Combinación de pantallas de cristal líquido para la modulación compleja de frentes de onda. Aplicación en reconstrucción de hologramas de Fresnel digitales.

Combination of liquid crystal devices for complex modulation of wavefronts. Application to reconstruction of digital Fresnel holograms.

Raúl Tudela, Estela Martín-Badosa, Ignasi Labastida, Santiago Vallmitjana y Artur Carnicer

Departament de Física Aplicada i Òptica, Universitat de Barcelona, <u>raul.tudela@ub.edu</u>, Avda. Diagonal 647, 08028 Barcelona

RESUMEN:

En este trabajo se presentan distintas alternativas para obtener la modulación compleja completa de frentes de onda mediante la suma de la modulación introducida por dos pantallas de cristal líquido. Para los distintos métodos se presentan resultados simulados de reconstrucciones de hologramas de Fresnel digitales.

Palabras clave: Difracción de Fresnel, propagación de frentes de onda, holografía, pantallas de cristal líquido, procesado de imágenes, modelado de frentes de onda.

ABSTRACT:

In this work we present different alternatives to obtain full complex modulation of wavefronts by using the addition of the modulation of two liquid crystal devices. For the different methods we present simulated results of reconstructions of digital Fresnel holograms.

Key words: Fresnel diffraction, wavefront propagation, holography, liquid crystal displays, image processing, wavefront shaping

REFERENCIAS.

- [1] G. Tricoles, "Computer generated holograms: an historical review", Appl. Opt, 26, 4351-4360 (1987)
- [2] S. Serati y K. Bauchert, "Sampling technique for achieving full unit-circle coverage using a real-axis spatial light modulator", *Proc. SPIE* **3715**, 112-119 (1999)
- [3] P. Birch, R. Young, C. Chatwin, M. Farsari, D. Budgett y J. Richardson, "Fully complex optical modulation with an analogue ferroelectric liquid crystal spatial light modulator", *Opt. Commun.*, 175, 347-352 (2000)
- [4] T. Haist, M. Schönleber y H. J. Tiziani, "Computer-generated holograms from 3d-objects written on twisted-nematic liquid crystal displays", *Opt. Commun.*, 140, 299-308 (1997)
- [5] R. D. Juday y J. M. Florence, "Full complex modulation with two one-parameter SLM's", *Proc. SPIE* **1558**, 499-504 (1991)
- [6] D. A. Gregory, J. C. Kirsch y E. C. Tam, "Full complex modulation using liquid-crystal televisions", *Appl. Opt.*, **31**, 163-164 (1992)
- J. Amako, H. Miura y T. Sonehara, "Wave-front control using liquid-crystal devices", Appl. Opt., 32, 4323-4329 (1993)

- [8] L. Gonçalves Neto, D. Roberge y Y. Sheng, "Full-range, continous, complex-modulation by the use of two coupled-mode liquid-crystal televisions", *Appl. Opt.*, **35**, 4567-4576 (1996)
- [9] R. Tudela, I. Labastida, E. Martín-Badosa, S. Vallmitjana, I. Juvells y A. Carnicer, "A simple method for displaying Fresnel holograms on liquid crystal panels", *Opt. Commun.*, **214**, 107-114 (2002)
- [10] R. Tudela, E. Martín-Badosa, I. Labastida, S. Vallmitjana, I. Juvells y A. Carnicer, "Full complex Fresnel holograms displayed on liquid crystal devices", J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 5, S189-S194 (2003)
- [11] R. Tudela, <u>Modulación completa del plano complejo mediante pantallas de cristal líquido. Aplicación a la reconstrucción de hologramas de Fresnel digitales</u>, Tesis doctoral, Universitat de Barcelona, Barcelona (2004)
- [12] I. Labastida, *Disseny i construcció d'un correlador òptic dual integrant les arquitectures de Vanderlugt i de transformades conjuntes*, Tesis doctoral, Universitat de Barcelona, Barcelona (2000)
- [13] I. Labastida, A. Carnicer, E. Martín-Badosa, S. Vallmitjana y I. Juvells, "Optical correlation using partial phase-only modulation with VGA liquid crystal displays", *Appl. Opt.*, **39**, 766-769 (2000)
- [14] R. Tudela, E. Martín-Badosa, I. Labastida, S. Vallmitjana y A. Carnicer, "Wavefront reconstruction by adding modulation capabilities of two liquid crystal devices", Opt. Eng., 43, 11, 2650-2657 (2004)

1.- Introducción.

El objetivo del presente trabajo se centra en el estudio de diferentes posibilidades para obtener el control de la modulación de frentes de onda, mediante la combinación de dos pantallas de cristal líquido (*liquid crystal devices* o LCD), utilizadas como moduladores espaciales de luz (*spatial light modulators* o SLM). Se usan dos tipos de pantallas, unas que actúan por transmisión y otras que actúan por reflexión y como aplicación se emplean en la reconstrucción de hologramas de Fresnel.

En principio, los moduladores espaciales de luz constituyen unos buenos dispositivos para actuar sobre los frentes de onda, pero la modulación que introducen generalmente está limitada a algunos puntos del plano complejo. En determinadas condiciones es posible obtener curvas de modulación de particular interés como las de sólo amplitud o sólo de fase. Para poder controlar completamente un frente de onda es necesario poder actuar punto a punto sobre la amplitud y sobre la fase. Actualmente, no existen pantallas que permitan controlar la amplitud y la fase simultáneamente en todos los puntos. Tradicionalmente, una forma de solventar este problema ha sido la utilización de técnicas de codificación, que permiten transformar una función con valores complejos en otra función representable dentro del rango de modulación limitado del modulador espacial de luz (SLM) que

se utilice. Una de estas técnicas es la de utilizar el cálculo de hologramas generados por ordenador (*computer generated holograms* o CGH), que transforman la información compleja en valores reales positivos¹. Al iluminar un CGH, se obtiene un frente de onda equivalente al que se obtendría con la distribución de valores complejos equivalente. Puesto que los CGH sólo presentan valores reales y positivos pueden ser mostrados en dispositivos fotográficos o LCD que modulen sólo en amplitud.

Otras formas de codificación de información compleja consisten en utilizar varios píxeles para representar cada valor. Por ejemplo, Serati y propiedades Bauchert² utilizan las de la transformada de Fourier para representar la información compleja de un píxel utilizando cuatro píxeles de la pantalla. Birch et al.³ utilizan dos píxeles de filas consecutivas para codificar la información de la parte real e imaginaria. Haist et al.⁴ utilizan un algoritmo iterativo para conseguir una representación de sólo fase que recupera información de amplitud al realizar la transformada de Fourier. Estos métodos que emplean varios píxeles para codificar información conllevan una pérdida de resolución, que de hecho ya es limitada debido al reducido número de píxeles de las pantallas actuales.

Una alternativa a los métodos de codificación consiste utilizar dos pantallas para obtener

modulación compleja completa. Juday y Florence⁵ y Gregory et al.⁶ propusieron dos sistemas ópticos con dos pantallas para conseguir modulación compleja completa, con dos variantes; utilizar una pantalla para mostrar la amplitud y otra para la fase, o bien, mostrar la parte real en una de las pantallas, y la parte imaginaria en la otra. Otros autores han utilizado variaciones de este último método para representar frentes de onda⁷⁻⁹. En este trabajo estudiamos dos métodos para obtener modulación completa mediante la suma de dos dispositivos. Con las pantallas que actúan por reflexión se diseña un sistema para combinar la suma de una modulación en parte real y otra en parte imaginaria y con las pantallas que actúan por transmisión, un sistema que combina la suma de dos fases.

En nuestro caso la aplicación de estos sistemas, que proponemos en este artículo, será la representación de hologramas de Fresnel, con los que se puede representar la reconstrucción de un objeto a una distancia deseada mediante la propagación de la luz. Estos hologramas se generan por ordenador y se representan en las pantallas de cristal líquido, teniendo en cuenta las limitaciones de estos dispositivos. Al propagarse la luz se obtiene la reconstrucción del objeto codificado a una distancia predeterminada.

La modulación de información compleja puede encontrar utilidad en otras aplicaciones, entre las que se encuentran los elementos ópticos difractivos (*diffractive optical elements* o DOE), la correlación óptica, la criptografía o las pinzas ópticas. En todas estas aplicaciones es necesario controlar la amplitud y la fase de los frentes de onda.

2.-Método de cálculo de los hologramas y combinaciones de moduladores.

El objetivo de este trabajo es obtener la reconstrucción de hologramas de Fresnel mediante la suma de los frentes de onda que se muestran en dos pantallas de cristal líquido, con objeto de poder operar en todo el plano complejo.

Para obtener la suma de los dos frentes de onda tenemos dos posibles arquitecturas, dependiendo del funcionamiento de las pantallas. Así, en el caso de utilizar unas pantallas que actúan por reflexión, la arquitectura que utilizaremos será la de un montaje similar al de un interferómetro de Michelson, como se muestra en la figura 1a.

En el caso de utilizar unas pantallas que actúen por transmisión, la arquitectura para obtener la suma de

los dos frentes es similar a la de un interferómetro de Mach-Zehnder, como se muestra en la figura 1b.



Figura 1a. Arquitectura de Michelson para la suma de frentes de onda



Figura 1b. Arquitectura de Mach-Zehnder para la suma de frentes de onda

Para calcular los hologramas que queremos representar con estos montajes utilizamos la fórmula de propagación de Fresnel, con la que obtenemos la información compleja que sirve para reconstruir la información deseada. Sea f(x,y) la función que se quiere reconstruir a una distancia d; es decir, al iluminar el holograma calculado, mediante la propagación de la luz queremos que el frente de onda en d sea f(x,y). Por tanto, para obtener la información compleja que tiene que representar el holograma, lo que hacemos es calcular la difracción de Fresnel de f(x,y) desde z=d hasta z=0, es decir, retropropagamos el objeto una distancia -d:

$$U(x, y, 0) = TFres[f(x, y), -d] = \frac{\exp(-ikd)}{i\lambda d} \times \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) \exp(\frac{-ik}{2d}((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)) dx_0 dy_0^{-1} dx_0^{-1} dy_0^{-1} dy$$

Donde $k=2\pi/\lambda$ y U(x,y,0) es la función compleja que representa el holograma.

Los números complejos se pueden representar como suma de las partes real e imaginaria, o como el producto de amplitud y fase:

$$z = a + ib = Ae^{i\theta}, \qquad (2)$$

Otra posibilidad es la representación como suma de dos fases de módulo unidad, si se cumple que el módulo del número complejo es menor que dos:

$$z = e^{i\phi_1} + e^{i\phi_2} \tag{3}$$

La relación entre las fases ϕ_1 y ϕ_2 de la ecuación (3) y las partes real e imaginaria de la ecuación (2) es:

$$\phi_1 = \arctan \frac{b}{a} + \arccos \left(\frac{a^2 + b^2}{4}\right)^{1/2}$$

$$\phi_2 = \arctan \frac{b}{a} - \arccos \left(\frac{a^2 + b^2}{4}\right)^{1/2}$$
(4)

Así, una función compleja puede ser representada como la suma de dos funciones, una con la parte real y otra con la parte imaginaria, o como la suma de dos funciones de fase. Por tanto, se puede obtener modulación compleja mediante la suma de las modulaciones de dos pantallas. La figura 2 detalla la descomposición de un complejo como suma de dos de amplitud unidad.



Figura 2. Descomposición de un complejo como suma de dos de amplitud unidad y fases ϕ_1 y ϕ_2 .

3.- Configuración en interferómetro de Michelson.

El primer tipo de dispositivos que utilizaremos son unas pantallas de cristal líquido ferroeléctrico que actúan por reflexión, con lo que el montaje adecuado para obtener la suma de los frentes de onda será el de la arquitectura de Michelson. Con estas pantallas colocadas entre los elementos polarizantes adecuados, en nuestro caso un divisor de haz polarizante, una lámina $\lambda/4$ y un polarizador a 45° a la salida,^{10,11} se obtienen unas curvas operativas para tener modulación sólo en el eje real o en el eje imaginario, como se muestra en la figura 3. Éstas son las adecuadas para obtener la reconstrucción del objeto deseado mediante la suma de parte real e imaginaria del holograma calculado.



Figura 3. Curvas operativas de las pantallas ferroeléctricas para modulación sólo real (RE, línea horizontal) o sólo imaginaria (IM, línea vertical)

A continuación se presentan simulaciones utilizando esta configuración interferométrica. Se considera el objeto de la figura 4. Primero calculamos la distribución compleja que formará nuestro holograma retropropagando el mencionado objeto hasta la distancia escogida, mediante la expresión de la ecuación 1. La distribución compleja que se obtiene se separa en sus partes real e imaginaria y cada parte se ajusta a las curvas correspondientes, que se han representado en la figura 3.



Figura 4. Objeto original

Entonces la reconstrucción se obtiene propagando de nuevo las partes ajustadas hasta la distancia escogida y sumando ambas partes. En la figura 5(a) se muestra la reconstrucción del pez a 240.88 mm y a 324.838 mm en la figura 5(b). Ambos resultados son muy similares y reconstruyen el pez de la figura 4 perfectamente, aunque con una pérdida de contraste debido a la discretización en niveles de gris que se lleva a cabo al ajustar las funciones a las curvas operativas.



Figura 5. Reconstrucciones simuladas del pez a 240.88 mm la primera columna y a 324.838 la segunda: (a) y (b) usando la suma de las partes real e imaginaria, (c) y (d) sólo con la parte real y (e) y (f) sólo con la parte imaginaria

En la misma figura 5 se presentan las reconstrucciones que se obtienen utilizando sólo la parte real (figuras 5(c) y (d)) o la parte imaginaria (figuras 5(e) y (f)). Se puede observar que utilizando sólo parte de la información compleja se obtiene una reconstrucción aceptable o no dependiendo de la distancia de propagación.

Esta afirmación se puede analizar calculando el error cuadrático medio (root mean squared, RMS) entre las amplitudes de las imágenes reconstruidas y la imagen original, para distintas distancias de propagación. El gráfico de la figura 6 muestra los resultados obtenidos para 2000 distancias entre 0 y 3000 mm. Se puede ver cómo, al utilizar la suma de las partes real e imaginaria, el error de la reconstrucción es prácticamente nulo para todas las distancias. El error está causado por la discretización de los valores al realizar el ajuste. En cambio, si realizamos la reconstrucción sólo con la parte real o con la parte imaginaria, el error en las reconstrucciones oscila entre un valor máximo y mínimo dependiendo de la distancia de propagación. Los valores máximos y mínimos del error RMS obtenidos cuando se reconstruye la información utilizando sólo la parte real o imaginaria se muestran también en la figura 6.

Las oscilaciones se pueden ver en detalle en la figura 7, donde se representa el error RMS para 500 puntos en una distancia 2λ alrededor de z=240.88 mm. El periodo de las oscilaciones del error al utilizar la parte real o la parte imaginaria es de $\lambda/2$. Además, el comportamiento para las dos partes es complementario. Así, para z = 240.88 mm tenemos un mínimo de error utilizando la parte real pero un máximo utilizando la parte imaginaria. Estas oscilaciones se explican teniendo en cuenta que la parte real o la parte imaginaria de una función compleja se puede expresar como la suma o la resta de la función y su conjugada, que al ser propagadas producen interferencias constructivas o destructivas dependiendo de la distancia de propagación^{10,11}.



Figura 6. Gráfico del error RMS para la reconstrucción del pez de 0 a 3000 mm utilizando las curvas sólo real y sólo imaginaria de las pantallas ferroeléctricas.



Figura 7. Gráfico del error RMS para la reconstrucción del pez a una distancia 2λ alrededor de 240.88 mm utilizando las curvas sólo real y sólo imaginaria de las pantallas ferroeléctricas

4.- Configuración en interferómetro de Mach-Zehnder.

El segundo tipo de dispositivos que analizaremos son unas pantallas de transmisión extraídas de un videoproyector comercial (Epson EMP-3000).

De entre las posibles configuraciones de estas pantallas¹², se ha escogido una de alto contraste y otra de casi fase. La de alto contraste (HC), que se muestra en la figura 8, se obtiene con el polarizador a 0° y el analizador a 91° con lo que se tiene un contraste máximo de 125:1 y un desfase máximo de 0.75π . La de casi fase (PM), que se muestra en la figura 9, se obtiene con el polarizador a 5° y el analizador a 64º ofreciendo un contraste máximo de 5.4:1 v un desfase máximo de 1.60 π . En el caso ideal, con dos configuraciones de sólo fase, se podría utilizar el método de la suma de dos fases. Sin embargo, debido al reducido grosor de estas pantallas¹³ no se tiene una configuración ideal de sólo fase, con lo que al ajustar las fases calculadas a las curvas disponibles se introducen valores de modulación que no se corresponden a los valores de fase calculados. Estos valores no deseados producen que la reconstrucción que se obtiene sea muy ruidosa, y por lo tanto sea necesario utilizar un método alternativo.



Figura 8. Curva operativa de alto contraste (HC) para la pantalla de transmisión



Figura 9. Curva operativa de casi fase (PM) para la pantalla de transmisión

La alternativa que hemos utilizado es considerar directamente los valores complejos de la distribución que se quiere representar y ajustarlos a la suma de las configuraciones de las dos pantallas, sin separarlos antes en la suma de dos fases¹⁴. De esta forma, se consigue también un número complejo como combinación de otros dos números complejos usando la suma que se obtiene de las dos pantallas. En este caso, los números complejos que se suman deben pertenecer a las curvas de modulación (CM) de las pantallas en la configuración que se haya seleccionado:

$$z \approx z_1 + z_2$$
 donde $z_1 \in CM_1$ y $z_2 \in CM_2$ (5)

Así, cada pantalla puede trabajar en una configuración determinada, de forma que si se suman las curvas de las dos configuraciones (todos los puntos con todos los puntos) se obtiene un mapa de valores posibles, como el que se muestra en la figura 10, que cubre más zona del plano complejo que las anteriores por separado. Los valores de entrada se ajustan con el método de mínima distancia euclídea a esta nueva configuración densa.



Figura 10. Curva combinada (PM+HC) con los valores accesibles obtenidos al sumar las configuraciones de alto contraste y casi fase de las pantallas de transmisión

Hemos utilizado este método para ajustar la función compleja del holograma que reconstruye el pez de la figura 4 a una distancia de 849 mm, utilizando una longitud de onda de 632.8 nm. En la figura 11 se presenta la reconstrucción que se obtiene al sumar las dos partes que se muestran en cada una de las pantallas con las configuraciones de alto contraste y casi fase. Como se ve, esta reconstrucción es muy similar al objeto original y mucho mejor que si se utiliza sólo una de las pantallas para representar la información del holograma, como se muestra en la reconstrucción a 500 mm de la figura 12(a), utilizando sólo el ajuste a la configuración de alto contraste, donde sólo se recupera la información de bajas frecuencias, y en la reconstrucción a 500 mm de la figura 12(b), donde se utiliza sólo el ajuste a la configuración de casi fase, y sólo se recupera la información de los detalles correspondientes a las altas frecuencias.



Figura 11. Reconstrucción simulada del pez a 849 mm utilizando el ajuste a la curva combinada PM+HC



Figura 12. Reconstrucciones simuladas utilizando el ajuste a sólo una pantalla: (a) con la curva de alto contraste y (b) con la curva de casi fase

De nuevo, para ver este comportamiento en detalle, se calculan los errores RMS entre la amplitud de las reconstrucciones y el objeto original para distintas distancias de propagación. En la figura 13 se presentan los resultados para 2000 distancias entre 0 y 3000 mm. En la figura se muestran los límites de oscilación cuando se reconstruye la información utilizando una pantalla o la combinación de ambas. El primer experimento consiste en ajustar la parte real del campo a una pantalla trabajando con una configuración PM (curvas azules). En segundo lugar, la parte imaginaria del campo se adapta a una pantalla en configuración HC (curvas rojas). Por último, se puede ver el error de la reconstrucción usando el ajuste combinado (curva verde). Éste oscila entre una zona de mínimo error y otra de máximo. Siempre se obtienen mejores resultados que al utilizar sólo una de las partes ajustada a una única pantalla.

Estas oscilaciones se pueden ver en detalle en el gráfico de la figura 14, donde se puede apreciar que el periodo de estas oscilaciones se corresponde a la longitud de onda utilizada. Dichas oscilaciones son debidas al factor *exp(ikd)* de la transformada de Fresnel (ecuación 1), que introduce una fase global a todos los puntos de la distribución compleja una vez se ha calculado la integral El valor de esta fase depende de la distancia de propagación, con un

periodo λ , y hace rotar los puntos sobre el plano complejo.

Al calcular el holograma que reconstruye el objeto partimos de una distribución de valores reales, que están representados en la imagen que utilizamos, y por tanto están localizados en una zona concreta del plano complejo.



Figura 13.Gráfico del error RMS para la reconstrucción del pez de 0 a 3000 mm utilizando la curva combinada PM+HC y las curvas HC y PM por separado



Figura 14. Gráfico del error RMS para la reconstrucción del pez a una distancia 2λ alrededor de 849 mm utilizando la curva combinada PM+HC y las curvas PM y HC por separado

Al retropropagar esta distribución mediante la transformada de Fresnel se conserva cierta localización en los puntos de la distribución compleja que se obtiene, aunque la zona del plano complejo donde se localizan depende de la fase exp(ikd). Esto se puede observar en la figura 15, donde se representa la distribución de los puntos en el plano complejo del holograma que reconstruye la imagen del pez para distintas distancias de retropropagación. En la figura 15(a) se representa la distribución retropropagada a d=-849 mm, donde se

ve una localización de los puntos en el cuarto cuadrante, en la figura 15(b) se representa la distribución a $d=-(849+\lambda/4)$ mm, donde la distribución se ha desplazado al tercer cuadrante, en la figura 15(c) la distribución esta retropropagada a $d=-(849+\lambda/2)$ y se localiza en el segundo cuadrante, en la figura 15(d) la distancia es $d=-(849+3\lambda/4)$ mm y la distribución se halla en el primer cuadrante, finalmente en la figura 15(e) se completa un periodo, al retropropagar a $d=-(849+\lambda)$ y la distribución se vuelve a localizar en el cuarto cuadrante.



Figura 15. Distribución en el plano complejo de los puntos del holograma del pez retropropagado: (a) 849 mm, (b) 849+ $\lambda/4$ mm, (c) 849+ $\lambda/2$ mm, (d) 849+ $3\lambda/4$ mm y (e) 849+ λ mm

Así, cuando la distribución compleja de puntos se halla localizada en una zona del plano complejo que no está cubierta por la curva combinada que se utiliza para ajustarla, el error en la reconstrucción aumenta, y cuando la distribución se halla en una zona cubierta por la configuración, el error de la reconstrucción disminuye. Esto se puede observar en la forma de las oscilaciones en el gráfico de la figura 14. Así, estas oscilaciones se observan al utilizar las pantallas de transmisión, que presentan unas configuraciones de modulación del plano complejo limitadas. En el caso de las pantallas de reflexión ferroeléctricas utilizadas para sumar la parte real y la imaginaria estas oscilaciones no aparecen, ya que las configuraciones utilizadas cubren el plano complejo completo.

Conclusiones

En este trabajo se han evaluado diferentes posibilidades para obtener la modulación completa del plano complejo mediante el uso de pantallas de cristal líquido, teniendo en cuenta las limitaciones que presentan estos dispositivos. Como aplicación de este sistema de modulación compleja se ha realizado la representación de hologramas de Fresnel. Estos hologramas se generan por ordenador y se muestran en las pantallas de cristal líquido de forma que, al propagarse la luz, se obtiene la reconstrucción del objeto codificado a una distancia predeterminada. Se han considerado dos tipos de dispositivos, unas pantallas ferroeléctricas que actúan por reflexión y unas pantallas de cristal líquido nemático que actúan por transmisión. Con estos dispositivos se han estudiado los montajes que permiten acoplar dos pantallas para obtener la modulación compleja completa mediante la suma de los frentes de onda.

Para obtener resultados óptimos es necesario contar con configuraciones que permitan una modulación ideal, ya sea para combinar una modulación de amplitud y una de fase, dos de fase o una modulación en parte real y otra en parte imaginaria. Las pantallas de reflexión presentan unas configuraciones idóneas para realizar la modulación de la parte real y de la parte imaginaria, con lo que se obtiene unos resultados óptimos al representar información compleja mediante la suma de ambos dispositivos. En el caso de las pantallas de transmisión, las configuraciones de las que se dispone son menos ideales al modular la amplitud o la fase, pero aún así se ha demostrado que se pueden obtener buenos resultados de modulación compleja combinando dos dispositivos. El hecho de utilizar dos dispositivos permite eliminar métodos de codificación de la información compleja. permitiendo utilizar la resolución completa de las pantallas.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por la CICYT, proyecto DPI2001-3365 y el MEC, proyecto FIS2004-03450.