

Parte II

LA ESTRUCTURA ESPIRAL DE LA GALAXIA EN EL ENTORNO SOLAR

*Zu böser Schlacht
schleich'ich heut' so bang.*

*A un perverso combate
me encamino hoy, temerosa.*

*Brünnhilde en Die Walküre
Primera jornada de Der Ring des Nibelungen*

4 Modelo cinemático de la Galaxia

La parte II¹ de esta memoria estará dedicada a la obtención de los principales parámetros de la estructura espiral de la Galaxia, obtenidos a partir de las muestras de estrellas presentadas en la parte I.

En este capítulo se presentará el modelo cinemático que se utilizará en el capítulo 6 con el objetivo de determinar la estructura espiral de la Galaxia a partir de las muestras de estrellas O-B y cefeidas presentadas en los capítulos 2 y 3. Básicamente se trata del modelo utilizado en Fernández (1998), pero sin realizar la proyección sobre el plano galáctico que allí se proponía. Esto era posible teniendo en cuenta la baja altura patrón de las estrellas estudiadas (ver capítulos 2 y 3) e imprescindible para la aplicación del método de ajuste basado en funciones ortogonales allí utilizado. Dado que en el presente trabajo este método no se ha aplicado, se puede trabajar sin trabas en las tres dimensiones.

El modelo considera tres contribuciones sistemáticas en la velocidad heliocéntrica de una estrella, debidas a la velocidad peculiar del Sol, la rotación diferencial de la Galaxia y la perturbación producida por la presencia de los brazos espirales en el disco de nuestra galaxia. Para la rotación galáctica, supondremos válido el modelo axisimétrico de Oort-Lindblad, según el cual la curva de rotación diferencial únicamente depende de la distancia al centro galáctico. En el caso de la cinemática asociada a la estructura espiral, consideraremos válida la teoría de las ondas de densidad debida a Lin y colaboradores (Lin y Shu 1964; Lin, Yuan y Shu 1969).

¹Los resultados obtenidos en la parte II de esta memoria fueron publicados en su mayor parte en Fernández, Figueras y Torra (2001), habiéndose publicado unos resultados previos en Fernández et al. (2001).

4.1. Coordenadas galácticas y galactocéntricas

En nuestro trabajo utilizaremos dos sistemas de coordenadas: las coordenadas esféricas galácticas heliocéntricas (distancia heliocéntrica r , longitud galáctica l y latitud galáctica b) y las coordenadas cilíndricas galactocéntricas (distancia galactocéntrica R , longitud galactocéntrica θ y la altura sobre el plano galáctico z). Ambos sistemas de coordenadas se muestran, para $b = 0$ (y $z = 0$), en la figura 4.1.

En el sistema de coordenadas galácticas, la proyección de la velocidad espacial heliocéntrica de una estrella nos proporcionará tres componentes, que denotaremos (v_r, v_l, v_b) y que se determinarán a partir de la velocidad radial y los movimientos propios en ascensión recta y declinación de la estrella en cuestión:

$$\begin{aligned} v_r &= v_r \\ v_l &= rk\mu_l \cos b \\ v_b &= rk\mu_b \end{aligned} \quad (4.1)$$

donde $k = 4.741 \text{ km año (s pc } ''\text{)}^{-1}$ es una constante y μ_l, μ_b son los movimientos propios en longitud y latitud galáctica de la estrella en segundos de arco por año ($''\text{yr}^{-1}$), respectivamente. Tal y como están aquí expresadas, las velocidades se obtienen en km s^{-1} .

Como ya se ha comentado, las coordenadas cilíndricas galactocéntricas son la distancia al eje de rotación de la Galaxia (R), la longitud galactocéntrica (θ) y la altura sobre el plano galáctico (z). Conociendo las coordenadas galácticas de una estrella (r, l, b), podemos obtener sus coordenadas galactocéntricas (R, θ, z) a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{R_\odot^2 + r'^2 - 2R_\odot r' \cos l} \\ \tan \theta &= \frac{\sin l}{\frac{R_\odot}{r'} - \cos l} \\ z &= r \sin b \end{aligned} \quad (4.2)$$

donde R_\odot es la distancia galactocéntrica del Sol, $r' = r \cos b$ y se ha tenido en cuenta que $z_\odot \ll R_\odot$. En este caso las tres componentes de la velocidad se denotan por (Π, Θ, Z) .

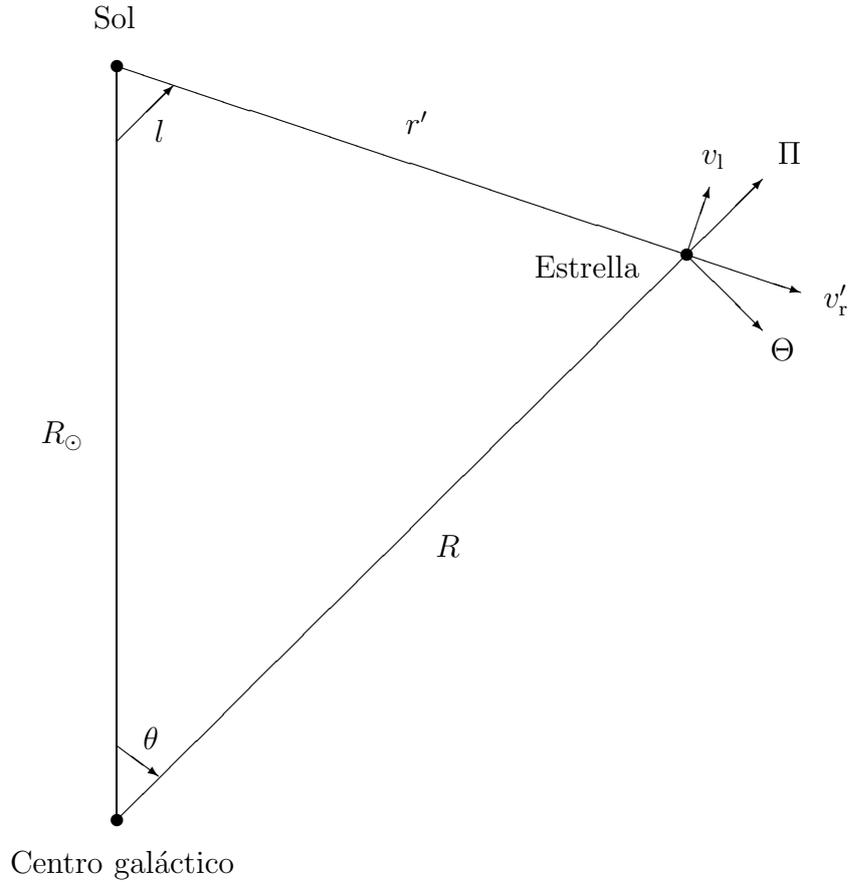


Figura 4.1: Representación en el plano galáctico ($z = 0$) de las coordenadas galácticas heliocéntricas (l es la longitud galáctica y $r' = r \cos b$ la distancia heliocéntrica proyectada sobre el plano galáctico) y coordenadas galactocéntricas (θ es la longitud galactocéntrica y R la distancia galactocéntrica). También figura la descomposición de la velocidad espacial de la estrella en dos componentes, para cada uno de los sistemas de coordenadas: $v_r' = v_r \cos b - v_b \sin b$, v_l para las coordenadas galácticas heliocéntricas y Π , Θ para las galactocéntricas.

En el caso en que $Z = 0$ (la componente de la velocidad perpendicular al plano galáctico es nula; es decir, el movimiento es axisimétrico) las ecuaciones de transformación entre las componentes de la velocidad de una estrella expresadas de un sistema y otro son:

$$\begin{aligned}
 v_r &= -\Pi \cos(l + \theta) \cos b + \Theta \sin(l + \theta) \cos b \\
 v_l &= +\Pi \sin(l + \theta) + \Theta \cos(l + \theta) \\
 v_b &= +\Pi \cos(l + \theta) \sin b - \Theta \sin(l + \theta) \sin b
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

4.2. Movimiento peculiar del Sol

En la vecindad del Sol se define el llamado centroide local (LSR, *Local Standard of Rest*), que se mueve siguiendo el campo medio de velocidades (Chandrasekhar 1942). La velocidad de una estrella relativa al Sol tiene tres contribuciones (Mihalas y Binney 1981): la velocidad peculiar de la estrella respecto al LSR en la posición de la estrella, la velocidad peculiar del Sol respecto al LSR en la posición del Sol y la diferencia de velocidades entre ambos LSR. En esta tercera contribución se incluyen todos los efectos sistemáticos, como la rotación galáctica y la cinemática debida a la presencia de los brazos espirales. Otros posibles efectos locales, como la expansión del Cinturón de Gould (ver parte III de esta memoria), pueden afectar también a la velocidad peculiar de la estrella.

En 1783, William Herschel fue el primero en determinar el reflejo del movimiento del Sol respecto del centroide local, obtenido a partir de los movimientos propios de un conjunto de estrellas.

En la década de 1950 se comprobó que la determinación del movimiento peculiar del Sol arroja diferentes resultados dependiendo del tipo espectral de las estrellas que se utilicen para determinarlo (Parenago 1950; Roman 1950, 1952). La razón es la diferencia de edades entre las estrellas de los diferentes tipos espectrales. Las estrellas de tipos espectrales tempranos (O-B-A) son estrellas relativamente jóvenes, cuyas velocidades todavía reflejan las características cinemáticas de sus regiones de formación (por ejemplo, una región de formación estelar de un brazo espiral o un cúmulo o asociación de estrellas) y, por tanto, tienen unas dispersiones de velocidades pequeñas. En cambio, las estrellas del disco de los tipos espectrales tardíos son estrellas viejas, que reflejan los efectos de sus pasados encuentros con otras estrellas o nubes interestelares de gas y polvo, y que tienen una elevada dispersión de velocidades.

El movimiento peculiar del Sol se describe por su módulo y su dirección (conocida como *ápe*x solar). Este movimiento solar tiene un claro efecto en las velocidades observadas de las estrellas: para la velocidad radial, las estrellas situadas en las cercanías del *ápe*x parecerán acercarse sistemáticamente, mientras que las situadas en la dirección opuesta (conocida como *antiápe*x) parecerán alejarse. Las estrellas situadas en las direcciones perpendiculares al movimiento solar no mostrarán ningún tipo de cambio sistemático en sus velocidades radiales. En el caso de las velocidades

tangenciales, el efecto se invierte: es máximo en las direcciones perpendiculares al movimiento solar y nulo en las direcciones del ápex y el antiápex.

En nuestro modelo tridimensional, el vector movimiento peculiar del Sol viene definido por sus tres componentes en coordenadas galácticas, (U_{\odot} , positiva hacia el centro galáctico; V_{\odot} , positiva en la dirección de la rotación galáctica; W_{\odot} , positiva en la dirección del polo norte galáctico). Para una estrella de longitud galáctica l y latitud galáctica b , las componentes de su velocidad debidas al movimiento peculiar del Sol son:

$$\begin{aligned} v_{r_1} &= -U_{\odot} \cos l \cos b - V_{\odot} \sin l \cos b - W_{\odot} \sin b \\ v_{l_1} &= +U_{\odot} \sin l - V_{\odot} \cos l \\ v_{b_1} &= +U_{\odot} \cos l \sin b + V_{\odot} \sin l \sin b - W_{\odot} \cos b \end{aligned} \quad (4.4)$$

4.3. Rotación de la Galaxia

En 1925-27, Jan Oort y Bertil Lindblad demostraron que el disco de nuestra galaxia se encuentra en un estado de rotación diferencial alrededor de un eje perpendicular al plano galáctico y que pasa por su centro. A una determinada distancia R del centro de la Galaxia le corresponde una velocidad de rotación, $\Theta(R)$, conocida como *velocidad circular*. Ésta es la velocidad a la que se mueve el centroide local en esta posición, en una órbita circular alrededor del centro galáctico, siguiendo las leyes de Kepler. Si toda la masa de la Galaxia estuviera contenida en su centro, la velocidad circular de una estrella decrecería con la raíz cuadrada de su distancia galactocéntrica. Si la masa estuviera distribuida homogéneamente y con simetría esférica, la velocidad circular se incrementaría linealmente con la distancia galactocéntrica. En nuestra galaxia, como es bien sabido, no se da ninguno de estos dos casos: la materia está distribuida en un disco plano, un bulbo y un halo. Esta distribución da una forma característica a la curva de rotación galáctica (ver figura 4.2). De ella se deduce que la parte más interna del disco ($R < 3$ kpc) rota aproximadamente como un sólido rígido, con una velocidad circular creciente con la distancia al centro de la Galaxia. Por contra, a grandes distancias del centro la curva de rotación se vuelve plana en gran medida, dando como resultado una velocidad circular casi constante con la distancia galactocéntrica, con un valor de unos 210-230 km s⁻¹.

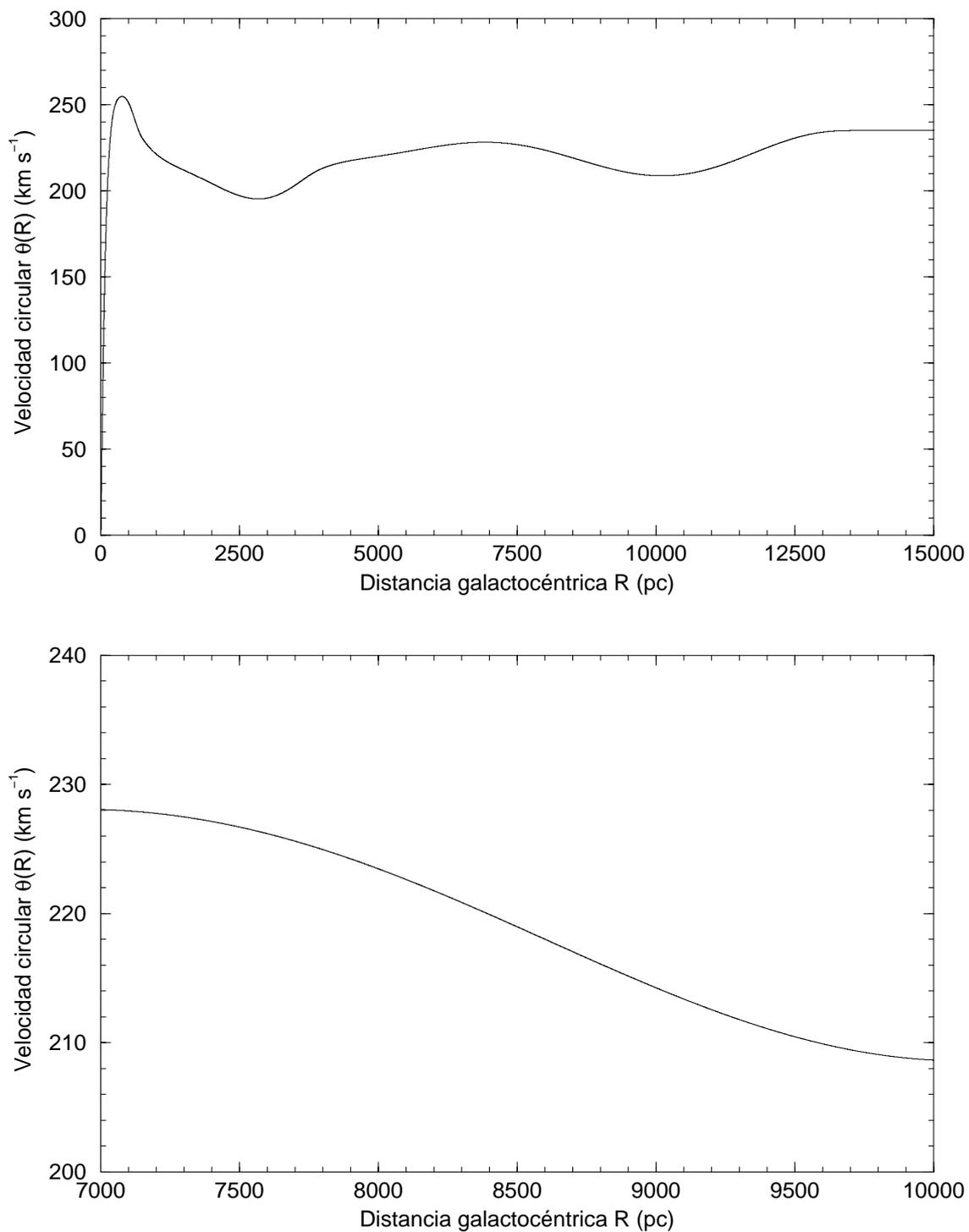


Figura 4.2: Curva de rotación de nuestra galaxia según un muestreo en CO (Clemens 1985). Arriba la curva de rotación para distancias galactocéntricas entre 0 y 15 kpc y abajo la curva de rotación en la vecindad solar. El valor adoptado de la velocidad circular del Sol es de 220 km s^{-1} y su distancia galactocéntrica es de 8.5 kpc.

El valor aceptado actualmente por la IAU para la velocidad circular en la posición del Sol es de 220 km s^{-1} (Kerr y Lynden-Bell 1986). Por tanto, la velocidad angular de rotación de la Galaxia en la posición del Sol, según estos valores, sería:

$$\Omega_{\odot} = \frac{\Theta(R_{\odot})}{R_{\odot}} = 25.88 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1} \quad (4.5)$$

La determinación de la curva de rotación de la Galaxia ha sido llevada a cabo gracias a trazadores ópticos (en las proximidades del Sol) y radio (especialmente en la dirección del centro galáctico, donde la absorción en el óptico es muy intensa). Las observaciones radio se centran en la línea de 21.1 cm del HI y en algunas longitudes de onda del CO y otras moléculas del medio interestelar, y son especialmente útiles para $R < R_{\odot}$.

Las constantes de Oort de la curva de rotación galáctica en el entorno solar se definen como:

$$\begin{aligned} A - B &\equiv \frac{\Theta_{\odot}}{R_{\odot}} \\ A + B &\equiv - \left(\frac{d\Theta}{dR} \right)_{\odot} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Los valores de estas constantes recomendados por la IAU son $A = 14.4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y $B = -12.0 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (Kerr y Lynden-Bell 1986).

En nuestro problema consideraremos una rotación diferencial y axisimétrica de la Galaxia, con una curva de rotación que desarrollaremos en el entorno solar en serie de Taylor hasta segundo orden, de la forma:

$$\begin{aligned} \Theta(R) &\simeq \Theta(R_{\odot}) + \left(\frac{d\Theta}{dR} \right)_{\odot} \Delta R + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\Theta}{dR^2} \right)_{\odot} \Delta R^2 \\ &\equiv \Theta(R_{\odot}) + a_r \Delta R + b_r \Delta R^2 \end{aligned} \quad (4.7)$$

con $\Delta R = R - R_{\odot}$. Esta aproximación es válida, puesto que todas las observaciones de la curva de rotación galáctica coinciden en que su variación con la distancia galactocéntrica en las proximidades del Sol es suave (ver por ejemplo, entre las más recientes, Clemens 1985; Fich y Stark 1989; Brand y Blitz 1993; Amaral et al. 1996; Frink et al. 1996; Honma y Sofue 1997), como acabamos de ver en la figura 4.2. Tomando la constante A de Oort dada en Kerr y Lynden-Bell (1986), podemos calcular el valor de a_r :

$$a_r = \frac{\Theta(R_{\odot})}{R_{\odot}} - 2A = \Omega_{\odot} - 2A = -2.9 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1} \quad (4.8)$$

Por contra, a partir de a_r podemos deducir el valor de la constante A de Oort en la vecindad solar:

$$A = \frac{1}{2} \left[\frac{\Theta(R_\odot)}{R_\odot} - \left(\frac{d\Theta}{dR} \right)_\odot \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{\Theta(R_\odot)}{R_\odot} - a_r \right) \quad (4.9)$$

Dado este desarrollo de la curva de rotación, las componentes sistemáticas de la velocidad de una estrella debidas a la rotación de la Galaxia son:

$$\begin{aligned} v_{r_2} &= \Theta(R_\odot) [\sin(l + \theta) - \sin l] \cos b \\ &\quad + a_r \Delta R \sin(l + \theta) \cos b + b_r \Delta R^2 \sin(l + \theta) \cos b \\ v_{l_2} &= \Theta(R_\odot) (\cos(l + \theta) - \cos l) \\ &\quad + a_r \Delta R \cos(l + \theta) + b_r \Delta R^2 \cos(l + \theta) \\ v_{b_2} &= -\Theta(R_\odot) [\sin(l + \theta) - \sin l] \sin b \\ &\quad - a_r \Delta R \sin(l + \theta) \sin b - b_r \Delta R^2 \sin(l + \theta) \sin b \end{aligned} \quad (4.10)$$

donde l y θ son, respectivamente, las longitudes galáctica y galactocéntrica de la estrella considerada, y b su latitud galáctica.

4.4. Cinemática asociada a los brazos espirales

La estructura espiral que mostraban algunas *nebulosas* observadas a través del telescopio fue descubierta por Lord Rosse en 1845. El telescopio *Leviatán*, que con sus 1.8 m de diámetro era el mayor del mundo en aquellos momentos, le permitió reconocer los brazos espirales de la galaxia M51.

Sin embargo, no fue hasta la segunda década del siglo XX cuando, a raíz del descubrimiento de la naturaleza extragaláctica de estas *nebulosas*, se empezó a sospechar que estos brazos espirales eran regiones con recientes etapas de formación estelar. Los brazos únicamente eran visibles en las galaxias *espirales* (a esta clase pertenecen unos 2/3 del total de las galaxias observadas), mientras que las galaxias *elípticas* estaban desprovistas de ellos. Enseguida se comprobó que la población estelar en las galaxias elípticas era mucho más vieja que en las espirales, debido a que la formación estelar en las primeras se concentró en la primera etapa de sus vidas, mientras que en las segundas tiene lugar aún hoy día.

La detección de los brazos espirales de nuestra galaxia no tuvo lugar hasta que se realizaron las primeras observaciones a escala galáctica en la línea de 21.1 cm del HI. En observaciones efectuadas en galaxias externas se ha comprobado como la estructura espiral se extiende a lo largo de la mayor parte del disco visible de la galaxia. Esta estructura puede tener irregularidades locales, de una extensión aproximada de 1 kpc, debidas en parte a explosiones de supernova, posibles variaciones locales del campo magnético, y otras causas.

La existencia de los brazos espirales se enfrenta a dos grandes problemas. Primero, es necesario un mecanismo que haga nacer los brazos una vez se ha formado el disco galáctico. Segundo, este mecanismo debe permitir a la estructura tener una larga vida, del orden de la edad de la Galaxia.

Dada la prominente apariencia visual y fotográfica que tenían los brazos espirales de las galaxias observados a través del telescopio, los primeros modelos que intentaron explicar estas formaciones se basaban en suponer que estaban formados por grandes concentraciones de materia. Estos modelos suponían que todo el material de los brazos (estrellas, gas y polvo interestelar) estaba unido gravitatoriamente, y que en las regiones interbrazo la materia era escasa. Al igual que el disco galáctico rotaba alrededor del centro de la Galaxia, también debían hacerlo los brazos espirales. Aquí surgieron los primeros problemas de estos modelos: se había comprobado con anterioridad que los discos de las galaxias tenían una rotación diferencial, de manera que las regiones alejadas del centro lo hacían con una velocidad angular menor que las regiones centrales. Esta rotación diferencial haría desaparecer la estructura espiral en tan sólo $2 \cdot 10^8$ años. Si esto fuera así, actualmente observaríamos muy pocas galaxias con brazos espirales.

Para salvar este conocido dilema (*winding dilemma*) se propuso otra teoría según la cual las estrellas se movían a lo largo de los brazos espirales, ajustando su movimiento de manera que el problema del dilema desaparecía. En este modelo se abandonaba el supuesto de que las estrellas se movían en órbitas circulares alrededor del centro galáctico. El modelo predecía una expulsión de masa en la dirección radial. No obstante, la estructura espiral del disco permanecía invariante respecto rotaciones de un ángulo 2π y se movía con una velocidad de rotación constante Ω_s , al igual que un sólido rígido. Para mantener la estructura espiral, la cantidad de masa expulsada por el disco galáctico debería de ser de unas $500 M_{\odot} \text{ año}^{-1}$. Para no bajar drásticamente la densidad del disco, el modelo precisaba de un aporte de materia a

un ritmo semejante, proveniente del núcleo o del exterior del disco. Sin embargo, no hay evidencias ni de una pérdida de masa tan grande por parte del núcleo galáctico (que podría estimarse en unas $1-2 M_{\odot} \text{ año}^{-1}$), ni de una caída de gas intergaláctico hacia el disco que implique estas cantidades de materia. La única posibilidad plausible sería el aporte de materia del halo hacia el disco. No obstante, otros factores hacen desestimar esta teoría (como, por ejemplo, la debilidad del campo magnético galáctico).

4.4.1. Teoría de las ondas de densidad

Una teoría que intente explicar la estructura de los brazos espirales debería ser capaz de proporcionar una correcta justificación a los siguientes hechos (Wielen 1974):

- **Diseño a gran escala de la estructura espiral**

Aunque localmente pueden aparecer irregularidades, es común en todas las estructuras espirales observadas en otras galaxias una gran regularidad en el diseño a gran escala. Este diseño ha de ser, pues, la primera característica a explicar. Esto supone un modelo que considere la galaxia como un todo, olvidando de momento las pequeñas peculiaridades locales en la estructura espiral. Aunque se observan galaxias con morfologías complicadas (por ejemplo, en forma de anillo), la mayoría tienen una estructura de dos brazos espirales. En algunas de ellas, en las regiones externas se observa una estructura multi-brazo, que coexiste con la de dos brazos. Una teoría lo suficientemente flexible debería poder explicar todas estas peculiaridades.

- **Permanencia temporal de la estructura espiral**

Dada la abundancia de galaxias espirales, y la semejanza en sus estructuras espirales, parece obvio que éstas se han de mantener prácticamente invariables, morfológicamente hablando, a lo largo de una fracción lo suficientemente grande de la vida de la galaxia que las contiene.

- **Origen de la estructura espiral**

La estructura espiral no podía existir en las primeras etapas de la vida de la protogalaxia, ya que las condiciones no eran las más adecuadas (galaxia

turbulenta y sin forma de disco plano). Por tanto, la estructura espiral tuvo que originarse después de esta fase inicial de la vida de la Galaxia.

■ Diferenciación entre estrellas y gas

Las observaciones demuestran que el gas, el polvo y las estrellas jóvenes tienden a concentrarse hacia los brazos espirales, mientras que las estrellas más viejas están distribuidas sobre todo el plano galáctico. Por tanto, una buena teoría para la estructura espiral de la Galaxia debería de poder explicar este hecho.

Los modelos que se propusieron en un inicio para explicar la estructura espiral de nuestra galaxia (como los dos que hemos esbozado en el apartado anterior) suponían que las estrellas, el gas y el polvo en el disco permanecían en el interior de los brazos espirales. No obstante, también se podría considerar el caso en que los brazos espirales fueran regiones de densidad elevada en el disco galáctico, a través de los cuales se mueven las estrellas, el gas y el polvo. En esta idea se basaron Lin y colaboradores para desarrollar su teoría de las ondas de densidad. La interpretación de la estructura espiral como una onda de densidad había sido previamente propuesta y desarrollada por B. Lindblad entre 1940 y 1962 (se puede consultar un resumen de sus conclusiones en Lindblad 1959), pero diversos problemas (especialmente de índole matemático) hicieron que no fuera plenamente aceptada. En la teoría de las ondas de densidad de Lin y colaboradores, los brazos espirales son máximos locales de una onda de densidad en el plano de la Galaxia, y forman una estructura cuasi-estacionaria que rota como un sólido rígido dentro del disco galáctico con rotación diferencial. Por tanto, la forma de los brazos espirales se mantiene constante con el tiempo, mientras que el material que los compone (estrellas, polvo y gas) va cambiando.

La teoría de Lin y colaboradores prevé que, una vez que se ha formado una onda de densidad, ésta provoca un mínimo local en el campo gravitatorio del disco. Esta perturbación del campo gravitatorio hace que las estrellas y el resto de la materia del disco modifiquen sus velocidades para adaptarse al nuevo campo local, de manera que tienden a situarse a lo largo de la región con el mínimo de potencial. La onda de densidad es causada y mantenida por efectos puramente gravitatorios, no por variaciones de presión.

Por razones puramente cinemáticas (que después veremos en la formulación matemática de la teoría), una onda de densidad en la Galaxia ha de estar for-

zosamente conectada a desviaciones sistemáticas de la velocidad media circular de las estrellas y del gas. Por tanto, estos componentes del disco dejarán de moverse siguiendo la rotación circular pura. En primer lugar, el material se dirigirá hacia la zona de mayor densidad (brazo espiral), permaneciendo allí más tiempo que en las regiones de baja densidad. Cuando abandona esta región de densidad elevada, cruza la región de baja densidad en un periodo de tiempo relativamente corto, y vuelve a comenzar el ciclo. Para una onda de densidad neutra (es decir, para la cual la amplitud de la onda se mantiene constante con el tiempo) y rígida (que se mueve con una velocidad angular de rotación constante), el movimiento medio de las estrellas respecto a un sistema de referencia que rota con la misma velocidad angular que la onda se espera que sea una curva casi cerrada (las órbitas de las estrellas individuales y de las nubes de gas son realmente algo más complicadas).

La teoría de las ondas de densidad elimina el dilema del enrollamiento de los brazos, ayuda a explicar la correlación existente entre la disminución de la masa del núcleo galáctico y el incremento de la masa del disco, y predice que el incremento en la densidad local del gas puede ser suficientemente grande como para provocar la formación estelar a lo largo de los bordes de los brazos espirales. No obstante, también se encuentra con ciertas dificultades. Por ejemplo, no está claro cuál es el mecanismo generador de las ondas de densidad (aunque se han propuesto como posibles mecanismos inestabilidades locales, fuerzas no gravitatorias en el disco, y efectos de marea debidos a galaxias cercanas). Igualmente, tampoco se tiene la seguridad de que las perturbaciones espirales se puedan mantener durante una fracción apreciable de la vida de la Galaxia. Otro posible problema puede ser el explicar la estructura en las galaxias espirales barradas. No se sabe si ambas estructuras espirales pueden ser descritas por una única teoría de ondas de densidad. Lo que sí parece claro es que la barra de una galaxia espiral barrada extrema debería ser material, y no una onda de densidad. No obstante, aunque todas estas cuestiones continúan sin ser resueltas, la teoría de las ondas de densidad sigue siendo hoy día la aproximación más aceptada a la estructura espiral en las galaxias y en otros discos de materia.

4.4.2. Ecuaciones del modelo

El desarrollo que presentaremos en este apartado es muy parecido al seguido en Rohlfs (1977), con los cambios de notación introducidos por Comerón (1989). Se puede encontrar un desarrollo matemático igualmente claro en Bowers y Deeming

(1984).

4.4.2.1. Morfología de los brazos espirales

En un sistema de coordenadas cilíndricas (R, θ, z) una función q de forma espiral con m brazos puede escribirse, en forma general, de la siguiente manera:

$$q(R, \theta, t) = \Re[Q(R)e^{i(\omega t - m\theta)}] \quad (4.11)$$

donde t indica la dependencia temporal, Q es la amplitud de la onda, ω es la velocidad angular de rotación y m es el número de brazos de la espiral. Si escribimos la amplitud de la forma:

$$Q(R) = qe^{i\Phi(R)} \quad (4.12)$$

podemos expresar la función q como sigue:

$$\begin{aligned} q(R, \theta, t) &= qe^{i(\omega t - m\theta + \Phi(R))} \\ &\equiv qe^{i\psi(R, \theta, t)} \end{aligned} \quad (4.13)$$

donde la fase de la onda es:

$$\psi - \psi_0 = \omega t - m\theta + \Phi(R) \quad (4.14)$$

La espiral de m brazos rota con una velocidad angular:

$$\Omega_p = \frac{\omega}{m} \quad (4.15)$$

Por tanto, la fase de la estructura espiral se puede escribir de la siguiente forma:

$$\psi = \psi_0 + m(\Omega_p t - \theta) + \Phi(R) \quad (4.16)$$

El ángulo de corte i entre las líneas espirales de fase constante y las curvas de radio R constante viene dado por:

$$\tan i = \frac{1}{R} \frac{dR}{d\theta} \Big|_{\Phi=\text{cte}, t=\text{cte}} = \frac{m}{R} \frac{d\Phi}{dR} \quad (4.17)$$

El número de ondas radial se define como:

$$k = \frac{d\Phi(R)}{dR} \quad (4.18)$$

Este número puede ser positivo o negativo, dependiendo del signo del ángulo i . En las galaxias con i negativo, el número de ondas radial también es negativo.

El espaciado λ entre dos brazos consecutivos de la estructura espiral es igual al incremento radial en distancia necesario para provocar un cambio de 2π en la fase:

$$2\pi = \Phi(R + \lambda) - \Phi(R) \quad (4.19)$$

Pasando esta ecuación al límite, obtenemos el valor de λ :

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \left| \frac{d\Phi(R)}{dR} \right| \quad (4.20)$$

Si hacemos la suposición de que la morfología de los brazos espirales puede ser descrita por una espiral logarítmica (lo cual, en general, es una buena aproximación), la función $\Phi(R)$ adquiere la forma:

$$\Phi(R) = \frac{m \ln \frac{R}{R_0}}{\tan i} \quad (4.21)$$

Como ψ_0 y R_0 son constantes arbitrarias, podemos tomar su valor en la posición del Sol, de manera que $\psi_0 = \psi_\odot$ será la fase de la estructura espiral en la posición del Sol, y $R_0 = R_\odot$ será la distancia galactocéntrica del Sol (ver figura 4.3).

Si consideramos una espiral logarítmica, la distancia interbrazo a una distancia galactocéntrica R es:

$$\lambda = \frac{2\pi R |\tan i|}{m} \quad (4.22)$$

Este valor, como vemos, es dependiente de R . Una vez determinado el espaciado entre dos brazos consecutivos, situados en $R = R_1$ (el interior) y $R = R_2$ (el exterior), utilizaremos 4.21 para obtener:

$$2\pi = \frac{m \ln \frac{R_2}{R_1}}{|\tan i|} \quad (4.23)$$

que nos da una relación entre i y m , conocida la posición de dos brazos consecutivos.

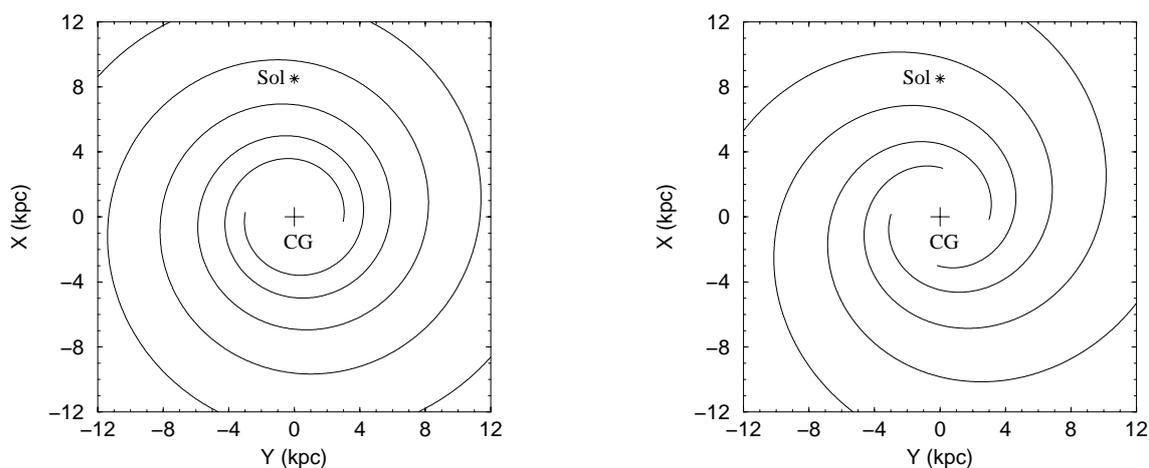


Figura 4.3: Dos modelos de brazos espirales de la Galaxia suponiendo $R_{\odot} = 8.5$ kpc y $\psi_{\odot} = 135^{\circ}$ (Comerón 1989). A la izquierda, un modelo con dos brazos espirales e $i = -6^{\circ}$. A la derecha, un modelo con cuatro brazos e $i = -14^{\circ}$. Se indican la posición del centro galáctico y del Sol.

4.4.2.2. Ecuaciones básicas de la teoría de Lin y Shu

Como ya se ha comentado, el dilema del enrollamiento de los brazos espirales y la necesidad de explicar una organización a gran escala de la estructura espiral llevaron a Lin y colaboradores a desechar la idea de que los brazos estaban constituidos por grandes cantidades de materia, en contraste con el resto del disco, que tendría una densidad mucho más baja. Por contra, estos autores introdujeron el concepto de brazo espiral como una zona de compresión de la materia interestelar, donde las estrellas y el gas del disco circulan a su través. Esta estructura espiral se supone que permanece cuasiestacionaria en un sistema de referencia que rota alrededor del centro de la Galaxia a una determinada velocidad angular Ω_p . Esta suposición es conocida como *la hipótesis QSSS (Quasi-Stationary Spiral Structure)*.

Toda la formulación detallada de esta teoría puede encontrarse en los dos artículos clásicos Lin y Shu (1964) y Lin, Yuan y Shu (1969).

Para deducir las ecuaciones que utilizaremos con posterioridad, tomaremos un disco constituido por gas, de grosor infinitesimal, en el que podemos definir unas coordenadas cilíndricas (R, θ, z) con unas componentes de la velocidad (Π, Θ, Z) . Para este disco, las ecuaciones hidrodinámicas pueden ser escritas de la siguiente

forma:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial}{\partial R} (R\sigma\Pi) + \frac{\partial}{\partial \theta} (\sigma\theta) \right] = 0 \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} + \Pi \frac{\partial \Pi}{\partial R} + \frac{\Theta}{R} \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} - \frac{\Theta^2}{R} = - \left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial (\sigma a_0^2)}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial R} \right] \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \Pi \frac{\partial \Theta}{\partial R} + \frac{\Theta}{R} \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} - \frac{\Pi\Theta}{R} = -\frac{1}{R} \left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial (\sigma a_0^2)}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] \quad (4.26)$$

$$\frac{1}{R} \left[\frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} \right] + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 4\pi G\sigma\delta(z) \quad (4.27)$$

donde la ecuación 4.24 es la de continuidad, 4.25 y 4.26 son las ecuaciones de Euler y 4.27 es la ecuación de Poisson. En estas ecuaciones, σ es la densidad superficial de toda la masa del disco, a_0 es la dispersión de velocidades de las partículas constituyentes del medio, V es el potencial gravitatorio total, G es la constante universal de la gravitación y $\delta(z)$ es la función delta de Dirac.

En este punto, podemos suponer que nuestro modelo se puede considerar axisimétrico en primera aproximación; es decir: un disco de grosor infinitesimal y densidad superficial $\sigma_0(R)$ con una rotación diferencial pura y axisimétrica $\Theta_r(R)$, y con una dinámica dada por un potencial $V_0(R)$ y que cumple las ecuaciones 4.24 a 4.27. Este disco axisimétrico está perturbado por un potencial $V_1(R, \theta, t)$, que produce una variación en la densidad superficial del disco $\sigma_1(R, \theta, t)$. Es decir, que la densidad superficial del disco y su potencial son:

$$\begin{aligned} \sigma(R, \theta, t) &= \sigma_0(R) + \sigma_1(R, \theta, t) & |\sigma_1| &\ll |\sigma_0| \\ V(R, \theta, t) &= V_0(R) + V_1(R, \theta, t) & |V_1| &\ll |V_0| \end{aligned} \quad (4.28)$$

Las perturbaciones en la velocidad del gas debidas a $V_1(R, \theta, t)$ serán $\Pi_1(R, \theta, t)$ (en la dirección radial) y $\Theta_1(R, \theta, t)$ (en la dirección angular, y que se sumará a $\Theta_r(R)$).

Introduciendo 4.28 en las ecuaciones 4.24 a 4.27, y despreciando los productos de los términos perturbativos o de sus derivadas entre sí (es decir, linealizando las ecuaciones), obtenemos:

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial t} + \frac{\Theta_r}{R} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial}{\partial R} (R\sigma_0\Pi_1) + \frac{\partial}{\partial \theta} (\sigma_0\Theta_1) \right] = 0 \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial t} + \frac{\Theta_r}{R} \frac{\partial \Pi_1}{\partial \theta} - 2 \frac{\Theta_r}{R} \Theta_1 = -\frac{a_0^2}{\sigma_0} \frac{\partial \sigma_1}{\partial R} - \frac{\partial V_1}{\partial R} \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial \Theta_1}{\partial t} + \frac{\Theta_r}{R} \frac{\partial \Theta_1}{\partial \theta} + \frac{\kappa^2 R}{2 \Theta_r} \Pi_1 = -\frac{1}{R} \left[\frac{a_0^2}{\sigma_0} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \theta} + \frac{\partial V_1}{\partial \theta} \right] \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_1}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 V_1}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_1}{\partial z^2} = 4\pi G \sigma_1 \delta(z) \quad (4.32)$$

donde la frecuencia epicíclica κ se ha definido como:

$$\kappa^2 = 2 \left(\frac{\Theta_r}{R} \right)^2 \left(1 + \frac{R}{\Theta_r} \frac{d\Theta_r}{dR} \right) \quad (4.33)$$

El sistema 4.29-4.32 vuelve a ser un sistema de ecuaciones diferenciales lineal y homogéneo. Esta última propiedad del sistema nos permite aplicar el principio de superposición, pudiendo investigar la estabilidad del sistema para una superposición de modos normales.

4.4.2.3. Teoría asintótica de las ondas espirales altamente enrolladas

Para un análisis de un modo normal del sistema 4.29-4.32, consideraremos una perturbación arbitraria de la solución σ_0 , V_0 , $\Theta = \Theta_r$ y $\Pi = 0$ dada por la superposición de diferentes modos:

$$q_1 = \Re \left[\hat{q}(R) e^{i(\omega t - m\theta + \Phi(R))} \right] \quad (4.34)$$

donde q puede ser cualquiera de las cantidades σ , Π , Θ . Si asumimos que estas tres magnitudes tienen la misma estructura espiral periódica (aunque no necesariamente estén en fase), podemos escribir:

$$\begin{aligned} \sigma_1(R, \theta, t) &= \hat{\sigma}(R) e^{i(\omega t - m\theta + \Phi(R))} \\ \Pi_1(R, \theta, t) &= \Pi_b(R) e^{i(\omega t - m\theta + \Phi(R))} \\ \Theta_1(R, \theta, t) &= \Theta_b(R) e^{i(\omega t - m\theta + \Phi(R))} \end{aligned} \quad (4.35)$$

donde las amplitudes $\hat{\sigma}$, Π_b y Θ_b pueden ser complejas (es decir, puede haber un desfase entre las diferentes cantidades).

Para simplificar el problema, supondremos que el ángulo de corte i es suficientemente pequeño como para poder considerar que $|\tan i| \ll 1$. Esta hipótesis es en general justificable, a tenor de los ángulos observados en otras galaxias. En este caso, la variación de una magnitud arbitraria en la dirección azimutal es mucho menor que en la dirección radial. Por tanto, en los términos de las ecuaciones 4.29-4.32 en los que aparezca una combinación lineal de dos derivadas, podremos considerar despreciable la derivada en la dirección azimutal, comparada con la derivada en la dirección radial. En este caso:

$$\tan i = \frac{m}{Rk} = \frac{m}{R} \frac{d\Phi(R)}{dR} \ll 1 \Rightarrow k = \frac{d\Phi(R)}{dR} \gg \frac{m}{R} \quad (4.36)$$

Entonces, para una magnitud en general:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_1}{\partial R} &= \left(\frac{d\hat{q}}{dR} + ik\hat{q} \right) e^{i(\omega t - m\theta + \Phi(R))} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial q_1}{\partial \theta} &= -i \frac{m\hat{q}}{R} e^{i(\omega t - m\theta + \Phi(R))} \end{aligned} \quad (4.37)$$

De la ecuación 4.36 podemos ver que:

$$\begin{aligned} |ik\hat{q}| &\gg \left| \frac{\hat{q}}{R} \right| \approx \left| \frac{d\hat{q}}{dR} \right| \\ |ik\hat{q}| &\gg \left| i \frac{\hat{q}}{R} \right| \approx \left| i \frac{m\hat{q}}{R} \right| \end{aligned} \quad (4.38)$$

Por tanto, podemos realizar la aproximación:

$$\frac{\partial q_1}{\partial R} \approx ik\hat{q}e^{i(\omega t - m\theta + \Phi(R))} = ikq_1 \quad (4.39)$$

Entonces, la ecuación de continuidad 4.29 se puede escribir como:

$$\begin{aligned} i \left(\omega - m \frac{\Theta_r}{R} \right) \sigma_1 + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial}{\partial R} (R\sigma_0 \Pi_1) + \frac{\partial}{\partial \theta} (\sigma_0 \Theta_1) \right] &= 0 \Rightarrow \\ i \left(\omega - m \frac{\Theta_r}{R} \right) \sigma_1 + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial}{\partial R} (R\sigma_0) \Pi_1 + ikR\sigma_0 \Pi_1 + \frac{\partial \sigma_0}{\partial \theta} \Theta_1 - im\sigma_0 \Theta_1 \right] &= 0 \end{aligned} \quad (4.40)$$

Por la ecuación 4.38 vemos que:

$$|ik\sigma_0\Pi_b| \gg \left| im\sigma_0\frac{\Pi_b}{R} \right| \approx \left| im\sigma_0\frac{\Theta_b}{R} \right| \quad (4.41)$$

Por tanto, la ecuación 4.40 se transforma en:

$$\left(\omega - m\frac{\Theta_r}{R} \right) \sigma_1 + k\sigma_0\Pi_1 = 0 \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_0} = \frac{k\Pi_1}{m\left(\frac{\Theta_r}{R} - \Omega_p\right)} \quad (4.42)$$

donde:

$$\Omega_p = \frac{\omega}{m}, \quad \theta = \Omega_p t \quad (4.43)$$

Por tanto, únicamente del estudio de la ecuación de continuidad, se deduce que la perturbación radial en la velocidad Π_1 y la perturbación en la densidad σ_1 están en fase. La amplitud de la perturbación radial en la velocidad y el contraste de densidades están relacionadas de la siguiente manera:

$$\Pi_b = \frac{\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{mín}}}{\sigma_{\text{máx}} + \sigma_{\text{mín}}} R \left(\frac{\Theta_r}{R} - \Omega_p \right) \tan i \quad (4.44)$$

4.4.2.4. Respuesta del medio a una perturbación en forma de potencial espiral

Adoptemos un potencial perturbador de la forma:

$$V_1(R, \theta, t) = \hat{V}(R)e^{i(\omega t - m\theta + \Phi(R))} \quad (4.45)$$

con $|V_1| \ll |V_0|$. Entonces:

$$\frac{\partial V_1}{\partial R} = \left(\frac{\partial \hat{V}}{\partial R} + ik\hat{V} \right) e^{i(\omega t - m\theta + \Phi(R))} \approx ik\hat{V} e^{i(\omega t - m\theta + \Phi(R))} \quad (4.46)$$

y, además:

$$|ik\hat{V}| \gg \left| \frac{im\hat{V}}{R} \right| \quad (4.47)$$

Introduciendo estas aproximaciones en las ecuaciones 4.29-4.32 obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones lineales para las funciones definidas en 4.35:

$$\begin{aligned} \nu \hat{\sigma} + \frac{k\sigma_0}{\kappa} \Pi_b &= 0 \\ i \left(\nu - \frac{k^2 a_o^2}{\kappa^2 \nu} \right) \Pi_b - \frac{2}{\kappa} \frac{\Theta_r}{R} \Theta_b &= -\frac{ik\hat{V}}{\kappa} \\ \frac{\kappa}{2} \frac{R}{\Theta_r} \Pi_b + i\nu \Theta_b &= 0 \end{aligned} \quad (4.48)$$

donde el número adimensional ν es la frecuencia de rotación de la estructura espiral con respecto a la rotación diferencial, expresada en unidades de la frecuencia epicíclica:

$$\nu = \frac{1}{\kappa} \left(\omega - m \frac{\Theta_r}{R} \right) = \frac{m}{\kappa} \left(\Omega_p - \frac{\Theta_r}{R} \right) \quad (4.49)$$

La distancia galactocéntrica a la que las velocidades angulares de rotación diferencial y rotación de la estructura espiral son iguales se conoce como *círculo de corrotación* y viene dado por:

$$\Omega_p - \frac{\Theta_r}{R} = 0 \Rightarrow R_{\text{cor}} = \frac{\Theta_r(R_{\text{cor}})}{\Omega_p} \quad (4.50)$$

Vemos que cuando esto se cumple, la frecuencia epicíclica se anula.

A partir de 4.49 vemos que el signo de ν nos informa de si estamos en una zona interior o exterior al círculo de corrotación:

$$\begin{aligned} \Omega_p - \frac{\Theta_r}{R} < 0 &\Rightarrow R < R_{\text{cor}} \Rightarrow \nu < 0 \\ \Omega_p - \frac{\Theta_r}{R} > 0 &\Rightarrow R > R_{\text{cor}} \Rightarrow \nu > 0 \end{aligned} \quad (4.51)$$

La solución del sistema de ecuaciones 4.48 nos permite escribir $\hat{\sigma}$, Π_b y Θ_b en función de la amplitud del potencial perturbador \hat{V} :

$$\begin{aligned} \frac{\hat{\sigma}}{\sigma_0} &= -\frac{k^2 \hat{V}}{\kappa^2} \frac{1}{1 - \nu^2 + x} \\ \Pi_b &= \frac{k\hat{V}}{\kappa} \frac{\nu}{1 - \nu^2 + x} \\ \Theta_b &= \frac{i}{2} k\hat{V} \frac{R}{\Theta_r} \frac{1}{1 - \nu^2 + x} \end{aligned} \quad (4.52)$$

donde x es el número de estabilidad de Toomre (Toomre 1964):

$$x = \frac{k^2 a_0^2}{\kappa^2} \quad (4.53)$$

que depende de la dispersión de velocidades a_0 de las partículas del medio. Como vemos, la solución del sistema nos permite afirmar que Θ_b tiene un desfase de 90° con respecto a $\hat{\sigma}$ y Π_b .

4.4.2.5. Campo de velocidades asociado a las ondas de densidad espirales

Si el potencial gravitatorio de un modelo galáctico es perturbado por una onda de densidad espiral, el gas del medio reacciona produciendo cambios de densidad y movimientos de corriente que también tienen una forma espiral. Escribiendo todas las variables como magnitudes reales, podemos tomar como potencial perturbador:

$$V_1 = \hat{V} \cos \psi \quad (4.54)$$

La respuesta del gas, en forma de cambio de densidad y variaciones en la velocidad, es la siguiente:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \hat{\sigma} \cos \psi \\ \Pi_1 &= \Pi_b \cos \psi \\ \Theta_1 &= -\Theta_b \sin \psi \end{aligned} \quad (4.55)$$

En estas ecuaciones se ha tenido en cuenta el desfase de 90° existente entre σ_1 , Π_1 y Θ_1 . Como vemos, las líneas de fase constante lo son también de densidad y perturbación de la velocidad constantes. En los brazos espirales $\sigma_1 > 0$; por tanto, hemos de tener $\hat{V} < 0$. El centro de los brazos viene dado por $\psi = 0^\circ$ (ver figura 4.4). A partir de las ecuaciones 4.52 y 4.55 vemos que en esta posición se tiene que $\Pi_1 = \Pi_b < 0$ si $\nu < 0$ (es decir, si $R < R_{\text{cor}}$) y $\Pi_1 = \Pi_b > 0$ si $\nu > 0$ ($R > R_{\text{cor}}$). En el círculo de corrotación ($\nu = 0$) $\Pi_1 = \Pi_b = 0$, independientemente del valor de la fase. Debido al desfase, en el centro de un brazo $\Theta_1 = 0$. En una posición entre dos brazos (que corresponde a $\psi = 180^\circ$), $\Theta_1 = 0$ y Π_1 tiene un comportamiento inverso al que presenta en el centro de los brazos: es positiva si $\nu < 0$ y es negativa si $\nu > 0$. La componente Π_1 se anula para las fases $\psi = 90^\circ$ y $\psi = 270^\circ$, donde $|\Theta_1|$ se hace máxima. Esta última componente se dirige en el sentido de la rotación para $\psi = 270^\circ$ (borde externo de los brazos), y en sentido contrario para $\psi = 90^\circ$ (borde

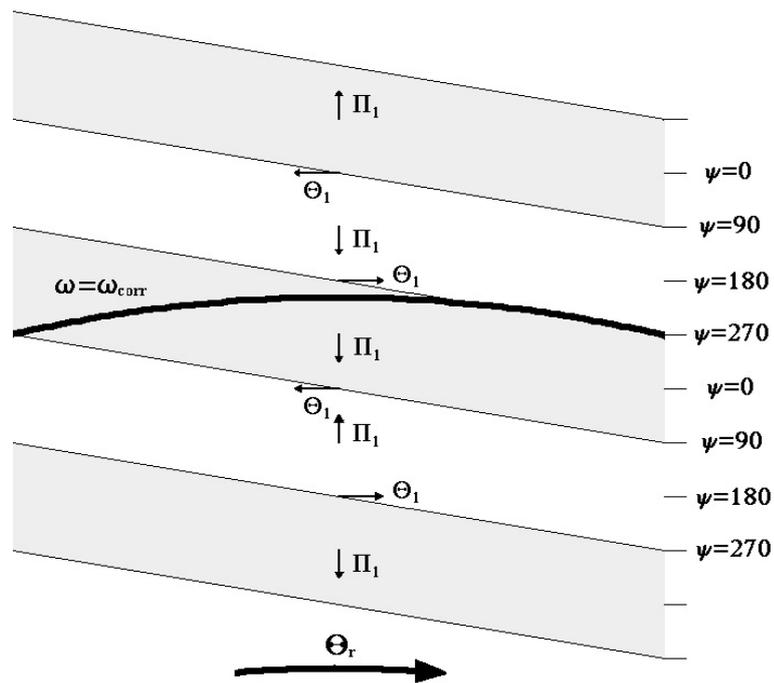


Figura 4.4: Campo de velocidades de una onda de densidad espiral. Las regiones en gris corresponden a los brazos espirales. El sentido de giro de la rotación diferencial es horario. Obsérvese el diferente comportamiento de Π_1 en el interior y en el exterior del círculo de corrotación.

interno). Un hecho a destacar es que la amplitud Θ_b es siempre positiva, sea cual sea el valor de la frecuencia epicíclica ν .

De las ecuaciones 4.52 se deduce que las componentes $\hat{\sigma}$, Π_b y Θ_b tienen una discontinuidad cuando:

$$\nu^2 = 1 + x \quad (4.56)$$

En estos casos, las aproximaciones realizadas en el proceso de linealización de las ecuaciones no son válidas. Las distancias galactocéntricas en las que se cumple 4.56 se conocen como *resonancias de Lindblad*. Si $x \ll 1$, las resonancias se tienen para $\nu = \pm 1$. Entonces, en una galaxia de m brazos:

$$\begin{aligned} \text{Resonancia interior de Lindblad:} \quad \nu = -1 &\Rightarrow \Omega_p = \frac{\Theta_r(R_{\text{int}})}{R_{\text{int}}} - \frac{\kappa}{m} \\ \text{Resonancia exterior de Lindblad:} \quad \nu = +1 &\Rightarrow \Omega_p = \frac{\Theta_r(R_{\text{ext}})}{R_{\text{ext}}} + \frac{\kappa}{m} \end{aligned} \quad (4.57)$$

donde R_{int} y R_{ext} son las distancias galactocéntricas de las resonancias interior y exterior de Lindblad, respectivamente. Las resonancias de Lindblad son posiciones donde un punto que se está moviendo con una velocidad circular Θ_r/R ve como la estructura espiral pasa con una frecuencia que es un múltiplo de la frecuencia epicíclica local. Por tanto, la perturbación espiral siempre encuentra a estos puntos en la misma fase de su movimiento epicíclico. De acuerdo con la teoría clásica de Lin y colaboradores, los brazos espirales existirían sólo entre la resonancia interior de Lindblad y el círculo de corrotación, aunque otros autores (a la vista de observaciones en otras galaxias) creen que esta estructura espiral puede mantenerse intacta hasta la resonancia exterior.

4.4.2.6. Solución asintótica de la ecuación de Poisson

La forma espiral del potencial perturbador 4.45 ha sido asumido como una hipótesis *ad hoc*. Este potencial ha producido una respuesta del disco gaseoso, provocando una variación de la densidad en éste. Es muy interesante comprobar bajo qué condiciones esta variación en la densidad es capaz de provocar una variación en el potencial exactamente igual al potencial perturbador. Esto haría a las ondas de densidad autoconsistentes.

Calculemos, pues, el potencial producido por una distribución espiral de materia. Asumiremos que los brazos espirales son altamente enrollados ($\tan i \ll 1$). Buscaremos una solución de la ecuación de Poisson 4.32, donde $\sigma(R)$ es la densidad superficial de la materia gravitante de la Galaxia, en la aproximación de disco delgado. Esta densidad superficial es tal que hay una fuerza de atracción K_z dirigida hacia el plano $z = 0$. Por tanto, el potencial $V(R, \theta, z)$ debe poseer una discontinuidad en V_z para $z = 0$, dada por:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 4\pi G\sigma(R, \theta) \quad (4.58)$$

Como la ecuación de Poisson es lineal, podemos considerar componentes armónicas individuales y tomar:

$$\sigma = \hat{\sigma}(R)e^{i(\lambda f(R) - m\theta)} \quad (4.59)$$

Es decir, que la solución vendría dada por:

$$V(R, \theta, z) = \hat{V}(R, z, \lambda)e^{i(\lambda g(R, z) - m\theta)} \quad (4.60)$$

Se puede comprobar desarrollando el potencial en serie (Rohlf 1977) que, en primera aproximación:

$$\hat{V}(R, z, \lambda) = \hat{V}(R) = -2\pi G \frac{\hat{\sigma}(R)}{\left| \frac{d\Phi(R)}{dR} \right|} \quad (4.61)$$

4.4.2.7. La ecuación de dispersión

Si sustituimos 4.61 en la primera ecuación de 4.52, obtenemos la ecuación de dispersión:

$$\frac{|k|}{k_0} = 1 - \nu^2 + x \quad (4.62)$$

donde:

$$k_0 = \frac{\kappa^2}{2\pi G\sigma_0} \quad (4.63)$$

Introduciendo en 4.62 las longitudes de onda:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad , \quad \lambda_0 = \frac{2\pi}{k_0} \quad (4.64)$$

encontramos otra forma de la ecuación de dispersión:

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^2 (1 - \nu^2) - \frac{\lambda}{\lambda_0} + x_0 = 0 \quad (4.65)$$

donde x_0 es el número de estabilidad marginal de Toomre:

$$x_0 = \frac{\kappa^2 a_0^2}{4\pi^2 G^2 \sigma_0^2} \quad (4.66)$$

La solución de la ecuación de dispersión es:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - \nu^2} \left[1 \pm \sqrt{1 - 4x_0(1 - \nu^2)} \right] \quad (4.67)$$

Por tanto, la condición para que λ sea real es (criterio de estabilidad de Toomre):

$$\nu^2 \geq 1 - \frac{1}{4x_0} \quad (4.68)$$

Es decir, para que el disco sea estable frente a perturbaciones radiales (como las inducidas por la onda de densidad) se ha de cumplir que x_0 sea mayor o igual que 1/4. Si tomamos $x_0 = 1/4$ tenemos dos ramas, que dan lugar a dos modos de ondas espirales:

$$\begin{aligned} \text{Modo de onda larga: } \frac{\lambda}{\lambda_0} &= \frac{1}{2} \frac{1}{1 - \nu} \\ \text{Modo de onda corta: } \frac{\lambda}{\lambda_0} &= \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \nu} \end{aligned} \quad (4.69)$$

Ambos modos son compatibles con las condiciones físicas del disco galáctico. Su comportamiento se diferencia en la dirección de propagación: el modo de onda larga se propaga desde las resonancias de Lindblad hacia el círculo de corrotación, y el modo de onda corta lo hace en sentido contrario.

4.4.2.8. Componentes del campo de velocidades generado por la onda de densidad

Las dos últimas expresiones de 4.55 nos proporcionan las dos componentes en coordenadas galactocéntricas del campo de velocidades generado por la onda de densidad espiral. De la figura 4.5, y con la ayuda de las dos últimas expresiones de 4.55, deducimos que las componentes sistemáticas de la velocidad de una estrella

de longitud galáctica l , latitud galáctica b y longitud galactocéntrica θ debidas a la presencia de los brazos espirales de nuestra galaxia son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 v_{r_3} &= -\Pi_1 \cos(l + \theta) \cos b + \Pi_{1\odot} \cos l \cos b + \Theta_1 \sin(l + \theta) \cos b - \Theta_{1\odot} \sin l \cos b \\
 v_{l_3} &= \Pi_1 \sin(l + \theta) - \Pi_{1\odot} \sin l + \Theta_1 \cos(l + \theta) - \Theta_{1\odot} \cos l \\
 v_{b_3} &= \Pi_1 \cos(l + \theta) \sin b - \Pi_{1\odot} \cos l \sin b - \Theta_1 \sin(l + \theta) \sin b + \Theta_{1\odot} \sin l \sin b
 \end{aligned} \tag{4.70}$$

donde Π_1 , Θ_1 y $\Pi_{1\odot}$, $\Theta_{1\odot}$ son las componentes de la velocidad debidas a la onda de densidad espiral de la estrella considerada y del Sol, respectivamente, en coordenadas galactocéntricas.

De las dos últimas expresiones 4.52 deducimos que:

$$\begin{aligned}
 \Pi_{b\odot} &= \frac{1 - \nu^2 + x}{1 - \nu^2 + x_\odot} \Pi_b \\
 \Theta_{b\odot} &= \frac{1 - \nu^2 + x}{1 - \nu^2 + x_\odot} \Theta_b
 \end{aligned} \tag{4.71}$$

donde $\Pi_{b\odot}$ y $\Theta_{b\odot}$ son las amplitudes de las componentes de la velocidad del Sol debidas a la onda de densidad espiral, Π_b y Θ_b son estas mismas componentes para la estrella considerada, y x y x_\odot son los números de estabilidad de Toomre para la estrella y el Sol, respectivamente. Estos números dependen de la dispersión de velocidades de la estrella considerada:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{k^2 a_0^2}{\kappa^2} \\
 x_\odot &= \frac{k^2 a_{0\odot}^2}{\kappa^2}
 \end{aligned} \tag{4.72}$$

Como todas las estrellas de nuestras muestras son jóvenes, las dispersiones de velocidades son más pequeñas que en el caso del Sol. Este último tiene una dispersión de velocidades típica de las estrellas del disco, del orden de 25 km s^{-1} , mientras que las estrellas de los tipos espectrales O y B tienen una dispersión de velocidades de unos 12 km s^{-1} (Mihalas y Binney 1981; ver nuestros propios resultados al respecto en el capítulo 8).

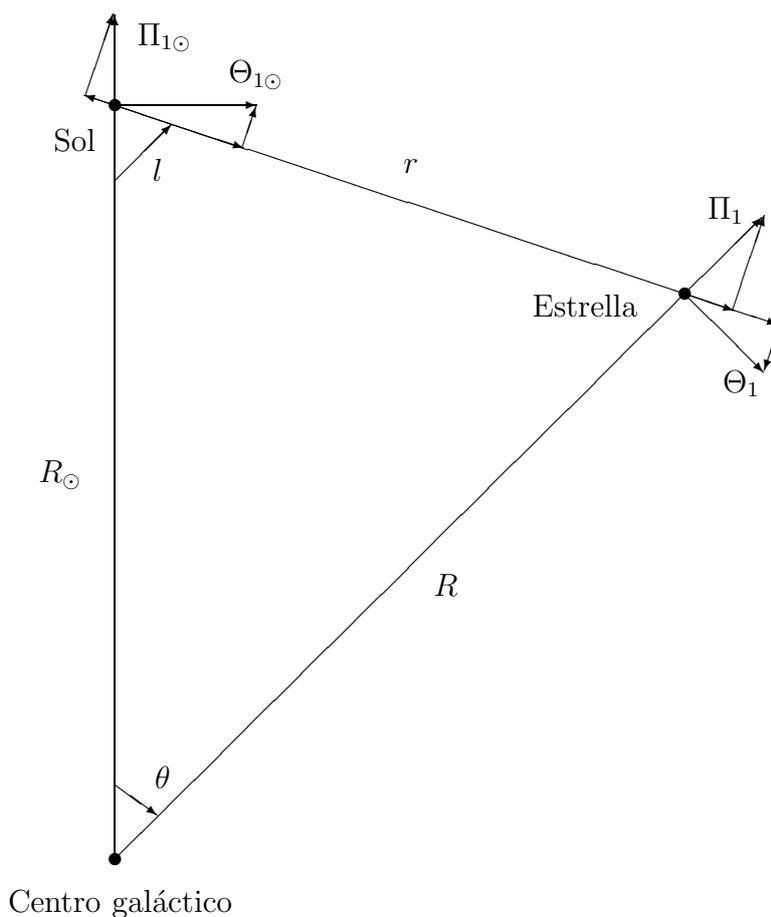


Figura 4.5: Componentes radial y tangencial de la velocidad del Sol y de una estrella con distancia galactocéntrica R , longitud galáctica l y longitud galactocéntrica θ debidas a la cinemática inducida por la estructura espiral de la Galaxia. $\Pi_{1\odot}$, $\Theta_{1\odot}$ y Π_1 , Θ_1 son las componentes galactocéntricas de la velocidad del Sol y de la estrella, respectivamente.

Por tanto, es conveniente que definamos un parámetro f_\odot de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\Pi_{1\odot} &= \Pi_{b\odot} \cos \psi_\odot = \frac{1 - \nu^2 + x}{1 - \nu^2 + x_\odot} \Pi_b \cos \psi_\odot \equiv f_\odot \Pi_b \cos \psi_\odot \\ \Theta_{1\odot} &= -\Theta_{b\odot} \sin \psi_\odot = -\frac{1 - \nu^2 + x}{1 - \nu^2 + x_\odot} \Theta_b \sin \psi_\odot \equiv -f_\odot \Theta_b \sin \psi_\odot\end{aligned}\quad (4.73)$$

que nos permite reescribir las ecuaciones 4.70 de la siguiente forma:

$$v_{r3} = -\Pi_b \cos \psi_\odot \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) - f_\odot \cos l \right) \cos b$$

$$\begin{aligned}
& -\Pi_b \sin \psi_\odot \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) \cos b \\
& -\Theta_b \sin \psi_\odot \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) - f_\odot \sin l \right) \cos b \\
& +\Theta_b \cos \psi_\odot \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) \cos b \\
v_{l_3} = & \Pi_b \cos \psi_\odot \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) - f_\odot \sin l \right) \\
& +\Pi_b \sin \psi_\odot \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) \\
& -\Theta_b \sin \psi_\odot \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) - f_\odot \cos l \right) \\
& +\Theta_b \cos \psi_\odot \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) \\
v_{b_3} = & \Pi_b \cos \psi_\odot \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) - f_\odot \cos l \right) \sin b \\
& +\Pi_b \sin \psi_\odot \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) \sin b \\
& +\Theta_b \sin \psi_\odot \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) - f_\odot \sin l \right) \sin b \\
& -\Theta_b \cos \psi_\odot \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) \sin b \tag{4.74}
\end{aligned}$$

donde se han tomado Π_b y Θ_b como constantes (su variación con la distancia galactocéntrica es suave) y se ha introducido la fase de la estructura espiral en la posición de cada estrella en función de la fase en la posición del Sol, mediante la expresión (ver 4.14 y 4.21):

$$\psi = \psi_\odot - m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \tag{4.75}$$

4.5. Campo de velocidades en el modelo de galaxia propuesto

Tras lo expuesto en las Secciones 4.2, 4.3 y 4.4, estamos en disposición de dar la expresión para el campo sistemático de velocidades en nuestro modelo de galaxia. Este campo de velocidades es el siguiente:

$$\begin{aligned}
v_r &= v_{r_1} + v_{r_2} + v_{r_3} \\
&= -U_{\odot} \cos l \cos b - V_{\odot} \sin l \cos b - W_{\odot} \sin b \\
&\quad + \Theta(R_{\odot}) [\sin(l + \theta) - \sin l] \cos b \\
&\quad + a_r \Delta R \sin(l + \theta) \cos b + b_r \Delta R^2 \sin(l + \theta) \cos b \\
&\quad - \Pi_b \cos \psi_{\odot} \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_{\odot}}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) - f_{\odot} \cos l \right) \cos b \\
&\quad - \Pi_b \sin \psi_{\odot} \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_{\odot}}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) \cos b \\
&\quad - \Theta_b \sin \psi_{\odot} \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_{\odot}}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) - f_{\odot} \sin l \right) \cos b \\
&\quad + \Theta_b \cos \psi_{\odot} \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_{\odot}}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) \cos b
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_l &= v_{l_1} + v_{l_2} + v_{l_3} \\
&= U_{\odot} \sin l - V_{\odot} \cos l \\
&\quad + \Theta(R_{\odot}) (\cos(l + \theta) - \cos l) \\
&\quad + a_r \Delta R \cos(l + \theta) + b_r \Delta R^2 \cos(l + \theta) \\
&\quad + \Pi_b \cos \psi_{\odot} \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_{\odot}}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) - f_{\odot} \sin l \right) \\
&\quad + \Pi_b \sin \psi_{\odot} \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_{\odot}}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) \\
&\quad - \Theta_b \sin \psi_{\odot} \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_{\odot}}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) - f_{\odot} \cos l \right) \\
&\quad + \Theta_b \cos \psi_{\odot} \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_{\odot}}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_b &= v_{b_1} + v_{b_2} + v_{b_3} \\
&= U_\odot \cos l \sin b + V_\odot \sin l \sin b - W_\odot \cos b \\
&\quad - \Theta(R_\odot) [\sin(l + \theta) - \sin l] \sin b \\
&\quad - a_r \Delta R \sin(l + \theta) \sin b - b_r \Delta R^2 \sin(l + \theta) \sin b \\
&\quad + \Pi_b \cos \psi_\odot \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) - f_\odot \cos l \right) \sin b \\
&\quad + \Pi_b \sin \psi_\odot \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) \sin b \\
&\quad + \Theta_b \sin \psi_\odot \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) - f_\odot \sin l \right) \sin b \\
&\quad - \Theta_b \cos \psi_\odot \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) \sin b \tag{4.76}
\end{aligned}$$

No todos los parámetros de la estructura galáctica que aparecen en estas ecuaciones podrán ser determinados debido, fundamentalmente, a dos tipos de dificultades. En primer lugar, algunos parámetros intervienen de forma no lineal en las ecuaciones, lo que dificulta en gran medida su determinación: es el caso de la distancia galactocéntrica del Sol (R_\odot), del ángulo de inclinación de los brazos espirales (i) y del número de brazos de la Galaxia (m). En segundo lugar, hay parámetros que si se intentaran determinar simultáneamente darían resultados no fiables, debido a las altas correlaciones con las que se deducirían. Es el caso de la velocidad circular del Sol ($\Theta(R_\odot)$), que presenta una elevada correlación con el término de primer orden de la curva de rotación galáctica. Este hecho recomienda tomar como conocido el valor de esta velocidad, eliminando la correlación. Por suerte, de todos estos parámetros existen en la literatura determinaciones obtenidas según diferentes tipos de observaciones.

4.5.1. Elección de los parámetros de la estructura galáctica

Como acabamos de ver, en nuestro modelo de la Galaxia hemos de imponer el valor de diversos parámetros de la estructura galáctica. A saber:

- R_\odot : distancia galactocéntrica del Sol

- $\Theta(R_{\odot})$: velocidad circular debida a la rotación galáctica en la posición del Sol
- m : número de brazos espirales de la Galaxia
- i : ángulo de inclinación de los brazos espirales

4.5.1.1. La distancia galactocéntrica del Sol y la velocidad circular

De estos dos parámetros existen numerosísimas determinaciones independientes. De hecho, estos fueron unos de los primeros parámetros de la estructura galáctica determinados. El cálculo de la distancia galactocéntrica del Sol a partir de la distribución espacial de los cúmulos globulares por parte de Shapley (1914-1921) fue una de las primeras pruebas definitivas acerca de la verdadera extensión de nuestra galaxia, que había sido infravalorada en un factor 10 en los estudios estadísticos de Kapteyn (1904-1920). El análisis de una muestra de 69 cúmulos globulares con una determinación de la distancia a partir de la observación de estrellas variables cefeidas permitió a Shapley estimar la distancia del Sol al centro de la Galaxia en unos 15 kpc, situando a éste en la dirección de Sagittarius (Shapley 1918). Esto supuso una gran revolución en una época en la que se suponía al Sol en una posición muy cercana al centro de nuestro sistema estelar, al que se le estimaba un diámetro de entre 9 y 18 kpc. Posteriormente han sido aplicados otros métodos para el cálculo de la distancia del Sol al centro de la Galaxia, como el método de Baade (consistente en la búsqueda de *agujeros* en el oscurecimiento galáctico y la determinación del pico en el número de estrellas RR Lyrae como una función de la magnitud) y la observación de estrellas variables Mira en diferentes *ventanas* galácticas.

Por lo que respecta a la velocidad circular del Sol, también existen toda una variedad de métodos que permiten su cálculo. Uno de los más utilizados es la medida del movimiento del LSR (*Local Standard of Rest*) respecto de algún grupo de objetos cuyo movimiento es suficientemente diferente entre ellos y al del LSR, de manera que la media de la velocidad puede ser considerada como nula, o algún valor conocido.

Las estimaciones para ambos valores, distancia galactocéntrica del Sol y velocidad circular, han ido disminuyendo con el tiempo. En 1964, la IAU estableció como valores estándar los siguientes:

$$\begin{aligned} R_{\odot} &= 10 \text{ kpc} \\ \Theta(R_{\odot}) &= 250 \text{ km s}^{-1} \end{aligned} \tag{4.77}$$

Estos valores se cambiaron en 1986 (Kerr y Lynden-Bell 1986), pasando a ser los siguientes:

$$\begin{aligned} R_{\odot} &= 8.5 \text{ kpc} \\ \Theta(R_{\odot}) &= 220 \text{ km s}^{-1} \end{aligned} \quad (4.78)$$

que son los actualmente aceptados. Sin embargo, en los últimos años diversos autores han publicado estimaciones más bajas de ambas magnitudes.

En el caso de la distancia galactocéntrica del Sol, la aplicación del método clásico del estudio de la distribución de cúmulos globulares ha dado últimamente valores de aproximadamente 7.5 kpc (Racine y Harris 1989; Maciel 1993). La utilización de las nebulosas planetarias como candelas estándar arroja valores de entre 7.2 y 8.1 kpc (Pottasch 1990). En Reid (1993) se hace un buen resumen de los diversos métodos para el cálculo de este parámetro galáctico, y a la vista de los resultados obtenidos por todos ellos, se estima que el más idóneo es $R_{\odot} = 8.0 \pm 0.5$ kpc.

Los estudios cinemáticos, a partir de las velocidades radiales y los movimientos propios de las estrellas, permiten obtener simultáneamente estimaciones de R_{\odot} y $\Theta(R_{\odot})$. A partir de un estudio reciente de la cinemática de las estrellas cefeidas se han obtenido valores de $R_{\odot} = 7.66 \pm 0.32$ kpc y $\Theta(R_{\odot}) = 237 \pm 12$ km s⁻¹ (Metzger, Caldwell y Schechter 1997). Por otro lado, recientes modelos de masa de la Galaxia estiman unos valores de $R_{\odot} = 7.1 \pm 0.4$ kpc y $\Theta(R_{\odot}) = 184 \pm 8$ km s⁻¹ (Olling y Merrifield 1998).

Sin embargo, continúa habiendo valores concordantes con los de Kerr y Lynden-Bell, como el obtenido por Feast y Whitelock (1997) para una muestra de 220 cefeidas del catálogo Hipparcos, que arrojan un valor para la distancia galactocéntrica del Sol de $R_{\odot} = 8.5 \pm 0.5$ kpc, o el obtenido por Feast, Pont y Whitelock (1998) a partir de las velocidades radiales de 266 cefeidas (también del catálogo Hipparcos), $R_{\odot} = 8.51 \pm 0.29$ kpc.

Es obvio que actualmente todavía no hay un acuerdo completo respecto a los valores de estos parámetros, y es por esa razón que nosotros consideraremos dos casos en este trabajo: un primer caso con los valores clásicos $R_{\odot} = 8.5$ kpc y $\Theta(R_{\odot}) = 220$ km s⁻¹, y un segundo caso con los valores propuestos por Olling y Merrifield (1998), $R_{\odot} = 7.1$ kpc y $\Theta(R_{\odot}) = 184$ km s⁻¹. Hacemos notar que en ambos casos el valor de $\Omega_{\odot} = \Theta(R_{\odot})/R_{\odot}$ es muy parecido, del orden de $25.9 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$.

4.5.1.2. Número de brazos espirales de la Galaxia y su ángulo de inclinación

Aquí abordamos un punto bastante más problemático que en el apartado anterior. Las determinaciones del número de brazos espirales de nuestra galaxia (m) y de su ángulo de inclinación respecto de las curvas con $R = \text{cte}$ (i) se realizan principalmente a partir del estudio de mapas de nuestra galaxia en la línea de 21.1 cm del HI y de la cartografía en el plano galáctico obtenida gracias a otros trazadores de la estructura espiral, como son los cúmulos abiertos jóvenes, las estrellas de los tipos espectrales O y B, así como las cefeidas de largo periodo ($P \gtrsim 11$ días) y otros objetos jóvenes.

La determinación de la estructura espiral en la banda radio se encuentra con algunas dificultades, especialmente relacionadas con la cantidad de detalles de estructura fina en los brazos (que hace difícil discernir entre estructuras principales y secundarias) y con el hecho de que las distancias calculadas en las observaciones de HI son cinemáticas y, por tanto, han de asumir una curva de rotación galáctica conocida.

El primer mapa en HI de nuestra galaxia fue realizado en 1957 por Schmidt y Westerhout. Estudios posteriores con mejores resoluciones espaciales y frecuenciales han sido llevados a cabo, aportando todos ellos resultados similares: la existencia de, al menos, dos brazos internos a la posición del Sol (el de Sagittarius-Carina -conocido también como brazo -I-, a unos 2 kpc del Sol, y el de Norma-Scutum -brazo -II-, a unos 5 kpc), uno local (el de Orion-Cygnus -brazo 0-, ligeramente exterior a la posición del Sol) y uno externo (el de Perseus -brazo +I-, a unos 2 kpc). A finales de los años 80 del siglo XX se encontraron evidencias en el segundo cuadrante galáctico de otro brazo en el exterior del brazo de Perseus, a unos 3.5-4.5 kpc del Sol (ver, por ejemplo, Kimeswenger y Weinberger 1989). Más recientemente, se ha anunciado el descubrimiento de otro brazo externo, abarcando más de 70° en el cuarto cuadrante galáctico, a unas distancias galactocéntricas de entre 18 y 24 kpc (McClure-Griffiths et al. 2004).

En las figuras 4.6-4.11 podemos observar la presencia de los brazos espirales en el plano galáctico, visibles gracias a diferentes trazadores: estrellas O (figura 4.6, Walborn 1973), estrellas supergigantes (figura 4.7, Humphreys 1970), estrellas cefeidas, cúmulos abiertos jóvenes y regiones HII (figura 4.8, Tammann 1970), cúmulos

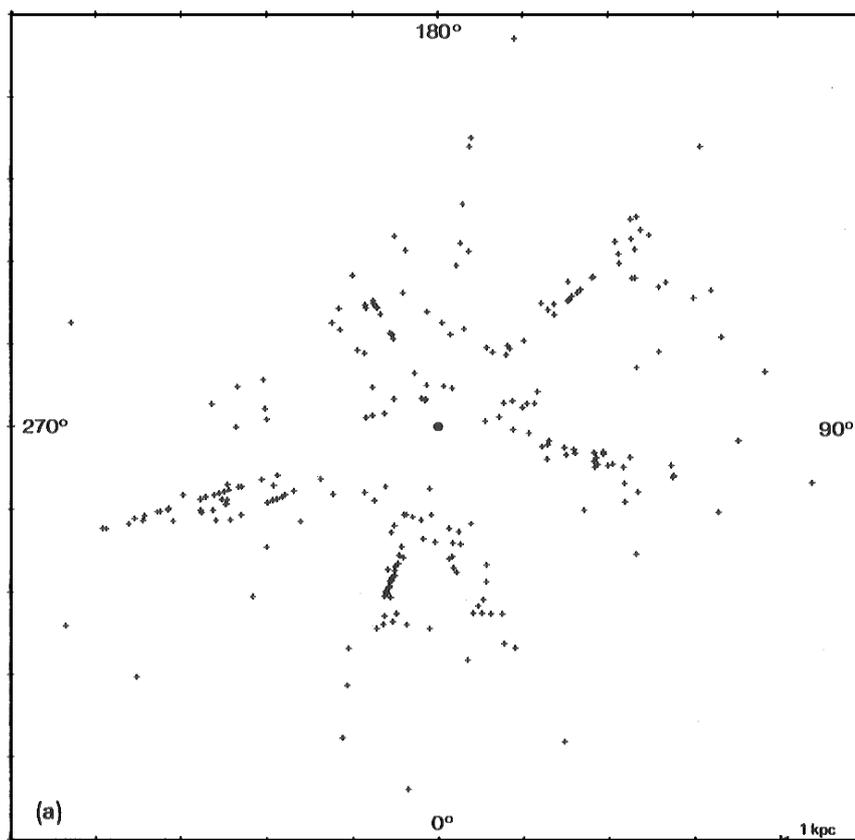


Figura 4.6: Distribución espacial de las estrellas del tipo espectral O proyectada sobre el plano galáctico. La posición del Sol está marcada en el centro de la figura (Walborn 1973).

abiertos jóvenes (figura 4.9, Janes, Tilley y Lyngå 1988), regiones HII y estrellas O y B (figura 4.10, Georgelin y Georgelin 1976) y asociaciones R (figura 4.11, Herbst 1975).

Queremos destacar que, aunque estemos hablando en todo momento de *brazos*, quizá deberíamos referirnos a *segmentos de brazo*, ya que no excluimos la posibilidad de que varios de estos segmentos puedan pertenecer a un mismo brazo, o que alguno de ellos no sea un brazo real, sino una irregularidad local (como podría suceder con el brazo de Orion-Cygnus). Por lo que respecta a este último aspecto, es mayoritaria la opinión de que el brazo 0 es una irregularidad local, como ya defendía Bok a mediados del siglo XX (Bok 1959). Esta opinión se basaba en que algunos trazadores parecían indicar que el brazo local formaba un *punte* entre los brazos +I y -I. Sin

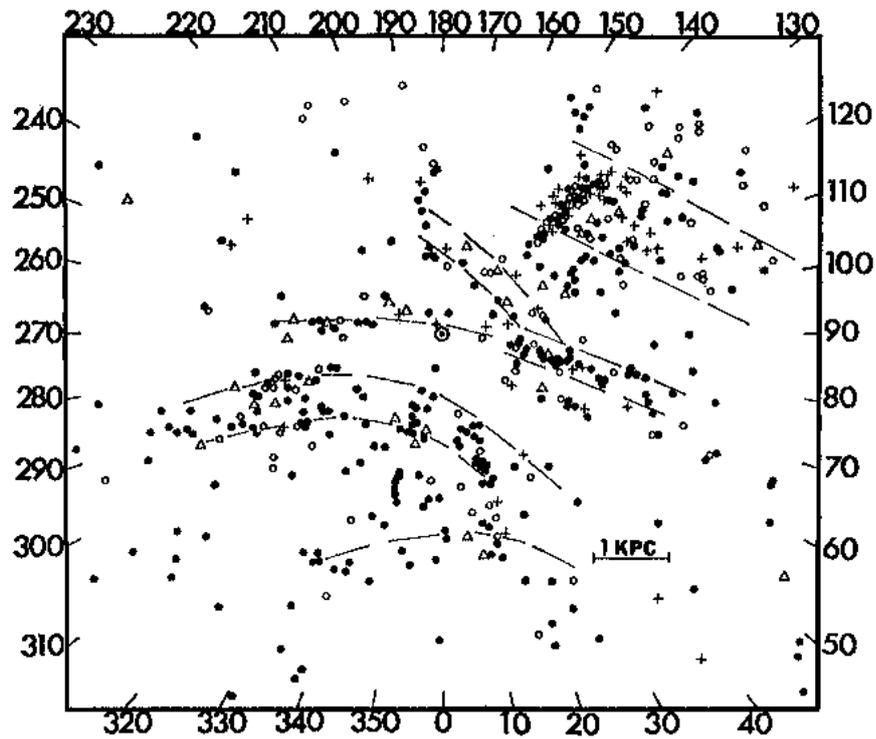


Figura 4.7: Distribución espacial de las estrellas supergigantes Ia y Ib de todos los tipos espectrales, y de las supergigantes Ib de tipos más tempranos que B5, proyectada sobre el plano galáctico. Los círculos rellenos corresponden a las estrellas O9-B5, los huecos a las B5-A5, los triángulos a las A5-K5 y los signos positivos a las K5-M. La posición del Sol está marcada en el centro de la figura (Humphreys 1970).

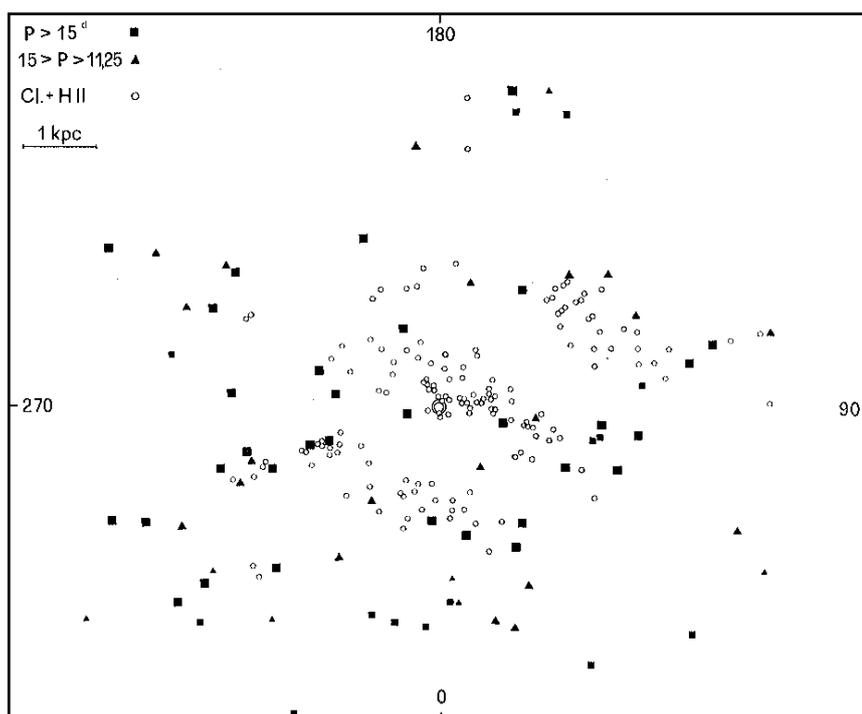


Figura 4.8: Distribución espacial de las estrellas cefeidas, así como de los cúmulos abiertos con estrellas B2-B3 y regiones H II, proyectada sobre el plano galáctico. La posición del Sol está marcada en el centro de la figura (Tammann 1970).

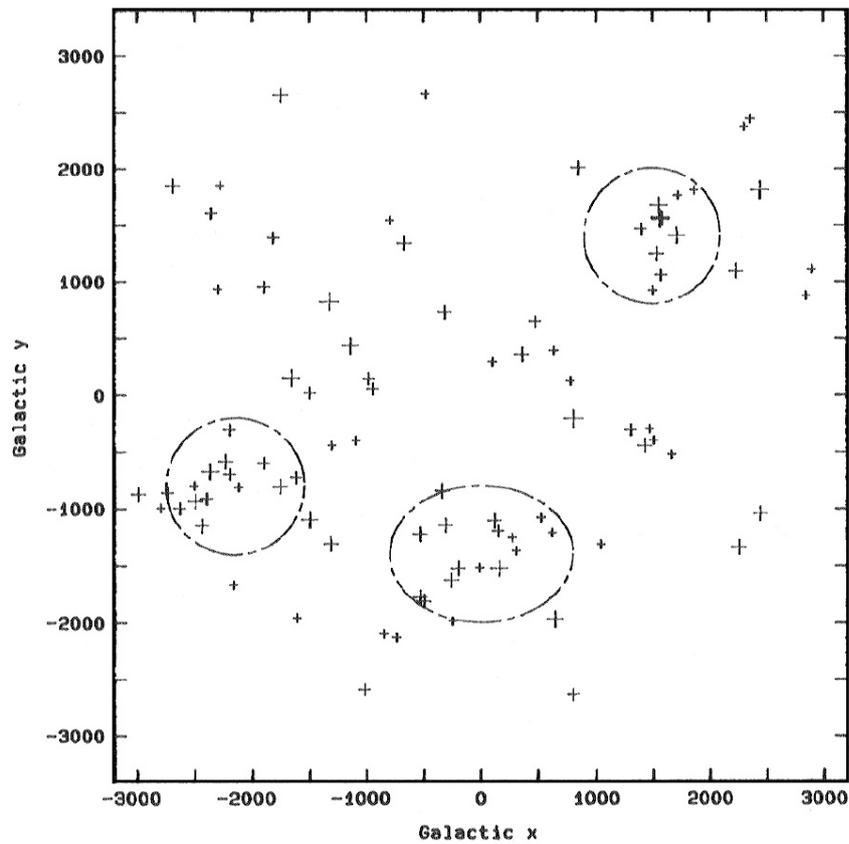


Figura 4.9: Distribución espacial de los cúmulos abiertos con edad inferior a 20 millones de años proyectada sobre el plano galáctico. Los círculos marcan los complejos de Perseus, Carina y Sagittarius (Janes, Tilley y Lyngå 1988).

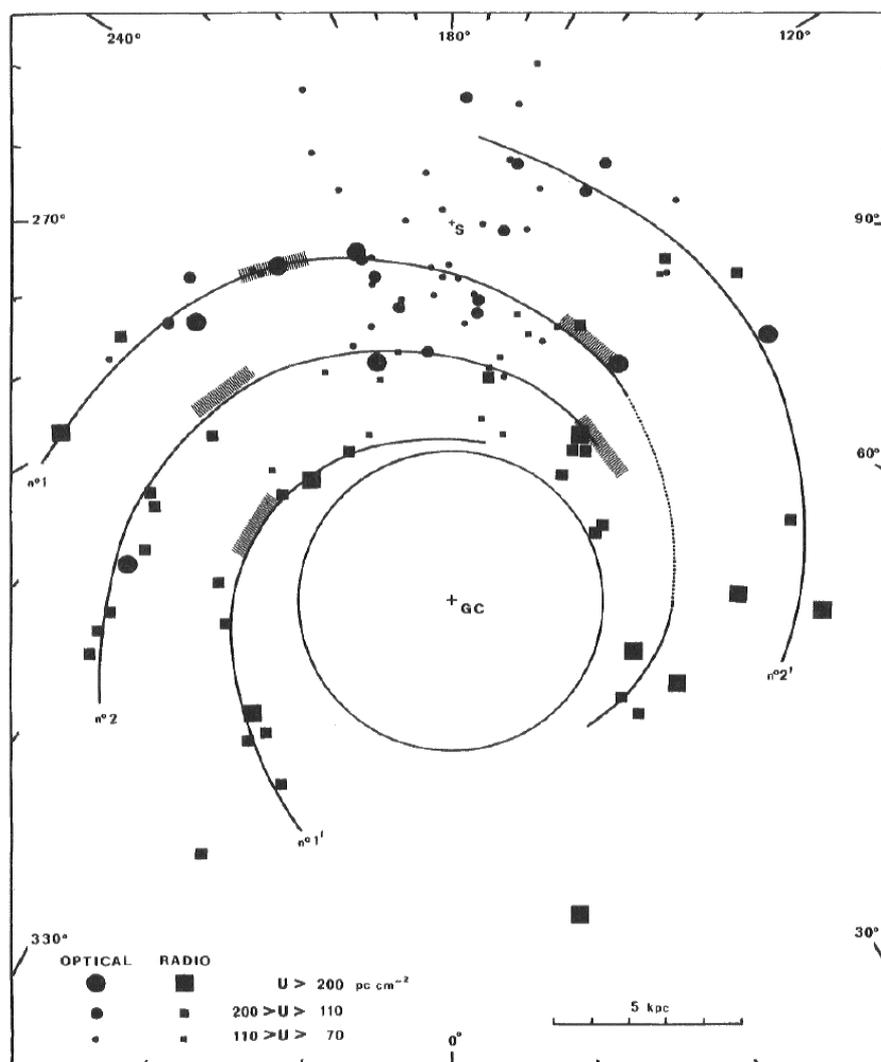


Figura 4.10: Distribución espacial de estrellas O y B, y de regiones HII sobre el plano galáctico. La posición del Sol está marcada por una S y la posición del centro galáctico está marcada en el centro de la figura (Georgelin y Georgelin 1976).

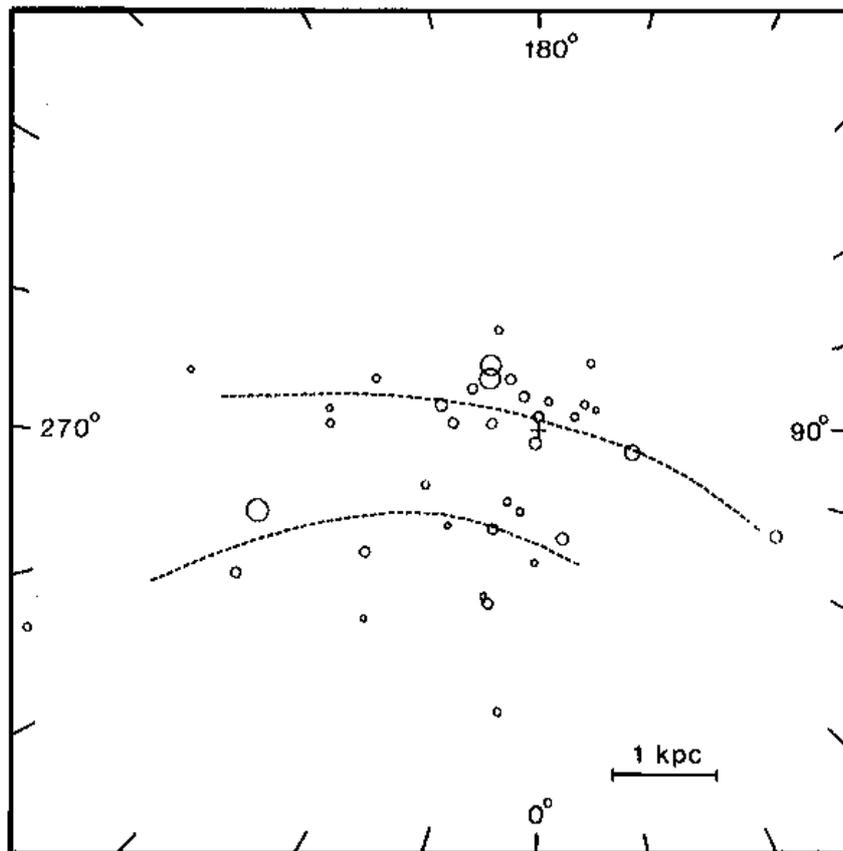


Figura 4.11: Distribución espacial de las asociaciones R proyectada sobre el plano galáctico. El tamaño del círculo es proporcional al número de miembros de la asociación. La posición del Sol está marcada ligeramente a la derecha del centro de la figura (Herbst 1975).

embargo, como indica Humphreys (1970), en las regiones entre $20^\circ \lesssim l \lesssim 70^\circ$ y $265^\circ \lesssim l \lesssim 285^\circ$ el brazo local parece estar claramente separado de los brazos de Sagittarius-Carina y de Perseus. La categoría de estructura local para el brazo de Orion-Cygnus tampoco parece estar muy de acuerdo con la extensión de más de 2 kpc en la dirección de Vela ($l \simeq 265^\circ$), así como con la clara separación del brazo de Sagittarius-Carina en esta misma dirección, detectada por Herbst (1975) en base a la distribución en el plano galáctico de asociaciones R (asociaciones de nebulosas de reflexión). Estas asociaciones son uno de los mejores trazadores de la estructura espiral, ya que la observación de galaxias externas demuestra que las nubes de polvo interestelar trazan mejor la estructura espiral que las regiones HII y, además, la densidad superficial en el plano galáctico de las asociaciones R es superior al de las asociaciones OB. Herbst acaba concluyendo que hay suficientes indicios para considerar que el brazo local puede ser un brazo real, y que el ángulo de corte es del orden de $-13 \pm 4^\circ$. La diferencia de distancias galactocéntricas entre el brazo local y el de Sagittarius-Carina la estima en unos 1.25 kpc. Por tanto, aunque Herbst no realice el cálculo, su estimación de i permite determinar el número de brazos de nuestra galaxia mediante la relación 4.23 entre la distancia interbrazo y el ángulo de corte:

$$\frac{m}{|\tan i|} = \frac{2\pi}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (4.79)$$

siendo R_1 la distancia galactocéntrica del brazo interior (Sagittarius-Carina) y R_2 la del brazo exterior (Orion-Cygnus). El número m que se obtiene a partir de esta relación es de 9-10, a todas luces demasiado elevado. Sin embargo, si consideramos el valor de i obtenido por las observaciones radio (unos -6°), el número de brazos de la Galaxia se reduciría a 4-5, valores mucho más aceptables.

Vallée (1995) recopiló diversas observaciones en otras galaxias y determinó el ángulo de corte promedio, que depende del tipo de galaxia considerado: -6° para galaxias Sa, -7° para galaxias Sab, -12° para galaxias Sb, -14° para galaxias Sbc y -18° para galaxias Sc. Vallée considera que hay suficientes indicios ópticos para decir que la Vía Láctea es una galaxia de tipo Sbc. Para éstas, la distribución de ángulos de corte observados tiene un valor mínimo de -11° , un valor medio de -14° (como acabamos de ver) y un máximo de -28° . Por tanto, Vallée estima poco probable que nuestra galaxia tenga unos brazos con un ángulo de corte de entre -10 y 0° . Si consideramos que el brazo de Orion-Cygnus es una irregularidad local, y dado que la distancia entre los brazos de Sagittarius-Carina y Perseus es de unos

3-4 kpc, teniendo en cuenta la relación 4.23 entre la distancia interbrazo y el ángulo de corte, podemos comprobar como un valor de i de esta magnitud implicaría que nuestra galaxia tiene 3 ó 4 brazos (dependiendo de si la distancia interbrazo es de 4 ó 3 kpc, respectivamente). En cambio, una galaxia de 2 brazos con una distancia interbrazo de 3-4 kpc implicaría un ángulo de corte $-6^\circ \lesssim i \lesssim -10^\circ$. La conclusión final de Vallée es que nuestra galaxia tiene un ángulo de corte $i = -12^\circ \pm 1^\circ$ y, por tanto, ha de tener un sistema de 4 brazos espirales. Sin embargo, este autor deja de discutir el hecho de que una estructura de 4 brazos en principio sólo es válida en un pequeño intervalo de distancia galactocéntrica, fijado por las resonancias interna y externa de Lindblad, mientras que en la Galaxia se observan brazos a grandes distancias del Sol, tanto en la dirección del centro galáctico como en la opuesta.

La posibilidad de que nuestra galaxia posea 4 brazos espirales fue defendida también por Amaral y Lépine (1997), que se basaron en un modelo de la distribución de masa en la Galaxia que ajustaba la curva de rotación galáctica. Estos autores encontraron que la solución autoconsistente que mejor se ajustaba a su modelo tenía una superposición de 2 + 4 brazos (2 brazos para $2.8 \text{ kpc} \lesssim R \lesssim 13 \text{ kpc}$ y 4 brazos para $6 \text{ kpc} \lesssim R \lesssim 11 \text{ kpc}$, con el Sol en $R_\odot = 7.9 \text{ kpc}$) y un ángulo de corte $i = -14^\circ$, en completo acuerdo con el propuesto por Vallée (1995). Este modelo contemplaba el hecho antes comentado de que la estructura de 4 brazos no puede estar presente en todo el disco galáctico. Para ello se suman dos estructuras espirales (una de 2 brazos y otra de 4) en fase, de manera que en la zona de coexistencia parece que únicamente se tenga la estructura de 4 brazos. En un trabajo más reciente, Lépine, Mishurov y Dedikov (2001) analizaron la cinemática de una muestra de cefeidas y encontraron que el mejor ajuste se obtenía con una estructura superpuesta de 2 + 4 brazos, pero con las fases de las estructuras espirales independientes. La estructura espiral propuesta se ajustaba bien al diagrama $l-v$ obtenido a partir de datos observaciones en HII, aunque los autores admitían que un modelo de únicamente 2 brazos producía resultados muy parecidos. La vuelta a una estructura espiral de 2 brazos también fue apoyada por Drimmel (2000), quien encontró que la emisión del plano galáctico en la banda K era consistente con un modelo de 2 brazos, aunque admitía que la emisión del polvo en $240 \mu\text{m}$ lo era con una estructura de 4 brazos.

Vallée (2002) realizó una recopilación de todos los trabajos realizados en estructura espiral galáctica entre 1995 y 2001 que obtuviesen el número de brazos espirales de la galaxia y su ángulo de inclinación. El mejor modelo que encontró, a partir de un ajuste logarítmico, tenía 4 brazos espirales e $i = -12 \pm 1^\circ$, con una distancia

interbrazo en nuestra posición en la Galaxia de 2.5 kpc, y el brazo más cercano (Sagittarius-Carina) situándose a 0.9 ± 0.4 kpc del Sol.

Russeil (2003) realizó una compilación de complejos de formación estelar a partir de un estudio en diversas longitudes de onda en el plano galáctico. Para cada uno de estos complejos, compuesto por regiones HII, gas ionizado, nubes moleculares y estrellas O y B, el autor determinó la distancia y la velocidad sistemática. Ajustando estas regiones de formación estelar a modelos galácticos con 2, 3 y 4 brazos, el autor concluye que el modelo de 2 brazos puede ser claramente desestimado, mientras que los modelos con 3 y 4 brazos arrojan resultados semejantes, con una ligera preferencia por el de 4 brazos.

Como hemos podido comprobar, no hay un acuerdo en cuanto al número de brazos de la Galaxia y el valor de su ángulo de inclinación. Por ello, en este trabajo hemos optado por considerar dos casos posibles: un primer caso con una galaxia de 2 brazos y un ángulo de inclinación de -6° , y un segundo caso con $i = -14^\circ$ y $m = 4$. En ambos casos la distancia interbrazo es muy similar, de unos 3 kpc.

4.6. Procedimiento de resolución de las ecuaciones de condición

Los parámetros cinemáticos de nuestro modelo galáctico han sido calculados a través de un ajuste por mínimos cuadrados pesados a partir de las ecuaciones 4.76, que pueden ser reescritas como sigue:

$$\begin{aligned}
 v_r &= \sum_{j=1}^{10} a_j f_j^r(r, l, b) \\
 v_l = k r \mu_l \cos b &= \sum_{j=1}^{10} a_j f_j^l(r, l, b) \\
 v_b = k r \mu_b &= \sum_{j=1}^{10} a_j f_j^b(r, l, b)
 \end{aligned} \tag{4.80}$$

donde las constantes a_j contienen combinaciones de los parámetros cinemáticos que queremos determinar:

$$a_1 = U_\odot$$

$$\begin{aligned}
a_2 &= V_{\odot} \\
a_3 &= W_{\odot} \\
a_4 &= \Theta(R_{\odot}) \\
a_5 &= a_r \\
a_6 &= b_r \\
a_7 &= \Pi_b \cos \psi_{\odot} \\
a_8 &= \Pi_b \sin \psi_{\odot} \\
a_9 &= \Theta_b \sin \psi_{\odot} \\
a_{10} &= \Theta_b \cos \psi_{\odot}
\end{aligned} \tag{4.81}$$

y $f_j^i(r, l, b)$ son funciones de la distancia heliocéntrica y de la longitud y latitud galácticas:

$$\begin{aligned}
f_1^r &= -\cos l \cos b \\
f_2^r &= -\sin l \cos b \\
f_3^r &= -\sin b \\
f_4^r &= [\sin(l + \theta) - \sin l] \cos b \\
f_5^r &= \Delta R \sin(l + \theta) \cos b \\
f_6^r &= \Delta R^2 \sin(l + \theta) \cos b \\
f_7^r &= -\left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_{\odot}}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) - f_{\odot} \cos l \right) \cos b \\
f_8^r &= -\sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_{\odot}}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) \cos b \\
f_9^r &= -\left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_{\odot}}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) - f_{\odot} \sin l \right) \cos b \\
f_{10}^r &= \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_{\odot}}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) \cos b \\
f_1^l &= \sin l \\
f_2^l &= -\cos l \\
f_3^l &= 0 \\
f_4^l &= \cos(l + \theta) - \cos l
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_5^l &= \Delta R \cos(l + \theta) \\
f_6^l &= \Delta R^2 \cos(l + \theta) \\
f_7^l &= \cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) - f_\odot \sin l \\
f_8^l &= \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) \\
f_9^l &= -\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) - f_\odot \cos l \\
f_{10}^l &= \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) \\
f_1^b &= \cos l \sin b \\
f_2^b &= \sin l \sin b \\
f_3^b &= -\cos b \\
f_4^b &= -[\sin(l + \theta) - \sin l] \sin b \\
f_5^b &= -\Delta R \sin(l + \theta) \sin b \\
f_6^b &= -\Delta R^2 \sin(l + \theta) \sin b \\
f_7^b &= \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) - f_\odot \cos l \right) \sin b \\
f_8^b &= \sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \cos(l + \theta) \sin b \\
f_9^b &= \left(\cos \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) - f_\odot \sin l \right) \sin b \\
f_{10}^b &= -\sin \left[m \left(\theta - \frac{\ln \frac{R}{R_\odot}}{\tan i} \right) \right] \sin(l + \theta) \sin b \tag{4.82}
\end{aligned}$$

Para obtener los parámetros a_j se ha utilizado un método iterativo descrito en Fernández (1998). Este método iterativo es necesario dado que en nuestro sistema de ecuaciones tenemos 8 parámetros a determinar ($U_\odot, V_\odot, W_\odot, a_r, b_r, \Pi_b, \Theta_b$ y ψ_\odot) a partir de 9 coeficientes a_j^i calculados por el método de los mínimos cuadrados

(como ya hemos comentado, $a_4 = \Theta(R_\odot)$ lo supondremos conocido). Por tanto, si intentamos hallar todos los a_j^i a la vez, en general obtendremos una solución no consistente.

El sistema de pesos escogido ha sido (Crézé 1973):

$$p_k = \frac{1}{\sigma_{k,\text{obs}}^2 + \sigma_{k,\text{cos}}^2} \quad (4.83)$$

donde σ_{obs} son los errores observacionales en cada componente de la velocidad de cada estrella, calculados teniendo en cuenta las correlaciones entre los diferentes parámetros proporcionadas por el catálogo Hipparcos, y σ_{cos} es la proyección del elipsoide de la dispersión de la velocidad cósmica en la dirección de la componente considerada (ver capítulo 8).

Para comprobar la calidad de los ajustes por mínimos cuadrados consideraremos la estadística χ^2 para $N - M$ grados de libertad, definida como:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^N \frac{[y_k - y(x_k; a_1, \dots, a_{10})]^2}{\sigma_{k,\text{obs}}^2 + \sigma_{k,\text{cos}}^2} \quad (4.84)$$

donde x_k son los datos independientes (coordenadas en el cielo y distancias), y_k los datos dependientes (componentes de la velocidad radial y tangencial), N el número de ecuaciones y M el número de parámetros a ajustar.

Para eliminar las posibles estrellas de alta velocidad presentes en nuestra muestra debido a la existencia de estrellas de alta velocidad residual (Royer 1999) o estrellas con errores observacionales mal estimados, hemos eliminado aquellas ecuaciones con un residuo mayor a 3 veces el residuo cuadrático medio del ajuste (calculado como $\sqrt{[y_k - y(x_k; a_1, \dots, a_{10})]^2/N}$) y vuelto a calcular un nuevo conjunto de parámetros.

5 Test del modelo: simulaciones

La contribución del potencial de los brazos espirales al campo gravitacional galáctico en la vecindad solar se espera que sea del orden del 5-10%. Esta pequeña contribución, junto con los grandes errores observacionales y las limitaciones presentes en los parámetros espaciales y cinemáticos para las estrellas lejanas, hacen muy difícil cuantificar las perturbaciones cinemáticas inducidas por el potencial espiral. Esta es la razón por la cual los resultados en este campo que se encuentran en la literatura se han caracterizado históricamente por tener unas importantes incertidumbres y discrepancias. Un buen ejemplo de esto son los resultados contradictorios obtenidos para la fase de la estructura espiral en la posición del Sol: ¿se halla nuestra estrella en una posición entre dos brazos, o bien cerca de un brazo?

Tras la publicación del catálogo Hipparcos se plantearon interesantes cuestiones a las que buscar respuesta:

- ¿En qué medida la precisión sin precedentes de los datos astrométricos Hipparcos puede ayudar a disminuir el valor de estas incertidumbres? ¿Son ahora éstas lo suficientemente pequeñas como para que sea posible obtener los parámetros cinemáticos de los brazos espirales con un buen grado de precisión?
- ¿Podemos cuantificar los sesgos inducidos por nuestros errores y limitaciones observacionales?
- ¿Afectan las correlaciones entre las diferentes variables que figuran en las ecuaciones de condición a la determinación de los parámetros cinemáticos?

Con respecto a nuestros datos estelares, como vimos en los capítulos 2 y 3, tanto las muestras de estrellas O y B como de cefeidas padecen diferentes limitaciones observacionales. Aunque la muestra de estrellas O y B contiene más estrellas,

Tabla 5.1: Número de estrellas con distancia y movimientos propios (entre paréntesis aquellas estrellas que, además, también tienen velocidad radial) en diversos intervalos de distancia. Las distancias para las estrellas cefeidas han sido calculadas a partir de la relación PL de Luri (2000).

Muestra de estrellas O y B		
$0.1 < r < 2$ kpc	$0.6 < r < 2$ kpc	
3418 (1903)	448 (307)	
Muestra de estrellas cefeidas		
$0.1 < r < 2$ kpc	$0.6 < r < 2$ kpc	$0.6 < r < 4$ kpc
119 (111)	103 (95)	164 (145)

está limitada en distancia a no más de 1.5-2 kpc (ver figura 2.11 y tabla 5.1). En contraste, la muestra de cefeidas llega a distancias de hasta 4 kpc, pero el número de estrellas con datos fiables todavía se mantiene muy bajo (ver tabla 5.1).

En este capítulo presentamos las simulaciones que hemos realizado con el objetivo de responder a estas preguntas, evaluando y cuantificando todas las incertidumbres y sesgos involucrados en nuestro procedimiento de resolución.

5.1. Generación de las muestras simuladas

Anteriores trabajos (ver Fernández 1998) han mostrado la existencia de importantes correlaciones entre algunos de los parámetros involucrados en la resolución por mínimos cuadrados de las ecuaciones 4.80. Por tanto, es aconsejable realizar un análisis muy detallado sobre cómo pueden afectar a nuestros resultados los posibles sesgos provocados por estas correlaciones.

Para tener en cuenta la distribución espacial irregular de nuestras estrellas y sus errores observacionales, los parámetros que describen la posición de cada pseudo-estrella simulada han sido generados como sigue:

- A partir de cada estrella real, hemos generado una pseudo-estrella que tiene la misma posición nominal (r_0, l, b) (no afectada de error) que la estrella real.
- Hemos asumido que las coordenadas angulares (l, b) tienen errores observacionales despreciables.
- El error en distancia de la pseudo-estrella tiene una ley de distribución:

$$\varepsilon(r) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r-r_0}{\sigma_r}\right)^2} \quad (5.1)$$

donde σ_r es el error individual en la distancia fotométrica de la estrella real (r_0).

Para generar los parámetros cinemáticos hemos asignado aleatoriamente a cada pseudo-estrella una velocidad (U, V, W) asumiendo una dispersión cósmica de velocidades $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W)$ y una distribución de Schwarzschild:

$$\varphi'_v(U, V, W) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{U-U_\odot}{\sigma_U}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{V-V_\odot}{\sigma_V}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{W-W_\odot}{\sigma_W}\right)^2} \quad (5.2)$$

donde $(U_\odot, V_\odot, W_\odot)$ son los valores medios de la distribución y, por tanto, el reflejo del movimiento solar. Estas componentes han sido transformadas a velocidades radiales y movimientos propios en coordenadas galácticas usando la posición nominal de la pseudo-estrella (r_0, l, b) . El movimiento sistemático debido a la rotación galáctica y la cinemática de los brazos espirales ha sido añadido siguiendo las ecuaciones 4.10 y 4.74 (ver capítulo anterior), obteniendo las componentes $(v_r, \mu_l \cos b, \mu_b)$ para cada pseudo-estrella. Finalmente, los errores observacionales individuales han sido introducidos usando la función error:

$$\varepsilon(v_r, \mu_l \cos b, \mu_b) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{v_r-v_{r0}}{\sigma_{v_r}}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_l \cos b - \mu_{l0} \cos b}{\sigma_{\mu_l \cos b}}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_b - \mu_{b0}}{\sigma_{\mu_b}}\right)^2} \quad (5.3)$$

donde σ_{v_r} , $\sigma_{\mu_l \cos b}$ y σ_{μ_b} son los errores observacionales de la estrella real.

Al final de este proceso, tenemos los siguientes datos para cada estrella: coordenadas galácticas (r, l, b) , componentes de la velocidad $(v_r, \mu_l \cos b, \mu_b)$, errores en las componentes de la velocidad $(\sigma_{v_r}, \sigma_{\mu_l \cos b}, \sigma_{\mu_b})$ y error en la distancia fotométrica (σ_r) . La componente radial simulada de las pseudo-estrellas generadas a partir de

una estrella sin velocidad radial no se ha usado. De esta manera, imponemos que la muestra simulada tenga la misma deficiencia en datos de velocidades radiales que la muestra real (ver sección 2.2).

Siguiendo este esquema, hemos construido diversos conjuntos de 50 muestras simuladas para estrellas O-B y estrellas cefeidas (cada una de estas muestras contiene las mismas estrellas que la muestra 1 del tipo de estrella correspondiente; ver capítulos 2 y 3, y tabla 5.1). Se ha considerado un movimiento solar clásico de $(U, V, W) = (9, 12, 7)$ km s⁻¹ y unas componentes de la dispersión de velocidad de $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (8, 8, 5)$ km s⁻¹ para las estrellas O y B (ver sección 8.2) y $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (13, 13, 6)$ km s⁻¹ para las estrellas cefeidas (Luri 2000). Para los parámetros de la rotación galáctica hemos escogido los valores $a_r = -2.1$ km s⁻¹ kpc⁻¹ y $b_r = 0.0$ km s⁻¹ kpc⁻², que corresponden a una curva de rotación lineal con una constante A de Oort de 14.0 km s⁻¹ kpc⁻¹. Por otra parte, en el caso de los parámetros de la estructura espiral, se han considerado diferentes conjuntos de valores para ψ_\odot (desde $\psi_\odot = 0^\circ$ hasta $\psi_\odot = 315^\circ$, en pasos de 45°) y Ω_p (desde $\Omega_p = 10$ km s⁻¹ kpc⁻¹ hasta $\Omega_p = 40$ km s⁻¹ kpc⁻¹, en pasos de 5 km s⁻¹ kpc⁻¹), mientras que se ha fijado un valor $f_r = 0.05$ (Yuan 1969), donde:

$$f_r = \frac{F_{r1}^{\max}}{F_{r0}} \sim \frac{\kappa \Pi_b}{\Omega_\odot^2 R_\odot} \frac{1 - \nu^2 + x}{\nu} \quad (5.4)$$

siendo $F_{r1}^{\max} = k|\hat{V}|$ el valor máximo de la fuerza radial debida al potencial espiral y $F_{r0} = \frac{dV_0}{dR} \sim \Omega_\odot^2 R_\odot$ la fuerza radial debida al campo axisimétrico galáctico. A partir de $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W)$, a_r , Ω_p y f_r , se pueden calcular los valores de Π_b , Θ_b y f_\odot con los que se generan las muestras.

Se han generado un total de 56 conjuntos de 50 muestras cada uno de ellos para estrellas O-B y estrellas cefeidas. Por lo que respecta a los parámetros libres de nuestro modelo, en una primera fase hemos adoptado los valores clásicos ($m = 2$, $i = -6^\circ$, Lin, Yuan y Shu 1969; $R_\odot = 8.5$ kpc, $\Theta(R_\odot) = 220$ km s⁻¹, Kerr y Lyndell-Bell 1986), aunque también hemos probado casos con $m = 4$, $i = -14^\circ$ (Amaral y Lépine 1997) y $R_\odot = 7.1$ kpc, $\Theta(R_\odot) = 184$ km s⁻¹ (Olling y Merrifield 1998). En la tabla 5.2 se resumen todos los parámetros cinemáticos adoptados.

Tabla 5.2: Parámetros cinemáticos de las muestras simuladas.

U_{\odot}	9 km s^{-1}
V_{\odot}	12 km s^{-1}
W_{\odot}	7 km s^{-1}
$(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W)$	$(8, 8, 5) \text{ km s}^{-1}$ (estrellas O y B) $(13, 13, 6) \text{ km s}^{-1}$ (estrellas cefeidas)
a_r	$-2.1 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$
b_r	$0.0 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$
f_r	0.05
ψ_{\odot}	desde 0° hasta 360° , en pasos de 45°
Ω_p	desde $10 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ hasta $40 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, en pasos de $5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$
Caso A	$m = 2, i = -6^{\circ}$, $R_{\odot} = 8.5 \text{ kpc}, \Theta(R_{\odot}) = 220 \text{ km s}^{-1}$
Caso B	$m = 2, i = -6^{\circ}$, $R_{\odot} = 7.1 \text{ kpc}, \Theta(R_{\odot}) = 184 \text{ km s}^{-1}$
Caso C	$m = 4, i = -14^{\circ}$, $R_{\odot} = 8.5 \text{ kpc}, \Theta(R_{\odot}) = 220 \text{ km s}^{-1}$
Caso D	$m = 4, i = -14^{\circ}$, $R_{\odot} = 7.1 \text{ kpc}, \Theta(R_{\odot}) = 184 \text{ km s}^{-1}$

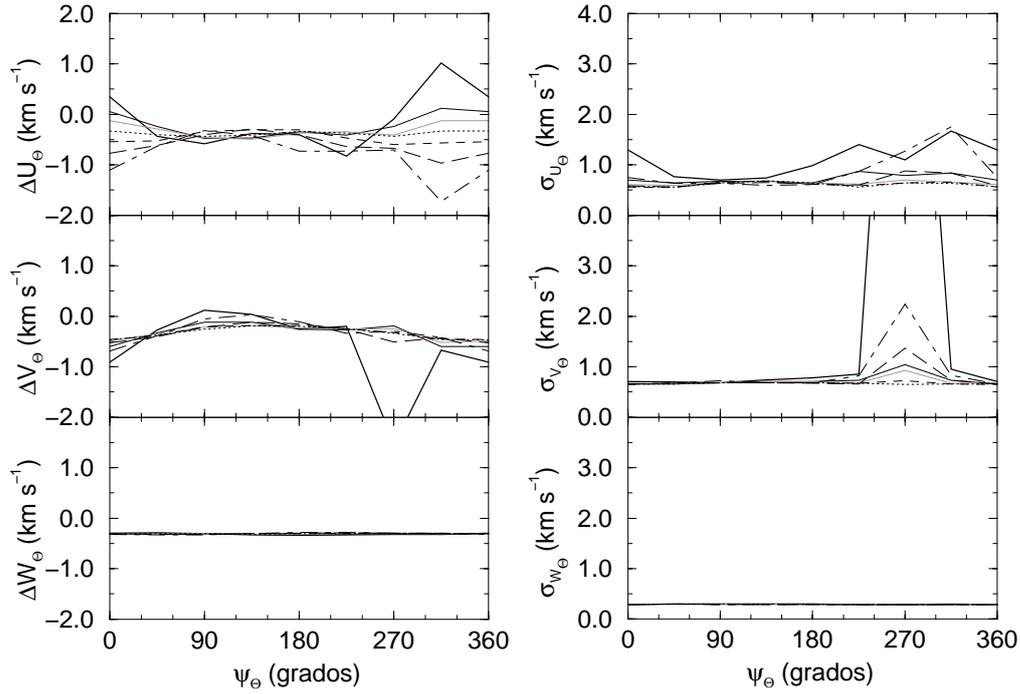


Figura 5.1: Sesgo (valor obtenido – valor simulado; izquierda) y desviación estándar (derecha), para cada conjunto de 50 muestras simuladas, en las componentes del movimiento solar para las pseudo-estrellas O y B (caso A). Valores de Ω_p : $10 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (línea sólida doble negra), 15 (línea sólida negra), 20 (línea sólida gris), 25 (línea punteada), 30 (línea discontinua corta), 35 (línea discontinua larga) y 40 (línea punteada-discontinua).

5.2. Resultados y discusión

5.2.1. Resultados para un modelo de la Galaxia con 2 brazos espirales

Se ha calculado una solución completa teniendo en cuenta simultáneamente los datos para velocidades radiales y movimientos propios. Nuestras simulaciones muestran que el número de cefeidas a menos de 2 kpc del Sol es insuficiente para obtener resultados fiables a partir de la aplicación de nuestro modelo. En las figuras 5.1-5.3 y 5.4-5.6 mostramos los resultados obtenidos para las muestras simuladas de estrellas O y B ($0.6 < r < 2 \text{ kpc}$) y cefeidas ($0.6 < r < 4 \text{ kpc}$) en el caso A (ver tabla 5.2).

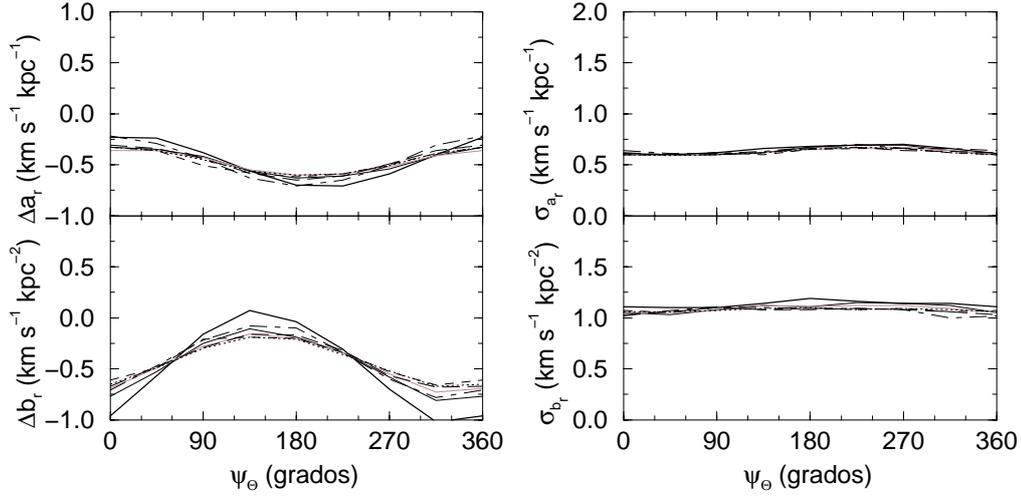


Figura 5.2: Igual que la figura 5.1, pero para los parámetros de la rotación galáctica.

Como primera conclusión destacable, y confirmando nuestras sospechas, podemos afirmar que, en la mayoría de los casos, existen sesgos sistemáticos en la determinación de algunos parámetros cinemáticos en función de los valores de ψ_{\odot} y/o Ω_p . Este comportamiento es producido por las correlaciones entre algunos términos en el ajuste por mínimos cuadrados, que dependen de la distribución espacial de cada muestra.

Por lo que respecta al movimiento solar, se ha encontrado un sesgo entre -1.5 y 1.5 km s⁻¹ (dependiendo del valor de ψ_{\odot} y Ω_p) para U_{\odot} y V_{\odot} , y de sólo -0.3 km s⁻¹ para W_{\odot} . Tanto para estrellas O y B como para cefeidas, hemos obtenido que el sesgo en V_{\odot} y W_{\odot} es independiente de Ω_p , con una ligera dependencia en ψ_{\odot} . Para $\psi_{\odot} = 270^{\circ}$ y $\Omega_p = 10$ km s⁻¹ kpc⁻¹ hemos encontrado un sesgo importante para V_{\odot} , pero con una desviación estándar muy elevada. Esto sucede en diversas muestras (dentro de este conjunto) y provoca problemas serios en el proceso de convergencia de las sucesivas iteraciones de nuestro ajuste por mínimos cuadrados. Más adelante presentaremos problemas similares que hemos encontrado cuando se fija el valor $\psi_{\odot} = 270^{\circ}$. Para estrellas O y B, las desviaciones estándar en las componentes del movimiento solar son ~ 0.6 km s⁻¹ para U_{\odot} y V_{\odot} (excepto para $\psi_{\odot} = 270^{\circ}$), y ~ 0.3 km s⁻¹ para W_{\odot} . Por otro lado, para las estrellas cefeidas estos valores se incrementan hasta ~ 1.4 - 2.0 km s⁻¹ y ~ 0.8 km s⁻¹, respectivamente.

Los sesgos encontrados en los términos de primer y segundo orden de la curva de rotación galáctica son despreciables para las cefeidas, con un nivel de fluctuación

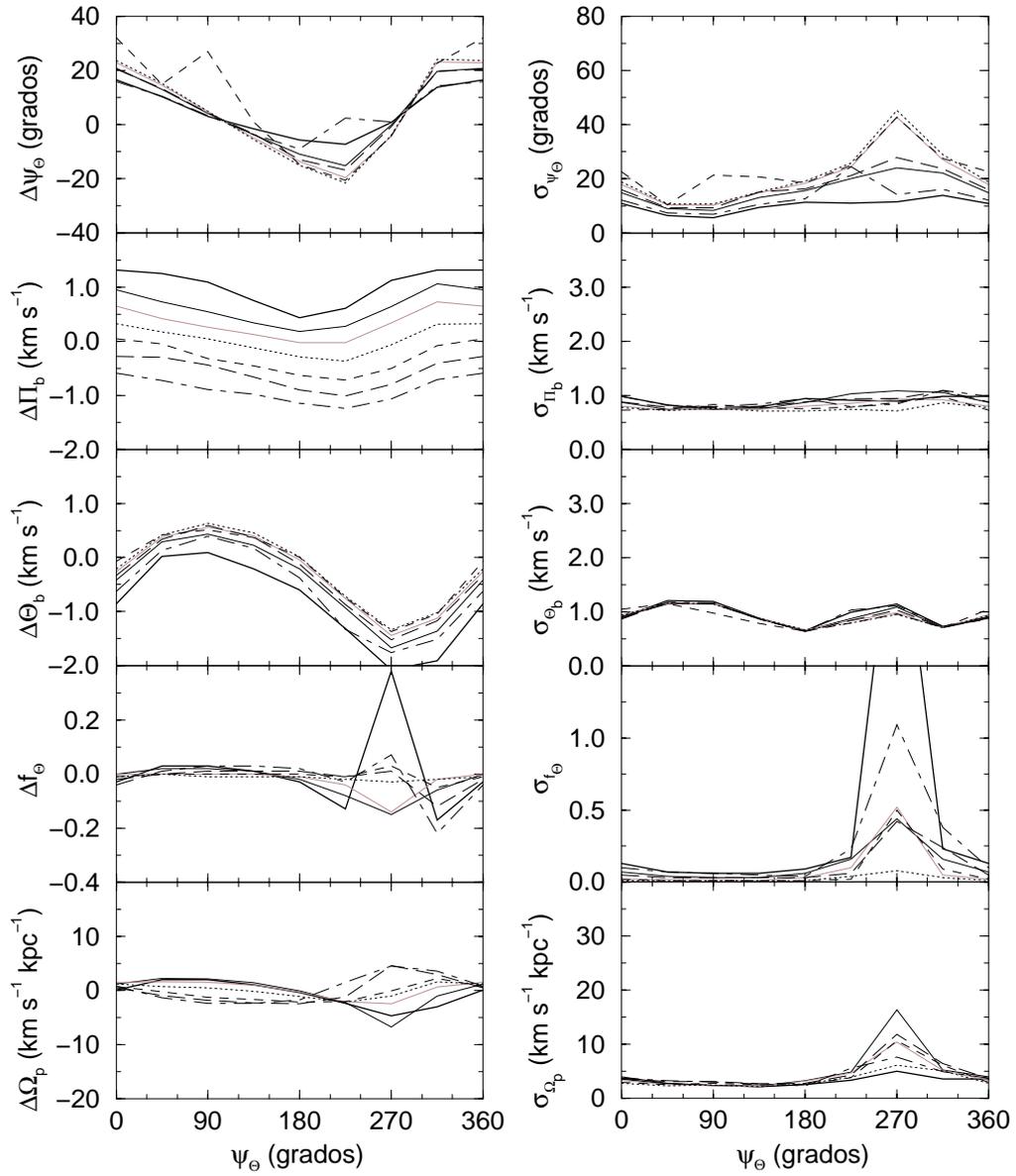


Figura 5.3: Igual que la figura 5.1, pero para los parámetros de la cinemática de los brazos espirales.

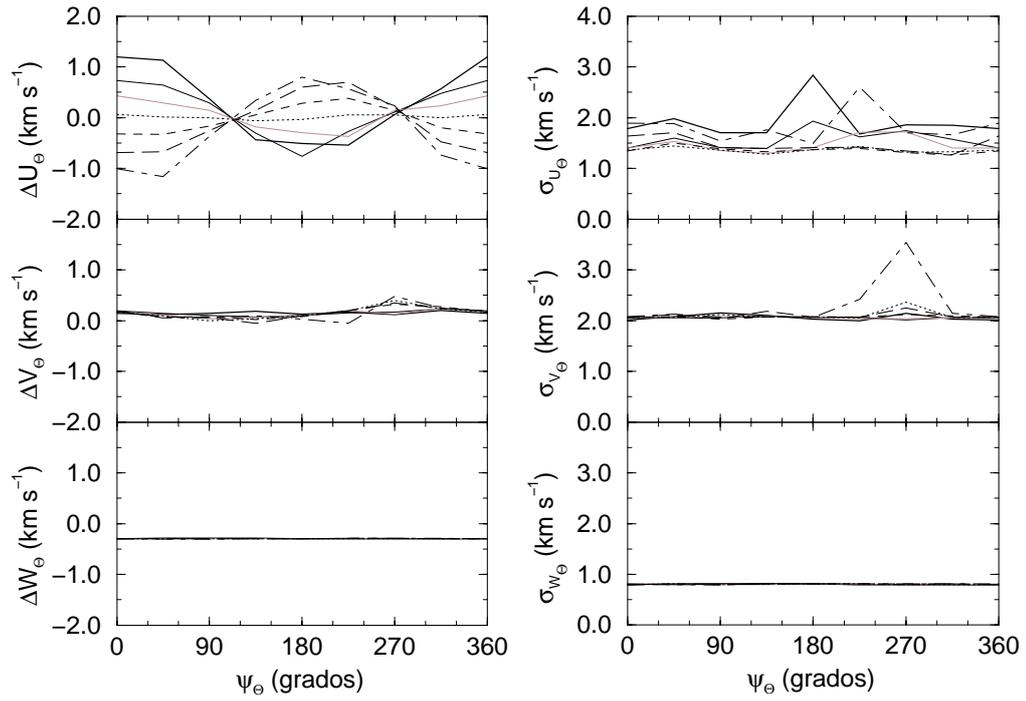


Figura 5.4: Sesgo (valor obtenido – valor simulado; izquierda) y desviación estándar (derecha), para cada conjunto de 50 muestras simuladas, en las componentes del movimiento solar para las pseudo-estrellas cefeidas (caso A). Valores de Ω_p : $10 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (línea sólida doble negra), 15 (línea sólida negra), 20 (línea sólida gris), 25 (línea punteada), 30 (línea discontinua corta), 35 (línea discontinua larga) y 40 (línea punteada-discontinua).

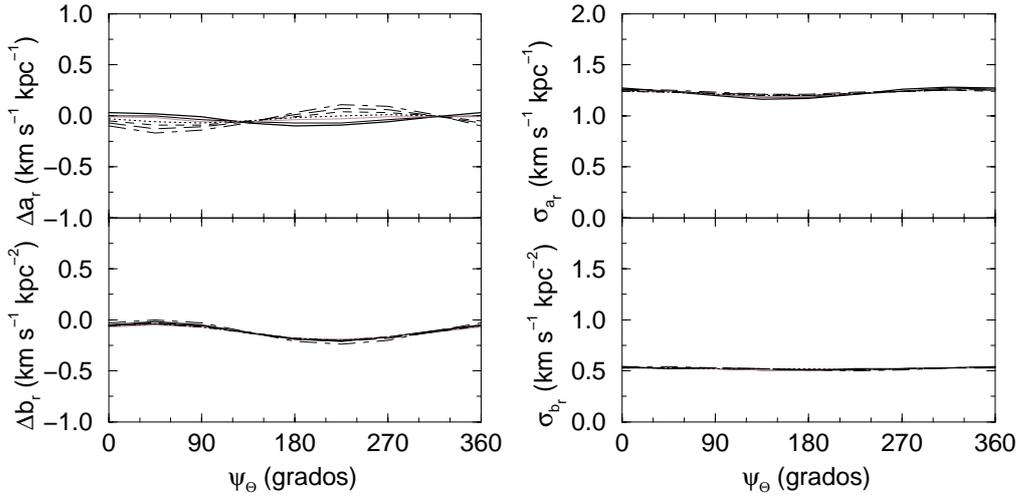


Figura 5.5: Igual que la figura 5.4, pero para los parámetros de la rotación galáctica.

de $\pm 0.3 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (o $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$). En este caso se ha encontrado una desviación estándar de $1.3 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ para a_r y $0.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$ para b_r . Para estrellas O y B los sesgos dependen claramente de ψ_{\odot} , variando desde -0.7 hasta $-0.2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ para a_r , y desde -1.0 hasta $0.1 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$ para b_r . Las desviaciones estándar son de $0.6 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y $1.2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$, respectivamente.

Pasemos ahora a estudiar los sesgos que tienen un efecto sobre la determinación de los parámetros de la estructura espiral. Como conclusión general, las figuras 5.1-5.6 muestran que las estrellas O y B proporcionan mejores resultados que las cefeidas.

En el caso de las estrellas O y B, hemos encontrado una clara dependencia de las determinaciones de ψ_{\odot} , Π_b y Θ_b en ψ_{\odot} y Ω_p . Sin embargo, las determinaciones de f_{\odot} y Ω_p sólo muestran un comportamiento peculiar alrededor del valor $\psi_{\odot} = 270^{\circ}$. Con respecto a ψ_{\odot} , el sesgo oscila desde -20° hasta 30° . La desviación estándar de la media de las 50 muestras de cada conjunto es de alrededor de $10\text{-}20^{\circ}$. Por otro lado, los sesgos obtenidos para las amplitudes Π_b y Θ_b son de $\pm 2 \text{ km s}^{-1}$, y las desviaciones estándar de cerca de 1 km s^{-1} . Ni f_{\odot} ni Ω_p tienen un sesgo remarcable, excepto para $\psi_{\odot} = 270^{\circ}$, donde tanto los sesgos como las desviaciones estándar crecen mucho.

Para estrellas cefeidas se han obtenido resultados similares, pero con unas desviaciones estándar superiores en todos los casos. El sesgo en ψ_{\odot} varía desde -20° hasta

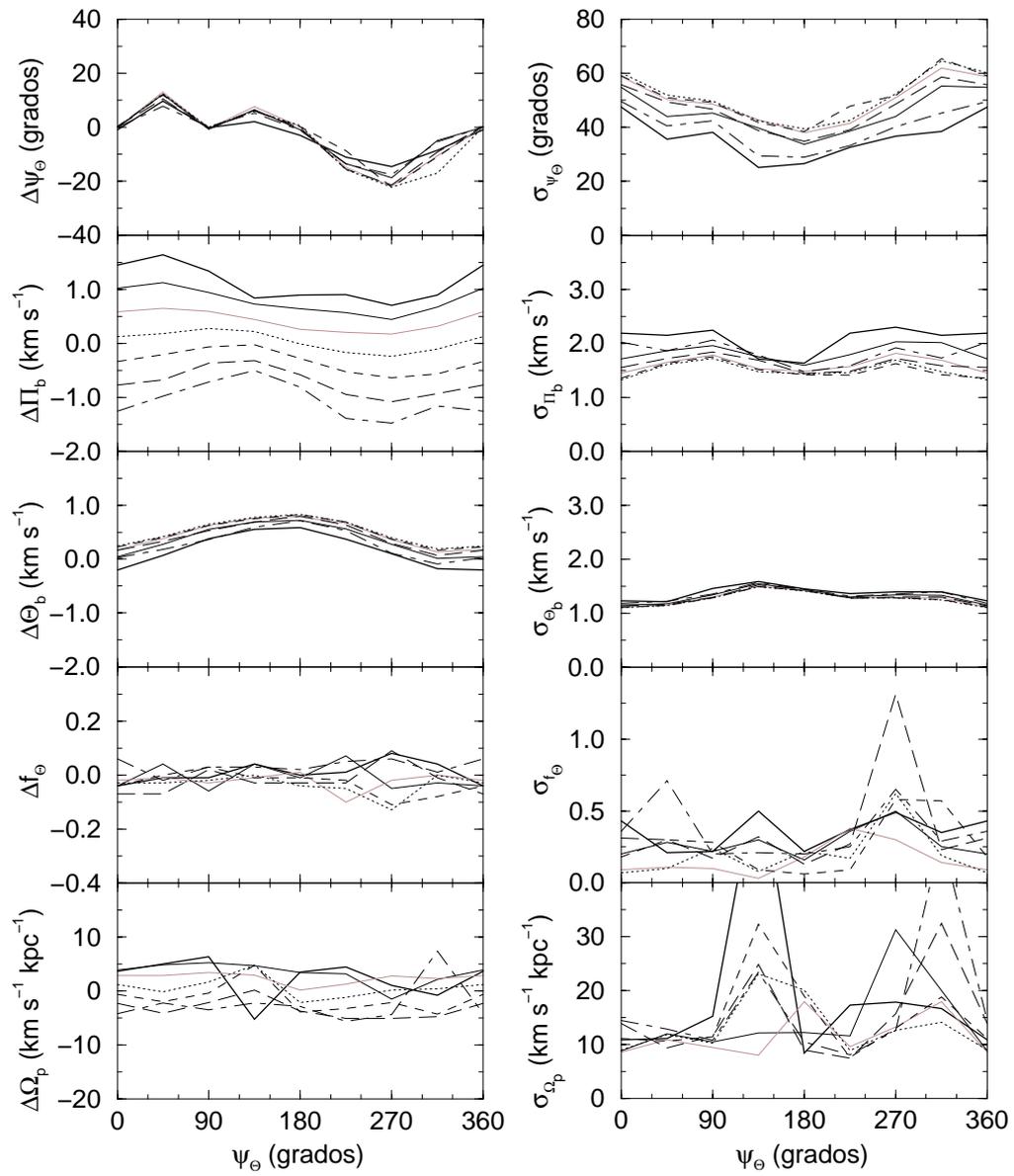


Figura 5.6: Igual que la figura 5.4, pero para los parámetros de la cinemática de los brazos espirales.

10° , con unas desviaciones estándar de aproximadamente $30\text{-}60^\circ$. En el caso de Π_b , hemos encontrado una clara dependencia con ψ_\odot y Ω_p , con un sesgo de $\pm 1.5 \text{ km s}^{-1}$ y una desviación estándar de unos 2 km s^{-1} . Por otro lado, para Θ_b el sesgo es menor, de 0 a 0.8 km s^{-1} , y la desviación estándar es $1\text{-}1.5 \text{ km s}^{-1}$. Como en el caso de las estrellas O y B, para f_\odot y Ω_p se han encontrado sesgos pequeños, aunque las desviaciones estándar son mucho más elevadas en este caso.

5.2.2. Resultados considerando posibles errores en la elección de los parámetros libres

Un punto que es interesante analizar es el estudio de los sesgos producidos por una mala elección de los parámetros libres de nuestro modelo ($m, i, R_\odot, \Theta(R_\odot)$). Al igual que en la sección anterior, hemos creado 50 muestras simuladas para cada uno de los casos considerados en la resolución real, es decir, los casos A, B, C y D (ver tabla 5.3). Los parámetros simulados han sido los mismos que en la tabla 5.2 para el movimiento solar y la rotación galáctica. Para la cinemática de los brazos espirales hemos considerado $\psi_\odot = 315^\circ$ y $\Omega_p = 30 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (valores muy similares a los obtenidos a partir de las muestras reales, como veremos en el capítulo 6).

En la tabla 5.3 mostramos los sesgos y las dispersiones estándar cuando se resuelven las ecuaciones del modelo en soluciones cruzadas (por ejemplo, generamos 50 muestras simuladas con los valores de los parámetros libres considerados en el caso A, pero resolvemos las ecuaciones usando los parámetros libres adoptados no únicamente para este caso, sino también para los casos B, C y D, y de la misma forma para el resto de casos). La primera conclusión que extraemos de la observación de los resultados presentados en la tabla 5.3 es que una mala elección de los parámetros libres no afecta substancialmente a los parámetros cinemáticos obtenidos, particularmente a ψ_\odot . En otras palabras, para cada conjunto de muestras simuladas obtenemos aproximadamente los mismos valores para los parámetros cinemáticos independientemente de los parámetros libres considerados. Las diferencias en ψ_\odot no exceden los 10° para las estrellas O-B y 20° para las cefeidas. Por lo que respecta a Ω_p , hemos encontrado discrepancias importantes en algunos casos, pero siempre cuando la desviación estándar era también muy elevada. Esto es especialmente cierto en el caso de las cefeidas. Un punto a destacar es que el sesgo mínimo no siempre se produce cuando se escogen los parámetros libres con los que han sido generadas las muestras.

Tabla 5.3: Sesgo y desviación estándar en ψ_{\odot} y Ω_p obtenidas en soluciones cruzadas para las muestras simuladas de estrellas O-B y estrellas cefeidas. Unidades: ψ_{\odot} en grados; Ω_p en $\text{km s}^{-1} \text{kpc}^{-1}$.

Caso	Estrellas O y B $0.6 < r < 2 \text{ kpc}$				Cefeidas $0.6 < r < 4 \text{ kpc}$			
	A	B	C	D	A	B	C	D
Caso A simulado								
$\Delta\psi_{\odot}$	23.	17.	24.	19.	-11.	0.	-2.	3.
$\sigma_{\psi_{\odot}}$	28.	27.	25.	25.	65.	61.	71.	71.
$\Delta\Omega_p$	2.2	3.1	-1.1	-0.8	-4.3	-3.5	-2.5	-4.0
σ_{Ω_p}	6.2	7.3	2.9	3.5	18.9	16.6	8.8	7.3
Caso B simulado								
$\Delta\psi_{\odot}$	32.	24.	32.	25.	0.	4.	-11.	1.
$\sigma_{\psi_{\odot}}$	34.	32.	31.	30.	83.	75.	82.	78.
$\Delta\Omega_p$	0.7	1.9	-1.6	-1.3	-4.3	-14.3	-4.3	-4.1
σ_{Ω_p}	7.1	8.0	3.8	3.9	16.2	52.8	7.0	8.1
Caso C simulado								
$\Delta\psi_{\odot}$	18.	14.	17.	14.	4.	2.	-2.	10.
$\sigma_{\psi_{\odot}}$	24.	23.	21.	21.	62.	58.	60.	63.
$\Delta\Omega_p$	6.7	8.2	1.2	2.0	-2.4	-1.1	-1.0	-3.0
σ_{Ω_p}	6.5	7.3	2.9	3.3	25.1	21.5	10.9	9.2
Caso D simulado								
$\Delta\psi_{\odot}$	29.	23.	25.	21.	9.	10.	-9.	1.
$\sigma_{\psi_{\odot}}$	31.	29.	27.	26.	84.	78.	81.	73.
$\Delta\Omega_p$	4.3	6.3	0.2	1.1	-3.9	-4.9	-3.2	-2.8
σ_{Ω_p}	7.1	8.2	3.7	3.8	17.1	19.5	7.8	8.6

5.2.3. Conclusiones de las simulaciones

A la luz de estos resultados, podemos concluir que, a partir de las muestras de estrellas reales descritas en los capítulos 2 y 3, hemos de ser capaces de determinar con suficiente precisión los parámetros cinemáticos del modelo de Galaxia propuesto, siempre bajo la hipótesis de que el campo de velocidades de las estrellas está correctamente descrito por este modelo. Aquí hemos estudiado en detalle el caso A ($m = 2$, $i = -6^\circ$, $R_\odot = 8.5$ kpc, $\Theta(R_\odot) = 220$ km s⁻¹), pero también hemos comprobado las otras combinaciones de parámetros libres (casos B, C y D), con conclusiones similares. Sin embargo, el estudio de las soluciones cruzadas ha demostrado que, a partir de nuestros resultados con las muestras reales, será muy difícil decidirse entre los diferentes conjuntos de parámetros libres discutidos en la sección 4.5.1, debido a las pequeñas diferencias obtenidas cuando se cambian estos parámetros en las ecuaciones de condición. Por contra, de esta manera nos aseguramos que, aunque escojamos unos parámetros libres incorrectos, esto no afectará en exceso a los parámetros cinemáticos determinados.

6 Parámetros de la estructura espiral de la Galaxia

En este capítulo presentamos los resultados obtenidos a partir de nuestras muestras de trabajo de estrellas O y B (capítulo 2) y cefeidas (capítulo 3). Para no incluir las estrellas pertenecientes al Cinturón de Gould (cuya cinemática será estudiada en el capítulo 8), que pueden producir importantes desviaciones en nuestros resultados, siempre consideraremos aquellas estrellas situadas a más de 0.6 kpc del Sol. Siguiendo los resultados obtenidos en el capítulo 5, los intervalos de distancia estudiados serán $0.6 < r < 2$ kpc para estrellas O y B y $0.6 < r < 4$ kpc para estrellas cefeidas.

6.1. Resultados para un modelo clásico de Galaxia

Un primer conjunto de resultados se presenta en la tabla 6.1, considerando una visión clásica de nuestra galaxia (Lin, Yuan y Shu 1969; Kerr y Lynden-Bell 1986): suponemos una rotación diferencial galáctica (definida por los parámetros a_r y b_r) y un sistema de 2 brazos espirales con un ángulo de inclinación de -6° , el Sol a una distancia galactocéntrica de 8.5 kpc y una velocidad circular en la posición del Sol de 220 km s^{-1} .

Aunque no presentamos las soluciones obtenidas a partir de únicamente los datos de velocidad radial y únicamente los datos de movimientos propios, querríamos remarcar que los parámetros obtenidos cuando se resuelven estos casos (comparándolos con las soluciones combinadas presentadas en la tabla 6.1) son compatibles entre ellas dentro de las barras de error. Esto es cierto para las estrellas O-B y también en el caso de las estrellas cefeidas (para ambas escalas de distancia). Sin embargo, como también veremos en el capítulo 8, para este tipo de análisis cinemáticos es

Tabla 6.1: Resolución para las muestras de estrellas O-B y estrellas cefeidas (ECD: escala corta de distancias; ELD: escala larga de distancias). Unidades: U_{\odot} , V_{\odot} , W_{\odot} , Π_b , Θ_b y σ en km s^{-1} ; a_r en $\text{km s}^{-1} \text{kpc}^{-1}$; b_r en $\text{km s}^{-1} \text{kpc}^{-2}$; ψ_{\odot} en grados. χ^2/N es el valor de χ^2 dividido por el número de ecuaciones menos los grados de libertad. Se ha utilizado una dispersión cósmica de $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (8, 8, 5) \text{ km s}^{-1}$ para estrellas O y B, y $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (13, 13, 6) \text{ km s}^{-1}$ para cefeidas (ver capítulo 8).

	Estrellas O y B		Estrellas cefeidas	
	0.6 < r < 2 kpc		0.6 < r < 4 kpc	
			ECD	ELD
U_{\odot}	8.8 ± 0.7	6.5 ± 1.2	8.3 ± 1.2	8.3 ± 1.2
V_{\odot}	12.4 ± 1.0	10.4 ± 1.9	9.3 ± 2.1	9.3 ± 2.1
W_{\odot}	8.4 ± 0.5	5.7 ± 0.7	7.0 ± 0.8	7.0 ± 0.8
a_r	-1.3 ± 1.0	-8.1 ± 1.2	-4.5 ± 1.1	-4.5 ± 1.1
b_r	-0.8 ± 1.5	1.8 ± 0.8	-0.1 ± 0.8	-0.1 ± 0.8
ψ_{\odot}	$45. \pm 52.$	$282. \pm 20.$	$306. \pm 24.$	$306. \pm 24.$
Π_b	1.6 ± 1.1	0.1 ± 1.6	0.7 ± 1.4	0.7 ± 1.4
Θ_b	2.1 ± 1.5	4.9 ± 1.7	4.8 ± 1.7	4.8 ± 1.7
f_{\odot}	0.42 ± 0.10	0.96 ± 0.01	0.96 ± 0.01	0.96 ± 0.01
σ	12.11	11.57	11.77	11.77
χ^2/N	2.07	0.84	0.84	0.84

aconsejable resolver la solución combinada. De esta manera se minimiza la influencia de las correlaciones presentes entre los diferentes parámetros a obtener. Esto es especialmente importante en el presente caso, ya que algunas correlaciones alcanzan valores importantes (hasta 0.8, aunque en la mayoría de los casos no exceden el valor de 0.3). En el capítulo 5 hemos comprobado que estas correlaciones no impiden obtener resultados fiables a partir de nuestras muestras estelares.

Si comparamos los resultados obtenidos a partir de las estrellas O y B con los calculados a partir de las estrellas cefeidas, observamos algunas discrepancias: diferencias de hasta $3.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ en la constante A de Oort (obtenida a partir de a_r) y de hasta 125° en la fase de la estructura espiral en la posición del Sol. Hemos de tener en cuenta que, mientras este parámetro de la estructura espiral (al igual que Ω_p y R_{cor}) es independiente de la muestra utilizada para determinarlo, Π_b , Θ_b y f_\odot dependen de la dispersión cósmica de las estrellas de la muestra (por tanto, estas variables no tienen el mismo valor para estrellas O-B y para cefeidas).

Para estrellas O y B hemos encontrado valores de $\chi^2/N \sim 2$. Pensamos que esta diferencia respecto del valor esperado ($\chi^2/N \sim 1$) puede ser debido a una estimación a la baja de los errores en las distancias fotométricas y/o en las velocidades radiales para las estrellas lejanas. En el caso de las cefeidas, hemos encontrado valores que se aproximan al esperado $\chi^2/N \sim 1$.

Cuando estudiamos los residuos de las ecuaciones nos percatamos de que las ecuaciones para velocidades radiales tenían un residuo promedio no nulo de unos $-(3-4) \text{ km s}^{-1}$ tanto para estrellas O y B como para cefeidas. En el caso de las estrellas O y B (ver figura 6.1) se observa el movimiento peculiar de algunas asociaciones OB. La cinemática de las asociaciones situadas cerca del brazo de Sagittarius (es decir, Sgr OB1, Ser OB1 y Sct OB1, situadas en $0^\circ \lesssim l \lesssim 30^\circ$) fueron estudiadas por Mel'nik et al. (1998), quienes encontraron que sus movimientos están en general en buen acuerdo con el que se esperaría según la teoría de Lin, siempre que estas estrellas estuvieran situadas dentro del círculo de corrotación. Sin embargo, nosotros encontramos que estas estrellas tienen unos residuos muy elevados, incluso teniendo en cuenta en nuestro modelo la estructura espiral. Esto es debido, posiblemente, al hecho de que estas asociaciones están reflejando un movimiento peculiar de sus lugares de nacimiento debido a su juventud. Otra región con un alto residuo es la localizada en la dirección de los cúmulos abiertos h y χ Per (NGC 869 y 884), en la dirección $l \sim 135^\circ$, donde observamos un grupo de estrellas (distribuidas en un

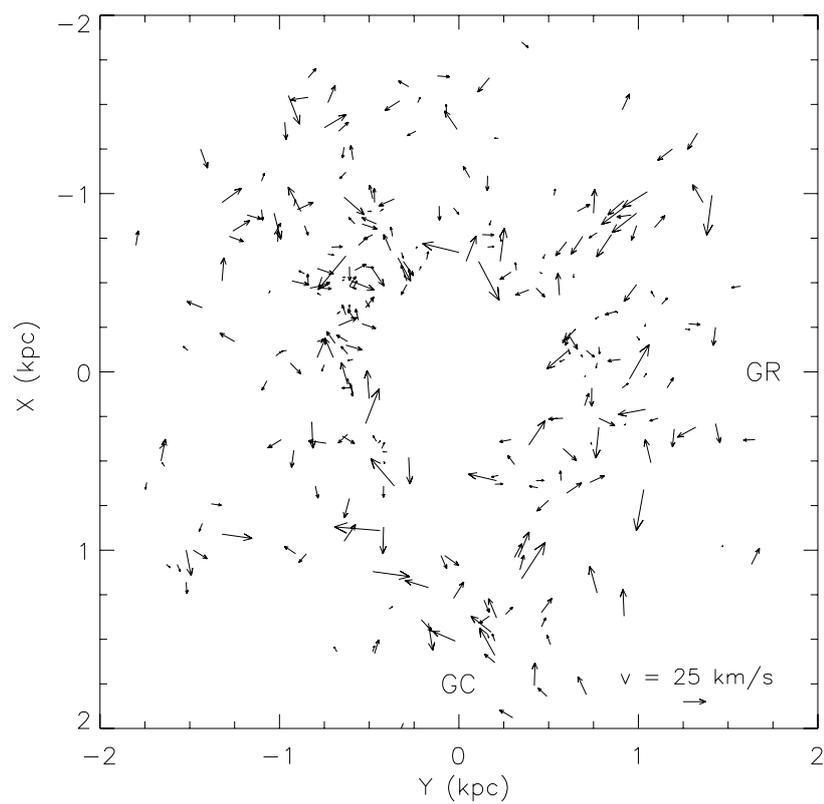


Figura 6.1: Vectores de la velocidad espacial residual proyectados sobre el plano galáctico para las estrellas O y B. GR indica la dirección de la rotación galáctica y GC la del centro galáctico.

área de 10° sobre el cielo) con un alto residuo dirigido hacia la posición del Sol. Por tanto, nuestros resultados indican que estas estrellas no se ajustan al campo de velocidades sistemáticas definido por nuestra muestra. En esta región del cielo se encuentran las asociaciones Per OB1 y Cas OB6. Normalmente se considera que la primera incluye a los cúmulos h y χ Per, y las estrellas O y B que los rodean. Sin embargo, las estrellas en la figura 6.1 tienen distancias $1.1 < r < 1.4$ kpc, mientras que los cúmulos abiertos se sitúan más allá, en $r \sim 2$ -2.5 kpc (Schild 1967). En nuestra muestra inicial (ver capítulo 2), se observa en esta región un grupo de estrellas con distancias $2.0 < r < 2.6$ kpc, la mayor parte de ellas pertenecientes a Per OB1, según la lista de miembros de Garmany y Stencel (1992). Estas estrellas no están incluidas en nuestras muestras de trabajo debido a sus grandes errores en la distancia. Garmany y Stencel cuestionaron la pertenencia de h y χ Per a Per OB1 debido al hecho de que estrellas de secuencia principal de tipo espectral B no definen una ZAMS a la distancia de los cúmulos abiertos. Estos autores obtuvieron un módulo de distancia de 11.8 ($r = 2.3$ kpc) para Per OB1 y 11.9 ($r = 2.4$ kpc) para Cas OB6. Más recientemente, Mel'nik y Efremov (1995) estudiaron la distribución espacial de las estrellas O y B hasta 3 kpc del Sol y obtuvieron una nueva partición en asociaciones OB utilizando la modificación de Battinelli (1991) del método de análisis de cúmulos (*cluster analysis*). De esta manera, Mel'nik y Efremov encontraron que Per OB1 se dividía en cuatro grupos, dos a $r \sim 1.6$ kpc y otros dos a $r \sim 1.9$ kpc. Dos de ellos son fiables a un nivel de confianza del 90% (uno a 1.6 kpc y otro a 1.9 kpc), con una velocidad radial heliocéntrica media de -21.6 km s $^{-1}$ y -41.4 km s $^{-1}$, respectivamente. La primera asociación encontrada por Mel'nik y Efremov podría corresponder al grupo de estrellas que nosotros tenemos a $1.1 < r < 1.4$ kpc. A la vista de todo esto, la explicación física de los grandes residuos negativos en la velocidad radial en esta región, incluso considerando la contribución de la cinemática de los brazos espirales, está todavía por resolver.

Si excluimos las estrellas pertenecientes a ambas regiones de nuestros cálculos, el residuo medio en velocidades radiales decrece hasta $-(1-2)$ km s $^{-1}$. Para cefeidas, como ya se ha dicho, los residuos tienen la misma tendencia y llegan a ser de hasta $-(3-4)$ km s $^{-1}$, aunque en este caso no podemos identificar claramente grupos de estrellas con un movimiento común. Por tanto, el movimiento residual negativo medio observado no parece ser explicado como un movimiento peculiar de algunos grupos de estrellas. Incluso, hemos encontrado que, para ambas muestras, este movimiento residual aparentemente no depende de la longitud galáctica de las estrellas.

6.2. Resultados incluyendo un término de expansión galáctica

Teniendo en cuenta que las cefeidas, con una distancia media más elevada, muestran residuos mayores que las estrellas O y B, podemos suponer que esta tendencia sistemática podría ser explicada a través de la inclusión de un término K de expansión en las ecuaciones 4.80. Entonces, los siguientes términos deben ser añadidos a estas ecuaciones:

$$\begin{aligned} f_{11}^r &= r \cos^2 b \\ f_{11}^l &= 0 \\ f_{11}^b &= -r \sin b \cos b \end{aligned} \tag{6.1}$$

que nos permiten obtener el parámetro $a_{11} = K$. En las tablas 6.2 y 6.3 mostramos los resultados obtenidos procediendo de esta forma, y considerando diferentes conjuntos de parámetros libres (como fue propuesto en la sección 4.5.1). Los coeficientes de correlación entre el término K y el resto de parámetros son siempre pequeños, siendo menores que 0.4 para estrellas O-B y 0.2 para cefeidas. Como se vio en el capítulo anterior, un cambio en el valor de los parámetros libres (m , i , R_\odot y $\Theta(R_\odot)$) no altera significativamente los parámetros cinemáticos obtenidos. En las tablas 6.2 y 6.3 también mostramos los resultados obtenidos cuando se eliminan las estrellas pertenecientes a las regiones problemáticas mencionadas arriba en el caso de las estrellas O y B. Observamos que no hay una gran diferencia en los resultados entre estos casos, los cuales son siempre compatibles dentro de los errores. Por tanto, concluimos que el movimiento peculiar observado en algunas asociaciones OB presentes en nuestra muestra no modifica los principales parámetros de nuestro modelo. A la vista de todo esto, en la próxima sección discutiremos los resultados obtenidos cuando se consideran todas las estrellas, sin eliminar aquellas pertenecientes a asociaciones.

Tabla 6.2: Resolución por ajuste de mínimos cuadrados para estrellas O y B, considerando diferentes valores de los parámetros galácticos impuestos m, i, R_\odot y $\Theta(R_\odot)$. Caso A: $m = 2, i = -6^\circ, R_\odot = 8.5$ kpc, $\Theta(R_\odot) = 220$ km s $^{-1}$; Caso D: $m = 4, i = -14^\circ, R_\odot = 7.1$ kpc, $\Theta(R_\odot) = 184$ km s $^{-1}$. Unidades: $U_\odot, V_\odot, W_\odot, \Pi_b, \Theta_b$ y σ en km s $^{-1}$; a_r, K, A, B y Ω_p en km s $^{-1}$ kpc $^{-1}$; b_r en km s $^{-1}$ kpc $^{-2}$; ψ_\odot en grados; $\Delta R_{\text{cor}} = R_\odot - R_{\text{cor}}$ en kpc. χ^2/N es el valor de χ^2 dividido por el número de ecuaciones menos los grados de libertad. G1 y G2 se refieren a aquellos grupos de estrellas localizados en $0 < l < 50^\circ, 1 < R < 2$ kpc (29 estrellas) y $130 < l < 140^\circ, 1 < R < 2$ kpc (14 estrellas), respectivamente.

Estrellas O y B con $0.6 < r < 2$ kpc				
	Caso A	Caso D	Caso D	Caso D
			excluyendo G1	excluyendo G2
U_\odot	9.2 ± 0.7	10.0 ± 0.7	9.2 ± 0.8	9.6 ± 0.8
V_\odot	12.7 ± 1.1	12.7 ± 1.0	13.2 ± 1.0	12.3 ± 1.1
W_\odot	8.3 ± 0.5	8.3 ± 0.5	8.3 ± 0.5	8.4 ± 0.5
a_r	-1.7 ± 1.0	-1.5 ± 1.0	-2.3 ± 1.2	-0.9 ± 1.0
b_r	-0.4 ± 1.5	0.5 ± 1.3	2.3 ± 1.5	0.0 ± 1.4
K	-3.2 ± 0.7	-2.8 ± 0.7	-1.4 ± 0.7	-2.4 ± 0.7
ψ_\odot	$20. \pm 53.$	$329. \pm 47.$	$315. \pm 32.$	$8. \pm 52.$
Π_b	3.1 ± 1.1	2.6 ± 1.0	3.2 ± 1.1	2.8 ± 1.1
Θ_b	2.0 ± 1.3	2.1 ± 1.3	3.2 ± 1.5	1.8 ± 1.3
f_\odot	0.23 ± 0.57	0.35 ± 0.25	0.40 ± 0.10	0.19 ± 0.77
A	13.8 ± 0.5	13.7 ± 0.5	14.1 ± 0.6	13.4 ± 0.5
B	-12.1 ± 0.5	-12.2 ± 0.5	-11.8 ± 0.6	-12.5 ± 0.5
Ω_p	$45. \pm 14.$	$33. \pm 6.$	$32. \pm 3.$	$36. \pm 8.$
ΔR_{cor}	3.6 ± 1.6	1.5 ± 0.9	1.1 ± 0.6	2.0 ± 1.2
σ	11.85	11.88	11.74	11.85
χ^2/N	1.89	1.90	1.90	1.89

Tabla 6.3: Igual que la tabla 6.2, pero para la muestra de estrellas cefeidas (ECD: escala corta de distancias; ELD: escala larga de distancias).

Estrellas cefeidas con $0.6 < r < 4$ kpc				
	distancias ECD		distancias ELD	
	Caso A	Caso D	Caso A	Caso D
U_{\odot}	6.5 ± 1.2	6.5 ± 1.2	8.4 ± 1.2	8.2 ± 1.2
V_{\odot}	10.5 ± 1.9	11.0 ± 2.1	9.1 ± 2.1	10.1 ± 2.3
W_{\odot}	5.7 ± 0.7	5.7 ± 0.8	7.0 ± 0.8	7.0 ± 0.8
a_r	-7.9 ± 1.2	-7.4 ± 1.2	-4.4 ± 1.1	-3.9 ± 1.1
b_r	1.6 ± 0.8	0.5 ± 0.8	0.1 ± 0.8	-0.9 ± 0.8
K	-0.8 ± 0.5	-1.0 ± 0.5	-1.2 ± 0.5	-1.2 ± 0.5
ψ_{\odot}	$286. \pm 21.$	$284. \pm 39.$	$310. \pm 21.$	$321. \pm 43.$
Π_b	0.0 ± 1.6	-1.4 ± 1.6	0.9 ± 1.3	0.4 ± 1.2
Θ_b	4.8 ± 1.7	2.4 ± 1.7	5.6 ± 1.7	2.7 ± 1.7
f_{\odot}	0.96 ± 0.01	0.95 ± 0.01	0.96 ± 0.01	0.96 ± 0.01
A	16.9 ± 0.6	16.6 ± 0.6	15.1 ± 0.6	14.9 ± 0.6
B	-9.0 ± 0.6	-9.3 ± 0.6	-10.8 ± 0.6	-11.0 ± 0.6
Ω_p	$26. \pm 3.$	$23. \pm 4.$	$28. \pm 3.$	$27. \pm 2.$
ΔR_{cor}	0.0 ± 1.0	-0.7 ± 1.2	0.5 ± 0.8	0.2 ± 0.6
σ	11.56	11.66	11.70	11.90
χ^2/N	0.84	0.85	0.83	0.86

6.3. Discusión de los resultados

6.3.1. La curva de rotación galáctica

Como podemos observar en las tablas 6.2 y 6.3, hemos obtenido una diferencia de aproximadamente $3 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ en la constante A de Oort para las soluciones a partir de estrellas O-B y a partir de cefeidas con una escala cósmica corta de distancias (ECD). Para la escala larga de distancias (ELD) obtenemos un valor intermedio:

$$\begin{aligned} A^{\text{OB}} &\sim 13.7\text{-}13.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1} \\ A_{\text{ECD}}^{\text{Cep}} &\sim 16.6\text{-}16.9 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1} \\ A_{\text{ELD}}^{\text{Cep}} &\sim 14.9\text{-}15.1 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Como vimos en el capítulo 5, estas diferencias no pueden ser explicadas por las limitaciones observacionales presentes en las muestras. Frink et al. (1996) obtuvieron una discrepancia similar, obteniendo $A = 14.0 \pm 1.2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ a partir de una muestra de estrellas O y B, y $A = 15.8 \pm 1.6 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ a partir de una muestra de cefeidas (en ambos casos los autores sólo consideraron las estrellas con una distancia heliocéntrica menor a 1 kpc). Sin embargo, nuestros valores para las cefeidas no alcanzan los altos valores obtenidos por Glushkova et al. (1998; $A = 19.5 \pm 0.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$), Mishurov et al. (1997; $A = 20.9 \pm 1.2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$), Mishurov y Zenina (1999; $A = 18.8 \pm 1.3 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$) y Lépine, Mishurov y Dedikov (2001; $A = 17.5 \pm 0.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$). Pont, Mayor y Burki (1994) y Metzger, Caldwell y Schechter (1998), a partir de velocidades radiales de estrellas cefeidas, encontraron valores de $A = 15.9 \pm 0.3 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y $A = 15.5 \pm 0.4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, respectivamente. Feast y Whitelock (1997), a partir de una muestra de cefeidas con movimientos propios y una calibración de distancia a partir de datos Hipparcos, encontraron un valor $A = 14.8 \pm 0.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Partiendo de una muestra similar, Feast, Pont y Whitelock (1998) encontraron $A = 15.1 \pm 0.3 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ considerando las velocidades radiales. Como hemos mencionado en la sección 6.1, nosotros hemos encontrado una buena coherencia entre las soluciones para velocidades radiales, movimientos propios y solución combinada, tanto para la ECD como la ELD.

Un intento de explicar estas discrepancias fue realizado por Olling y Merrifield

(1998), quienes estudiaron la variación de las funciones A y B de Oort y encontraron que el valor de éstas difiere significativamente de la dependencia general $\sim \Theta(R)/R$ esperada para una curva de rotación prácticamente plana. En el interior del círculo solar, el valor de A crece hasta $18 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ para $\Delta R = R - R_{\odot} \sim -0.5 \text{ kpc}$, disminuye hasta $16 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ para $\Delta R \sim -1.2 \text{ kpc}$, y crece continuamente para $\Delta R \lesssim -1.5 \text{ kpc}$, hasta $19 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ para $\Delta R \sim -2 \text{ kpc}$ (ver figura 3 en Olling y Merrifield 1998). Por otro lado, más allá del círculo solar, A decrece hasta $10\text{-}12 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, manteniendo este valor en el intervalo $0 \lesssim \Delta R \lesssim 2.5 \text{ kpc}$. Aunque A es un parámetro *local*, que describe la forma local de la curva de rotación, Olling y Merrifield ya apuntaron que las discrepancias en los resultados publicados en la literatura podían ser debidas a su dependencia con la distancia galactocéntrica. Nuestras estrellas O y B están distribuidas a lo largo de todas las longitudes galácticas, mientras que las cefeidas se concentran predominantemente en el interior del círculo solar (ver figura 6.2), con un pico en la distribución espacial para $\Delta R \sim -0.6 \text{ kpc}$ correspondiente al brazo de Sagittarius-Carina (ver figura 3.6). Para estrellas O y B encontramos un valor *clásico* de $A \sim 14 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (un valor promedio entre $10\text{-}12$ y $16\text{-}18 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$), mientras que para cefeidas hemos obtenido $A \sim 15\text{-}17 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (dependiendo de la relación PL considerada), en completo acuerdo con las asunciones de Olling y Merrifield.

A partir de los resultados obtenidos en el capítulo 5, esperaríamos incertidumbres en el término de segundo orden de la curva de rotación de $\sim 1.0 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$ para estrellas O y B, y de $\sim 0.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$ en el caso de las cefeidas. Teniendo en cuenta esto, y los resultados de las tablas 6.2 y 6.3, podemos afirmar que b_r no difiere de un valor nulo en más de $2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$. Pont, Mayor y Burki (1994) encontraron un valor de $b_r = -1.7 \pm 0.2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$, mientras que Feast, Pont y Whitelock (1998) encontraron $b_r = -1.6 \pm 0.2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$, ambos utilizando velocidades radiales de estrellas cefeidas (el último trabajo, a partir de una calibración de distancia obtenida con datos Hipparcos). En cambio, Lépine, Mishurov y Dedikov (2001) encontraron un valor grande y positivo ($b_r = 5.0 \pm 1.0 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$) a partir de su muestra de cefeidas. Sin embargo, como veremos en la siguiente sección, estos autores también encontraron un valor muy grande para la amplitud de la componente de la velocidad en la dirección de la rotación galáctica debida al potencial espiral (Θ_b). Sin simulaciones específicas que consideren tanto sus datos observacionales como su procedimiento de resolución, es difícil intentar adivinar cómo las correlaciones entre ambos parámetros pueden afectar a su determinación.

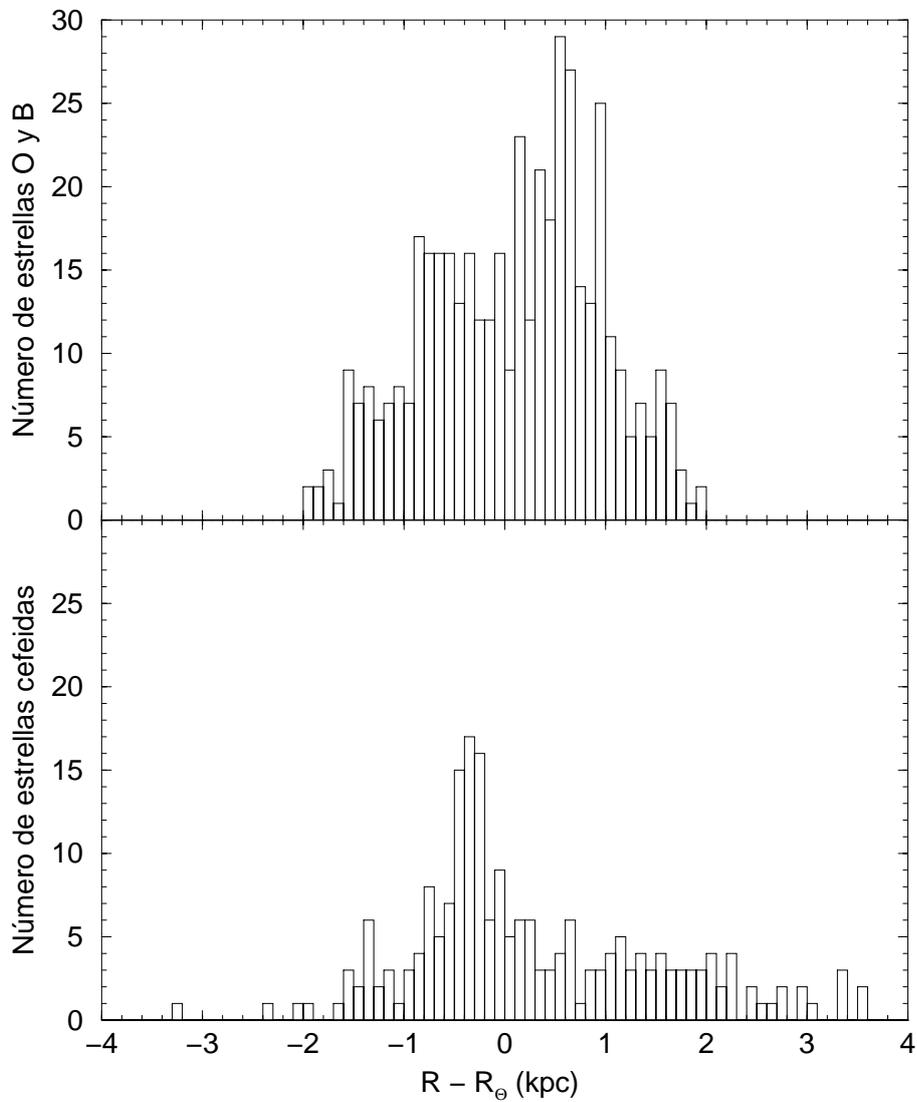


Figura 6.2: Distribución de las estrellas O y B (arriba) y las estrellas cefeidas (abajo) de nuestras muestras de trabajo en función de la distancia galactocéntrica (con origen en el círculo solar).

6.3.2. La estructura espiral de la Galaxia

En el capítulo 5 hemos demostrado que los datos observacionales disponibles en nuestras muestras estelares nos permiten realizar una caracterización de la estructura espiral galáctica, aunque los sesgos y incertidumbres en los parámetros deben ser tenidos en cuenta en la interpretación de los resultados. Por otro lado, las simulaciones también demostraron que a partir de nuestras muestras y el método de resolución empleado, es muy difícil fijar el número de brazos espirales de nuestra galaxia.

Un primer resultado destacable es la relativa buena coherencia obtenida para la fase de la estructura espiral en la posición del Sol (ψ_{\odot}) cuando se utilizan diferentes parámetros libres (casos A, D) o muestras diferentes, comparado con las grandes discrepancias que se encuentran en la literatura (ver abajo). Hemos de tener en cuenta, como ya se ha comentado con anterioridad, que Π_b , Θ_b y f_{\odot} dependen de la dispersión cósmica y, por tanto, no deben tener el mismo valor para estrellas O y B que para cefeidas.

A partir de la figura 3.6, y asumiendo que las cefeidas trazan aproximadamente el centro del brazo de Sagittarius-Carina, podemos estimar un valor de $\psi_{\odot} \sim 250^{\circ}$ (localizándose el centro del brazo espiral interior –brazo de Sagittarius-Carina– a aproximadamente 1 kpc del Sol), dependiendo del valor exacto de la distancia inter-brazo. Sin embargo, la teoría de las ondas de densidad predice que el brazo visible (trazado por sus estrellas jóvenes) no coincide con la posición del mínimo del potencial espiral (Roberts 1969, 1970). Hemos de tener en cuenta que el valor de ψ_{\odot} obtenido a partir de datos cinemáticos nos informa acerca de la posición del Sol respecto del mínimo de potencial, no respecto del brazo visible. En las tablas 6.2 y 6.3 hemos encontrado valores dentro del intervalo $284\text{-}20^{\circ}$, de manera que:

$$\psi_{\odot} \sim 330 \pm 45^{\circ} \quad (6.3)$$

En el mínimo de potencial espiral (cerca del centro de un brazo) $\psi = 0^{\circ}$, mientras que en el extremo interno del brazo $\psi \sim 90^{\circ}$ y en el extremo externo $\psi \sim -90^{\circ} = 270^{\circ}$. En el caso de la fase de la estructura espiral en la posición del Sol, esperamos un sesgo de $\Delta\psi_{\odot} = \psi_{\odot}^{\text{obtenido}} - \psi_{\odot}^{\text{real}} \sim 20^{\circ}$ para estrellas O y B y $\Delta\psi_{\odot} \sim 0^{\circ}$ para cefeidas, con incertidumbres de $\sim 25^{\circ}$ y $\sim 75^{\circ}$, respectivamente (ver capítulo 5). Estas elevadas incertidumbres pueden explicar el rango de valores obtenidos. Según

el valor encontrado para ψ_{\odot} , el Sol se sitúa entre el centro y la parte externa de un brazo, más cerca del primero (ver figura 6.3).

Nuestro resultado está en aparente contradicción con los estudios clásicos de los trazadores de la estructura espiral (ver, por ejemplo, Schmidt-Kaler 1975 y Elmegreen 1985), los cuales sitúan al Sol en una posición intermedia entre el brazo interno (brazo de Sagittarius-Carina) y el externo (brazo de Perseus) y, por tanto, asignan una fase de la estructura espiral en la posición del Sol de $\psi_{\odot} \sim 180^{\circ}$. El brazo local (brazo de Orion-Cygnus) se considera normalmente una estructura secundaria y no un brazo principal. En nuestro modelo, como hemos supuesto una distancia interbrazo de aproximadamente 3 kpc, el brazo local también se considera una estructura secundaria (ver sección 4.5.1). Pero el valor que hemos obtenido para ψ_{\odot} difiere significativamente de 180° . Si consideramos una diferencia de $\sim 80^{\circ}$ entre los trazadores ópticos y el mínimo de potencial del brazo espiral, nos percatamos de que nuestro valor de ψ_{\odot} se haya en buen acuerdo con la visión de la estructura espiral que emerge de la distribución espacial de estrellas de la figura 6.3, con el brazo espiral interno a aproximadamente 1 kpc del Sol. Un resultado similar fue encontrado por Mel'nik et al. (1998), quienes encontraron que cerca del 70% de las estrellas en las asociaciones OB del brazo de Sagittarius-Carina tienen un movimiento residual (después de corregir sus velocidades heliocéntricas del movimiento solar y la rotación galáctica), en la dirección opuesta a la rotación galáctica, tal y como se esperaría para las estrellas entre el borde interno y el centro del brazo. Por tanto, estos autores también encuentran un desplazamiento entre la posición óptica del brazo visible (trazado por las estrellas jóvenes) y el mínimo del potencial espiral. Resumiendo, de nuestros resultados se desprende que el Sol se sitúa relativamente cerca del mínimo de potencial del brazo de Sagittarius-Carina, y que el brazo de Perseus se sitúa mucho más lejos, a unos 2.5 kpc del Sol.

Nuestro rango de valores para ψ_{\odot} incluye los obtenidos por Crézé y Mennessier (1973) a partir de una muestra de estrellas O-B3, $\psi_{\odot} = 352 \pm 30^{\circ}$. Más tarde, Mennessier y Crézé (1975) determinaron un valor de $\psi_{\odot} \sim 90^{\circ}$ también a partir de una muestra de estrellas O-B3, lo que situaba al Sol cerca del borde interno de un brazo. Otros autores han obtenido otros resultados contradictorios. Gómez y Mennessier (1977) encontraron que el Sol se situaba cerca del borde de un brazo a partir de diversas muestras de estrellas de los catálogos FK4 y FK4 *Supplement*. Byl y Ovenden (1978) y Comerón y Torra (1991) encontraron valores de $\psi_{\odot} = 165 \pm 1^{\circ}$ y $\psi_{\odot} = 135 \pm 18^{\circ}$ respectivamente, a partir de muestras de estrellas O y B. Mishurov et

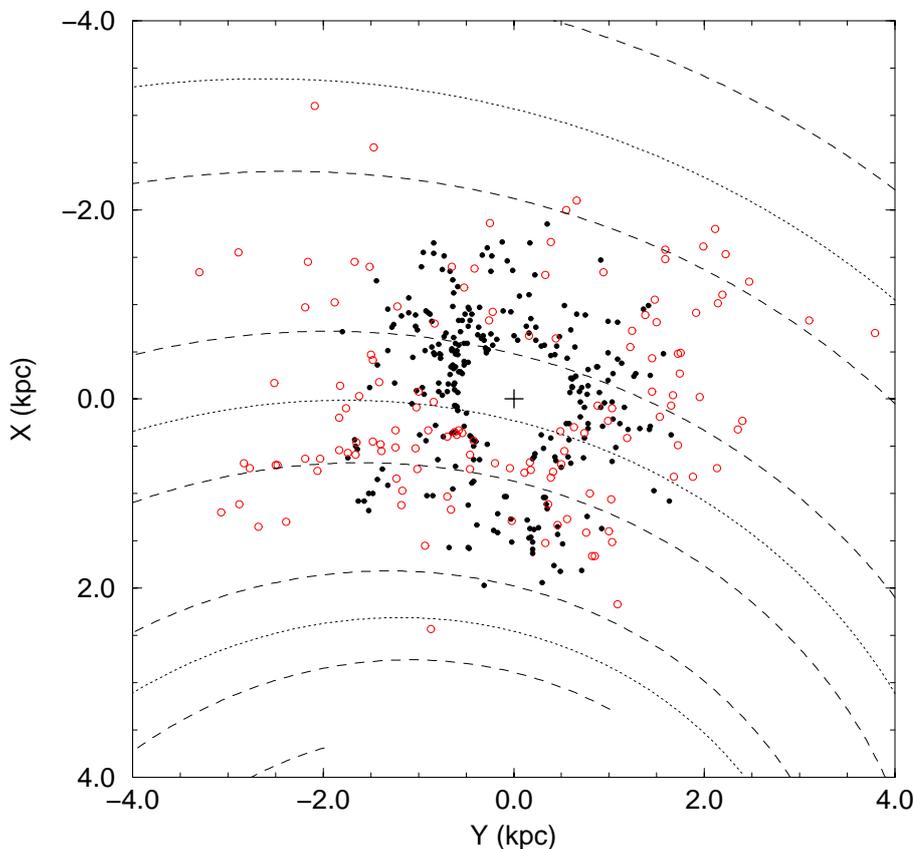


Figura 6.3: Distribuciones de estrellas en el plano galáctico X - Y para estrellas O y B (círculos rellenos) con $0.6 < r < 2$ kpc y cefeidas (círculos vacíos) con $0.6 < r < 4$ kpc (distancias a partir de la escala cósmica corta). La posición del Sol se marca con una cruz en el centro de la figura. Los brazos espirales han sido dibujados considerando $\psi_{\odot} = 330^{\circ}$. Las líneas punteadas muestran el centro de los brazos espirales ($\psi = 0^{\circ}$) y las líneas discontinuas dibujan sus bordes ($\psi = \pm 90^{\circ}$). Al estudiar esta figura hemos de tener en cuenta el posible desplazamiento entre la posición de los trazadores ópticos en los brazos espirales (es decir, nuestras estrellas jóvenes) y el mínimo del potencial espiral ($\psi = 0^{\circ}$).

al. (1997) encontraron $\psi_{\odot} = 290 \pm 16^{\circ}$ a partir de una muestra de estrellas cefeidas con velocidades radiales. Mishurov y Zenina (1999) obtuvieron un valor $\psi_{\odot} = 322 \pm 9^{\circ}$ (suponiendo $m = 2$ y $R_{\odot} = 7.5$ kpc) a partir de la misma muestra de cefeidas, pero incluyendo también los movimientos propios de Hipparcos. Cuando estos autores consideraron un modelo de galaxia con 4 brazos espirales, encontraron $\psi_{\odot} = 340 \pm 9^{\circ}$. Más recientemente, Rastorguev et al. (2001) encontraron $\psi_{\odot} = 274 \pm 22^{\circ}$ a partir de una muestra de 55 cúmulos abiertos más jóvenes que 40 Myr y 67 cefeidas con periodos más pequeños que 9 días, todos ellos a menos de 4 kpc del Sol. Como se puede observar, repasando los valores de ψ_{\odot} existentes en la literatura obtenemos resultados muy dispares, prácticamente abarcando cualquier valor entre 0 y 360° . Sin embargo, hay una clara tendencia durante los últimos años a obtener valores dentro del rango propuesto en el presente trabajo.

Las amplitudes de la velocidad debidas a la perturbación espiral son menores que 4 km s^{-1} para estrellas O y B ($\Pi_b \sim 3 \text{ km s}^{-1}$, $\Theta_b \sim 2\text{-}3 \text{ km s}^{-1}$) y 6 km s^{-1} para estrellas cefeidas ($\Pi_b \sim -1\text{-}1 \text{ km s}^{-1}$, $\Theta_b \sim 2\text{-}6 \text{ km s}^{-1}$). Como ya hemos comentado con anterioridad, la diferencia entre los valores obtenidos para ambas muestras tiene una explicación natural dentro del marco de la teoría de Lin, como una consecuencia de su dependencia con la distancia galactocéntrica y la dispersión cósmica de las estrellas utilizadas para su determinación. Mishurov et al. (1997) obtuvieron $\Pi_b = 6.3 \pm 2.4 \text{ km s}^{-1}$ y $\Theta_b = 4.4 \pm 2.4 \text{ km s}^{-1}$ a partir de sus datos de velocidades radiales para estrellas cefeidas a menos de 4 kpc del Sol, suponiendo una estructura espiral de 2 brazos. Mel'nik, Dambis y Rastorguev (1999) encontraron $\Pi_b = 6.4 \pm 1.2 \text{ km s}^{-1}$ y $\Theta_b = 2.4 \pm 1.2 \text{ km s}^{-1}$ a partir de una muestra de cefeidas a menos de 3 kpc del Sol. Mishurov y Zenina (1999) determinaron unos valores de $\Pi_b = 3.3 \pm 1.6 \text{ km s}^{-1}$, $\Theta_b = 7.9 \pm 2.0 \text{ km s}^{-1}$ para $m = 2$ y $\Pi_b = 3.5 \pm 1.7 \text{ km s}^{-1}$, $\Theta_b = 7.5 \pm 1.8 \text{ km s}^{-1}$ para $m = 4$. A partir de la misma muestra, Lépine, Mishurov y Dedikov (2001) encontraron $\Pi_b^{m=2} = 0.4 \pm 3.0 \text{ km s}^{-1}$, $\Theta_b^{m=2} = 14.0 \pm 3.0 \text{ km s}^{-1}$ y $\Pi_b^{m=4} = 0.8 \pm 3.3 \text{ km s}^{-1}$, $\Theta_b^{m=4} = 10.9 \pm 2.9 \text{ km s}^{-1}$. Su modelo de 2+4 brazos induce unos valores más grandes para Θ_b , implicando un valor más elevado del cociente entre el potencial espiral y el campo galáctico axisimétrico, mucho más allá del 5-10% comúnmente aceptado. Según los resultados obtenidos en el capítulo 5, las incertidumbres observacionales y los sesgos de las muestras actuales, así como las correlaciones presentes en el método de resolución, no pueden explicar por completo las discrepancias presentes en los valores obtenidos en la literatura. Éstas podrían ser atribuidas a nuestro pobre conocimiento de la estructura armónica real de la estructura espiral galáctica o a la aproximación seguida en la teoría lineal de las

ondas de densidad.

El valor obtenido para la velocidad de rotación angular de la estructura espiral es:

$$\Omega_p \sim 30 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1} \quad (6.4)$$

aunque hemos encontrado una gran dispersión en la determinación de este valor en nuestros resultados para diferentes muestras y casos (dispersión de unos 2-7 $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, pero de hasta 15 $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ en un caso extremo). Esta elevada dispersión era esperada a partir de los resultados obtenidos en el capítulo 5 (desviación estándar de 2-5 $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ para estrellas O y B, pero de hasta 15 $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ para $\psi_{\odot} \sim 270^\circ$; para las cefeidas las dispersiones esperadas son mayores, de unos 10-20 $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$). El valor obtenido para Ω_p sitúa al Sol muy cerca del círculo de corrotación y, por tanto, no coincide con la previsión clásica, que supone un valor de $\Omega_p \sim 13.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (valor propuesto por Lin, Yuan y Shu 1969). Sin embargo, otros estudios han arrojado resultados similares a los nuestros. Avedisova (1989) obtuvo $\Omega_p = 26.8 \pm 2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ a partir de la distribución espacial de objetos jóvenes de diferentes edades en el brazo de Sagittarius-Carina. Más recientemente, Amaral y Lépine (1997), trabajando con una selección de miembros jóvenes del catálogo de cúmulos abiertos de Mermilliod (1986), obtuvieron un valor de $\Omega_p \sim 20\text{-}22 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Mishurov et al. (1997) y Mishurov y Zenina (1999) utilizaron su muestra de estrellas cefeidas para obtener un valor de $\Omega_p = 28.1 \pm 2.0 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y $\Omega_p \sim 27.7 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, respectivamente. Lépine, Mishurov y Dedikov (2001) encontraron $\Omega_p^{m=2} \sim \Omega_p^{m=4} \sim 26.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ a partir de su muestra de cefeidas. Finalmente, Rastorguev et al. (2001) piensan que la determinación de Ω_p a partir de únicamente datos cinemáticos no puede ser resuelta. No obstante, nuestras simulaciones (ver capítulo 5) parecen indicar que, al menos, la tendencia a encontrar valores altos para Ω_p parece estar confirmada, aunque probablemente existe todavía una incertidumbre de unos 5-10 $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ en su valor. Estos elevados valores para Ω_p pueden explicar de una manera natural la presencia de un vacío en el disco gaseoso galáctico (ver Kerr 1969 y Burton 1976 para las evidencias observacionales y Lépine, Mishurov y Dedikov 2001 para los resultados de simulaciones), ya que sitúan al Sol cerca del círculo de corrotación, de donde el gas es expulsado bajo la influencia del potencial espiral.

6.3.3. El término K

En relación con el término K , hemos encontrado una buena coincidencia de resultados entre las estrellas O y B y las estrellas cefeidas. En ambos casos se encuentran valores de $-(1-3) \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, confirmando una aparente compresión de la vecindad solar hasta al menos una distancia de unos 3-4 kpc. En nuestra opinión, el hecho que demuestra más fehacientemente la existencia de un valor no nulo de K es que éste se encuentra independientemente tanto para la muestra de estrellas O y B como para la muestra de cefeidas, las cuales tienen una distribución en distancia completamente diferente, así como una estimación de distancias independiente y una forma diferente de obtener sus velocidades radiales. Como podemos ver comparando los resultados de las tablas 6.1, 6.2 y 6.3, la inclusión del término K no modifica substancialmente el resto de parámetros del modelo, obtenidos a partir del ajuste por mínimos cuadrados.

Es muy difícil encontrar en la literatura otras estimaciones de K a estas distancias heliocéntricas tan elevadas, ya que en la mayoría de los casos los autores consideran una curva de rotación axisimétrica. Sin embargo, algunos autores han observado a lo largo de los años la persistencia de un residuo en las ecuaciones para velocidades radiales. Este residuo en las ecuaciones para velocidades radiales fue descubierto por Stibbs (1956). Comerón, Torra y Gómez (1994) encontraron $K = -1.9 \pm 0.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ a partir de estrellas O-B5.5 y $K = -1.3 \pm 0.9 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ para estrellas B6-A0 con $R < 1.5 \text{ kpc}$. Pont, Mayor y Burki (1994) estudiaron tres posibles causas para este residuo: un efecto estadístico, un efecto intrínseco en la medida de las velocidades radiales para las cefeidas (velocidades γ) y un efecto dinámico real. Los autores finalmente sugieren que el efecto podría ser debido a un movimiento no axisimétrico producido por una barra central de $\sim 5 \text{ kpc}$ de extensión. Metzger, Caldwell y Schechter (1998) encontraron un residuo de $\sim -3 \text{ km s}^{-1}$ para una muestra de cefeidas considerando una rotación galáctica axisimétrica. Estos autores concluyeron que esto podría ser debido a la influencia de la estructura espiral, no incluida en su modelo. Sin embargo, en el presente trabajo hemos encontrado un valor no nulo de K incluso teniendo en cuenta la cinemática asociada a los brazos espirales. Por tanto, una comprensión de la explicación física del término K requerirá futuros estudios.

