

# Matemàtiques a distància: anàlisi de dues experiències

Joaquim Giménez i Núria Rosich\*

«Els projectors de diapositives només varen necessitar 25 anys per passar de les discoteques a les aules. Sóc molt optimista pel que fa a la informàtica didàctica: ja es comencen a veure ordinadors a les discoteques.» (Joan Campàs, 1999.)

## 1. El treball a distància

Els invents del telèfon i la televisió i la feina dels carters van popularitzar un treball de formació anomenat usualment *ensenyament per correspondència*. Amb això es tractava d'eixamplar l'educació per a tothom qui no pogués seguir el ritme de l'escola oficial. Ara, l'ús de la informàtica ens permet anar més lluny i parlem d'educació a distància i telemàtica educativa (vegeu el monogràfic TE, 16). En particular, fer matemàtiques a distància té com a objectiu facilitar l'accés a processos formatius a una part de la població que, d'altra forma, tindria dificultats per fer-ho: malalts, persones grans, interns a les presons, etc.

Els docents d'una àrea de didàctica específica no podíem restar al marge d'aquests tipus de problemàtica, ja que també hi està implicat un procés de formació continuada i integració dels mitjans tecnològics a les tasques de formació. Així, els que escrivim aquestes ratlles ens hem embolicat en diversos projectes de treball, dos dels quals volem compartir amb els lectors: a) formació matemàtica de nois i noies hospitalitzats (Projecte TIMAH) i b) formació universitària en matemàtiques i psicopedagogia de les matemàtiques (UOC). Com funcionen aquestes experiències? Quins mètodes de treball es fan servir? Quines problemàtiques plantegen? Què ens aporten com a «noves formes de fer matemàtiques»?

---

\* Joaquim Giménez i Núria Rosich són professors del Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica.

Adreça professional: Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i de la Matemàtica. Universitat de Barcelona. Campus de la Vall d'Hebron. Passeig de la Vall d'Hebron, 171. 08035 Barcelona. Correu electrònic: emnrs36d@d5.us.es i jgimenez@campus.uoc.es

Yoakam (1999) explica que, des de fa temps, les institucions que planifiquen estudis externs es troben amb el problema d'haver de dissenyar cursos de forma que la gent no necessiti grans ajudes, però que, en canvi, es recolzin en la perseverança i les capacitats de l'alumnat per sobreviure als rigors de les responsabilitats acadèmiques. D'aquí que ambdues experiències evidencin unes necessitats comunes: suplir modes interactius amb uns materials ben elaborats, individualitzar el treball amb el mínim de costos addicionals, donar suport a una gran varietat de problemes, i superar els obstacles persona/institució/material i tutorització/institució amb fórmules originals (Sewart 1995). Fer matemàtiques a distància presenta, en principi, els problemes generals de qualsevol treball no presencial. El treball amb ordinador té aspectes positius funcionals com poder fer una feina individualitzada. El fet que passi un temps entre el missatge emissor (docent) i el receptor (alumnat) impedeix resoldre dificultats immediates — com allò que en diríem «obrir un parèntesi» per aclarir dubtes sobre la frase que s'acaba de dir—, no et permet explicar millor un fet, un teorema o un problema perquè no veus la cara que fa l'alumnat, no et permet mantenir l'atenció del dia a dia... i un llarg etcètera de dificultats. Qualsevol matèria que es treballi a distància té aquests avantatges i inconvenients (quadre 1).

En resum, els plantejaments recents reflecteixen que la problemàtica de l'educació a distància no sols és organitzativa i d'accessibilitat, sinó que situen l'educació a distància com una «conversa didàctica» (Holmberg 1995) especial. En efecte, es produeix un diàleg fonamentalment escrit en què és molt més crucial la planificació acurada dels materials i la resolució de les situacions de forma didàctica. Amb aquest quadre de referència, i a partir de les experiències realitzades sobre els marcs institucionals específics i les seves limitacions per al treball matemàtic, ens preguntem, doncs, el nou paper de la tecnologia i les aportacions que n'extraiem com a formadors per a la nostra àrea de didàctica de les matemàtiques.

QUADRE 1. Avantatges i inconvenients d'un treball a distància

<i>Avantatges del treball a distància</i>	<i>Inconvenients a resoldre</i>
Libertat per escollir el lloc de les classes	Manca de marc d'estudi definit constantment
Possibilitat d'organització temporal autònoma	Manca de treball en petit grup
Individualització del treball	Feed-back diferit sense reaccions gestuals
Independència dels condicionants grups	Reflexió normalment asíncrona
Possibilitat de diàleg constant	Manca de parèntesis per resoldre incomprendions
El gest i la pissarra estan sempre a disposició	Fórmules només escrites, sense suport verbal

## 2. Matemàtiques no universitàries i alumnat hospitalitzat

El poder d'Internet com a escenari adaptat a l'educació s'ha centrat clàssicament en el fet d'afavorir el procés de col·laboració i l'accés a la informació. Ara bé, no hem de menystenir la simple *disponibilitat* que permet el sistema virtual per oferir *intervenció educativa curricular usual* a alumnat amb dificultats de desplaçament fins al centre escolar, com en el cas de l'hospitalització. D'aquí sorgeix la implementació del Projecte TIMAH (tele-tutorització interactiva en matemàtiques per a alumnat hospitalitzat), per a alumnes d'ESO i de batxillerat, que desenvolupem amb la col·laboració personal de diverses institucions: docents de la UB i la UAB, mestres i metges de diversos hospitals (Vall d'Hebron, Sant Pau, Sant Joan de Déu, Clínic, Girona, Manresa, etc.), el PIE del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya i altres empreses privades com IBM. Cal afegir-hi també els pares dels nois atesos i els docents dels IES implicats.

Aquest projecte s'insereix en un pla de recerca més ambiciós sobre interacció i tutorització a distància que estem duent a terme en col·laboració amb el Centre d'Alt Rendiment Esportiu de St. Cugat i les universitats de La Rioja, Autònoma de Barcelona i de Sta. Ursula a Rio do Janeiro. El projecte pretén, socialment, omplir el buit que es produeix pel fet que als grans hospitals de Catalunya hi ha alguns mestres de primària no especialitzats en les àrees de l'ESO que no donen l'abast amb tota la feina que tenen amb l'alumnat de primària. Es tracta d'una experiència d'R+D en la qual, a més del desenvolupament (D), es produeixen treballs de recerca (R) sobre interaccions matemàtiques tutoritzades a través de l'ordinador.

L'equip universitari ofereix com a interfície el muntatge i manteniment d'una *web específica*, així com l'assistència i tutorització de suport als estudiants. Per ressaltar alguns trets de la *implementació de l'experiència* és important que sapigueu que la primera fase del treball (octubre de 1998-juny de 1999) vàrem atendre diversos alumnes d'ESO i de 2n de batxillerat en l'àrea de matemàtiques. Els requisits que es demanaven a l'alumnat són al quadre 2.

A la segona fase (octubre 1999-juny 2000) el treball s'estén a altres hospitals de Catalunya i s'ofereix oficialment com un servei públic a la comunitat educativa hospitalària (Fortuny i Giménez 1999).

L'*escenari de formació matemàtica* és una web (anomenada *minicampus*) amb pantalles successives a les quals l'estudiant accedeix des d'un ordinador remot en un hospital o a casa. Un dels objectius de la recerca és analitzar el context compartit, de comprensions conjuntes entre docent i alumnat, que els permeten realitzar junts el discurs educacional.

QUADRE 2. *Requisits per a l'alumnat a qui s'ofereix el servei TIMAH*

<i>Durada</i>	Mínim, 3 setmanes i, màxim, 12 setmanes
<i>Estada</i>	Amb preferència a l'hospital
<i>Coneixements informàtics</i>	Bàsics d'usuari (processador de textos)
<i>Situació</i>	St. Joan de Déu i Vall d'Hebron
<i>Capacitats motrius</i>	Habilitats normals per a l'ús de l'ordinador
<i>Disponibilitat alumnat</i>	Mínim, 1 hora diària

Els objectius de treball docent que ens proposem són: a) possibilitar que arribi el fet educatiu especialitzat, creant un dispositiu de comunicació amb suport en línia que atengui demandes d'informació, comentaris i estratègies d'actuació, inicialment amb un grup de 3 estudiants d'ESO en l'àrea de matemàtiques; b) experimentar un pla de recerca-acció que permeti i potenciï la comunicació per ordinador entre els alumnes de secundària hospitalitzats, els docents dels IES, els professors d'aules hospitalàries i els tutors especialistes en educació matemàtica; c) compartir informacions i experiències comunes de canals de comunicació client/servidor en l'àrea de didàctica de las matemàtiques, i d) implantar dispositius telemàtics d'adaptació, suport, control i gestió de qualitat sobre l'efectivitat del procés d'ensenyament/aprenentatge/formació, així com valorar la possible generalització a altres àrees en termes de viabilitat pedagògica, infraestructural i econòmica.

A diferència d'altres experiències d'ajut extraescolar, el que hem dut a terme se centra en la funció social de garantir l'educació des d'un principi de salut global. És a dir, hi ha la idea que qualsevol malalt té dret a rebre no sols guariment de la malaltia sinó també formació de qualitat perquè tot plegat forma part de la seva «salut». Les accions del pla de tutorització segueixen els períodes indicats al quadre 3.

En aquest tipus d'experiències es produeixen *intercanvis d'informació* de diferents tipus (quadre 4) i per diferents motius en els quals els mitjans tècnics a l'abast tenen un paper mediador important (Hudson 1998). Alguns d'aquests intercanvis són estrictament matemàtics i d'altres són deguts a la comprensió del mitjà informàtic.

L'acció i els temes s'organitzen en *mòduls de treball matemàtic*, el disseny dels quals es basa en una presa de decisions teòrica força pensada i té en compte els diversos objectius i les propostes de millora de l'estudiant. Al quadre 5 hi ha alguns dels elements considerats i els efectes esperats.

No hi ha un *pla docent* preestablert, sinó que es prepara de manera individualitzada per a cada cas i en contacte amb els docents de l'IES corresponent. Les *activitats* s'organitzen en forma de prestatgeria (vegeu la figura 1), i les anem construint a mesura que les necessitem. Procurem que siguin obertes i riques de contingut, però les seqüenciem i decidim junta-

QUADRE 3. *Fases i accions del Pla de tutorització del treball al Projecte TIMAH*

<i>Fases i accions</i>	<i>Objectius</i>
1. Reconeixement	Identificar el problema. Reconèixer possibilitats de treball matemàtic de l'alumne. Identificar els continguts i el programa de l'IES.
2. Adaptació curricular	Tenir una trobada entre els professionals implicats i els pares per explicar el projecte i tenir-ne l'acceptació. Elaborar el Pla de treball de l'alumne.
3. Presentació	Comunicar els objectius del servei als usuaris.
4. Comunicació inicial	Establir comunicació virtual amb l'alumne. Fer una sessió presencial per a la introducció d'eines informàtiques.
5. Activitat	Seguir el pla docent i establir les connexions tutorialis corresponents.
6. Control	Especificar l'itinerari de l'aprenentatge a seguir. Avaluar l'experiència.

ment amb el docent responsable de l'IES al qual l'estudiant estava adscrit. L'alumnat es prepara per a l'ús del correu electrònic i el sistema de comunicació virtual en dues sessions de preparació general, i pactem amb ell un pla de treball que durarà el temps de la malaltia. Si l'activitat es desenvolupa normalment, sols hi ha una tramesa en temps diferit de l'alumne cap al professor i una altra del professor cap a l'alumne. Tanmateix, el *disseny de les unitats* ha estat personalitzat per a cada alumne, considerant el moment en què es troba, les seves característiques individuals, etc. Així,

 QUADRE 4. *Intercanvis docent-alumnat que es produeixen en el Projecte TIMAH*

1. Tramesa de l'activitat del servidor a l'alumne.
2. Interacció de l'alumne amb l'activitat mentre raona i cerca satisfer el seu objectiu.
3. Possibilitat de demanar ajudes preestablertes per l'activitat concreta al servidor ( <i>help</i> ). Les ajudes estan estructurades per nivells: de més llunyanes a més properes a la solució.
4. Test de la solució trobada.
5. Repetició.
6. Elaboració d'una nota d'observacions (de justificació o ajuda).
7. Tramesa (correu electrònic automàtic) al tutor d'un informe amb informació sobre: solució trobada (Sí/No), nombre d'intents fets, nivell d'ajut i nota d'observacions.
8. Tramesa (per correu electrònic) de la valoració i els comentaris pertinents del tutor cap a l'alumne.

QUADRE 5. *Característiques associades al procés de treball a les experiències TIMAH*

<i>Característiques psicoeducatives</i>	<i>Preses de posició teòrica</i>	<i>Efectes esperats</i>
Presentació de recursos educatius	Educació globalitzadora, amb tendència interdisciplinària	Millora en la comprensió matemàtica
Integració de col·laboració en un sistema organitzat formal	Entorns d'autoaprenentatge	Vivència social estable
Direcció i organització	Continuïtat del fet educatiu	Guany en persistència
Orientació possibilista	Potenciació d'entorns virtuals	Més afecte i confiança
Tutorització efectiva	Integració	Desaparició del desànim i millora de l'actitud davant la matèria
Foment de situacions estimulants motivadores	Assequibilitat Concret → abstracte	Participació efectiva
Integració temàtica i epistemològica	Educació realista	Significativitat del coneixement matemàtic
Flexibilitat i atenció a la diversitat	Nivells diversos a les activitats	Temporalització orientadora
Efectivitat	Visual <i>student desktop</i>	Capacitat replanificadora
Treball en equip	Formació crítica	Construcció social del coneixement matemàtic o informàtic

fem la previsió de les dificultats i l'organització *a priori* de sistemes d'ajuts i les modificacions que ens proposi el docent de l'IES. Es fan les adaptacions que calgui si hi ha dificultats motrius (un alumne que només pugui fer servir una mà perquè l'altra la tingui unida a algun aparell, programes d'acció directa amb un simple clic i sense haver d'obrir el programa, etc.). L'alumnat també té accés a altres activitats, al marge de les específicament proposades, i, evidentment, accés a Internet, facilitat per la universitat i l'hospital.

Les activitats matemàtiques (vegeu l'exemple a la figura 2) són bàsicament semblants a les que l'alumnat faria al seu IES, però tractem que les eines informàtiques permetin que relacioni continguts de tipus diversos. Així, l'alumnat col·loca nombres desconeguts sobre la recta numèrica i treballa amb *calculadora*, fa figures amb *cabri* per treballar semblances, utilitza el *full de càlcul* per representar gràfiques estadístiques i funcions, etc. A més, es preparen ajudes conceptuals fent clic sobre paraules clau i, en qualsevol moment, l'alumne pot enviar un missatge al seu tutor presentant-li dubtes sobre l'activitat. No hi ha material escrit, i tot la feina es fa de forma no presencial.

Contingut	Nombres	Funcions	Geometria	Raonament
Cicle	- Menús - Matricules - Codis		- Grues - Rectangles - Proporcional - Triangles - Semblants - La Mateixa - Forma - Relacions - Mètriques	- Sherlock Holmes també ho feia
12 - 14	- Arribar al 50 - Joc de la Bresca - Fraccions			

Fig. 1. Part de la pàgina web on es presenta la «prestageria d'activitats proposades» al Projecte TIMAH

La presentació es fa explicant breument la situació, plantejant un problema a desenvolupar i deixant un espai perquè l'alumne hi posi la seva resposta (figura 2). En acabar les activitats, l'alumne prem el botó *Enviar* i un tutor rep automàticament les respostes. Això permet la correcció de la feina i el retorn a l'alumne. En alguns casos, la correcció pot estar preparada perquè sigui automàtica. Normalment demanem a l'alumne que ens expliqui el perquè de les seves respostes.

Pel que fa a la constatació del *desenvolupament del coneixement matemàtic*, parlarem d'alguns casos. En Josep (13 anys, a la Unitat de Diàlisi de Nefrologia de l'Hospital de la Vall d'Hebron) ha treballat els nombres enters, les fraccions i la geometria a partir de les activitats que li hem proposat, de forma que l'hem ajudat a passar la prova que el docent li va proposar a la fi dels crèdits. En Francesc (17 anys, al Departament d'Oncologia, estudiant desmotivats a causa de la malaltia, capaç de treballar matemàtiques i lleugerament actiu) ha tingut un ordinador connectat a Internet des de la cambra esterilitzada de l'Hospital de St. Pau. Mai s'havia enfrontat amb l'Excel, però va ser hàbil per desenvolupar una unitat de treball amb activitats de màxims i mínims funcionals amb l'ajut de l'ordinador, treballant punt a punt. La feina amb la Cristina (16 anys, Oncologia a la Vall d'Hebron), amb qui s'ha treballat temes de geometria, ens ha permès reconèixer la vessant de la professionalització i ens ha fet considerar la importància de la coordinació de tots els professionals implicats en el Projecte (metges, assistent social, gerent de l'hospital, etc.), que tenen un paper clau en aquest tipus d'experiència.

Constatem que les diferències socials no s'eliminen, ja que hem observat que alguns alumnes tenen dificultats a integrar-se al coneixement matemàtic mitjançant el treball virtual (Zevenberger 1998), els quals coincideixen

Observa les vistes



Ordena-les de manera que s'indiqui un recorregut possible.  
Explica al quadre següent el per què

Explica per què la figura és impossible.



FIG. 2. Un exemple d'activitat matemàtica al Projecte TIMAH per a segon d'ESO

deixen amb les famílies que menys valoren la cultura escolar. A més, les interaccions produïdes durant les experiències revelen que els elements sociocognitius, emocionals i metacognitius de l'alumnat han millorat en aquest treball amb l'ajut dels mitjans utilitzats, tal com esperàvem. Tot i que l'estudiant a vegades també veu el tutor i els docents, en aquest desenvolupament el treball és fonamentalment escrit. Per això, la negociació de significats matemàtics és especial i es produeixen relacions i interaccions d'aprenentatge que tractem d'analitzar amb més profunditat en projectes específics de recerca. En efecte, les experiències mostren que les accions tutorials virtuals són veritablement diferents de les que es produeixen en el treball presencial i en l'educació a distància clàssica, ja que s'hi reflecteixen moltes responsabilitats i s'identifica un gran poder de mediació de les guies elaborades (Rodríguez, 1999).

Els textos i comentaris dels docents participants (dels IES i els hospitals) han mostrat el valor del seu paper en termes d'autoformació continuada: preocupació per l'eficàcia, incorporació de noves tecnologies i les seves possibilitats, tasques noves, discussió amb altres professionals educatius i reflexió sobre interaccions, entre altres. Seria just acabar aquestes ratlles fent un homenatge a tots els que han intervingut, i als que encara han d'intervenir, per la tasca desinteressada realitzada en aquest Projecte.



### 3. Formació universitària a distància

Com a docents de la UB, hem pogut accedir a ser consultors de la UOC (Universitat Oberta de Catalunya), on ara impartim una assignatura troncal obligatòria, Psicopedagogia de les matemàtiques, de 6 crèdits, i una altra de lliure elecció anomenada Jugant amb les matemàtiques de la diversitat, de 2 crèdits. Tanmateix, exemplificarem també alguna situació de «matemàtica discreta» per als estudis d'Informàtica tècnica de gestió. La UOC té també assignatures de matemàtiques en els estudis de ciències empresarials. Aquest treball matemàtic no presencial presenta unes característiques específiques diferenciadores respecte d'altres campus virtuals a distància. Per portar a terme aquestes assignatures s'han desenvolupat uns *materials de suport escrit i una web* de textos, que són considerats bàsics per seguir-les. El contingut s'ha estructurat tenint present les característiques d'un alumnat que té una formació general en matemàtiques i en educació matemàtica, ja que molts són mestres en exercici que volen completar la seva formació accedint a una llicenciatura.

El *desenvolupament del treball* es fa mitjançant un campus virtual interactiu específic que va més enllà del simple contacte per Internet (Gerber i Shuell 1998). A més del campus virtual, també s'organitzen dues trobades presencials, les quals permeten el contacte personal i l'intercanvi d'informacions entre el professor i l'alumnat per tal de conèixer-se i perfilar els requisits de superació de les assignatures. Hem de dir que la nostra experiència ha estat tant en l'elaboració de materials com en la tasca de docència i consultoria. El campus virtual permet establir tres tipus bàsics de contacte personal en les assignatures: professor-estudiants (bústia del professor), professor-grup (tauler del professor) i meses d'interaccions per al grup de treball (debat i fòrum).

Els *plans docents*, que l'alumnat té disponibles des de la matriculació, tenen com a missió orientar sobre allò que a la formació presencial es comenta durant la primera setmana de classe: programa, criteris d'avaluació, etc. El Pla docent té, per als estudiants de la UOC, més rellevància que els plans presencials, ja que aquests estudiants no veuen físicament el professor. Per tant, cal que tot estigui molt especificat, sobretot pel que fa a les demandes de les activitats que s'hauran de portar a terme i a la distribució temporal de l'estudi aconsellada per cobrir els crèdits oficials de l'assignatura. En concret, a l'assignatura Psicopedagogia de les matemàtiques es presenten tres mòduls de treball. En els dos primers mòduls es planteja el que ha de conèixer el psicopedagog sobre l'orientació curricular, l'orientació psicològica i l'epistemològica general del que implica intervenir en el procés d'ensenyament/aprenentatge/avaluació de les matemàtiques, quin tipus d'estil, quin és el paper del professor i l'alumne, què sabem del que aprenen els alumnes i quin és el paper de l'error en un procés d'aprenentatge. En el mòdul tercer, s'introdueix un element més professional de la formació, es presenten les dificultats matemàtiques de l'a-

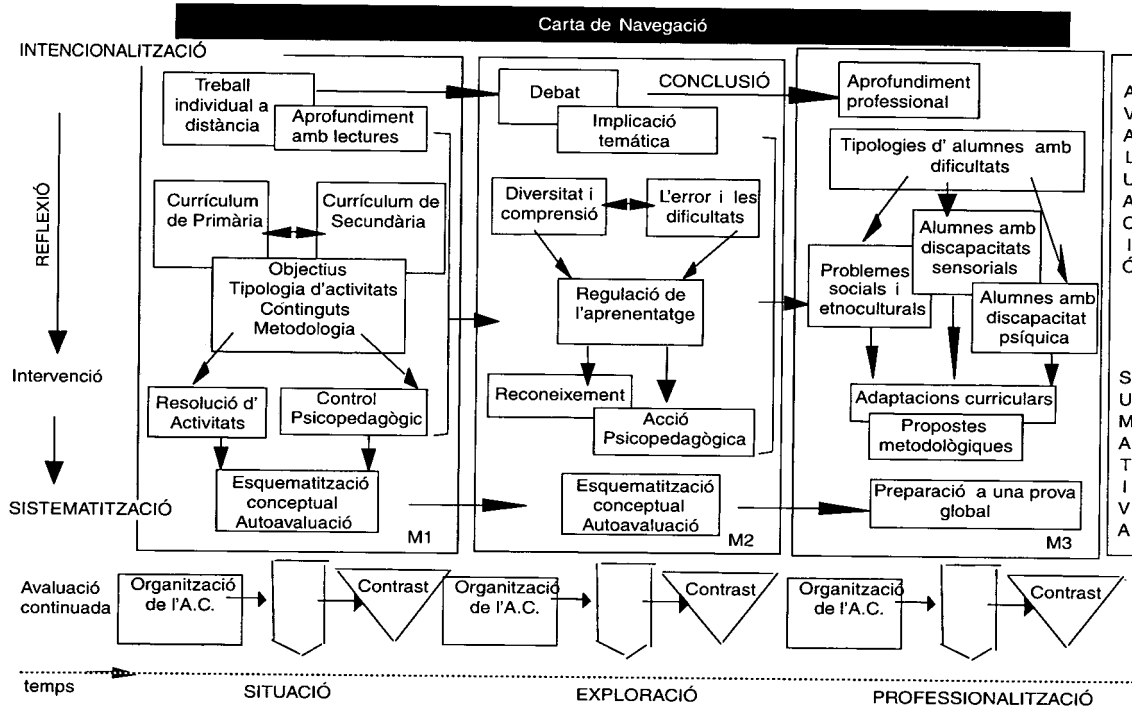


Fig. 3. Esquema del treball docent a la formació en Psicopedagogia de les matemàtiques

lumnat amb necessitats educatives especials, i s'ofereixen propostes metodològiques així com criteris a tenir en compte per fer adaptacions curriculars. A la figura 3 s'expliquen els continguts corresponents als tres mòduls (M1, M2 i M3) mitjançant mapes conceptuals, segons el material escrit i la selecció de continguts explicats.

El docent proposa l'execució d'unes activitats de treball que, si es presenten i són ben avaluades, faciliten una nota d'avaluació continuada (a la figura 3 és representada per AC). En tots aquests treballs, el contingut matemàtic ocupa un lloc important, però no s'exigeix un nivell de discussió professional profund. A la figura 4 es veu una de les activitats, basada en la reflexió sobre formes diferents de treballar el teorema de Pitàgores, per reconèixer la idea d'entorns d'aprenentatge. Els temes matemàtics a què fem referència inclouen el que s'estudia a l'ensenyament obligatori.

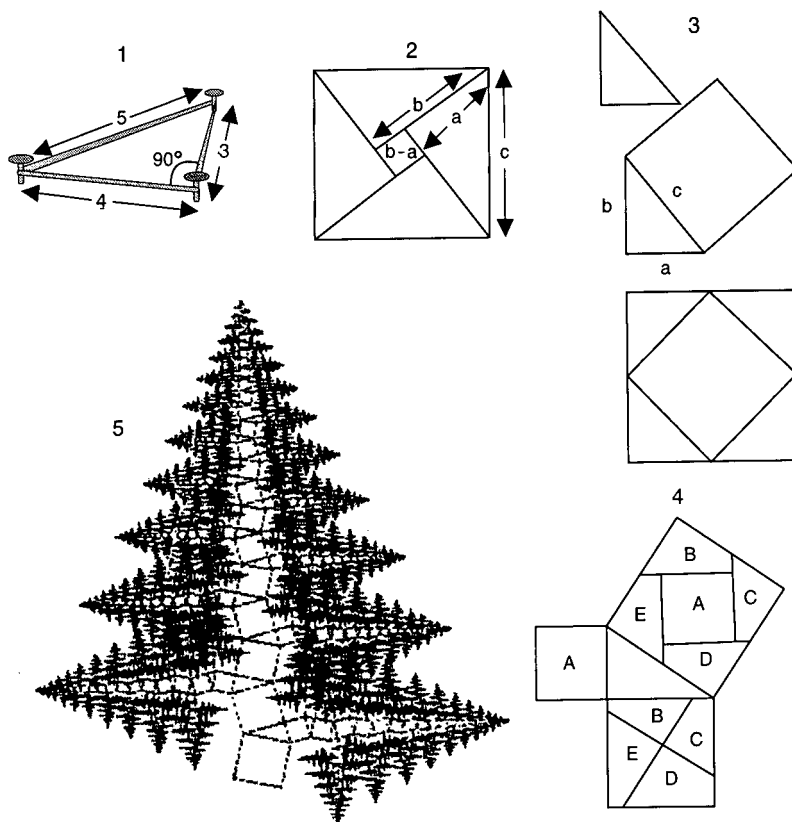


FIG. 4. Activitat didàctica amb contingut matemàtic d'un curs a distància de la UOC

Observa les representacions diferents basades en el teorema de Pitàgores. Indica què hi aporta específicament cada una de les imatges: 1, 2, 3, 4, 5.

QUADRE 6. *Esquema de continguts de l'assignatura Jugant amb les matemàtiques de la diversitat*

Mòd. 1	Diversitat, equitat i joc matemàtic	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Diversitat i qualitat</li> <li>— Adaptacions curriculars</li> <li>— Tipologies d'alumnat amb problemes</li> <li>— Joc matemàtic</li> <li>— Diversitat i cognició</li> </ul>
Mòd. 2	Joc matemàtic i contingut curricular	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Joc i currículum: diagnosi, joc i matemàtica</li> <li>— Joc matemàtic i contingut: cooperació, socialització i afectivitat</li> <li>— Competència, cognició i dificultats</li> <li>— Avaluació i joc matemàtic</li> <li>— Organització general de l'aula. Els materials</li> <li>— Jocs matemàtics i iniciació escolar</li> <li>— Jocs tradicionals</li> <li>— Jocs i resolució de problemes</li> </ul>
Mòd. 3	Observació, raonament i diversitat	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Joc i diversitat</li> <li>— Jocs sensorials</li> <li>— Jocs de llenguatge i contingut</li> <li>— Adaptació, descripció matemàtica</li> </ul>

L'enfocament es fa des dels àmbits conflictius d'interès professional de la intervenció en matemàtiques i dificultats de llenguatge, presa de consciència del valor epistemològic dels continguts i presentació de problemàtiques específiques (alumnes amb necessitats educatives especials i amb diferents deficiències sensorials, psíquiques...). En aquest model de treball, les activitats es proposen bàsicament (no únicament) sobre materials escrits, i el campus virtual és el lloc on els estudiants comuniquen els seus resultats, envien els problemes resolts per correu electrònic, fan petites modelitzacions (Yerushalmi 1997), utilitzen un espai de comunicació (debat) d'idees i poden trobar alguns casos interactius de l'assignatura (seguint Denning i Smith 1998) preparats a la web amb autocorrecció.

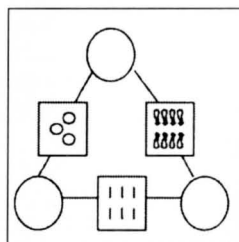
En l'assignatura *Jugant amb les matemàtiques de la diversitat* (de 2 crèdits), es parteix d'un marc més ampli i complex del que és l'escola: el paper que desenvolupa en l'actualitat com a espai on es comparteixen projectes comuns i valors socials que permeten la cohesió social (vegeu els continguts a la quadre 6). En el primer mòdul es presenta el marc teòric de l'assignatura, aportant reflexions a l'entorn de la diversitat. Les desigualtats en els coneixements matemàtics faran que els alumnes amb més dificultats tinguin menys oportunitats d'accés a determinats estudis superiors o a treballs més ben remunerats: per tant, es planteja el coneixement matemàtic com un problema d'equitat. En el segon mòdul, sobre joc matemàtic i contingut curricular, el joc es presenta com un component metodològic en l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques, per formar part de la mateixa acció matemàtica. Se li dona al joc el paper de catalitzador de les capacitats cognitives i es mostra com una eina efectiva en la construcció de procediments i continguts matemàtics. I, finalment, en un

tercer mòdul que hem anomenat Observació, raonament matemàtic i diversitat, es mostren els objectius bàsics que cal tenir en compte en organitzar jocs matemàtics a l'aula i les metodologies més adients per a cada tipologia d'alumnes amb necessitats educatives especials. En molts casos coincideixen en alguns grups, ja que també s'ha demostrat que són adients per a grups d'alumnes sense cap deficiència específica però que tenen dificultats a l'hora d'aprendre les matemàtiques.

El joc matemàtic que es proposa abasta des de l'ensenyament elemental fins a l'ESO, ja que l'assessorament psicopedagògic ha d'abraçar tots els cicles de l'ensenyament obligatori. A les activitats es proposa que l'alumne jugui a un cert joc (vegeu un exemple a la figura 5), l'analitzi pel que fa al contingut matemàtic associat, i en prepari una adaptació per a alumnes amb alguna necessitat educativa especial o per avaluar-lo adequadament. L'alumne envia la seva resposta i anàlisi a un fòrum de treball virtual, on altres companys poden reaccionar davant els seus comentaris, presentar idees noves, mostrar desacords, explicar experiències realitzades amb un grup d'infants, etc. Es produeix, per tant, un treball cooperatiu de reflexió conjunta. A més d'aquest espai de relació, una altra activitat del treball virtual (propi de totes les assignatures de la UOC) és el desenvolupament d'uns *debats* amb els quals es busquen estratègies comunes per a la resolució d'un joc d'estratègia, es proposen jocs matemàtics i s'intenta respondre a preguntes com les següents: Què pensen els docents preocupats per aquests temes? Com es pot establir una comunicació enriquidora sobre el paper del joc per al tractament de la diversitat en les classes de matemàtiques escolars i dins el marc de la formació continuada?

**Aritmogrames (Tauler, T1)**

<b>Tipus</b>	Llenguatge; tauler
<b>Contingut</b>	Numeració; generalització i inici
<b>Objectiu</b>	Comptar; analitzar; generalitzar; operar
<b>Nivell d'ús</b>	EP3; ESO
<b>Dinàmica d'aula</b>	Grups de dos nois i noies
<b>Material</b>	Tauler o fitxa preparada; cartes



**Regles del joc**

- Cal buscar els nombres que falten per a obtenir les sumes.
- Les cartes es treuen a l'atzar i es posen als costats dels triangles. Si se sap trobar quines cartes s'han de posar als vèrtexs es guanya 1 pesseta. Si no se sap, es passa torn. Guanya qui obté més punts.

**Objectiu del joc**

Descobrir estratègies generalitzadores.

**Observacions**

L'alumnat d'un nivell cognitiu alt pot endevinar que si la suma de les tres cares és senar, no hi ha solució.

FIG. 5. Exemple de joc que s'havia d'analitzar en el curs a distància de la UOC

**Subconjunts i dissenys**

Les formes d'organitzar els elements d'un conjunt

- Poden ser
  - Sense repetició
    - S'anomenen
    - Combinacions sense repetició de n elements de X
    - En aquest cas
    - El nombre de combinacions és
 
$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{(m-n)! n!}$$
  - Amb repetició
    - S'anomenen
    - Combinacions amb repetició de n elements
    - En aquest cas

**Activitat 1 / Menús**

En el menú del dia d'un restaurant, s'ofereixen tres plats (sopa, verdura o llegums), dos segons plats (carn o peix) i dos postres (fruita o tarta) per poder escollir un de cada grup.

De quantes maneres diferents pot seleccionar un client el seu menú?

Escriu aquí la teva resposta

Fig. 6. *Cicle de planificació-revisió-replanificació a la universitat virtual en un problema sobre combinatòria*

L'experiència ens porta a ressaltar que les tecnologies constitueixen un escenari adequat per a la formació universitària, de manera constructiva i col·laboradora (Depover i al., 1998), en què es pot dur a terme un ensenyament de qualitat que revisa constantment el que es penja a la web. En efecte, el treball matemàtic es pot fer facilitant que l'alumnat experimenti (amb l'ajut del sistema hipertextual que permet la web) casos particulars en la resolució d'un problema, vegi la graficació immediata corresponent

del que s'està fent, i recorri a la xarxa conceptual del que s'està treballant. A més, permet compartir informació amb altres estudiants i, fins i tot, que es facin videoconferències.

A la figura 6 es mostra una situació de matemàtica discreta (Mayor i al., 1998) com una activitat combinatòria sobre el nombre de cartes possibles (part esquerra de la imatge). L'alumnat resol problemes combinatoris introduint variables que fan canviar el resultat del problema (Vallverdú i al. 1998) i es fa una representació gràfica dels resultats parcials que permet visualitzar una possible solució. Així l'alumnat veu si és allò el que vol.

L'alumne integra el que ha trobat al mapa conceptual de la unitat corresponent (part superior de la figura 6), i pot veure si ha arribat bé a una fórmula de combinatòria. Està comprovat que l'alumnat no admet fàcilment aquest tipus de treball, ja que troba complicada la lectura. Amb l'experiència, realitzada inicialment amb un grup d'estudiants, s'observen els defectes i es valora la introducció de més interactivitat. En el cas que comentem es va considerar important introduir un gràfic instantani de la situació (a la part dreta de la figura 6), cosa que fa que es modifiqui constantment l'enunciat de la mateixa activitat inicial, i millora la de l'any anterior (per exemple, introduint caselles interconnectades a la pantalla que es veu a la figura esquerra). Considerem que aquest cicle de planificació-revisió-replanificació és important per a la millora de l'acció docent.

Resumint, hem constatat que l'acció de la universitat virtual permet un treball matemàtic amb l'ajut d'elements informàtics propis (fins i tot en matèries en què això no era habitual), potencia la recerca d'informació, comparteix contingut matemàtic per mitjà dels fòrums de treball virtual, permet una valoració professional del propi treball, ja que s'integren informacions d'interès que les persones situen, i permet també que l'alumnat accedeixi a un coneixement propi i obtingui resultats finals favorables (similars als de l'educació presencial).

## 4. Conclusions

La tecnologia ens fa reconèixer un «espai de treball» diferent de l'espai presencial tant a les experiències d'ESO i batxillerat com a les universitàries. Les eines informàtiques a la classe normal poden fer canviar elements metodològics clàssics com és la representació funcional, les gràfiques estadístiques, la possibilitat de formulació algebraica, etc. Ara bé, amb el treball virtual no estem parlant d'una introducció informàtica només pel que fa als continguts matemàtics: la possibilitat de contacte entre persones, entre l'alumnat i les tasques, amb informació, etc. S'hi ofereixen canvis crucials en la forma de fer matemàtiques. Per exemple, es pot pensar en la introducció de la recerca d'informació com a objectiu important,

en la comunicació en la resolució de problemes, o en les formes hipertextuals d'accedir a la informació. Això obliga no sols a conèixer les eines de construcció de pàgines web o saber com incorporar *applets* (esquemes en moviment), sinó que fa pensar en continguts nous que hi poden ser desenvolupats. Per exemple, ens fa entendre que podem fer simulacions, incorporar veu a les fórmules, presentar vídeos il·lustratius a més de la informació escrita, etc. Així, els entorns d'aprenentatge matemàtics dels dos projectes presentats, tot i assemblar-se, tenen diferències. No és fàcil treballar cooperativament a distància amb hospitalitzats, i si en canvi amb universitaris; és més fàcil pensar en la introducció progressiva de programes informàtics amb alumnat de batxillerat que amb l'universitari, quan la seva preocupació se centra més en les matèries pròpies; cal una intervenció sobre els aspectes emocionals amb l'alumnat hospitalitzat, i cal basar-se en l'automotivació amb els més grans...

A partir de les experiències exposades, es poden considerar els trets comuns i diferencials entre aquests tipus de treball (quadre 7) pel que fa: a) els subjectes del treball, b) la presentació de l'activitat matemàtica, c) els mitjans informàtics, l'ús de materials complementaris i la seva utilització, d) les interaccions basades en la intervenció tutorial i els processos de tutorització, e) el paper específic de la tecnologia, i f) l'avaluació.

La no-presencialitat en etapes no universitàries porta problemes i, en els casos d'hospitalització, necessita el suport de pares, docents de l'IES i la institució hospitalària. Hi ha conflictes específics que provenen fonamentalment del fet que s'ha d'escriure gairebé tot, i que no hi ha l'hàbit d'escriure en matemàtiques. Aquest problema no és tan greu a la universitat. En efecte, en els debats es pot discutir, aportar referències i, fins i tot, resoldre problemes a distància comentant formes diferents de veure el procés de resolució. A distància és «natural» fer servir simulacions, ambients interactius i programes que estalvien càlculs, fomentar estratègies planificadores... i fins i tot crear. Amb l'ordinador podem mostrar (tot i que tècnicament ens costi encara una mica) un treball geomètric amb videoconferència, podem il·lustrar tot el que vulguem, podem compartir una mateixa aplicació, etc. I ens hi hem d'acostumar!

Per tot això considerem que en un futur immediat no s'ha de menysprear el treball a distància en matemàtiques, tot i que hi ha aspectes que ens costa de creure que la feina virtual pugui suplir: la vivesa i riquesa de les discussions matemàtiques en un grup de més de deu persones, la força de l'acció gestual, que sovint oblidem en l'acció matemàtica, les possibilitats de mostrar un treball en forma de mural, l'acció en «grans espais» com el pati, el passadís o els claustres, la vivència d'un treball de biblioteca amb elements que encara no han estat digitalitzats, la celebració d'activitats singulars com festes matemàtiques, sortides matemàtiques..., la discussió científica universitària que «viu» després al bar, quan es dona la mà realment, quan un sent l'emoció d'un cop a l'esquena després d'una bona presentació, quan es va a l'escola a treballar amb nens i nenes de



QUADRE 7. Elements distintius de les experiències TIMAH i UOC

Aspectes	Projecte TIMAH	Univ. virtual
Interfície	Minicampus.	Campus virtual.
Perfil de l'alumnat	ESO i batxillerat.	Alumnat universitari.
Pla docent	Personalitzat, contractat entre docents i adaptat a cada cas individual. Un cop plantejat, és acceptat per l'alumnat.	Usual d'una matèria universitària. Pla previ establert com a contracte entre docent i alumnat.
Entorns d'aprenentatge	Organitzat en un espai decidit amb el docent de l'ESO i batxillerat.	Responsabilitat d'un docent especialista i l'estructura formal de la universitat.
Característiques	Ús d' <i>applets</i> . Ús d'hipertextos informatius. Ajudes pensades. Preguntes que fa el tutor. Respostes enviades al tutor, que les corregeix. Suport informàtic feble.	Materials diversos en paper i llibres hipertextuals. Biblioteca virtual. Materials cada vegada més interactius. Ajudes del consultor. Ajuda informàtica especialitzada.
Dificultats per al treball matemàtic	Desmotivació de l'alumnat per malaltia. Introducció lenta de les eines informàtiques. Necessitat d'activar emocions abans de res. Relació difícil entre tutor, mestre del centre i pares.	Poca preparació matemàtica dels participants. Falta d'hàbit en l'ús d'hipertextos. Interactivitat diferida en el temps. Les motivacions no sempre s'activen en la relació tutor / alumnat. Desconeixement de l'ús de programes com Excel, Cabri...
Espais d'interacció alumne/material	En línia. Es facilita gairebé tot.	Es disposa de molts materials: escrit, web, articles i altres materials complementaris.
alumne/docents	Correu, trobades amb els malalts i videocomunicació.	Correu, activitats enviades automàticament, videocomunicació i 2 trobades presencials.
alumne/alumne	Fòrum en situacions molt especials.	Xat, fòrum i debats.
Paper de la tecnologia	Mediadora. L'alumnat necessita preparació general. Web preparada i personalitzada.	Mediadora. Web específica d'accés restringit. Es fa una assignatura per conèixer l'entorn informàtic.
Avaluació	Responsabilitat dels centres. Presencialitat en l'avaluació final. Activitats parcials d'autoregulació. Sistema adaptat personalment a cada cas.	Avaluació continuada amb activitats corregides. Proves formals presencials. Sistema comú per a tothom.

debò... I no només això. Costarà molt que incorporem els llibres hipertextuals a la feina quotidiana, ja que l'alumnat prefereix els formats escrits. Això diuen els comentaris de l'alumnat d'Informàtica de la UOC. Això, no ho podem suplir amb el treball virtual!

## Referències bibliogràfiques

- ALSINA, C. (coord.): *Psicopedagogia de les Matemàtiques*. Barcelona: Ediuoc, 1997.
- DENNING, R. i SMITH, P.: «A Case Study in the Development of an Interactive Learning Environment to Teach Problem-Solving Skills», a *Journal of Interactive Learning Research*. 9(1), 1998, pàg. 3-36.
- DEPOVER, C.; GIARDINA, M. i MARTON, P.: *Les Environnements d'apprentissage Multimedia*. París: L'Harmattan, 1998.
- FORTUNY, J. M. i GIMÉNEZ, J.: *Pendants d'un cable. El Projecte TIMAH*. Presentació a les Jornades d'Ensenyament a les Aules d'Assistència Hospitalària. Departament d'Ensenyament. Generalitat de Catalunya. Dossier de les Jornades, 1999.
- GERBER, S. i SHUELL, T. J.: «Using Internet to Learn Mathematics», a *Journal of computers in Mathematics and Science Teaching*. Vol. 17 (2/3), 1998, pàg. 113-132.
- GIMENEZ, J. i FORTUNY, J. M.: *Téléinteractions en situations éducatives de diversité. Proceedings CIEAEM*. Chichester, 2000.
- GIMENEZ, J. i ROSICH, N.: *Jugant amb les matemàtiques de la diversitat*. Barcelona: Ediuoc, 1998.
- HOLMBERG, B.: «The evolution of the character and practice of distance education», a *Open Learning*. 10(2), 1995, pàg. 47-53.
- HUDSON, B.: «Group Work With Multimedia: The Role of the Computer in Mediating Mathematical Meaning-Making», a *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*. Vol. 17 (2/3), 1998, pàg. 181-201.
- «Mathematics and Virtual Culture: An Evolutionary Perspective on Technology and Mathematics Education», a *Educational Studies in Mathematics*. 37, 1999, pàg. 97-119.
- MAYOR, G. et. al.: *Matemàtica discreta*. Format electrònic. UOC, 1998.
- MURIA, S.: *Estadística i aprenentatge on line. Estudi de cas*. Projecte d'investigació inèdit. Universitat de Barcelona, 1999.
- NOHAB: *Standards of health quality*. Document of Ministry of Health. Norway, 1998.
- RODRIGUEZ, R.: *Contribucions a l'anàlisi d'algunes interaccions produïdes en un treball de matemàtiques a distància*. Bellaterra: UAB, 1999.
- SEWART, D.: «Students support systems in distance education», a SCRIVEN, B.; LUNDIN, R. i RYAN, Y. (ed.): *16<sup>th</sup> world Conference of the International Council for Distance Education*, 1995.
- SMITH, P. i KELLY, M.: *Distance education and the minstream*. Londres: Crom Helm, 1987.
- VALLVERDÚ, F. et. al.: *Agentes inteligentes y libros digitales*. UOC. Càtedra IBM/La Caixa, 1998.
- YERUSHALMI, M.: «Mathematizing Verbal Descriptions of Situations: A Language to Support Modelling», a *Cognition and Instruction*. 15 (2), 1997, pàg. 207-264.

YOKAM, M.: *Distance learning: An introduction*. Bloomington. EUA. Electronic document, 1999.

[http://www.ihets.org/distance\\_ed/ipse/fhandbook/toc.html](http://www.ihets.org/distance_ed/ipse/fhandbook/toc.html)

ZEVENBERGEN, R.: *Classroom Interactions and Linguistic Capital: A Bourdieuan Analysis of the Instruction of Social Difference in Mathematics Education*. Proceedings of the First International Mathematics Education and Society Conference. 1998, pàg. 360-366.

## Paraules clau

*Matemàtiques a distància*

*Ensenyament de les matemàtiques*

*Diversitat*

*Educació en línia*

## Abstracts

*En este artículo se explican dos experiencias de formación matemática a distancia llevadas a cabo desde la comunidad universitaria en tres niveles educativos diferentes: ESO, bachillerato y universidad. Se comentan las problemáticas y características específicas, así como la importancia de los medios empleados.*

*Cet article présente deux expériences de formation mathématique à distance menées à bien depuis la communauté universitaire à trois niveaux éducatifs différents: ESO (Education Secondaire Obligatoire), baccalauréat et université. On y commente aussi les problèmes et les caractéristiques ainsi que l'importance des moyens utilisés.*

*This article outlines two cases of distance training in mathematics undertaken within the university at three educational levels: ESO (compulsory secondary education), baccalaurate and the university. The problems and characteristics of each level are described as well as the implications of the media employed.*