# BLOQUE V

# RESULTADOS DE LA PRIMERA FASE DE LA INVESTIGACIÓN

# CAPÍTULO 10

# COMPETENCIA DE LOS DOCENTES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS


## RESUMEN

*En la primera fase de la investigación se pretendía tener razones en las que fundamentar que no se sustentaba la suposición de que los alumnos y alumnas podrían aplicar sus conocimientos descontextualizados de las funciones fácilmente a la resolución de problemas contextualizados.*

*Se trataba de poner en evidencia que, ni los mismos profesores, tenían suficiente competencia, esperable en el caso de ser cierta la suposición anterior, en la resolución de problemas contextualizados. Para ello, se diseñó un cuestionario de ocho problemas cuyo objetivo era que los profesores vivieran, en carne propia, una experiencia en la que tuvieran que demostrar su competencia en la resolución de problemas contextualizados en los que intervienen las funciones, competencia que implícitamente presuponían a sus alumnos (objetivo 2.2). El análisis de las respuestas al cuestionario permitió tener razones en las que fundamentar el siguiente resultado: el hecho de utilizar los objetos matemáticos de manera descontextualizada con rigor y competencia, no asegura que dichos objetos se pueden aplicar correctamente a la resolución de problemas contextualizados no rutinarios.*


La impresión inicial de la doctoranda, sobre lo que estaba sucediendo en la institución estudiada, era que se impartía una matemática formalista y descontextualizada que no aseguraba la competencia del alumnado en la resolución de problemas contextualizados en los que se tenía que aplicar el objeto función.

En la institución investigada se suponía implícitamente (y por tanto, no se cuestionaba) que con este tipo de enseñanza, los alumnos podrían aplicar estas matemáticas descontextualizadas a los problemas contextualizados de economía, administración de empresas, contaduría pública y relaciones industriales que se les pudieran proponer en las otras asignaturas de la carrera y también en su vida profesional posterior. Llamaremos a este supuesto implícito la “ilusión (ingenuidad) de la transparencia de la contextualización”.

La primera intención de la investigación fue poner en cuestionamiento este supuesto. Para ello, se diseñó un primer instrumento para que los profesores vivieran, en carne propia, una experiencia en la que tuvieran que demostrar su competencia en la resolución de problemas contextualizados en los que intervienen las funciones (objetivo 2.2), competencia que, implícitamente, presuponían a sus alumnos. Se diseñó el siguiente cuestionario:

CUESTIONARIO 1

**1)** Hemos de cambiar los vidrios de una ventana cuadrada. El precio del vidrio es de 120 Bolívares/ $mts^{2.}$

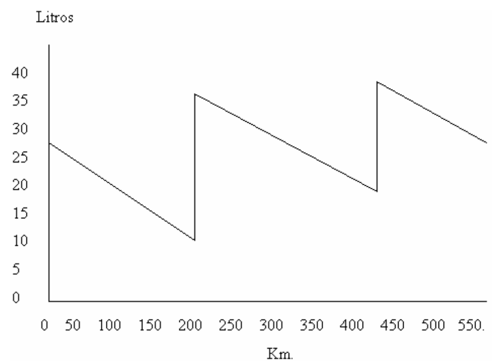
a) Cuánto costará el vidrio de una ventana cuadrada que mide 7 metros de lado? ¿Y cuál será el costo para una ventana de 5 metros de lado?

b) Elabora una tabla ordenada de valores que relacionen el costo de la ventana con la longitud del lado de la ventana.

c) Diseña una fórmula que te permita calcular directamente el costo de la ventana conociendo la longitud del lado de la ventana

d) Traza la gráfica correspondiente. ¿ Qué tipo de gráfica obtienes? ¿Por qué?

**2)** La gráfica representa la cantidad de gasolina que hay en el depósito de un automóvil durante un viaje.




a) ¿Cuántos litros hay en el depósito en el momento de la salida? ¿ Y en el de llegada?

b) ¿En qué kilómetro se le colocó gasolina al tanque?

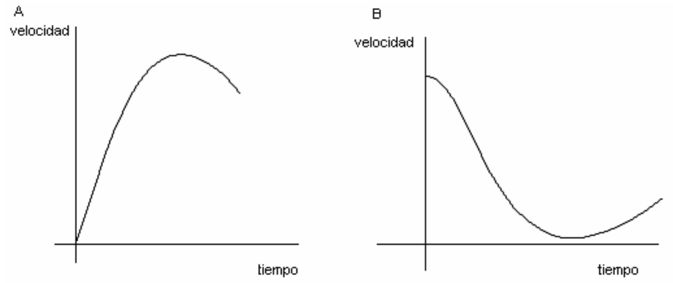
c) ¿Cuántos litros consumió durante el viaje?

d) ¿ La gráfica observada la consideras una función?¿Por qué?

e) Construye otro gráfico, buscando otra variable para el eje de las abscisas, relacionada con la situación de manera que la gráfica obtenida sea una función

f) ¿ Qué diferencia hay entre este gráfico y el anterior?

**3)** Queremos representar una gráfica para describir la variación de velocidad que experimenta una pelota de baloncesto en un lanzamiento de tres puntos, desde el momento en que sale de las manos del jugador hasta que llega a la canasta.



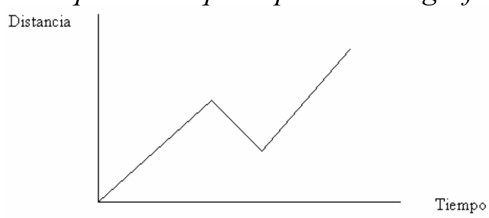

a) ¿Cuál de las dos gráficas siguientes crees que es más correcta?

b) ¿Por qué?

**4)** Lee con atención el siguiente diálogo y señala qué alumno no ha contestado bien la pregunta formulada y cuál es la causa de su error.

"Una profesora imaginaria presenta una gráfica a sus alumnos y les plantea la siguiente pregunta:

**Profesora**: *¿Pueden decirme qué creen que representa la gráfica?*




Respuesta de los alumnos:

*Alberto:* Que subes a una montaña, a continuación bajas un poco y después vuelves a subir.

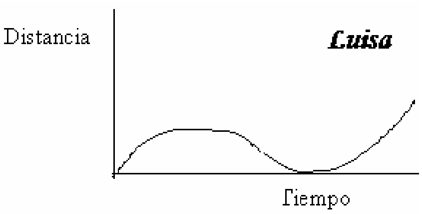
*Ramón:* Que sales de un punto, tuerces dos esquinas y después sigues adelante.

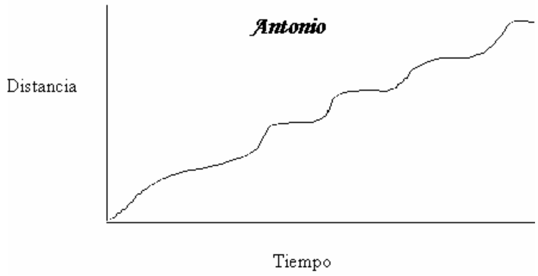
*Ana:* Sales de un punto, al cabo de un rato vuelves hacia atrás un momento y después te alejas de nuevo del punto de salida."

**5)** Luisa y Antonio explican su camino al trabajo

*Luisa:* He venido en moto, pero a medio camino me he dado cuenta de que me había dejado unos documentos y he vuelto a buscarlos. Después he tenido que darme prisa para poder llegar puntal**.**

*Antonio:* Mi padre me ha traído en su carro. Al principio el tráfico era fluido pero después nos hemos encontrado con sinfín de semáforos en rojo.




¿Según tu opinión, crees que las gráficas anteriores traducen el camino al trabajo de Luisa y Antonio?.

**6)** Un Paracaidista salta del avión en caída libre durante un tiempo, después del cual abre su paracaídas. La siguiente tabla representa las distancias del hombre al avión cada medio segundo.

| Tiempo (s) | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 | 5,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Distancia al avión (m) | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 42 | 46 | 49 | 52 | 55 |

a) Elabora una gráfica que describa el movimiento graduando el eje de ordenadas de manera que la separación entre las marcas represente 5 metros;, y el eje de abscisas de manera que la separación entre las marcas represente 0,5 segundos.

b) ¿ En que instante abrió el paracaídas?

c) ¿ Cómo explicas que la gráfica vaya subiendo si el hombre va cayendo?

**7)** a) La altura y el peso de cinco estudiantes se reflejan en la tabla siguiente:

| Altura (cm) | 160 | 165 | 180 | 170 | 170 |
|---|---|---|---|---|---|
| Peso (Kg) | 55 | 56 | 70 | 68 | 80 |

Traza la gráfica que te permita relacionar la altura con el peso.

b) La relación entre la edad de Juan y su peso aparece en la siguiente tabla:

| Edad (años) | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|
| Peso (Kg) | 40 | 45 | 48 | 50 | 52 |

Elabora la gráfica que relaciona la edad con el peso de Juan.

**8)** El precio de venta de la leña en un almacén es de:

| *Cantidad comprada en (Kg)* | **Precio por Kg (Bs/kg)** |
|---|---|
| **Menos de 50** | 12 |
| **Más de 50 y menos de 100** | 10 |
| **Más de 100** | 8 |

a) Traza la gráfica de la Función. ¿ Es continua?¿ Por qué?
b) ¿Cuánto costará la compra de 35 kg, de 60 kg y de 120 kg de leña?

c) Escribe una fórmula que te permita determinar el costo de la compra según la cantidad que quieras comprar.
d) Después de mirar los precios, una persona que necesitaba comprar sólo 45 kg de leña decide comprar 51 kg de leña. ¿Por qué crees que ha hecho esto?

Los criterios que se tuvieron en cuenta para la selección de los ocho problemas del cuestionario fueron los siguientes:

1) Que fuesen problemas contextualizados en los que el objeto función es determinante para su resolución.

2) Que fuesen problemas de una dificultad mediana.

3) Que, como resultado de un proceso de instrucción sobre las funciones, se considerasen como problemas que "se podían resolver".

Estos criterios nos llevaron a seleccionar los 8 problemas entre los propuestos en los libros de texto de 4º de Enseñanza Secundaria Obligatoria y 1º de Bachillerato LOGSE publicados en el Estado español (Bujosa y otros, 1999; Bujosa y otros, 2001). Los cambios introducidos en el texto de los problemas fueron mínimos, en concreto en el nº 1 y el nº 8 los precios se adaptaron a la moneda de Venezuela.

Este cuestionario fue contestado por seis de los profesores de la institución, cinco eran licenciados en educación (mención matemática) y uno ingeniero industrial, la experiencia docente variaba entre 10 y 30 años.

A pesar de que los profesores que contestaron eran competentes en el uso descontextualizado de las funciones cometieron errores al resolver los problemas contextualizados del cuestionario tal como se observa en la tabla siguiente:

| Problema | N. de profesores que se equivocan |
|---|---|
| 1 a | 0 |
| 1 b | 0 |
| 1 c | 2 |
| 1 d | 1 (si se considera sólo la coherencia entre la fórmula que ha respondido en el apartado c) y la gráfica dibujada en el apartado d) y 3 (si se considera la gráfica correcta). |
| 2 a | 0 |
| 2 b | 0 |
| 2 c | 1 |
| 2 d | 0 |
| 2 e | 6 |
| 3 a | 3 |
| 3 b | 3 |
| 4 | 3 |
| 5 | 0 |
| 6 a | 5 |
| 6 b | 3 |
| 6 c | 0 |
| 7 a | 0 |
| 7 b | 0 |
| 8 a | 0 |
| 8 b | 1 |
| 8 c | 4 |
| 8 d | 0 |

Tabla 1. Número de respuestas erróneas dadas por los profesores al Cuestionario 1

Dos ejemplos significativos del tipo de error cometido por el profesorado son los siguientes:

a) las respuestas al problema nº 3 fueron:

| Profesores | Respuestas |
|---|---|
| 1 | B, porque se trata de una variación de velocidad |
| 2 | B, inicialmente la velocidad es distinta de cero y luego decrece |
| 3 | A, debido a que es un lanzamiento inclinado hacia arriba en el vacío |
| 4 | B, porque la velocidad disminuye a medida que pasa el tiempo |
| 5 | A, la pelota es lanzada hacia arriba |
| 6 | A |

Tabla 2. Respuestas dadas por los profesores al problema nº 3

Es de resaltar que tres de las respuestas de los docentes cometen el error típico de considerar la gráfica como un dibujo (escogen la opción A).

b) las respuestas al problema nº 4 fueron:

| Profesores | Respuestas |
|---|---|
| 1 | Ramón y Alberto, pues toman en cuenta una sola dimensión o variable. |
| 2 | Alerto y Ramón. |
| 3 | Ramón, ya que no se entiende esto de "tuerce dos esquinas" ¿Hacía dónde? |
| 4 | Alberto, la acción de subir y bajar no están representadas en el gráfico. Ramón, la acción de torcer tampoco está representada en la gráfica. |
| 5 | El alumno es Ramón, no sabe analizar los movimientos que ocurren sobre una recta, cuando se mueven uno o dos móviles. |
| 6 | Ramón. |

Tabla 3. Respuestas dadas por los profesores al problema nº 4

Es de remarcar que tres de las respuestas de los docentes cometen el error de considerar correcta la respuesta de Alberto.

El hecho de que las respuestas de los profesores al cuestionario fuesen, en algunos apartados, erróneas permitió concluir que no se sustentaba *la suposición de que los alumnos podrán aplicar sus conocimientos descontextualizados de las funciones fácilmente a la resolución de problemas contextualizados*, puesto que, ni los mismos profesores, mostraban toda la competencia, esperable en el caso de ser cierta la suposición anterior, en la resolución de este tipo de problemas. Esta falta de competencia se produjo, sobre todo, cuando el profesorado tuvo que interpretar gráficas contextualizadas (problemas 2e, 3 y 4) o realizar conversiones desde una forma de representación de las funciones (que no fuese la fórmula) a otra forma de representación (6a y 8c).

El análisis de las respuestas al cuestionario nº 1 permitió tener razones en las que fundamentar la siguiente afirmación o resultado:

*Resultado nº 1*

- *El hecho de utilizar los objetos matemáticos de manera descontextualizada con rigor y competencia, no asegura que dichos objetos se pueden aplicar correctamente a la resolución de problemas contextualizados no rutinarios.*

# CAPÍTULO 11

# COMPETENCIA DE LOS ALUMNOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS


## RESUMEN

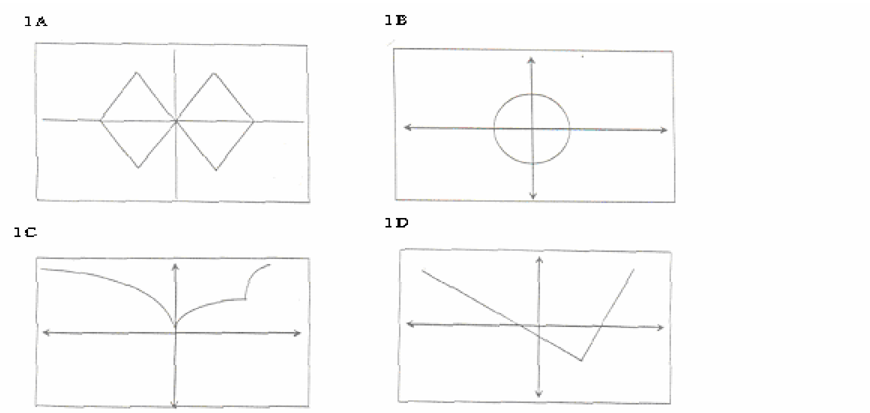
*Con el propósito de tener más razones en las que fundamentar que no se sustentaba la suposición de que los alumnos podrían aplicar sus conocimientos descontextualizados de las funciones fácilmente a la resolución de problemas contextualizados, se diseñó un cuestionario de cinco problemas, cuyo objetivo era que los alumnos demostraran su competencia en la resolución de problemas contextualizados en los que intervienen las funciones (objetivo 2.3). El análisis de las respuestas al cuestionario permitió tener más razones para cuestionar la siguiente afirmación: la matemática que se enseña en la asignatura "Introducción a las Matemáticas" puede ser aplicada posteriormente por el alumno, con cierta facilidad, a situaciones contextualizadas.*


En el capítulo anterior, ya se dieron razones para cuestionar el supuesto que hemos llamado "la ilusión de la transferencia del conocimiento matemático descontextualizado". El hecho de que, ni los mismos profesores, mostrasen toda la competencia, esperable en el caso de ser cierta la suposición anterior, en la resolución de problemas contextualizados, por una parte permitió tener razones en las que fundamentar la siguiente afirmación: *El hecho de utilizar los objetos matemáticos de manera descontextualizada con rigor y competencia, no asegura que dichos objetos se pueden aplicar correctamente a la resolución de problemas contextualizados no rutinarios. Y, por otra parte, permitió suponer que los alumnos tendrían más dificultades que los profesores para resolver problemas contextualizados.*

Para comprobar la falta de competencia de los alumnos en la resolución de problemas contextualizados en los que intervienen las funciones (objetivo 2.3) que diesen más razones para poner en cuestionamiento "la ilusión de la transferencia del conocimiento matemático descontextualizado" se diseñó el siguiente cuestionario:

CUESTIONARIO 2

1.-Te presentamos a continuación varias figuras. Debes decir, para cada una de ellas si se trata o no de la representación gráfica de una función. Explica detalladamente tus respuestas.




2.-Te presentamos varias expresiones algebraicas. Debes decir, para cada una de ellas, si se trata o no, de una función. Explica detalladamente tus respuestas.

2a)

$$f(x)= \begin{cases} 3x - 2, & \text{si } x\in\Re,\ x\leq 4 \\ 0, & \text{si } x\in\Re,\ 4 < x < 6 \\ 2, & \text{si } x\in\Re,\ x\geq 6 \end{cases}$$

2b) $x^2+ y^2 = 9$

2c) $y^2 = 2x - 4$

2d) $y = 5$

2e) $y = 5/x + 1$

3.- Un edificio de 5 plantas, en el que cada planta tiene una altura de 4 m, dispone de un ascensor con las siguientes características:

Tiempo que tarda en subir un piso: 5 seg.

Tiempo de parada en el piso solicitado: 7 seg.

El ascensor hace el siguiente recorrido (a velocidad constante): parte de la planta baja y se para en el 2º, 3ª y 5 º piso.

Se pide:

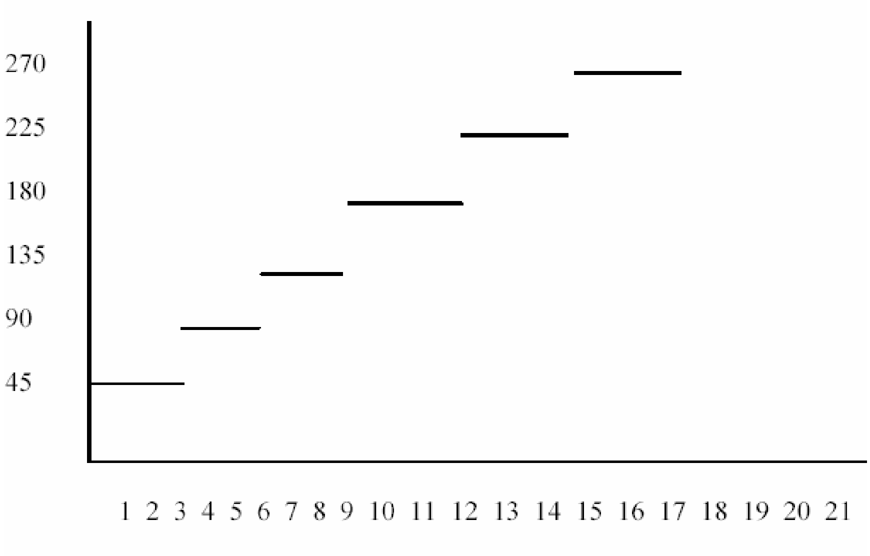
3a) ¿Podrías determinar para esta situación una función matemática?

3b) ¿Puedes encontrar una expresión matemática que represente la variación anterior?.

3c) ¿Podrías dibujar en unos ejes cartesianos, la gráfica que representa el espacio recorrido por el ascensor, según el tiempo transcurrido?

3d) Determina el Dominio.

4.-La gráfica a continuación representa el costo de una llamada telefónica desde una cabina telefónica según el tiempo de duración de la llamada. Cuando comienza la comunicación caen las primeras monedas, y cuando se han completado los tres minutos requiere de más monedas.




4a) La gráfica es una función. ¿Por qué?
4b) Indica el dominio
4c) Diseña una fórmula y calcula el costo de una llamada que dure 20 minutos.
4d) Si sólo tienes para gastar 75 bolívares ¿Cuántos minutos puedes hablar?

5.- En una entidad bancaria hemos encontrado una tabla que nos muestra las equivalencias entre el Bolívar y el Dólar:

| Dólar | 5 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|
| Bolívar | 8000 | 16000 | 23600 | 32000 |

5a) Al confeccionar la tabla se ha cometido un error localízalo
5b) Hallar la expresión que permita calcular directamente los bolívares que se entregarán a una persona que vaya al banco con Dólares y quiera cambiarlos a Bolívares
5c) ¿La relación existente entre el dólar y el bolívar es una función? ¿ Por qué?. Identifica las variables.
5d) Traza la grafica correspondiente

Los criterios que se tuvieron en cuenta para la selección de los cinco problemas del cuestionario nº 2 fueron los siguientes:

1) Que el cuestionario incluyera problemas descontextualizados (40%) y problemas contextualizados (60%) en los que el objeto función fuese determinante para su resolución.

2) Que los problemas descontextualizados les resultasen familiares a los alumnos y con un grado de dificultad mediana. Para ello, se seleccionaron dos problemas de un cuestionario utilizado en la investigación de Ruiz (1998).

3) Que los problemas contextualizados, por una parte, fuesen problemas de una dificultad mediana y, por otra parte, que en una enseñanza contextualizada de las funciones se considerase que los(las) alumnos(as), como resultado del proceso de instrucción, los pudiesen resolver. Para ello, se seleccionaron dos problemas de un libro de texto de 4º de Enseñanza Secundaria Obligatoria (Bujosa y Font, 1999) publicado en el Estado español (con amplia difusión y varias ediciones) y un problema utilizado en la investigación de Ruiz (1998) sobre las funciones. Los cambios introducidos en el texto de los problemas fueron mínimos, en concreto los precios se adaptaron a la moneda de Venezuela y en algunos problemas se incluyó un apartado como fue el cálculo del dominio.

Este cuestionario fue contestado, de manera voluntaria, por un grupo de alumnos que participaron a propuesta de sus profesores. Se trató de un grupo heterogéneo de 38 alumnos de los cuales: dos tenían aprobada la asignatura “Matemática I”, cuatro cursaban la asignatura “Matemática II” y el resto ya habían estudiado la unidad de funciones en la asignatura “Introducción a la Matemática” en la especialidad de Economía (sus edades oscilaban entre 17 y 19 años, dándose el caso de un estudiante con 22 años). Entre las diferentes especialidades, se optó por la de Economía puesto que, según la opinión de los profesores, eran los alumnos de la facultad con mayor competencia matemática.

Los alumnos cometieron errores al resolver los tres problemas contextualizados del cuestionario nº 2 tal como se observa en la tabla siguiente:

| Problema | N. de alumnos que se equivocan o no responden |
|---|---|
| 1a | 1 |
| 1b | 2 |
| 1c | 3 |
| 1d | 0 |
| 2a | 6 |
| 2b | 0 |
| 2c | 1 |
| 2d | 1 |
| 2e | 6 |
| 3a | 37 |
| 3b | 32 |
| 3c | 36 |
| 3d | 37 |
| 4a | 27 |
| 4b | 25 |
| 4c | 25 |
| 4d | 25 |
| 5a | 0 |
| 5b | 27 |
| 5c | 21 |
| 5d | 25 |

Tabla 1. Número de respuestas erradas dadas por los alumnos al cuestionario 2

El éxito en la resolución de los dos problemas descontextualizados fue muy elevado, lo cual contrasta con el poco éxito obtenido en la resolución de los tres problemas contextualizados. Por ejemplo, ninguno de los 38 alumnos pudo contestar todos los apartados del problema nº 3 del cuestionario.

El hecho de que las respuestas de los alumnos al cuestionario fuesen, en la mayoría de los apartados de los tres problemas contextualizados, erróneas permitió concluir que no se sustentaba *la suposición de que los alumnos podrían aplicar sus conocimientos descontextualizados de las funciones fácilmente a la resolución de problemas contextualizados*. Por tanto, el análisis de las respuestas al cuestionario nº 2 permitió tener razones en las que fundamentar la siguiente afirmación o resultado.

*Resultado nº 2*

- *Los alumnos no muestran suficiente competencia en la resolución de problemas contextualizados. Es decir, el significado global de los alumnos que han cursado la asignatura "Introducción a la Matemática" no incorpora prácticas que permitan resolver la mayoría de problemas contextualizados no rutinarios en los que interviene el objeto función.*

El hecho de que los alumnos hubiesen fracasado en este tipo de problemas, y muchos profesores también, permitió llegar al siguiente resultado:

*Resultado nº 3*

- *La validez del siguiente argumento, considerado válido de manera implícita por algunos docentes, es dudosa: <<la matemática que se enseña en la asignatura "Introducción a las Matemáticas" puede ser aplicada posteriormente por el alumno, con cierta facilidad, a situaciones contextualizadas>>.*

# CAPÍTULO 12

# SIGNIFICADO INSTITUCIONAL PRETENDIDO PARA EL OBJETO FUNCIÓN

## RESUMEN

*En este capítulo se hace un análisis del significado institucional pretendido para el objeto función (objetivo 2.1). En concreto, se analiza primero un componente del significado de referencia: el primer nivel de concreción del currículum de la asignatura "Introducción a la Matemática", dedicando una atención especial al bloque que corresponde a las funciones.*

*A continuación, se analizan con detalle dos libros de texto que concretan dicho currículum –dichos libros, por una parte son componentes del significado de referencia pero, como durante algún tiempo han sido los libros de texto recomendados al alumnado, se han considerado también como el significado pretendido-.*

*Por último, se hace un análisis comparativo de dichos textos con dos textos del estado español, uno editado el año 1976, época en la que las "matemáticas modernas" eran la base del currículum y otro, publicado el año 1997, cuando la concepción constructivista ya era la base psicopedagógica del currículum. Para el análisis y comparación de las unidades didácticas de los 4 libros estudiados se recurre, sobre todo, al constructo "configuración epistémico" del EOS y se muestra su potencia como herramienta de análisis y comparación de textos (objetivo 3.2)*

*Dichos análisis, nos permitieron llegar a la siguiente conclusión: la enseñanza actual de las funciones en la institución investigada es descontextualizada y más cercana al modelo formalista que al modelo constructivista.*

## 1 CURRÍCULUM DE LA ASIGNATURA "INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA"

El año 1991 se publicó, en la FaCES, el primer nivel de concreción del currículum de la asignatura "Introducción a la Matemática". De acuerdo con el enfoque ontosemiótico, expuesto en el capítulo 2, dicho currículum es uno de los componentes del significado de referencia que se puede considerar como el primer nivel de concreción. Este documento se organiza en cuatro unidades: I) Lógica, II) Teoría de conjuntos, III) Cuantificadores y IV) Funciones reales. Cada unidad se estructura en tres columnas llamadas “objetivos”, “contenidos” y “estrategias metodológicas”.

Lo primero que hay que destacar es la falta de una introducción general en este documento. Cada unidad empieza con un objetivo general terminal que se concreta en varios objetivos terminales específicos. En la columna de contenidos se recogen sólo contenidos conceptuales. Por tanto, otro aspecto a destacar es la ausencia de contenidos procedimentales y actitudinales. Las estrategias metodológicas que se proponen básicamente son la explicación teórica descontextualizada y la resolución de ejercicios de aplicación de la teoría. Por tanto, otro aspecto a destacar es la ausencia de estrategias metodológicas que contemplen los procesos inductivos, la contextualización -si exceptuamos la estrategia metodológica 10.1.1: Resolución de problemas de aplicación de la línea recta a las Ciencias Económicas y Administrativas-, el uso de diferentes lenguajes y las traducciones entre ellos, así como el uso de recursos tecnológicos.

En esta investigación nos hemos centrado en la Unidad IV que trata sobre funciones reales. En la tabla 1 que se muestra a continuación se detallan los objetivos, contenidos y estrategias metodológicas de dicha unidad:

| Objetivos | Contenidos | Estrategias metodológicas |
|---|---|---|
| 1.1 Enunciar la definición de función de una variable en $\Re$<br>1.2 Determinar si una gráfica de $\Re$, representa una función<br>1.3 Expresar la notación apropiada de una función, identificando la variable independiente y la variable dependiente | 1 función de $\Re$ en $\Re$ | 1.1.1 Explicación teórica de la definición de función de $\Re$ en$\Re$.<br>1.1.2 Explicación teórica, mediante el estudio de gráficas, de relaciones, funciones y sus diferencias.<br>1.3.1 Explicación teórica de la notación de una función y=f(x) donde se identifiquen la variable independiente y la variable dependiente |
| 2.1 Enunciar las definiciones del Dominio y Rango de funciones en $\Re$ | 2 Dominio y Rango | 2.1.1 Enunciar teóricamente las definiciones de Dominio y Rango de funciones de $\Re$ en $\Re$ |
| 2.2 Determinar el Dominio y el Rango de funciones de $\Re$ en $\Re$ | | 2.2.1 Explicación teórica para determinar el Dominio y el Rango de gráficas de funciones en $\Re$ |

| | | |
|---|---|---|
| 3.1 Enunciar las definiciones de función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva<br>3.2 Determinar si una función es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva | 3 Función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva | 3.1.1 Explicación teórica de la definición de función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva.<br>3.2.1 Resolución de ejercicios para determinar si una función es inyectiva,<br><br>sobreyectiva o biyectiva, con el uso de diagramas sagitales y gráficas en $\Re^2$ |
| 4.1 Determinar la función inversa, si existe, de una función dada | 4 Función inversa | 4.1.1 Explicación teórica del procedimiento para determinar la inversa de una función dada.<br>4.1.2 Resolución de ejercicios donde se determine la función inversa, si existe, de una función dada. |
| 5.1 Enunciar la definición de función lineal<br>5.2 Determinar el Dominio y el Rango de una función lineal | 5 Función lineal. Dominio y Rango | 5.1.1 Explicación teórica de la definición de función lineal.<br>5.2.1 Resolución de ejercicios para determinar el Dominio y el Rango de una función lineal (Polinomio de primer grado).<br>Clasificación de función lineal. |
| 6.1 Identificar el signo de la pendiente de una función lineal, según su ángulo de inclinación<br><br>6.2 Identificar la función identidad, constante y nula | 6 Función lineal:<br>Ángulo de inclinación y pendiente<br>Función identidad<br>Función Constante y función nula | 6.1.1 Explicación teórico-práctica mediante gráficas en $\Re^2$ del ángulo de inclinación lineal<br>$0º < \alpha < 90º$<br>$90º < \alpha < 180º$<br>$\alpha < 0º$<br>Y su relación con la pendiente de la función lineal<br>$m > 0$<br>$m<0$<br>$m=0$<br>respectivamente<br><br>6.2.1 Explicación teórica práctica de las funciones lineales: Identidad, constante y nula<br>6.2.2 Resolución de ejercicios para graficar las funciones lineales identidad, constante y nula |

| | | |
|---|---|---|
| 7.1 Determinar las diversas ecuaciones de la recta<br><br>7.2 Hallar la ecuación de la recta que pasa por un punto y de pendiente conocida<br><br>7.3 Hallar la ecuación de la recta con pendiente conocida y ordenada en el origen | 7 Formas de la ecuación de la recta<br><br>a) Que pasa por dos puntos<br><br>b) Que pasa por un punto y de pendiente conocida | 7.1.1 Explicación teórica de la ecuación que permite hallar la recta que pasa por dos puntos<br>7.1.2 Resolución de ejercicios para hallar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos<br>7.2.1Explicación teórica de la ecuación que permite hallar la recta que pasa por un punto y de pendiente conocida<br>7.2.2 Resolución de ejercicios para hallar la ecuación de la recta que pasa por un punto y de pendiente conocida |
| 7.4 Hallar la ecuación de la recta con pendiente conocida y ordenada en el origen | c) simétrica<br>d) pendiente y ordenada en el origen | 7.3.1 Explicación teórica de la ecuación de la recta simétrica<br>7.3.2 resolución de ejercicios para hallar la ecuación de la recta simétrica<br>7.4.1 Explicación teórica de la ecuación de la recta con pendiente conocida y ordenada en el origen<br>7.4.2 Resolución teórica de la ecuación de la recta con pendiente conocida y ordenada en el origen |
| 8.1 Identificar la ecuación general de la recta<br><br>8.2 Identificar la ecuación d la recta vertical y graficarla | 8 Ecuación general de la recta vertical | 8.1.1 Explicación teórica de la ecuación general de la recta $AX + BY + C = 0$<br>8.1.2 Explicación teórica del procedimiento para determinar la pendiente de una recta, dada su ecuación general<br>$m = -\frac{A}{B}$<br>8.2.1 Resolución de ejercicios para graficar rectas, cuando $B = 0$ |
| 9.1 Aplicar la condición de paralelismo y la condición de perpendicularidad para determinar la ecuación de una recta | 9 Condición de paralelismo y condición de perpendicularidad | 9.1.1 Explicación teórico práctica de las condiciones de paralelismo y perpendicularidad<br>9.1.2 Resolución de ejercicios donde se apliquen las condiciones de paralelismo o de perpendicularidad, para hallar la ecuación de la recta |

| | | |
|---|---|---|
| 10.1 Aplicar la condición de la recta para resolver diversos problemas de las Ciencias Económicas y Administrativas | 10 Aplicación de la recta a problemas Económicos y Administrativos | 10..1.1 Resolución de problemas de aplicación de la línea recta a las Ciencias Económicas y administrativas |
| 11.1 Identificar la ecuación de la función cuadrática | 11 Función cuadrática (Polinomio de segundo grado). Dominio y Rango Clasificación | 11.1. 1 Explicación teórica de la ecuación de la función cuadrática ( polinomio de segundo grado), así como de su Dominio y Rango<br>11.2.1 Explicación teórica práctica de la determinación del vértice de una función cuadrática y los cortes con los semi- ejes cartesianos<br>11.2.3 Resolución de ejercicios para graficar funciones cuadráticas con el coeficiente de segundo grado positivo y el discriminante negativo, cero y positivo; y determinar el Rango de la función<br>11.2.4 Ejercicios variados para clasificar la función cuadrática |
| 12.1 Identificar una función racional<br><br>12.2 Determinar el Dominio de funciones racionales | 12 Función racional<br>$Y = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ | 12. 1.1 Explicación teórica de la definición de función racional. Importancia<br>12.1.2 Explicación teórica de la condición necesaria para que la función racional esté definida.<br>12..2..2 Resolución de ejercicios que conduzcan a la determinación del Dominio, Rango y clasificación de funciones racionales |

Tabla 1. Objetivos, contenidos y estrategias metodológicas de la Unidad IV

Los objetivos, contenidos y estrategias de la unidad de funciones se pueden agrupar en los siguientes bloques:

1) Función real de variable real. Operaciones con funciones.

2) Función lineal. Ecuaciones de la recta.

3) La función cuadrática.

4) Función racional.

5) Función irracional.

6) Función exponencial y logarítmica.

7) Función definida por intervalos.

8) Inecuaciones.

## 2 ANÁLISIS DE DOS LIBROS DE TEXTO

De acuerdo con el enfoque ontosemiótico, expuesto en el capítulo 2, entendemos que los libros de texto, de entrada, son un componente del significado de referencia. Ahora bien, al ser seleccionados como libros recomendados a los alumnos se pueden considerar, también, como el significado pretendido. Dicho significado pretendido se puede considerar como un segundo nivel de concreción del currículum de la asignatura "Introducción a la Matemática".

En la investigación que presentamos se realizó el análisis de los siguientes textos (identificados respectivamente como texto I y II a partir de ahora) elaborados por docentes de la cátedra "Introducción a la Matemática":

Texto I: Agudo, C y Peña, G. (2002). *Lógica y Matemática***.** Caracas. EFA

Texto II: Ramos, A. y Sequera, E. (2000). *Módulo de funciones reales***.** Documento interno de la Universidad de Carabobo.

El texto I está dividido en 5 capítulos que pretenden ser una concreción del primer nivel del currículum de la asignatura "Introducción a la Matemática". De los 5 capítulos tratados en este texto, nos hemos centrado en el estudio del capítulo V titulado "Funciones", el cual se corresponde con la unidad 4 del primer nivel de concreción.

El texto II está organizado en 5 unidades que pretenden ser una concreción de la unidad 4 del primer nivel del currículum de la asignatura "Introducción a la Matemática".

En una unidad didáctica (o en cada secuencia de actividades) se introduce un determinado tipo de lenguaje, se proponen una serie de situaciones problemas, se introducen determinados conceptos y también se argumentan determinadas propiedades y acciones (procedimientos, técnicas, etc.). Por tanto, las unidades didácticas (o secuencias de actividades) propuestas en los libros de texto se pueden considerar como la presentación, organizada y estructurada, en un determinado periodo de tiempo de *lenguaje, situaciones, conceptos, propiedades, argumentos y acciones*. A esta organización de objetos que se puede observar en cada unidad didáctica (o secuencia de actividades), de acuerdo con el enfoque ontosemiótico, la llamaremos "configuración epistémica" (CE, a partir de ahora). En esta investigación, hemos analizado las CE de los 8 bloques en que se divide la unidad 4 del primer nivel del currículum de los dos textos citados anteriormente. A continuación sigue, por cuestiones de espacio, sólo el análisis de las CE correspondientes al primer bloque.

La configuración epistémica correspondiente al bloque 1 "Función real de variable real. Operaciones con funciones" propuesta en cada uno de los dos textos tiene la siguiente estructura:

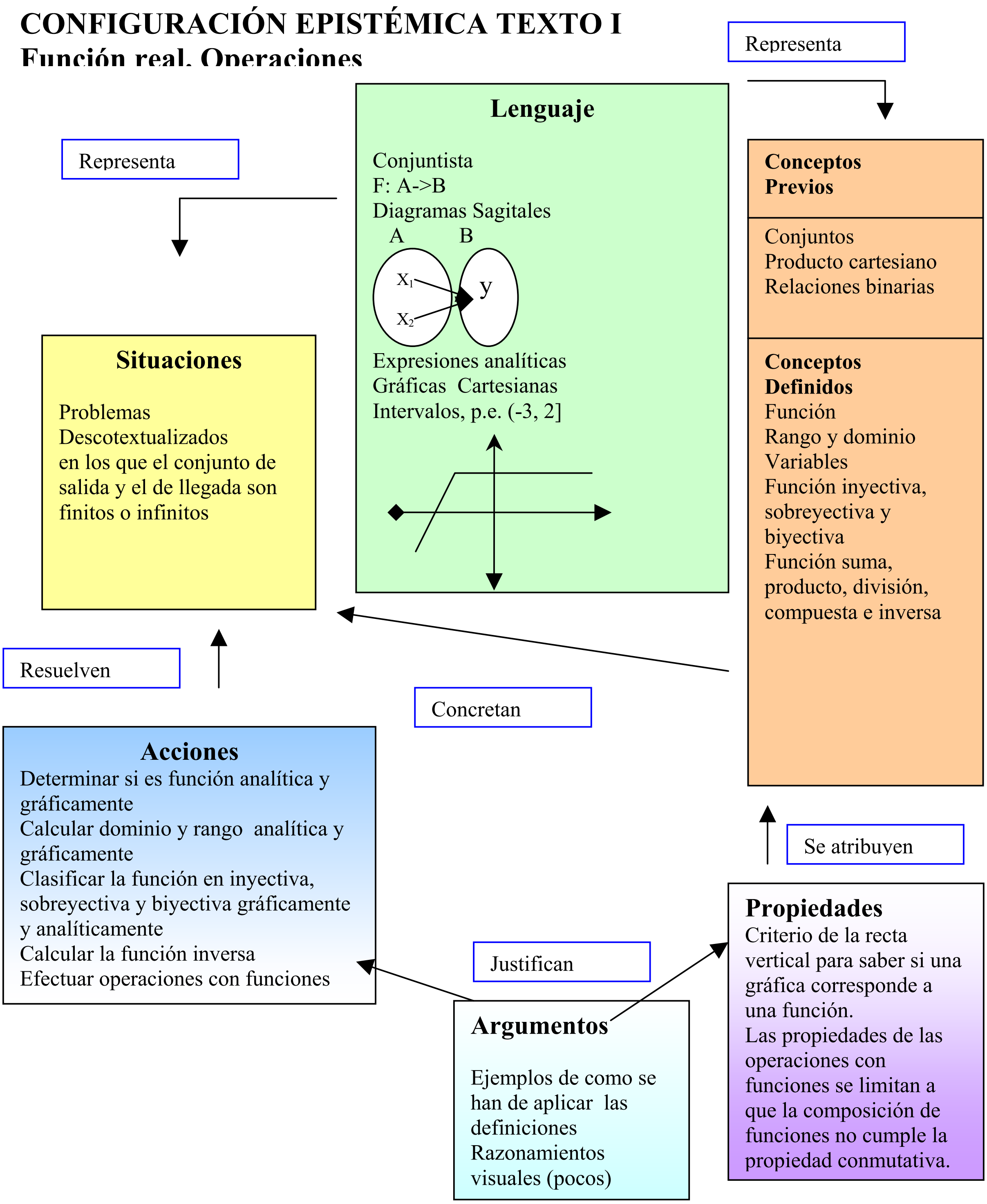



Figura 1. Configuración Epistémica Texto I. Función real. Operaciones

## CONFIGURACIÓN EPISTÉMICA
## TEXTO II
## Función real. Operaciones con funciones

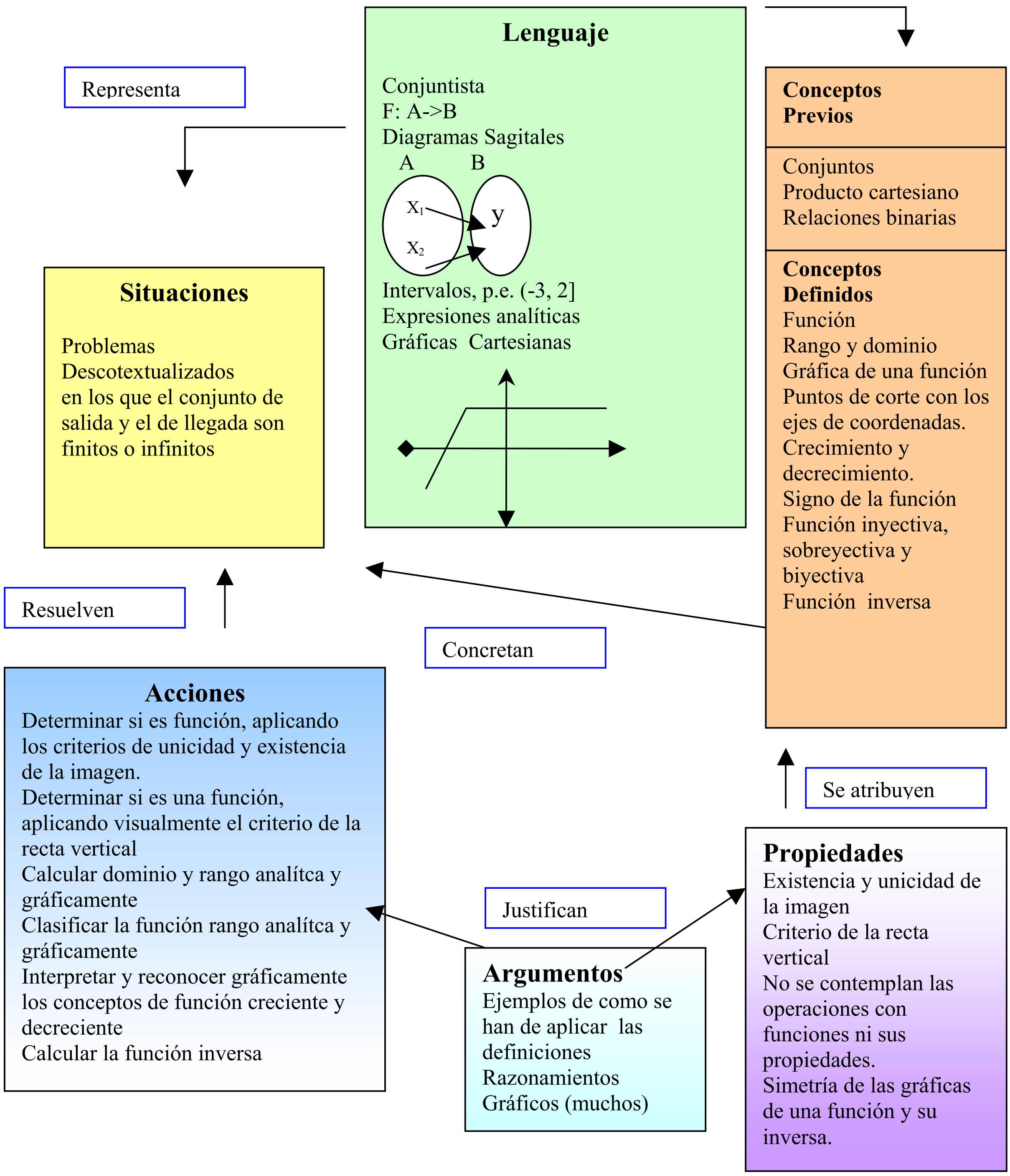



Figura 2. Configuración Epistémica Texto II. Función real. Operaciones

- En los dos textos se comienza con una pequeña introducción para entender el concepto de función real. En ambos textos se considera a la función como un caso particular de las relaciones binarias. En el texto I se relaciona también la idea de función con la relación entre magnitudes mediante dos ejemplos, aunque después no se profundiza en ello.

  El concepto de función es tratado, en ambos textos, como un concepto estático definido en términos conjuntistas. Por ejemplo, el texto II da esta definición:

| |
|---|
| Sean A y B dos conjuntos no vacíos en los cuales se define una relación de A en B. <u>Se dice que dicha relación es una función sí y sólo si a todo elemento de A se relaciona con un solo elemento del conjunto B</u> |

- En los primeros ejemplos, los conjuntos de salida y de llegada son finitos, y las funciones se representan mediante diagramas sagitales. Posteriormente se pasa a conjuntos infinitos que se representan mediante gráficos cartesianos.
- En el segundo texto estudiado se distinguen explícitamente las condiciones de existencia y unicidad, mientras que en el primero dichas condiciones quedan implícitas.
- Para hacer más intuitivo el concepto de función los autores del texto II utilizan la metáfora de una impresora. El primer texto en ningún caso recurre al uso de metáforas explícitas.
- El concepto de función sufre una descontextualización.
- El concepto no es producto de una construcción, el docente primero lo define y luego lo ilustra con varios ejemplos.
- El paso de ejemplos de funciones cuyos conjuntos de salida y de llegada son finitos a ejemplos en los que dichos conjuntos son infinitos se tiene muy en cuenta en el texto II, mientras que en el texto I la posible dificultad de dicho salto no se tiene en cuenta.
- En todos los ejemplos hay una sola forma de representación. En la mayoría de los ejemplos descontextualizados, esta forma de representación es una gráfica y en menor medida, una expresión analítica.
- No se establecen problemas contextualizados. Ahora bien, en los pocos ejemplos donde se usa un contexto no matemático, (caso del texto I) la forma de representación es una expresión analítica.

- No se proponen actividades cuyo objetivo sea la conversión enunciado-tabla, enunciado-gráfica, gráfica-tabla, etc.
- Se utilizan muchas gráficas cartesianas, pero no hay una definición previa de “gráfica de una función”.
- Al inicio del tema se utilizan contraejemplos, con formato de diagrama sagital para mostrar relaciones que no son funciones. Estos contraejemplos se abordan luego en el plano cartesiano y se introduce el criterio de la recta vertical, pero no hay una explicación, al menos en el texto I, previa de dicho criterio. En este sentido, se diferencian estos dos materiales. Mientras que en el texto I, se asumen ciertos conceptos como previos, en el texto II, se explican antes de ser utilizados.
- El texto I define el concepto de variable dependiente e independiente, pero como paso previo, a la definición de los conceptos de dominio y rango, aunque no hay una explicación del porqué hay que cambiar de la terminología conjuntista a la terminología de variables. El texto II no introduce esta terminología.
- En los dos textos la forma inicial de ejemplificar, tanto el dominio, como el rango, de una función, es a través de conjuntos finitos. Posteriormente, se introduce el lenguaje de los intervalos de la recta real para representar el dominio y el rango de funciones reales de variable real.
- En el caso de conjuntos finitos, primero se determinan los pares del producto cartesiano que cumplen con la relación. Después se identifica el dominio con las primeras coordenadas de dichos pares y el rango con las segundas.
- En el texto II se da más peso a los razonamientos visuales que en el I (para determinar si la gráfica corresponde a una función, para clasificar las funciones, para estudiar el crecimiento y el decrecimiento, etc.).
- En el texto I se utilizan ejemplos en los que se introducen conceptos que son tratados de manera muy superficial y que los alumnos no conocen (por ejemplo, límite y asíntota).

## 3 ANÁLISIS DE DOS TEXTOS DEL ESTADO ESPAÑOL

Para poder efectuar un análisis comparativo de estos dos libros de textos con dos modelos pedagógicos muy definidos (formalista y constructivista) se hizo también el análisis de otros dos textos (del estado español) que se correspondían claramente con estos dos modelos pedagógicos. El primer texto se editó el año 1976, época en la que las “matemáticas modernas” eran la base del currículum español y el otro fue publicado el año 1997, cuando la concepción constructivista ya era la base psicopedagógica del currículum del Estado español. (identificados, respectivamente, como texto III y IV a partir de ahora):

Texto III: Anzola, M y otros (1976). *Matemática 2***.** Madrid: Santillana

Texto IV: Bujosa, J. M. y otros (1997). *Matemàtiques aplicades a les ciències socials 1*. Barcelona: Castellnou

A continuación siguen las CE de estos dos textos del Estado español correspondientes al bloque 1 “Función real de variable real. Operaciones con funciones”

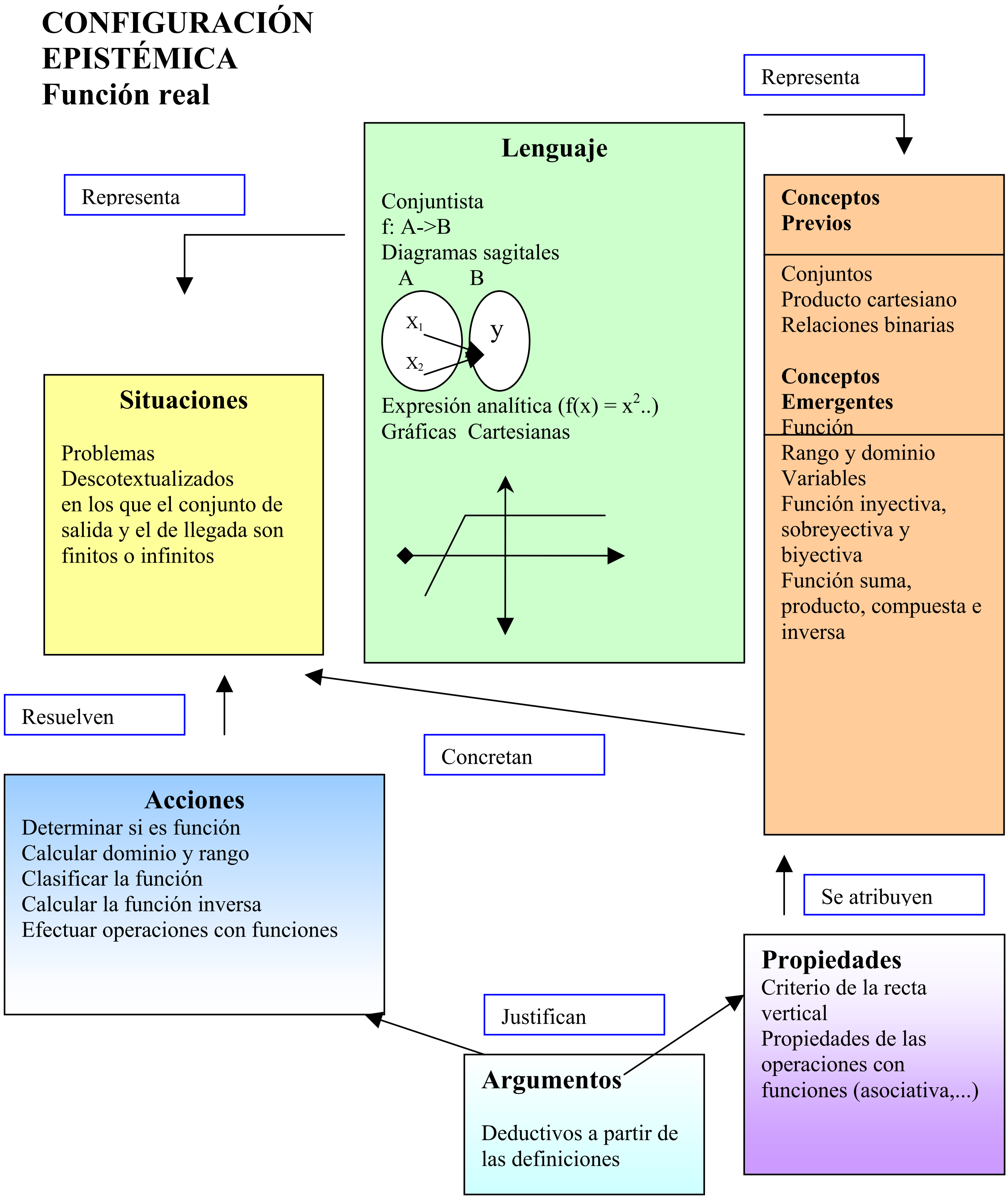



Figura 3. Configuración Epistémica de la organización de la Unidad de Funciones

El concepto de función se define como un caso particular de relación: “una relación es una función sí y sólo si todo elemento de A se relaciona con un solo elemento del conjunto B”. El concepto de función se presenta de una manera descontextualizada y las situaciones problemas, o bien son ejemplos que sirven para ilustrar la definición, o bien son problemas descontextualizados propuestos al final de la unidad con el objetivo de que los alumnos apliquen el concepto de función. Es decir, las situaciones problema sólo tienen la función de concretar el concepto de función, en ningún caso sirven para que se construya dicho concepto a partir de ellas.

El lenguaje utilizado, básicamente, es el conjuntista. Para los conjuntos infinitos se recurre a las gráficas cartesianas y, en algunos casos, también se recurre a expresiones simbólicas. No se contemplan las conversiones entre diferentes formas de representación y, en los pocos casos que esto sucede, siempre es la conversión de expresión simbólica a gráfica.

La metodología implícita es la siguiente: el profesor define los conceptos, pone ejemplos y demuestra propiedades (de manera deductiva) mediante una clase magistral. Los alumnos han de aplicar dichos conceptos y propiedades a la resolución de problemas descontextualizados.

Esta unidad se impartía a continuación de otra unidad titulada “Aplicaciones” y era seguida de otras tres unidades tituladas “Simetría, monotonía y acotación”, “límites” y “continuidad de funciones reales”. En la unidad previa se introducían, entre otros, los conceptos de correspondencia, relaciones binarias, relaciones de equivalencia y conjunto cociente y aplicaciones. En las tres unidades posteriores se introducían los conceptos de simetría, monotonía, acotación; los límites finitos e infinitos definidos en términos de epsilones y deltas; y la continuidad a partir del concepto de límite. Por otra parte, se suponía que en cursos anteriores los alumnos ya conocían algunos modelos de funciones (de proporcionalidad directa, afín y cuadrática) y que iban a estudiar en otras dos unidades posteriores las funciones circulares y las funciones exponenciales y logarítmicas.

La organización de la unidad de funciones propuesta en el libro del año 1997, titulada “Funciones” se puede representar mediante la siguiente *configuración epistémica*:

**CONFIGURACIÓN EPISTÉMICA**
**Función real**

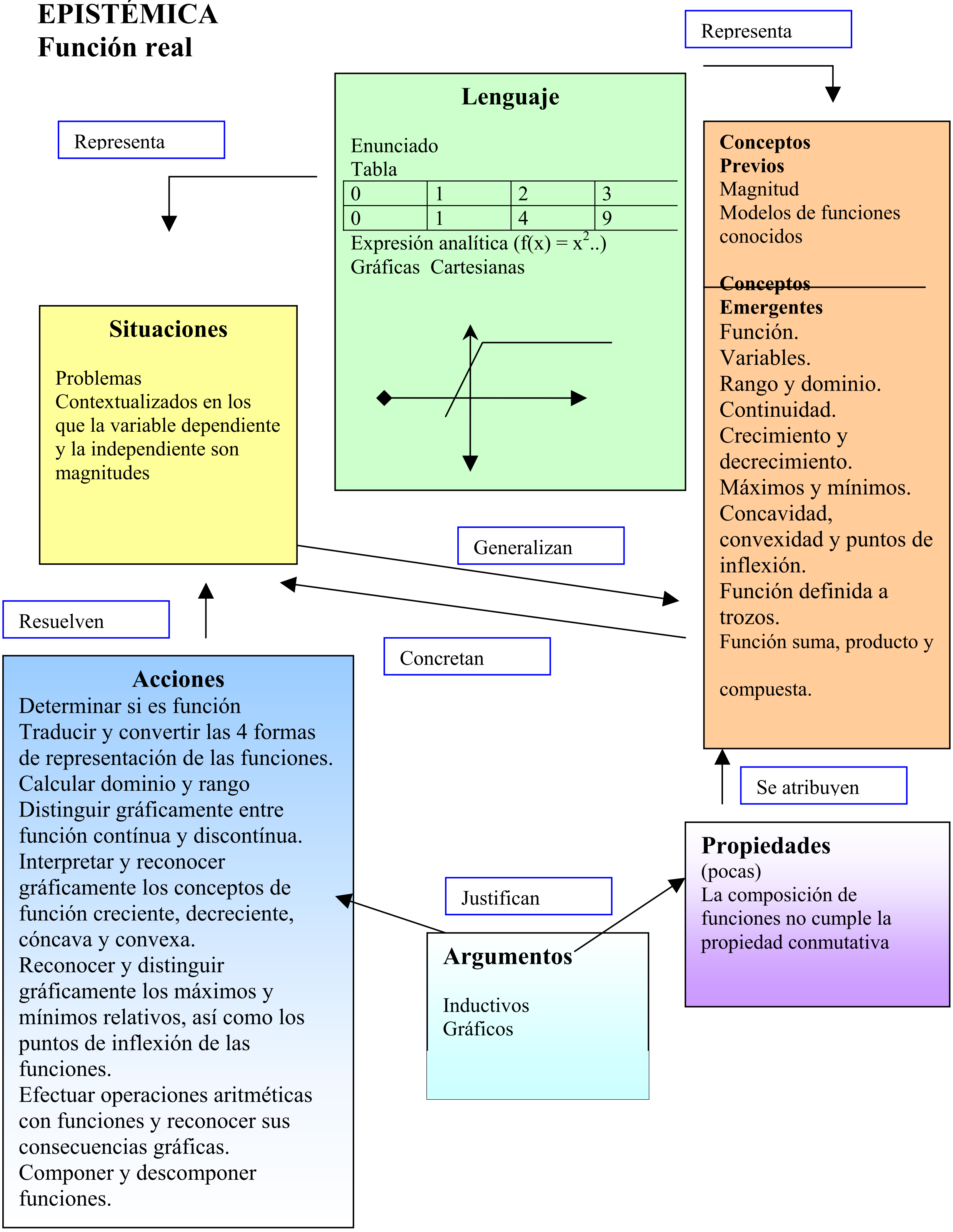


Figura 4. Configuración Epistémica de la organización de la Unidad de Funciones

La unidad sigue la estructura siguiente: (a) problemas contextualizados introductorios, (b) desarrollo de la unidad didáctica con problemas contextualizados de aplicación intercalados y (c) problemas contextualizados de consolidación propuestos al final del tema.

El concepto de función se generaliza a partir de diferentes situaciones en las que hay una relación entre magnitudes. No se necesitan conceptos previos conjuntistas (por ejemplo, el de correspondencia). El concepto de función se presenta de una manera contextualizada, ya que se proponen situaciones problemas al inicio de la unidad cuyo objetivo es facilitar al estudiante su construcción del concepto de función. En este caso, no se trata tanto de aplicar conocimientos matemáticos acabados de estudiar, sino que el objetivo es presentar una situación del mundo real que el alumno puede resolver con sus conocimientos previos (matemáticos y no matemáticos). Son problemas introductorios diseñados para que queden dentro de la zona de desarrollo próximo (en términos de Vygotsky). Su principal objetivo es facilitar la construcción, por parte de los alumnos, de los conceptos matemáticos nuevos que se van estudiar en la unidad didáctica.

El lenguaje conjuntista ha desaparecido. En cambio, se introducen cuatro formas de representación de las funciones (enunciado, tabla, gráfica y fórmula) y se proponen actividades cuyo objetivo es la traducción dentro del mismo tipo de representación y la conversión entre diferentes formas de representación.

La metodología implícita es la siguiente: el profesor propone problemas que los alumnos han de intentar resolver (normalmente en grupo). En el proceso de puesta en común de las soluciones, además de resolver los problemas, se van construyendo los conceptos de la unidad. Estos conceptos se relacionan y organizan para ser primero aplicados a ejercicios y después ser utilizados en la resolución de problemas contextualizados más complejos.

Puesto que se pretende que los conceptos, propiedades y procedimientos surjan a partir de generalizaciones y de procesos de abstracción adecuados a la edad de los estudiantes, la argumentación deductiva es casi inexistente. El tipo de argumentación que se utiliza es de tipo inductivo. También tiene un papel importante la argumentación a partir de gráficas para distinguir gráficamente entre función continua y discontinua; reconocer gráficamente los conceptos de función creciente, decreciente, cóncava y convexa;

reconocer y distinguir gráficamente los máximos y mínimos relativos, así como los puntos de inflexión de las funciones.

Otro aspecto a destacar es que esta unidad incorpora de manera explícita pocas propiedades. De hecho, sólo resalta que la composición de funciones no cumple la propiedad conmutativa. En cambio, en la unidad de 1976 se resaltan muchas propiedades de las operaciones con funciones puesto que se tiene como objetivo caracterizar al conjunto de las funciones reales como grupo abeliano (si se considera como operación interna la suma); como anillo conmutativo con unidad (si se consideran la suma y el producto) o como espacio vectorial (si se considera la suma y el producto de una función por un número).

En el esquema siguiente, se pueden observar a la derecha de la línea discontinua los contenidos de la unidad, en color gris los modelos de funciones que se suponen conocidos antes de iniciar el estudio de esta unidad y, en color blanco, los modelos de funciones que serán estudiados en unidades posteriores.

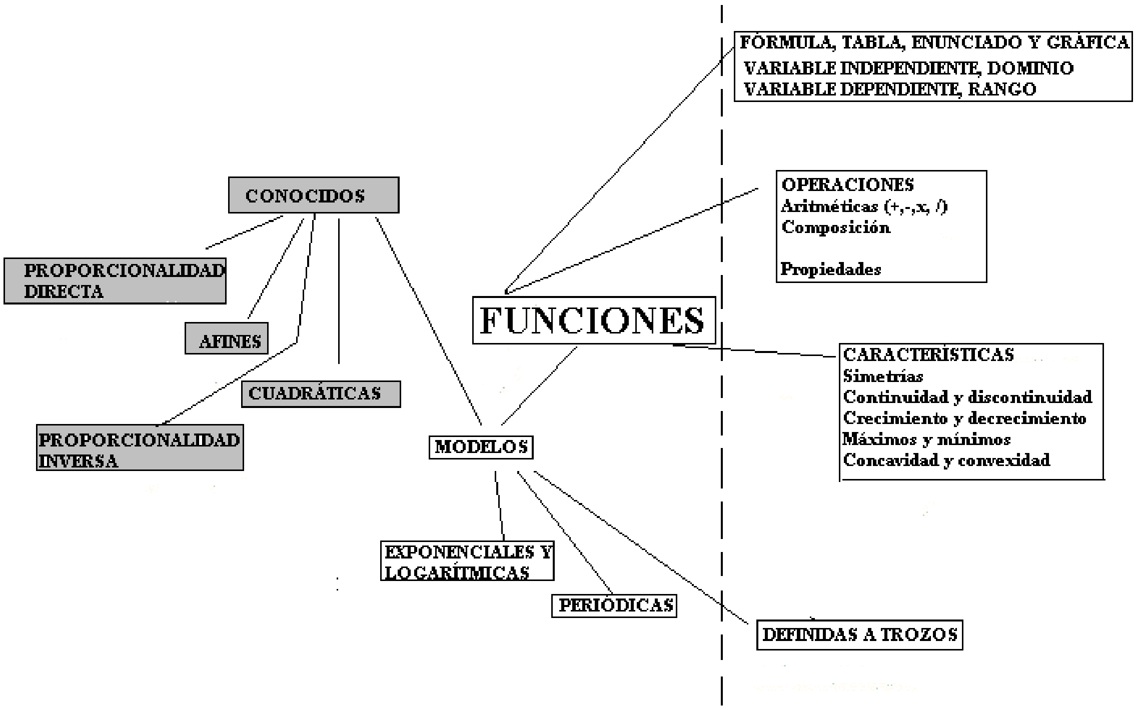



Figura 4. Modelos de funciones estudiados, antes y después, de la unidad de funciones

El cambio que se puede observar entre estos dos libros de texto del Estado español es el resultado de diferentes factores. Algunos son generales, como es el caso de la reflexión de tipo constructivista sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje, pero otros son específicos de la investigación didáctica sobre las funciones, en especial, la investigación sobre el papel que juegan las diferentes representaciones en la construcción de dicho objeto.

## 4 COMPARACIÓN DE LOS DOS LIBROS DE TEXTOS VENEZOLANOS CON LOS DOS LIBROS DE TEXTO ESPAÑOLES.

La conclusión a la que se llega de la comparación de los cuatro textos es que los dos textos venezolanos presentan casi todas las características del texto español correspondiente al modelo pedagógico formalista (texto III). La primera diferencia, a destacar, es que en los textos venezolanos no se pretende introducir las estructuras algebraicas de las funciones, por lo cual las propiedades de las operaciones con funciones o no se enuncian explícitamente (texto II) o cuando sí se hace, no se demuestran (texto 1).

La segunda diferencia, es que el tipo de argumentación deductiva ha desaparecido y lo que se hace es poner ejemplos del procedimiento a seguir. Por otra parte, se da más peso a los razonamientos visuales que en el texto III (donde prácticamente son inexistentes) pero mucho menos que en el texto IV (donde son ampliamente usados). Es de destacar que, a pesar de que se abandona el razonamiento estrictamente deductivo, no se opta en ningún caso por razonamientos de tipo inductivo.

De los análisis anteriores, se concluye que la primera impresión que se tenía sobre el significado prendido institucional se tenía que refinar de la manera siguiente:

*Resultado 4*

- *la enseñanza actual de las funciones en la institución investigada es descontextualizada y más cercana al modelo formalista que al modelo constructivista.*

Se puede afirmar que el tipo de enseñanza que se propone en los dos textos venezolanos, por una parte ha perdido la coherencia del modelo formalista pero, por otra parte, mantiene la mayoría de sus características.

Por último, cabe resaltar que en los dos textos venezolanos no se contemplan en ningún caso problemas contextualizados, incluso en el apartado de las funciones lineales donde el primer nivel de concreción del currículum recomienda explícitamente una estrategia metodológica de contextualización (la 10.1.1).

# CAPÍTULO 13

# VALORACIÓN DE LOS DOCENTES SOBRE LA IDONEIDAD DE LOS PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS

## RESUMEN

*En este capítulo se explica como se comenzó a indagar cuáles de los cinco criterios de idoneidad, propuestos por el EOS, tenían en cuenta los profesores a la hora de considerar la posibilidad de incorporar problemas contextualizados en el significado institucional pretendido (objetivo 2.5). Para ello se diseñó un cuestionario cuyo objetivo era saber: 1) la opinión de los docentes con relación a la ubicación de los ocho problemas del cuestionario1 en el currículum de la asignatura, 2) su opinión sobre la utilidad de dichos problemas para los alumnos, 3) cuál era el aspecto que consideraban más novedoso de este tipo de problemas, 4) las dificultades que, en su opinión, podían tener los alumnos al resolver estos problemas y 5) qué contenidos del currículum se tendrían que modificar para incorporar este tipo de problemas.*

*El análisis de las respuestas al cuestionario muestra que, a pesar de la buena disposición manifestada, los docentes consideran dos tipos de problemas, relacionados con los alumnos, para la incorporación de la enseñanza contextualizada de las funciones. El primero tiene que ver con el criterio de idoneidad cognitivo ya que resaltan la falta de conocimientos previos de los alumnos, mientras que el segundo tiene que ver con el criterio emocional puesto que los profesores resaltan el siguiente hecho: la falta de hábito y de conocimientos previos puede desmotivar a los alumnos. También consideran dos tipos de problemas, relacionados con el programa de la asignatura, el primero tiene que ver con el criterio mediacional (falta de tiempo) mientras que el segundo era que no estaba contemplado en el programa. Por otra parte, manifiestan la necesidad de que el significado de sus objetos, matemáticos y didácticos, incorpore prácticas matemáticas que permitan resolver problemas contextualizados y también prácticas que les permitan impartir una enseñanza contextualizada de las funciones. Por último, en el caso hipotético de que el currículum tuviera que incorporar este tipo de problemas, la mitad de los profesores considera que se tendrían que reducir otros contenidos (en especial los de la unidad de lógica y teoría de*

*conjuntos) o bien ampliar el currículum incorporando un contenido sobre la aplicación de las funciones a situaciones de contexto real.*

*Con el propósito de triangular los resultados del cuestionario 3 se diseñó una entrevista semiestructurada cuyo objetivo era ahondar en sus respuestas a los aspectos tratados en dicho cuestionario. El formato de dicha entrevista brindó la oportunidad de un diálogo en tiempo real para ampliar, repensar, modificar, etc. sus respuestas y también para indagar más a fondo sobre puntos que no estaban del todo claro en ellas.*

*El resultado novedoso de estas entrevistas fue que los profesores se mostraron partidarios de mantener primero el modelo de enseñanza formal y descontextualizado, para después pasar a las aplicaciones de las matemáticas a situaciones de la vida real (aunque discreparon sobre dónde introducir dichas aplicaciones). Esta discrepancia puede dar pie a un cambio del significado pretendido que implique la incorporación de situaciones contextualizadas en la asignatura "Introducción a las Matemáticas".*

## 1 CUESTIONARIO 3

Como resultado de los dos primeros procesos de triangulación (ver los tres capítulos anteriores) estábamos en condiciones de responder a la pregunta ¿qué sucediendo aquí? con relación a la competencia de los alumnos en la resolución de problemas contextualizados. Se tenía una respuesta, como resultado de la documentación y análisis de determinados detalles de la práctica concreta de la institución, que ya no era general y poco detallada, sino que era una respuesta que generaba un conocimiento específico sobre la institución investigada.

El siguiente paso, de acuerdo con la metodología interpretativa adoptada en esta investigación, fue comenzar a conocer la interpretación de los actores sobre lo que estaba sucediendo y la posibilidad de cambiarlo.

En el capítulo 2 hemos visto como las nociones teóricas elaboradas por el enfoque ontosemiótico permiten abordar cuestiones como las siguientes: ¿De qué variables o factores depende la idoneidad de un proceso de estudio matemático? ¿En qué medida es idóneo el proceso de estudio observado? ¿Cómo evaluar la idoneidad de un proceso de estudio matemático? , etc. En dicho enfoque, se considera que la idoneidad global de un proceso de estudio (planificado o bien efectivamente implementado) se debe valorar teniendo en cuenta los cinco criterios de idoneidad siguientes: *epistémico, cognitivo, emocional, semiótico y mediacional.*

Estos cinco criterios son herramientas que pueden ser muy útiles, tanto para organizar y analizar las prácticas discursivas del profesorado sobre cómo debería ser el proceso de instrucción, como para valorar las prácticas que intervienen en la determinación del significado pretendido, el implementado y el evaluado.

Para indagar cuáles de estos cinco criterios tenían en cuenta los profesores a la hora de considerar la posibilidad de incorporar problemas contextualizados en el significado institucional pretendido se diseñó el cuestionario nº 3. En concreto, después de cada uno de los ocho problemas del cuestionario nº 1 se le añadieron apartados finales cuyo objetivo era saber: 1) la opinión de los docentes con relación a la ubicación de los ocho problemas del cuestionario en el currículum de la asignatura, 2) su opinión sobre la utilidad de dichos problemas para los alumnos, 3) cuál era el aspecto que consideraban más novedoso de este tipo de problemas, 4) las dificultades que, en su opinión, podían tener los alumnos al resolver estos problemas y 5) qué contenidos del currículum se tendrían que modificar para incorporar este tipo de problemas.

CUESTIONARIO 3

**1)**
e) ¿Qué opinas acerca de este tipo de problema?
f) ¿En que lugar del currículo de la asignatura crees que se podría colocar?
g) ¿Crees que este tipo de problema sería de utilidad para los alumnos?
h) ¿Qué aspecto novedoso, según tu opinión, presenta este tipo de problemas con relación al programa de la asignatura?
i) ¿Qué dificultades crees podrían presentarse con la incorporación de este tipo de problemas al currículo de la asignatura?

1. Relacionadas con el alumno
2. Relacionadas con la asignatura
3. Relacionadas con la organización de la Cátedra

**2)**
g) ¿Qué opinas acerca de este tipo de problema?
h) ¿Lo utilizarías en el programa de la asignatura "Introducción a la Matemática"?
i) ¿En qué lugar del currículo de la asignatura crees que se podría colocar?

**3)**
b) ¿Cuál crees sea la gráfica que escogen los alumnos?
c) Crees que una gran mayoría de tus alumnos acertaría la respuesta más apropiada en un:

| | |
|---|---|
| El 100% | |
| Menos de 100% pero Más de 50% | |
| Menos de 50% pero Más de 25% | |
| Menos de 25% pero Más de 10% | |
| Menos de 10% | |

d) ¿Por qué crees que los alumnos harían esta elección?

**4)**
c) ¿Cómo han interpretado la gráfica los alumnos que responden incorrectamente?

**5)**
b) ¿Este tipo de actividades te parece interesante? ¿Qué aspecto novedoso introducen?
c) ¿Qué dificultades crees podrían presentarse con la incorporación de este tipo de problemas al currículo de la asignatura?

1. Relacionadas con el alumno
2. Relacionadas con la asignatura
3. Relacionadas con la organización de la Cátedra

**6)**
d) ¿Crees posible que, problemas como este, tengan cabida en el programa de la asignatura "Introducción a la Matemática?".
e) ¿Esta forma de enfocar la asignatura te parece interesante?
f) ¿Qué aspecto novedoso, introducen al programa actual?
g) ¿Qué dificultades crees podrían presentarse con la incorporación de este tipo de problemas al currículo de la asignatura?

1 Relacionadas con el alumno
2 Relacionadas con la asignatura
3 Relacionadas con la organización de la Cátedra

h) ¿Qué contenidos se le debería agregar o quitar al currículo actual para incorporar este tipo de problemas?

**7)**
c) Observa detenidamente las actividades de los dos apartados anteriores ¿En qué unidad programática del currículo se pueden colocar y qué tema específico del programa crees que traten?
d) ¿Qué opinión te merecen este tipo de problemas?
e) ¿Crees que este tipo de problemas pueden ser de utilidad para el aprendizaje de algún contenido de la asignatura "Introducción a la Matemática"?

**8)**
e) ¿Qué opinión tienes en referencia a este tipo de problema?
f) ¿Crees que serían de utilidad para el aprendizaje de algún contenido de la asignatura "Introducción a la Matemática"?
g) ¿En que parte del programa lo colocarías?

Los criterios que se tuvieron en cuenta para la selección de los apartados del cuestionario nº 3 fueron los siguientes:

1) Que diesen pie a valoraciones y argumentaciones relacionadas con los cinco criterios de idoneidad.

2) Que estuvieran formuladas con el lenguaje que habitualmente utilizan los docentes para valorar la pertinencia y ubicación de una determinada actividad en el currículum de la asignatura.

Este cuestionario fue contestado por seis[1] de los profesores de la institución, cinco licenciados en educación (mención matemática) y uno ingeniero industrial, la experiencia docente variaba entre 10 y 30 años.

Las principales conclusiones extraídas de las respuestas de los docentes fueron:

a) A todos los profesores les parecieron "interesantes" los problemas contextualizados. Por ejemplo, sus respuestas al apartado 6e fueron:

| Profesores | Respuestas |
|---|---|
| 1 | Por supuesto |
| 2 | Sí, pero deberían elaborarse problemas más inherentes a las Ciencias Sociales y Económicas etc. |
| 3 | Sí. Debido a que el conocimiento matemático no existiría si no fuese un modelo aceptable de alguna realidad, como las entidades físicas, y si no ayudaran a tratar problemas empíricos |
| 4 | Sí, pero creo que los problemas deben ser contextualizados con: ventas, costos, precios, etc. En fin temas relacionados con su carrera. |
| 5 | Es interesante, pero el tema a desarrollar se inclina más hacia los fenómenos físicos que hacia los fenómenos económicos |
| 6 | Sí |

Tabla 1. Respuestas al apartado 6e

Y las respuestas al apartado 8e fueron:

| Profesores | Respuestas |
|---|---|
| 1 | Muy bueno e interesante, es una situación que a menudo se aplica en la vida diaria |
| 2 | Relativamente muy bueno |
| 3 | Permite efectuar una aplicación a las funciones por intervalos en la vida real y es útil también en Matemática I |
| 4 | Ayuda a los muchachos a pensar y son excelentes porque se relacionan con su carrera |
| 5 | Permiten al alumno razonar y traducir lo que ocurre en una gráfica |
| 6 | Es una manera sencilla de introducir el uso de variables |

Tabla 2. Respuestas al apartado 8e

Los docentes encontraron más interesantes los problemas en los que el contexto fuese una situación económica (costo, compra, etc.) como los problemas nº 1 y nº 8 y menos interesantes los que presentaban contextos poco relacionados con la economía (por ejemplo el problema nº 6).

[1] Sólo contestaron seis de los profesores de la institución por los acontecimientos político-sociales acaecidos en Venezuela en los meses de diciembre y enero de 2002-2003. Estos acontecimientos imposibilitaron reunir a todos los profesores para contestar el cuestionario.

b) La mayoría de los docentes manifiestan una buena disposición para incorporar matemática contextualizada al proceso de instrucción del objeto función. Por ejemplo, sus respuestas al apartado 2h fueron:

| Profesores | Respuestas |
|---|---|
| 1 | Sí, porque si trabajan las definiciones de los conceptos de función ayudaría al estudiante a distinguir cuando una relación es función. |
| 2 | Sí, porque tiene los atributos de buenos e interesantes problemas |
| 3 | Sí, lograría reforzar los conocimientos teóricos del inicio de la unidad IV de funciones |
| 4 | No respondió |
| 5 | Sí, permite al alumno analizar e interpretar las gráficas a estudiar |
| 6 | Sí, como ejemplo de relación directa (función lineal) |

Tabla 3. Respuestas al apartado 2h

Y las respuestas al apartado 8e fueron:

| Profesores | Respuestas |
|---|---|
| 1 | Sí, porque permite trabajar situaciones de la vida diaria, luego formalizarlas, graficarlas y hacer razonamientos |
| 2 | Sí, porque la matemática debe dejar de ser considerada de poca utilidad |
| 3 | Si porque permite efectuar una aplicación a las funciones por intervalos en la vida real y es útil también en matemática I. |
| 4 | Sí, tiene que ver con la vida y con su carrera |
| 5 | Sí, porque el alumno puede obtener una información a simple vista o haciendo cálculos elementales |
| 6 | Sí, porque presenta la introducción de variables |

Tabla 4. Respuestas al apartado 8e

c) En algunos casos, los docentes llegan a concretar exactamente con que contenido del currículum se relaciona cada problema contextualizado al ser preguntados sobre ello. Por ejemplo, sus respuestas al apartado 8g fueron:

| Profesores | Respuestas |
|---|---|
| 1 | En función por intervalo |
| 2 | Resolución de problemas en funciones por intervalos o a trozos |
| 3 | En la unidad III y IV del programa específicamente en función por intervalos y función constante |
| 4 | No respondió |
| 5 | En la unidad IV análisis de funciones |
| 6 | "Relaciones Binarias y función lógica" |

Tabla 5. Respuestas al apartado 8g

d) Al preguntarles sobre los aspectos "novedosos" de este tipo de problemas, con relación al tipo de problemas que ellos utilizan en sus clases, algunos profesores dan respuestas relacionadas con el criterio de idoneidad epistémica ya que resaltan la aplicación de las matemáticas a situaciones extra matemáticas:

*"Formulación de modelo matemático. Aplicación de la matemática al día a día....; si porque son problemas de la vida diaria y ellos, como futuros profesionales de las ciencias económicas, manejarán con frecuencia este tipo de problemas"*

O bien están relacionadas con el criterio de idoneidad semiótico ya que se resalta que dichos problemas sirven para facilitar la comprensión de los alumnos:

*"El alumno construye su aprendizaje con un ejemplo particular y significativo.*"; *"Que son realidades que lo hacen significativos",….*

e) A pesar de la buena disposición manifestada, los docentes consideran dos tipos de problemas, relacionados con los alumnos, para la incorporación de la enseñanza contextualizada de las funciones. El primero tiene que ver con argumentos de tipo cognitivo que resaltan la falta de conocimientos previos de los alumnos: *"*(tendrán dificultades) *por la base del Bachillerato";* "(tendrán dificultades por la falta de) *conocimientos previos del alumnado";* o bien el hecho de tener el hábito contrario: *"Los alumnos están acostumbrados a trabajar de forma inversa….".* El segundo tiene que ver con argumentos de tipo emocional sobre el alumno que resaltan el hecho de que la falta de hábito y de recursos previos los puede desmotivar:

*"Aún en el nivel superior hay estudiantes que no manejan conceptos básicos que están asociados y esto puede generar frustración por no sentirse capacitados a resolver el problema y esto puede desmotivar a unos cuantos"*

f) A pesar de la buena disposición manifestada, los docentes consideran dos tipos de problemas, relacionados con el programa de la asignatura, para la incorporación de la enseñanza contextualizada de las funciones. El primero tiene que ver con argumentos mediacionales (falta de tiempo):

*"El tiempo, habría que eliminar contenido porque tal como está diseñado actualmente apenas alcanza el tiempo para cubrir el contenido del programa*".

El segundo era que no estaba contemplado en el programa:

*"En el contenido programático no se contempla este tipo de problema".*

g) A pesar de la buena disposición manifestada, los docentes consideran dos tipos de problemas, relacionados con los objetos matemáticos y didácticos del profesorado, para la incorporación de la enseñanza contextualizada de las funciones. El primero, tiene que ver con argumentos relacionados con la necesidad de que el significado de sus objetos matemáticos y didácticos incorpore prácticas matemáticas que permitan resolver problemas contextualizados:

*"Entrenarse en resolver y producir problemas de este tipo".*

y prácticas que permitan impartir una enseñanza contextualizada de las funciones:

*"Se debería capacitar a los docentes en cuanto a lo que son las teorías de la enseñanza y aprendizaje, los principios básicos que rigen la didáctica de la matemática, fomentar lecturas sobre estos tópicos a fin de capacitar a los docentes sobre la enseñanza de la matemática, para que se emplee el lenguaje correcto, las estrategias generales y específicas para la resolución de problemas, y los hábitos de trabajo. Por lo tanto, todo ello requiere de una revisión y reorganización de la didáctica de la matemática, y una reorganización de los contenidos de esta asignatura en particular."*

h) Con relación a la manera en la que se tendría que incorporar este tipo de enseñanza contextualizada todos opinan que se han de reunir todos los profesores de la institución y tienen que llegar a un acuerdo consensuado para incorporar (o no) este tipo de enseñanza. En el caso hipotético de que el currículum tuviera que incorporar este tipo de problemas la mitad de los profesores considera que se tendrían que reducir otros contenidos (en especial los de la unidad de lógica y teoría de conjuntos) o bien ampliar el currículum incorporando un contenido sobre la aplicación de las funciones a situaciones de contexto real.

Las conclusiones anteriores se han sintetizado en los siguientes resultados:

*Resultado nº 5*

- La mayoría de los docentes encuentran interesante los problemas conteztualizados y manifiestan buena disposición para incorporar matemática contextualizada al proceso de instrucción del objeto función. Su buena disposición se basa en argumentos de tipo semiótico (este tipo de situaciones resultan significativas para los alumnos) y en argumentos de tipo epistémico (son el tipo de situaciones en las que tendrá que aplicar posteriormente sus conocimientos matemáticos).

*Resultado nº 6*

- Con relación a los ocho problemas que se les propusieron los docentes se mostraron muy partidarios de introducir problemas en los que el contexto fuese una situación económica (costo, compra, etc.) como los problemas nº 1 y nº 8 y menos partidarios de problemas en los que se utilizaran contextos poco relacionados con la economía (por ejemplo el problema nº 6).

*Resultado nº 7*

- A pesar de la buena disposición manifestada, los docentes consideran, sobre todo, dos tipos de problemas para la incorporación de la enseñanza contextualizada de las funciones. El primero tiene que ver con argumentos de tipo cognitivo (falta de conocimientos previos de los alumnos) y el segundo tiene que ver con argumentos mediacionales (falta de tiempo).

*Resultado nº 8*

- Con relación a la manera en la que se tendría que incorporar este tipo de enseñanza contextualizada, todos opinan que se ha de hacer de manera consensuada. En el caso de llegar a un hipotético consenso, los profesores consideran que dicho acuerdo tendría que implicar la reducción de otros contenidos (en especial los de la unidad de lógica y teoría de conjuntos) o bien la ampliación del currículum incorporando un contenido sobre la aplicación de las funciones a situaciones de contexto real.

*Resultado nº 9*

- Los docentes manifiestan la necesidad de que el significado de sus objetos matemáticos y didácticos incorpore prácticas matemáticas que permitan resolver problemas contextualizados y también prácticas que permitan impartir una enseñanza contextualizada de las funciones.

## 2 ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

Con el objetivo de triangular los resultados del cuestionario nº 3 se diseñó una entrevista semiestructurada cuyo objetivo era ahondar en sus respuestas a los aspectos tratados en dicho cuestionario. El formato de la entrevista brindó la oportunidad de un diálogo en tiempo real para ampliar, repensar, modificar, etc. sus respuestas al cuestionario nº 3 y también para indagar más a fondo sobre puntos que no estaban del todo claro en ellas.

La entrevista resultó un excelente medio para contrastar los puntos de vista de los docentes, pues facilitó ir reconstruyendo dentro del diálogo las preguntas que presentaban cierta ambigüedad.

*Guión de la Entrevista*

Como ya habrás notado en el cuestionario que has resuelto se te presenta un enfoque contextualizado de la matemática, la idea es trabajar con una matemática distinta a la que has manejado hasta ahora. Quisiera que ahora, en la intimidad de esta entrevista, me dieras tu opinión (acerca de las cuestiones planteadas en los cuestionarios 1 y 3) y me respondas con toda sinceridad:

*A. En relación al grado de dificultad de los problemas:*

1) ¿Qué tal observas el grado de dificultad de estos problemas de matemáticas contextualizadas, para el nivel de entrada de los alumnos?

2) ¿Cuáles crees que son las dificultades que tendrán los alumnos para responder a las interrogantes?:

| Número del Problema | ALTO | MEDIO | BAJO | MUY BAJO |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |
| 5 | | | | |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | | | | |

3) A pesar de las dificultades que has comentado, ¿crees qué los problemas son lo suficientemente interesantes como para incluirlos en el currículo?

4) Piensas que el grado de dificultad sea un obstáculo para introducir este tipo de problemas. ¿Qué podríamos hacer al respecto?

*B. En relación al currículo de la asignatura:*

1) ¿Crees que es factible introducir estos problemas, por supuesto de forma sistemática, en el currículo de la asignatura? ¿Por qué?

2) ¿Qué unidad del currículo o aspecto del programa te parece innecesaria para la formación en matemática del futuro egresado de FaCES, tal que pueda ser suprimida para dar cabida a este tipo de actividad?

*C. En relación a lo útil y lo novedoso:*

1) Crees que los alumnos con este tipo de matemática contextualizada seguirán preguntando y preguntándose ¿para qué me sirve esto u aquello? y ¿Para qué tengo que aprender esta matemática?

2) ¿Te parece que esta forma de aprendizaje de la matemática puede ser más interesante y agradable para los alumnos?

3) ¿Ya conocías esta forma de trabajar la matemática o te resulta novedosa?

*D En relación a las actividades contextualizadas propuestas*

Según tu opinión, califica los problemas contextualizados, de acuerdo a la siguiente escala:

- Totalmente de acuerdo
- Medianamente de acuerdo
- De acuerdo
- Totalmente en desacuerdo

Los criterios que se tuvieron en cuenta para la selección de los apartados de la entrevista fueron los siguientes:

1) Que diesen pie a valoraciones y argumentaciones relacionadas con los cinco criterios de idoneidad.

2) Que estuvieran formuladas con el lenguaje que habitualmente utilizan los docentes para valorar la pertinencia y ubicación de una determinada actividad en el currículum de la asignatura.

3) Que se repitieran las mismas preguntas del cuestionario 3.

4) Que la entrevista fuese suficientemente abierta para adaptarse a la situación de cada sujeto y poder profundizar en las razones de sus respuestas al cuestionario 3.

5) Que fuese oral para facilitar la comunicación cara a cara y para que no resultase demasiada larga para el entrevistado.

6) Que fuese grabada en video. De manera tal que los investigadores pudiesen volver a observar a cada profesor entrevistado cuando fuese necesario.

Esta entrevista semiestructurada se realizó individualmente a cada uno de los seis profesores, después de que éstos hubieran contestado los cuestionarios 1 y 3, siguiendo un guión previo semiestructurado y abierto de carácter básicamente informal con tono coloquial en todo momento. Cinco de los profesores se ajustaron al guión previsto, pero el sexto profesor no quiso seguirlo y prefirió centrarse en un discurso sobre la ubicación e importancia de la asignatura "Introducción a la Matemática". La duración aproximada de la entrevista fue de 30 minutos para cada uno de los cinco profesores que se ajustaron al guión, mientras que el sexto profesor consumió el tiempo que él considero necesario para explicar lo que quería. A continuación comentaremos primero en bloque los resultados que se derivan de las respuestas de los cinco profesores que se ajustaron al guión de la entrevista y después comentaremos algunas de las consideraciones del profesor que no se ajustó al guión.

*Profesores que se ajustaron al guión*

a) Con relación al grado de dificultad de los ocho problemas del cuestionario nº 1, la opinión de los cinco profesores fue que eran problemas de una dificultad moderada y explicitaron las razones que sustentaban su calificación.

b) A todos los profesores les parecieron "interesantes" los problemas contextualizados. Por ejemplo:

- *"(...) estás retroalimentando lo que el muchacho puede hacer con sus conocimientos anteriores, haciéndolo hacer situaciones nuevas, que son útiles para su vida profesional (...)".*
- *"(...) Sin embargo, referente al material, debo decirte que el material que me presentaste es de bastante; es decir es de alta calidad, bastante interesante, desde el punto de vista de lo que ofrece el mundo de la matemática, ya no es el clásico producto notable, puros contenidos, ajenos a la realidad, donde se resuelven los ejercicios de forma, casi mecánica, en estos casos es la matemática diaria, que es lo que se debe manejar. Para los alumnos no será fácil, en este caso habrá que prepararlos.*

Consideraron más interesantes los problemas contextualizados en el área de las Ciencias Económicas y Sociales, por ejemplo:

- "*Claro, pero más sistemáticamente y más hacía el área de las Ciencias Económicas y Sociales. De repente, con ejercicios que traten con ecuaciones de la oferta, ecuaciones de la demanda, costos, maximización, porque ellos ven funciones polinómicas de primer y segundo grado, las funciones constantes, en fin todos los problemas relacionados con la economía y las ciencias sociales, más que hacer otros problemas. Porque yo los vi, estos problemas muy buenos, el primero y el último, pero los del medio, están más hacía el área de las ciencias naturales, de la física. Me gustaría que fueran más hacía el área nuestra, hacía el área de las ciencias económicas y sociales. Sería más útil el trabajo, sería más adaptado a las necesidades que tenemos acá en la facultad, en las diversas carreras de la facultad, como son: administración, contaduría, economía y relaciones industriales".*

c) La mayoría de los docentes manifiestan una buena disposición para incorporar matemática contextualizada al proceso de instrucción del objeto función. Por ejemplo:

- *"Creo que incluso, se hace imperioso la reprogramación de la matemática en FaCES. A ver como hacemos para cambiar las cosas, yo no creo que se deba cambiar, yo más bien creo que se deben sumar cosas."*
- *"Sí, siempre y cuando estemos de acuerdo, bueno siempre tenemos el problema que hemos hablado, que el contenido es muy extenso, entonces tendría que haber un trabajo de todos en equipo para reformular esos contenidos, de manera tal de orientarlos dentro del currículo."*

d) En algunos casos, los docentes llegan a concretar exactamente con que contenido del currículum se relaciona cada problema contextualizado, sin ser preguntados sobre ello. Por ejemplo:

- *"Por ejemplo; los problemitas ésos que tenían que ver con peso y edad, yo los coloqué en el tema de relaciones binarias, esto podría revisarse y de repente de esta manera, no hacerlo tan fastidioso y pesado, más fácil a los muchachos, novedoso para el tema de relaciones binarias. Esto incluso nos puede ayudar a ganar tiempo en algunas clases que se dan, que tú te detienes mucho y los muchachos no captan, en cambio con estos problemitas sería más fácil."*

d) Al preguntarles sobre los aspectos "novedosos" de este tipo de problemas con relación al tipo de problemas que ellos utilizan en sus clases, algunos profesores dan respuestas con argumentos de tipo epistémico ya que son respuestas relacionadas con la competencia para aplicar las matemáticas a la vida real. Por ejemplo:

- *"Para finalizar quiero invitarte a que desarrolles ese proyecto, a ver si podemos asimilar algunos cambios en la enseñanza de la matemática, que cada vez más creo que debe estar asociada a cada profesión, porque como vemos la matemática de un médico es diferente a la de otra profesión, me imagino que para tener precisión en las técnicas que usan hoy, que cada vez tratan de invadir menos el organismo. Los odontólogos usan me figuro otra matemática, cuando tienen que realizar esas cirugías maxilares de alta precisión."*

Y, por otra parte, son de tipo semiótico, como por ejemplo:

- "(...) *el problema nº 1, el que se refiere al cálculo del costo de una ventana, luego ese ejemplo te hace analizar los ejes y tú los puedes tabular. Después hay una Pregunta que té dice haga su fórmula, allí estás tú utilizando tu creatividad, estás usando los dos hemisferios, como dicen. Y después haces la gráfica, ¡eso es bellísimo!, estás retroalimentando lo que el muchacho puede hacer con sus conocimientos anteriores, haciéndolo hacer situaciones nuevas, que son útiles para su vida profesional."*

e) A pesar de la buena disposición manifestada, los docentes consideran dos tipos de problemas, relacionados con los alumnos, para la incorporación de la enseñanza contextualizada de las funciones. El primero tiene que ver con argumentos de tipo cognitivo que resaltan la falta de recursos previos de los alumnos, mientras que el segundo tiene que ver con argumentos de tipo emocional que resaltan el hecho de que la falta de hábito y de recursos previos los puede desmotivar. Por ejemplo:

- *"(...) se ha comprobado que pese a ser problemas de poca dificultad muchos no saben establecer las relaciones porque tienen escasa comprensión lectora."*

f) A pesar de la buena disposición manifestada, los docentes consideran dos tipos de problemas, relacionados con el programa de la asignatura, para la incorporación de la enseñanza contextualizada de las funciones. El primero tiene que ver con argumentos mediacionales (falta de tiempo), por ejemplo:

- *"El tiempo por la velocidad con la que hay que dar los objetivos del programa".*

El segundo era que no estaba contemplado en el programa, por ejemplo:

- *"Este tipo de problema corresponde a Matemática I"*
- *"En primer lugar no está en el programa y en segundo lugar el tiempo de 18 semanas a 4 horas semanales es insuficiente para abarcar aplicaciones de esta índole. Aún más, la función lineal se contempla en el objetivo que dice textualmente en su contenido: aplicaciones de la recta a problemas económicos y administrativos, más sin embargo, los docentes siempre han decidido no incluirlos en el cronograma de actividades de la cátedra por considerar que no les alcanza el tiempo".*

g) A pesar de la buena disposición manifestada, los docentes consideran dos tipos de problemas, relacionados con sus objetos matemáticos y didácticos. El primero, tiene que ver con la necesidad de que el significado de sus objetos matemáticos y didácticos incorpore prácticas matemáticas que permitan resolver problemas contextualizados. Por ejemplo, insisten en la necesidad de entrenarse en la resolución de problemas contextualizados:

- *"Entrenarse en resolver problemas de este tipo"*

El segundo tiene que ver con que el significado de sus objetos personales matemáticos y didácticos incorpore también prácticas que permitan impartir una enseñanza contextualizada de las funciones, por ejemplo:

- *"(...) yo recomendaría hacer lectura de textos, resolución de problemas o bien darle problemas para que ellos hallen la solución, etc. Incluso recordarles lo relativo de las cosas. Porque, por ejemplo, en el problema del paracaidista, la solución no es un tiempo determinado, la solución es un intervalo de tiempo para abrirse el paracaídas, allí estaría lo relativo de las cosas."*

h) En el caso hipotético de que el currículum tuviera que incorporar este tipo de problemas, los profesores vuelven a insistir en que se tendría que llegar a un consenso para reducir otros contenidos (en especial, los de la unidad de lógica y teoría de conjuntos) o bien ampliar el currículum incorporando un contenido sobre la aplicación de las funciones a situaciones de contexto real. Por ejemplo:

- *"Sí, claro, en realidad todo lo que se da es útil. Pero si hay que seleccionar de ese contenido, yo prescindiría de la parte de relaciones. En la parte de funciones lógicas, quitar sobre todo número de elementos y la lógica más sencilla, más dirigida al razonamiento, no tanto lógica proposicional". ..."Yo lo*

> *que sí pudiese hacer, es como una reformulación. Por ejemplo esa última unidad de gráficas en el plano, colocarla en otro lugar, pero suprimirle, yo creo que nada."*

En general, los profesores se manifestaron de manera parecida en el cuestionario escrito y en la entrevista. A continuación presentamos de manera esquemática la coincidencia que se observa en ambos instrumentos:

*1.- En cuanto al grado de dificultad*

Cuestionario: Piensan que son sencillos.

Entrevista: A la mayoría de los docentes les parece adecuado-moderado.

*2.-En cuanto a la dificultad que van a tener los alumnos para responder este tipo de problemas*

Cuestionario: entre otras, los esquemas de trabajo de los alumnos y capacidad disminuida.

Entrevista: Las bases y los esquemas que traen del bachillerato.

*3.-En cuanto a la inclusión de la matemática contextualizada en el currículo.*

Cuestionario: Debe Existir un consenso por parte de los profesores de la cátedra.

Entrevista: Todos los docentes opinan que sí es posible introducir este tipo de matemáticas en el currículo de la asignatura si se consigue un consenso.

*4.- En cuanto a si el grado de dificultad será un obstáculo para introducir este tipo de problemas en el currículo de la asignatura.*

Cuestionario: Consideran que éste no es el obstáculo. El obstáculo mayor es el tiempo.

Entrevista: Para todos el grado de dificultad no representa un obstáculo.

*5.- En cuanto a lo factible de introducir esta matemática-contextualizada.*

Encuesta-Entrevista: Para todos sí es factible, pero puntualizan que debe ser con problemas dedicados a las Ciencias Económicas y Sociales.

*6.- En cuanto a lo que se puede hacer para introducir matemática contextualizada y/o modelizada en el currículo de la asignatura.*

Encuesta-Entrevista: Opinan que hay que reunirse todos los profesores de la cátedra y alcanzar un acuerdo por consenso.

*7.- Con relación a las preguntas de los alumnos del tipo ¿Para qué me sirve esto u aquello? ¿Para qué tengo que aprender esta Matemática?,...*

Entrevista-Encuesta.: La mayoría piensa que los alumnos no van a plantear este tipo de preguntas.

*8.- En cuanto a que esta forma de aprendizaje de la matemática puede ser más interesante y agradable para los alumnos.*

Entrevista-Encuesta: Todos consideran que si es realmente interesante.

*9.- En cuanto a conocer esta forma de trabajar la matemática.*

Entrevista-Encuesta: La mayoría sí la conoce, pero de esta forma y dentro de las asignaturas de matemática no la han trabajado.

*10.- En cuanto a la adecuación de los problemas.*

Entrevista-Encuesta: Todos están totalmente de acuerdo con los problemas 1 y 8, los cuales corresponden a problemas de costo y compra, respectivamente, en los demás casos la mayoría está de acuerdo, con excepción del problema número 6, referido al lanzamiento de un paracaidista. En el caso del problema 6, la mayoría expresó que no le gustaba por la falta de precisión en el momento de abrirse el paracaídas.

*Profesor que no se ajustó al guión*

A continuación, sigue la transcripción de la entrevista del sexto profesor.

Este profesor no respondió a la encuesta semi-estructurada. Prefirió centrarse en un discurso informativo sobre la ubicación e importancia de la asignatura "Introducción a la Matemática" porque, según él, es mucho más interesante y valioso que él hable de la asignatura.

**P:** El hecho de que la asignatura "Introducción a la Matemática", esté en el primer nivel obedece fundamentalmente para crear las bases, las herramientas básicas para que el alumno posteriormente en el desarrollo de su carrera facilite todo el entendimiento, el aprendizaje y la aplicación en las materias de matemática de la carrera fundamentalmente. Y más en está facultad que es una facultad de Ciencias Económicas y sociales, va a tener mucha aplicación de corte económico, fundamentalmente de corte financiero donde las materias tienen mayor aplicación, por eso es que se desarrolla en la primera parte del programa, la parte de cálculo proposicional el análisis y todas las interacciones del estudio de la proposición, las interacciones entre proposiciones, etc. Luego se inserta, posteriormente, una vez que ha sido agotado el cálculo proposicional, se inserta la teoría de conjuntos, esto te permite poder analizar con facilidad, con sencillez, de una manera muy simple el estudio de las funciones lógicas. Como ya sabemos luego de la teoría de conjuntos, vienen una serie de analices de las funciones lógicas. Pero todos estos contenidos fundamentalmente dirigidos hacía la matemática. ¿Por qué esto?, bueno porque somos el inicio de una cadena matemática, luego esa es nuestra función. En donde posteriormente en matemática I el alumno va a ver las aplicaciones de todos estos conceptos, que nosotros le damos. Eso es en cuanto a la primera parte del programa de "Introducción a la Matemática", que es la parte de lógica proposicional. Una vez que hemos finalizado esa primera parte, la de lógica proposicional. Comenzamos con la introducción a la matemática. Iniciamos al alumno en el estudio de gráficas, con todos sus movimientos básicos, sin extendernos en sus aplicaciones, porque esas aplicaciones pertenecen al programa de matemática I. Porque en la parte que a nosotros nos corresponde de acuerdo al programa , es para que a los alumnos se les den los fundamentos para que ellos sepan como graficar, saber hacer gráficas sencillas, en funciones lineales, cuadráticas, valor absoluto, tipos de funciones. En la parte de comportamiento se les enseña a identificar las variables, ya sea dependiente o independiente, a ver como una variable independiente actúa y provoca una variable dependiente, y como graficar eso. Además de cómo interpretar las gráficas, etc.

Todo esto, como lo dije al principio, con la intención de que el alumno tenga una herramienta básica, que le permita entender los problemas, que se le van a dar posteriormente en las matemáticas siguientes: I, II, y cuando son estudiante de economía matemática III), pero todas ellas tienen esa misma intención. Hay un factor que es muy importante, y que debo señalar, que es la parte de cuantificadores, pues está parte introduce un elemento importante para las definiciones, sobre todo, al inicio lo que es en la teoría de límite y posteriormente la derivada y sus aplicaciones, Es indispensable aquí tener estos conocimientos básicos, pues ellos facilitan mucho el estudio de esos conceptos. Porque cuando vas a estudiar el límite no nada más necesitas escribir cuantificadores, sino también la formalización, la interpretación, además de saberlos leer correctamente.

**I:** De acuerdo a sus afirmaciones, yo puedo interpretar que para usted la aplicación de este tipo de problemas se debe dejar para otras asignaturas.

**P:** Fundamentalmente sí, Quizás algunos ejemplos sencillos puedan colocarse pero a manera de ejemplos en funciones lineales. Yo creo que en la parte de gráficas de funciones lineales se pueda plantear algo, de esta manera novedosa que tú planteas, sí con algunos ejemplos sencillos. Pueden ser planteamientos de tipo económico, básicamente de esa índole. Pues como ya té había dicho esos problemas deben verse fundamentalmente en los problemas económicos que se dan en matemática I, pertenecen a esa asignatura, e inclusive se pueden ver con un mayor rango de dificultad, porque claro, ya en matemática I, ya tienen las herramientas, que le hemos estado dando en esta primera etapa del inicio de sus carreras.

**I:** ¿Entonces para usted, estos problemas donde deben iniciarse es en la asignatura Matemática I?

**P:** Claro en Matemática I. Es más, sería mucho más útil, ya que tienen las herramientas, bueno y como cuentan con esas herramientas, entonces la aplicación es mejor, de manera que el alumno no vea la matemática tan abstracta, sino que vea su aplicabilidad, pero una vez que el maneje las herramientas, la aplicabilidad sería muy interesante sobre todo la aplicabilidad de las funciones en cosas cotidianas.

Para este profesor, la asignatura “Introducción a la Matemática” se ubica en el primer nivel —primer semestre del Ciclo Básico— y se explica de manera formal y descontextualizada con la finalidad de facilitar a los alumnos las herramientas matemáticas básicas que los alumnos tendrán que utilizar en las otras asignaturas de matemáticas.

Con relación a la introducción de situaciones contextualizadas, este profesor considera que no son necesarias ya que las aplicaciones de las matemáticas a situaciones de la vida real se las encuentra el alumno en otras asignaturas no matemáticas de la carrera. De todas maneras, termina aceptando que situaciones contextualizadas sencillas se podrían incorporar en las asignaturas de matemáticas, pero preferentemente no en las del primer nivel.

La posición que expresa este profesor es la más coherente con el significado pretendido en esta institución que se puede visualizar con el siguiente esquema:

1) Primero enseñanza formal y descontextualizada de las matemáticas
2) Aplicación de las matemáticas a situaciones de la vida real realizada por otras asignaturas no matemáticas de la carrera.

Ahora bien, en el cuestionario y en la entrevista, los otros cinco profesores se muestran partidarios de una secuencia alternativa que podría dar pie a la modificación del significado pretendido. Dicha alternativa sería la siguiente:

1) Primero enseñanza formal y descontextualizada de las matemáticas en la asignatura "Introducción a la Matemática".
2) Aplicación de las matemáticas a situaciones contextualizadas sencillas en la misma asignatura "Introducción a la Matemática".

El análisis conjunto de las respuestas de los seis profesores permite, por una parte, reafirmar los resultados 5-9 obtenidos a partir del cuestionario nº 3 y, por otra parte, llegar al siguiente resultado:

*Resultado nº 10*

- Los 6 profesores se muestran partidarios de mantener primero el modelo de enseñanza formal y descontextualizado para después pasar a las aplicaciones de las matemáticas a situaciones de la vida real (aunque discrepan sobre dónde introducir dichas aplicaciones). Esta discrepancia puede dar pie a un cambio del significado pretendido que implique la incorporación de situaciones contextualizadas en la asignatura "Introducción a las Matemáticas".

Los dos instrumentos también sirvieron para poner en evidencia un fenómeno que llamaremos metafóricamente *"mutilación del currículum oficial a manos del significado pretendido"*. Es decir, ciertas prácticas contempladas en el currículum oficial que no aparecen en los materiales que concretan el significado pretendido (libros de texto, materiales elaborados por los profesores, etc.), con el tiempo son consideradas por los profesores como no pertenecientes al currículum oficial o bien, cuando aún se reconocen como pertenecientes al currículum oficial, se asume de facto la imposibilidad de contemplarlas en el significado pretendido. Este sería el caso del único objetivo del currículum oficial que explícitamente hace referencia a la aplicación de las matemáticas a situaciones contextualizadas. Nos referimos al objetivo 10.1 de la unidad 4 que dice literalmente: *aplicar la condición de la recta para resolver diversos problemas de las ciencias económicas y administrativas* (ver capítulo anterior) que solamente es recordado por un solo profesor.

# CAPÍTULO 14

# DIFERENTES MANERAS DE ENTENDER LAS MATEMÁTICAS

## RESUMEN

*En el siguiente paso de nuestra investigación nos planteamos averiguar qué prácticas discursivas formaban parte del significado del objeto personal "matemáticas" de los profesores (objetivo 2.4). En concreto, nos interesaba averiguar si en su discurso podíamos hallar argumentos, más propios de puntos de vista no platonistas sobre las matemáticas, que pudieran dar pie también a un cambio del significado pretendido que implicara la incorporación de situaciones contextualizadas en la asignatura "Introducción a las Matemáticas" (como aplicación de la teoría previamente enseñada o bien como paso previo para construir la teoría). Para ello, se diseñó el cuestionario nº 4 que fue contestado por diez profesores[1]. Se trata de un cuestionario de escala valorativa sobre diferentes maneras de entender la relación entre las matemáticas y la realidad y el tipo de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que se deriva de esta relación.*

*El análisis global de las respuestas a este cuestionario nos llevó a los siguientes resultados: a) Los docentes no tienen opiniones claras sobre la naturaleza de las matemáticas, más bien presentan una mezcla implícita de diferentes posiciones con un cierto predominio de una mezcla de platonismo y formalismo, aunque este predominio convive con argumentaciones más propias de otros puntos de vista que no son el platonismo o el formalismo, y b) La modulación de la enseñanza de las matemáticas que actualmente se realiza en la institución (primero las matemática y después las aplicaciones en cursos posteriores) no es el resultado de una posición meditada y reflexionada sobre lo qué son las matemáticas.*

Para indagar la opinión de los profesores sobre la relación entre las matemáticas y los contextos donde se aplica se diseñaron tres instrumentos de recolección de datos. El primer cuestionario (cuestionario nº 3) estaba muy enfocado a la valoración de los problemas contextualizados que ya habían resuelto los profesores en el cuestionario 1. El segundo instrumento

---

[1] Las mejores condiciones sociales y políticas de Venezuela en el momento de pasar este cuestionario permitieron la participación de diez de los 15 docentes de la institución.

consistió en una entrevista semiestructurada en la que, de entrada, se partía también de los problemas que los profesores ya habían resuelto, para después pasar a tratar el tema de la contextualización de las matemáticas con mayor generalidad (ver capítulo 13). Por último, el tercer instrumento se enfocó con mayor generalidad, ya que se les preguntó, sobre todo, por las relaciones entre las matemáticas y la realidad y el tipo de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que se deriva de esta relación (objetivo 2.4).

El motivo por el cual se optó por diseñar este instrumento obedeció a que, tal como ha reportado la investigación sobre las concepciones y creencias del profesorado de matemáticas, todo cambio que se pretenda introducir en las instituciones escolares no puede prescindir del conocimiento, y tal vez de una modificación, de las opiniones del profesorado sobre qué son las matemáticas, puesto que dicha opinión incide sobre cómo se enseñan las matemáticas (Thompson 1992). Según Thompson:

> *La concepción de los profesores sobre la naturaleza de las matemáticas puede ser vista como las creencias conscientes e inconscientes, conceptos, significados, reglas, imágenes mentales y preferencias concernientes a la disciplina matemática. Estas creencias, conceptos, puntos de vista, y preferencias constituyen los rudimentos de una filosofía de las matemáticas, aunque algunos profesores no las tengan desarrolladas y articuladas en una filosofía coherente.* (Thompson, 1992, p. 132).

Las investigaciones sobre las creencias del profesorado considera que éstas forman un sistema de creencias en el que se pueden considerar diferentes subconjuntos: creencias sobre la naturaleza de las matemáticas, sobre los objetivos de la educación, sobre la enseñanza, sobre el aprendizaje, sobre la evaluación, etc.

Según Ernest (1991) las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas es el grupo más importante y también el más determinante ya que la manera de entender la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas está afectada por lo que los profesores creen qué son las matemáticas. La manera de entender la naturaleza de esta disciplina afecta a los tipos de tareas propuestas, la clase de comprensión matemática que se desarrollará en el aula, los recursos utilizados, el rol de la contextualización, etc.

La convicción de la importancia que tienen las creencias de los profesores sobre qué son las matemáticas ha sido asumida por muchos investigadores y ha originado diferentes investigaciones sobre este tipo de creencias (Carrillo, 1998; Ernest, 1991; Flores, 1998; Golafshani, 2002; Handal, 2003; Lerman, 1983; Moreno, 2001 y 2003; Pepin, 1999; Thompson, 1984 y 1992). Ahora bien, la investigación sobre las concepciones y creencias sobre las matemáticas de los profesores y su relación con su práctica docente ha puesto de manifiesto que estas relaciones no son simples ni directas.

En la investigación de las creencias y concepciones de los profesores sobre las matemáticas se han propuesto diferentes clasificaciones. A continuación comentaremos algunas de las que consideramos más significativas. Lerman (1983), identificó dos concepciones alternativas sobre la naturaleza de la matemática, a la cuales llamó visión absolutista y visión falibilista; argumentó que estas visiones corresponden a dos diferentes Escuelas de pensamiento en filosofía de la matemática: la Eucidea y la Cuasi-empírica, en la terminología de Lakatos (1981). Según Lerman, la visión absolutista considera que toda la matemática está basada en principios absolutos y universales, y como tal, es el paradigma de conocimiento cierto, absoluto, libre de valoración y abstracto, con sus conexiones con el mundo real de una manera platónica. Desde la Visión Falibilista**,** la Matemática se desarrolla a través de conjeturas, pruebas y refutaciones y la falta de certeza es aceptada como algo inherente a la disciplina. Lerman también realiza una discusión teórica sobre las conexiones entre estas dos visiones con la enseñanza de la Matemática, explicando cómo cada una puede conducir a muy distintos modelos de enseñanza.

Copes (1979), citado en Thompson (1992), propuso 4 tipos de concepciones: Absolutista, Múltiple, Relativista y Dinámica**.** Describe cada tipo como correspondiente a una concepción del conocimiento matemático prevaleciente en diferentes períodos de su desarrollo histórico. Por ejemplo, la perspectiva Absolutista prevaleció en el período que va desde la matemática egipcia y babilónica hasta mediados del siglo XIX. Desde una perspectiva absolutista, la Matemática es vista como una colección de hechos cuya verdad es verificable en el mundo físico. En esta visión, los hechos matemáticos no necesitan ser verificados por la observación empírica. La visión Múltiple, emergió con el advenimiento de las geometrías no euclídeas y estuvo caracterizada por la coexistencia de diferentes sistemas matemáticos que podían ser contradictorios entre sí. El advenimiento del relativismo estuvo marcado por el abandono de los esfuerzo para probar la consistencia lógica de los diferentes sistemas y la consecuente aceptación de la coexistencia de varios sistemas igualmente válidos. La visión dinámica de las matemáticas es consecuencia de asumir el punto de vista relativista en la filosofía de la ciencia. Copes también propone aplicaciones de su marco teórico a la enseñanza de la Matemática y sugiere maneras en las cuales los diferentes estilos de enseñanza pueden comunicar diferentes concepciones.

Para Thompson (1992), también es imprescindible considerar la distinción propuesta por Richard Skemp (1978) entre Matemática Instrumental y Matemática Relacional. El conocimiento Instrumental de la matemática, es conocimiento de un conjunto de planes preestablecidos para desarrollar tareas matemáticas, que prescriben procedimientos en los cuales cada paso determina el siguiente:

> *La clase de aprendizaje que se desprende del conocimiento instrumental de la Matemática consiste en el aprendizaje de un creciente número de planes prefijados, a través de los cuales los alumnos pueden encontrar su manera de resolver tareas a partir de un punto de inicio, para llegar a un punto de finalización.* (Skemp, 1978, p. 14).

El conocimiento Relacional de la Matemática, en contraste, está caracterizado por la posesión de estructuras conceptuales que permiten a quien las posee construir diferentes planes para desarrollar una tarea matemática y por la independencia de los medios con respecto a los fines particulares a ser alcanzados. El que aprende adquiere conocimiento de principios inclusores adecuados para usarse en una multitud de situaciones o tareas. Para este autor, la diferencia entre estas dos concepciones sobre lo que constituye la comprensión y el conocimiento matemático está en la raíz de muchas de las dificultades que se han experimentado en la educación matemática.

Ernest (1991) distingue cinco sistemas de creencias que se corresponden con cinco tipologías de profesores (autoritario o entrenador, utilitarista o tecnólogo, humanista o centrado en las matemáticas, progresista y crítico) y considera que el elemento más determinante de este sistema son las creencias (o concepciones) sobre las matemáticas. Con relación a las concepciones sobre las Matemáticas considera tres tipologías. En primer lugar, hay una visión de la Matemática (conducida por la resolución de problemas) como un campo de la creación y la invención humana en continua expansión, en el cual los patrones son generados y luego convertidos en conocimiento.

Así, la matemática es un proceso de conjeturas y acercamientos al conocimiento, no un producto terminado, porque sus resultados permanecen abiertos a revisión. Ernest llama a esta concepción Visión de la Resolución de Problemas. En segundo lugar, hay una visión de la matemática como un cuerpo estático pero unificado de conocimiento, un reino cristalino de estructuras y verdades interconectadas, unidas por la lógica y el significado. Así, la matemática es un monolito, un producto inmutable. Es descubierta y no creada. Esta es la Visión Platónica. En tercer lugar, hay una visión de la Matemática como una valija de herramientas, construida a partir de una acumulación de hechos, reglas y habilidades para ser usadas por el entrenado artesano en la persecución de algún fin externo. A esta concepción la denomina Visión Instrumentalista.

Con el objetivo de averiguar qué prácticas discursivas formaban parte del significado del objeto personal que tenían los profesores sobre las matemáticas, se diseñó el cuestionario nº 4. En concreto, nos interesaba averiguar si en el discurso de los profesores podíamos hallar argumentos, más propios de puntos de vista no platonistas sobre las matemáticas, que pudieran dar pie también a un cambio del significado pretendido que implicara la incorporación de situaciones contextualizadas en la asignatura "Introducción a las Matemáticas" (como aplicación de la teoría previamente enseñada o bien como paso previo para construir la teoría). Se trata de un cuestionario de escala valorativa sobre diferentes maneras de entender la relación entre las matemáticas y la realidad, y el tipo de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que se deriva de esta relación. El cuestionario fue contestado por diez profesores[2].

Cuestionario 4

A continuación se te ofrecen una serie de enunciados indica tu grado de aceptación en cada caso, según el siguiente convenio:

| Convenios | Grados de aceptación del convenio |
|---|---|
| 1 | Totalmente en desacuerdo |
| 2 | En desacuerdo |
| 3 | Neutral ( ni de acuerdo ni en desacuerdo) |
| 4 | De acuerdo |
| 5 | Totalmente de acuerdo |

1.- Las Matemáticas son esencialmente un conjunto de conocimientos (hechos, reglas, fórmulas y procedimientos socialmente útiles).

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

2.- Las matemáticas son esencialmente una manera de razonar y resolver problemas.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

[2] Las mejores condiciones sociales y políticas de Venezuela en el momento de pasar este cuestionario permitieron la participación de diez de los 15 docentes de la institución.

3.- Se supone que las matemáticas no tienen que tener significado.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

4.- Las matemáticas implican principalmente memorización y seguimiento de reglas.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

5.- El conocimiento matemático esencialmente es fijo e inmutable.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

6.- Las matemáticas están siempre bien definidas, no están abiertas a cuestionamientos, argumentos o interpretaciones personales.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

7.- La habilidad matemática es esencialmente algo con lo que se nace o no se nace.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

8.- Los matemáticos trabajan típicamente aislados unos de otros.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

9.- Los objetos matemáticos son entidades ideales existentes objetivamente, diferentes de los árboles, sillas, etc., que podemos intuir merced a una cierta facultad intelectual.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

10-- Los problemas que originaron las teorías matemáticas, si bien fueron importantes en su momento, no deben jugar después ningún papel importante en su organización.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

11. Las representaciones de los objetos matemáticos son secundarias y relativamente "neutras" ya que en definitiva son diferentes maneras de representar objetos matemáticos ahistóricos.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

12. Las matemáticas es una ciencia que depende de las "cosas" como los árboles, sillas, etc. exactamente igual a como dependen de ellas las ciencias experimentales.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

13.- En la enseñanza de las matemáticas hay que rechazar la manipulación formal de símbolos escritos en beneficio de las experiencias físicas subyacentes que les correspondan. Sólo éstas pueden dar sentido a las manipulaciones simbólicas y proporcionar un significado intuitivo a las conclusiones que se obtengan.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

14. Las matemáticas son verdades que no dependen de la experiencia, aunque la experiencia puede ser muy útil para descubrirlas.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

15. Las dificultades que se producen en el aprendizaje de las matemáticas son causadas, básicamente, por las presentaciones defectuosas de la matemática preuniversitaria (definiciones poco precisas, conceptos no suficientemente generales, demostraciones poco rigurosas, etc.) que inducen en el alumno una concepción confusa de la matemática por la ausencia de una estructura deductiva rigurosa.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

16. Las matemáticas que se presentan como unos conocimientos terminados y organizados deductivamente permiten poner de manifiesto al alumno la ordenación lógica de la materia, pero, al presentar el producto terminado, impiden la acción, las conjeturas, la imaginación, la aplicación a situaciones de la vida cotidiana, etc.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

17.- Para comprender un concepto matemático, son necesarias situaciones de referencia no matemáticas que le den sentido.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

18. Conviene presentar unas matemáticas centradas sobre ellas mismas y muy alejadas de las otras ciencias.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

19.- Si los textos didácticos ofrecen pocas situaciones no matemáticas que permitan a los alumnos conocer la aplicación de las matemáticas a la realidad, se facilita preguntas del tipo "esto para qué sirve".

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

20.- Conviene presentar los conceptos matemáticos de la manera más general posible y separados de los contextos que les dan sentido, para así evitar las dificultades de comprensión que la presentación contextualizada pudiese producir.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

21. Estás de acuerdo con el principio de construcción o de constructibilidad, que es el principio básico del intuicionismo matemático, el cual afirma que la matemática es el estudio de un cierto tipo de construcciones mentales.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

22.- Los números naturales se construyen inmediatamente en la mente del sujeto y su verdad se basa en la evidencia de la intuición.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

23.- Los objetos matemáticos son construcciones y no existen en un mundo intemporal, sólo son construcciones mentales materializadas en signos.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

24.- Las matemáticas son una ciencia que presenta las mismas características que las ciencias empíricas. Es decir, también son falibles y se desarrollan gracias a la crítica y a la corrección de teorías, que nunca están enteramente libres de ambigüedades, y en las que siempre cabe la posibilidad de error o de omisión.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

25.- Se debe enseñar las matemáticas a partir de la resolución de problemas y hacer ver a los alumnos que las matemáticas se pueden aplicar a situaciones de la vida real.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

26.- La esencia del pensamiento matemático es la universalidad y la necesidad, y cualquier sujeto, como resultado del proceso evolutivo de especie, está biológicamente preparado para desarrollar un pensamiento matemático universal y necesario.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|

27.- el conocimiento matemático es una construcción que no es una invención ni un descubrimiento. Pero que, en cierta manera, esta construcción tiene algo de descubrimiento, ya que, como resultado de un proceso evolutivo de la especie, todos estamos en condiciones de construir el mismo conocimiento; y también hay algo de invención porque las construcciones matemáticas pueden ir en distintas direcciones.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|

28.- Las matemáticas son el resultado de la experiencia humana pero no es el resultado de puras convenciones sociales, ya que por razones de tipo evolutivo todos desarrollamos los mismos mecanismos cognitivos de los que surgen las matemáticas.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|

29.- Las matemáticas son un producto histórico que se consideran universales y necesarias porque han resultado útiles para organizar nuestro conocimiento de las "cosas" de nuestra experiencia.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|

30.- La verdad, certeza o "necesidad" matemática no es más que el "estar de acuerdo" con el resultado de seguir una regla que forma parte de las prácticas matemáticas.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|

Los objetivos del cuestionario nº 4 fueron los siguientes:

1) Averiguar cuáles eran las prácticas discursivas del profesorado sobre las matemáticas, con la intención de saber si su significado personal de “matemáticas” se podía identificar claramente con alguna de las escuelas filosóficas sobre las matemáticas.

2) Dar pie a manifestar el acuerdo o el desacuerdo con afirmaciones, sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que pudiesen ser utilizadas, en el seminario-taller previsto para la segunda fase, como afirmaciones conflictivas sobre las cuales argumentar a favor o en contra.

Los criterios adoptados para conseguir estos dos objetivos fueron:

a) Optar por un número considerable de ítems para abarcar una amplia gama de posiciones filosóficas sobre la relación entre matemáticas y realidad y el tipo de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que se deriva de esta relación.

b) Las preguntas 1-8 se tomaron directamente de un cuestionario del libro "Fundamentos de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas para maestros" (Godino, Batanero y Font, 2003) que, a su vez, fueron elaborados a partir del libro "Fostering children´s mathematical power. An investigative approach to k-8 mathematics." (Baroody y Coslick, 1998).

c) Para el diseño de las preguntas 9-30 se utilizó básicamente el artículo "Matemáticas y cosas. Una mirada desde la educación matemática" (Font, 2001b y 2003) donde se expone una amplia gama de puntos de vista sobre la relación entre las matemáticas y las "cosas" (platonismo, formalismo, intuicionismo, constructivismo, falibilismo, convencionalismo/pragmatismo y "embodiment") y se comentan algunas implicaciones sobre los modos de enseñar matemáticas que de ellos se derivan. Se trata de dos artículos (versión amplia y versión reducida respectivamente) publicados en dos revistas de investigación con un sistema de revisión por pares muy riguroso.

d) Dada la extensión del cuestionario, se optó por una escala valorativa del 1 al 5 (aunque también se dio la posibilidad de ampliar la respuesta).

e) Para este cuestionario se realizó una prueba preliminar con los alumnos del programa de Doctorado en Didàctica de les Ciències Experimentals i de la matemàtica del Departament de les Ciències Experimentals i de la Matemàtica de la Universitat de Barcelona. Esta prueba preliminar se realizó cara a cara y se alentó a los alumnos a que hicieran comentarios, formularan preguntas si no entendía algo y a que señalasen las ambigüedades que observaran. Sus observaciones y sugerencias permitieron afinar la redacción de los ítems. Se optó por aplicar esta prueba preliminar a alumnos de doctorado de un programa de didáctica de las matemáticas, debido a la imposibilidad de viajar a Venezuela para aplicar la prueba preliminar a docentes de la institución investigada.

La tabulación de las respuestas se realizó primero para cada pregunta. Por ejemplo, la tabulación correspondiente a la primera pregunta fue:

1. Las matemáticas son esencialmente un conjunto de conocimientos (Hechos, reglas, fórmulas y procedimientos socialmente útiles).

| Convenio | Grado de aceptación |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | 2 |
| 3 | |
| 4 | 2 |
| 5 | 6 |

Tabla 1. Grado de aceptación. Ítem 1

Después, las preguntas se agruparon en diferentes bloques. Los 30 ítems se pueden agrupar de diferentes maneras para hacer aflorar conclusiones sobre el significado del objeto personal "matemáticas" de los profesores. En concreto, se consideraron las agrupaciones siguientes: platonismo, formalismo, intuicionismo, constructivismo, falibilismo, convencionalismo/pragmatismo y "embodiment". Las dos agrupaciones que más nos interesa destacar son las que permiten detectar si dichos objetos personales del profesorado se decantan hacia un cierto tipo de platonismo o de formalismo:

*Platonismo*

5.- El conocimiento matemático esencialmente es fijo e inmutable.

9.- Los objetos matemáticos son entidades ideales existentes objetivamente, diferentes de los árboles, sillas, etc., que podemos intuir merced a una cierta facultad intelectual.

10-- Los problemas que originaron las teorías matemáticas, si bien fueron importantes en su momento, no deben jugar después ningún papel importante en su organización.

11.- Las representaciones de los objetos matemáticos son secundarias y relativamente "neutras" ya que en definitiva son diferentes maneras de representar objetos matemáticos ahistóricos.

23.- Los objetos matemáticos son construcciones y no existen en un mundo intemporal, sólo son construcciones mentales materializadas en signos.

| Pregunta | T. Desacuerdo | Desacuerdo | Neutral | De acuerdo | T. acuerdo |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 5 | 3 | 2 | | |
| 9 | 1 | 2 | 3 | 1 | 3 |
| 10 | 3 | 4 | 1 | | |
| 11 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 |
| 23 | 1 | 5 | 1 | 2 | 1 |

Tabla 2. Grado de acuerdo con el platonismo

De la tabla anterior, se puede concluir que los docentes se muestran moderadamente partidarios del platonismo, aunque no están exentos de contradicciones. Por una parte, se muestran en desacuerdo con la afirmación del ítem 5, pero por la otra se muestran de acuerdo con la afirmación del ítem 9 y también se muestran en desacuerdo con la afirmación del ítem 23 que niega la existencia de objetos matemáticos intemporales. Si bien podemos concluir que los docentes son partidarios de un cierto tipo de platonismo, se muestran en desacuerdo con una de las posibles consecuencias del punto de vista platónico, el olvido de los problemas que dieron lugar al descubrimiento de los objetos matemáticos. También, resulta significativo que la mitad de los docentes se muestra de acuerdo con la afirmación de que las representaciones de los objetos matemáticos juegan un papel secundario.

*Formalismo*

14. Las matemáticas son verdades que no dependen de la experiencia, aunque la experiencia puede ser muy útil para descubrirlas.

15. Las dificultades que se producen en el aprendizaje de las matemáticas son causadas, básicamente, por las presentaciones defectuosas de la matemática preuniversitaria (definiciones poco precisas, conceptos no suficientemente generales, demostraciones poco rigurosas, etc.) que inducen en el alumno una concepción confusa de la matemática por la ausencia de una estructura deductiva rigurosa.

16. Las matemáticas que se presentan como unos conocimientos terminados y organizados deductivamente permiten poner de manifiesto al alumno la ordenación lógica de la materia, pero, al presentar el producto terminado, impiden la acción, las conjeturas, la imaginación, la aplicación a situaciones de la vida cotidiana, etc.

17.- Para comprender un concepto matemático, son necesarias situaciones de referencia no matemáticas que le den sentido.

18. Conviene presentar unas matemáticas centradas sobre ellas mismas y muy alejadas de las otras ciencias.

19.- Si los textos didácticos ofrecen pocas situaciones no matemáticas que permitan a los alumnos conocer la aplicación de las matemáticas a la realidad, se facilita preguntas del tipo "esto para qué sirve".

20.- Conviene presentar los conceptos matemáticos de la manera más general posible y separados de los contextos que les dan sentido, para así evitar las dificultades de comprensión que la presentación contextualizada pudiese producir.

| Pregunta | T. Desacuerdo | Desacuerdo | Neutral | De acuerdo | T. acuerdo |
|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 1 | 2 | 1 | 5 | 1 |
| 15 | 2 | 1 | 0 | 5 | 2 |
| 16 | 0 | 3 | 2 | 3 | 2 |
| 17 | 0 | 4 | 1 | 4 | 1 |
| 18 | 5 | 2 | 3 | | |
| 19 | 0 | 1 | 1 | 5 | 3 |
| 20 | 2 | 6 | 2 | 0 | 2 |

Tabla 3. Grado de acuerdo con el formalismo

De la tabla anterior, se puede concluir que los docentes suscriben el punto de vista formalista, característico de la enseñanza de las matemáticas en las instituciones universitarias, (se muestran de acuerdo, mayoritariamente, con los ítems 14 y 15) y casi la mitad considera que para comprender un concepto matemático no son necesarias situaciones de referencia no matemáticas que le den sentido (ítem 17). Pero, por otra parte, se muestran en desacuerdo con ciertos aspectos relacionados con la enseñanza formalista de las matemáticas como son la enseñanza de las matemáticas centradas en ellas mismas (ítem 18) y descontextualizadas (ítem 20). También son conscientes de la desmotivación que este tipo de enseñanza puede producir en los alumnos (ítem 20).

La combinación entre un cierto platonismo con relación a la existencia de los objetos matemáticos y un cierto formalismo en la organización y presentación de las matemáticas era un resultado esperado y es el que en nuestra opinión explica que los docentes se manifiesten en desacuerdo con afirmaciones de tipo intuicionista o falibilista y de acuerdo con afirmaciones de tipo convencionalista. En efecto, los docentes se muestran divididos con relación al principio básico del intuicionismo (ítem 21), se muestran más de acuerdo cuando este principio se aplica a los números naturales (ítem 22) pero esta aceptación del intuicionismo desparece cuando la posición construccionista niega la existencia intemporal de los objetos matemáticos (ítem 23). Por otra parte, Los docentes se muestran claramente en desacuerdo con una visión empirista radical de las matemáticas (ítem 12) pero este desacuerdo se reduce a la mitad cuando la tesis anterior se suaviza y se presenta formulada en los términos cuasi-empiristas o falibilistas de Lakatos (1981). El peso del formalismo en nuestra opinión explica que los docentes se muestren claramente de acuerdo con una afirmación de tipo convencionalista (ítem 30) formulada en términos de la filosofía de las matemáticas de Wittgenstein (1987).

En cambio, la mezcla de platonismo y formalismo no les lleva a recusar afirmaciones de tipo constructivista (ítems 26, 27 y 28) realizadas en términos de Piaget (1979) o de Lafoff y Núñez (2000) con las cuales se muestran muy de acuerdo, incluso más de acuerdo que con las afirmaciones de tipo platonista o formalista. 8 profesores están de acuerdo con los ítems 26 y 27 y la mitad con el ítem 28.

Hay que resaltar que el análisis de las respuestas al cuestionario tenía por objetivo realizar un estudio global (coral) que proporcionara una visión general de los significados del objeto personal "matemáticas" del profesorado, que pudiese dar pie, en una fase posterior, a la duda y a la problematización. En ningún momento su objetivo fue proporcionar un análisis particular del significado personal de cada profesor. Por dicho motivo, no se realizó un estudio estadístico como el que se realiza, por ejemplo, en Gómez y Valero (1995).

Otras agrupaciones permitieron obtener otro tipo de conclusiones para ser utilizadas, si era el caso, en el seminario-taller de la segunda fase con el objetivo de generar debate entre los profesores. Por ejemplo, las dos agrupaciones siguientes permitieron tener información de las opiniones de los profesores sobre (1) la aplicabilidad y utilidad social de las matemáticas y (2) sobre el aprendizaje significativo y la contextualización.

*Aplicabilidad y utilidad social de las matemáticas*

| Pregunta | T. Desacuerdo | Desacuerdo | Neutral | De acuerdo | T. acuerdo |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 2 | | 2 | 6 |
| 2 | 1 | 2 | | 2 | 5 |
| 14 | 1 | 2 | 1 | 5 | 1 |
| 18 | 5 | 2 | 3 | | |
| 25 | 0 | 1 | 1 | 6 | 2 |
| 29 | 0 | 1 | 1 | 2 | 6 |

Tabla 4. Grado de acuerdo con la aplicabilidad y utilidad de la matemática

De la tabla anterior, se puede concluir que los docentes son conscientes de que las matemáticas son una ciencia que se aplica a la realidad y que tienen una utilidad social. También se muestran de acuerdo con que esta característica tiene que estar presente en su enseñanza y que no es conveniente una enseñanza de las matemáticas centradas sobre ellas mismas y muy alejadas de las otras ciencias. Ahora bien, para explicar la relación entre matemáticas y realidad se muestran tan partidarios de una explicación de tipo platónico-formalista (ítem 14) como de una explicación de tipo pragmatista (ítem 29).

*Aprendizaje significativo y la contextualización*

| Pregunta | T. Desacuerdo | Desacuerdo | Neutral | De acuerdo | T. acuerdo |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 4 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | 5 | 3 | 1 | 0 | 1 |
| 13 | 0 | 3 | 2 | 3 | 2 |
| 17 | 0 | 4 | 1 | 4 | 1 |
| 18 | 5 | 2 | 3 | 0 | 0 |
| 19 | 0 | 1 | 1 | 5 | 3 |
| 20 | 2 | 6 | 2 | 0 | 2 |

Tabla 5. Grado de acuerdo con el aprendizaje significativo y la contextualización

De la tabla anterior, se puede concluir que los profesores son conscientes de la importancia que tiene presentar situaciones contextualizadas para facilitar el aprendizaje del alumno y se muestran de acuerdo en las afirmaciones que van en este sentido (sobre todo, si se formulan de manera muy general). Esta conclusión es coherente con la buena disposición a incorporar matemática contextualizada detectada tanto en el cuestionario como en la entrevista.

El análisis global de las respuestas a este cuestionario nos llevó a los siguientes resultados:

*Resultado nº 11*

Los docentes no tienen opiniones claras sobre la naturaleza de las matemáticas, más bien presentan una mezcla implícita de diferentes posiciones con un cierto predominio de una mezcla de platonismo y formalismo, aunque este predominio convive con argumentaciones más propias de otros puntos de vista que no son el platonismo o el formalismo

*Resultado nº 12*

La modulación de la enseñanza de las matemáticas que actualmente se realiza en la institución (primero las matemática y después las aplicaciones en cursos posteriores) no es el resultado de una posición meditada y reflexionada sobre lo que son las matemáticas.

Estos resultados son coincidentes con los aportes de muchas investigaciones sobre las concepciones y creencias de los profesores de matemática y su práctica docente, que han puesto en evidencia que estas relaciones no son simples, ni directas[3]. Por una parte, afectan a la manera de entender la enseñanza y aprendizaje de la matemática, pero, por otra parte, no se pueden establecer relaciones estrictas de causa –efecto entre las concepciones y creencias y la práctica docente. También coinciden con las investigaciones que han puesto de manifiesto que las concepciones y creencia de los profesores sobre las matemáticas constituyen los rudimentos de una filosofía de las matemáticas, que si bien puede presentar una posición dominante de una mezcla de platonismo y formalismo, no es un todo coherente y bien organizado, sino que más bien es una mezcla en la que intervienen otras visones de las matemáticas, las cuales pueden dar lugar a un posible cambio en su prácticas docentes.

[3] Según Thompson (1992), si bien hay investigadores que han reportado variados grados de consistencia entre las creencias profesadas por los docentes sobre la naturaleza de la Matemática y su práctica docente, hay otros que han encontrado importantes discrepancias. En algunos casos, tales inconsistencias pueden ser explicadas por la presencia de grupos de creencias conflictivas entre sí que no se revelan al docente.