

$$w = x_{dT} = \sqrt{\frac{4\epsilon}{qN} |\phi_F|} \,.$$

### 4.3. MOSFET IDEAL

L'acrònim MOSFET denomina un transistor per efecte de camp controlat per una estructura metall-òxidsilici. Per tant, es basa en l'estructura que s'acaba d'explicar (MOS) com a porta (G), separant dues regions molt dopades (font i drenador, S i D) a la superfície d'un cos de dopatge oposat (bulk, B), com mostra la figura 62.



Figura 62. Estructura del MOSFET de canal N o N-MOSFET.

Als primers temps, l'elèctrode de porta era d'alumini, però per raons tecnològiques va ser substituït posteriorment per silici policristal·lí (polisilici), que, amb un dopatge elevat, es comporta gairebé com un metall. Al diagrama de bandes, només cal substituir el nivell de Fermi del metall pel de conducció (si és dopat N) o de valència (si és dopat P) del silici. L'òxid de silici (SiO<sub>2</sub>) també va sent substituït per altres aïllants amb constant dielèctrica més alta (*high-k dielectrics*) per aconseguir la mateixa capacitat amb un gruix més gran i, per tant, físicament factible (en tecnologia de 45 nm i menys).

Com a transistor per efecte de camp, el comportament fonamental del MOSFET consisteix en el control del flux de corrent entre font i drenador gràcies a la tensió aplicada a la porta, que pot generar un *canal de conducció* entre elles. Com en el cas del JFET, hi ha una tensió de porta que marca la transició entre conducció i no conducció (entre font i drenador); en aquest cas és la que es requereix per formar aquest canal per forta inversió i s'anomena *tensió de llindar* (*threshold* o *turn-on*).

## 4.3.1. TENSIÓ DE LLINDAR EN UN MOSFET

A la vista del diagrama de bandes de l'estructura MOS en forta inversió, la inclinació de les bandes es reparteix entre l'òxid (de gruix  $d_{ox}$ ) i el semiconductor:



Figura 63. Inici de la situació de forta inversió per a una capacitat MOS-P.

$$V_{forta\ inversió} = V_{metall} + V_{ox} + V_{Si} \implies \begin{cases} V_{metall} = 0 \text{, perquè és equipotencial} \\ V_{ox} = \frac{-Q_{sc}}{C_{ox}} = \frac{qAN_A x_{dT}}{\frac{A\epsilon_{ox}}{d_{ox}}} = \frac{-Q'_{sc}}{C'_{ox}} = \frac{\sqrt{2q\epsilon_{Si}N_A|2\phi_P|}}{\frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}}} \\ V_{sc} = \phi_s = 2\phi_P \end{cases}$$

• 1a aproximació: V<sub>G</sub> per a forta inversió

Cal tenir en compte el «zero» d'aquesta inclinació, donat pel voltatge de bandes planes, VFB.

$$V_{T} = V_{FB} \pm \frac{\sqrt{4q\epsilon_{Si}N_{A}|\phi_{F}|}}{C_{ox}'} + 2\phi_{F} \qquad ; \qquad \begin{array}{c} + \ per \ substrat \ P, \ canal \ N \\ - \ per \ substrat \ N, \ canal \ P \end{array}$$

• 2a aproximació: càrregues a l'òxid, interfície òxid-silici o al semiconductor

De vegades queden càrregues positives a l'òxid amb densitat  $Q'_{ox}$ , o càrregues atrapades a la interfície òxid-silici  $Q'_{os}$ , o s'ajusta voluntàriament la tensió de llindar per implantació iònica de càrregues al silici  $Q'_{u}$ :

$$V_{TO} = V_T - \frac{Q'_{ox}}{C'_{ox}} - \frac{Q'_{OS}}{C'_{ox}} + \frac{Q'_{II}}{C'_{ox}}$$

• 3a aproximació: polarització V<sub>BS</sub> del substrat

Possibilitat de polarització del substrat V<sub>BS</sub> (efecte cos, body effect, Shichman-Hodges)

$$2\phi_F \rightarrow 2\phi_F - V_{BS}$$

Amb tot això, les fórmules que podem tenir són, per a les diverses aproximacions:

$$V_{FB} = \phi_m - \phi_{sc} = \phi_m - \left(\chi + \frac{E_G}{2} + \phi_F\right)$$
1ª aprox.  

$$V_T = V_{FB} + 2\phi_F \pm \gamma \sqrt{|2\phi_F|}$$
2ª aprox.  

$$V_{TO} = V_T - \frac{Q'_{ox}}{C'_{ox}} - \frac{Q'_{OS}}{C'_{ox}} + \frac{Q'_{II}}{C'_{ox}}$$
3ª aprox.  

$$V_{TH} = V_{TO} \pm \gamma \left[\sqrt{|2\phi_F - V_{BS}|} - \sqrt{|2\phi_F|}\right]$$

$$\begin{cases} + \text{ per a substrat P} \\ - \text{ per a substrat N} \end{cases}$$

$$C'_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}} \qquad \gamma = \frac{\sqrt{2q\epsilon_{Si}N_A}}{C'_{ox}} \qquad \phi_F = \frac{kT}{q}\ln\frac{N_{A,D}}{n_i}$$

## 4.3.2. I-V DEL MOSFET IDEAL

Sigui l'estructura MOSFET de la figura 64, amb distància *L* entre font i drenador, amplada *W*, òxid de gruix  $d_{ox}$ , substrat tipus P i tensió a la porta prou positiva per formar canal de forta inversió ( $V_{GS} > V_{TH}$ ). La intensitat  $I_D$  que va de drenador a font es deu al moviment horitzontal (amb velocitat  $\overrightarrow{v_{\parallel}}$ ) de la càrrega Q que forma el canal de conducció. Aquesta càrrega apareix en virtut del camp elèctric vertical ( $\overrightarrow{\varepsilon_{\perp}}$ ) generat per la porta. Analitzem, doncs, el moviment d'un diferencial de càrrega dQ situat al canal a distància x de la font i originat pel diferencial de capacitat  $C'_{ox}Wdx$ .



Figura 64. Esquema de l'estructura bàsica d'un MOSFET de canal N amb els seus terminals.

En primera aproximació i prenent  $V_s$  com a tensió de referència, si  $V_{DS}$  és petit es pot escriure:

$$I_{D} = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{dQ}{dx}\frac{dx}{dt}$$
$$dQ = V_{\perp}dC = (V_{GS} - V_{TH} - V)\frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}}Wdx$$
$$\frac{dx}{dt} = v_{\parallel} = -\mu_{n}\epsilon_{\parallel} = \mu_{n}\frac{dV}{dx}$$
$$I_{D} = -(V_{GS} - V_{TH} - V)\frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}}W \cdot \mu_{n}\frac{dV}{dx}$$

Reordenant i integrant per a la zona del canal ( $V(x=0) = V_S = 0$ ; i  $V(x=L) = V_{DS}$ ):

$$\int_0^L I_D dx = -\frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}} \mu_n W \int_0^{V_{DS}} (V_{GS} - V_{TH} - V) dV$$
$$I_D = \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}} \mu_n \frac{W}{L} \left( V_{GS} - V_{TH} - \frac{V_{DS}}{2} \right) V_{DS} .$$

L'expressió anterior suposa que hi ha canal a tota la distància entre la font i el drenador, i per a V<sub>DS</sub> prou petit es comporta linealment. Es diu que el MOSFET treballa en *règim lineal* o *òhmic*. Però, anàlogament

al JFET, per a  $V_{DS} \ge V_{GS} - V_{TH}$ , l'extrem de canal que toca al drenador desapareix, deixant només la zona de càrrega espacial (figura 65). Es diu que s'estrangula el canal i el MOSFET opera en *mode de saturació* (*pinch-off*), fixant el valor del corrent  $I_D$  al de saturació:



Figura 65. NMOSFET amb canal estrangulat (pinched-off).

Així, en primera aproximació, la característica I(V) del MOSFET segueix les expressions següents:

$$\begin{split} I_D &= \beta_n \left( V_{GS} - V_{TH} - \frac{V_{DS}}{2} \right) V_{DS} \qquad V_{DS} \leq V_{GS} - V_{TH} \\ I_{Dsat} &= \frac{\beta_n}{2} (V_{GS} - V_{TH})^2 = I_{DSS} \left( 1 - \frac{V_{GS}}{V_{TH}} \right)^2 \qquad V_{DS} \geq V_{GS} - V_{TH} \\ I_{DSS} &\equiv \beta_n V_{TH}^2 \quad \text{corrent de saturació per a } V_{GS} = 0 \\ \beta_n &\equiv k_n \frac{W}{L} \quad \text{factor de guany} \\ k_n &\equiv \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}} \mu_n \qquad \text{transconductància tecnològica} \\ &= \frac{W}{L} \text{ és el factor d'aspecte (de disseny)} \end{split}$$

Una segona aproximació hauria de tenir en compte la variació del gruix del canal amb la posició x. El càlcul donaria lloc a unes expressions dependents de  $(V_{DS} - 2\phi_P)^{3/2}$  comparables a les obtingudes per al JFET. Però l'aproximació obtinguda de les expressions tot just deduïdes és prou precisa per ser utilitzada a la resta d'aquest text. La figura 66 mostra  $I_{Dsat}$  vs.  $V_{GS}$  i les característiques de sortida ( $I_D$  vs.  $V_{DS}$ ) calculades segons la teoria simplificada per a un MOSFET de canal N.





<sup>4.3.3.</sup> SÍMBOLS I TIPUS

Per al MOSFET de canal P (és a dir, substrat N), tot és anàleg, però:

- Per passar de les corbes inferiors a les superiors a la característica de sortida (figura 65, dreta) cal aplicar un voltatge a la porta progressivament més petit; és a dir, negatiu amb valor absolut cada cop major.
- El corrent *I<sub>D</sub>* circula de font a drenador, perquè el drenador té tensió més negativa que la font (recordeu que els noms de drenador i font, així com els d'emissor i col·lector per al BJT, fan referència als portadors).
- La característica de transferència (esquerra a la figura 65) augmenta per a V<sub>GS</sub> més negatius, és a dir que apareix girada respecte a l'eix X.
- Serveixen les mateixes equacions, però la condició de saturació és l'oposada a la del N-MOSFET (V<sub>DS</sub> < V<sub>GS</sub> - V<sub>TH</sub> en lloc de V<sub>DS</sub> > V<sub>GS</sub> - V<sub>TH</sub>).

Ara bé, com s'ha vist a l'apartat 3.1, una implantació iònica permet ajustar la tensió de llindar d'un MOSFET al valor desitjat, fins i tot a una tensió negativa tot i tractar-se d'un MOSFET de canal N (o tensió de llindar positiva per a un P-MOSFET). Això s'aconsegueix implantant impureses donadores (o acceptadores) sota la porta durant el procés de fabricació. Així, sense aplicar cap tensió a la porta ja hi ha canal i el transistor treballa saturat, i la commutació es produeix quan la tensió a la porta és prou negativa (o positiva per al P-MOSFET) com per buidar-lo. Es parla aleshores de *MOSFET de buidament o depleció*, o *normally ON* (figura 67), a diferència del estudiats fins ara, que eren d'acumulació o enriquiment, o normally OFF.



Figura 67. NMOSFET de depleció o buidament (normally-on).

Quant als símbols, no hi ha un consens universal per representar-los, però els símbols més emprats intentem deixar clara la separació elèctrica de la porta i la resta (figura 66). Val a dir que en molts circuits integrats el cos (*bulk* o *body*) està polaritzat a una tensió determinada per la resta del circuit. Per això de vegades es mostra com un quart terminal (B) que, si es pot, es curtcircuita amb la font (figures 66 B i E). El seu efecte ja s'ha tingut en compte a la tercera aproximació a la tensió de llindar de l'apartat 3.1. Si no s'especifica aquest terminal, vol dir que no s'usa.





Figura 68. Símbols, estructures i característiques dels FET més usuals.
#### 4.4. MOSFET REAL

El model ideal del MOSFET desenvolupat fins aquí conté una sèrie de simplificacions necessàries per arribar a una expressió analítica, però que presenten clares limitacions per descriure les característiques dels dispositius reals, més i més miniaturitzats (vegeu la figura 69).



Figure 9: TEM cross section of 60nm NMOS



Figure 14: I-V curves for low V<sub>T</sub> device (L<sub>GATE</sub>=60nm)



Figure 10: TEM of 1.5nm physical gate oxide









Fig.3: Measured transfer and output characteristics of the epitaxial NiSi<sub>2</sub> S/D SB-MOSFETs with Lg=350nm, 150nm and 20nm.

Fig. 1: TEM cross-section image of 20nm gate length SB-MOSFET wit Notes axial  $NiSi_2 S/D$ .

**Figura 69**. (Dalt) Secció transversal per microscòpia electrònica de transmissió, TEM, i (al mig) corbes característiques del NMOSFET de 60 nm d'INTEL, extret de l'*INTEL Technology Journal*, may 2002. (Baix) *Ídem* d'un MOSFET de 20 nm amb S/D de NiSi<sub>2</sub>, G de TiN i HfO<sub>2</sub> com a aïllant de porta, extreta del DOI: 10.1109/IWJT.2012.6212838, by Qing-Tai Zhao et al.

### 4.4.1. MODULACIÓ DE LA LLARGADA DEL CANAL

Quan el transistor se satura, hi ha una part del canal estrangulada, buida de portadors que puguin contribuir al corrent i, per tant, molt resistiva. A mesura que la tensió  $V_{DS}$  augmenta, la zona estrangulada creix (el punt de *pinch-off* s'apropa a la font, figura 65), de manera que la llargada efectiva del canal disminueix i la intensitat que circula pel dispositiu creix (com mostra la figura 70). Quan no és molt marcat (canal d'unes 2  $\mu$  o més), aquest efecte es pot linealitzar de forma semblant a com es fa per al JFET i el BJT:



Figura 70. Efecte de la modulació de la llargada en un canal curt (dreta).

## 4.4.2. EFECTES LLIGATS A LA REDUCCIÓ DE DIMENSIONS DEL CANAL

La miniaturització treballa amb dispositius de dimensions cada cop més reduïdes. Quan el canal és d'una micra o menys, es posen en evidència un conjunt d'efectes que no es veuen en dispositius discrets:

Efecte de canal curt: a la deducció de les expressions de la tensió de llindar s'ha suposat que la càrrega per unitat d'àrea era uniforme a tot el canal. Això no és completament cert, perquè les zones de càrrega espacial de la font i el drenador buiden la càrrega del canal prop d'aquestes dues zones (vegeu la figura 71).



Figura 71. Efecte de canal curt: reducció de la càrrega del canal a les ZCE de font i drenador.

 Efecte de canal estret: l'òxid de porta acostuma a tenir una forma de «bec d'ocell» en portes de menys de 2 μ d'ample, que fa que la càrrega Q s'hagi subestimat i, per tant, també V<sub>T</sub>.



Figura 72. LOCal Oxidation of Silicon (LOCOS) deformant el canal d'un MOSFET.

Corrent sublindar: al model deduït, s'ha suposat que només circulava corrent pel canal del MOSFET quan V<sub>GS</sub> > V<sub>TH</sub>. En realitat, el corrent circula també encara que V<sub>GS</sub> estigui per sota del llindar, però és ordres de magnitud més feble que els corrents en forta inversió. Només en dispositius petits i condicions de tensions baixes pot ser apreciable aquest *corrent subllindar*, I<sub>Dsub</sub>. El seu origen ve del fet que en inversió feble ja hi ha una certa concentració de minoritaris, amb un cert gradient si V<sub>DS</sub> > 0. El resultat és un corrent de difusió al canal, encara que no hi hagi forta inversió enlloc.

$$I_{Dsub} = \mu_n \frac{W}{L} \left(\frac{kT}{q}\right)^2 \sqrt{\frac{q\epsilon_{Si}N_A}{2(V_s - V_{BS})}} \left(\frac{n_i}{N_A}\right)^2 \exp\frac{q(V_s - V_{BS})}{kT} \left[1 - \exp\frac{-qV_{DS}}{kT}\right]$$

on  $V_s$  representa la tensió a l'extrem superficial de la font en relació amb l'interior del material. L'expressió  $I_{Dsub}(V_{GS})$  queda  $I_{Dsub} \propto \exp(qV_{GS}/kT)$ , semblant a la I-V d'un díode, perquè és causada per difusió. La *regió d'operació subllindar* és utilitzada en aplicacions de baix voltatge i baixa potència, com l'electrònica digital i memòries.

# 4.4.3. EFECTES LLIGATS A CAMPS ELÈCTRICS INTENSOS

La reducció de dimensions genera camps elèctrics més i més intensos, tant al llarg del canal com a través de l'òxid de porta.

- Saturació de la mobilitat: la I(V) del MOSFET ideal depèn de la mobilitat dels portadors al llarg del canal, suposada constant. Però el camp elèctric que la genera té component horitzontal (deguda a V<sub>DS</sub>) i vertical (deguda a V<sub>GS</sub>). En conseqüència, la mobilitat dels portadors ve limitada pel nombre de col·lisions que pateixen amb la superfície del silici. Tanmateix, si el camp és prou gran per assolir la velocitat de saturació, el corrent I<sub>D</sub> és sobreestimat. La forma de tenir-ho en compte és suposar una mobilitat depenent del camp elèctric.
- Trencament: la junció entre drenador i substrat suporta una tensió inversa que, si és molt gran, podria provocar ruptura, però un altre trencament a considerar és el de l'aïllant de porta, que es fa més i més prim per reduir la tensió de llindar i poder treballar amb voltatges menors. Per a gruixos per sota d'uns quants nanòmetres s'acostuma a substituir l'òxid de silici per un altre dielèctric d'alta permitivitat (*high-k*) que permeti gruixos més grans mantenint la mateixa tensió de llindar.
- Defectes i càrregues induïts pel corrent: si la velocitat a la qual arriben els portadors al canal és molt gran (cas dels *portadors calents*), poden crear defectes a la interfície òxid-silici o quedar-se

ells mateixos a l'òxid, generant càrregues fixes que modifiquen la tensió de llindar. Aquests fenòmens estan entre les limitacions més greus que es troba la miniaturització dels MOSFET.

# 4.4.4. FUITES

Al MOSFET es poden trobar dos tipus de corrents no desitjats: els que circulen entre porta i substrat i els que circulen entre drenador i substrat. Entre els primers pot haver-hi el corrent túnel que travessa el dielèctric si aquest és molt prim i també la fuita deguda als portadors calents. Entre els segons hi ha el corrent invers de saturació de la junció drenador-substrat en inversa. Totes aquestes contribucions poden originar una caiguda de tensió òhmica a la regió de substrat, i així donar lloc a un efecte cos no desitjat.

#### 4.4.5. EFECTES RESISTIUS I CAPACITIUS

Per descriure el comportament dinàmic del MOSFET cal modelitzar les resistències i capacitats paràsites. Aquest és un problema complex, però algunes aproximacions permeten tenir un model de la resposta del transistor a excitacions variables amb el temps.

- **Resistències paràsites.** Entre els extrems del canal i els contactes de drenador i font, els portadors han de recórrer un camí no nul. Malgrat que el dopatge és alt, la secció és petita, i per tant la resistència paràsita associada pot tenir importància en dispositius petits.
- Capacitats de porta. La connexió de porta amb la resta del dispositiu és de tipus capacitiu, i depèn del mode d'operació.
  - En tall ( $V_{GS} < V_{TH}$ ) forma un condensador amb el substrat, la capacitat del qual s'ha descrit qualitativament a l'apartat 2 (figura 61).
  - En el mode lineal, el canal apantalla el substrat, de manera que la capacitat per unitat d'àrea és  $C'_{ox}$ . En un model es reparteix a parts iguals entre la font i el drenador ( $C_{GS} = C'_{ox}WL/2$  i  $C_{GD} = C'_{ox}WL/2$ ).
  - En saturació, el canal està connectat a la font però no al drenador, així que  $C_{GD} = 0$ , mentre que resulta ser  $C_{GS} = 2C'_{ox}WL/3$ .

A aquestes cal afegir les capacitats formades pel solapament de la porta amb les difusions laterals de font i drenador.

• **Capacitats de les juncions.** Les regions de font i drenador formen amb el substrat juncions amb polarització inversa o nul·la. Per tant, presenten capacitats de transició:

$$C_{BS} = \frac{C_{j0}}{\left(1 - \frac{V_{BS}}{\phi_b}\right)^m} \qquad C_{BD} = \frac{C_{j0}}{\left(1 - \frac{V_{BD}}{\phi_b}\right)^m}$$

En aquestes expressions hi ha implícita l'àrea de la junció, que hauria d'incloure el pla de la unió paral·lel a la superfície però també les parets laterals perpendiculars.

La figura 73 resumeix les capacitats del MOSFET:

		tall	lineal	saturació
	C <sub>GB</sub>	$C'_{ox}WL$	0	0
	C <sub>GS</sub>	0	$C'_{ox}WL/2$	$2C'_{ox}WL/3$
	$C_{GD}$	0	$C'_{ox}WL/2$	0



Figura 73. Capacitats paràsites en un MOSFET, on A reuneix tota l'àrea de contacte entre B i S o D.

## 4.5. MODELS DEL MOSFET

L'estudi del comportament del MOSFET a senyals variables en el temps es pot basar en un model de control de càrrega com per al BJT, que dona unes equacions complexes que es resolen numèricament. S'aborda aquí una descripció simplificada.

## 4.5.1. MODEL DINÀMIC

La figura 74 reuneix la majoria dels resultats trobats fins aquí per a un NMOS. Si hi ha solapament entre porta i font o drenador (com es veu a la figura 69), cal afegir les capacitats corresponents a  $C_{GS}$  i  $C_{GD}$ . Les juncions de font i drenador són modelitzades per díodes PN.



Figura 74. Model dinàmic de gran senyal d'un MOSFET.

## 4.5.2. MODEL DE PETIT SENYAL

En circuits de petit senyal, el MOSFET acostuma a treballar en font comuna. La variable d'entrada és  $\Delta V_{GS}$ i la de sortida  $\Delta I_D$ , que és l'increment respecte al valor de la polarització  $I_D$ . Aleshores, si incloem l'efecte cos, es pot escriure:

$$\Delta I_D = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} \Big|_{V_{DS}, V_{BS}} \Delta V_{GS} + \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} \Big|_{V_{GS}, V_{BS}} \Delta V_{DS} + \frac{\partial I_D}{\partial V_{BS}} \Big|_{V_{GS}, V_{DS}} \Delta V_{BS}$$

$$g_m \equiv \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}}\Big|_{V_{DS}, V_{BS}} \quad g_d \equiv \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}}\Big|_{V_{GS}, V_{BS}} \quad g_{mb} \equiv \frac{\partial I_D}{\partial V_{BS}}\Big|_{V_{GS}, V_{DS}}$$

Els tres coeficients s'anomenen transconductància de porta,  $g_m$ , conductància de drenador,  $g_d$ , i transconductància de substrat,  $g_{mb}$ . Les transconductàncies es modelitzen per fonts dependents, i la conductància per  $r_d = 1/g_d$ .



Figura 75. Model de petit senyal del MOSFET.

La versió simplificada d'aquest model és semblant a la del JFET (figura 58).

### 4.5.3. MODELS SPICE

El simulador SPICE ha evolucionat per tenir en compte els efectes visibles en els MOSFET a mesura que anaven reduint dimensions i millorant la tecnologia.

El model associat al LEVEL 1 és el conegut com de *Shichman-Hodges*. Utilitza els paràmetres elèctrics que han configurat la descripció ideal del MOSFET presentada més amunt. Aquest és molt útil per a càlculs ràpids quan no cal molta precisió i el canal és de 4  $\mu$ m o més. Amb cinc paràmetres caracteritza el model bàsic per defecte, però inclou la possibilitat de descriure la forma i algunes propietats del dispositiu mitjançant uns paràmetres físics, que, si s'especifiquen, són usats per determinar i substituir els elèctrics, de manera que es pot veure el seu efecte en les característiques del dispositiu. Tanmateix, la descripció de les impedàncies en saturació és bastant pobra.

Tipus	Paràmetre	Descripció	
Elèctrics	КР	Transconductància k	
	VTO	Tensió de llindar V <sub>70</sub>	
	GAMMA	Coeficient de polarització del substrat $\gamma$	
	PHI	Potencial de superfície $\phi_s =  2\phi_F $	
	LAMBDA	Coeficient de modulació del canal $\lambda$	
Físics	UO	Mobilitat dels electrons $\mu_n$	
	тох	Gruix de l'òxid de porta d <sub>ox</sub>	
	NSUB	Concentració de dopant al substrat NA	
	LD	Difusió lateral (sota la porta) L <sub>D</sub>	

on

Tipus	Paràmetre	Descripció
Paràsits	CJ Capacitat de la junció sense polarització	
	CJSW	Capacitat lateral sense polarització

Taula 2. Paràmetres del LEVEL 1 per modelitzar MOSFET en SPICE.

El LEVEL 2 (*Grove-Frohman*) té en compte moltes de les no idealitats detectades en dispositius amb canal per sota de les 4  $\mu$ m. Bàsicament té en compte efectes de segon ordre: les variacions de la ZCE del canal amb el voltatge  $V_{DS}$ , de la mobilitat amb el camp elèctric, de la llargada efectiva del canal en saturació, la saturació de la velocitat dels portadors i la conducció subllindar. Si no s'especifica el coeficient de modulació de llargada del canal, el calcula a partir de la llargada del canal estrangulat. Aquest model proporciona una precisió raonable per canals amples d'unes 0,7  $\mu$ m o més, però falla en la representació de la transició entre les regions lineal i de saturació.

El LEVEL 3 va ser desenvolupat per tenir en compte efectes geomètrics. Tot i basar-se encara en les equacions que s'originen de l'operació física del dispositiu, aquest és un model semiempíric que afegeix paràmetres per ajustar les equacions dels LEVEL 1 i 2.

A partir d'aquí, els simuladors SPICE comercials i industrials han anat afegint molts altres models a mesura que els existents esdevenien inadequats per les noves tecnologies desenvolupades. En un intent d'estandardització, de manera que els mateixos paràmetres puguin ser usats en diferents simuladors, es va crear la família BSIM (*Berkeley Short-channel IGFET model*), que és el més usat actualment per a simulacions precises i inclou alguns estàndards (LTSPICE de Linear Technologies, TINA de Texas Instruments, HSpice de Synopsys, Power Spice d'IBM, TITAN d'Infineon, MultiSin de National Instruments, etc.). És un model completament empíric que no intenta descriure la física dels transistors de dimensions submicròniques.

Per exemple, BSIM 2 requereix 70 paràmetres i utilitza expressions completament noves per a la mobilitat, corrent i conducció subllindar. BSIM 3 utilitza 180 paràmetres i escriu amb precisió canals de 0,25 μm en operació de forta inversió i subllindar. I l'evolució continua...

Entre els models més utilitzats, cal citar BSIM 3v3 (levels 27, 54, 72,...), HSPICE LEVEL 28, Mos9 i EKV-*EnzKrummenacher-Vittoz* (level 55).