DISCURSO INAUGURAL

DISCURSO INAUGURAL

LEÍDO EN LA

SOLEMNE APERTURA DEL CURSO ACADÉMICO

DE 1904 Á 1905

ANTE EL CLAUSTRO

DE LA

UNIVERSIDAD DE BARCELONA

POR EL DOCTOR Y ARQUITECTO

D. JOSÉ DOMENECH Y ESTAPÁ

CATEDRÁTICO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS

BARCELONA

TIPOGRAFÍA «LA ACADÉMICA» DE SERRA HERMANOS Y RUSSELL

RONDA UNIVERSIDAD, 6; TELÉFONO 861

1904

Nadie entre bajo mi techo, si no sabe geometría.

PLATÓN

Excmo. é Ilmo. Sr.:

Señores:

Uno de los fines más elevados que el hombre está llamado á realizar en este mundo, es, sin duda alguna, el del descubrimiento de la verdad en todos los órdenes de su vida y de la Naturaleza que le rodea, y por ello, Dios, al dotarle de raciocinio, que es el medio necesario é indispensable para satisfacer aquella misión, le puso á disposición, como datos del problema que debía resolver, algunos principios racionales de evidencia inmediata ó hijos de experiencias rápidas nunca desmentidas, para que de ellos partiera, y con el poderoso auxilio de la razón, fuera deduciendo las verdades por él tan anheladas, por ley necesaria de su existencia.

De ahí que la Historia nos indique que el hombre, desde el primer momento, trató de satisfacer su espíritu con el conocimiento de los objetos que le rodearon, estableciendo afirmaciones hijas de su inteligencia; y comparándolas entre sí, empezó á sentar las bases del raciocinio que debió conducirle á un concepto sumamente general y que constituye la síntesis de las más elevadas concepciones; y este fué el concepto de *cantidad*. Debió distinguir ante todo lo que era mayor, igual ó menor, buscando instintivamente un término de comparación con otro elemento tomado por *unidad*, y de ahí tuvo que originarse en su mente la idea de *número*. Descubrió que podía ser diversa la agrupación de elementos en un mismo *quantum* y dedujo, entonces, el concepto de *orden* que, aplicado á los cuerpos, debió ser el determinativo del concepto de *forma*.

Y ¿qué nociones debieron ser las que engendraron primeramente estas ideas de *cantidad* y *orden*, y luego las de *número* y *forma?* Las que pudieron hacerlo fueron las dos que con primordialidad adquiere el hombre, que están ligadas eternamente á él, y que sin ellas no se concibe la existencia humana: una, la del *espacio;* otra, la del *tiempo,* ambos necesarios, infinitos, continuos y homogéneos.

Pero al hombre no debió satisfacerle el simple conocimiento de una forma como parte del espacio, ni de un determinado número como magnitud relativa de aquélla ó como símbolo de un tiempo transcurrido; quiso más, quiso averiguar las leyes por que se regían las variaciones de aquella forma y de aquel número; las que se obtenían de las combinaciones diversas de los números y también las que guardaba el tiempo transcurrido en la realización de un determinado fenómeno en relación con las condiciones de este último, y desde aquel momento entró de lleno en el campo de esa ciencia llamada *Matemática*, subjetiva por excelencia, especulativa en sus procedimientos y de común origen con la *Lógica* que es su inseparable hermana, constituyendo ambas como dos hijas gemelas de la ciencia filosófica que, por su elevada finalidad, comprende á todas las ciencias que tratan de explicar en sus más altas y últimas causas, todo lo accesible á nuestro entendimiento.

Tan antigua como el hombre es la ciencia matemática; y no tan sólo por este concepto, sino también por su fin y por sus medios, es sin duda la que tiene que ocupar el primer lugar entre todas las de que el hombre se halla hoy en posesión. Ella es la única que es y será, lo mismo que fué desde su origen, conservando incólume su abolengo, pues una verdad matemática demostrada por el pueblo más primitivo, continúa siendo verdad también hoy, y lo será mientras el hombre sea tal. El teorema llamado de Pitágoras que, establece la relación entre el área del cuadrado formado con la hipotenusa de un triángulo rectángulo y la suma de los cuadrados formados con sus dos catetos, tan verdadero es hoy como lo fué 500 años antes de J. C., en que vivió aquel célebre filósofo; y la demostración que hoy se da de aquel teorema, es aún la misma que dió Euclides en su célebre Escuela de Alejandría.

La determinación de los arcos de figuras planas limitadas por rectas, las obtenían los egipcios con igual exactitud que hoy, y las verdades descubiertas por Thalès de Mileto, relativas á los ángulos inscritos en una circunferencia, y otras no menos fundamentales encontradas por Anaximandro, Demócrito, Platón, Aristóteles, Euclides, Arquímedes, Apollonius, Eratóstenes, Hiparco, Menelaus, Pappus y tantos otros sabios que florecieron en las Escuelas jónica, pitagórica, ateniense y alejandrina, se conservan hoy con su pristina sublimidad y belleza. Y ¿qué queréis más? El mismo Euclides, 300 años antes de J. C., sentó ya las bases de la Geometría actual, y en sus *Elementos* se han encontrado multitud de conocimientos que tienen un valor inapreciable para comprobar la tesis que estamos sosteniendo.

Esta fijeza en los principios fundamentales no los tiene otra rama del saber humano, pues hasta por la relativa objetividad de la esencia del *quantum* no caben diversas apreciaciones respecto del mismo, y ni siquiera las distintas escuelas filosóficas tienen influencia alguna en su desarrollo. Podrán los filósofos discutir acerca de si el hombre ha de partir de la absoluta carencia de presuposición, ó si por el contrario deben ser varias las fuentes primeras de que han de emerger todas las verdades; podrán discutir también acerca de si la única verdad de que puede partir la investigación filosófica es sólo la de la existencia del propio yo, como estableció Descartes; pero cuando de las leyes de la cantidad se trate, unos solos serán los principios á ella aplicables y éstos vendrán completados con los incontrovertibles procedimientos de la lógica.

Y al hablar de la relativa objetividad del *quantum* como resultado de la medición de espacios ocupados ó tiempos transcurridos, no he querido sentar con ello ninguna opinión concreta respecto de la esencia de estas nociones, pues al matemático no le importa tampoco que aquélla sea objetiva ó subjetiva, cuya tesis tiene su lugar indicado en la ciencia metafísica. Que el espacio y el tiempo sean reales ó que solamente parezcan serlo, tienen para nosotros las mismas cualidades, y éstas son para la Matemática los puntos de partida de sus sucesivas deducciones. Ningún geómetra, al establecer la ecuación de un movimiento, preguntará si los espacios recorridos y el tiempo empleado en recorrerlos, tienen carácter objetivo ó subjetivo.

En cambio, si nos fijamos en las ciencias físicas, nos encontramos con multitud de escollos que tenemos que salvar con simples hipótesis, las cuales han de cambiar á medida que las contradice algún resultado inesperado de la práctica. Mayor es la dificultad si queremos buscar fijeza de principios en las ciencias biológicas, pues en éstas especialmente, van cambiando muchos de sus principios al compás casi de las generaciones, y por muchos esfuerzos que hagan los que con decidido empeño á ellas se dedican, pocas son las verdades inmutables que pueden establecer. Y ¡qué diremos de las ciencias sociológicas, que no tan sólo han de adaptarse á las necesidades de cada pueblo, sino que hasta en sus principios más fundamentales, encontramos tantas opiniones cuantos son los diferentes pueblos que ocupan nuestro globo, y casi tantas como sociólogos escriben acerca de tal ciencia!

No hay duda, pues, que si la ciencia matemática es inmutable en sus principios y esencialmente lógica en sus procedimientos, deberá tener una influencia decisiva sobre todas las restantes manifestaciones del raciocinio humano y á ella deberán prestar homenaje, y así lo han hecho siempre todas las inteligencias que con mayor fruto se han dedicado á la instintiva y más noble de las pasiones humanas, cual es la del hallazgo y demostración de la verdad.

Podemos medir siempre el grado de adelanto de un pueblo por el culto que haya prestado á la ciencia matemática, y la Historia se encarga de comprobárnoslo con los pueblos indio y egipcio en las más remotas edades; luego con el pueblo griego que bebió en los abundantes manantiales que encontró en el pueblo egipcio, y el inmenso oasis que se distingue desde Pappus hasta el siglo XVI de nuestra Era, de valor casi nulo para el adelanto de la ciencia matemática, viene aparejado con el desprecio en que se tuvo á dicha ciencia durante aquel largo período; y hasta que se acuerda el hombre de cultivar otra vez aquellos estudios, no aparece el germen de lo que ha sido más tarde frondoso árbol que constituye la ciencia en general de nuestra época.

Pero, al dotar al hombre el Supremo Hacedor de la imponderable gracia de poder adquirir la verdad, le dotó también del poder de transmitirla, y he aquí el por qué no resultaron inútiles cuantos trabajos mentales hicieran nuestros primeros padres, y como han podido acumularse y completarse los conocimientos adquiridos, contribuyendo á sentar paulatinamente, primero, los inconmovibles cimientos y luego á levantar los muros de ese hermoso y soberbio monumento que ha de quedar sin terminar y que constituye la Ciencia humana, y en el que por más que algunos de sus detalles y ornamentos deban sucesivamente desaparecer por no estar formados por materiales de suficiente solidez, cual sucede con los aportados por las ciencias físicas, biológicas y sociales, siempre queda permanente y á prueba de todas las inclemencias y de todos los siglos, elevándose cada día más sobre el nivel del suelo y adquiriendo mayor sublimidad cuanto más se acerca hacia la verdad absoluta, la porción construída y cimentada con el auxilio de las ciencias matemáticas.

Si grande es la misión del hombre al investigar las verdades, no lo es menos la que tiene de transmitirlas á sus semejantes, y si esto último pudo ser fácil en las primeras edades en que eran en corto número los principios descubiertos, llega á ser de una importancia extraordinaria en la época actual, en que, por la civilización propia de los tiempos modernos, se ha trocado en difusión el secreto en que aparecía retenida la ciencia en los tiempos antiguos, y son tantas y de tal diversa índole sus manifestaciones, que considero de capital importancia el estudio de la pedagogía en todas las ramas del saber, y principalmente en la más subjetiva de las ciencias y que por este carácter necesita ser su enseñanza de índole especial y muy estudiada.

Todos en general nos preocupamos más de saber que de saber enseñar, damos más importancia al sabio que al maestro, olvidando que sin éste no existiría muchas veces aquél, y que los pueblos que van á la cabeza en lo que á los adelantos científicos se refiere, son aquellos que tienen mejor organizados los medios de enseñanza, ya que Dios ha concedido á todos los pueblos las mismas facultades como hijos que son de un mismo padre, y sólo el buen cultivo de ellas es lo que influye en su apogeo y lozanía.

Tan sublimes se consideraron las primeras verdades adquiridas acerca del espacio y del tiempo, ó mejor de la extensión y del número, que las creyó el hombre sólo dignas de ser albergadas en cerebros privilegiados; y en los pueblos orientales, que fueron la cuna de la ciencia matemática, eran los sacerdotes y grandes dignatarios los iniciados en tales conocimientos, permaneciendo desconocidos para el pueblo en general. Hoy no sucede así; lo que antes consideró el hombre necesario reservar, para mantener el principio de la admiración y del culto hacia otros hombres que se consideraban superiores, hoy se desea difundir; ya que cuantos más sean los iniciados, mayor probabilidad existe de adelanto y mayor suma de conocimientos pueden contribuir al adelanto general de la Ciencia humana.

Cada verdad nueva que se descubre instaura un nuevo capítulo que exige colocación apropiada y razonada entre los demás, y tantas son hoy las ramas, hojas y frutos de ese frondoso árbol, que el tratar de averiguar las condiciones de cualquiera de sus partes, exige un trabajo ímprobo y delicado, que si no se funda en el órden lógico más riguroso y en la determinación más precisa de los distintos troncos de que procede, hay la probabilidad de quedar desanimado en la tarea emprendida.

Se impone un estudio detenido de las condiciones en que debe realizarse la enseñanza, no ya de los principios generales, sino de cada uno de los capítulos de que consta la ciencia matemática, y como creo que esto es un problema interesantísimo para todos los que estamos llamados á velar por el adelanto científico de nuestro país; convencido de que este adelanto se mide por el de las ciencias del tiempo y del espacio, he considerado oportuno, en el solemne acto que celebra hoy, esta Universidad, ocupar la atención de tan ilustre claustro acerca del

Concepto pedagógico de la Ciencia matemática

Muchos son los que se amedrentan y desaniman al proponerles el estudio de la Matemática, como si ésta fuera sólo patrimonio de inteligencias privilegiadas; y procede este equivocado miedo, de que el encargado de iniciarles en los primeros pasos, no lo hace con el debido orden, ni procede con la lógica necesaria, ni tiene especial cuidado en el procedimiento con que debe comunicar al neófito las primeras verdades más elementales que han de servirle luego de base para el conocimiento de los más recónditos pliegues de la ciencia de la verdad.

No es posible que la ciencia encargada de puntualizar verdades, tenga que ser difícilmente asimilable al hombre, desde el momento que éste, como dice Descartes, "posee " el dón de reconocer la verdad de una deducción por el " sentimiento de la evidencia; y con seguridad que cuando " el hombre experimenta este sentimiento posee la verdad, " pues Dios no puede deseár que nos equivoquemos. „

La ciencia matemática, por lo mismo que es esencialmente subjetiva y teórica en sus fundamentos, reconozco que para la generalidad se presente á simple vista como una cúspide muy alta que amilana al simple mortal, si tiene éste la pretensión de llegar á ella en un momento; pero bien lo habréis podido comprobar con la práctica, que si hay cuidado en abrir una senda que siguiendo en lo posible tangencialmente las líneas de nivel que de la irregularidad del monte se deducen, se llega casi siempre sin esfuerzo grande, aunque sea en perjuicio del tiempo empleado, pero nunca de la seguridad del viandante, al punto más alto que antes mirábamos con espanto, y desde el cual luego vislumbramos un hermoso panorama, que en nuestro caso es el incomparablemente grande de la ciencia. En cambio, si se pretende llegar á aquella cúspide siguiendo un atajo no muy bien preparado á veces, se cansa el viandante á mitad del camino, si no tienen condiciones excepcionales su cuerpo y su espíritu; no puede más con sus solas fuerzas, y queda desanimado, si no se pierde entre los múltiples accidentes del terreno ó no resbala hasta caer más abajo del punto de partida.

¡Cuántos alumnos habrá entre los que me escuchan que creerán de buena fe que no tienen disposición para el estudio de las ciencias exactas, y esta creencia será sólo hija de una preocupación originada por la forma en que se les presentaron las primeras nociones de ese hermoso capítulo del saber humano!

Creo que es de justicia que nos esforcemos, todos los que nos dedicamos al sacerdocio de la enseñanza, y en especial cuando ésta tenga por objeto transmitir á nuestros hijos los principios inmutables de la Matemática, á que se practique aquélla en las condiciones especiales que requiere el apogeo actual de dicha ciencia, contribuyendo cada uno con su óbolo, y de consuno, al enaltecimiento del profesorado y á que la simiente que hoy depositamos en el cerebro virgen de nuestros alumnos, se convierta mañana en cultura intelectual.

Este es el fin que me ha guiado al escoger este tema, esperando que plumas mejor cortadas y más elevadas inteligencias lo tomen con el interés que se merece y se logre así la rehabilitación científica de que tan necesitada se halla nuestra patria.

I

Para tratar con algún fruto el tema propuesto, será conveniente, primero, que analicemos la naturaleza de la ciencia matemática y su relación innegable con todas las demás, demostrando que es el anillo que enlaza y armoniza los fenómenos del mundo exterior con las más abstractas concepciones intelectuales, para que luego de hecho este análisis vengamos á deducir en consecuencia la necesidad de que la enseñanza de la Matemática alterne siempre con las demás que recibe el hombre desde sus primeros años.

La Matemática, por descansar en bases de exactitud innegable y ser esencialmente lógica en sus procedimientos, debe ser el regulador y la base de toda enseñanza especulativa, y la influencia de sus procedimientos trasciende á todos los demás ramos del saber, refiéranse éstos á las ciencias físicas, químicas y naturales, ó tengan por objeto el estudio de las evoluciones sociales, ó sea su objetivo el de las manifestaciones artísticas en sus múltiples y variados conceptos.

Fácil es deducir de la simple observación, que la diversidad de fenómenos que en el mundo material y moral se suceden, son siempre determinados por diferencias de forma, posición, magnitud ó fuerza.

Por medio de la especulación, despojamos estos conceptos de la cualidad objetiva que tengan, los comparamos y relacionamos entre sí, y luego por medio de una simple fórmula, reasumimos y sintetizamos á veces una ley general á que obedecen los fenómenos observados. Responde á las exigencias del idealismo científico y del utilitarismo más riguroso. Tanta mayor importancia tiene una ciencia de aplicación, cuanto más matemático sea el procedimiento que se siga para la deducción de sus verdades y cuanto más directamente se deriven sus proposiciones de las que se hayan demostrado por la ciencia teórica que le sirva de base; y es tal la reciprocidad que existe entre la influencia de unas y otras ciencias (teóricas y aplicadas) que si la aplicación de un teorema matemático conduce muchas veces á la resolución de un caso práctico, la necesidad de resolver uno de éstos, es origen en otras de un notable paso dado en el adelanto de un capítulo determinado de las ciencias exactas.

En el estudio histórico de la ciencia astronómica, es en donde con más claridad percibimos aquella influencia y esta reciprocidad. Sin que Apollonius (260 años a. de J. C.) descubriera y puntualizara las propiedades de las secciones cónicas, Kepler no hubiera descubierto sus preciosas leyes, ya que según confesión propia, sirviéronle tanto aquéllas como las precisas observaciones llevadas á cabo por Tycho-Brahe; y hasta podemos añadir que cuanto más perfectos y numerosos hubieran sido los datos astronómicos (siempre afectos de los errores de observación), más dificultad hubiera tenido en encontrar la continuidad de la curva que el lugar geométrico de las distintas posiciones de un planeta determinara, si no hubiese conocido las curvas de segundo orden que le inspiraron su hermosa conclusión. Y ninguna duda queda tampoco que sin conocer las leyes sentadas por Kepler, no habría descubierto el genio de Newton la ley de la gravitación universal, que por ser tan general y abstracta, la vemos tan sencillamente expresada por la fórmula

$$F = f\frac{m\,m'}{d^2}$$

en que la fuerza *F* de atracción mutua de las dos masas *m* y *m'* viene dada en función de la constante ó unidad *f* y resulta ser proporcional á cada una de aquéllas é inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. ¡De cuántas aplicaciones ha sido origen y cuántas verdades ha proporcionado al hombre aquella preciosa igualdad!

Muchos fueron los trabajos realizados por los pueblos que más florecieron en la antigüedad para determinar la situación y movimientos de los astros, ya que se trataba de conocer el Universo que rodeaba al hombre, pero no estaba la ciencia matemática en suficiente grado de adelanto para prestar á la Astronomía su precioso auxilio, y hasta que en el siglo XVI, en que con el renacimiento de esta clase de estudios surgió el gran Kepler, que tuvo á su disposición los elementos matemáticos que dejara Pappus bien sentados, no pudo llegarse á la determinación exacta de las trayectorias que siguen los planetas en su movimiento de traslación alrededor del Sol y que indubitablemente son análogas á las que deben describir los innumerables planetas que á su vez sean feudatarios de esos millones de soles que con el nombre de estrellas pueblan el espacio infinito del Universo todo.

Pero la misión de la ciencia matemática no termina aquí. Después de sentar las leyes del movimiento y de la mutua atracción de la materia cósmica, con la firmeza que comunican al raciocinio humano las conclusiones obtenidas, procede luego por deducción á fijar la posición que debe ocupar un astro determinado, y cambiando los papeles, dice á la Astronomía: "aquí debe estar," y entonces el aparato astronómico comprueba la afirmación que la ciencia matemática ha sentado, si aquel es de suficiente alcance y precisión. Supongamos por un momento que la comprobación no resulta, y en este caso podemos afirmar que no es por deficiencia del procedimiento empleado, sino porque entre los datos del problema matemático que hemos debido tomar de la experiencia, falta alguno no previsto, ó que la perturbación observada ha de ser originada por un cuerpo cósmico, cuya masa y situación determina también el cálculo analítico. Así Le-Verrier adivina la existencia de un planeta por las perturbaciones observadas en el movimiento de Urano, y para explicarlas afirma la necesidad de la presencia de aquel cuerpo celeste, que luego Galle descubrió.

En algún tiempo se creyó que la Matemática estaba sólo reservada para estudios especulativos más propios para crear filósofos que para obtener resultados útiles. Hoy queda perfectamente comprobado que el adelanto de la Física en sus leyes generales y en la explicación de los fenómenos más complicados, va al unísono de los adelantos matemáticos, y llégase á considerar indisoluble el lazo que une á éstos con aquéllas, constituído principalmente por la Mecánica y el Cálculo infinitesimal.

Así se explica como han podido estudiarse multitud de problemas relativos á la elasticidad de los cuerpos, cuya teoría analítica tiene hoy tantísima importancia. Iniciada por Galileo, no pudo desarrollarse por falta de conocimientos matemáticos; Robert Hook estableció la ley fundamental relativa á la proporcionalidad de la fuerza actora con la tensión ó compresión que sufre la materia, y entonces esta hipótesis en manos de Navier y con el poderoso auxilio del cálculo moderno, nos dió la explicación completa del problema de la flexión de los cuerpos sujetos á fuerzas exteriores, que ha proporcionado al arquitecto é ingeniero un arsenal de conocimientos de grandísima importancia y utilidad.

En el campo de la Acústica y de la Óptica poco necesito esforzarme para llevar á vuestro convencimiento la influencia de la Matemática, desde el momento que, explicada la génesis de aquellos fenómenos por medio de movimientos vibratorios del aire ó de la substancia etérea, éstos, por ser movimientos, son de la exclusiva competencia del mecánico. Las relaciones analíticas que la Matemática establece para la Termodinámica, han sido el fundamento del precioso principio de la conservación de la energía, y la misma Electricidad en sus varios fenómenos caloríficos, luminosos y dinámicos, enseña claramente que necesita de las ciencias exactas para formular sus leyes, que si hoy no están definitivamente establecidas, es porque el espíritu de invención nacido de las múltiples experiencias que con vertiginosa rapidez se verifican, no corre parejas con el fundamentado trabajo que ha de realizar el Análisis matemático para comprobarlas y establecer de un modo incontrovertible las leyes á que aquéllos obedecen.

Así como en la Física notamos un movimiento hacia la Mecánica para explicar todos los fenómenos naturales, en la Química se distingue otro hacia la Física para dar también la explicación de sus leyes empíricas, deducidas de la experimentación, y claro es que por aquel principio de la función de función, vendrán en último término la Mecánica y la Geometría á sellar con su autorizado dictamen el por qué de muchos fenómenos hasta ahora completamente inexplicables.

Los fenómenos de la cohesión y de la afinidad, y en general de todos los que tienen por origen las acciones moleculares, han de proceder forzosamente de fuerzas de atracción y repulsión que se ejerzan entre esos elementos para nosotros indivisibles que llamamos *átomos*; y quién duda que hasta en la intensidad y en las condiciones de aquellas fuerzas ha de influir la forma que tengan y la relación de posición que guarden aquellos elementos dentro de la llamada *molécula*. Pues bien, si son leyes que se refieren á fuerzas desarrolladas entre elementos que podemos considerar indefinidamente pequeños y que dependen de la forma y posición relativa que estos mismos guarden. ¿Quién sino el Cálculo infinitesimal ha de ser el poderoso instrumento que, aplicado debidamente á la Mecánica, llegue algún día á establecer las leyes de fenómenos tan importantes, por referirse á esos agregados de innumerables elementos de dimensiones para nosotros ínfimas y que á manera que los astros forman los sistemas estelares, constituyen para el hombre esas porciones limitadas de materia que llamamos cuerpos?

Dependerán quizás sus leyes de fenómenos complicados y de muchas variables, pero seguro estoy por la profunda fe que tengo en la simplicidad de que Dios ha dotado á las más preciosas leyes del Universo, que cuanto más difícil sea el obtenerlas, más sencillas hemos luego de encontrarlas. Y no lo dudéis, la Matemática aplicada á los estudios químicos, es la que nos ha de conducir razonadamente al convencimiento íntimo, que yo tengo, de la unidad de la materia, dependiendo su diversificación de la forma y posición relativa de los indivisibles dentro de la molécula y de las fuerzas atómicas que entre ellos se originen, según fueren aquella posición y aquella forma.

Tanto las nociones que derivan de la Termodinámica como las aplicaciones de esta última á la Química, tienen por imprescindible fundamento el cálculo matemático; y en prueba de ello, vemos aplicar á los equilibrios químicos en todas sus formas, las teorías de la combinación, fundadas en la velocidad de las reacciones, y Thomson aplica las ecuaciones del movimiento de Lagrange al desarrollo de la teoría dinámica de los mismos equilibrios.

La Geodesia, la Topografía y la misma Astronomía fundamentan sus conclusiones experimentales en observaciones de medida, ya sean de líneas, ya de ángulos; y como quiera que para estas operaciones debe el hombre valerse de sus sentidos, realizarlas por medio de instrumentos y en el seno de elementos que pueden perturbar notablemente la dirección de las visuales, claro es que están sujetas á multitud de causas de error, y al intentar deducir de ellas un resultado aceptable, debe tener en cuenta dichas causas, eliminando en lo posible su influencia. Y esto se obtiene con relativa facilidad, supliendo la deficiencia de las observaciones, con el mayor número de las que se llevan á cabo, clasificando los errores que pueden presentarse en *constantes* y *accidentales*, y habida cuenta de que pueden proceder de observaciones *inmediatas, mediatas* ó *condicionales,* se establecen cuatro leyes á que obedece la probabilidad de los errores del segundo de los géneros indicados, y estas son: 1.ª, que cada error se presenta un número de veces proporcional á su probabilidad; 2.ª, que la probabilidad de un error disminuye cuando el error aumenta; 3.ª, que la probabilidad de un error positivo es igual á la de otro igual y negativo, y 4.ª, que la probabilidad de un error, es función analítica del error á que se aplica, función que determina Gauss para servir de base á las aplicaciones.

Establecidas estas leyes, en virtud de experiencias repitidas unas, y de las comprobaciones que á posteriori ofrecen otras, viene en seguida la hermosa consecuencia de que la probabilidad de la coexistencia de todos los errores cometidos en una serie de observaciones, es siempre un máximo; condición que implica que sea un mínimo la suma de los cuadrados de los errores, y en consecuencia, que el valor más aproximado al verdadero, debe ser la media aritmética de las observaciones hechas, habida cuenta del *peso* de cada una de ellas, si no tienen igual *medida de precisión*.

Hasta en este campo de la observación instrumental á través de la atmósfera y con el empleo de nuestros sentidos, vemos como la ciencia matemática interviene para dar seguridad relativa al astrónomo ó al geodesta, y seguro estoy de que éste desechará como mala, equivocada ó debida á causas fortuitas, una observación que en sus resultados difiera del valor medio, en una cantidad mayor (dentro de los límites que también le fija el cálculo) que el del error probable que las fórmulas matemáticas le indiquen. En una palabra, tendrá más fe en lo que le dicte el resultado matemático que en lo que ha creído ver con sus propios ojos; y esto es porque sabe ciertamente que éstos pueden engañarle y que aquél jamás puede claudicar.

Pascal, iniciador de esta teoría, no pensó, de seguro, al inventarla, que con el tiempo debía servir de base á Juan de Witt para aplicarla á las ciencias económicas (seguros sobre la vida y sobre accidentes del trabajo) y á Bernouilli en el siglo XVIII para sus estudios relativos á las ciencias morales.

Hasta en el campo de la Psicología cabe la aplicación de la teoría de las probabilidades y se obtienen conclusiones de la mayor importancia. Fecher lo demuestra con cifras en varias de sus conclusiones, y apoyándose en la teoría de las probabilidades, deduce sorpréndentes resultados acerca de la ciencia psicológica.

Y si nos fijamos en los fenómenos de la vida social, cabe preguntar, ¿es conveniente redactar una ley sin tener de manifiesto los resultados de una verdadera estadística, cuando aquélla se refiera á una pluralidad de hechos ó de personas? y ¿no es la estadística la base en que se apoya el legislador para deducir las consecuencias probables de tales ó cuales procedimientos para acrecentar ó disminuir determinados fenómenos?

La Matemática es también un elemento indispensable para las ciencias naturales. La tendencia del hombre ha sido y será siempre deducir leyes de la observación de los fenómenos naturales, así como de la de los seres que pueblan el Universo. La inteligencia humana se halla admirablemente dispuesta para comprender á la Naturaleza, y así no es de extrañar que sintamos sin poderla definir, á veces, la existencia de causas naturales y constantes que aseguren la permanencia y la regularidad en la sucesión de los fenómenos de que somos testigos; algunas que podemos formular matemáticamente y otras para las que no descubrimos ninguna fórmula de suficiente exactitud, aunque por medio de la Ciencia lleguemos á notables aproximaciones. Cuando nos apartamos del procedimiento matemático, se obtienen conclusiones completamente aventuradas y contrarias á la misma Naturaleza de que han querido deducirse, como sucede con el origen y la evolución de la vida, que por estar ésta sujeta á una armonía superior, no podrá seguramente el hombre formular y comprender con su sola y limitada inteligencia.

Whewell, en su historia de las ciencias inductivas, señala constantemente una cualidad del espíritu humano, de la que no puede prescindir, y es la de sacar consecuencias y establecer conclusiones deducidas de proposiciones generales que acepta como verdaderas. Tiende siempre á elevarse sobre su finitud, estableciendo una ley general para descubrir luego con su auxilio nuevos horizontes.

El hombre no puede comprender el capricho; tiene la íntima convicción de que todo ha de obedecer á leyes ó armonías superiores que quizás no pueda alcanzar, pero cifra todo su anhelo en aproximarse á ellas.

Y como comprobación de la verdad de mi tesis, fijémonos en que hasta las leyes formales de nuestra inteligencia, han sido representadas por medio de fórmulas y signos matemáticos, constituyendo el *Álgebra de la Lógica* ó la *Lógica Matemática*, la cual, empleando análogos algoritmos que la ciencia matemática, llega á sintetizar en simples ecuaciones, los más intrincados problemas y las más variadas combinaciones que pueden presentarse entre los entes de razón que nuestra inteligencia pueda concebir. Un lenguaje breve, universal y riguroso, substituye á lo que antes debíamos expresar con largos circunloquios, y cual si quisiéramos indicar las más sencillas reglas de la Aritmética vulgar, con una simple fórmula algebraica expresamos de un modo indubitable los más variados silogismos.

Los símbolos de la Lógica matemática constituyen un medio de escritura universal independiente de cualquier lenguaje.

Se generalizan así las ideas de operación y de cantidad, dividiendo las operaciones en directas ó de *composición* y en inversas ó de *descomposición*; y cuando en lugar de considerar un ente de razón cualquiera, pasamos al caso en que aquél venga constituído por la idea del *quantum*, resultan tres categorías, llamadas respectivamente de *sumación, producción* y *graduación*, comprendiéndose en la primera, la directa de *adición* y su inversa de *sustracción*, en la segunda, la directa de *multiplicación* y la inversa de *división*, y en la tercera, la directa de *elevación á potencias* y las dos inversas de *extracción* y *logaritmación*.

El estudio teórico de estas operaciones puede hacerse dentro de la Lógica matemática independientemente de la naturaleza de los efectos que produzcan sobre las cantidades que se comparan y sin conocer el modo de ejecutarlas, y en él se establecen y se estudian las leyes de *uniformidad*, *conmutación*, *asociación* y *distribución*, y se encuentra el principio de la permanencia de estas leyes tan bien definido por Hankel, y que puede enunciarse diciendo: " que siempre que una combinación entre objetos, expresada por signos generales de la Lógica matemática, obedece á leyes de variabilidad ó universalidad, dicha combinación seguirá obedeciendo á las mismas leyes, cuando se substituyan los objetos que figuran en ella por números particulares. " Esta conclusión da tal generalidad á las operaciones del cálculo, dentro de la Aritmética vulgar, que no resultan ser éstas más que casos particulares de las operaciones generales, aplicadas para valores especiales de los *módulos* correspondientes á cada una.

Mientras las palabras del lenguaje vulgar tienen diverso sentido ó significado, según el lugar que ocupan en la oración, á causa de las frecuentes excepciones á que están sujetas las reglas gramaticales, los símbolos de la Lógica matemática conservan siempre el mismo significado, no siendo susceptibles de excepción las leyes á las cuales se ha convenido que deben satisfacer.

II

Hay notable diferencia entre la formación de una ciencia por medio de la adquisición de nuevas verdades partiendo de las que fundamentalmente y por medio de la experiencia ha podido sentar el hombre, y el modo como es conveniente demostrar cada una de ellas para llevar el convencimiento al ánimo del alumno. En uno y otro caso, sin embargo, es el raciocinio el que proporciona los elementos necesarios para obtener aquellos fines en las ciencias exactas, y así puede afirmarse que el arte de razonar es el propio y genuino de la Matemática. Las leyes de la Lógica pura tienen un lugar abonado y propio para su desenvolvimiento en las diversas ramas de esta ciencia. Están tan íntimamente ligadas la Matemática y la Lógica, que sin querer, el matemático, en sus demostraciones é investigaciones, sigue siempre los procedimientos fijados por la Lógica, y ésta encuentra en los problemas matemáticos un arsenal precioso é inagotable de ejemplos prácticos de sus altas investigaciones.

Platón expresó muy claro el convencimiento que tenía de lo que afirmamos, al estampar en los muros de su Escuela aquel notable interdicto: *Nadie entre bajo mi techo, si no sabe geometría.*

Este célebre filósofo y matemático de la escuela ateniense, es el primero que proclamó la influencia de la Matemática en la rectitud del juicio; y tal era el convencimiento que tenía de la superioridad de esta ciencia entre los conocimientos humanos, que al preguntarle cual podía ser la ocupación de Dios, contestó "Que geometrizaba perpetuamente." ¡Y cuánta verdad encierran estas palabras si nos fijamos en la interpretación que á ellas seguramente daba su espíritu! Cada día que la ciencia da un paso más, descubre el hombre nuevas leyes á que están sujetos los más caprichosos fenómenos naturales y llega el ánimo á convencerse de que nada sucede sin que obedezca á una ley ó á un principio, desconocido muchas veces por el observador, pero acerca de cuya existencia no hay la menor duda.

La operación del espíritu por medio de la cual se llega al conocimiento de una verdad en virtud de otras antes admitidas, es un verdadero trabajo de comparación entre dos juicios que acerca de conceptos determinados nos hemos formado, para deducir luego y como resultado de aquella comparación, otro juicio mediato objeto de nuestras investigaciones.

Un detenido análisis de estos trabajos de deducción permite reducir á tres los conceptos que intervienen en la formación de los juicios que sirven de premisas, y siempre llegamos, después de la simplificación, á resolver un verdadero *silogismo* cuando tratamos de sentar una verdad como consecuencia de otras ya conocidas; y al verificar esta operación es cuando el hombre debe proceder con más cautela, pues se presentan con frecuencia deducciones falsas con todas las apariencias de verdaderas.

Platón y su discípulo Aristóteles sientan las bases de la teoría del silogismo, y desde esta antigua fecha todos los tratados de Lógica dedican largos capítulos á explicar esta forma de investigación de que dispone el hombre, dando reglas más ó menos ingeniosas para reconocer la bondad ó la falsedad de una conclusión, en atención al carácter de los datos que la promueven.

Euler es el que con mayor generalidad ha sentado las bases en que se apoya la certitud de un silogismo, y consistiendo éste en la afirmación previa de una propiedad común, á todos los individuos ó elementos de un grupo (*primera premisa*), y luego en otra que incluye ó excluye á un determinado individuo ó elemento de aquel grupo (*segunda premisa*) para *deducir* en consecuencia que este individuo tiene ó no tiene las propiedades asignadas á dicho grupo (*conclusión*); natural es que la legitimidad del resultado dependerá de la certeza de las dos proposiciones ó afirmaciones hechas y del procedimiento empleado para sentar la conclusión.

En el carácter de generalidad de la primera premisa está principalmente condensada la verdad de la consecuencia, y tanta mayor seguridad existirá en ésta, cuanta mayor sea la evidencia y la certeza que tengamos de aquella generalidad.

Procuremos siempre partir de afirmaciones axiomáticas ó perfectamente probadas, y este es el camino más seguro para llegar á una verdadera deducción, pero cuidar mucho de que la generalidad de la primera premisa no sea sólo aparente, sin dejarnos seducir, como sucede algunas veces, por falsas generalizaciones que establecemos con sobrada ligereza, hijas sólo de la imaginación mal aconsejada ó influída por los resultados obtenidos en número limitado de casos. No hay que confundir nunca una simple creencia con una certitud.

La operación mental inversa de la *deducción* que acabamos de indicar, es la *reducción*, que consiste en averiguar de qué afirmaciones ó premisas podría deducirse una afirmación dada; y claro es que esta operación resulta ser indeterminada y debe escogerse la solución en cada caso y según convenga al fin que pretendemos.

Que al silogismo se reducen todas las operaciones que realizamos para la deducción de una verdad de otras antes conocidas ó admitidas, es una buena prueba el principio que se origina de su aplicación al caso de la identidad de dos cosas á una tercera, y de cuya conclusión, que expresa que las dos primeras son idénticas entre sí, un uso tan frecuente se hace en la ciencia matemática.

En la acertada aplicación de las dos operaciones esplicadas *(deducción* y *reducción)* consiste el mérito del matemático, al tratar de indagar verdades desconocidas ó resolver problemas, y también en la debida ordenación de aquéllas se encuentra el mérito del profesor, que debe llevar el convencimiento al ánimo del que aprende.

Ha de tener presente siempre el matemático que, de dos afirmaciones ó proposiciones falsas ó de una falsa y otra verdadera, puede lo mismo resultar una verdad que una mentira; que sólo podemos afirmar que una consecuencia es verdad cuando viene deducida de dos premisas verdaderas que cumplan además con las condiciones impuestas para constituir el silogismo, y que nunca de la verdad absoluta de una conclusión podemos deducir la verdad de las premisas (1).

---

(1) El mismo Aristóteles ya expresó esta circunstancia con un ejemplo muy conocido. Sentadas las premisas falsas:

Toda piedra es un animal.
Todo hombre es una piedra.

Hemos de deducir la conclusión verdad:

Todo hombre es animal.

Asimismo de dos premisas, verdad la primera y falsa la segunda:

Todo caballo es animal.
Ningún hombre es animal.

Se deduce la consecuencia cierta.

Ningún hombre es caballo.

Bien impuestos de la forma en que interviene el raciocinio en este género de operaciones, justo es que indiquemos cuales son los distintos objetos que se propone la Ciencia matemática en su desarrollo:

Unas veces trata de deducir nuevas verdades de otras verdades ya admitidas, sin otro fin que el de adquirir nuevos conocimientos, abstractos y de ninguna utilidad inmediata, pero que con frecuencia son la base de otros preciados descubrimientos.

Otras, se propone demostrar una verdad que hemos hallado por difícil y complicado razonamiento ó quizás hayamos sólo adivinado; logrando comprobar que puede fácilmente deducirse de proposiciones antes admitidas. En tal caso, demostramos un *teorema*.

Otras, quiere determinar un resultado por medio de relaciones que puedan guardar varios datos entre sí y con otros elementos, y es conocida esta operación con el nombre de *problema*.

Y otras, por fin, se preocupa sólo de demostrar ó reconocer si una proposición es verdadera ó falsa.

Estas cuatro operaciones son las fundamentales en el estudio y formación de una ciencia racional, y siempre podremos reducir á una de ellas cuantas cuestiones se nos presenten en las diversas teorías y aplicaciones matemáticas.

No hay regla segura para realizar estas operaciones, pues si bien en esencia consiste siempre el procedimiento en la debida aplicación del silogismo, según la forma y orden en que se aplica, así resultan distintos los métodos empleados. Estos, sin embargo, pueden reducirse á dos principales, cuando se trata de emplearlos en toda su pureza, y son el método *analítico* y el *sintético*. Al darles estos calificativos no queremos confundirlos