PROBLEMES RESOLTS DE COMPONENTS I CIRCUITS ELECTRÒNICS (CCE 2010-11) DEL GRAU D'ENGINYERIA ELECTRÒNICA DE TELECOMUNICACIONS

Autors:
JAIME LÓPEZ SÁNCHEZ.
JAVIER JOSE SIEIRO CÓRDOBA
Els alumnes de l'assignatura dels cursos 2010-11

Departament d'Electrònica de la Universitat de Barcelona

Universitat de Barcelona

Alumnes que han col·laborat en l'edició dels problemes resolts:

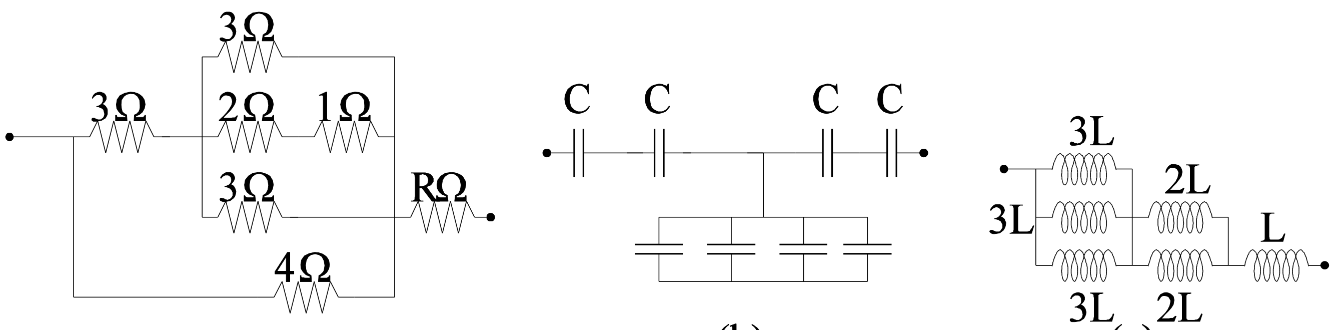
ABDUL-JAWAD, NABIL
ALFONSO PERONA, ANNA
ALVAREZ CARULLA, ALBERT
BARRACO GRIMALT, HELIA
BASSAS CORDOBA, MONTSERRAT
CAÑIZARES VAZQUEZ, CARLOS
CARVAJAL GOMIS, MARC
CEBAN MARC, MARC
COSME BRUY, VANESSA
CRUZADO RANGEL, JENNIFER M.
DELGADO BARROSO, ALBERTO
ESTEVE PASTOR, SERGI
GENÉ MIRALLES, ANNA
MONTES CEBRIAN, YAIZA
MORENO GOMEZ, FCO.JAVIER
PÉREZ MUÑOZ, LLUÍS
PONT BENAVENT, JOAN
PUIGCERVER JIMENEZ, VICTOR
RAN MOLINERO, DANIEL
SALAS BARENYS, ARNAU
SINGH KALRA, AVNEET
VALVERDE CISNEROS, DIEGO EDGARDO

COL·LECCIÓ DE PROBLEMES RESOLTS

TEMA 1

ENUNCIATS

Problema 1 Pels següents circuits, indica el valor equivalent de la seva resistència, inductància o capacitat, segons convingui.



(a) (b) (c)

Problema 2 Un compost de grafit té una conductivitat de 10^3 S/m i pot suportar unes pèrdues màximes de $2W/cm^3$.

a) Determineu la màxima densitat de corrent J_{max}
b) Doneu les dimensions d'una resistència de 1 kΩ capaç de suportar 1 W.
c) Calculeu la tolerància en la construcció d'aquesta si el gruix pot variar en un 10%.
d) A partir d'aquesta resistència, feu una de nova capaç de suportar potències fins a 4W i que tingui com valor nominal 1kΩ. Quina és la tolerància d'aquest component?

Problema 3 L'empresa CAPACISA disposa d'una nova eina per a la construcció de capacitats de tipus cilíndric. L'error de la màquina en la definició de la geometria del condensador és del $(10^{-4}/D)$% pels diàmetres dels elèctrodes intern i extern, a on D és el diàmetre, i del 3% per a l'alçada del cilindre (alçada mínima de 1mm). Us demanen que determineu les dimensions per a construir una sèrie de capacitats de 10uF, 1uF, 100nF, 10nF i 1nF amb un valor de tolerància inferior al 10% i capaç de suportar una tensió màxima de 25V.

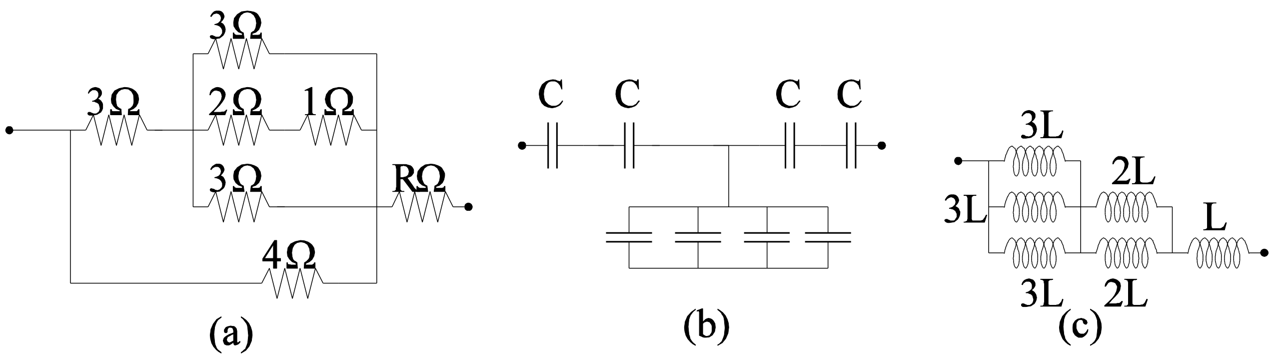
Problema 4 Mercès al vostre esforç al problema 7, l'empresa CAPACISA ha obtingut uns beneficis prou importants com per invertir en el sector dels components magnètics. Com a primer projecte, es demana que procediu a dissenyar una sèrie d'inductàncies de tipus solenoide lineal des del valor de 1uH fins 1mH en deu passos espaiats de forma logarítmica. Totes les inductàncies han de suportar corrents de fins a 1A. Doneu les dimensions geomètriques a una taula.

Problema 5 Construïu una bobina solenoide rectilini de valor 1mH capaç de suportar un corrent de 10A. Es pot fer servir el material magnètic que creieu convenient, però el bobinat ha de ser de coure. Justifiqueu la vostra tria i expliqueu com s'hauria de fer el procés de fabricació.

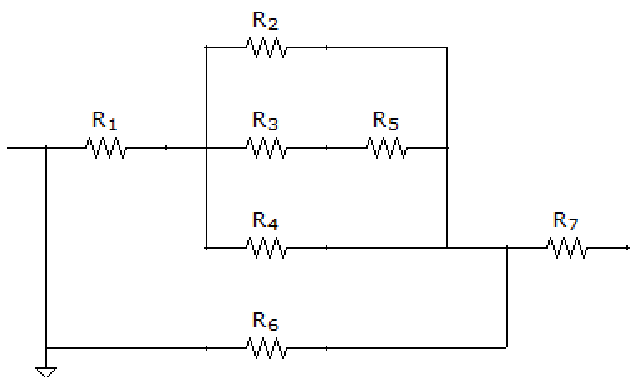
SOLUCIONS

PROBLEMA 1

Pels següents circuits, indica el valor equivalent de la seva resistència, inductància o capacitat, segons convingui.



a) Troba la R equivalent del circuit següent:

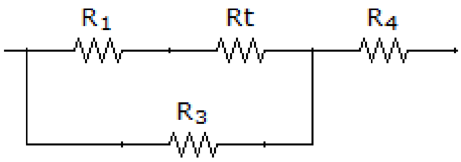


$R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 2\Omega$, $R_4 = 3\Omega$, $R_5 = 1\Omega$, $R_6 = 4\Omega$, $R_7 = \text{R}$

R_3 en sèrie amb R_5 => $2\Omega + 1\Omega = 3\Omega$;

$R_2 \| R_{35} \ \| R_4$=> $\frac{1}{R_t} = \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{3\Omega} = \frac{3}{3} \rightarrow R_t = 1\Omega$

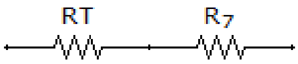
CIRCUIT RESULTANT:



R_1 en sèrie amb R_t => $R_{1t} = 3\Omega + 1\Omega = 4\Omega$

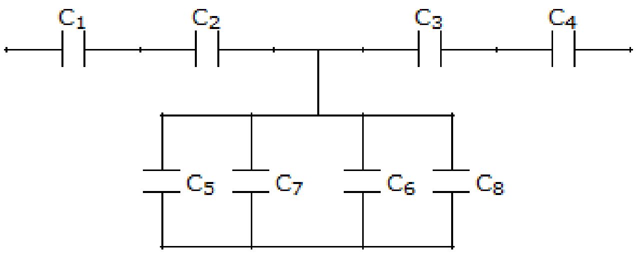
$R_{1t}||R_3$ =>$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} \rightarrow R_t = 2\Omega$

CIRCUIT RESULTANT:



SOLUCIÓ: $R = (2 + R)\Omega.$

b) Troba la C equivalent del circuit següent:

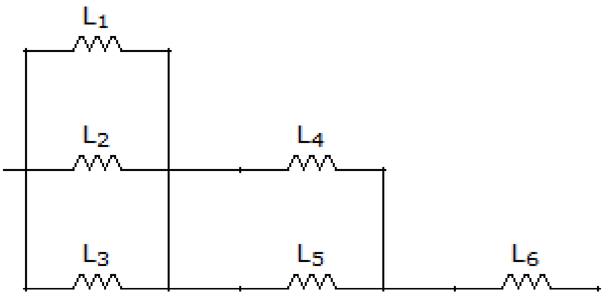


En primer lloc observem que els condensadors C_5 C_7 C_6 C_8 no estan connectats al circuit, per tant s'anul·len.

C_1 en sèrie amb C_2 C_3 C_4 => $\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{4}{C} \rightarrow C_t = \frac{C}{4}$

SOLUCIÓ: $C_t = \frac{C}{4}$F

c) Troba la L equivalent del circuit següent:



$$L_1 = L_2 = L_3 = 3L;\;\; L_4 = L_5 = 2L;\;\; L_6 = L$$

$L_1 \| L_2 \| L_3 \Rightarrow \frac{1}{L_{123}} = \frac{1}{3\text{L}} + \frac{1}{3\text{L}} + \frac{1}{3\text{L}} \rightarrow L_{123} = L$

$L_4 \| L_5 \Rightarrow \frac{1}{L_{45}} = \frac{1}{2\text{L}} + \frac{1}{2\text{L}} \rightarrow L_{45} = L$

CIRCUIT RESULTANT:

L_{123} sèrie L_{45} sèrie $L_6 \Rightarrow\; L + L + L = 3L$

SOLUCIÓ: $L_{tot} = 3L\ H$

PROBLEMA 2

Un compost de grafit té una conductivitat de 10^3 S/m i pot suportar unes pèrdues màximes de 2W/cm^3.

a) **Determineu la màxima densitat de corrent J_{max}**

b) **Doneu les dimensions d'una resistència de 1 kΩ capaç de suportar 1 W.**

c) **Calculeu la tolerància en la construcció d'aquesta si el gruix pot variar en un 10%.**

d) **A partir d'aquesta resistència, feu una de nova capaç de suportar potències fins a 4W i que tingui com valor nominal 1kΩ. Quina és la tolerància d'aquest component?**

a) J_{max}?

$$P/V = J_{max}^2 \, \rho$$

$\sigma = \frac{1}{\rho} = 10^3$ S/m^3 $\quad \rho = 10^{-3}$ Ω m^3

P/V= 2 W/cm^3

$$\frac{P}{V} = 2\ \frac{w}{cm^3} \cdot \frac{10^6\ cm^3}{1\ m^3} = 2 \cdot 10^6\ \frac{W}{m^3}$$

$$J_{max} = \sqrt{\frac{P/_V}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^6 W/_{m^3}}{10^{-3} \Omega\ m^3}} = 44721{,}35\ \frac{A}{m^2}$$

$$soluci\acute{o} \Rightarrow J_{max} = 44721{,}35\ \frac{A}{m^2}$$

b) Per calcular les dimensions d'una resistència, primer hem d'escollir el tipus de resistència.
Agafaré una resistència cilíndrica, per tant, la seva secció serà S= πr^2

$$\begin{cases} R = \rho \frac{L}{S} \\ P = R\, I^2 \rightarrow P = R \quad (J\, S)^2 \end{cases}$$

$$1\ W = 10^3\ \Omega \left(44721{,}35\ \frac{A}{m^2} \cdot \pi r^2 \right)^2$$

$$r^4 = \frac{1}{10^3 \cdot 44721{,}35^2 \cdot \pi^2} = 5{,}066 \cdot 10^{-14}$$

$$r = \sqrt[4]{5{,}066 \cdot 10^{-14}} = 4{,}744 \cdot 10^{-4} m$$

$$R = \rho \frac{L}{S} \rightarrow L = \frac{R \cdot \pi r^2}{\rho} = 1x10^3 \cdot \pi \cdot (4{,}74 \cdot 10^{-4})^2 = 0{,}705 m$$

Solució => r = $4{,}74 \cdot 10^{-4} m$
L= 0,705 m

c) D = diàmetre (gruix)

$$\frac{dD}{D} = 0{,}1 \text{ tolerància}$$

$$R = \rho\,\frac{l}{\pi r^2} = \rho\,\frac{l}{\pi (D/2)^2} = \frac{4\rho l}{\pi}\,\frac{1}{D^2}$$

$$\frac{dR}{R}\cdot\frac{dD}{dD} = \frac{1}{R}\cdot\frac{dR}{dD}\cdot\frac{dD}{D}\cdot D$$

Error relatiu de R 0,1 Tolerància

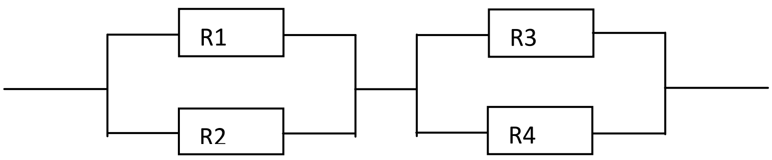
$$\frac{dR}{R}\cdot\frac{dD}{dD} = \frac{4\rho l}{\pi}\left(\frac{-2}{D^3}\right)\cdot dD = \frac{-8\,\rho\, l}{\pi D^3}\cdot dD = \underbrace{\frac{4\rho l}{\pi D^2}}_{R}\left(\frac{-2}{D}\right)\cdot dD \rightarrow \quad 0{,}1 \text{ Tolerància}$$

dR= 2·R(0,1) = 0,2 R

$$\frac{dR}{R} = 0{,}2 \;\rightarrow\; \text{Tolerància resistència} = 20\%$$

Solució => Tolerància resistència = 20%

d) A partir de la resistència anterior, podem crear una combinació tal que compleixi que la suma de la potència suportada sigui 4W, si cada resistència té la de 1W, en necessitem quatre. Al mateix temps el valor nominal ha de ser 1 K Ω.



$$R_T = (R_1 \,//\, R_2) + (R_3 \,//\, R_4)$$
$$R_1 \,//\, R_2 = \frac{1}{2}\,\text{K}\,\Omega$$

$$R_T = \frac{1}{2}\,\text{K}\,\Omega + \frac{1}{2}\,\text{K}\,\Omega = 1\text{K}\,\Omega$$

La tolerància de la resistència serà la mateixa ja que la propagació de l'error en dispositius connectats tan en sèrie com en paral·lel es conserva.

Però també podem deduir que la tolerància és la mateixa a partir de:
1) fer la resistència equivalent total i aplicar el 10% de tolerància
2) l'apartat c, el qual calculant la tolerància hem vist que no depenia del valor de la resistència.

PROBLEMA 3

L'empresa CAPACISA disposa d'una nova eina per a la construcció de capacitats de tipus cilíndric. L'error de la màquina en la definició de la geometria del condensador és del (10^{-4}/D)% pels diàmetres dels elèctrodes intern i extern, a on D és el diàmetre, i del 3% per a l'alçada del cilindre (alçada mínima de 1mm). Us demanen que determineu les dimensions per a construir una sèrie de capacitats de 10uF, 1uF, 100nF, 10nF i 1nF amb un valor de tolerància inferior al 10% i capaç de suportar una tensió màxima de 25V.

Fórmules necessàries per a la resolució de l'exercici:

$\boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon L}{\ln(b/a)}}$ (F) $\boxed{\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}$ $\left(\frac{C^2}{N \cdot m^2}\right)$ $\boxed{V = E \cdot d}$ (V)

a= radi del condensador cilíndric intern.
b= radi del condensador cilíndric extern.
d=distància entre el radi intern i extern del condensador cilíndric

$$\rightarrow \quad d = b - a; \quad b = d + a \quad \rightarrow \quad C = \frac{2\pi\varepsilon L}{\ln(b/a)} = \frac{2\pi\varepsilon L}{\ln\left(\frac{d+a}{a}\right)} = \frac{2\pi\varepsilon L}{\ln\left(\frac{d}{a}+1\right)}$$

Com que els radis estan relacionats entre ells, els expressem mitjançant la distància que els separa. D'aquesta manera només fa falta que calculem l'error produït en un d'ells. Tot i així, si volem ser molt més precisos, podem afegir l'error comès per ambdós radis. L'expressió quedaria més complicada i només guanyaríem precisió en quantitats molt petites, per això no ens surt a compte.

Procediment:

Per poder calcular les dimensions de les diferents capacitats; abans haurem d'estudiar l'efecte que ocasiona al variar els diferents paràmetres que depenen de la capacitat sobre ella.

L'error relatiu d'una magnitud és la suma d'errors relatius:

$$\boxed{C\frac{\Delta C}{C} = \frac{\partial C}{\partial a} \cdot \frac{\Delta a}{a} \cdot a + \frac{\partial C}{\partial L} \cdot \frac{\Delta L}{L} \cdot L}$$

$$\left(\begin{array}{c} \frac{\partial C}{\partial a}=\frac{\partial}{\partial a}\left(\frac{2\pi\varepsilon L}{\ln\left(\frac{d}{a}+1\right)}\right)=2\pi\varepsilon L\left(\frac{1}{\ln\left(\frac{d}{a}+1\right)}\right)'=2\pi\varepsilon L\cdot\frac{d}{a(d+a)\cdot\ln^2\left(\frac{d}{a}+1\right)} \\ \downarrow \\ \left(\frac{1}{\ln\left(\frac{d}{a}+1\right)}\right)'=\frac{\frac{-1}{\frac{d}{a}+1}\cdot\left(\frac{-d}{a^2}\right)}{\ln^2\left(\frac{d}{a}+1\right)}=\frac{\frac{d}{da+a^2}}{\ln^2\left(\frac{d}{a}+1\right)}=\frac{d}{a(d+a)\cdot\ln^2\left(\frac{d}{a}+1\right)} \\ \\ \frac{\partial C}{\partial L}=\frac{\partial}{\partial L}\left(\frac{2\pi\varepsilon L}{\ln\left(\frac{d}{a}+1\right)}\right)=\frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{d}{a}+1\right)} \end{array}\right)$$

$$C\cdot\frac{\Delta C}{C}=2\pi\varepsilon L\cdot\frac{d}{a(d+a)\cdot\ln^2\left(\frac{d}{a}+1\right)}\frac{\Delta a}{a}a+\frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{d}{a}+1\right)}\frac{\Delta L}{L}L=C\frac{d}{a(d+a)\ln\left(\frac{d}{a}+1\right)}\frac{\Delta a}{a}a+C\frac{\Delta L}{L}$$

$$C\cdot\frac{\Delta C}{C}=C\frac{d}{(d+a)\ln\left(\frac{d}{a}+1\right)}\frac{\Delta a}{a}+C\frac{\Delta L}{L}\quad\rightarrow\quad\boxed{\frac{\Delta C}{C}=\frac{d}{(d+a)\ln\left(\frac{d}{a}+1\right)}\frac{\Delta a}{a}+\frac{\Delta L}{L}}$$

Per altra banda una de les condicions que tenim és que ha de suportar 25V. Aplicant la fórmula de V=Ed, podrem calcular la distància entre ambdós radis. Aquesta, dependrà del material escollit per a la fabricació dels condensadors.

Podem elegir el material que vulguem. Agafem la mica ja que és un dels més resistents. Les seves característiques són:

$\varepsilon_r=7\varepsilon_0$ $\qquad\rightarrow d=\frac{V}{E}=\frac{25V}{160\cdot 10^6}=1{,}5625\cdot 10^{-7}\,m\ (distància\ entre\ a\ i\ b)$

$E_{màx}$ = 160 MV/m

Si tenim que les toleràncies són:

$$\frac{\Delta a}{a}=\frac{10^{-4}\%}{a}=\frac{10^{-6}}{a}$$

$$\frac{\Delta l}{l}=3\%=0{,}03$$

$$\frac{\Delta C}{C}=10\%=0{,}1$$

Substituïm les variables amb els valors numèrics obtinguts anteriorment i l'equació queda:

$$\frac{\Delta C}{C}=\frac{1{,}5625\cdot 10^{-7}\,m}{(1{,}5625\cdot 10^{-7}\,m+a)\ln\left(\frac{1{,}5625\cdot 10^{-7}\,m}{a}+1\right)}\frac{10^{-6}}{a}+0{,}03=0{,}1$$

Com podem veure, només tenim una sola incògnita, el radi a. D'aquí hauríem d'aïllar a per saber fins a quin radi podem construir els condensadors. Però per simplificar, podem fixar un valor de a tal que l'equació sigui menor de 0,01 que és el que ens demanen.

Escullo com a radi a = $2\cdot10^{-2}$m i substituint a l'equació anterior podem comprovar que sí ens dóna més petit que 0,1.

$$\underbrace{\frac{1{,}5625\cdot10^{-7}\,m}{(1{,}5625\cdot10^{-7}\,m+2\cdot10^{-2}\mathrm{m})\ln\left(\frac{1{,}5625\cdot10^{-7}\,m}{2\cdot10^{-2}\mathrm{m}}+1\right)}\frac{10^{-6}}{2\cdot10^{-2}\mathrm{m}}}_{\text{(valor molt petit)}}+0{,}03=0{,}03\leq\ 0{,}1$$

Ara calculem el valor del radi extern un cop fixat el del radi intern:

$$b=d+a=1{,}5625\cdot10^{-7}\,m+2\cdot10^{-2}m=0{,}020000156\,m$$

Si ens fixem en la fórmula següent, podem veure que ja tenim els radis a i b. Els valors de les capacitats ens els donen a l'enunciat. Només ens queda obtenir la longitud per a cada condensador que ens demanen. Aïllem el valor de L i ja tindrem les dimensions per a cada condensador.

$$\boxed{C=\frac{2\pi\varepsilon L}{\ln(b/a)}}\ \rightarrow\ \mathrm{L}=\frac{\mathrm{C}\cdot\ln\left(\frac{d}{a}+1\right)}{2\pi\varepsilon}=\frac{\mathrm{C}\cdot\ln\left(\frac{1{,}5625\cdot10^{-7}\,m}{2\cdot10^{-2}}+1\right)}{2\pi\cdot7\cdot8{,}85\cdot10^{-12}}=\mathrm{C}\cdot20070{,}91422\ \mathrm{m}\ \rightarrow$$

depen del valor de C

Solució:

a=$2\cdot10^{-2}$m

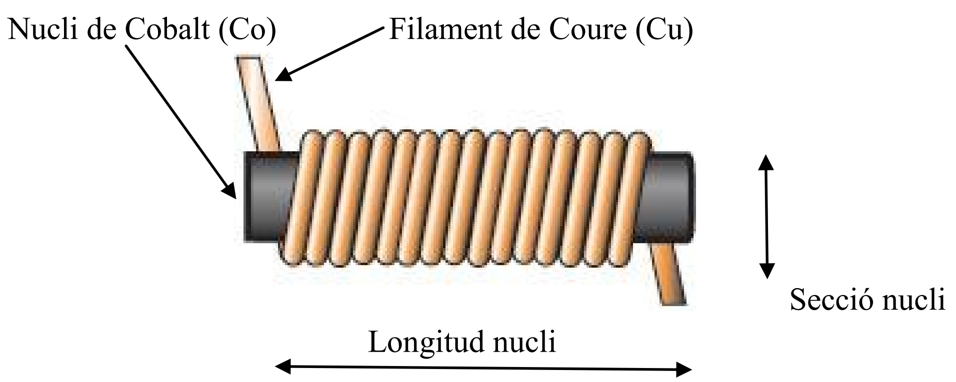
$b=0{,}020000156\,m$

$d=1{,}5625\cdot10^{-7}\,m$

Capacitat (F)	Longitud (m)
0,000010000	0,20070914220
0,000001000	0,02007091422
0,000000100	0,00200709142
0,000000010	0,00020070914
0,000000001	0,00002007091

PROBLEMA 4

Mercès al vostre esforç al problema 7, l'empresa CAPACISA ha obtingut uns beneficis prou importants com per invertir en el sector dels components magnètics. Com a primer projecte, es demana que procediu a dissenyar una sèrie d'inductàncies de tipus solenoide lineal des del valor de 1uH fins 1mH en deu passos espaiats de forma logarítmica. Totes les inductàncies han de suportar corrents de fins a 1A. Doneu les dimensions geomètriques a una taula.



En exercicis d'aquest tipus on se'ns demana dissenyar un component es poden desenvolupar de diferents maneres, ja que podem decidir o bé la secció del component (aquest cas d'unes bobines) o per altra banda la seva longitud. Doncs bé, resoldrem aquest problema predeterminant una longitud pels diferents inductors, d'uns 0,1m, i calcularem la secció per cada valor de L espaiat logarítmicament.

1. Primerament fem l'elecció del material que farem servir, en el nostre cas es el cobalt, ja que presenta un punt de saturació força alt (2,3T). Tot seguit anirem a calcular el nombre d'espires necessàries per 0,1 metres d'inductor. Per fer-ho utilitzem aquesta formula.

$B = \mu \frac{N}{long} I$ d'on:
- $long$: és la longitud = $0.1m$
- μ: permitivitat del material $Co = 250 \times 4\pi \times 10^{-7} m^2/Vs$.
- N: és el nombre d'espires.
- I: és la intensitat $= 1A$.
- B: és el camp magnètic de saturació del $Co = 2{,}3T$.

$$N = \frac{B \times long}{\mu \times I} = \frac{2.3T \times 0.1m}{250 \times 4\pi \times 10^{-7} (m^2/Vs) \times 1A} = 732.13\ espires.$$

També calcularem en aquest apartat la secció del conductor que enrullarà el nucli, el qual el farem de coure ja que sabem que per cada mm^2 passen 4A. Llavors la secció mínima per aguantar 1A serà:

$$Scoure = \frac{1A \times 1mm^2}{4A} = 0.25mm^2$$

2. Després de calcular el nombre d'espires passem a calcular passem a calcular els 10 punts equidistants logarítmicament des de 10^{-6}H a $10^{-3}H.$ Per fer-ho, dividim l'exponent major amb 9 seccions i desprès anem sumant al valor de L menor la diferencia obtinguda d'exponents:

$$\frac{3}{9} = 0.333 \text{ => el primer serà } 10^{-6} \text{ H}$$

Llavors el segon serà: $10^{-6+0.33} = 10^{-5.7}H$ i així successivament i posem les dades de les diferents L en una taula.

L	L(H)
1	10^{-6}
2	$2.15 \cdot 10^{-6}$
3	$4.64 \cdot 10^{-6}$
4	10^{-5}
5	$2.15 \cdot 10^{-5}$
6	$4.64 \cdot 10^{-5}$
7	$2.15 \cdot 10^{-4}$
8	10^{-4}
9	$4.64 \cdot 10^{-4}$
10	10^{-3}

3. Anem a calcular la secció per cada valor de L. Per fer-ho utilitzarem la fórmula de la Inductància un solenoide lineal:

$$L = \frac{\mu S N^2}{long} \Rightarrow S = \frac{L \times long}{\mu \times N^2} \text{ on:}$$

$long$: és la longitud = $0.1m$
μ: permitivitat del material $Co = 250 \times 4\pi \times 10^{-7} m^2/Vs$.
N: és el nombre d'espires = 732 espires.
L: Inductància de la bobina.
S: és la secció del nucli de la bobina, fet de Co.

Llavors per la primera impedància(L1) tenim:

$$S1 = \frac{0.1 \times 10^{-6}}{732^2 \times 250 \times 4\pi \times 10^{-7}} = 5.938 \times 10^{-10} m^2$$

Repetim aquest càlcul per cada L i mostrem totes les dades necessàries en una taula perquè el fabricant pugui construir-les sense dificultat.

L	L(H)	S(m^2)
1	10^{-6}	$5.938 \cdot 10^{-10}$
2	$2.15 \cdot 10^{-6}$	$1.270 \cdot 10^{-9}$
3	$4.64 \cdot 10^{-6}$	$2.755 \cdot 10^{-9}$
4	10^{-5}	$5.938 \cdot 10^{-9}$
5	$2.15 \cdot 10^{-5}$	$1.270 \cdot 10^{-8}$
6	$4.64 \cdot 10^{-5}$	$2.755 \cdot 10^{-8}$
7	10^{-4}	$5.938 \cdot 10^{-8}$
8	$2.15 \cdot 10^{-4}$	$1.270 \cdot 10^{-7}$
9	$4.64 \cdot 10^{-4}$	$2.755 \cdot 10^{-7}$
10	10^{-3}	$5.938 \cdot 10^{-7}$

Material: Cobalt (Co).
Nombre d'espires: 732.
Longitud: 0.1 metres
Intensitat màxima: 1A
Secció del filament de Coure: $0.25mm^2$.

PROBLEMA 5

Construïu una bobina solenoide rectilini de valor 1mH capaç de suportar un corrent de 10A. Es pot fer servir el material magnètic que creieu convenient, però el bobinat ha de ser de coure. Justifiqueu la vostra tria i expliqueu com s'hauria de fer el procés de fabricació.

Primer cal trobar la secció mínima del coure fent una regla de 3:

$$1\ mm^2 \longrightarrow 4A$$

$$\text{Secció coure} \longrightarrow 10A$$

$$S = \frac{10}{4} = 2'5\ mm^2,$$

Secció mínima que ha de tenir el fil de coure per aguantar una intensitat de 10 Amperes.

Ara, suposant que el material és co (cobalto), calculem el nombre d'espires per metre.

Aplicat a una longitud qualsevol.

$$B = \mu \frac{N}{L} I \quad => \quad N = \frac{B \cdot L}{\mu \cdot I}$$

On:

B: camp magnètic de saturació.

N: nombre d'espires.

L: la longitud.

I:intensitat.

μ: permeabilitat del material.

Ho deixem en funció de $\frac{N}{L}$ que n'hi diem n .

Deixant en funció de n no donem nosaltres la longitud, sinó que va determinada.

$$n = \frac{N}{L} = \frac{2'3}{250 \cdot (1{,}2566 \cdot 10^{-6}) \cdot 10} = \frac{732\ espires}{metre}$$

Apliquem la fórmula del solenoide rectilini, on :

L: impedància (H)

μ: permeabilitat (cal tenir en compte que és la multiplicació de la permeabilitat en el buit i la del material). $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$.

S: la secció del nucli de la bobina (m^2).

N: nombre d'espires.
long: és la longitud.

$L = \frac{\mu \cdot S \cdot N^2}{long}$ apliquem l'equació que ens ha sortit d'espires per metre:

$$L = \mu \cdot S \cdot N \cdot n = \mu \cdot S \cdot l \cdot n^2 =$$

$= 250 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 732^2 \cdot S \cdot l$ necessitem saber la l (longitud), l'aïllem:

$1 \cdot 10^{-3} = 1'68 \cdot 10^2 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \cdot l;$ decidim donar una secció $S = 1\ cm^2 = 1 \cdot 10^{-4} m^2$

$l = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{1'68 \cdot 10^{-2}} = 59'52 \cdot 10^{-3}$ metres; $5'952$ centímetres;

Solució:

Material: Cobalt (Co).
Nombre d'espires: 732/metre.
Longitud :5'952 centímetres.
Impedancia: 1mH..
Secció del filament de Coure: 2'5mm^2
Secció del nucli de la bobina: 1 cm^2
Intensitat màxima del fil de coure: 10A

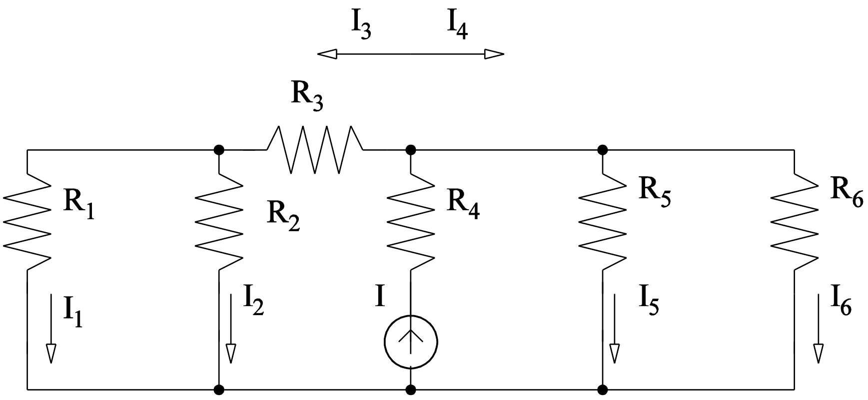
TEMA 2

ENUNCIATS

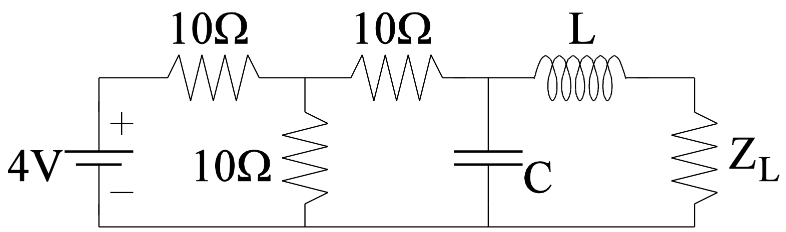
Problema 1 Resoleu el valor del corrent a cada component del circuit fent servir el mètode de malles. Calculeu el voltatge fent servir el mètode de nodes.

$R_1 = 12\Omega$ $R_2 = 8\Omega$ $R_3 = 5\Omega$ $R_4 = 2\Omega$ $R_5 = 6\Omega$ $R_6 = 3\Omega$

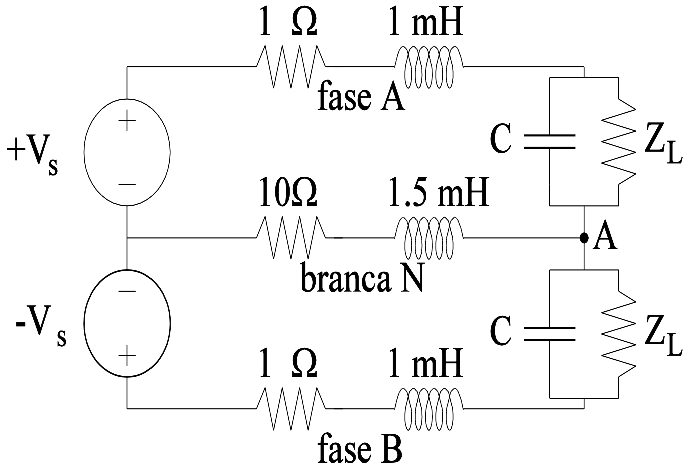
$I = 13'7$ A



Problema 2 Pel circuit de la figura, trobeu el valor de la tensió i del corrent a la impedància de càrrega Z_L.



Problema 3 El següent circuit mostra la xarxa de distribució d'un sistema bifàsic que funciona en règim permanent a una freqüència de 100Hz. Calculeu el valor del potencial al punt A i el corrent que circula per la branca N. Si la branca de la fase A es desequilibra de tal forma que la seva impedància total és Z_A=0.95R_A+0.90 $j\omega L_A$, calculeu els valors anteriors. Creieu que és important mantenir l'equilibri de les dues fases? Raona la resposta. Suposeu C = 1mF i Z_L = 75Ω.



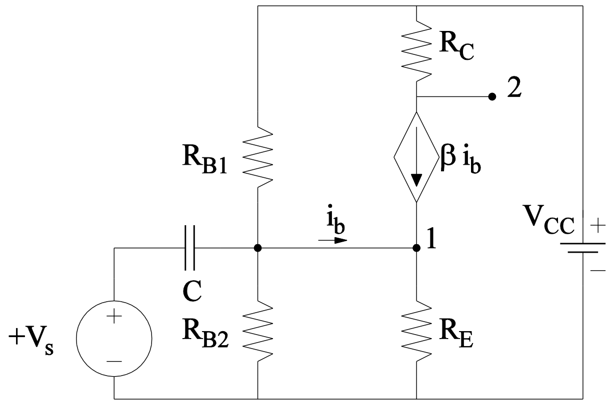
Problema 4 Fent servir el mètode que creieu més convenient, calculeu el valor del voltatge al node 2 (V2) en funció de les fonts de continua Vcc i alterna Vs. Resoleu fent servir els següents valors:

$R_1 = 10K, \qquad R_2 = 2.5K,$

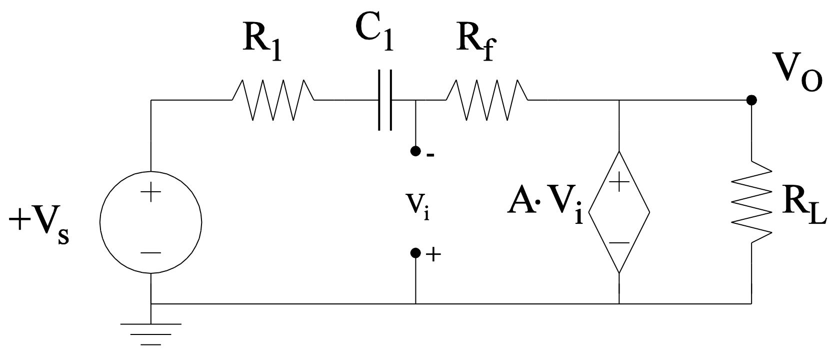
$R_c = 1K, \qquad R_e = 400$

$V_{cc} = 15V$

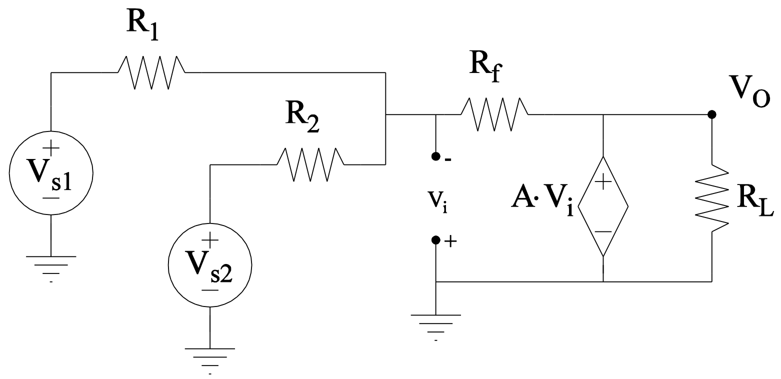
$V_s = 10^{-3}\cos(2\pi t)$



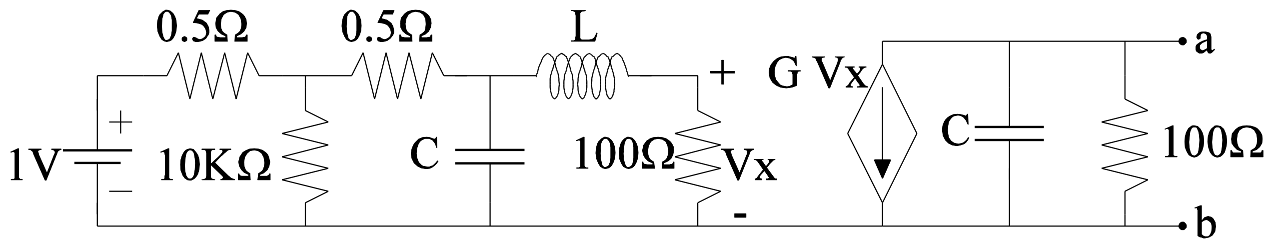
Problema 5 Pel circuit de la figura 5, resoleu la tensió al node de sortida V_o en funció de la tensió d'entrada V_s. Feu servir el mètode que considereu mes adient. Si R_1 és zero i A → ∞, quina és la resposta del circuit V_o/V_s ? Per a aquest últim cas, i fent C_1=1μF, Rf= 1KΩ, calculeu el fasor de sortida si el fasor d'entrada és $V\,S=3e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{j\omega t}$ on ω pren els valors 2π100, 2π× 10^3, 2π× 10^5.



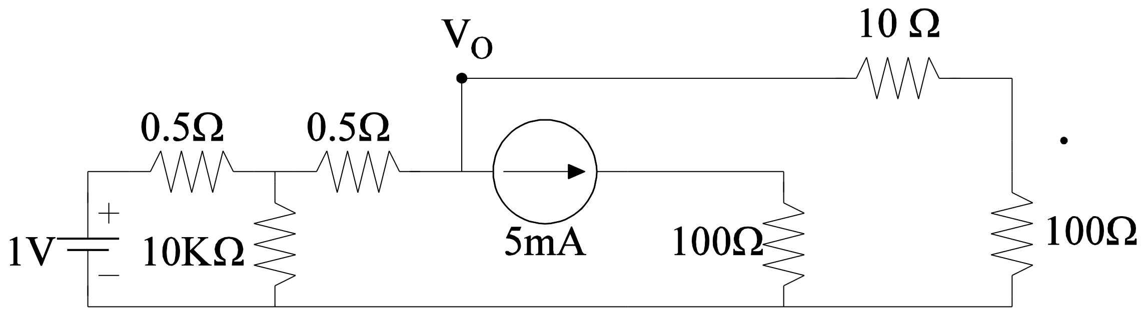
Problema 6 El circuit de la figura 6 es un sumador analògic basat en un amplificador operacional. Trobeu el valor de la tensió de sortida en funció de les dues entrades. Que succeeix si A → ∞?



Problema 7 Determineu el circuit equivalent Thévenin respecte els terminals *a* i *b* del següent circuit. Calculeu el seu equivalent Norton. Quin és el voltatge de sortida si es connecta una resistència de 300Ω entre aquests terminals?



Problema 8 Fent servir els mètodes i equivalents que creieu convenients, solucioneu la tensió de sortida del circuit de la figura següent.



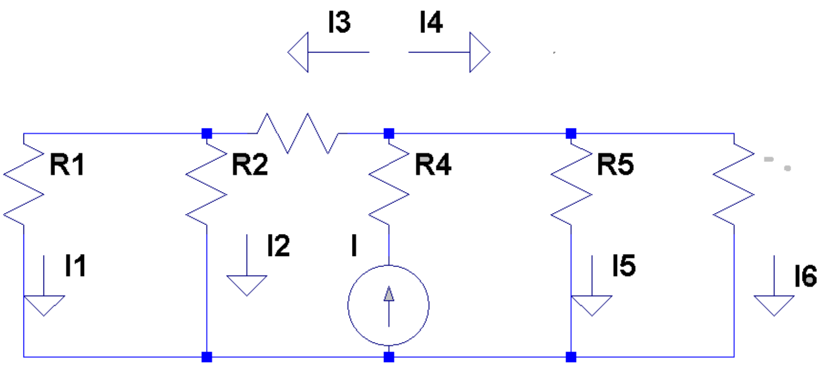
SOLUCIONS

PROBLEMA 1

Resoleu el valor del corrent a cada component del circuit fent servir el mètode de malles. Calculeu el voltatge fent servir el mètode de nodes.

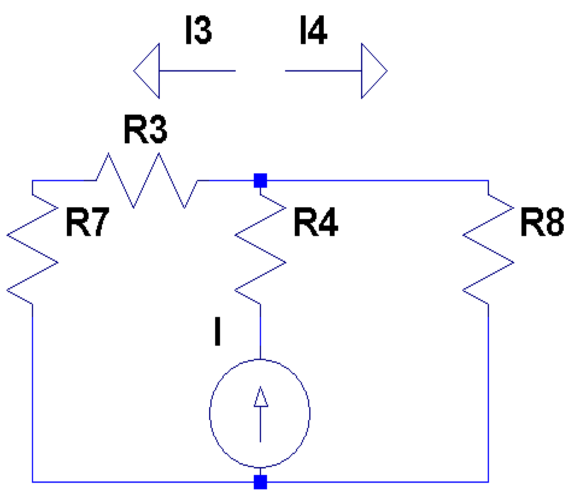
$R_1 = 12\Omega$ $R_2 = 8\Omega$ $R_3 = 5\Omega$ $R_4 = 2\Omega$ $R_5 = 6\Omega$ $R_6 = 3\Omega$

I = 13'7 A



El primer que hem de fer és simplificar el màxim el circuit per així obtenir unes equacions més senzilles.

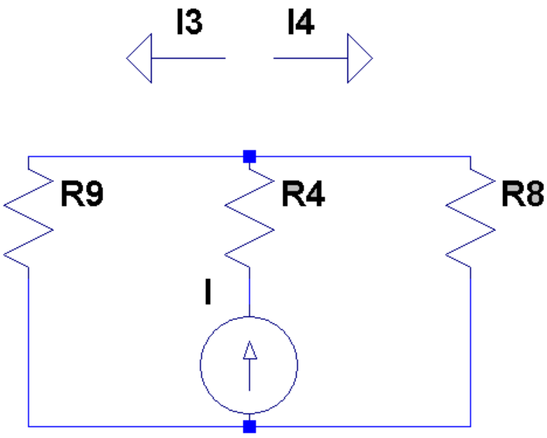
Primer farem el paral·lel de R_1 amb R_2 i R_5 amb R_6 , el circuit ens quedaria de la següent manera:



$$R_7 = R_1 \parallel R_2 = \frac{24}{5}\Omega$$

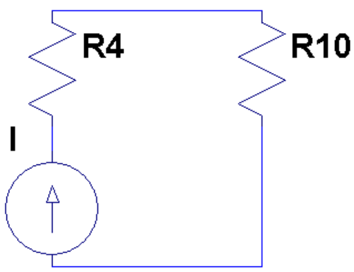
$$R_8 = R_5 \parallel R_6 = 2\Omega$$

Continuem simplificant més el circuit i aquest cop sumem les resistències en sèrie R_7 i R_3, la simplificació del circuit és la següent:



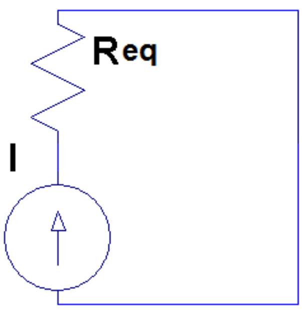
$$R_9 = R_1 + R_3 = \frac{49}{5}\Omega$$

Simplifiquem més i ara fem el paral·lel de R_9 amb R_8 i el circuit ens quedarà de la següent manera:



$$R_{10} = R_9 \parallel R_8 = \frac{98}{59}\Omega$$

L'ultima simplificació és el sèrie de R_4 amb R_{10}, i el circuit ens queda així:



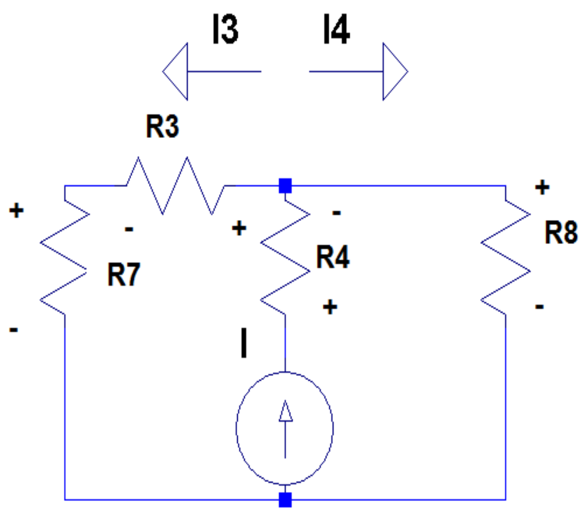
$$R_{eq} = R_4 + R_{10} = \frac{216}{59}\Omega$$

Per calcular les intensitats primer calculem el voltatge del circuit, ja que la dada obtinguda ens pot interessar:

$$V_s = IR_{eq}$$

$$V_s = 50.16\,V$$

Escollim I_3 en sentit antihorari i I_4 en sentit horari, així obtindrem l'equació que mitjançant diferents càlculs i substitucions en traurem la solució. Cal recordar que és important saber si la intensitat passa pel costat positiu o negatiu de la resistència, ja que si passem de negatiu a positiu, el signe hauria de ser negatiu.



$$V_s = I_3(R_4 + R_9) + I_4R_4$$

$$I = I_3 + I_4$$

Resolem el sistema:

$$I - I_3 = I_4$$

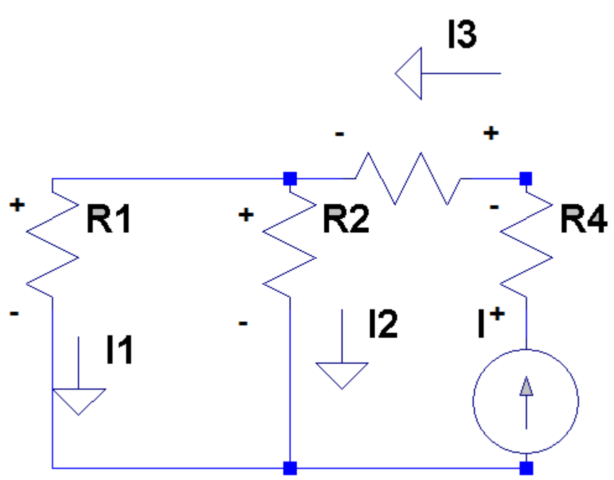
$$V_s = I_3(R_4 + R_9) + IR_4 - I_3R_4$$

$$V_s - IR_4 = I_3R_9$$

$$\frac{V_s - IR_4}{R_9} = I_3$$

$I_3 = 2.32\,A$ $\quad$ $I_4 = 11.38\,A$

Per calcular I_1 i I_2 agafem les dues en sentit antihorari i amb les equacions obtingudes, trobem els seus valors.



$$V_s = I_3(R_4 + R_3) + IR_4 + I_2R_2$$

$$0 = I_1R_1 - I_2R_2$$

$$I_3 - I_1 = I_2$$

Resolem el sistema:

$$2.32A - I_1 = I_2$$

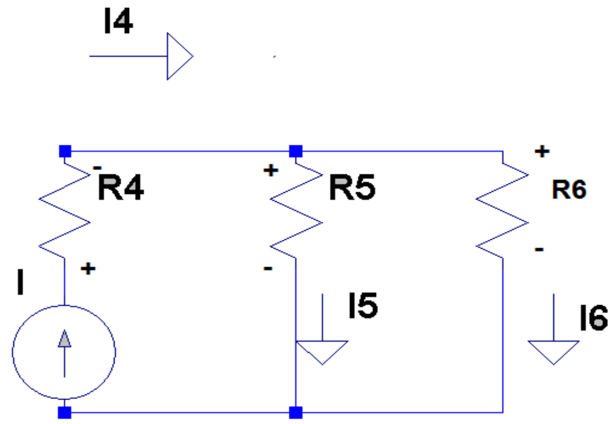
$$0 = I_1R_1 - 2.32R_2 + I_1R_2$$

$$2.32R_2 = 12I_1 + 8I_1$$

$$\frac{2.32R_2}{20} = I_1$$

$I_1 = 0.028A \qquad I_2 = 1.392A$

Per calcula I_5 i I_6 agafem les dues en sentit horari i amb les equacions obtingudes, trobem els seus valors.



$$I_4 - I_5 = I_6$$

$$0 = I_6R_6 - I_5R_5$$

Resolem el sistema:

$$0 = (I_4 - I_5)R_6 - I_5R_5$$

$$0 = 11.38R_6 - 3I_5 - 6I_5$$

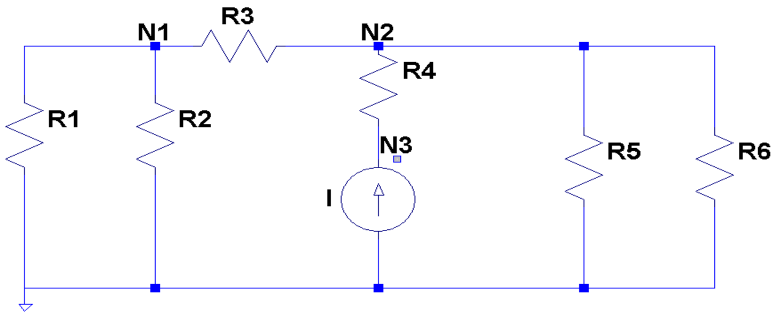
$$\frac{11.36 \cdot 3}{9} = I_5$$

$I_5 = 3.79\ A \qquad I_6 = 7.57\ A$

Solució:

$I_1 = 0.928A \quad I_2 = 1.392A \quad I_3 = 2.32A \quad I_4 = 11.38A \quad I_5 = 3.79A \quad I_6 = 7.57A$

Calculeu el voltatge fent servir el mètode de nodes.



Calculem el voltatge en els tres nodes establerts, i afegim un node referència per fer els càlculs:

Node 1:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

A partir de les intensitat podem calcular-ne el voltatge ja que $I = \frac{V}{R}$

$$\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_1}{R_2}=\frac{V_2-V_1}{R_3}$$

$$\frac{V_1}{12}+\frac{V_1}{8}=\frac{V_2-V_1}{5}$$

$$\frac{5V_1}{24}=\frac{V_2-V_1}{5}$$

$$25V_1=24V_2-24V_1$$

$$V_2=\frac{49}{24}V_1$$

Node 2:

$$I=I_3+I_4$$

A partir de les intensitat podem calcular-ne el voltatge ja que $I=\frac{V}{R}$

$$\frac{V_3-V_2}{R_4}=\frac{V_2-V_1}{R_3}+\frac{V_2}{R_5}+\frac{V_2}{R_6}$$

$$\frac{V_3-V_2}{2}=\frac{V_2-V_1}{5}+\frac{V_2}{6}+\frac{V_2}{3}$$

$$\frac{V_3-V_2}{2}=13.7\,A;\quad 13-7=\frac{V_2-V_1}{5}+\frac{V_2}{6}+\frac{V_2}{3}$$

$$13.7=\frac{6V_2-6V_1+5V_2+10V_2}{30}$$

$$411=21V_2-6V_1$$

$$411=21\cdot\frac{49}{24}V_1-6V_1;\qquad V_1=11.15V$$

$$V_2=21\cdot\frac{49}{24}V_1=22.76V$$

$$\frac{V_3-V_2}{2}=13.7;\qquad V_3=13.7\cdot 2+V_2;\qquad V_3=50.16V$$

Solució:

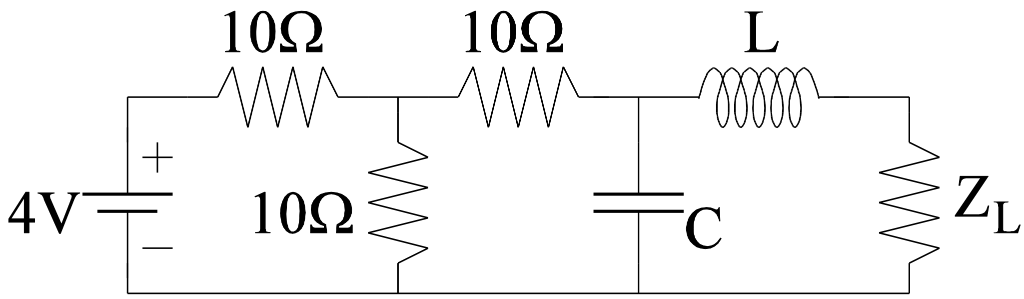
V_1 = 11,15V

V_2 = 22,76V

V_3 = 50,16V

PROBLEMA 2

Pel circuit de la figura, trobeu el valor de la tensió i del corrent a la impedància de càrrega Z_L.



Primer de tot hem de veure que el nostre circuit és de corrent continu. Això vol dir que la freqüència és 0. Per tant sabent que la impedància d'un condensador és

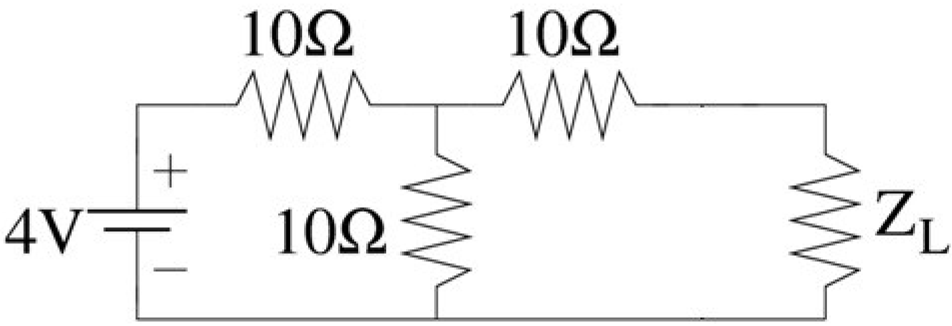
$$Z_C = \frac{1}{j2\pi fC} = \frac{1}{0} = \infty$$

Al substituir f per 0 veiem que aquesta impedància és infinit, per tant no deixa passar el corrent i tenim un circuit obert.

Tot el contrari passa amb una bobina. La impedància d'aquesta és $Z_L = j2\pi fL = 0$.

Al substituir f per 0 ens dóna una impedància també nul·la, això vol dir que deixa passar tot el corrent que passa, llavors ens trobem amb un curtcircuit.

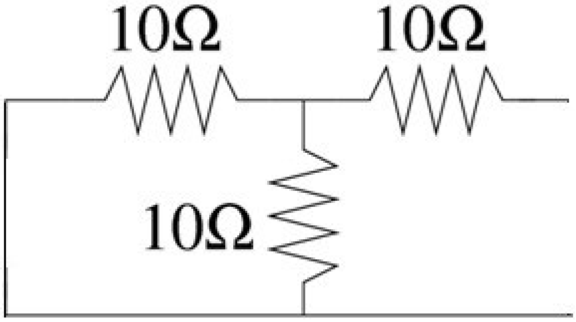
El nostre circuit ens queda d'aquesta manera:



Per evitar-nos tants càlculs i poder equivocar-nos farem l'equivalent Thévenin de la part de l'esquerra del circuit.

Primer de tot calculem la impedància Thévenin, en aquest cas resistència perquè estem en continu.

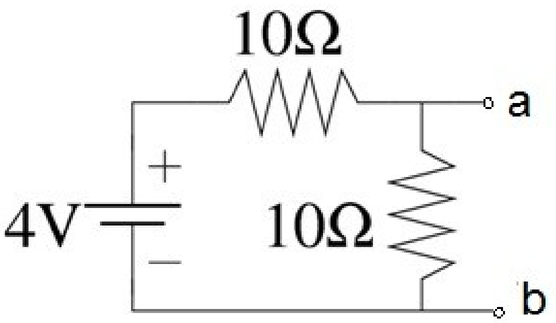
Curtcircuitem la font de tensió i ens queda:



Com que tenim dues resistències iguals en paral·lel podem dir que la resistència equivalent és la meitat d'aquestes dues, es a dir 5**Ω**. Si la sumem a la que està en sèrie de 10**Ω** tenim que Rth és:

$$R_{th} = 5\Omega + 10\Omega = 15\Omega$$

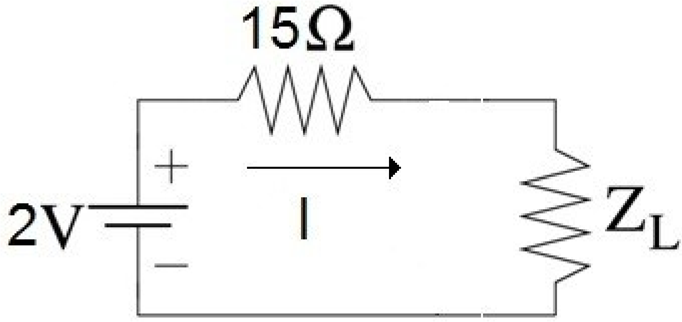
Per trobar la tensió de Thévenin podem utilitzar el divisor de tensió. La resistència que es troba més a la dreta la podem treure ja que no passa corrent per ella perquè està en circuit obert.



Volem saber la tensió que passa pels terminals ab. Per tant dividim la resistència que es troba entre els terminals ab, per la resistència total del circuit i la multipliquem pel valor de la font de tensió.

$$V_{th} = \frac{R_{ab}}{\sum R} \cdot V = \frac{10\Omega}{20\Omega} \cdot 4V = 2V$$

Ara ja tenim el nostre equivalent Thévenin



Ara simplement calculem el corrent i la tensió que passa per ZL amb la llei de d'ohm.

$$I = \frac{V_{th}}{Z_L + R_{th}} = \frac{2}{Z_L + 15} A$$

$$V_{ZL} = Z_L \cdot I = \frac{2\, Z_L}{Z_L + 15} V$$

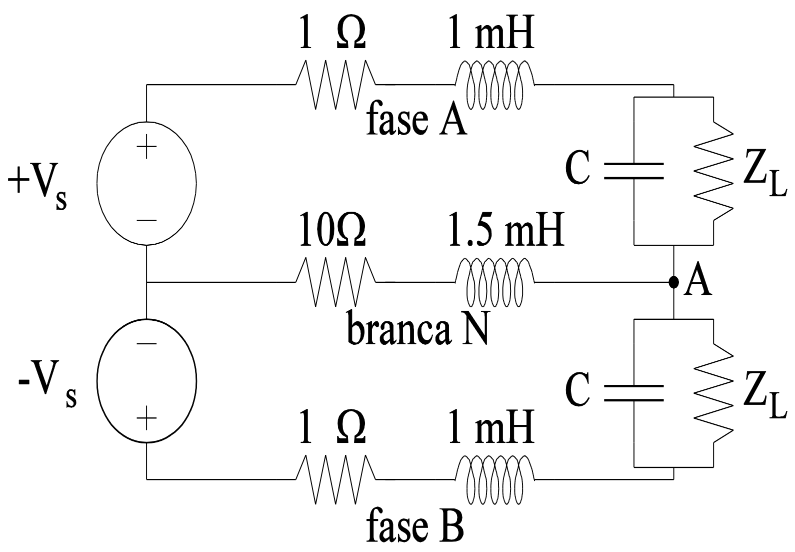
<u>Solució:</u>

El corrent que passa per Z_L és: $I = \frac{2}{Z_L+15} A$

La tensió que passa per Z_L és: $V_{ZL} = \frac{2\, Z_L}{Z_L+15} V$

PROBLEMA 3

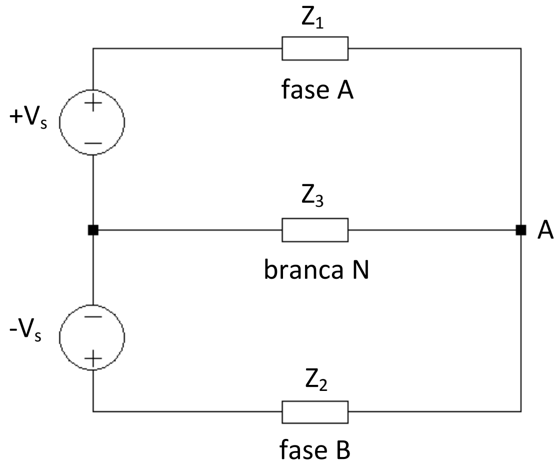
El següent circuit mostra la xarxa de distribució d'un sistema bifàsic que funciona en règim permanent a una freqüència de 100Hz. Calculeu el valor del potencial al punt A i el corrent que circula per la branca N. Si la branca de la fase A es desequilibra de tal forma que la seva impedància total és Z_A=0.95R_A+0.90 jωL_A , calculeu els valors anteriors. Creieu que és important mantenir l'equilibri de les dues fases? Raona la resposta. Suposeu C = 1mF i Z_L = 75Ω.



$$f = 100\,Hz \;\rightarrow\; \omega = 2\pi f = 200\pi\ \frac{rad}{s}$$
$$C = 1\,mF = 10^{-3}\,F$$
$$Z_L = 75\,\Omega$$

El circuit original el podem transformar en un altre de més simple simplificant les impedàncies de la fase A, les de la fase B i les de la branca N.

Obtenim el següent circuit:



on,

$$Z_1 = Z_2 = Z = R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{\frac{1}{Z_L} + j\omega C} = (1{,}03 - 0{,}96j)\Omega$$

$$Z_3 = R_2 + j\omega L_2 = (10 + 0{,}94j)\Omega$$

Només mirant el circuit ja podem obtenir una solució de manera intuïtiva seguint el següent raonament:

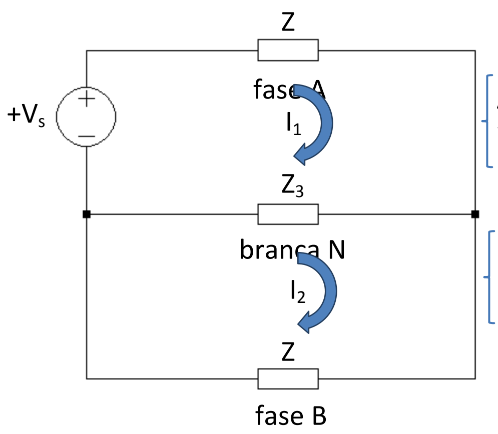
Per començar, veiem clarament que en el node que uneix la branca N amb les dues fonts tenim un voltatge de $0V$.

Després, mitjançant el Principi de Superposició, podem observar que el voltatge en el node A causat per les dues fonts per separat són iguals en valor absolut, però de signe oposat. Llavors, gràcies al Principi de Superposició, podem veure que allà existeix un voltatge també igual a $0V$.

Si la branca N té el mateix voltatge a les dues bandes, vol dir que tenim una diferència de potencial igual a $0V$, por lo tant no hi circula corrent.
(Si $V = Z_3 I \mid V = 0\,V \wedge Z_3 \neq 0\,\Omega \rightarrow I = 0\,A$).

Tenim que la intensitat en la branca N és de $0A$ i el voltatge en el node A és $0V$.

Tot i així, també hi podem arribar a aquesta conclusió mitjançant les Lleis de Kirchoff.
Fent-ho d'aquesta manera tindríem:



$$\left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \Delta V_s + \Delta V_Z + \Delta V_{Z_3} = 0 \\ V_s = Z I_1 + Z_3(I_1 - I_2) \end{array}\right] \\ \\ \left[\begin{array}{l} \Delta V_{Z_3} + \Delta V_Z = 0 \\ Z_3(I_2 - I_1) + Z I_2 = 0 \end{array}\right] \end{array}\right]$$

Tenim 2 incògnites (I_1, I_2) i 2 equacions. (Les deixem en funció de V_s).

$$I_1 = \frac{Z_3 V_s + Z V_s}{Z + Z^2}$$

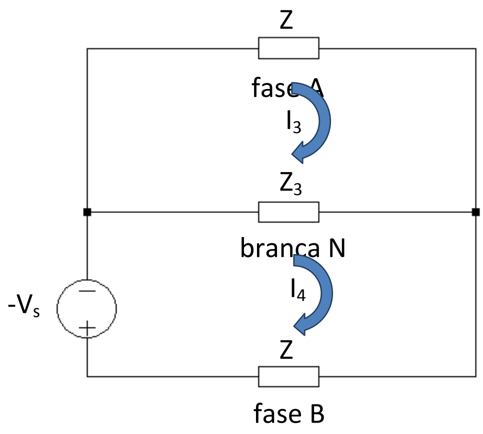
$$I_2 = -\frac{V_s}{Z_3} + \frac{\frac{Z_3 V_s + Z V_s}{1 + Z}}{Z_3} + \frac{Z_3 V_s + Z V_s}{z + z^2}$$

Tenim 2 incògnites (I_3, I_4) i 2 equacions. (Les deixem en funció de V_s).

$$I_4 = \frac{Z_3 V_s + Z V_s}{Z + Z^2}$$

$$I_3 = -\frac{V_s}{Z_3} + \frac{\frac{Z_3 V_s + Z V_s}{1 + Z}}{Z_3} + \frac{Z_3 V_s + Z V_s}{z + z^2}$$

$$\left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \Delta V_{Z_3} + \Delta V_Z = 0 \\ Z_3(I_3 - I_4) + Z I_3 = 0 \end{array}\right] \\ \\ \left[\begin{array}{l} \Delta V_s + \Delta V_Z + \Delta V_{Z_3} = 0 \\ V_s = Z I_4 + Z_3(I_4 - I_3) \end{array}\right] \end{array}\right]$$

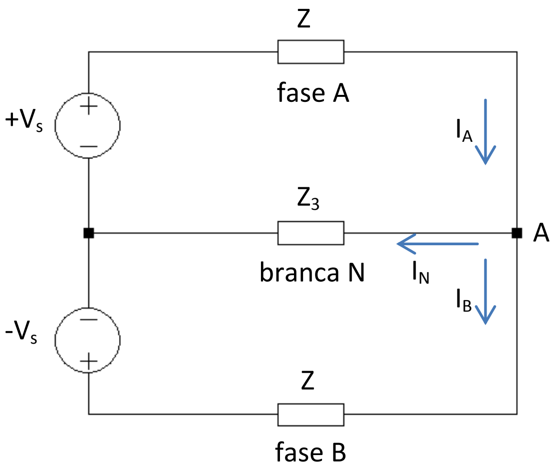


J. López, J. Sieiro
Facultat de Física, UB 2010

La intensitat de la branca N és:

$$I_n = I_1 - I_2 + I_3 - I_4 =$$

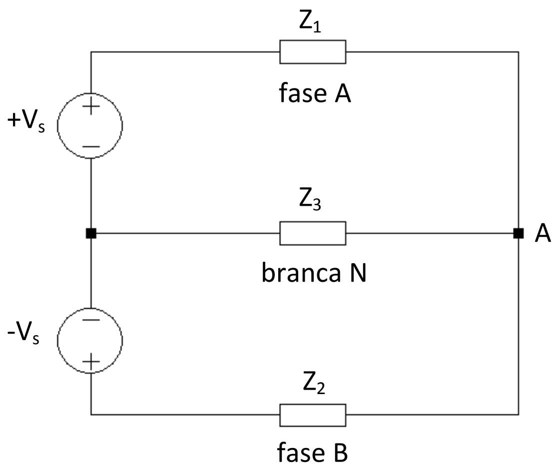
$$= \frac{Z_3V_s + ZV_s}{Z + Z^2} - \left(-\frac{V_s}{Z_3} + \frac{\frac{Z_3V_s + ZV_s}{1+Z}}{Z_3} + \frac{Z_3V_s + ZV_s}{z + z^2} \right) - \frac{V_s}{Z_3} + \frac{\frac{Z_3V_s + ZV_s}{1+Z}}{Z_3} + \frac{Z_3V_s + ZV_s}{z + z^2}$$
$$- \left(\frac{Z_3V_s + ZV_s}{Z + Z^2} \right) = \boxed{0\,A}$$



Ara per nodes aconseguim el valor de la tensió per al node A:
$I_A = I_B + I_N = I_B + 0 = I_B$

$$\frac{V_s - V_A}{Z} = \frac{V_A - (-V_s)}{Z} \quad \rightarrow \quad V_s - V_A = V_A + V_s \quad \rightarrow \quad \boxed{V_A = 0\,V}$$

Ara el problema ens demana els mateixos valors, però amb impedàncies diferents a les dues fases (trencant l'equilibri). El procediment serà exactament igual al realitzat en el primer apartat (la part feta amb les Lleis de Kirchoff).



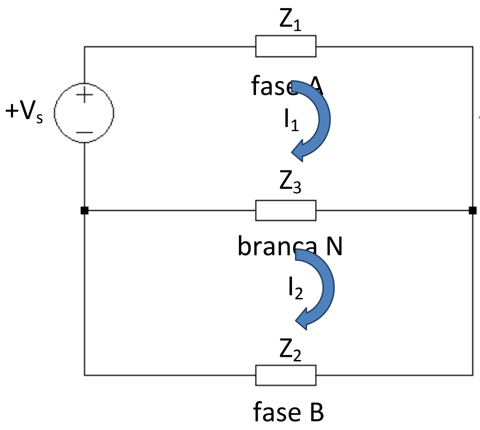
on,

$$Z_1 = 0{,}95R_1 + 0{,}90j\omega L_1 + \frac{1}{\frac{1}{Z_L} + j\omega C} = (0{,}98 - 1{,}03j)\Omega$$

$$Z_2 = R_3 + j\omega L_3 + \frac{1}{\frac{1}{Z_L} + j\omega C} = (1{,}03 - 0{,}96j)\Omega$$

$$Z_3 = R_2 + j\omega L_2 = (10 + 0{,}94j)\Omega$$

Ja sabent el valor de les impedàncies de les fases i la branca, procedim a aplicar les Lleis de Kirchoff juntament amb el Principi de Superposició.



$$\left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \Delta V_S + \Delta V_{Z_1} + \Delta V_{Z_3} = 0 \\ V_S = Z_1 I_1 + Z_3 (I_1 - I_2) \end{array}\right] \\ \\ \left[\begin{array}{l} \Delta V_{Z_3} + \Delta V_{Z_2} = 0 \\ Z_3 (I_2 - I_1) + Z_2 I_2 = 0 \end{array}\right] \end{array}\right]$$

Tenim 2 incògnites (I_1, I_2) y 2 equacions.

(Les deixem en funció de V_s).

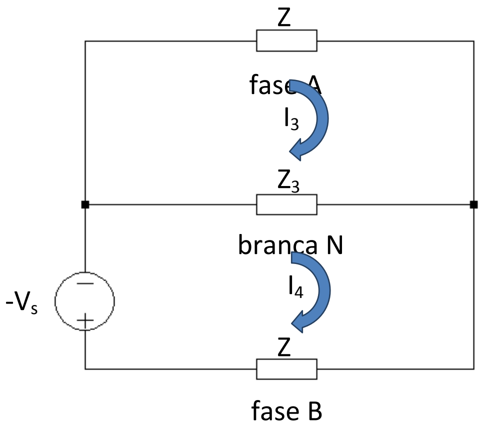
$I_1 = [(0{,}28 + 0{,}25j)V_S]\ A$
$I_2 = [(0{,}23 + 0{,}25j)V_S]\ A$

Tenim 2 incògnites (I_3, I_4) y 2 equacions.

(Les deixem en funció de V_s).

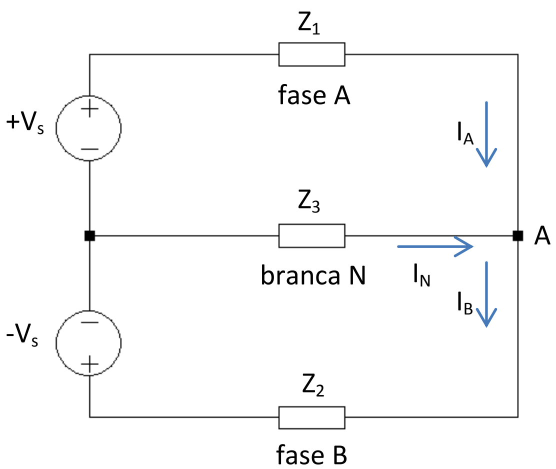
$I_4 = [(0{,}28 + 0{,}25j)V_S]\ A$
$I_3 = [(0{,}23 + 0{,}25j)V_S]\ A$

$$\left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \Delta V_{Z_3} + \Delta V_{Z_1} = 0 \\ Z_3 (I_3 - I_4) + Z_1 I_3 = 0 \end{array}\right] \\ \\ \left[\begin{array}{l} \Delta V_S + \Delta V_{Z_2} + \Delta V_{Z_3} = 0 \\ V_S = Z_2 I_4 + Z_3 (I_4 - I_3) \end{array}\right] \end{array}\right]$$



La intensitat de la branca N és el resultat de:

$I_n = I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = \boxed{[-(1{,}7.10^{-4} + 2{,}7.10^{-3}j)V_S]\ A}$



Ara per nodes aconseguim el valor de la tensió per al node A:

$I_A + I_N = I_B$

$\frac{V_S - V_A}{Z_1} + \frac{0 - V_A}{Z_3} = \frac{V_A - (-V_S)}{Z_2} \rightarrow$

$\boxed{V_A = [-(4{,}2.10^{-3} - 2{,}7.10^{-2}j)V_S]\ V}$

Finalment, se'ns pregunta per quina raó creiem important mantenir un equilibri entre les 2 fases. La raó principal és econòmica. Ens evitem tot el conductor i components de la branca N. A lo millor per a un circuit petit no té gaire importància, però seria molt diferent si ens trobéssim en el cas d'un circuit extremadament gran (amb el conseqüent cost elevat).

Solucions:

a) $I_N = 0\,A \quad ; \quad V_A = 0\,V$

b) $I_N = [-(1{,}7.10^{-4} + 2{,}7.10^{-3}j)V_s]\,A \quad ; \quad V_A = [-(4{,}2.10^{-3} - 2{,}7.10^{-2}j)V_s]\,V$

*Els resultats obtinguts en l'apartat *b* en aquest document són diferents als obtinguts a l'exposició fet a la pissarra ja que aquí s'ha pres Z_I com a Z_A més les impedàncies del condensador i la resistència del final de la fase *A* en paral·lel (a la pissarra es va prendre Z_I=Z_A directament sota la nostra interpretació del enunciat del problema).

PROBLEMA 4

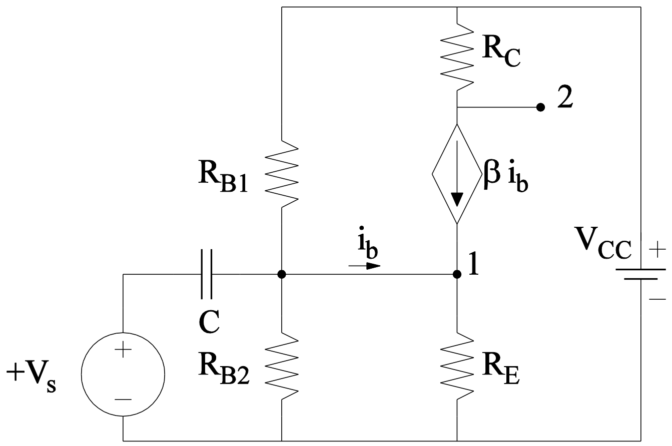
Fent servir el mètode que creieu més convenient, calculeu el valor del voltatge al node 2 (V2) en funció de les fonts de continua Vcc i alterna Vs. Resoleu fent servir els següents valors:

$R_1 = 10K, \qquad R_2 = 2.5K,$

$R_c = 1K, \qquad R_e = 400$

$V_{cc} = 15V$

$V_s = 10^{-3}\cos(2\pi t)$

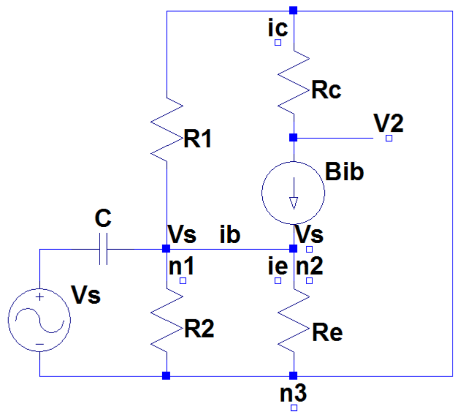


Per a resoldre el circuit de la manera més convenient, fem servir el mètode de superposició. Primer resolem el valor de V2 des de la font d'alterna, després des de la font de contínua i sumem els resultats.

1.Font alterna

Traiem la font de continua $V_{cc} = 15V$

Calculem el valor de la impedància Z_c: $Z_c = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\infty} = 0$



Si aquesta és 0, no tenim caiguda de potencial, per tant, el valor del potencial al node 1 és el mateix que el de la font V_s.

Entre els nodes 1 i 2 tampoc hi ha cap caiguda de potencial, també és el mateix valor que V_s.

Per a trobar el valor de V_2, primer hem de trobar els valors de les intensitats i_c i i_b perquè V_2 depèn d'aquestes.

Fent servir el mètode de nodes, al node 2 tenim que $i_e = i_b + i_c$

Podem veure que la intensitat i_c és la mateixa que la de la font depenent βi_b per tant, $i_c = \beta i_b$

Substituïm: $i_e = i_b + \beta i_b$ i ens queda: $i_e = i_b(\beta + 1)$

A la branca per on circula la intensitat $i_e$veiem que $i_e = \frac{V_s}{R_e}$ i també ho substituïm, tenim: $\frac{V_s}{R_e} = i_b(\beta + 1)$

Aïllem i trobem i_b: $i_b = \frac{V_s}{R_e(\beta+1)}$

Com ja hem dit que $i_c = \beta i_b$ també podem trobar i_c: $i_c = \beta \frac{V_s}{R_e(\beta+1)}$

Ja podem trobar V_2, escrivim l'equació de la branca on cau V_2:

$$0 - V_2 = i_c R_c$$

$$V_2 = -i_c R_c = -\beta i_c R_c$$

$$V_2 = -\beta \frac{V_s}{R_e(\beta + 1)} R_c$$

Normalment, considerem un valor de β molt gran, així ens queda que V_2 és: $V_2 = \frac{V_s}{R_e} R_c$

Donem valors:

$$V_2 = \frac{10^{-3}\cos(2\pi t)}{400} 1000 = \frac{1}{400}\cos(2\pi t)$$

$$V_2 = \frac{1}{400}\cos(2\pi t)\ [V]$$

<u>2.Font contínua</u>

Traiem la font alterna V_s.

Tornem a utilitzar el mètode de nodes per a trobar la caiguda de potencial V_2. Ara, entre els nodes 1 i 2 hi ha una caiguda de potencial V_x que desconeixem.

L'equació del nus 2 és la mateixa que en el cas anterior, $i_e = i_b + i_c$ però ara aïllem V_x.

La intensitat i_e és: $i_e = \frac{V_x}{R_e}$

Substituïm a l'equació de nus i aïllem V_x: $\frac{V_x}{R_e} = i_b(\beta + 1)$

$$V_s = R_e i_b(\beta + 1)$$

Escrivim l'equació del nus 1 segons les intensitats, substituïm V_x per l'equació trobada anteriorment i aïllem la intensitat i_b que és la que necessitem trobar.

L'equació del nus és: $i_1 = i_2 + i_b$

$$\frac{V_{cc} - V_x}{R_1} = \frac{V_x - 0}{R_2} + i_b$$

Passem $V_x$només a una banda: $\frac{V_{cc}}{R_1} = \frac{V_x}{R_1} + \frac{V_x}{R_2} + i_b$

Traiem factor comú de V_x i veiem que tenim les resistències dividint, podem substituir-les per l'admitància, ja que aquesta és la inversa de la resistència.

$\Upsilon_1 = \frac{1}{R_1}$ $\quad \Upsilon_2 = \frac{1}{R_2}$ $\quad \frac{V_{cc}}{R_1} = V_x\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + i_b$

$$V_{cc}\Upsilon_1 = V_x(\Upsilon_1 + \Upsilon_2) + i_b$$

Podem substituir V_x i aïllar la intensitat: $V_{cc}\Upsilon_1 = i_b R_e(\beta + 1)(\Upsilon_1 + \Upsilon_2) + i_b$

$$V_{cc}\Upsilon_1 = i_b(R_e(\beta + 1) + 1)(\Upsilon_1 + \Upsilon_2)$$

$$i_b = \frac{V_{cc}\Upsilon_1}{(R_e(\beta + 1) + 1)(\Upsilon_1 + \Upsilon_2)}$$

Substituïm la resistència R_e per l'admitància $\Upsilon_3 = \frac{1}{R_e(\beta+1)}$ i finalment tenim que la intensitat és:

$$i_b = \frac{V_{cc}\Upsilon_3\Upsilon_1}{(\Upsilon_1 + \Upsilon_2)}$$

Com en el cas anterior, trobem V_2 amb l'equació de la branca:

$$V_{cc} - V_2 = i_c R_c = -\beta i_c R_c$$

Donem valors i veiem que el resultat ens queda en funció de β:

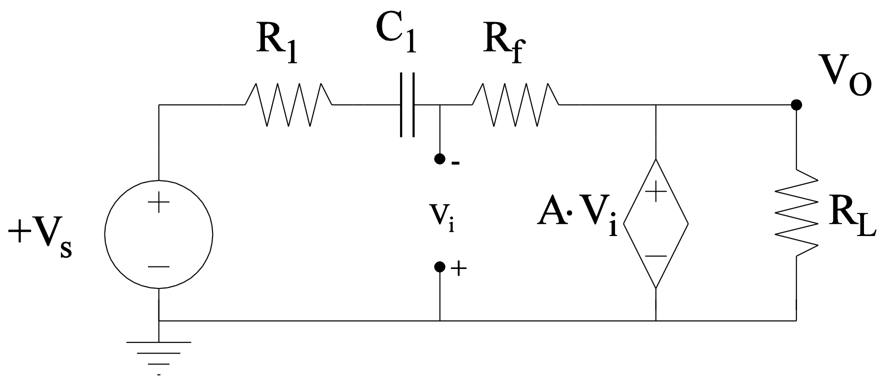
$$V_2 = 15 - \beta 26.8\ [V]$$

Finalment sumem els resultats de V_2 de la font alterna i de la font contínua:

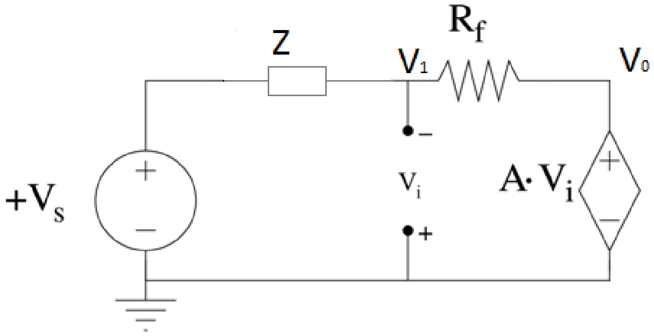
$$\boxed{V_2 = V_{alt} + V_{cont} = \frac{1}{400}\cos(2\pi t) + 15 - \beta 26.8\ [V]}$$

PROBLEMA 5

Pel circuit de la figura 5, resoleu la tensió al node de sortida V_o en funció de la tensió d'entrada V_s. Feu servir el mètode que considereu mes adient. Si R_1 és zero i A → ∞, quina és la resposta del circuit V_o/V_s ? Per a aquest últim cas, i fent C_1=1μF, Rf= 1KΩ, calculeu el fasor de sortida si el fasor d'entrada és $VS=3e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{j\omega t}$ on ω pren els valors 2π100, 2π× 10^3, 2π× 10^5.



Primer de tot mirem de simplificar el circuit. Veiem que R_1 i C_1 estan connectats en sèrie, per tant, podem substituir-los per una impedància Z. Conjuntament, s'observa que R_L no afecta en absolut al valor de V_0, ja que resultarà el mateix que el donat per la font independent. Així doncs, per una resolució més amena del problema, podem usar el següent circuit:



On $V_1 = -V_i$, $V_o = AV_i \rightarrow V_1 = \frac{-V_o}{A}$

a) Resolem per nodes:

$$\frac{V_s - V_1}{Z} = \frac{V_1 - AV_i}{R_f} \Rightarrow \frac{V_s + V_i}{Z} = \frac{-V_i - AV_i}{R_f} \Rightarrow \frac{V_s + \frac{V_0}{A}}{Z} = \frac{-\frac{V_0}{A} - V_0}{R_f}$$

$$V_s = \frac{ZV_0(-\frac{1}{A} - 1)}{R_f} - \frac{V_0}{A} \;=>\; V_0 = \frac{AV_sR_f}{ZA\left(-\frac{1}{A} - 1\right) - R_f}$$

SOLUCIÓ:

$$V_0 = \frac{-AV_sR_f}{Z(1 + A) + R_f}$$

b) $R_1 = 0 => Z = \frac{1}{j\omega C}$; $A \to \infty$

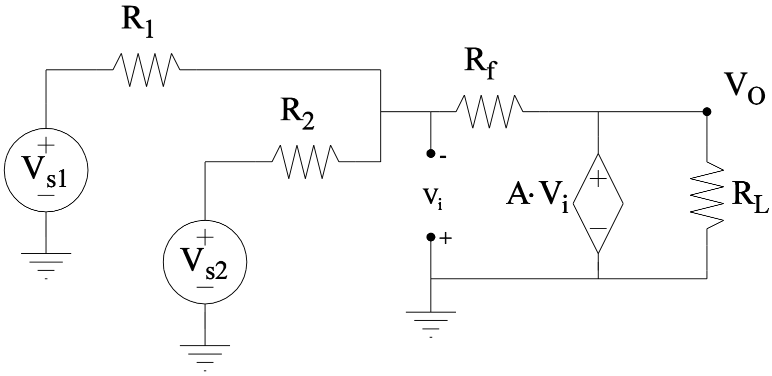
SOLUCIÓ: $\frac{V_0}{V_s} = R_f j\omega C$

c) Substituïm els valors:

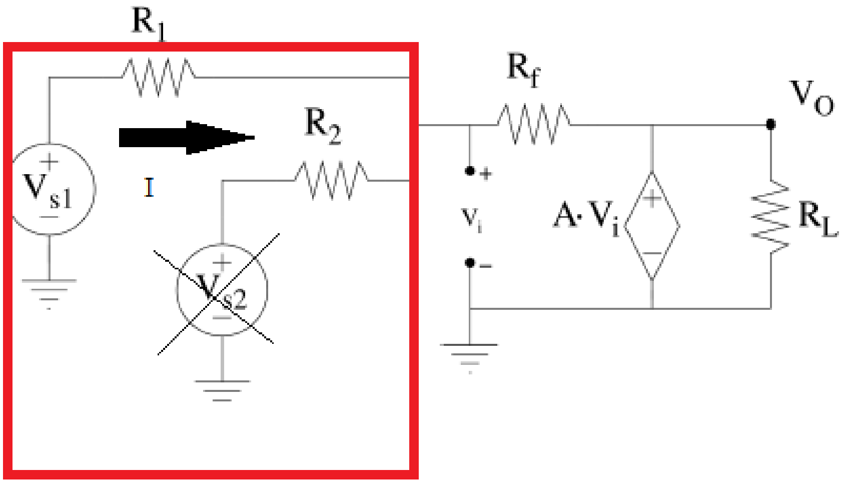
$\omega(Hz)$	$2\pi100$	$2\pi10^3$	$2\pi10^5$
$V_0(V)$	$0{,}6\pi e^{-j\frac{3\pi}{4}} e^{j2\pi100t}$	$6\pi e^{-j\frac{3\pi}{4}} e^{j2\pi10^3t}$	$600\pi e^{-j\frac{3\pi}{4}} e^{j2\pi10^5t}$

PROBLEMA 6

El circuit de la figura 6 es un sumador analògic basat en un amplificador operacional. Trobeu el valor de la tensió de sortida en funció de les dues entrades. Que succeeix si A → ∞?



Inicialment ens centrarem en l'àrea vermella.



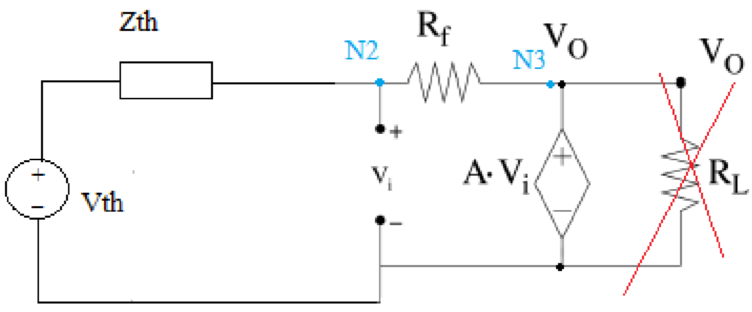
Primer fem superposició, així que curtcircuitem la segona font per poder fer l'equivalent de Thévenin de la font Vs1 i com són el mateix, l'equivalent de Thévenin de la font Vs2 serà igual al de Vs1 però amb diferent subíndex.

Després d'aplicar superposició fem l'equivalent de Thévenin entre els dos potencials i obtenim que per calcular la impedància equivalent en Thévenin curtcircuitem l'altra font per poder veure que les resistències estan en paral·lel:

Vth1 = $\frac{Vs1}{R1+R2} \cdot R2$ de manera que Vth2 = $\frac{Vs2}{R1+R2} \cdot R1$ i Zth = R1||R2

Vth_{total} = Vth1 + Vth2

De manera que ja podem muntar el circuit equivalent:



On observem que podem conectar la sortida de Vi i la de Vth ja que els 2 van a terra, i que Vo és el mateix a la Font dependent (A·Vi) que a la resistència RL, de manera que la resistència RL no interesa en el nostre circuit.

Per superposició observem:

$\frac{\mathrm{Vth}-\mathrm{V2}}{Zth} = \frac{V2-V3}{Rf}$ on V3= Vo ; V2 = -Vi ; Vo= AVi

Substituïm i obtenim:

$$\frac{\mathrm{Vth}+\mathrm{Vi}}{Zth} = \frac{-\mathrm{Vi}-\mathrm{Vo}}{Rf} = \frac{-\mathrm{Vi}-\mathrm{A}\cdot\mathrm{Vi}}{Rf}$$

Aïllem Vi i obtenim:

$$\mathrm{Vi} = \frac{-\mathrm{Rf}\cdot\mathrm{Vth}}{\mathrm{Rf}+\mathrm{Zth}(1+\mathrm{A})}$$

Si ara recordem que $\mathrm{V_o} = A \cdot V_i$ i que $Vth_{total} = V_{th1} + V_{th2} = \frac{Vs1}{R1+R2} \cdot R2 + \frac{Vs2}{R1+R2} R1$ obtenim que la tensió de sortida Vo és:

$$\mathrm{Vo} = \frac{\mathrm{A}(-\mathrm{Rf}\cdot\mathrm{Vth})}{\mathrm{Rf}+\mathrm{Zth}(1+\mathrm{A})} = \frac{-A\cdot Rf + \frac{A\cdot Vs1\cdot R2}{R1+R2} + \frac{A\cdot Vs2\cdot R1}{R1+R2}}{Rf+Zth(1+A)}$$

En funció de V_{s1} i V_{s2}.

Desprès volem calcular què pasa quan A tendeix a infinit. (Lim)

$$\lim_{A\to\infty} Vo = \lim_{A\to\infty} \frac{-A\cdot Rf + \frac{A\cdot Vs1\cdot R2}{R1+R2} + \frac{A\cdot Vs2\cdot R1}{R1+R2}}{Rf+Zth(1+A)}$$

Com dona indeterminació, utilitzem Hôpital i obtenim:

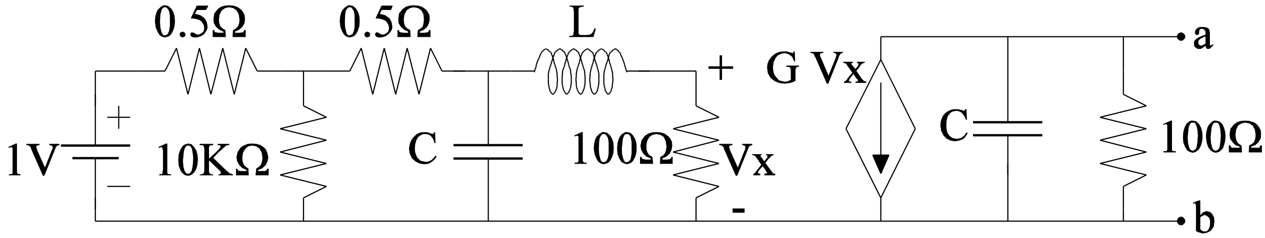
$$\lim_{A\to\infty} \frac{-A\cdot Rf + \frac{A\cdot Vs1\cdot R2}{R1+R2} + \frac{A\cdot Vs2\cdot R1}{R1+R2}}{Rf+Zth(1+A)} = \frac{-\mathrm{Rf}\cdot\frac{Vs1}{R1+R2}\cdot R2 - \mathrm{Rf}\cdot\frac{Vs2}{R1+R2}\cdot R1}{Zth}$$

Llavors substituint Zth per R1//R2, obtenim que si A tendeix a infinit Vo dóna:

$$Vo = \frac{-\mathrm{Rf}\cdot\frac{Vs1}{R1+R2}\cdot R2 - \mathrm{Rf}\cdot\frac{Vs2}{R1+R2}\cdot R1}{R1||R2}$$

PROBLEMA 7

Determineu el circuit equivalent Thévenin respecte els terminals *a* i *b* del següent circuit. Calculeu el seu equivalent Norton. Quin és el voltatge de sortida si es connecta una resistència de 300Ω entre aquests terminals?



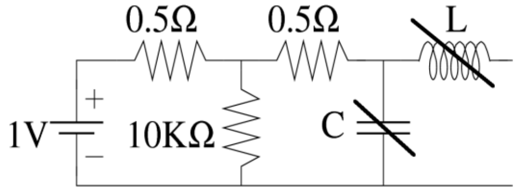
Primer simplifiquem la primera part del circuit mitjançant Thévenin sense comptar amb la resistència de 100 Ω.

Com que aquest circuit és de corrent contínua: ω = 0

Així que:

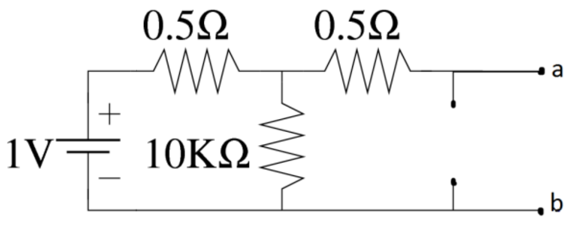
$$C = \frac{1}{j\omega c} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$L = j\omega c = 0$$



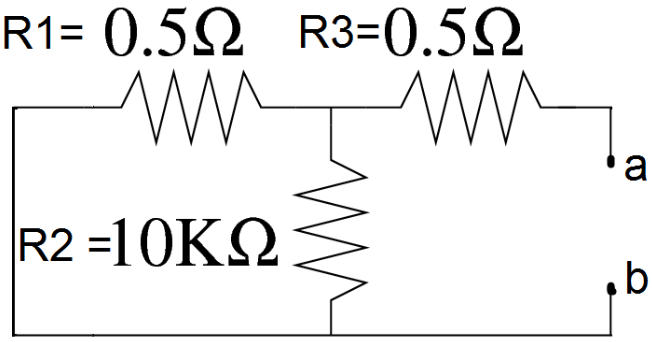
A conseqüència d'això on estava el condensador obtindrem un circuit obert , ja que la resistència que genera es infinita i no permetrà el pas del corrent.

On es tenia la bobina tindrem un curtcircuit ja que la bobina no omet cap resistència i no afecta al corrent. Així que el circuit al que tindrem que trobar l'equivalent Thévenin serà el següent:



El següent pas serà trobar la Impedància Thévenin. Per fer això eliminarem la font de tensió i observarem les resistències i veurem que tenim un circuit bastant senzill.

En aquest cas tenim R1 i R2 en paral·lel , després tenim R3 en sèrie. Així que :

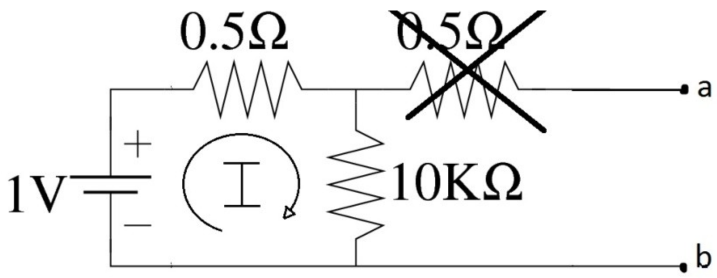


$$\frac{1}{R} = \frac{1}{0.5\Omega} + \frac{1}{10K\Omega}$$

$$R = 0.49\Omega$$

$$R_{th} = 0{,}99\Omega$$

Una vegada obtinguda la Impedància de Thévenin , procedim a obtenir la Tensió de Thévenin. En aquesta tornem a connectar la font i hem de tenir en conte que per la resistència de 0.5 Ohms no i calculem el V_{th} de la següent forma.

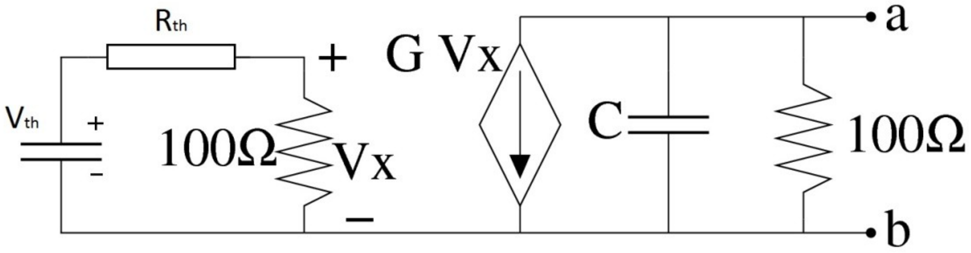


$$V_{th} = IR = \left(\frac{V}{R}\right)R = \left(\frac{1V}{0.5\Omega + 10k\Omega}\right)10k\Omega$$

$$V_{th} = 0.99V$$

El corrent es el voltatge del circuit partit per la resistència total que afectarà al corrent que seran les dues primeres resistències de 0.5Ω + 10kΩ que estan en sèrie. Per treure final ment la tensió de Thévenin multiplicarem la tensió del circuit ($\frac{1V}{0.5\Omega+10k\Omega}$) per la resistència que provoca la caiguda de tensió entre a i b , és a dir la resistència de 10kΩ.

El circuit ens quedarà de la següent forma.

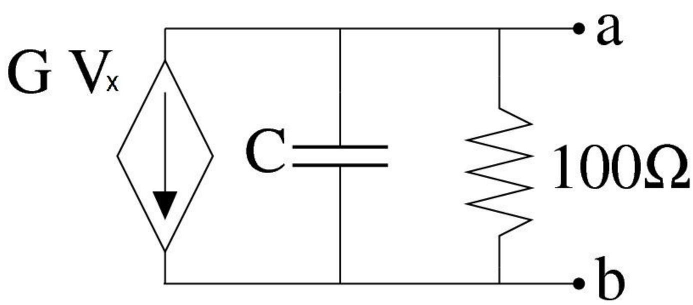


Ara haurem de conèixer el valor de Vx per poder seguir amb la següent part del circuit.

Treure Vx és relativament senzill ja que la podem treure ràpidament mitjançant la fórmula de la llei d'Ohm. Només hem de multiplicar la intensitat de la malla pels 100Ω que són els que provoquen la caiguda de tensió. La intensitat de la malla l'obtenim dividint la tensió de Thévenin per la suma de les resistències, que seran dos i estaran en sèrie (R_{th} i els 100Ω).

$$V_x = \left(\frac{V_{th}}{R_{th} + 100\Omega}\right) \cdot 100\Omega = \left(\frac{0.99}{0.99 + 100\Omega}\right) \cdot 100\Omega = 0.99V$$

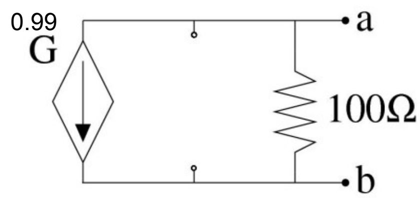
Una vegada tenim el valor de Vx seguim amb la següent part del circuit.

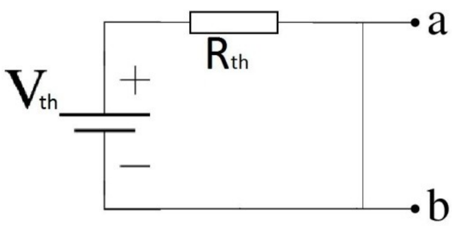


La següent part del circuit la resoldrem mitjançant Norton. Primer observem que es pot simplificar, i tornem a trobar-nos un condensador el qual com ja he explicat anteriorment quedarà en circuit obert ja que estem en corrent contínua i la freqüència d'aquesta és 0 així que el condensador quedaria com una resistència infinitament gran. També observem que la font dependent ens donarà una intensitat de G , ja que Vx = 0.99 i el corrent generat es igual a 0.99G·Vx.

El circuit que ens quedarà serà el següent:

De aquest circuit, farem un equivalent Thevennin del qual la nostre solució sera la V_{th}





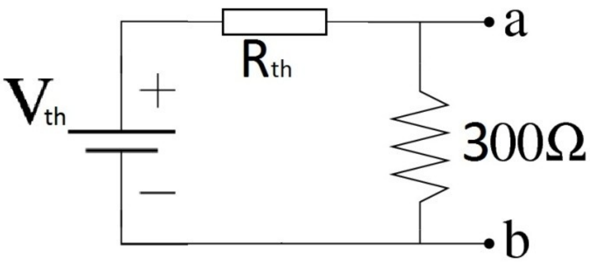
$I = 0.99G\ Ampers$

$R = R_{th} = 100\Omega$

$V_{th} = I \cdot R = 0.99G\ [A] \cdot 100\Omega$

$\boxed{V_{th} = 99G\ Volts}$

Per últim el problema ens pregunta quin és el voltatge de sortida si es connecta una resistència de 300Ω entre aquests terminals. Així que el circuit a calcular serà el següent:



És un circuit molt senzill de resoldre de la següent forma.

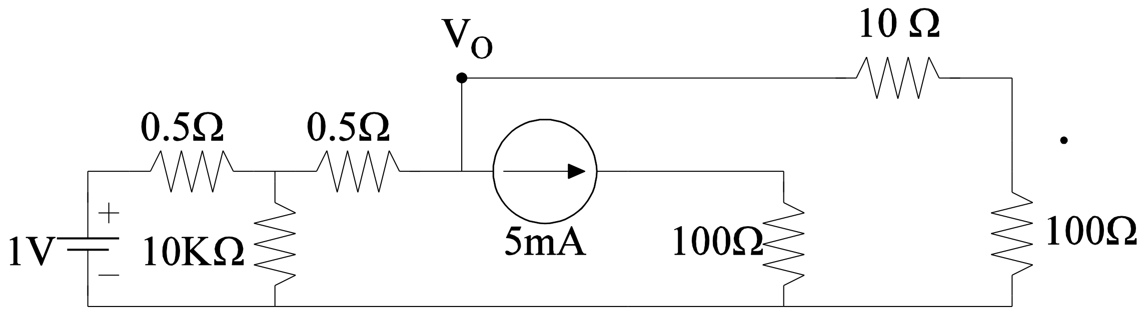
Rth i 300Ω són un divisor de tensió, així que la tensió calcularem mitjançant la expressió de divisor de tensió que es la següent:

$$V_{out} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot V_{in}$$

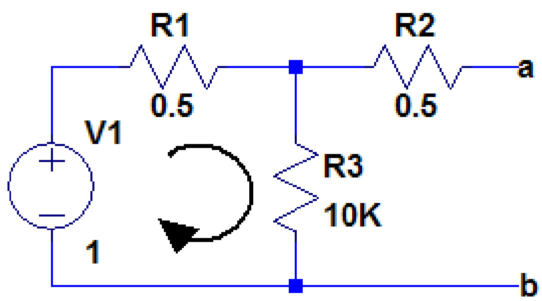
$$\boxed{V = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot V_{in} = \left(\frac{300\Omega}{R_{th} + 300\Omega}\right) \cdot V_{th} = \left(\frac{300\Omega}{100\Omega + 300\Omega}\right) \cdot 99G\ Volts = 74{,}25G\ Volts}$$

PROBLEMA 8

Fent servir els mètodes i equivalents que creieu convenients, solucioneu la tensió de sortida del circuit de la figura següent.



Fem Thévenin per calcular la intensitat, R_{TH} i V_{TH}. Obrim el circuit de tal forma que, per a la segona resistència (R_2), no passi corrent. Calcularem la intensitat que passa per la primera malla:



$$V_{th} = V_{ab} = I \cdot R$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{1V}{0.5\Omega + 10k\Omega} = 9.9 \cdot 10^{-5} A$$

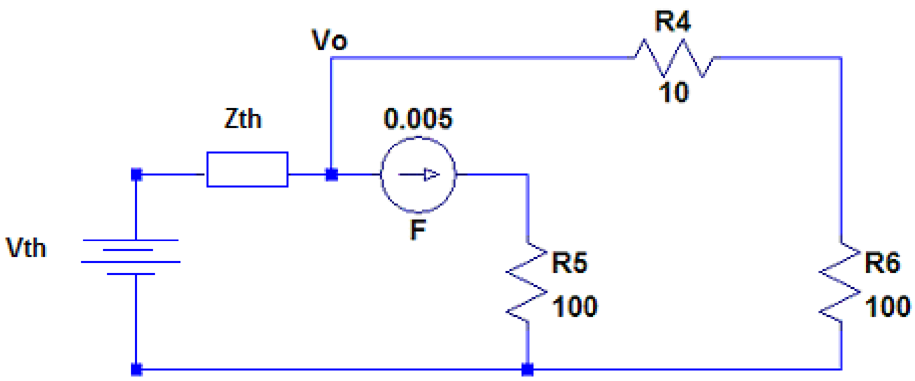
Calcularem el voltatge de Thévenin multiplicant la intensitat que passa per la primera malla per la resistència de 10k:

$$V_{th} = 9.9 \cdot 10^{-5} A \cdot 10k\Omega = 0.99\text{V}$$

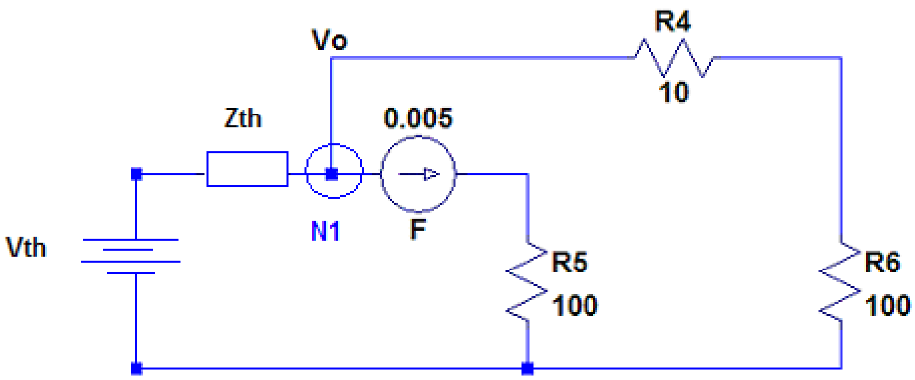
Calcularem la impedància fent el paral·lel de les resistències R_2 i R_3 i calcularem el resultat en sèrie amb la resistència R_1:

Z_{TH} = (0.5Ω || 10kΩ) + 0.5Ω = 0.99Ω

Dibuixarem a continuació el circuit equivalent un cop hem fet Thévenin:



Per solucionar, farem les equacions del node 1:



$$\frac{V_{th} - Vo}{Z_{th}} = \frac{V_o}{110\Omega} + 5 \cdot 10^{-3} A$$

$$\frac{0.99V - Vo}{0.99\Omega} = \frac{V_o}{110\Omega} + 5 \cdot 10^{-3} A$$

$$\frac{1}{110} V_o + 5 \cdot 10^{-3} = 1 - 1.01 V_o$$

$$V_o = 0.986V$$

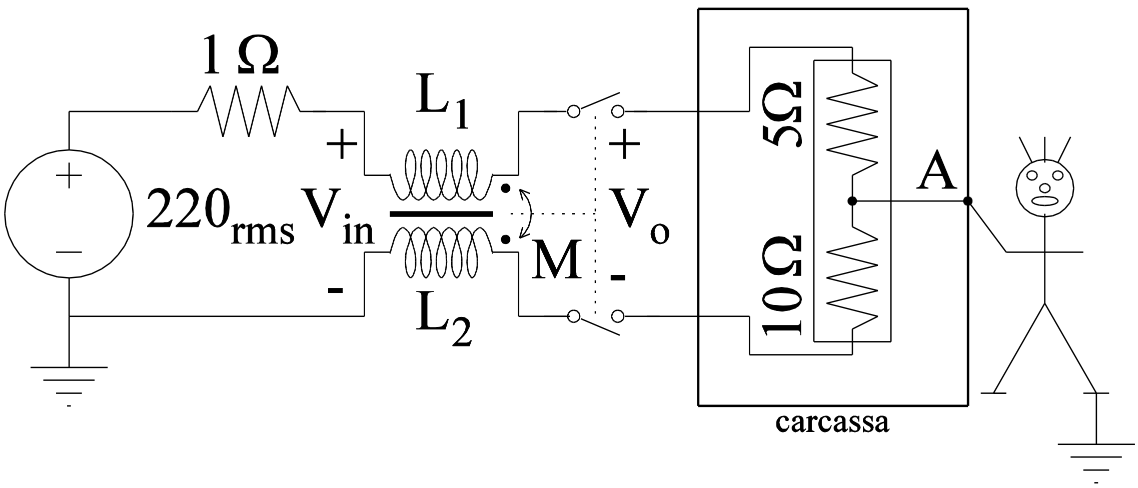
<u>SOLUCIÓ: Vo = 0.986 V</u>

TEMA 3

ENUNCIATS

Problema 1 El següent circuit representa la part elèctrica d'un disjuntor diferencial connectat a un aparell d'impedància equivalent Z_L= 15Ω. Per error en el disseny de l'aparell, hi ha un punt de mala connexió que fa que la carcassa metàl·lica quedi en contacte amb el circuit en el punt A. El transformador del disjuntor és de tipus solenoide toroïdal amb valors de $L_1 = L_2$ de 10mH i M = 0.95mH; la xarxa elèctrica funciona a una freqüència de 50Hz i 220V rms.

a) Si el disjuntor no es dispara, determineu la resistència que ha d'oferir una persona per a que aquesta pugui entrar en fibril·lació.
b) En condicions normals de funcionament, quina és la caiguda de tensió a l'entrada del disjuntor V_{in}? I quina és la caiguda a la sortida V_o? Quin és el flux magnètic total a l'interior del toroide?
c) Calculeu el valor del flux al toroide si es deriva 30mA a terra a través de l'individu. Quina potència reactiva s'emmagatzema?



SOLUCIONS

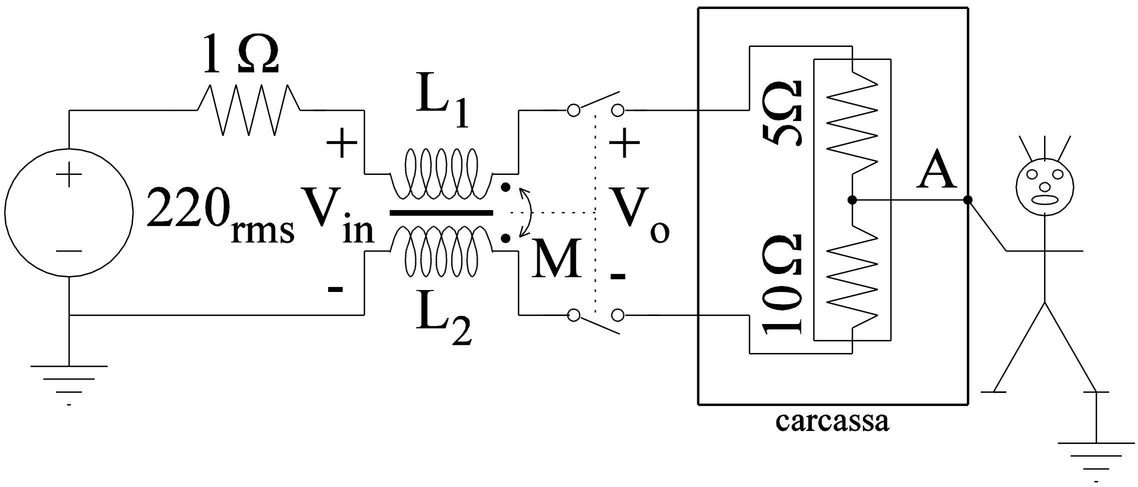
PROBLEMA 1

El següent circuit representa la part elèctrica d'un disjuntor diferencial connectat a un aparell d'impedància equivalent Z_L= 15Ω. Per error en el disseny de l'aparell, hi ha un punt de mala connexió que fa que la carcassa metàl·lica quedi en contacte amb el circuit en el punt A. El transformador del disjuntor és de tipus solenoide toroïdal amb valors de $L_1 = L_2$ de 10mH i M = 0.95mH; la xarxa elèctrica funciona a una freqüència de 50Hz i 220V rms.

a) Si el disjuntor no es dispara, determineu la resistència que ha d'oferir una persona per a que aquesta pugui entrar en fibril·lació.

b) En condicions normals de funcionament, quina és la caiguda de tensió a l'entrada del disjuntor V_{in}? I quina és la caiguda a la sortida V_o? Quin és el flux magnètic total a l'interior del toroide?

c) Calculeu el valor del flux al toroide si es deriva 30mA a terra a través de l'individu. Quina potència reactiva s'emmagatzema?



a) Per error en el disseny de l'aparell, hi ha una mala connexió que fa que es produeixi un escapament, i a la vegada crea una segona malla on s'escapa intensitat. En aquesta malla creada, està situada la persona (que fa de resistència).

Per al càlcul de la resistència que ha de tenir la persona per que arribi a la fibril·lació, tenim en compte que la intensitat que passa per la persona ha de ser major que 0.5A.

- Ara calculem ω, F :

$$F = 50\,Hz \rightarrow \omega = 2\pi F = 100\pi\ [Rad/s]$$

- Calculem les impedàncies corresponents al trafos:

$$Z_{L1} = Z_{L2} = j\omega L = \pi j \, [\Omega]$$

$$Z_M = j\omega M = 0.95\pi j \, [\Omega]$$

- Les fórmules d'un trafo lineal és:

$$V_p = jwL_p I_p + j\omega M I_s$$

$$V_s = j\omega L_s I_s + j\omega M I_p$$

- Ara que tenim totes les dades per calcular Rp (Resistència de la persona). Trobem les equacions mitjançant el mètode de malles:

Malla 1:

$$220 = 1I_1 + \pi j I_1 - 0.95\pi j(I_1 - I_2) + 5I_1 + 10(I_1 + I_2) + \pi j(I_1 - I_2)$$

Resolent, i simplificant l'equació dóna:

$$220 = I_1 \, (16 + 0{,}1\pi j) + I_2(-10 - 0.05\pi j) \; (1)$$

Malla 2:

$$0 = \pi j(I_2 - I_1) + 0.95\pi j I_1 + 10(I_2 - I_1) + R_p(I_2)$$

$$0 = I_1(-\pi j + 0.95\pi j - 10) + I_2(\pi j + 10 + R_p)$$

$$I_1 = I_2 \frac{\pi j + 10 + R_p}{-\pi j + 0.95\pi j - 10} \quad (2)$$

Una vegada fet això, substituïm l'equació (2) a l'equació (1) :

$$220 = I_2 \frac{\pi j + 10 + R_p}{-\pi j + 0.95\pi j - 10} \; (16 + 0.1\pi j) + I_2(-10 - 0.05\pi j)$$

$$220 = I_2 \frac{16\,\pi j + 160 + 16R_p + 0.99j + \pi j + 0.1\pi j\, R_p}{-\pi j + 0.95\pi j - 10} + I_2(-10 - 0.05\pi j)$$

$$220 = \left(-14.01\pi j + 60 + 16R_p + 0.1\pi j\, R_p\right)I_2 + I_2(-10 - 0.05\pi j)\frac{(-\pi j + 0.95\pi j - 10)}{(-\pi j + 0.95\pi j - 10)}$$

$$220(-\pi j + 0.95\pi j - 10) = \left(-14.01\pi j + 60 + 16R_p + 0.1\pi j\, R_p + 100\pi j - 9.5\pi j + 100 + 0.5j + 0.5\pi j\right)$$

$$-220\pi j + 209\pi j - 2200 = I_2(105.01\pi j + 260 + 0.5j + 16R_p + 0.1\pi j R_p$$

$$I_2 = \frac{(-11\pi j - 2200)}{(260 + 330.4j + 16R_p + 0.1\pi R_p)}$$

- Tenint en compte que I_2 és igual a 0,5A substituïm i continuem amb la resolució:

$$0.5 = \frac{(-11\pi j - 2200)}{(260 + 330.4j + 16R_p + 0.1\pi R_p)} \quad (3)$$

- Aïllem R_p de l'equació (3):

  $R_p = -285.9 - 24.5j$

- Fem el mòdul:

  $R_p = -286.95\Omega$ Resistència de la persona perquè entri en fibrilació

b) En condicions normals de corrent, el trafo no fa cap funció, ja que només hi ha una malla i V_{in} és igual a V_o.

$$V_{in} = V_o = 220V$$

El flux dins el toroide és → Φ = L*I, calculem I en condicions normals:

$$220 = I_1 + 0.1\pi j I_1 - 0.095\pi j I_1 + 15I_1 + 0.1\pi j I_1 + 0.095\pi j I_1$$

$$220 = 16I_1 \rightarrow I_1 = \frac{220}{16} = 13.75A$$

Una vegada aconseguit la I en condicions normals, calculem el flux total sumant la bobina 1 amb la bobina 2.

$$\phi_1 = L \cdot I = 10^{-3} \cdot 13.75 = 0.01375\omega$$

$$\phi_2 = L \cdot I = 10^{-3} \cdot -13.75 = -0.01375\omega$$

$$\phi_{tot} = 0\omega$$

TEMA 4: Amplificador operacional

ENUNCIATS

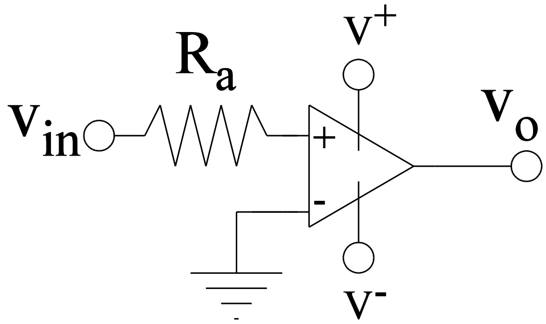
Problema 1 El següent circuit és un comparador basat en un OPAMP. El terminal d'alimentació positiu està connectat a una font de DC de 10V i el negatiu a una de -3V.

a) Determineu el tipus de realimentació del circuit.

b) Si es connecta una font DC a l'entrada no inversora, calculeu el valor de la tensió de sortida en funció del valor de l'entrada. Feu la gràfica corresponent tot indicant els punts de saturació i els seus valors.

c) Si el senyal d'entrada és $v_{in}(t) = 10^{-3} sin(\omega t)$,, realitzeu una gràfica per la variació de la tensió de sortida en funció del temps. Observant aquesta sortida i comparant-la amb l'entrada, podeu descriure quina funció fa el circuit?

d) Repetiu els apartats b) i c) fent servir el simulador de circuits LTSpice. Representeu l'esquemàtic i les gràfiques que creieu convenients per tal d'explicar el comportament del circuit.



Problema 2 El circuit de la figura 2 es un sumador-restador de quatre entrades. L'OPAMP es pot considerar ideal.

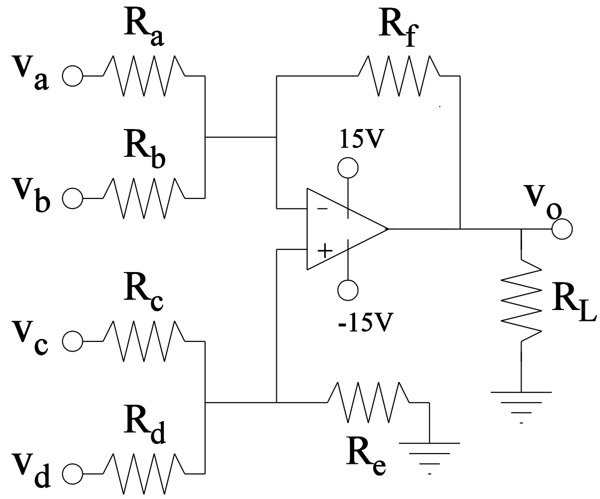
a) Determineu el tipus de realimentació.

b) Fent servir el principi de superposició i identificant les topologies resultants, trobeu V_o . en funció de V_a , V_b , V_c i V_d .

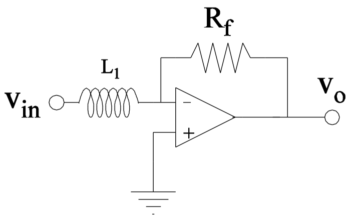
c) Feu el disseny del circuit perquè faci la següent operació $Vo = 4(V_c + V_d) - 2(V_a + V_b)$

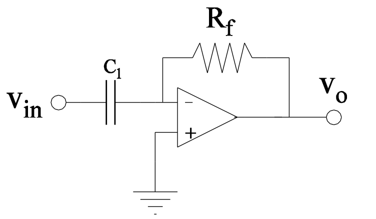
d) Pel circuit trobat a l'apartat c), si $V_a = V_b = V_d = 0V$, determineu el rang de V_c pel qual l'OPAMP actua a la seva regió lineal. Repetiu el càlcul pel cas $V_a = V_d = 0\ i\ V_b = 10V$.

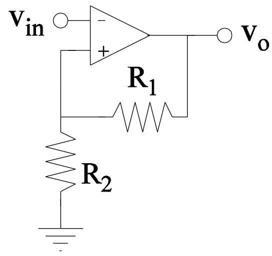
e) Comproveu amb el simulador LTSpice el disseny realitzat a l'apartat c). Representeu l'esquemàtic i apliqueu-lo pel cas següent:
$V_a = 4\sin(2\pi 10t)$; $V_b = 2\sin(2\pi 15t)$; $V_c = \cos(2\pi 5t)$; $V_c = 3\cos(2\pi 7t)$

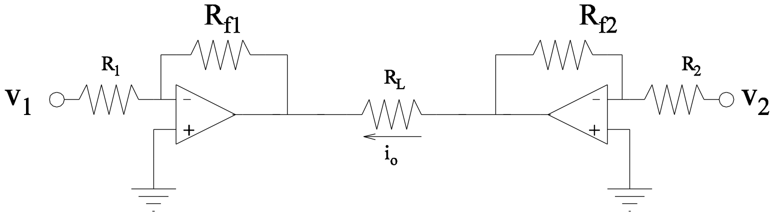


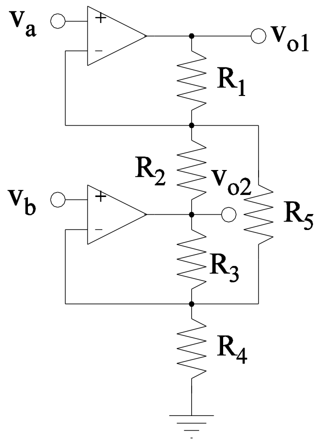
Problema 3 Determineu la funció que fa cadascun dels següents circuits on l'OPAMP és ideal.

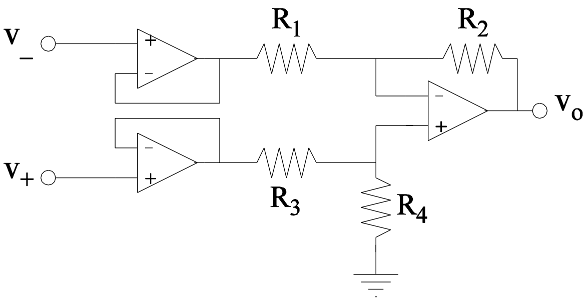












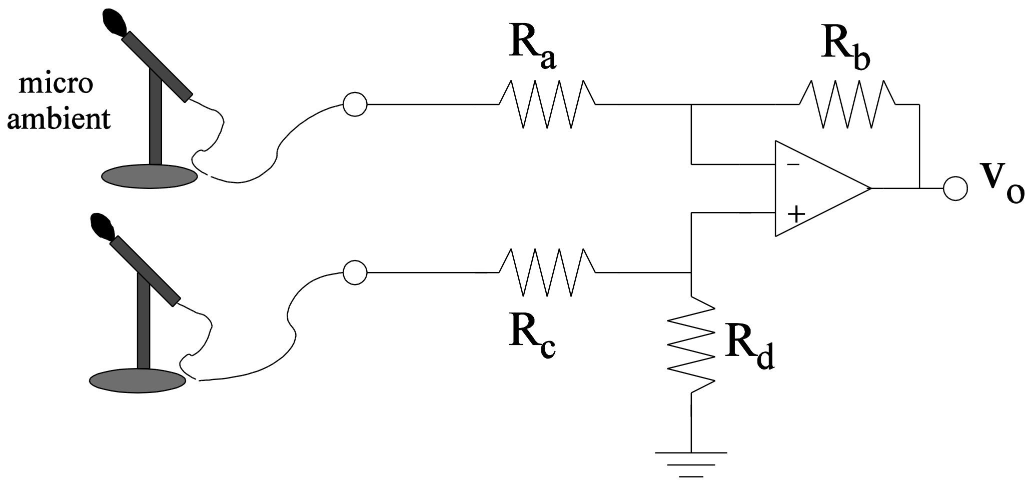
Problema 4 Un enginyer ha dissenyat un circuit supressor del soroll ambiental l'esquema del qual es pot veure a la figura 4. En el procés, s'ha oblidat de definir el valor i la tolerància màxima dels components resistius que configuren l'operacional. Es demana:

a) Determineu el tipus de realimentació i la funció que fa el circuit.

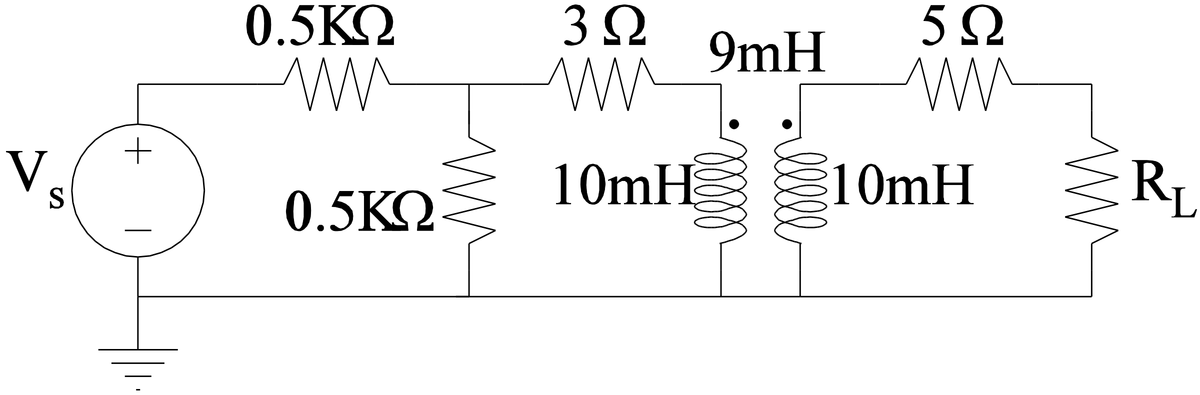
b) Calculeu el valor de les resistències per fer que el senyal de mode comú quedi anul·lat a la sortida i el senyal diferencial es pugui amplificar per un valor de 1000.

c) Calculeu el valor màxim de tolerància entre les resistències si es vol un CMRR superior a 1000.

d) Simuleu el circuit amb LTSpice i representeu l'esquemàtic i les gràfiques que considereu més adients. Per emular els micròfons, feu servir fonts de tensió d'alterna amb valors d'amplitud de l'ordre de 1mV



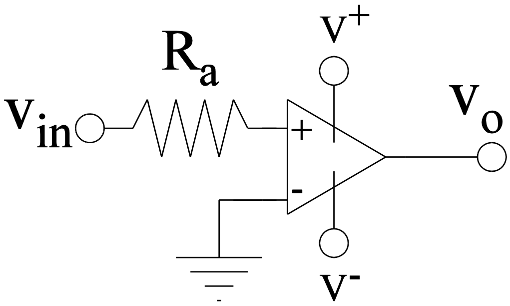
Problema 5 Resol el valor de la tensió en la resistència RL en el següent circuit sent la freqüència de funcionament de 44KHz.



SOLUCIONS

PROBLEMA 1

El següent circuit és un comparador basat en un OPAMP. El terminal d'alimentació positiu està connectat a una font de DC de 10V i el negatiu a una de 3V.



a) Determineu el tipus de realimentació del circuit.

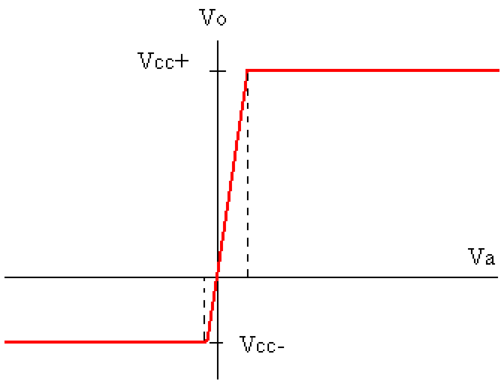
En el circuit plantejat, no existeix cap tipus de realimentació que uneixi la sortida amb cap de les potes del comparador.

b) Si es connecta una font DC a l'entrada no inversora, calculeu el valor de la tensió de sortida en funció del valor de l'entrada. Feu la gràfica corresponent tot indicant els punts de saturació i els seus valors.

V_0 no excedirà mai dels valors de V+ i V-. Degut a que té un enllaç obert, que no te cap tipus de realimentació, i llavors el guany sempre es màxim. En el moment que V_A sigui menor que V+, llavors el valor de la sortida V_0 serà el màxim negatiu (V-). En el cas que V_A sigui major que V-, llavors el valor de la tensió de sortida V_0 serà el màxim positiu (V+).

$$V_A < V+ \quad \rightarrow V_0 = -3V$$

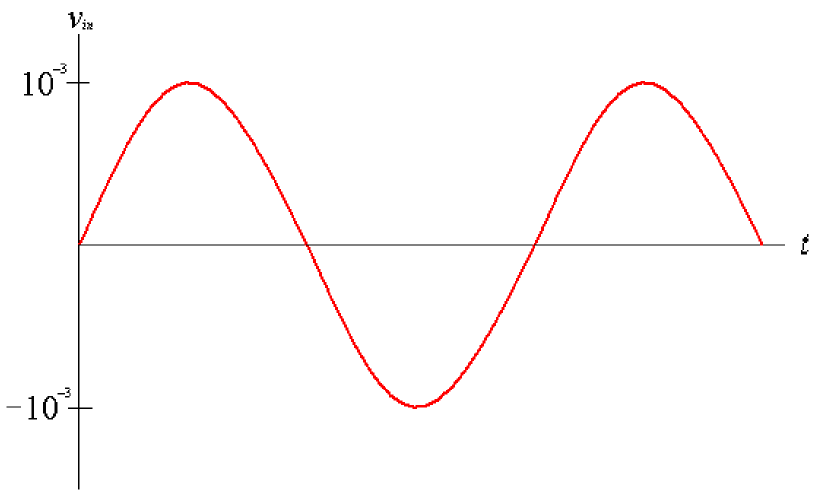
$$V_A > V- \quad \rightarrow V_0 = 10V$$



Per tant, a la gràfica, quan els valors d'entrada no siguin superiors o propers al valor V+ aquest, romandrà en el valor màxim negatiu (-3V).En el cas contrari, els valors a V+, el resultat a la tensió de sortida (Vo) seran sempre el valor màxim positiu (10V)

c) Si el senyal d'entrada és $v_{in}(t) = 10^{-3}sin(\omega t)$, realitzeu una gràfica per la variació de la tensió de sortida en funció del temps. Observant aquesta sortida i comparant-la amb l'entrada, podeu escriure quina funció fa el circuit?

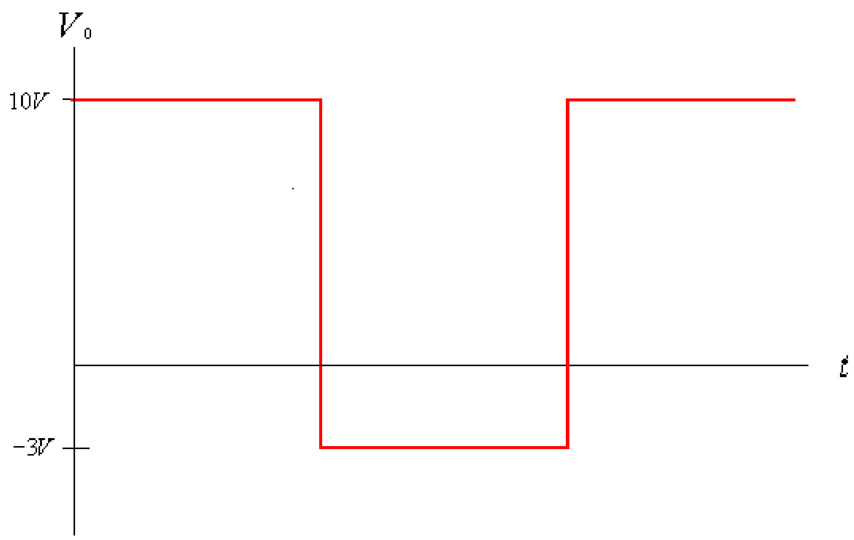
La forma gràfica de la senyal:



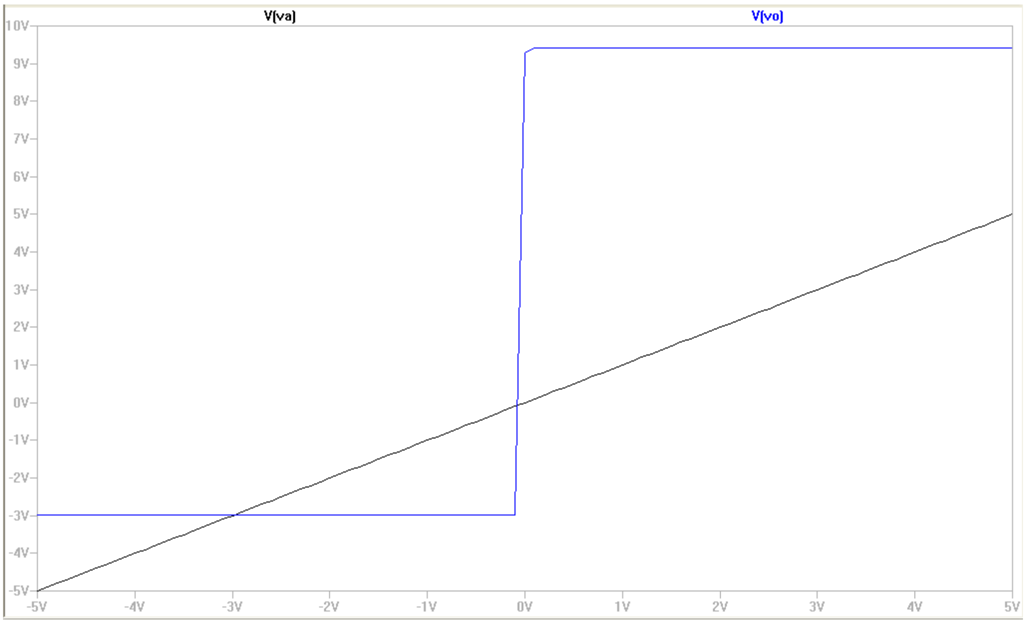
Llavors la sortida de tensió seguirà les mateixes indicacions de l'apartat anterior. Els valors màxims de tensió de la nova senyal esdevenen els màxims i mínims de la gràfica de la senyal de sortida.

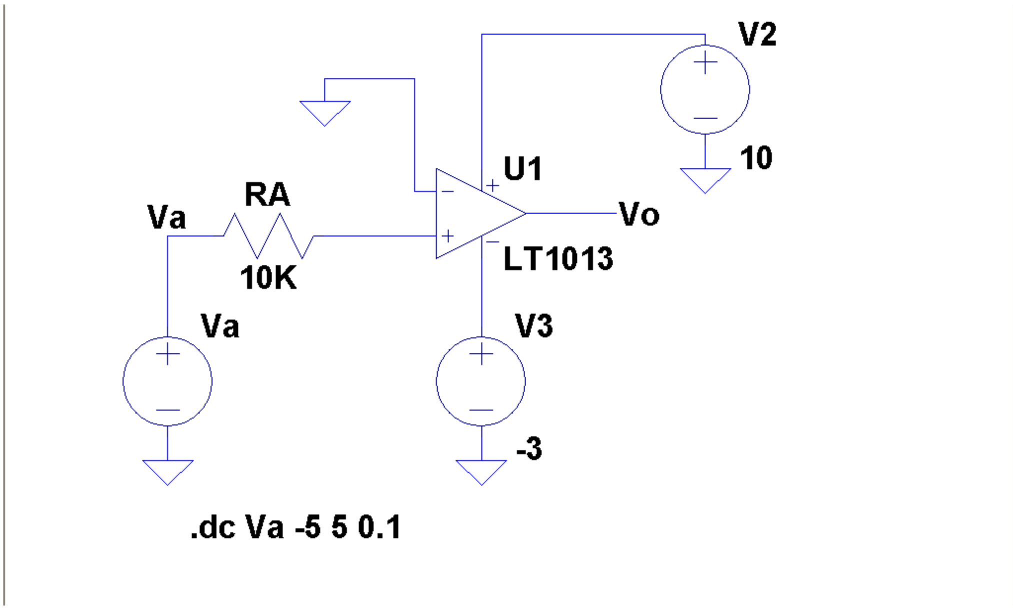
$$V_A < V+ \quad \rightarrow V_0 = -3V$$

$$V_A > V- \quad \rightarrow V_0 = 10V$$



d) Repetiu els apartats b) i c) fent servir el simulador de circuits LTSpice. Representeu l'esquemàtic i les gràfiques que creieu convenients per tal d'explicar el comportament del circuit.

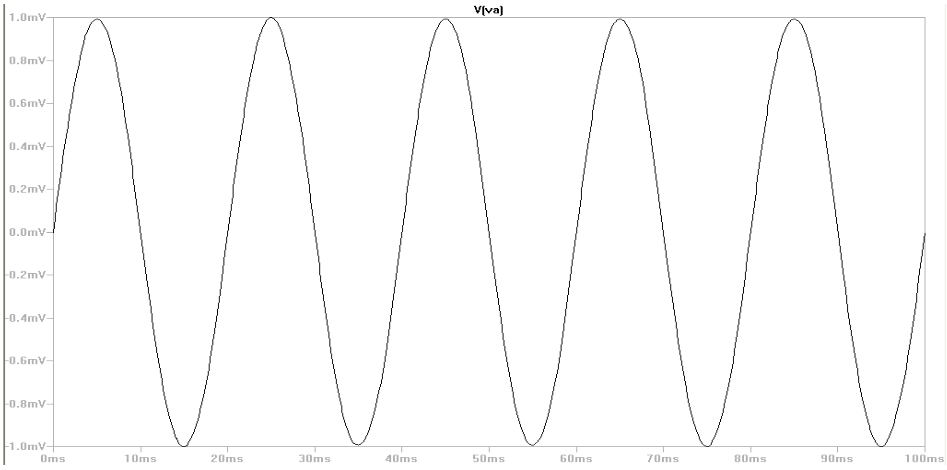


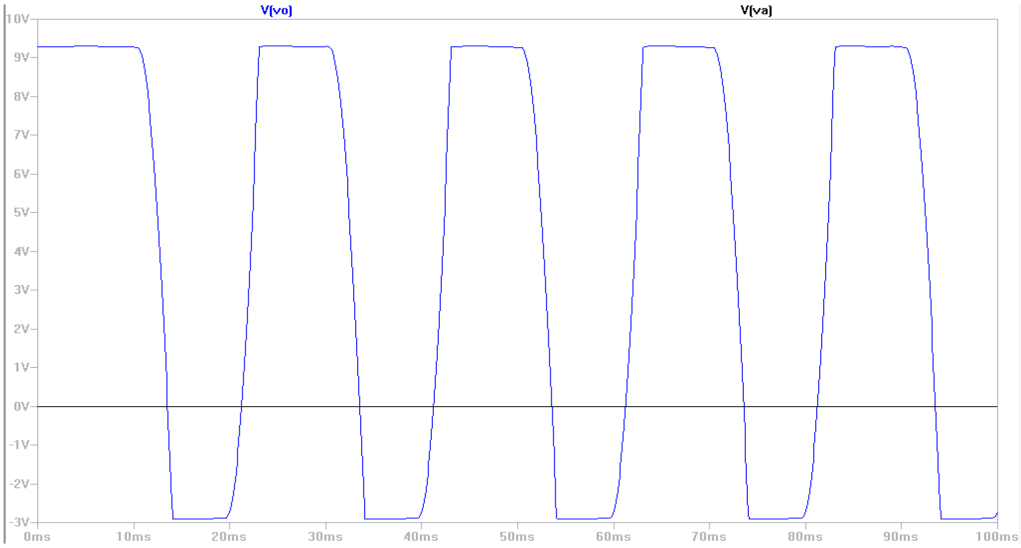


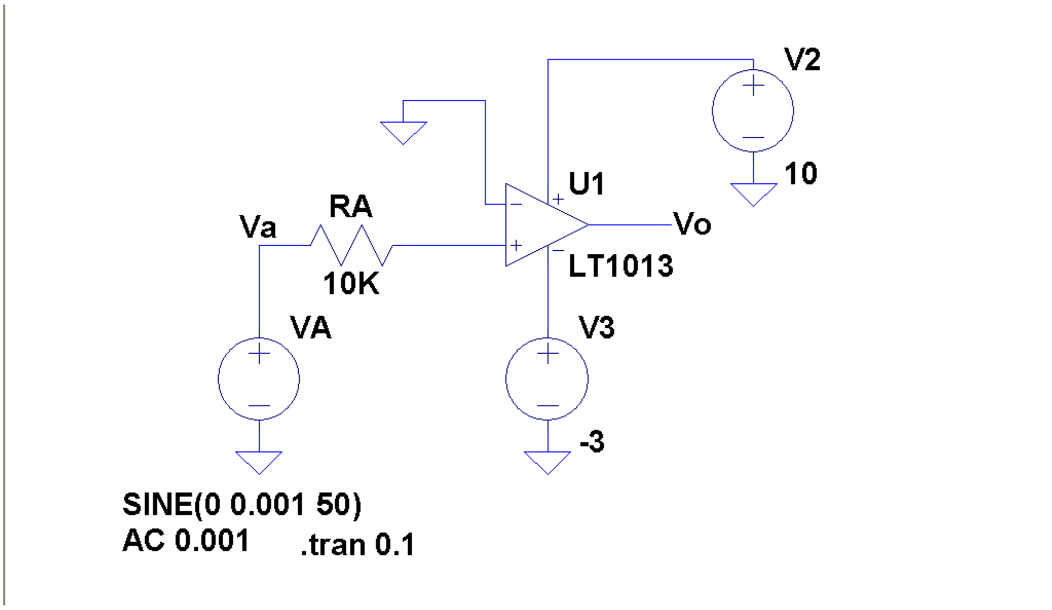
En aquest gràfic observem com, de nou, es completa la relació obtinguda dels apartats anteriors.

$$V_A < V+ \quad \rightarrow V_0 = -3V$$

$$V_A > V- \quad \rightarrow V_0 = 10V$$







I finalment, observem que la funció d'aquest OPAMP es la selecció dels valors màxims, Vcc+ o Vcc-, tenint en compte el valor de la tensió d'entrada.

PROBLEMA 2

El circuit de la figura 2 es un sumador-restador de quatre entrades. L'OPAMP es pot considerar ideal.

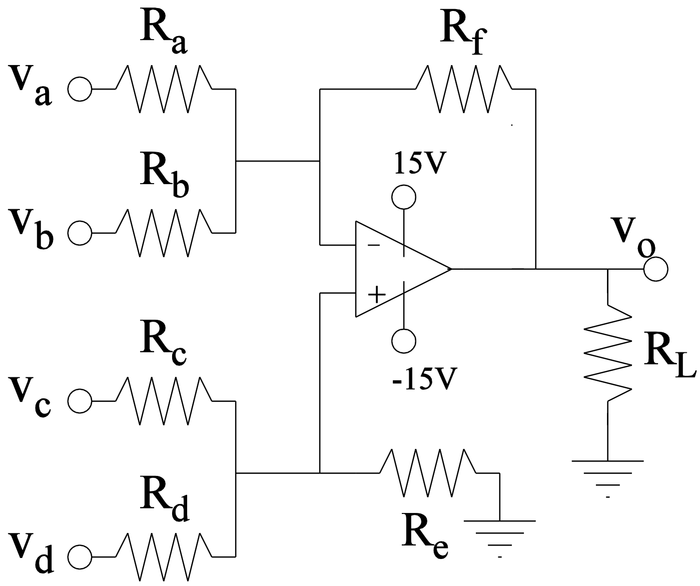
a) Determineu el tipus de realimentació.

b) Fent servir el principi de superposició i identificant les topologies resultants, trobeu V_o . en funció de V_a , V_b , V_c i V_d .

c) Feu el disseny del circuit perquè faci la següent operació $Vo = 4(V_c + V_d) - 2(V_a + V_b)$

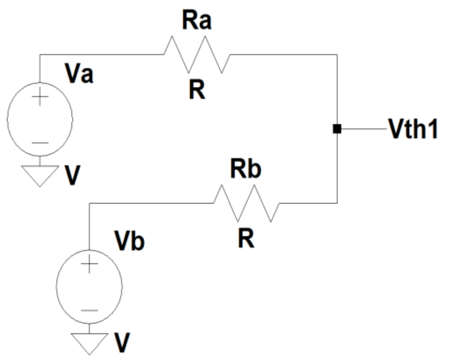
d) Pel circuit trobat a l'apartat c), si $V_a = V_b = V_d = 0V$, determineu el rang de V_c pel qual l'OPAMP actua a la seva regió lineal. Repetiu el càlcul pel cas $V_a = V_d = 0$ i $V_b = 10V$.

e) Comproveu amb el simulador LTSpice el disseny realitzat a l'apartat c). Representeu l'esquemàtic i apliqueu-lo pel cas següent: $V_a = 4\sin(2\pi 10t)$; $V_b = 2\sin(2\pi 15t)$; $V_c = \cos(2\pi 5t)$; $V_c = 3\cos(2\pi 7t)$



a) El voltatge de sortida està connectat a l'entrada inversora, per tant, la realimentació és negativa.

b) Primerament, hem de simplificar el circuit. Per fer-ho buscarem l'equivalent Thévenin dels voltatges a i b i les seves resistències respectives. Calcularem el nou circuit mirant des del node, on s'indica al següent esquema, que té el voltatge V_{th_1}.



Per tant, tindrem una $R_{th_1} = R_a||R_b$

Pel valor de la nova tensió, resolem per malles:

$$V_a - V_b = I(R_a + R_b)$$

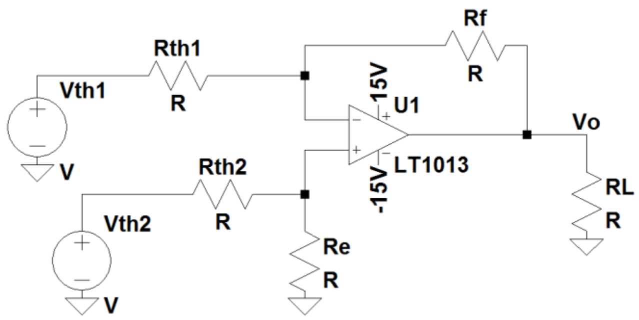
I sabem que la corrent $I = \frac{V_a - V_{th_1}}{R_a}$
Substituïm la intensitat i ens queda la següent equació:

$$V_{th_1} = V_a - R_a \frac{V_a - V_b}{R_a + R_b} = \frac{V_a R_b + V_b R_a}{R_a + R_b}$$

Com que la malla amb les tensions V_c i V_d és igual, podem deduir que la seva equivalència serà la mateixa, és a dir que tindrem:

$R_{th_2} = R_c||R_d$ i $V_{th_2} = V_c - R_c \frac{V_c - V_d}{R_c + R_d} = \frac{V_c R_d + V_d R_c}{R_c + R_d}$

De tot plegat, n'obtindrem l'esquema d'aquí sota:



Veient que les dues entrades estan alimentades per fonts de voltatge, i la realimentació és negativa, estem davant d'un amplificador diferenciador. Així doncs, sabem que l'expressió resultant serà:

$$\boxed{\mathrm{V_o = -V_{th_1}\frac{R_f}{R_{th_1}} + V_{th_2}\frac{R_e}{R_{th_2} + R_e}\left(1 + \frac{R_f}{R_{th_1}}\right)}}$$

d'on recordem que

$R_{th_1} = R_a||R_b$; $V_{th_1} = \frac{V_a R_b + V_b R_a}{R_a + R_b}$; $R_{th_2} = R_c||R_d$; $V_{th_2} = \frac{V_c R_d + V_d R_c}{R_c + R_d}$

c) Primer imposarem que $R_a = R_b$ i que $R_c = R_d$, així se'ns simplifiquen les expressions anteriors de tal manera que:

$R_{th_1} = \frac{R_a}{2}$; $R_{th_2} = \frac{R_c}{2}$; $V_{th_1} = \frac{V_a + V_b}{2}$; $V_{th_2} = \frac{V_c + V_d}{2}$

Si substituïm a l'equació anterior, la tensió de sortida se'ns defineix de la següent manera:

$V_o = -\frac{(V_a+V_b)R_f}{R_a} + \frac{R_e(V_c+V_d)}{R_c+2R_e}\left(1+\frac{2R_f}{R_a}\right)$

Com que l'enunciat imposa que $Vo = 4(V_c + V_d) - 2(V_a + V_b)$

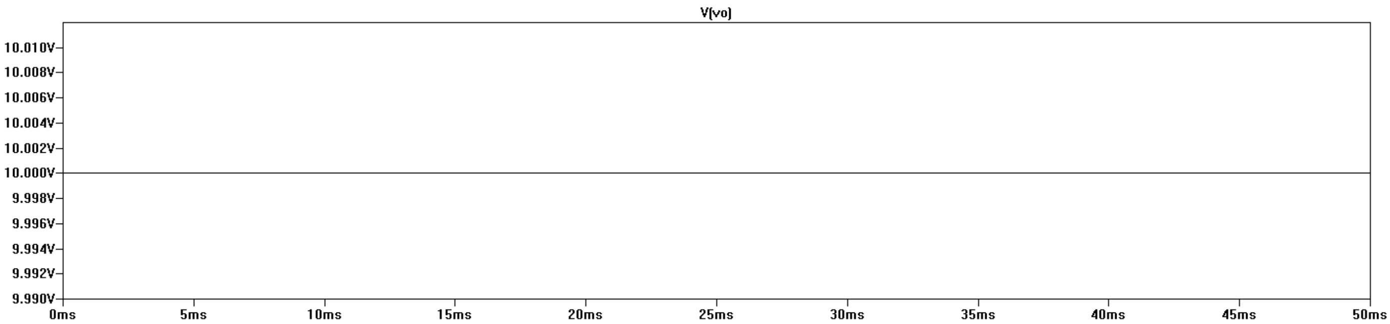
Podem veure clarament que $\frac{\mathrm{R_f}}{\mathrm{R_a}} = 2$

I també que $\frac{R_e}{R_c+2R_e}\left(1+\frac{2R_f}{R_a}\right) = 4$, per tant, $\frac{R_e}{R_c+2R_e} = \frac{4}{5}$; $\frac{R_c}{R_e} + 2 = \frac{5}{4}$
$\frac{R_e}{R_c} = -\frac{4}{3}$

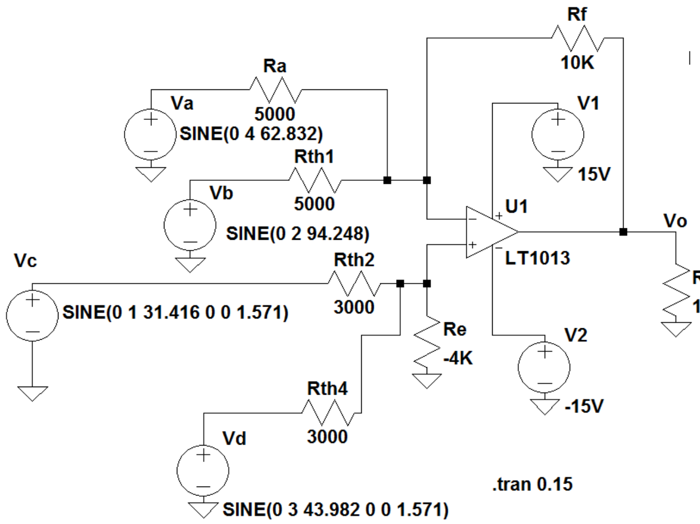
d) La regió lineal és la de tots els valors continguts entre les tensions de saturació (de sortida). Aquestes tensions són de 15 i -15 volts, ja que és el voltatge Vcc que permet que l'amplificador funcioni. Així doncs, en ambdós casos simplement hem de trobar el valor de V_c en funció de V_o, que posteriorment substituirem pels valors de saturació, obtenint així el rang de V_c.

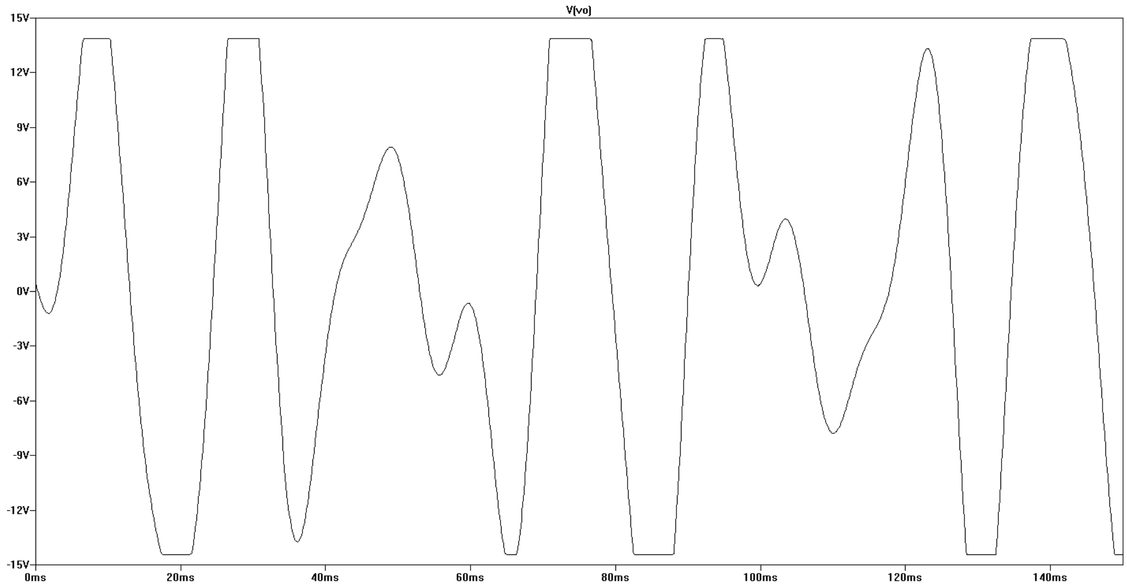
$Vo = 4V_c \rightarrow V_c = \frac{Vo}{4}$ D'aquesta equació traiem que el rang de $V_c$va **de -3,75V a 3,75V**.
En la segona substitució de valors tenim que $Vo = 4V_c - 20$, és a dir que $V_c = \frac{Vo+20}{4}$.
Donant-li a Vo el voltatge de saturació, obtenim l'altre rang de valors, que va **de 1,25V a 8,75V.**

e) Hem comprovat el circuit, donant a les fonts els següents valors:
$V_a = 3V;\ V_b = 2V; V_c = 1$V i $V_d = 4V$ Efectivament, veiem com es compleix l'equació de relació amb el voltatge de sortida, imposada a l'apartat **c)**.



Un cop ens hem assegurat que el circuit funciona correctament, introduïm els valors sinusoïdals que demana l'enunciat.

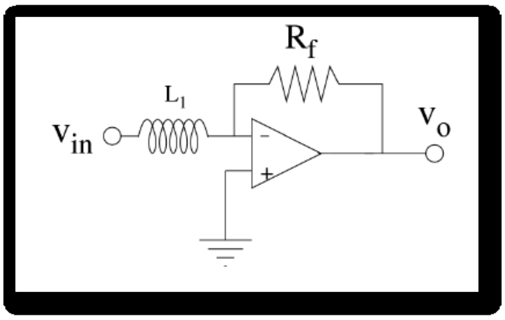




PROBLEMA 3

Determineu la funció que fa cadascun dels següents circuits on l'OPAMP és ideal.

a)



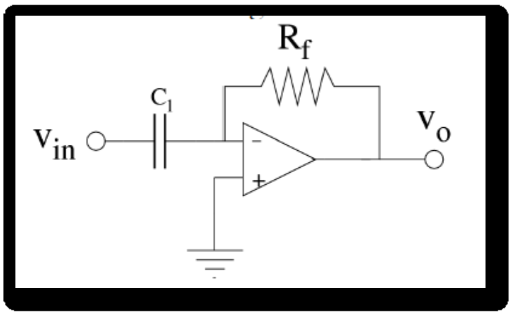
Aquest circuit té realimentació negativa i configuració inversora, per tan puc aplicar la següent fórmula:

$$V_{out} = -V_{in} * \frac{R_f}{Z_1} = -V_{in} * \frac{R_f}{jwL_1}$$

Aquest circuit té funció integradora de freqüència, a causa de la bobina que es troba a l'entrada. Vegem a continuació el que passa amb les freqüències:

$$\int e^{j\omega t}\, dt = \frac{e^{j\omega t}}{jw}$$

b)



Aquest circuit té realimentació negativa i configuració inversora, per tan podem aplicar la següent formula:

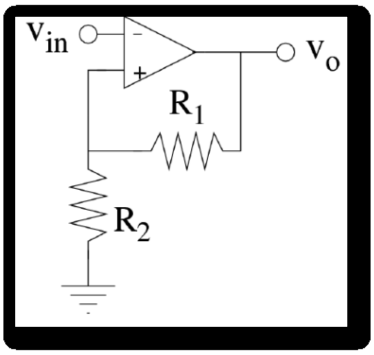
$$V_{out} = -V_{in} * \frac{R_f}{Z_1} = -V_{in} * \frac{R_f}{\frac{1}{jwC}} = -V_{in} * R_f * jwC$$

Aquest circuit és anomenat derivador ideal, ja que a causa del condensador deriva les freqüències com vegem a continuació:

$$\frac{d(e^{j\omega t})}{dt} = jw * e^{j\omega t}$$

La aplicació real a l'electrònica és amplificar senyals d'entrada, però això provoca que el senyal de sortida tingui molt més soroll i distorsions que l'entrada inicial.

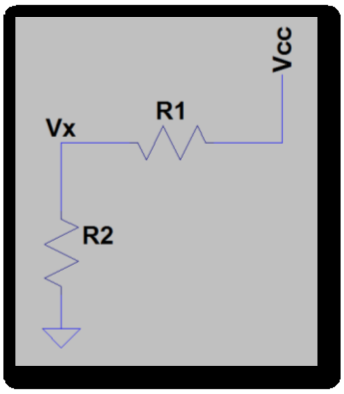
c)



Disparador Trigger Schitt amb realimentació positiva. Els disparadors Trigger Schitt serveixen per prevenir falsos canvis d'estat a causa del soroll del senyal d'entrada. Sabem que els disparadors actuen així:

$$Vout \begin{cases} Vcc & Vx > Vin \\ \\ -Vcc & Vx < Vin \end{cases}$$

Per calcular els valors de Vcc i –Vcc (voltatge de control) simplifiquem el circuit de tal manera que ens quedi una cosa així:



I per tant podem determinar aquestes dos equacions:

$$I_1 = \frac{Vcc - Vx}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{Vx - 0}{R_2}$$

Com que $I_2 = I_1$. Podem igualar les dos equacions de tal manera que ens quedi de la seguent forma:

$$\frac{Vx}{R_2} = \frac{Vcc - Vx}{R_1}$$

A partir de l'equació anterior aïllem Vx. Per tan ens queda:

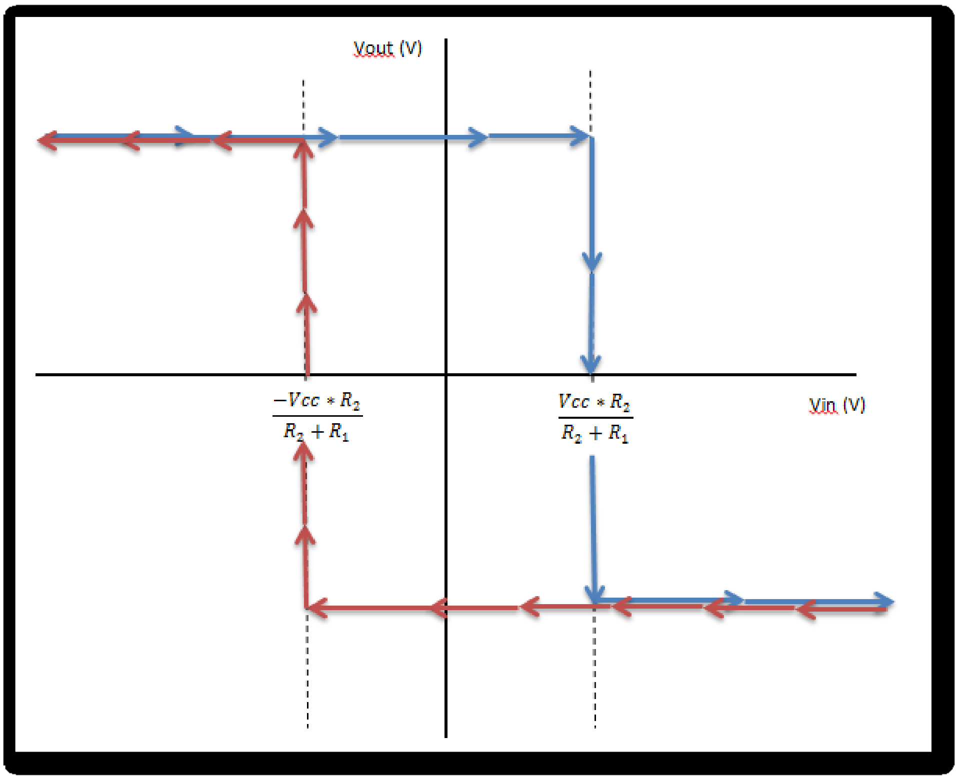
$$Vx = \frac{(Vcc - Vx)R_2}{R_1}$$

$$Vx = \frac{Vcc * R_2}{R_2 + R_1}$$

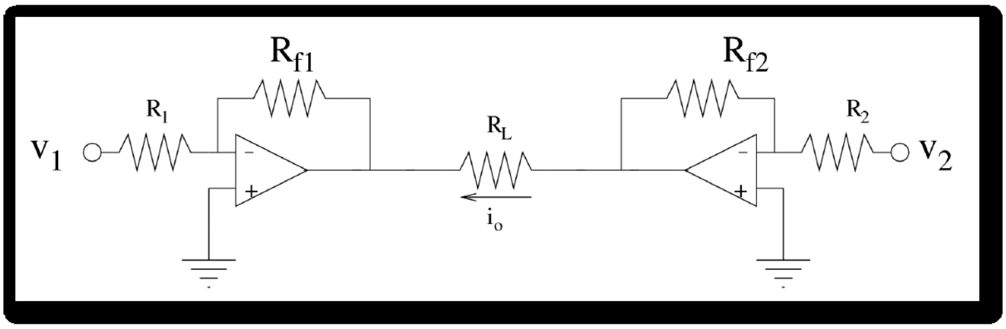
Per tan, ja podem substituir a l'equació inicial que ens donava el Vout. Però cal tenir en compte que quan Vcc sigui positiu en la formula anterior, Vcc també serà negatiu. Per tan quedarà:

$$Vout \begin{cases} Vcc & \frac{Vcc*R_2}{R_2+R_1} < Vin \\ -Vcc & \frac{-Vcc*R_2}{R_2+R_1} < Vin \end{cases}$$

A continuació representarem el gràfic de sortida en funció de l'entrada per veure el comportament que té el circuit. Cal dir que el considerem ideal per tal que el canvi de fase sigui totalment vertical i instantani.

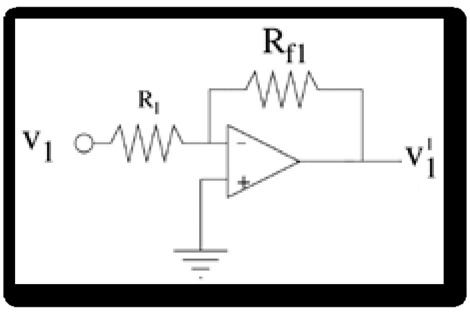


d)



Dividim aquest circuit en 3 parts importants.

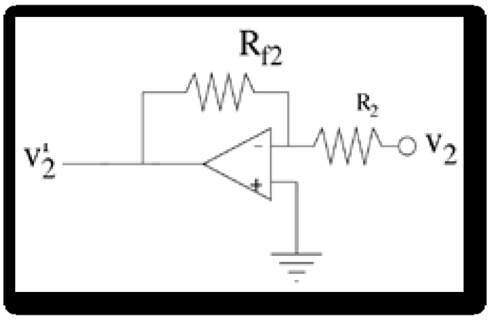
La primera part serà el primer operacional:



Aquest operacional és de realimentació negativa. Amb configuració inversora. Per tant, aplico la següent fórmula:

$$V_1' = \frac{-V_1 * R_{f1}}{R_1}$$

L'altre part seria el segon operacional, que quedaria de la següent forma:



Aquest operacional és de realimentació negativa. Amb configuració inversora. Per tant, aplico la següent fórmula:

$$V_2' = \frac{-V_2 * R_{f2}}{R_2}$$

I l'última part seria la de la resistència que resoldrem aplicant la llei d'Ohm sabent que la diferència de voltatge són els voltatges de sortida dels dos operacionals:

$$i_0 = \frac{\Delta V}{R_l} = \frac{\left(-V_2 * \frac{R_{f2}}{R_2}\right) - \left(-V_1 * \frac{R_{f1}}{R_1}\right)}{R_l} = \frac{V_1 * R_{f1} - V_2 * R_{f2}}{R_l * R_1 * R_2}$$

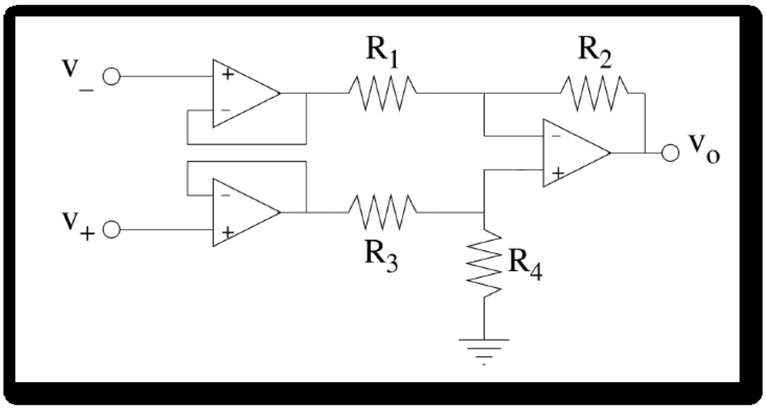
$$i_0 = \frac{V_1 * R_{f1} - V_2 * R_{f2}}{R_l * R_1 * R_2}$$

Cal tenir en compte que potser ens trobem amb les següents igualtats, llavors la intensitat de sortida es definiria d'una forma diferent:

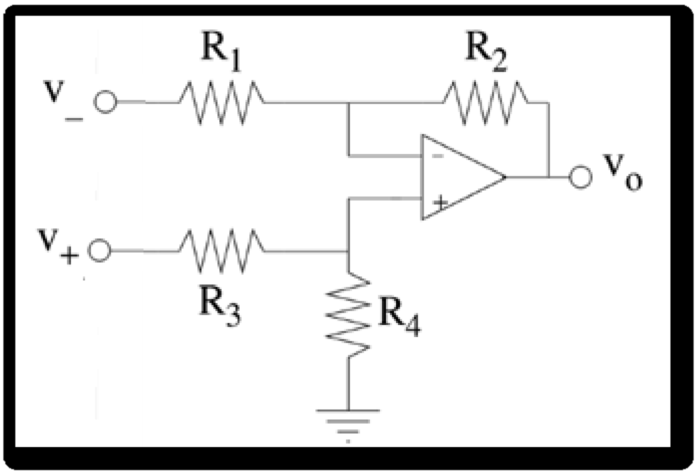
$$\left.\begin{aligned} R_f &= R_{f1} = R_{f2} \\ R &= R_1 = R_2 \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{i_0 = \frac{R_f(-V_2 + V_1)}{R * R_l}}$$

e)



El voltatges d'entrada passen per seguidors de tensió per evitar l'efecte de carga. Aquests operacionals, són de realimentació negativa. Al ser seguidors de tensió involucren que el voltatge d'entrada serà el mateix que el de sortida per tant ens queda un circuit molt més simplificat:



Aquest operacional es de realimentació negativa. És un restador inversor i per tant aplico la següent fórmula:

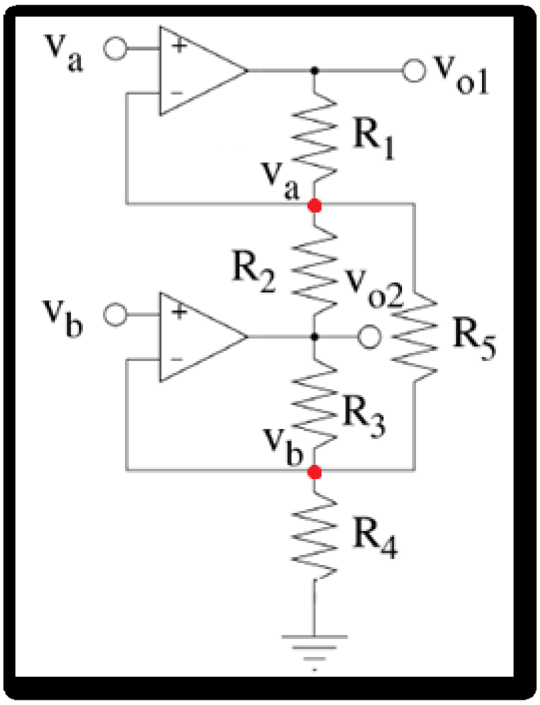
$$V_o = V_+ \left(\frac{(R_2 + R_1) * R_4}{(R_4 + R_3) * R_1} \right) - V_- \left(\frac{R_2}{R_1} \right)$$

En el cas que $R_2 = R_4$ i $R_1 = R_3$ l'expressió quedaria més simplificada de tal forma que quedaria que el voltatge de sortida seria:

$$\left.\begin{array}{l} R = R_2 = R_4 \\ R' = R_1 = R_3 \end{array}\right] \qquad V_o = V_+ \left(\frac{(R+R')*R}{(R+R')*R'}\right) - V_- \left(\frac{R}{R'}\right)$$

$$\boxed{V_o = (V_+ - V_-) * \left(\frac{R}{R'}\right)}$$

f)



Aquest circuit consta de dos operacions i les dos de realimentació negativa. Els punts vermells són nodes de tensió on valdrà exactament igual que el voltatge d'entrada. Per tant es tracta de anar desfent tot això aplicant la llei d'ohm per cada resistència i trobar les intensitats corresponents.

$$i_4 = \frac{Vb - 0}{R_4}$$

$$i_5 = \frac{Va - Vb}{R_5}$$

$$i_3 = \frac{V_{02} - Vb}{R_3}$$

$$i_2 = \frac{V_a - V_{02}}{R_2}$$

$$i_1 = \frac{V_{01} - V_a}{R_1}$$

A partir de aquestes intensitats i de les igualtats següents podrem trobar el voltatge de sortida de l'operacional 1 i de l'operacional 2.

$$i_1 = i_5 + i_2$$

$$i_4 = i_3 + i_5$$

Per tant substituïm i ens queda:

$$\frac{V_{01} - V_a}{R_1} = \frac{Va - Vb}{R_5} + \frac{V_a - V_{02}}{R_2}$$

$$\frac{Vb}{R_4} = \frac{V_{02} - Vb}{R_3} + \frac{Va - Vb}{R_5}$$

De la segona equació aïllem el voltatge de sortida del segon operacional i ens queda:

$$\frac{Vb}{R_4} = \frac{V_{02} - Vb}{R_3} + \frac{Va - Vb}{R_5}$$

$$\left(\frac{Vb}{R_4} + \frac{Vb}{R_4} - \frac{Va - Vb}{R_5}\right) R_3 = V_{02}$$

I a partir de la primera equació i substituint el valor de voltatge de sortida 2 podem trobar el valor de sortida de l'operacional 1.

$$\frac{V_{01} - V_a}{R_1} = \frac{Va - Vb}{R_5} + \frac{V_a - V_{02}}{R_2}$$

$$V_{01} = \left(\frac{Va - Vb}{R_5} + \frac{V_a - V_{02}}{R_2} + \frac{V_a}{R_1}\right) * R_1$$

Substituïm pel voltatge de sortida del segon operacional

$$V_{01} = \left(\frac{Va - Vb}{R_5} + \frac{V_a - \left(\left(\frac{Vb}{R_4} + \frac{Vb}{R_4} - \frac{Va - Vb}{R_5}\right) R_3\right)}{R_2} + \frac{V_a}{R_1}\right) * R_1$$

Si arreglem una mica això ens queda una expressió més simple i reduïda:

$$V_{01} = \left(\frac{Va - Vb}{R_5} + \frac{V_a}{R_2} - \left(\left(\frac{Vb}{R_4} + \frac{Vb}{R_4} - \frac{Va - Vb}{R_5}\right) \frac{R_3}{R_2}\right) + \frac{V_a}{R_1}\right) * R_1$$

PROBLEMA 4.

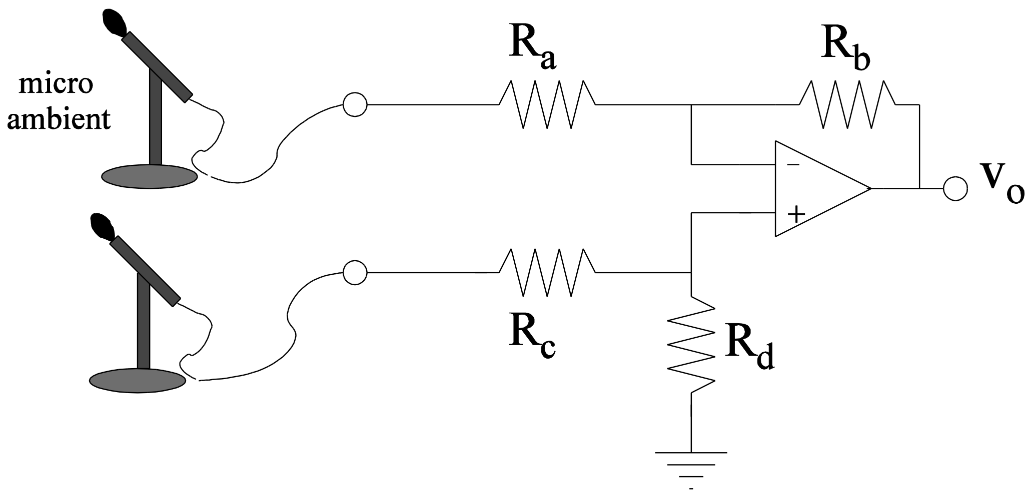
Un enginyer ha dissenyat un circuit supressor del soroll ambiental l'esquema del qual es pot veure a la figura 4. En el procés, s'ha oblidat de definir el valor i la tolerància màxima dels components resistius que configuren l'operacional. Es demana:

a) Determineu el tipus de realimentació i la funció que fa el circuit.

b) Calculeu el valor de les resistències per fer que el senyal de mode comú quedi anul·lat a la sortida i el senyal diferencial es pugui amplificar per un valor de 1000.

c) Calculeu el valor màxim de tolerància entre les resistències si es vol un CMRR superior a 1000.

d) Simuleu el circuit amb LTSpice i representeu l'esquemàtic i les gràfiques que considereu més adients. Per emular els micròfons, feu servir fonts de tensió d'alterna amb valors d'amplitud de l'ordre de 1mV



a) La realimentació és negativa, tal i com podem observar, la sortida està connectada al terminal negatiu del OPAMP. La funció que realitza és la d'anul·lació de so ambient, anul·lant la part comú del senyal de Vc i Va, i amplificant-ne la veu.

b) Tal i com s'ha comentat en l'apartat anterior, aquest circuit anul·la el so ambient, el node comú, i n'amplifica la veu, node diferencial. A continuació disposem de la fórmula de Vo en funció de Vcm i Vdm:

$$V_o = \frac{R_a R_d - R_b R_c}{R_a(R_c + R_d)} V_{cm} + \left[\frac{R_d(R_a + R_b) + R_b(R_c + R_d)}{2R_a(R_c + R_d)}\right] V_{dm}$$

D'aquesta fórmula en podem despendre, que ja que no podem convertir Vcm a 0, farem que els termes que l'acompanyen ho siguin.

Per poder tenir $\frac{R_aR_d - R_bR_c}{R_a(R_c+R_d)}$=0 hem de fer que el numerador sigui igual a 0, aleshores tenim la següent relació: $R_aR_d - R_bR_c = 0$, que vol dir que $\frac{R_a}{R_b} = \frac{R_c}{R_d}$. A partir d'aquesta relació tenim que $Ra = Rc$ i també que $Rb = Rd$, ara ens falta definir els valors, per això analitzarem la part de Vdm $\left[\frac{R_d(R_a+R_b)+R_b(R_c+R_d)}{2R_a(R_c+R_d)}\right]$ ha de ser igual a 1000. Si tenim en compte les relacions establertes anteriorment per Vcm, tenim que $Ra + Rb$ i $Rc + Rd$ són idèntics, i els substituïm pel valor Rt, que n'és la suma $Ra + Rb$, i per extensió de $Rc + Rd$ $\frac{R_d(R_t)+R_b(R_t)}{2R_a(R_t)}$. On podem simplificar, ja que $Ra = Rc,$ aleshores en queda: $\frac{R_b}{R_a}$, i aquesta relació ha de ser 1000. Aleshores podem donar valors, $Ra = Rc = 1K\Omega$ i $Rb = Rd = 1M\Omega$.

c) En aquest apartat mirarem la tolerància mínima, per això a partir de la següent fórmula. ε

$$CMRR = \left|\frac{Adm}{Acm}\right| = \frac{1 + K \mp \frac{\varepsilon}{2}K}{\varepsilon K} \approx \left(\frac{1}{K} + 1\right) \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

Tenim que $K = \frac{R_b}{R_a}$ i on ε és el valor de tolerància.

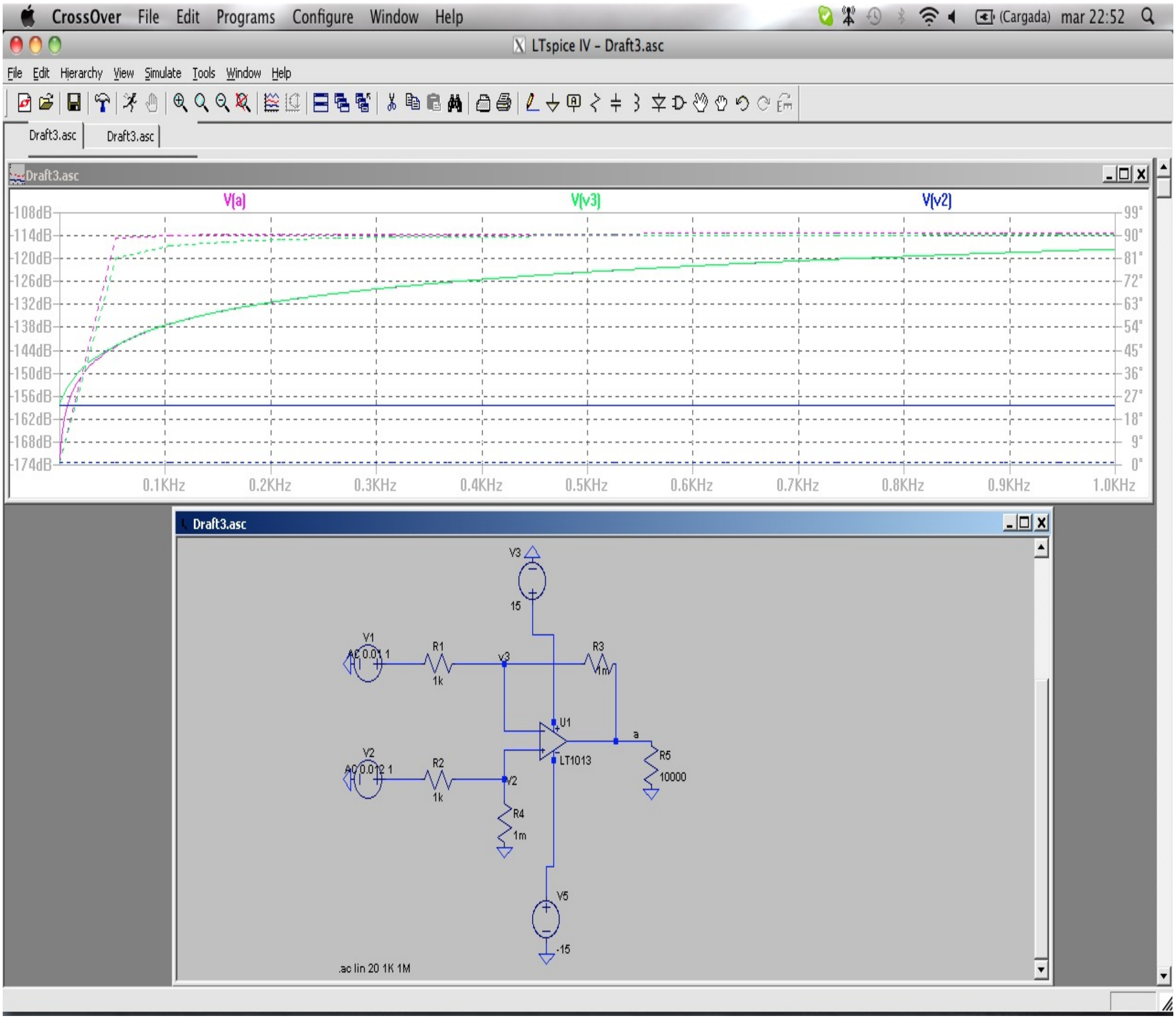
Substituïm els valors dels apartats anteriors en la fórmula:

$$1000 = \left(\frac{1}{1000} + 1\right) \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \rightarrow 1000 = 1.001 \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \rightarrow 0.99 = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \rightarrow \varepsilon = \frac{1}{0.99}$$

$$\varepsilon = 1.001$$

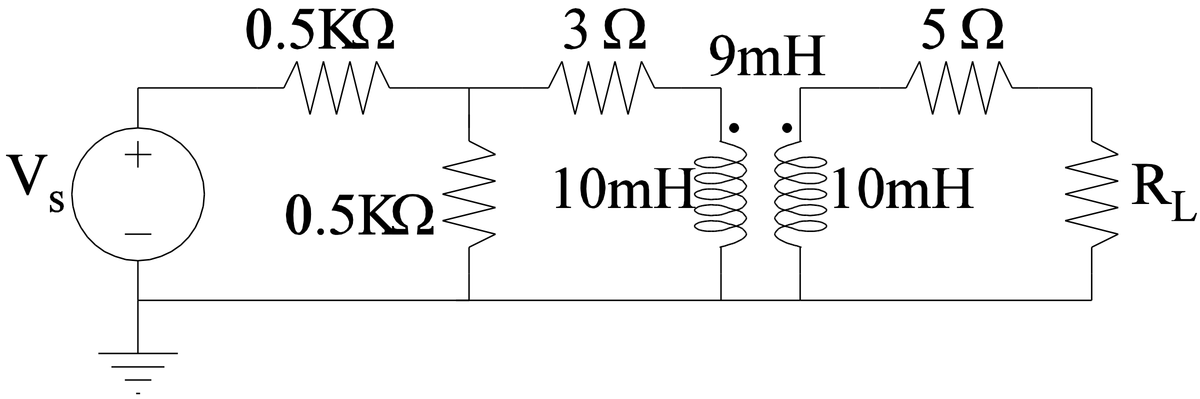
Tal i com podem veure el valor de la tolerància es bastant, per no dir, molt elevada. Això es degut a la relació entre el CMRR i que el valor a amplificar sigui el mateix, 1000.

d)

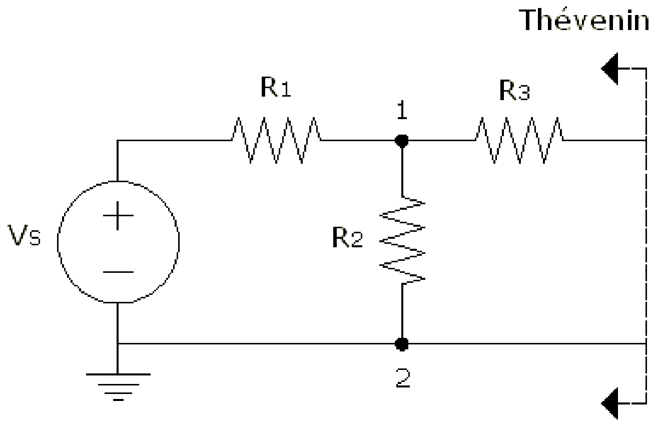

CrossOver File Edit Programs Configure Window Help
LTspice IV - Draft3.asc
Draft3.asc
V(a)
V(v3)
V(v2)
0.1KHz
0.2KHz
0.3KHz
0.4KHz
0.5KHz
0.6KHz
0.7KHz
0.8KHz
0.9KHz
1.0KHz
V3
15
V1
R1
1k
R3
U1
LT1013
R5
10000
V2
R2
1k
R4
1m
V5
-15
.ac lin 20 1K 1M

PROBLEMA 5

Resol el valor de la tensió en la resistència RL en el següent circuit sent la freqüència de funcionament de 44KHz.



Per trobar la tensió en RL utilitzarem el mètode de malles. Per simplificar les equacions de les malles primer farem un equivalent Thévenin de la part esquerra del circuit.



La resistencia R3 queda en circuito abierto. Buscamos la tensión entre los bornes 1 y 2.

Intensidad por la rama:

$$I = \frac{V_s}{R_1 + R_2} = \frac{V_s}{1\text{k}\Omega}$$

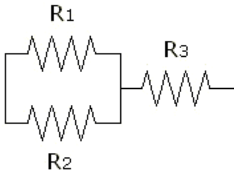
Tensió Thévenin entre borns:

$$V_{th} = R_2 \cdot I = 0{,}5k\Omega \cdot \frac{V_s}{1k\Omega} \quad ;$$

$$V_{th} = 0{,}5V_s$$

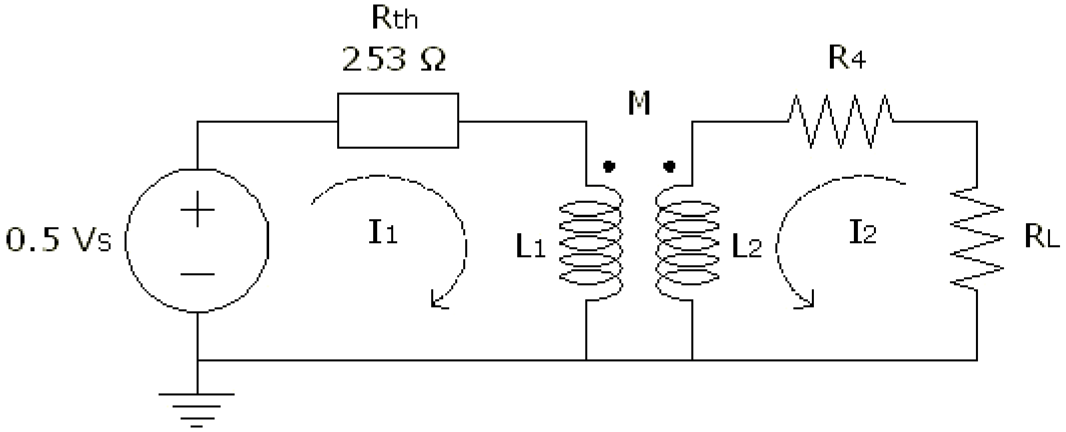
* *Que és el mateix* → Divisor de tensió: $V_{th} = V_s \cdot \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$

Trobem la resistència equivalent Thévenin Rth:



$$R_{th} = [(R_1||R_2) + R_3] = [(0{,}5k\Omega||0{,}5k\Omega) + 3\Omega] = 253\Omega$$

Substituïm la font Vs per una nova font de voltatge Vth i simplifiquem el circuit afegim la resistència equivalent Rth. Ara trobem les intensitats de las malles 1 i 2.



* $j\omega L = 2\pi f L = j2\pi(44 \cdot 10^3)(10 \cdot 10^3) = j880\pi = j2764{,}60\Omega$

* $j\omega M = 2\pi f L = j2\pi(44 \cdot 10^3)(9 \cdot 10^3) = j792\pi = j2488{,}14\Omega$

$$\left.\begin{aligned} 0{,}5V_s &= R_{th} \cdot I_1 + j\omega L_1 \cdot I_1 + j\omega M \cdot I_2 \\ 0 &= R_L \cdot I_2 + R_4 \cdot I_2 + j\omega L_2 \cdot I_2 + j\omega M \cdot I_1 \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$0{,}5V_s = 253 \cdot I_1 + 2764{,}60j \cdot I_1 + 2488{,}14j \cdot I_2$$

$$0{,}5V_s = (253 + 2764{,}60j)I_1 + 2488{,}14j \cdot I_2$$

$$I_1 = \frac{0{,}5V_s - 2488{,}14j \cdot I_2}{253 + 2764{,}60j}$$

$$\downarrow$$

$$0 = R_L \cdot I_2 + 3 \cdot I_2 + 2764{,}60j \cdot I_2 + 2488{,}14j \cdot I_1$$

$$0 = (R_L + 5 + 2764{,}60j)I_2 + 2488{,}14j \cdot \left(\frac{0{,}5V_s - 2488{,}14j \cdot I_2}{253 + 2764{,}60j}\right)$$

$$0 = (R_L + 5 + 2764{,}60j) \cdot I_2 + (1{,}64 \cdot 10^{-5} - 1{,}79 \cdot 10^{-4}) \cdot V_s + (-0{,}89 - 0{,}082) \cdot I_2$$

$$0 = (R_L + 4{,}11 + 2764{,}51j) \cdot I_2 + (1{,}64 \cdot 10^{-5} - 1{,}79 \cdot 10^{-4}) \cdot V_s$$

$$I_2 = \frac{-(1{,}64 \cdot 10^{-5} - 1{,}79 \cdot 10^{-4}) \cdot V_s}{(R_L + 4{,}11 + 2764{,}51j)}$$

La solució serà la tensió que cau a la branca de la resistència R_L , és a dir:

$$V_{RL} = I_2 \cdot R_L$$

$$\boxed{V_{RL} = -\frac{(1.46 \cdot 10^{-5} - 1.79 \cdot 10^{-4}) \cdot V_s}{R_L + 4.11 + 2764.51j} \cdot R_L}$$