

PARTE PRIMERA:

FUNDAMENTOS Y HERRAMIENTAS
METODOLÓGICAS

CAPÍTULO 1. MÉTODOS ESTADÍSTICOS y ECONÓMICOS PARA EL ANÁLISIS ECONÓMICO-FINANCIERO

1.1. Introducción.

El diagnóstico empresarial tiene como fuente principal *el análisis económico-financiero*, a través del substrato que la información contable posee y que las propias compañías suministran a las administraciones públicas¹. El análisis económico-financiero posee el objetivo general, dentro de sus muchas definiciones y siguiendo a Lev² (1978), de extraer la *información* que poseen los estados financieros, mediante la generación de una serie de indicadores relevantes que expliquen el propio comportamiento de la empresa, ya sea desde una óptica temporal o por comparación con el sector o las dos posibilidades. Su evolución ha sufrido importantes cambios sobre todo en lo referente a la participación de otras disciplinas, como pueden ser las áreas de microeconomía, de métodos cuantitativos, etc., produciéndose una transición de un enfoque clásico, centrado casi exclusivamente en evaluar la situación económica-financiera actual de la empresa, hacia un enfoque más multidisciplinar. En primera instancia, cualquier analista tiende a evaluar el comportamiento histórico de la empresa como preludio de la visualización del futuro. Ahora bien, debe reconocerse que en la actualidad la multiplicidad de factores que pueden alterar el comportamiento de una empresa dificulta tal tarea, la cual será más o menos ardua en función del tipo de sector. El sector que nos ocupa es el sector asegurador, más específicamente el sector de previsión social, el cual posee una estabilidad de su negocio que justifica la utilización de técnicas cuantitativas que permitan extraer comportamientos relevantes de las variables económicas-financieras y así definir la posición relativa de cada empresa respecto al sector.

¹ Son interesantes las nuevas aportaciones en este campo, véase Tua, J. (2000). **El marco Conceptual para la Información Financiera**, AECA, Madrid.

² Véase Lev, B. (1978). **Análisis de Estados Financieros: Un Nuevo Enfoque**, Ediciones ESIC, Madrid.

1.2. Métodos de análisis económico-financiero.

Los métodos actuales³ se pueden dividir en dos, el primero, análisis univariante de ratios, y el segundo, una concepción más multivariable del propio análisis basada en la utilización de técnicas cuantitativas. Estas son capaces de tratar grandes volúmenes de información gracias a los avances constantes de las propias tecnologías de la información. El ratio económico-financiero puede definirse como el cociente entre dos fenómenos económicos, ligados por una relación característica, cuya utilidad radica en reducir la cantidad de información reinante contribuyendo a la comparación entre empresas para un período de tiempo establecido o permitiendo observar su evolución temporal. Los ratios, como indicadores que son, absorben las deficiencias que poseen las variables a partir de las cuales han sido contruidos. Por esta razón existe un conjunto de problemas que pueden surgir mediante su uso, la ilustración 1.1.2. esquematiza tales problemas⁴. Las dificultades provienen en primer lugar, de los propios fundamentos metodológicos, en segundo lugar, de la naturaleza estadística y por último, los patrones o criterios de clasificación.

Respecto al primer grupo, los fundamentos metodológicos⁵, cabe hablar de la propia formación de los ratios, donde en primer lugar, se observa en muchos casos que no es necesario una variación simultánea entre numerador y denominador. En segundo lugar, la propia interpretación de los ratios de carácter univariante está falta de un cuerpo teórico que acompañe a la lógica empírica. Y por último las propias técnicas de análisis que se enfrentan a la definición de conceptos claves, como por ejemplo, ¿qué se entiende por *sector*? (Foster⁶ (1978)) o ¿cómo diseñar estándares⁷ o *normas*?

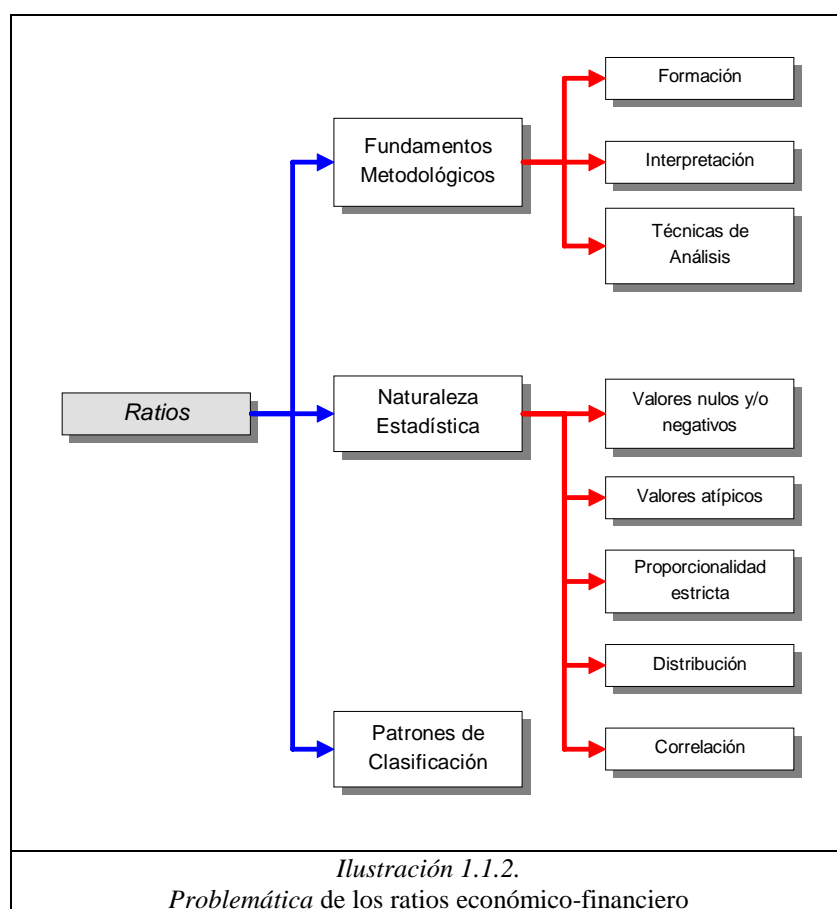
³ Véase capítulo 2 de González Pérez, A.L. (1997). La rentabilidad empresarial: evaluación empírica de sus factores determinantes, Colegio de Registradores de la Propiedad y Mercantiles de España., *Centro de Estudios Registrales*, Madrid.

⁴ Como consecuencia del volumen de tablas, gráficos e ilustraciones del presente trabajo, la numeración que se ha considerado más intuitiva es: en primer lugar el número consecutivo de las mismas y posteriormente el orden del apartado.

⁵ Véase García-Ayuso Covarsí, M. (1994). Fundamentos Metodológicos del Análisis financiero mediante ratios, Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla, Sevilla. Dicho trabajo ha sido una referencia importante en este primer apartado.

⁶ Véase Foster, G. (1978). Financial Statement Analysis, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

⁷ Consideramos que la metodología neuronal puede ser de gran ayuda en este ámbito, véase capítulo 6.



La propia definición de *sector* encuentra en algunos casos problemas de comparación. El sector asegurador estudiado posee una ventaja importante, las empresas son enteramente homogéneas en los métodos contables utilizados ya que existe un control específico por parte de la Administración Pública. De todos modos será conveniente tener en cuenta el efecto tamaño y el efecto localización.

En lo concerniente al establecimiento de una norma o referencia-objetivo, no existe unanimidad sobre cual es la medida más adecuada, si la media simple o ponderada, la mediana o cualquier otra medida descriptiva. El estándar a seguir por cualquier empresa debería pasar por una visión multivariante de su posicionamiento, respecto al sector agregado y respecto a sus inmediatos competidores.

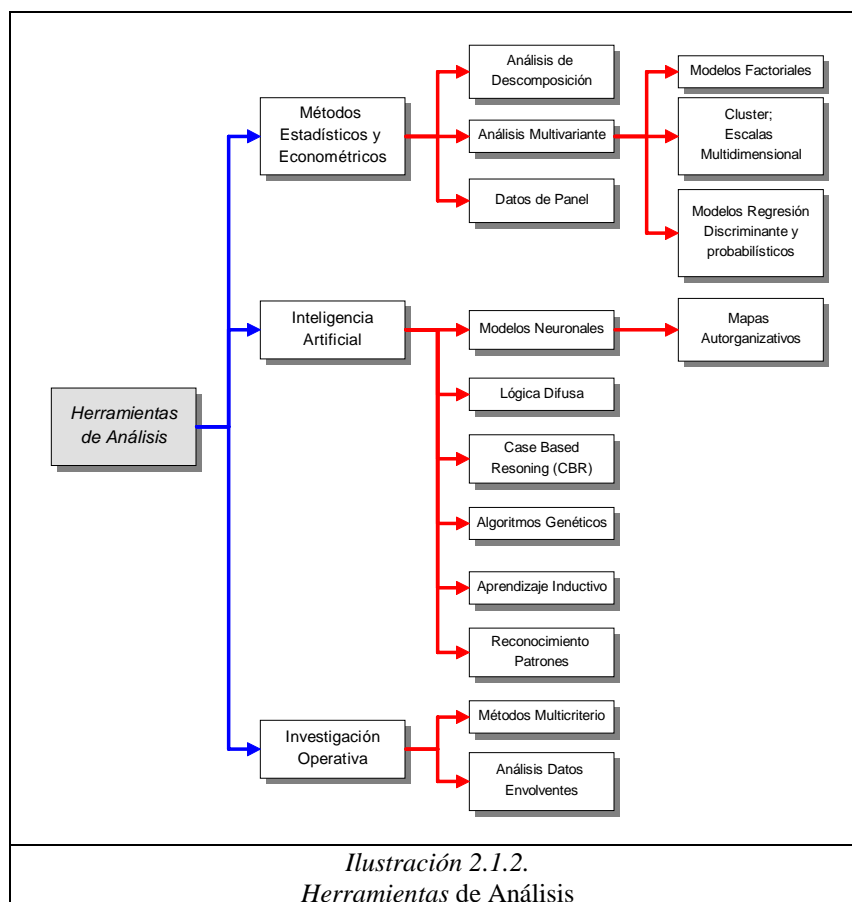
La naturaleza estadística puede generar también problemática en el uso de ratios debido a varios aspectos: la presencia de valores nulos o negativos en el numerador y/o denominador; la existencia de valores extremos o atípicos; la ausencia de proporcionalidad estricta entre los dos componentes de cualquier ratio; la propia distribución probabilística y en último lugar la correlación existente entre los mismos⁸.

El conocimiento de la distribución de los ratios puede ser un instrumento de análisis de gran potencia ya que permite comparar el observado para la empresa, con el del sector, generando medidas relativas de posicionamiento. Normalmente se suelen aplicar transformaciones a los datos para “forzar” la normalidad de los mismos, permitiendo trabajar con el modelo teórico probabilístico por excelencia, es decir, el modelo Gaussiano. Consideramos de interés profundizar en la búsqueda de modelos alternativos, como puede ser el modelo Pareto-estable muy utilizado en el ámbito de las finanzas de mercado.

Los métodos han sufrido en los últimos años un tránsito de un análisis univariante a uno de carácter multivariante⁹, gracias en buena medida al avance de la capacidad de computación y de la importación de metodologías instrumentales de campos muy variados, (véase la ilustración 2.1.2.).

⁸ Los aspectos tercero, cuarto y quinto son a nuestro entender los de más interés: la forma funcional de los ratios, la hipótesis de efecto neutro respecto a la dimensión empresarial, las características de la distribución y correlación entre ratios. Estos aspectos serán analizados específicamente para el ratio de siniestralidad del sector de mutualidades de previsión social de Cataluña, objeto de esta tesis doctoral.

⁹ Existen muchas aplicaciones *multivariantes* en el entorno del fracaso empresarial mediante la utilización de ratios, véase Arques, P., A. (1997). La predicción del Fracaso Empresarial. Aplicación al Riesgo Crediticio Bancario, Tesis Doctoral, Universidad de Murcia; Lizarraga D., F. (1996). Modelos Multivariantes de Previsión del Fracaso Empresarial: una aplicación a la realidad de la información contable Española, Tesis Doctoral, Universidad Pública de Navarra y Somoza, L., A. (2000). Los modelos Contable-financieros de predicción de la insolvencia empresarial. Una aportación y su aplicación a una muestra de empresas de los sectores textil y confección de la provincia de Barcelona (1994-1997), Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona, Barcelona. Es de especial interés, Martín Marín, J.L. (1986) El pronóstico del fracaso empresarial, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla, Serie: Ciencias Económicas y Empresariales, Núm. 23, junto con los trabajos pioneros de Edward I. Altman. Una muestra de ellos puede encontrarse en Corporate Financial Distress and Bankruptcy. A complete Guide to Predicting & Avoiding Distress and Profiting from Bankruptcy, 2ª Ed., Wiley, 1992.



La importancia de la utilización, casi generalizada de los ratios financieros por muchos investigadores o analistas, radica en su versatilidad para la detección de vínculos con aspectos tan variados como pueden ser¹⁰, características bursátiles, predicción de quiebra¹¹, establecimiento de *ratings* sobre bonos de compañías, rentabilidad y riesgo, economías de escala, relación con los intangibles, valoración de compañías, etc.

¹⁰ Véase Giner Inchausti, B. (1995). **La divulgación de información financiera: Una investigación empírica**. Instituto de Contabilidad y Auditoría de Cuentas, Madrid.

¹¹ Interesante la aportación de Zopounidis, C. (1995). **Évaluation du Risque de Défaillance de l'Entreprise. Méthodes et cas d'application**, *Techniques de Gestion*, Economica, Paris. Y más específicamente para el sector asegurador, véase los siguientes trabajos: Rodríguez Acebes, M.C. (1990) **La predicción de las crisis empresariales. Modelos para el sector de seguros**, *Secretariado de publicaciones Universidad de Valladolid*, Serie: Economía, 14; Herrera, D.L.; Rojas, J.M.; Rodríguez, P.R. (1994). **Modelos de previsión del fracaso empresarial: Aplicación a entidades de seguros de España**, ESIC Market, Abril-Junio, Madrid y Torra Porras, S. (1994). **Aproximación al concepto de éxito o fracaso en la gestión empresarial, para la empresa aseguradora Española (1991-1992), mediante modelos contables**, Trabajo de Investigación realizado dentro del Programa de Doctorado *Economía y Territorio*, Departamento de Econometría, Estadística y Economía Española. Universidad de Barcelona, Barcelona.

Dos aspectos adicionales a considerar: los analistas que realizan estudios de empresas mediante ratios, normalmente consideran que existe una hipótesis explícita o implícita sobre la relación que vincula el numerador con el denominador, y la utilización a menudo indiscriminada de los ratios que no tiene en cuenta aspectos metodológicos tan importantes como, pongamos por caso, el impacto del efecto tamaño en las conclusiones obtenidas, ¿es el ratio la mejor forma para retener tal aspecto?, ¿Existe una teoría que justifique tal relación?, etc. En síntesis, existe un conjunto de problemas que deben estar presentes a la hora de utilizar el análisis mediante ratios, por ejemplo, determinar cuales son las condiciones necesarias para que los ratios financieros cumplan con su función de control sobre el tamaño; los criterios sobre la elección de las variables “tamaño”; la presencia de correlación espúrea en los componentes del ratio y en último lugar, presencia de valores negativos, en algunos casos.

1.3. Características Metodológicas del Análisis Económico-Financiero mediante ratios.

El diagnóstico de empresas descansa de forma intensiva en la utilización de los ratios económicos-financieros¹², tal y como se ha mencionado. A través de ellos los analistas obtienen las características que sintetizan la “salud” de las empresas enmarcadas en un sector. Su extensa utilización viene justificada más por la presencia de una inercia heredada por tradición que por motivos metodológicos o de carácter empírico¹³. Varios aspectos importantes deben ser considerados para su correcta utilización: el tamaño o dimensión de la empresa¹⁴, la tipología de la relación existente entre la variable observada (numerador, en nuestro caso *prestaciones pagadas*) y la variable identificada como dimensión de la compañía (denominador, en nuestro caso *ingresos por primas*), y por último, la definición de un estándar de sector.

¹² Véase el apartado de propiedades básicas de los ratios en Salmi, T.; Martikainen, T. (1994). **A Review of the Theoretical and Empirical Basis of Financial Ratio Analysis**, *The Finnish Journal of Business Economics*, 4, pp. 426-448.

¹³ Este apartado se ha realizado siguiendo a Lev, B.; S. Sunder. (1979). **Methodological Issues in the Use of Financial Ratios**, *Journal of Accounting and Economics*, Vol. 1, pp. 187-210.

¹⁴ Véase Trigo P.; J.; Guillermo V.,S.; Ramat G.; X.; Pizarro S.; M. (1999). **El tamaño de la empresa en una economía global**, Circulo de Empresarios, Monografía 8, Madrid.

En el ámbito estrictamente estadístico¹⁵ hay que tener en cuenta otras consideraciones. Como por ejemplo, la presencia de correlación espúrea entre los componentes del ratio¹⁶, el tratamiento de los *outliers* o datos atípicos, etc. A su vez el diagnóstico sectorial mediante ratios económico-financieros posee una doble vertiente, la primera, una visión temporal (series temporales) y una segunda, basada en la comparación de la posición de cada empresa respecto al estándar sectorial definido¹⁷(corte transversal). De hecho la razón que justifica la utilización de ratios es la necesidad de conseguir el control sobre la incidencia que posee el efecto sistemático del tamaño o dimensión de la compañía sobre las variables examinadas, siempre que exista una supuesta relación entre la variable (numerador) y la variable del tamaño (denominador), que lógicamente debería ser contrastada empíricamente¹⁸. En último lugar, a pesar de los esfuerzos académicos, todavía no existe con claridad un cuerpo metodológico con relación a la utilización de los ratios económico-financieros en el ámbito del diagnóstico empresarial.

Tal y como se ha comentado, la principal razón para la utilización de los ratios es el control sobre el efecto sistemático del tamaño en las variables económicas a analizar. Este aspecto aparece en los clásicos modelos de predicción de quiebra de Altman y en la disciplina econométrica, donde la visualización de los residuos de los modelos causales permiten la detección y eliminación de la *heterocedasticidad*¹⁹, que captura el efecto del tamaño en la variación de error. Existe por lo tanto un vínculo claro entre la razón que justifica la utilización de ratios y la modelización econométrica sobre los términos de perturbación.

El control que ejerce la metodología de ratios es eficiente siempre y cuando, la variable bajo examen (numerador) sea estrictamente proporcional a la dimensión de la otra

¹⁵ Véase Watson, C.J. (1990). **Multivariate Distributional properties, Outliers, and transformation of Financial Ratios**, *The Accounting review*, Vol. 65, No 3, pp. 682-695.

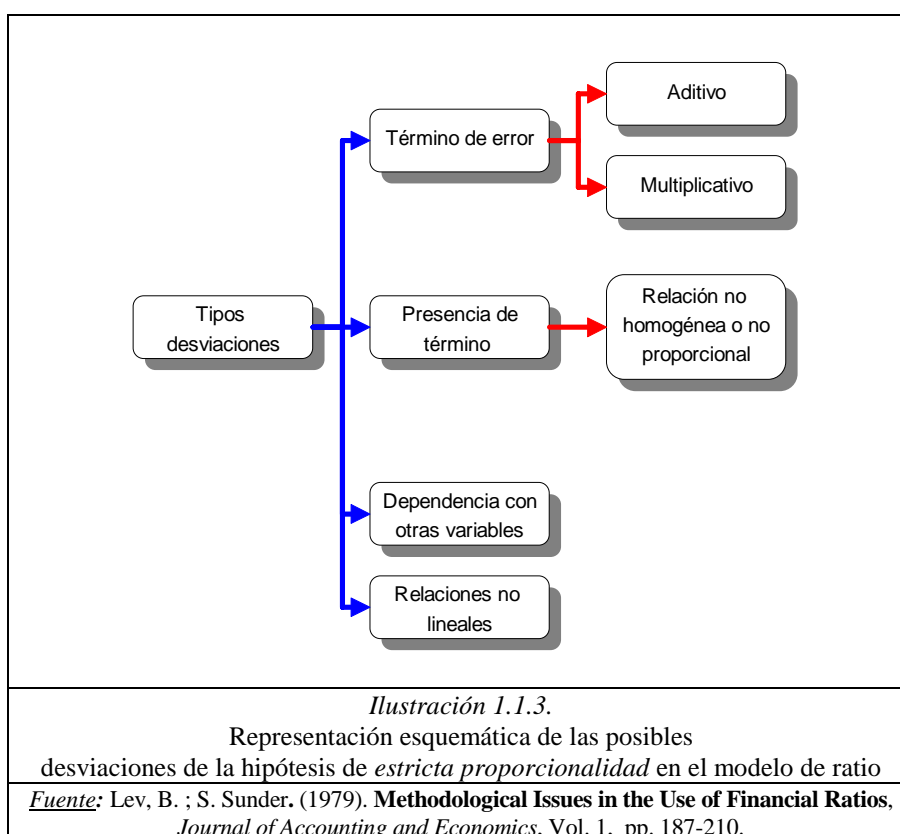
¹⁶ Las técnicas econométricas de *Co-integración* puede ser muy útiles en este ámbito, véase apartado 1.6.2.

¹⁷ Véase la utilización de modelos neuronales para la definición de un estándar sectorial flexible, apartado 6.4.

¹⁸ Véase el apartado 5.3.

¹⁹ Pueden existir diferentes causas que pueden generar un incremento de la dispersión en el término de perturbación de un modelo causal, la primera, la presencia de valores de corte transversal, la segunda, una especificación errónea del modelo explicativo y la última, la presencia de cambio estructural en los datos.

variable (denominador)²⁰. Existen cuatro posibles causas del incumplimiento de la presencia de una proporcionalidad estricta²¹: la primera de ellas, la presencia de un término de error en la relación planteada para ambas variables $[y;x]$, en segundo lugar, la existencia de un término independiente y en último lugar, la dependencia de “y” para diferentes tamaños de “x”, junto a la posible presencia de no linealidad en la relación que los vincula²², (véase ilustración 1.1.3.).



²⁰ Normalmente, la relación subyacente entre “y” e “x” se sugiere mediante la teoría. Cuando no se dispone de una teoría bien especificada, el investigador debería realizar una hipótesis sobre la naturaleza de ésta relación y verificarla empíricamente antes de proceder con el uso de la relación para controlar el tamaño. Si la teoría del investigador implica una proporcionalidad estricta, $y = \beta x$, el ratio $y/x = \beta$ es una constante y posee una interpretación sencilla: indica los efectos marginales de un cambio en “x” sobre “y”. En este caso, una comparación desde la óptica de series temporales y/o datos transversales de ratios es correcta. Así el objetivo final del ratio, que es el control del tamaño, se habrá conseguido totalmente.

²¹ Véase sus implicaciones para procedimientos de clasificación, Kallunki, Juha-Pekka; Martikainen, Teppo; Perttunen, Jukka. (1996). **The proportionality of financial ratios: implicacions for ratio classifications**, *Applied Financial Economics*, 6, pp. 535-541.

²² Este aspecto será desarrollado en el apartado 5.4. y 6.2. para el sector de Mutualidades de Previsión Social en Cataluña.

Para el primer caso, la presencia de un término de error aditivo en el modelo, $y = \beta x + e$, supone que la desviación del ratio $[y/x]$ respecto a la norma representada por $[\beta]$, indica cual es el comportamiento de la variable, “y”, a medida que cambia la variable, “x”. En este caso es inadecuado la utilización de ratio como herramienta para neutralizar el efecto tamaño. La magnitud de esta desviación estará en función de las propiedades del término error del modelo y de su relación con la variable de tamaño, “x”. Si detectamos que el error es homoscedástico, el ratio $[y/x]$ para grandes empresas será más próxima a la norma (la pendiente (β)), que el ratio para empresas pequeñas. Este aspecto supone que el ratio no es una buena herramienta para el control del tamaño, debido a que, las desviaciones de β son pequeñas para grandes empresas y grandes para pequeñas empresas. Ahora bien si el error es heterocedástico y proporcional a la variable²³, “x”, la comparación entre ratios para controlar el tamaño es correcta ya que cada ratio no sólo tiene el mismo valor esperado sino también la misma variación. Si el esquema de comportamiento de la heterocedasticidad no es proporcional a “x”, entonces el problema persiste. Ahora bien, el error puede especificarse de forma diferente, es decir, con carácter multiplicativo, cuya expresión formal es, $y = \beta \cdot x \cdot e \rightarrow y/x = \beta \cdot e$, con un término perturbación no negativo. Esta especificación es menos problemática ya que el ratio no depende del tamaño de “x” y por lo tanto la comparativa entre ratios es posible.

En el segundo caso, la presencia de un término independiente²⁴, nos induce a la siguiente especificación general, $y = \alpha + \beta x$ ($x \neq 0$), siendo en este caso el modelo de ratio, $y/x = \alpha/x + \beta$. El sesgo “ α/x ” será mayor para empresas pequeñas que para grandes empresas, lo que implica que el ratio no será un instrumento eficaz ya que dependerá del tamaño de “y”. Para comprobar su existencia, debe contrastarse su validez estadística.

²³ Una de las posibles soluciones econométricas para resolver problemas de heterocedasticidad es la estimación por mínimos cuadrados generalizados (MCG). De todos modos toda precaución es poca en el ámbito de los ratios financieros, (véase Johnston, J. (1987). Métodos de Econometría, Vicens Universidad, Barcelona).

²⁴ Es decir, relación no homogénea.

En tercer lugar, tenemos la existencia de variables adicionales explicativas además del tamaño, su expresión en este caso es, $y = \alpha + \beta x + \gamma z \quad \forall x \neq 0$, que a su vez nos permite expresar el ratio como, $y/x = \alpha/x + \beta + \gamma z/x$. El ratio es afectado, en este caso, por los valores de otras variables implicadas en la relación, z/x , que ahora pasan a depender del tamaño. En último lugar, la presencia de relaciones no lineales²⁵ o el desconocimiento de la forma funcional del ratio, augura una interpretación complicada²⁶. Cuando no se reúnen estas condiciones el tamaño no se controla adecuadamente ya que la desviación varía con el tamaño. Todos estos problemas deben tenerse en cuenta en la utilización de ratios en análisis financieros e investigación. Adicionalmente existen otros problemas, como por ejemplo, elección de la variable tamaño, presencia de medidas alternativas a la variable elegida, errores de medición en la variable de tamaño, valores negativos, etc. Todos estos aspectos consideramos que quedan en parte minimizados por la naturaleza del ratio estudiado, el sector de procedencia y la fuente de los datos utilizada.

De todos modos, existen dos aspectos prioritarios: la elección de un estándar de sector y, el tratamiento de los outliers. Para el primero de los aspectos, la elección de un *estándar* del sector o de la industria, depende en gran parte de las propiedades de la distribución de los ratios transversales estudiados²⁷. Siguiendo a Lev, B.; S. Sunder (1979) podemos establecer unas pautas iniciales. En primer lugar, si el ratio se configura a partir de dos variables (numerador y denominador) distribuidas con normalidad, el comportamiento probabilístico del ratio no posee momentos primer orden ni superior, lo cual comporta que la media no converge conforme aumenta el número de empresas. En segundo lugar, si el ratio está generado por dos variables (numerador y denominador) distribuidas con Logarítmico-Nomal, el ratio también está distribuida de la misma forma.

²⁵ Véase el apartado 5.3.2. y 6.2.

²⁶ Un aspecto relacionado es que la correlación " $\rho_{x,y}$ " entre dos variables, $[x; y]$, en general no es equivalente a la correlación entre los ratios " x/z " e " y/z ".

²⁷ Véase el apartado 1.4.

En síntesis, para la primera de las prioridades, la elección de un estándar del sector está en función de dos aspectos: la presencia de razones teóricas subyacentes en la propia concepción de industria o sector y de las propiedades de la distribución, tanto de las variables básicas que generan los ratios como de los propios ratios²⁸. En lo concerniente a la segunda de las prioridades, el tratamiento de los outliers²⁹ posee una gran importancia para determinar estándares sectoriales. Una de las posibles soluciones es eliminarlos de la base de datos utilizada, pero es evidente la pérdida de información relevante. Así en nuestro caso, consideramos que debe primar el aspecto subjetivo del propio analista, el cual conoce las empresas que forman el sector estudiado y es él quien puede dotar de “racionalidad” a los datos seleccionados.

Todas las características anteriores deben ser consideradas por cualquier analista financiero, si no desea obtener conclusiones distorsionadas ocasionadas por la propia naturaleza de los problemas mencionados.

1.4. Características de los ratios Económico-Financiero.

El análisis económico-financiero, a través de la figura del ratio financiero, descansa en la idea generalizada de que el ratio posee la propiedad de neutralizar el efecto dimensión empresarial permitiendo la comparación entre empresas de perfiles diferenciados. Este proceso de comparación necesita de valores de referencia que permitan observar tendencias de las empresas analizadas. Conocer estas tendencias permiten a los analistas establecer posibles trayectorias de las mismas a futuro y favorecer su diagnóstico. Normalmente se aplica estadística descriptiva (media, mediana, etc.) sobre los ratios analizados del sector, pero siempre con la premisa de un comportamiento de la distribución de los ratios de carácter clásico, es decir, *Gaussiano*. En este entorno existen numerosos estudios que presentan otros modelos de probabilidad como más acertados, como por ejemplo,

²⁸ Véase una posible alternativa mediante modelos neuronales, apartados 6.3. y 6.4.

²⁹ Los outliers se pueden definir como observaciones que son extraordinariamente pequeñas o grandes con una probabilidad muy alta de que sean el resultado de un error en la medición, aunque la fuente de error no se puede identificar con facilidad.

Logarítmico normal, Cauchy, *t-Student*³⁰, cuyas características deben participar en la elaboración de puntos de referencia. Tal y como comenta García-Ayuso Covarsí, M. (1994), el ratio financiero será útil por la información que extrae, siempre y cuando exista una relación entre las magnitudes que lo constituyen.

1.4.1. Características “*Cross-sectional*” de los datos Económico-Financiero.

Los esfuerzos encaminados a desentrañar las relaciones existentes entre las componentes de cualquier ratio económico-financiero han generado mucha literatura tanto teórica como empírica. Autores como Lev y Sunder³¹(1979) y Whittington³²(1980) plantearon el diseño de modelos causales con formas explícitas para reducir el efecto tamaño de las empresas sobre el propio ratio.

Las formas funcionales definidas son,

$$y_i = \alpha + \beta x_i$$

$$(y_i/x_i) = (\alpha/x_i) + \beta$$

Cuanto mayor es el tamaño de la compañía, medida por “*x*”, menor es el ratio, ya que la relación (α/x_i) disminuye a medida que el tamaño aumenta³³.

Barnes³⁴, P. (1982, 1983 y 1987) utiliza el efecto del tamaño para justificar la presencia de no normalidad que aparece en las distribuciones de ratios económico-financieros. Además considera que el ratio sólo será adecuado si, para las empresas

³⁰ Véase McLeay, S. (1986). **Student’s t and the Distribution of Financial Ratios**, *Journal of Business Finance & Accounting*, 13(2), pp. 209-222.

³¹ Véase Lev, B. ; S. Sunder. (1979). **Methodological Issues in the Use of Financial Ratios**, *Journal of Accounting and Economics*, Vol. 1, pp. 187-210.

³² Véase Whittington, G. (1980). **Some Basic Properties of Accounting Ratios**, *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol. 7, No 2, pp. 219-232.

³³ Tanto Lev como Sunder y Whittington están a favor de la modelización causal para afrontar el efecto del tamaño en las variables financieras.

³⁴ Véase Barnes, P. (1982). **Methodological implications of Non-normally Distributed Financial Ratios**, *Journal of Business, Finance & Accounting*, Vol. 9, No 1, pp. 51-62; Barnes, P. (1983). **Methodological implications of Non-normally Distributed Financial Ratios: A Reply**, *Journal of Business, Finance & Accounting*, Vol. 10, No 4, pp. 691-693 y Barnes, P. (1987). **The Analysis and Use of Financial Ratios: A Review Article**, *Journal of Business, Finance & Accounting*, Vol. 14, No 4, pp. 691-693.

estudiadas, las variables que los configuran, $[y_i; x_i]$ actúan según un modelo estocástico especificado de la forma siguiente,

$$\begin{aligned} y_i &= \beta x_i + u_i & u_i &\approx N(0, \sigma^2 x_i^2) \\ & \downarrow & & \\ (y_i/x_i) &= (u_i/x_i) + \beta & (u_i/x_i) &\approx N(0, \sigma^2) \end{aligned}$$

La especificación anterior permite observar la presencia de dos aspectos relevantes para el análisis del modelo de ratio, *heteroscedasticidad* y *proporcionalidad estricta*. Barnes afirma que, si el comportamiento de una empresa se ajusta mejor a un modelo de causal con término independiente, (α) , las comparaciones basadas en el propio ratio serán inadecuadas, es decir,

$$\begin{aligned} y_i &= \alpha + \beta x_i + u_i \\ & \downarrow \\ (y_i/x_i) &= (\alpha/x_i) + \beta + (u_i/x_i) \end{aligned}$$

donde, (α/x_i) , es fuente de asimetría para la distribución de los ratios.

No existen demasiados trabajos que traten la influencia sobre el análisis financiero mediante ratios del efecto de tamaño empresarial. Whittington (1980) descubrió en sus investigaciones la ausencia de relación proporcional estricta entre los “items” o componentes que configuran los ratios estudiados. Los trabajos de McDonald y Morris³⁵ (1984, 1985) llegan a la conclusión, para las especificaciones detalladas en la tabla 1.1.4.1., que el término independiente no es estadísticamente significativo y por lo tanto el ratio neutralizaba el efecto tamaño. Lee³⁶ (1985) tampoco proporciona resultados convincentes, en general sus investigaciones parecen arrojar dudas sobre la adecuación general de la forma de los ratios como medio de control de tamaño empresarial.

³⁵ Véase McDonald, B.; Morris, H. (1984). **The Statistical Validity of the Ratio Method in Financial Analysis: An Empirical Examination**, *Journal of Business, Finance and Accounting*, No 1, pp. 89-98 y McDonald, B.; Morris, H. (1985). **The Functional Specification of Financial Ratios: An Empirical Examination**, *Accounting and Business Research*, No 2, pp. 223-228.

³⁶ Véase Lee, C. (1985). **Stochastic Properties of Cross-Sectional Financial Data**, *Journal of Accounting Research*, Vol. 23, pp. 213-227.

Tabla 1.1.4.1. Diferentes especificaciones del modelo de ratio de **McDonald y Morris**.

MR(1)	Modelo básico de regresión (Errores Homocedásticos)	$y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$	$u_i \approx N(0; \sigma^2)$
MR(2)	Modelo básico de regresión (Errores Heterocedásticos)	$y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$	$u_i \approx N(0; \sigma^2 X_i^2)$
MR(3)	Modelo básico de regresión con término independiente (Errores Homocedásticos)	$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$	$u_i \approx N(0; \sigma^2)$
MR(4)	Modelo básico de regresión con término independiente (Errores Heterocedásticos)	$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$	$u_i \approx N(0; \sigma^2 X_i^2)$
<i>Nota:</i> MR(.) significa el modelo de regresión propuesto.			
<i>Fuente:</i> Berry, R.H. y Nix, S.(1991). Regression Analysis v. Ratios in the Cross-Section Analysis of Financial Statements , <i>Accounting and Business Research</i> , Vol. 21, No 82, pp.107-117.			

Fieldsend, S.N.; Longford y McLeavy, S.³⁷(1987) especifican un modelo en logaritmos y concluyen que, si el análisis se realiza con empresas de un mismo sector, la presencia de término independiente es relevante, pero si los datos son de varios sectores, esta relevancia estadística desaparece.

En general existen dudas razonables sobre el ratio como herramienta para neutralizar el efecto tamaño empresarial. En el apartado 5.3. presentamos los resultados econométricos de las diferentes especificaciones del modelo de ratio para el sector de mutualidades de previsión en Cataluña.

1.4.2. Modelización probabilística “Cross-Sectional” de Ratios Financieros.

Muchos de los estudios orientados a descubrir el comportamiento probabilístico de los ratios financieros descansan sobre la idea de utilizar como distribución teórica habitual la Distribución Normal³⁸ tal y como se ha comentado.

³⁷ Véase Fieldsend, S.N.; Longford and McLeavy, S. (1987). **Industry Effects and the Proportionality Assumption in Ratio Analysis: A Variance Component Analysis**, *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol. 14, No. 4, pp. 497-517.

³⁸ Véase los trabajos de McLeavy, S. (1986). **Student's t and the Distribution of Financial Ratios**, *Journal of Business Finance & Accounting*, 13(2), pp. 209-222; McLeavy, S. (1997). **Boundary conditions for Ratios with Positively Distributed Components**, *Journal of Business Finance & Accounting*, 24(1), pp. 67-83 y de forma conjunta con Omar, A.(2000). **The Sensitivity of Predictions Models to the Non-Normality of Bounded and Unbounded Financial Ratios**, *British Accounting Review*, 32, pp. 213-230.

Existen varias aportaciones que intentan mejorar la dificultad mencionada. El primer trabajo es de So³⁹ J. (1987^a), el cual sugirió un par de aspectos: la utilización de otros modelos teóricos de probabilidad más próximos a la realidad de los ratios, como por ejemplo, la distribución *Pareto-Estable* (SP) y en segundo lugar, el mantenimiento de los outliers. So J.(1987^a) comprobó que las distribuciones de datos sin transformar y una vez eliminados los valores extremos, aún estaban distribuidas de manera no normal con fuerte asimetría. Otros estudios relacionados son, Bougen y Drury⁴⁰ (1980), Bedingfield, Reckers y Stagliano⁴¹ (1985), Barnes (1987) y Ezzamel y Mar-Molinero⁴² (1990) que proporcionan síntesis excelentes.

Las conclusiones más importantes que surgen de los trabajos pioneros de So, J. son, en primer lugar, las distribuciones de ratios son típicamente no normales; en segundo lugar, las distribuciones contienen muchas observaciones atípicas; en tercer lugar, existe unanimidad sobre el aspecto no deseable de la no normalidad detectada ya que afecta a muchos de modelos multivariantes utilizados para modelizar, por ejemplo, la insolvencia empresarial. Y en último lugar, es habitual realizar procesos de normalización o la utilización de modelos de probabilidad únicos para todos los ratios mediante distribuciones flexibles, véase Modelos Gamma o Pareto Estable (SP). En esta última línea existe un segundo grupo de autores Hon-Shiang Lau, Amy Hing-Ling Lau y Donald W. Gribbin⁴³ (1995), que demuestran que las diferentes distribuciones anuales de un único ratio pueden modelarse razonablemente mediante una única población, a pesar de las grandes fluctuaciones aparentes en la desviación estándar, asimetría y curtosis entre estas

³⁹ Véase So, J. (1987^a). **Some Empirical Evidence on the Outliers and the Non-Normal Distribution and Its uses in Fitting Data**, *Journal of Business, Finance & Accounting*, Vol. 14, No 2, pp. 483-496 y So, J. (1994). **The Distribution of Financial Ratios. A Note**, *Journal of Accounting, Auditing & Finance*, Vol. 9 (2), pp. 215-224.

⁴⁰ Véase Bougen, P.D. y Drury, J.C. (1980). **U.K. Statistical Distributions of Financial Ratios, 1975**. *Journal of Business, Finance & Accounting*, Vol. 7, No 1, pp. 39-47.

⁴¹ Véase Bedingfield, J., Reckers, P. y Stagliano, A. (1985). **Distributions of Financial Ratios in the Commercial Banking Industry**, *Journal of Financial Research*, Vol. 8, pp. 77-81.

⁴² Véase Ezzamel, M. y Mar-Molinero, C. (1990). **The Distributional Properties of Financial Ratios in UK Manufacturing companies**, *Journal of Business Finance & Accounting*, Vol. 17, No 1, pp. 1-2.

⁴³ Véase Lau, H-S; Lau, A.H-L; Gribbin, D.W. (1995). **On Modeling Cross Sectional Distributions of Financial Ratios**, *Journal of Business, Finance & accounting*, No 22 (4), pp. 521-549.

distribuciones⁴⁴. Dichos autores utilizan una combinación de distribuciones beta⁴⁵ y Ramberg-Schmeiser⁴⁶ (RS) (1974) para modelizar un primer grupo de ratios y distribuciones Pareto-Estable (SP) para un segundo grupo⁴⁷. Además proponen el diagrama $(\gamma_1^2 - \gamma_2)$ como una herramienta de análisis, orientada a la comprobación de la versatilidad de los modelos teóricos de probabilidad para adaptarse a los datos⁴⁸, donde (γ_1) es el coeficiente de *asimetría* y (γ_2) , el coeficiente de *curtosis*.

Las conclusiones obtenidas por Hon-Shiang Lau, Amy Hing-Ling Lau y Donald W. Gribbin son, primeramente, para los ratios estudiados, que una combinación de distribuciones Beta, RS y SP es suficiente para llegar a representarlos. En segundo lugar, a pesar de la aparente heterogeneidad de los coeficientes de asimetría y curtosis, es razonable utilizar una sola distribución que aglutine todos los ejercicios económicos. Y en postrero lugar, el procedimiento planteado por los autores trata correctamente tanto las observaciones atípicas como la no-normalidad.

Estas conclusiones se han considerado en el apartado 5.3.3.2. donde se planteará detectar los mejores modelos de probabilidad para el ratio de siniestralidad, objeto de esta tesis doctoral.

⁴⁴ Véase Lau, H-S.; Lau, A. H-L. y Gribbin, D.W. (1995). **On Modeling Cross Sectional Distributions of Financial Ratios**, *Journal of Business Finance & Accounting*, 22 (4), pp. 521-549.

⁴⁵ También se la conoce como Pearson I, de la familia de distribuciones Pearson (1895).

⁴⁶ Véase en Ramberg, J. And Schmeiser, B. (1974). **An Aproximate Method for Generating Asymmetric Random Variables**, *Communications of the ACM*, pp. 78-82, referenciado en Lau, H-S.; Lau, A. H-L. y Gribbin, D.W. (1995). **On Modeling Cross Sectional Distributions of Financial Ratios**, *Journal of Business Finance & Accounting*, 22 (4), pp. 521-549.

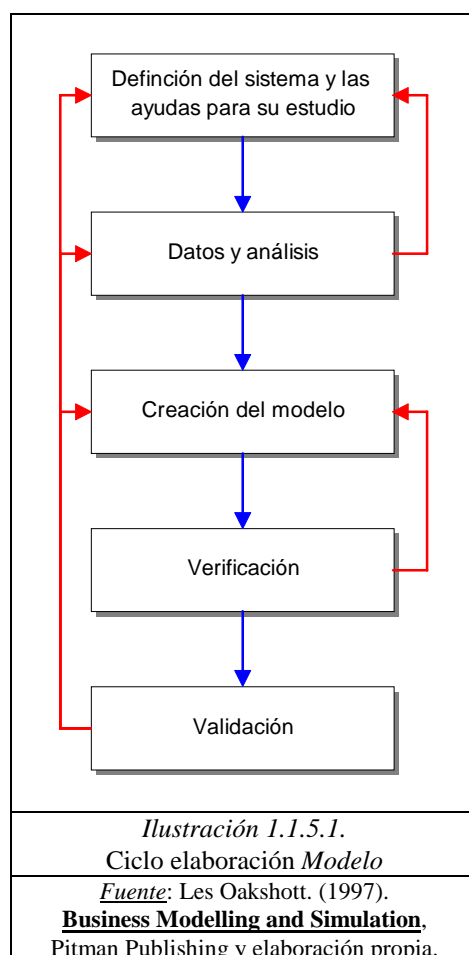
⁴⁷ Utilizan el procedimiento desarrollado de Lau-Lau-Wingender (LLW) (1990) para comprobar si las distribuciones de los ratios provienen de una Pareto Estable (SP), en Lau, H. Lau y Wingender, J. (1990). **The Distribution of Stock Returns: New Evidence Against the Stable Model**, *Journal of Business & Economics Statistics*, Vol. 8, pp. 217-223. Referenciado en el artículo de Lau, H-S.; Lau, A. H-L. y Gribbin, D.W. (1995). **On Modeling Cross Sectional Distributions of Financial Ratios**, *Journal of Business Finance & Accounting*, 22 (4), pp. 521-549.

⁴⁸ Véase aplicaciones similares en los apartados 5.3.3. para el ratio de siniestralidad y en el apartado 5.2.2. para los restantes ratios definidos para el *sector*.

1.5 Simulación estadística aplicada a los ratios económico-financieros.

1.5.1. Características y construcción de un modelo de simulación.

La construcción de un modelo de simulación debe discurrir por un conjunto de distintas fases. La primera de ellas es la definición del sistema y el conjunto de ayudas necesarias para su correcto funcionamiento. En segundo lugar, la colección de datos disponibles y una propuesta de análisis preliminar de los mismos. En tercer lugar, la creación del modelo. En cuarto lugar, la verificación del mismo y en última instancia, la fase de validación, (véase ilustración 1.1.5.1.).



Los modelos pueden ser de carácter simbólico o matemático y a su vez, el sistema diseñado puede ser, estático o dinámico, discreto o continuo, determinista o estocástico.

Los conceptos estadísticos generales poseen aquí mucha importancia y son, entre otros, medidas descriptivas, distribuciones de probabilidad, inferencia estadística⁴⁹, etc.

En el caso que nos ocupa utilizaremos las herramientas anteriores de la siguiente forma. A partir de la muestra de valores observados (por ejemplo ratio de siniestralidad de entidades de previsión social) se comprobará, mediante *contrastos no paramétricos* (véase apartado 1.5.2.), la posibilidad estadística de que pertenezcan a poblaciones procedentes de 17 modelos de probabilidad continuos⁵⁰. Una vez obtenido, si existe, el modelo de probabilidad que mejor se ajusta a los datos, se implementa en el modelo de simulación⁵¹. Finalmente, si es necesario, podrá generarse números aleatorios por el método *Latin Hypercube*⁵² desde el propio modelo de probabilidad estimado, por ejemplo, extracción de 50 números aleatorios que representan el número de siniestros anuales para un posible ejercicio económico, permitiendo la interacción entre diversas variables aleatorias.

⁴⁹ La inferencia estadística juega un papel relevante en la construcción de los modelos de simulación. Se fundamenta en la capacidad de plantear y evaluar la exactitud de una estimación y la fiabilidad de una decisión, siempre que se posea información sobre la distribución de probabilidad. Descansan sobre supuestos específicos relacionados con la naturaleza de la distribución de la población, de ahí la necesidad de analizar si es verosímil considerar la validez del modelo inicial asumido para la población. No debe olvidarse además que, en determinadas circunstancias, las técnicas estadísticas no son directamente aplicables debido, entre otros factores, a un tamaño de muestra insuficiente, a la vulneración de los principios básicos de los modelos, etc. Debido a esta debilidad, existen un conjunto de técnicas de carácter no paramétrico, cuyas ventajas más evidentes frente a los métodos paramétricos son entre otras, que no es necesario la especificación de las condiciones previas de la población o poblaciones de donde se obtienen los datos, la capacidad para utilizar tanto datos cuantitativos, ordinales o nominales, que los datos no tienen porque proceder de la misma población, pueden haber sido generados por poblaciones diferentes, en cuarto lugar, facilidad y sencillez en su aplicación, y finalmente, que son muy adecuados para tamaños de muestra reducidos. Aunque también posee inconvenientes, como por ejemplo, los contrastes no paramétricos son algo menos eficientes que sus correspondientes paramétricos, cuando la población tiene una distribución Normal.

⁵⁰ Los modelos son: *Normal*, *Chi2*, *Student*, *Exponencial*, *Erlang*, *Gamma*, *Logistic*, *LogLogistic*, *LogNormal*, *LogNormal2*, *Pareto*, *PearsonV*, *PearsonVI*, *Beta*, *Weibull*, *Extreme Value* y *Rayleigh*, véase apartado 5.2.3.2. Se ha utilizado el software **BestFit®** que incorpora tres contrastes no paramétricos: Chi2, Kolmogorov-Smirnov y Anderson-Darling. Los parámetros de los modelos son estimados por máxima verosimilitud.

⁵¹ Por ejemplo, un modelo lognormal que explica el comportamiento de la cuantía de cada siniestro de la prestación de enfermedad. Se ha utilizado el software **RiskView®** para la visualización de los modelos teóricos.

⁵² Véase Palisade Corporation. (1997). **@Risk Advanced Risk Analysis for Spreadsheets**, Palisade Corporation, y Kleijnen, J.P.C.; Groenendaal, W.V. (1992). **Simulation. A Statistical Perspective**, Wiley. Se ha utilizado el software **@Risk®** para el diseño de los modelos de simulación.

1.5.2. Obtención de Modelos teóricos probabilísticos a partir de los datos: Contrastes no paramétricos

Los aspectos estadísticos son una pieza clave en la construcción de cualquier modelo de simulación, de ahí que todos los aspectos metodológicos relacionados con la inferencia estadística⁵³ y los contrastes no paramétricos sean importantes.

El objetivo de los contrastes de hipótesis no paramétricos⁵⁴ es verificar si una muestra procede de una población con una determinada distribución de probabilidad. El procedimiento consiste en, a partir de la información muestral, analizar la posibilidad de que los datos disponibles procedan de una determinada población asociada a un modelo teórico, propuesto como hipótesis de partida. Se analiza si existe evidencia empírica suficiente para rechazar o no dicha hipótesis nula frente una hipótesis alternativa.

El contraste está formado por dos hipótesis:

- H_0 : Los valores de la muestra son Variables Aleatorias (IID⁵⁵) con una Función de Distribución teórica $F_0(x)$.
- H_A : Los valores de la muestra son Variables Aleatorias (IID) con una Función de Distribución teórica $\neq F_0(x)$.

Para realizar dicho contraste existen diferentes mecanismos que se describen brevemente a continuación, algunos de los cuales serán utilizados en el apartado 5.2.3.2. para la modelización probabilística del ratio de siniestralidad.

El primer test que presentamos es el clásico Test χ^2 de Pearson. Elaborado por K. Pearson en 1900, su cálculo puede realizarse tanto para variables *cuantitativas, continuas*

⁵³ Véase Dickinson, G.J.; Chakraborti, S. (1992). Nonparametric Statistical Inference, Marcel Dekker, pp. 1-23 y 95-129. Véase Mansfield, E. (1991). Statistics for Business and Economics. Methods and Applications, WW Norton & Company, pp. 381-408.

⁵⁴ Véase para mayor detalle el capítulo 6 de Llorente G., F.; Marín F., S. y Torra P., S. (2001). Inferencia Estadística Aplicada a la Empresa, Ceura, Madrid.

⁵⁵ IID significa, independientes e idénticamente distribuidas.

o *discretas*, como para variables *cualitativas*, *nominales* u *ordinales*, pero posee la limitación de que requiere un tamaño de la muestra mayor que 25. La expresión del estadístico permite averiguar si las diferencias existentes entre las frecuencias observadas y las frecuencias teóricas asociadas al modelo propuesto, pueden deberse o no al azar. Para lo cual, se compara el histograma de frecuencias de la muestra con la función probabilística de la distribución teórica⁵⁶.

El cálculo del valor del estadístico⁵⁷, posee la siguiente expresión,

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

siendo,

χ^2 : medida de discrepancia entre las frecuencias observadas (O_i) y esperadas (E_i),

m : número de intervalos, clases o categorías en los que se divide la distribución,

n_i : número de elementos que contiene el i -ésimo intervalo definido,

n : número total de observaciones, es decir, todos los elementos incluidos en cada intervalo,

E_i : número de elementos esperados (bajo H_0) para el i -ésimo intervalo definido, cuya expresión es $E_i = n p_i$, donde p_i es la probabilidad de ocurrencia de una observación en el i -ésimo intervalo.

⁵⁶ Se diferencian dos casos: el primero de ellos, supone que la distribución teórica está completamente especificada, de forma que no posee parámetros desconocidos. Para el segundo caso, es necesario la estimación previa por máxima verosimilitud de algunos de los parámetros de la distribución por ser estos desconocidos.

⁵⁷ El estadístico es una variable aleatoria con un comportamiento probabilístico explicado por una distribución χ^2 , cuyos grados de libertad dependen de si es necesario o no estimar parámetros desconocidos de la distribución teórica. En el caso de que todos los parámetros sean conocidos y dado un nivel de significación prefijado, α , si la hipótesis nula (H_0) es verdadera, el estadístico converge a una distribución $\chi_{(m-1, \alpha)}^2$ con $(m-1)$ grados de libertad (si $n \rightarrow \infty$). Así, se compara el valor del estadístico con el valor crítico tabulado χ_{α}^2 para $m-1$ grados de libertad y si el valor del estadístico es mayor, nos indicará que la existencia de diferencias no puede deberse al azar, es decir, la muestra no procede de una población definida con tales frecuencias teóricas. En cambio si es menor, ocurre todo lo contrario. Para el segundo caso, cuando debemos estimar r-parámetros ($r \geq 1$), si la hipótesis nula es cierta y además $n \rightarrow \infty$, la distribución del estadístico converge entre dos funciones, la distribución χ^2 con $m-1$ g.d.l. y χ^2 con $m-r-1$ g.d.l., siendo "r" el número de parámetros a estimar.

Si la hipótesis nula (es decir, H_0) es verdadera, el valor del estadístico será pequeño, pues las diferencias entre lo observado y lo esperado serán mínimas. Por último, destacar que uno de los aspectos más problemáticos de este estadístico es la elección del número de intervalos en que debemos dividir la muestra y cuál debe ser su tamaño. Es un problema de difícil solución, pero se recomienda que la distribución de las observaciones se realice de forma *equiprobable* y que, al menos, se escoja un número de intervalos no inferior a cinco⁵⁸.

Respecto a la potencia del test⁵⁹, esta aumenta o disminuye en función del número de observaciones por intervalo. En ausencia de guías firmes para su definición, se recomienda el criterio de establecer que como mínimo posea cinco elementos (frecuencias esperadas) en cada intervalo para garantizar un buen ajuste.

El segundo de los contrastes es el diseñado por Kolmogorov-Smirnov (K-S) en 1933, uno de los más utilizados. Permite determinar el grado de acuerdo o desacuerdo entre la distribución empírica de una muestra y la distribución teórica específica de la población. Si existe diferencia significativa en la discrepancia anterior, se puede concluir que la muestra no puede proceder de la población especificada. La expresión de cálculo del estadístico se basa en la comparación entre las frecuencias acumulativas de la distribución empírica de la muestra y de la distribución teórica propuesta, en aquel punto en el que las dos distribuciones presentan mayor divergencia.

La función de distribución empírica de la muestra se calcula, una vez ordenada la muestra de forma creciente, $(x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n)$, según la siguiente expresión,

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & \rightarrow & x < x_{(1)} \\ i/n & \rightarrow & x_{(i)} \leq x \leq x_{(i+1)} \quad \forall i = 1, \dots, n-1 \\ 1 & \rightarrow & x \geq x_{(n)} \end{cases}$$

⁵⁸ Es necesario el cumplimiento de la condición siguiente, " $n p_i > 5$ ", si no debe procederse a reagrupar clases adyacentes hasta conseguir una frecuencia teórica superior a 5.

⁵⁹ Se dice que un test es deseable cuando tiende más a rechazar la hipótesis nula cuando es falsa, que cuando es verdadera.

de forma que i es la posición que ocupa la i -ésima observación ordenada y “ n ” es el total de observaciones que tiene la muestra. Para contrastar la hipótesis se define el estadístico de prueba, D_n , como la mayor distancia vertical, es decir,

$$D_n = \text{Max}_x |F_n(x) - F_0(x)|$$

siendo,

$F_n(x)$: la función de distribución empírica de frecuencias acumulativas observadas.
 $F_0(x)$: la función de distribución teórica⁶⁰ de frecuencias acumulativas especificadas (H_0).

Se pueden calcular dos distancias en función de la dirección de la discrepancia, la primera es,

$$D_n^-(x_h) = \max_{1 \leq h \leq n} \{ |F_n(x_{(h-1)}) - F_0(x_{(h)})| \}$$

y la segunda,

$$D_n^+(x_h) = \max_{1 \leq h \leq n} \{ |F_n(x_{(h)}) - F_0(x_{(h)})| \}$$

donde finalmente deberá ser escogida la siguiente distancia⁶¹, $D_n(x_h) = \max\{D_n^+, D_n^-\}$.

De las medidas anteriores pueden derivarse algunos de los siguientes teoremas. El primero de ellos se refiere a las distribuciones de probabilidad de D_n , D_n^+ , D_n^- , que son de distribución libre y no dependen de $F(x)$. En segundo lugar, la función de distribución empírica converge, casi seguro, a la función de distribución teórica, $P[\lim_{n \rightarrow \infty} D_n = 0] = 1$.

⁶⁰ Si la distribución teórica es el modelo Normal, pero no se conocen los valores de sus parámetros, μ y σ , el contraste de K-S se transforma en un contraste mucho más conservador. Lilliefors (1967) reelaboró las tablas de K-S mediante simulación de Monte-Carlo calculando nuevos valores críticos y solucionando dicho problema. Véase Lilliefors, H.W. (1967). **On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown**, *J. Am. Statis Assoc.*, 62, pp. 399-402. Referenciado en Law, A.M. y Kelton, W.D. (1991). **Simulation, Modeling & Analysis**, 2ª Ed., McGraw-Hill.

⁶¹ Sustituimos el término superior (“sup”) por máximo (“max”) por ser más habitual, aún conociendo que es más correcto superior, ya que en algunos casos el máximo no está definido.

Los valores críticos de este estadístico están tabulados en función del tamaño de la muestra y el nivel de significación. Si el estadístico D_n calculado para una muestra de tamaño “ n ” es mayor o igual que D_c , valor crítico tabulado, significa que la divergencia existente es relevante (no puede darse por el azar) y por lo tanto, existe diferencia significativa entre la muestra y la población. En consecuencia no se aceptará la hipótesis nula. Pero si D_n es menor que D_c tabulado, entonces dicho síntoma será un indicador de que la muestra puede proceder por simple azar de la población, o que muestra y población son semejantes y las diferencias se deben únicamente al azar, aceptando la hipótesis nula.

Una variante del contraste de K-S es el ideado en 1954 por Anderson y Darling⁶² (A-D), en el que se asigna a las discrepancias entre la distribución empírica y la teórica un peso o ponderación diferente. Es considerado más potente que el test K-S para detectar discrepancias en las “colas” de las distribuciones.

El estadístico (AD_n^2) se define con la siguiente expresión,

$$AD_n^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F_o(x)]^2 \Psi(x) f(x) dx$$

donde la función de pesos es,

$$\Psi(x) = \frac{1}{\{F_o(x)[1-F_o(x)]\}}$$

A la vista de la expresión anterior, el test de A-D no es más que una media ponderada de los cuadrados de las discrepancias. Si conocemos que la distribución teórica es el modelo Normal, es decir,

$$Z_i = F(x_i) \quad \forall i=1,2,\dots,n.$$

el test A-D se transforma en la siguiente expresión,

⁶² Véase Anderson, Y.W; Darling, D.A. (1954). **A Test of Goodness of Fit**, *J.Am. Statist. Assoc.*, 49, pp. 765-769. Referenciado en Law, A.M. y Kelton, W.D. (1991). **Simulation, Modeling & Analysis**, 2ª Ed., McGraw-Hill.

$$AD_n^2 = \left(\frac{- \left\{ \sum_{i=1}^n (2i-1) [\ln Z_i + \ln (1 - Z_{n+1-i})] \right\}}{n} \right) - n$$

donde rechazamos la hipótesis nula, cuando el estadístico sea mayor que el valor tabulado.

Lógicamente existen muchos más contrastes no paramétricos, específicos para detectar la normalidad de los datos⁶³, como pueden ser, el test de Shapiro-Wilk⁶⁴ (1965), su variante Shapiro-Francia⁶⁵ (1972), test de Agostino (1971), test de Cramer-Von Mises (1928), test de Durbin (1961), test de David-Hartley-Pearson (1954), los contrastes basados en asimetría y curtosis: Gurland y Dahiya (1972) y Bownab y Sentón (1975), etc. En nuestro caso nos hemos ceñido a los facilitados por el software utilizado.

1.6. Nuevos avances en el diseño del modelo de *ratio financiero*.

Presentamos tres de las líneas actuales de investigación en este campo, que pueden tener en el futuro resultados importantes a tener en cuenta. En primer lugar, la utilización de procesos estocásticos de carácter continuo para describir el proceso que controla el ratio financiero. En segundo lugar, técnicas de co-integración sobre los componentes que generan el propio ratio, buscando comportamientos a largo plazo y en último lugar, los modelos neuronales, objeto de una parte de esta tesis doctoral, como herramienta de modelización no paramétrica, en el entorno de las técnicas de data mining⁶⁶.

⁶³ Véase Shapiro, S.S.; Wilk, M.B.; Chen, H.J. (1968). **A Comparative Study of Various Tests for Normality**, *Journal of the American Statistical Association*, Dic., pp. 1342-1372 y Stephens, M.A. (1974) **EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons**, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 69, No. 347, pp. 730-737.

⁶⁴ Shapiro, S.S. y Wilk, M.B. (1965). **An Analysis of Variance Test for Normality**, *Biometrika*, 52, pp. 591-611.

⁶⁵ Shapiro, S.S. y Francia, R.S. (1972). **An Approximate Analysis of Variance Test for Normality**, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 67, No. 337, pp. 215-216.

⁶⁶ Los informes económicos-financieros de las compañías constituyen una fuente importante de información para aquellos profesionales (directores, inversores, analistas financieros, etc) que necesitan diagnosticar su salud económico-financiera. La utilización de ratios en estos casos es una tarea habitual, cuya finalidad es extraer información del comportamiento de dichas empresas, controlando el efecto del tamaño.

1.6.1. Modelización mediante Métodos Estocásticos.

La utilización de procesos estocásticos en el entorno del análisis financiero es relativamente novedosa⁶⁷. Existen dos aportaciones claves, una de ellas es de Tippett, M.⁶⁸ (1990 y 1995) y de forma complementaria⁶⁹ Rhys, H. y Tippett, M. (1993). Para el primero de los casos, Tippett detalla el gran potencial que posee el cálculo estocástico en tiempo continuo para modelizar ratios financieros (r), ya que, según el autor, éstos pueden estar inducidos por un conjunto de procesos estocásticos, tanto para el numerador (y) como para el denominador (x)⁷⁰. Define la dinámica del comportamiento de los componentes de un ratio como,

$$\frac{dy}{y} = \mu_y dt + dZ(t)$$

$$\frac{dx}{x} = \mu_x dt + dQ(t)$$

siendo,

$\mu_y dt$: tasa promedio de crecimiento instantáneo del numerador del ratio,

$\mu_x dt$: tasa promedio de crecimiento instantáneo del denominador del ratio,

$dZ(t); dQ(t)$: procesos estocásticos “*ruido blanco*” con varianza constante, σ^2 .

Respecto al ratio propiamente, define la siguiente ecuación estocástica diferencial,

$$r = \frac{y}{x} \rightarrow \frac{dr}{r} = [\mu_y - \mu_x - \rho\sigma\delta + \delta^2]dt + dZ(t) - dQ(t)$$

⁶⁷ Véase capítulo 4 de Vegas P., A. (1981). Estadística-Aplicaciones Econométricas y Actuariales. Pirámide, Madrid.

⁶⁸ Tippett, M. (1990). **An Induced Theory of Financial Ratios**, *Accounting and Business Research*, Vol. 21, No. 81. pp. 77-85; Tippett, M. y Whittington, G. (1995). **An Empirical Evaluation of an Induced Theory of Financial Ratios**, *Accounting and Business Research*, Vol. 25, No. 99, pp. 208-218.

⁶⁹ Rhys, H.; Tippett, M. (1993). **On the “Steady State” Properties of Financial Ratios**, *Accounting and Business Research*, Vol. 23, No. 92, pp. 500-510.

⁷⁰ Un aspecto relevante de este planteamiento es la consideración del ratio como función no lineal en el tiempo.

donde,

$[\mu_y - \mu_x - \rho\sigma\delta + \delta^2]dt$: tasa promedio de crecimiento instantáneo del ratio,
 $dZ(t); dQ(t)$: procesos estocásticos “*ruido blanco*” con varianzas constantes, $[\sigma^2; \delta^2]$ respectivamente,
 $\rho(dZ(t); dQ(t))$: coeficiente de correlación entre los dos procesos estocásticos definidos.

Tippett deriva una ecuación diferencial estocástica que gobierna la evolución del ratio a través del tiempo. Pero tal y como comenta Rhys, H., en muchos casos es imposible obtener soluciones a la misma, no pudiendo conocer las propiedades distribucionales⁷¹.

Rhys, H. plantea otro procedimiento alternativo, basado en las características de funciones de densidad estable, es decir, Distribución de *Levy* de los ratios⁷². Bajo este método, utiliza el proceso de difusión que describe la evolución del ratio a través del tiempo para representar su densidad de probabilidad como una ecuación diferencial ordinaria. Normalmente esta ecuación se soluciona fácilmente. Es decir, si suponemos un ratio, “ r ”, podemos definir su comportamiento estocástico mediante la ecuación diferencial siguiente,

$$dr = b(r)dt + \sqrt{a(r)}dz$$

donde, $b(r)$ y $a(r)$ son funciones arbitrarias que representan el proceso infinitesimal de la media y la varianza respectivamente y “ dz ” es un proceso estocástico *Gauss-Wiener*⁷³.

⁷¹ Tippett comenta que es factible aproximarse a la distribución de los ratios mediante las series de Gram-Charlier (mediante el cálculo de *polinomios de Hermite*) o series de Expansión de Edgeworth. Existe una tipología neuronal que descansa sobre esta idea, dentro de la familia de modelos neuronales probabilísticos, el modelo neuronal *Gram-Charlier* (GCNN), (véase apartado 2.5.5.2.).

⁷² En el apartado 5.2.3.3. se utiliza las distribuciones *complementarias Log-Log* para estimar el exponente característico (α -estable, $S_\alpha(\beta, \mu, c)$) de la función *Pareto-Estable*, permitiendo comprobar la existencia de momentos finitos a través del “tamaño” de la cola.

⁷³ Véase capítulo 5 de Roger, P. (1991). Les outils de la modélisation financière, Presses Universitaires de France.

Posteriormente describe la densidad de probabilidad del ratio mediante la ecuación progresiva Fokker-Kolmogorov-Planck. Dicha ecuación utiliza el proceso de difusión para describir la evolución del ratio, representando su densidad de probabilidad en términos de una ecuación diferencial parcial, $(\partial f(r,t;r(0))/\partial t)$ y condicionado al valor del mismo en $t=0$. Si la función de densidad del ratio posee “equilibrio de estado estable”, la ecuación progresiva se reduce a una ecuación diferencial ordinaria que, bajo condiciones normales, se resuelve fácilmente. Rhys, H. utiliza el anterior supuesto conjuntamente con un sistema flexible de procesos de difusión que permiten expandir la media y varianza instantánea por series de Taylor⁷⁴.

Una de las conclusiones que derivan de este planteamiento estocástico es que, a no ser que los ratios se distribuyan de forma independiente e idénticamente, no se puede garantizar que la distribución de los ratios de corte transversal posean momentos finitos. Además existe otra implicación importante para el diagnóstico empresarial mediante ratios y es que, dichos procedimientos permitirán el diseño de test estadísticos que permitan comprobar si un ratio es significativamente distinto a su promedio a largo plazo⁷⁵, es decir, aplicar procesos de *Mean Reversión*, muy utilizados en la gestión activa de carteras de renta variable, sobre la dinámica temporal de los ratios.

1.6.2. Análisis de *Co-integración* aplicado a los ratios financieros.

Una segunda línea de investigación es la consideración de que las variables que generan un ratio (numerador y denominador expresados en logaritmos) pueden estar *Co-integradas*, véase Whittington y Tippett (1995)⁷⁶. Si fuera así, los ratios se podrían interpretar como un mecanismo para eliminar la no estacionariedad de las variables

⁷⁴ Los procedimientos identificados llevan a una gran variedad de distribuciones, en el caso del trabajo de Rhys, H., distribuciones Chi2, t-Student y Beta.

⁷⁵ Algunos autores proponen utilizar procesos de *Mean Reversion* de segundo orden, véase Fuller-Love, N., Rhys, H., Tippett, M.(1995). **Harmonic Analysis, Time Series Variations and the Distributional Properties of Financial Ratios**, *Omega Int. J.Mgmt Sci*, Vol. 23, No. 4, pp. 419-427.

⁷⁶ Véase Whittington, G. y Tippett, M. (1999). **The Components of Accounting ratios as Co-integrated Variables**, *Journal of Business Finance & Accounting*, 26(9)& (10), pp. 1245-1273.

económico-financieras. Puesto que la estacionariedad⁷⁷ es una propiedad estadística deseable en el análisis de series temporales, un resultado como este añadiría una razón a la lista establecida de razones para escoger el método del ratio para el análisis estadístico de variables económico-financieras. El artículo en cuestión demuestra que el cálculo de un ratio tradicional en forma logarítmica, puede captar una relación Co-integrada. Este aspecto tiene como resultado que el ratio posee la propiedad estadística deseable de la estacionariedad, incluso cuando sus componentes sean no estacionarios⁷⁸. Las conclusiones a que llegan los autores son las siguientes. En primer lugar, los “items” en logaritmos (numerador y denominador del ratio) estudiados son no estacionarios. En segundo lugar, la transformación de ratio no elimina dicha no estacionariedad, aunque la reduce en alta medida. Y en tercer lugar, las variables que comprenden el numerador y el denominador de los ratios estudiados, no son Co-integradas en general, aunque pueden llegar a serlo para los casos individuales y además su posible presencia varía substancialmente entre diferentes ratios.

La principal implicación para la investigación empírica es que, la posibilidad de la no estacionariedad en las variables y su patología econométrica relacionada, debería siempre abordarse cuando se llevan a cabo análisis de series temporales. El estudio empírico realizado por los autores es sólo un primer intento para probar las propiedades de co-integración de los ratios. Consideran que las futuras investigaciones deberían tratar ratios que posean una tendencia más fuerte, de forma que, el numerador se adapte a los cambios en el valor del denominador⁷⁹ (modelo de corrección al error, (ECM)). La metodología de la Co-integración no debería considerarse como un simple medio de evitar la patología econométrica en análisis de series temporales, sino que debería tenerse en cuenta su potencial desde la óptica del proceso corrección al error.

⁷⁷ La no estacionariedad es un problema, más de los modelos temporales que de los modelos transversales. Los problemas relacionados con su presencia son numerosos, pero sobre todo implican resultados erróneos para el modelo de regresión clásica y sus pruebas estadísticas relacionadas (aunque pueden evitarse diferenciando los datos, con alguna pérdida de información, o mediante un proceso más elaborado al considerar una relación Co-integrada entre dos series temporales).

⁷⁸ Véase una aplicación a datos macroeconómicos en Artis, M ; Suriñach, J.; López, E. ; Sansó, A. (1995). **Análisis Económico Regional. Nociones básicas de la Teoría de la Cointegración**, Bosch, Barcelona.

⁷⁹ Consideramos que el ratio de siniestralidad objetivo de este estudio cumple con estas premisas, por lo tanto, puede ser una posible línea de ampliación de la investigación.

1.6.3. Modelización no paramétrica: modelos neuronales.

Finalmente una tercera vía de investigación son los modelos neuronales⁸⁰ encuadrados en la modelización no paramétrica⁸¹. Existen muchos estudios que utilizan técnicas estadísticas multivariantes para descubrir cuales son los ratios más adecuados para una serie de finalidades. Como por ejemplo, los trabajos pioneros de Beaver⁸² (1966), el cual determinó un conjunto de ratios que describían mejor el tránsito de una empresa de un estado de solvencia a uno de quiebra⁸³, etc. Sin embargo, las investigaciones posteriores evitaron el problema de seleccionar los ratios utilizando un gran número de ellos como *inputs* en modelos estadísticos de carácter tradicional multivariante⁸⁴.

En el presente trabajo no se ha dirigido los esfuerzos para la modelización de la insolvencia empresarial sino, en parte siguiendo las investigaciones realizadas por Trigueiros, D. (1991,1994, 1996 y 1997) y mediante la utilización del potencial de los modelos neuronales, se ha encauzado los esfuerzos hacia los siguientes objetivos. Primeramente, obtener resultados sobre la hipotética forma funcional de los ratios. Seguidamente definir una topología neuronal que pueda ser el representante flexible del sector, actuando como *bechmark*. Y por último, mediante los residuos y valores ajustados del modelo neuronal anterior, se han obtenido medidas complementarias sobre el posicionamiento de las compañías respecto al sector y valores “referencia” del ratio sectorial analizado. Todos estos aspectos serán desarrollados en el apartado 6.

⁸⁰ Esta es la metodología utilizada en el trabajo de investigación presente, véase apartado 2.

⁸¹ Véase Wang, S. (1996). **Theory and Methodology. Nonparametric econometric modelling. A neural network approach**, *European Journal of Operational Research*, 89, pp. 581-592 y Konings, Jozef and Roodhooft, Filip. (1997). **Financial ratio cross-section dynamics: A Non-parametric approach**, *Journal of Business Finance & Accounting*, 24(9) & (10), pp. 1331-1342.

⁸² Referenciado en capítulo 9 de Lev, B. (1978). **Análisis de Estados Financieros: Un Nuevo Enfoque**, Ediciones ESIC, Madrid.

⁸³ Véase Calvo-Flores, S.A.; García Pérez, D.D. (1997). **Predicción de la Insolvencia Empresarial**, AECA, Madrid; Calvo-Flores, S.A.; García Pérez, D.D. (2000). **Decisiones Financieras y Fracaso Empresarial**, AECA, Madrid y Coats P., K.; Franklin F.,L. (1993). **Recognizing Financial Distress Patterns Using a Neural Network Tool**, *Financial Management*, Vol. 22, No 3, pp. 142-155.

⁸⁴ Véase las ventajas frente a métodos paramétricos, Warner, B.; Misra M. (1996). **Understanding Neural Networks as Statistical Tools**, *The American Statistician*, Vol. 50, No. 4, pp. 284-293.

