

DEPARTAMENT DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES
EXPERIMENTALS I DE LA MATEMÀTICA

PROGRAMA DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS
I DE LA MATEMÀTICA

BIENNI 2000-2002

**LA REPRESENTACIÓN CARTESIANA DEL
MOVIMIENTO RECTILÍNEO: UN ESTUDIO DE LAS
ARGUMENTACIONES DE LOS ESTUDIANTES DEL
BÁSICO DE INGENIERÍA**

Tesi doctoral per optar al títol de Doctor de la Universitat de Barcelona

Presentada per

NADIA LIZABETA GONZALEZ DAZA

Dirigida per

Dra. JANETE BOLITE FRANT

Tutor Ponente

Dr. JOAQUIM GIMÉNEZ RODRÍGUEZ

UNIVERSITAT DE BARCELONA

BARCELONA, 2008



Capítulo 3 MARCO METODOLÓGICO

... “Las tareas tienen diferentes potencialidades, de acuerdo al objetivo a conseguir. Al elegir tareas que propicien al alumno experiencias diversificadas e interesantes, se les anima a razonar sobre las ideas matemáticas y a establecer relaciones entre ellas ya que los mueve a comunicarse, a argumentar y a validar sus razonamientos”...

CAPITULO 3

MARCO METODOLÓGICO

Con el propósito de desarrollar en nuestro estudio la exploración y el análisis de argumentaciones y de proyecciones cognitivas de los estudiantes, mientras resuelven tareas sobre la representación cartesiana del movimiento rectilíneo, planteamos nuestra investigación en el ámbito de la metodología cualitativa. Se llevó a cabo, un estudio etnográfico-descriptivo para observar prácticas, interacciones, lenguaje y gestos de los alumnos dentro del contexto natural del aula de clases. Seleccionamos algunos elementos de la metodología denominada de Desig Experiments (DE), de acuerdo a Coob et al., (2003); para aplicarla en determinados aspectos en nuestro trabajo, lo cual será descrito en el siguiente apartado.

Con el fin de obtener la información y la data pertinente, se han ejecutado una serie de tareas, en las cuales, dos grupos de alumnos, cursantes de la asignatura Física I, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo, participaron en tareas extra-cátedra en las que se dispusieron a resolver y discutir un conjunto de situaciones relacionadas con la enseñanza del Cálculo Diferencial, referidas la descripción, interpretación y representación de gráficos cartesianos que representan movimientos rectilíneos.

Durante la ejecución de las tareas, hicimos énfasis en grabar en video, lo que dicen los estudiantes -el lenguaje- así como los movimientos -gestos- que realizan, cuando describen, y justifican sus procedimientos para resolver o explicar las situaciones planteadas; y sobre todo, los argumentos que emplean

y que se desarrollan a partir de los diálogos establecidos entre los estudiantes participantes. Las grabaciones de video, realizadas a cada uno de los grupos participantes y a las clases, conjuntamente con las hojas de trabajo de los estudiantes y las notas tomadas durante las ejecuciones de las clases y de las tareas, forman el cuerpo del análisis.

Los videos se observaron atentamente un gran número de veces, se transcribieron, se volvieron a observar y a contrastar con las transcripciones, las hojas de trabajo de los estudiantes y las notas tomadas, para realizar las reducciones de los datos (índices). Se siguieron etapas del modelo analítico para examinar y organizar los datos en video propuesto por Powell et al., (2003); para luego seleccionar los episodios o momentos críticos que consideramos relevantes durante los diálogos e intervenciones de los participantes.

Para realizar el análisis del discurso de los estudiantes, se utilizó el Modelo de Estrategia Argumentativa (Bolite Frant y Castro, 2008), teoría que permite construir una red de argumentación, incluyendo la intencionalidad del habla, para analizar episodios en el aula de clases. La argumentación es entendida por Bolite Frant y Castro (2002), como la que se emite cuando alguien quiere convencer a otro, o a sí mismo, de algo. La construcción de esta estrategia argumentativa, considera los argumentos utilizados por el hablante, de manera tal que establezcan una totalidad coherente: reconstruyendo secuencias de razonamiento, reemplazando espacios implícitos, identificando significados pertinentes, realizando el montaje de argumentos a través de esquemas e interpretando dichos esquemas.

Bajo este punto de vista (Bolite Frant, 2004), *el dialogo* puede ser entendido como un momento de *intercambio lógico* entre dos personas, un momento de relación con el otro, cuando los interlocutores se dejan invadir el uno por el otro, exponiéndose a la confrontación de sus creencias y de sus conocimientos. El dialogo, bajo esta consideraciones, se convierte en una relación dialógica, en la cual los interlocutores comparten conocimientos, representaciones, actitudes, percepciones, en fin, hábitos de pensamiento.

Así que en esta investigación, concordando con esa perspectiva, se consideraron creencias y argumentaciones generadas por los estudiantes, mientras *díalogan* entre ellos o al ser cuestionados por el profesor, durante la ejecución de las acciones pedidas en las tareas. Buscamos, través del análisis del discurso, estudiar la producción de significados matemáticos teniendo como base las palabras y los argumentos producidos por los estudiantes mientras expresan y discuten las soluciones elaboradas al resolver las tareas propuestas sobre representación cartesiana del movimiento rectilíneo.

En el estudio intervienen los siguientes elementos:

- Estudiantes del primer año de la carrera de Ingeniería, que han cursado cálculo diferencial (Análisis matemático I) en el primer semestre de la carrera.
- Contenidos del cálculo diferencial y de la física que se refieren a:
 - ✓ La construcción e interpretación de gráficos cartesianos
 - ✓ El concepto de derivada y su interpretación física
 - ✓ El movimiento rectilíneo uniforme y sus formas de representación
- La producción de significado matemático de los estudiantes. La identificación y el análisis de la producción de significado, será realizada a partir del estudio del lenguaje (oral, escrito, gestual) utilizado por los estudiantes -argumentaciones, expresiones, enunciados, afirmaciones, justificaciones- (también se tomaran en cuenta gestos, ademanes, muecas, semblante, manoteos, que acompañen los enunciados examinados) en el curso de sus interacciones en el aula de clases, cuando participan en situaciones de aprendizaje relacionadas con diferentes representaciones del movimiento rectilíneo (Frant y Rabello, 2002; Lins, 2002).
- El Modelo de Estrategia Argumentativa (MEA) propuesto por Bolite Frant y Castro (2008); asociado con las teorías de la Cognición Corporizada (Embodiment) (Lakoff y Jonson, 1991; Lakoff y Nuñez, 2000), del mezclaje-fusión-montaje Conceptual (Blending) (Fauconnier y Turner, 1998, 2002) y de la Ciencia Cognitiva de la Matemática (Núñez, 2000), teorías que se basan en una perspectiva complementaria de conocimiento, comunicación y análisis que considera que las ideas, los pensamientos, los conceptos y

todos los demás aspectos de la mente son moldeados el cuerpo por nuestro sistema motriz y sensorial, por nuestras actividades e interacciones con el ambiente.

3.1 LA METODOLOGÍA DEL DESING EXPERIMENTS (DE)

El objetivo de la metodología de *desing experiments* o experimentos de diseño (que denominaremos DE en nuestro trabajo) es analizar los procesos de aprendizaje de un determinado dominio, no limitándose simplemente a analizar una colección de actividades de dominios específicos, sino que este tipo de metodología, es considerada una ecología de aprendizaje, en el sentido de representar un sistema complejo e interactivo, envolviendo múltiples elementos de diferentes tipos y niveles.

En esta visión de ecología del aprendizaje, seleccionamos algunos elementos de esta metodología, que consideramos se adaptaban al desarrollo de las etapas operativas de nuestra investigación. Entre los aspectos seleccionados, además de considerar las cuestiones a ser propuestas a los estudiantes, se tomó en cuenta, lo relativo al probable discurso a ser desarrollado en la investigación, las reglas de participación a ser establecidas, las herramientas y los materiales que serían utilizados y los significados de las relaciones entre estos elementos.

El DE es considerado como método científico de investigación, cuando el énfasis está puesto en el análisis del investigador con respecto al pensamiento matemático de los estudiantes y las modificaciones de esos pensamientos. En este sentido, los investigadores deben crear situaciones y modos de interacción entre estudiantes, encorajándolos a modificar sus pensamientos usuales. Se destaca que, si hay ausencia de contribuciones individuales de los estudiantes, no hay razón científica para conducir este tipo de metodología.

Esta metodología para investigaciones en Educación Matemática emergió, por dos motivos. En primer lugar, modelos de otras áreas, tales como la

epistemología, la psicología, y la filosofía, eran aplicados para entender y analizar específicamente la matemática de los estudiantes. Esto condujo a que modelos con raíces en la Educación Matemática se volvieran necesarios para que se considerase el progreso de un estudiante ante una comunicación matemática interactiva. En segundo lugar, había una laguna entre la práctica de la investigación y la práctica de la enseñanza-aprendizaje, en Educación Matemática.

Inicialmente, la metodología experimental procuraba seleccionar una muestra de sujetos y someterlos a diferentes tratamientos. Los efectos de un tratamiento eran comparados con los efectos de otros, con la intención de especificar diferencias entre ellos. Los investigadores formulaban posibles factores que podrían ser variados sistemáticamente, de modo que hubiese una variación correspondiente en otras variables. Este tipo de experimento, clasificado como diseño clásico experimental, omitía el análisis conceptual, o sea, los sujetos eran considerados recipientes de tratamientos y usualmente no eran focos de análisis. Ellos eran individuos a ser tratados y no participantes de la construcción de los tratamientos en el contexto de los episodios de enseñanza. Con eso, los significados construidos por los estudiantes no representaban el interés principal del investigador, al contrario de la propuesta del DE. Esta metodología también es denominada *investigación basada en el diseño*, para evitar el error interpretativo de identificar este enfoque con el diseño experimental clásico o prueba aleatorizada vinculada a la metodología científica confirmatoria (De la Orden, A.; 2007).

3.1.1 Características relevantes de los Desing Experiments (DE)

El DE puede ocurrir de diversos modos, dependiendo de la función o foco a los que se aplican. Esta metodología se puede manifestar entre el profesor/investigador y un grupo restringido de estudiantes, donde la intención es crear una versión en pequeña escala de una ecología de aprendizaje, que se pueda estudiar en profundidad y detalle, o como experimentos aplicados en clases mas numerosas, así como también en trabajos relacionados con la

organización de futuros profesores. Ellos también pueden ser vistos como experimentos con miras a dar soporte al desarrollo de una comunidad profesional o, además, como actividades con fines de reestructuración escolar.

De cualquier forma, una característica principal del DE es la separación consciente entre la división de papeles del profesor/ investigador, ya que estudiantes, profesores e investigadores, son vistos como colaboradores en el proceso. Por lo general esta metodología se centra en el desarrollo que ocurre en el interior de un ambiente conceptualmente rico, explícitamente diseñado para optimizar las oportunidades de desarrollos relevantes de forma observable. No hay periodos de tiempo definidos, o sea, las actividades pueden durar pocas horas, semanas o períodos académicos.

Independientemente de la función que oriente a los DE, todos los tipos de experimentos, poseen cinco puntos convergentes. En primer lugar, el objetivo de esta metodología es desarrollar una clase de teorías, tanto sobre el proceso de aprendizaje como sobre los significados que son diseñados para soporte del aprendizaje, estos últimos vinculados a los artefactos materiales, a las practicas de enseñanza y aprendizaje, a los niveles de control, a las negociaciones de normas y a otras formas de mediación. En el caso de los DE de pequeña escala, descritos anteriormente como el primer modo de manifestación de este tipo de metodología, el objetivo teórico debe ser el desarrollo de un modelo psicológico del proceso, en el cual los estudiantes desarrollan acuerdos de una idea matemática en particular, en conjunto con los tipos de cuestiones y practicas de enseñanza que suministran soporte para aquellos aprendizajes.

En segundo lugar, se tiene como característica común la naturaleza intervencionista de este tipo de metodología. Los DE tienen por meta representar bases iniciales para futuras innovaciones, o sea, la intención de este tipo de metodología es la de investigar posibilidades de nuevas formas de aprendizaje, con miras a cambios educacionales. Por su naturaleza, el estudio de ecologías de aprendizaje necesita de completa especificación de cualquier circunstancia. En la construcción de los DE, se debe tener cuidado en distinguir

los elementos que representan el objetivo de la investigación y aquellos que pueden ser considerados como prerrequisitos. De este modo, el análisis de las investigaciones ya existentes sobre el tema se hace esencial para especificar la diferencia entre las condiciones centrales y las subyacentes.

En tercer lugar, cualquier tipo de DE tiene dos aspectos, siendo uno de ellos el aspecto prospectivo, en el cual, el diseño es implementado como un proceso de aprendizaje hipotetizado, y el otro, el aspecto reflexivo, en el cual se realizan conjeturas con varios niveles de análisis. En particular, el proyecto inicial es una conjetura sobre los significados que darán soporte a una forma particular de aprendizaje, la cual será probada. Durante la conducción de los experimentos, son realizadas y probadas conjeturas más especializadas. Además, si una conjetura inicial es refutada, nuevas conjeturas alternativas pueden ser generadas y probadas.

Siendo así, los investigadores interaccionan en el sistema dotándolo de una característica cíclica, pues el diseño es alterado frecuentemente conforme a las observaciones obtenidas. Esto hace que los resultados no sean simples devoluciones de informaciones suministradas por sujetos pasivos, sino informaciones compuestas de interacciones complejas, adaptaciones y “feedback” constante. Esta característica conduce a una ruptura de la visión tradicional en que los investigadores, profesores y estudiantes desempeñan un papel fijo y definido. Debido a esa naturaleza dinámica, una cuarta característica se destaca en esta metodología, relativa a la forma iterativa y cíclica en la cual el DE es conducido.

La última característica tiene por base el pragmatismo inherente a este tipo de metodología. Las teorías son desarrolladas durante el proceso, pueden ser modestas en el sentido en que están relacionadas con un dominio específico del proceso de aprendizaje, como también por el hecho de desempeñar un trabajo real, ya que son responsables por la actividad del DE.

Para preparar esta metodología, se vuelve necesario establecer algunas etapas que orientaran su construcción. En primer lugar se debe definir la

intención teórica de la investigación, identificando y describiendo modelos sucesivos del pensamiento del estudiante. El levantamiento bibliográfico de las investigaciones existentes también es imprescindible, a fin de delimitar los elementos que representan el objetivo de la investigación.

En primera instancia, deben ser levantadas conjeturas al respecto de las interpretaciones iniciales y acuerdos de los estudiantes. Por eso, cabe establecer un trabajo “piloto” documentando los resultados, para que se puedan desarrollar nuevos métodos de acceso a aspectos del raciocinio de los estudiantes. Al implementar DE, se debe constantemente probar y revisar conjeturas, analizando los argumentos de los estudiantes y la influencia del ambiente de aprendizaje. Una característica expresa de esta metodología consiste en el hecho de que la comprensión de un fenómeno que se investiga, ocurre mientras el experimento se desarrolla. Por eso, es importante grabar los encuentros y, si es posible, contar con asistentes y varias formas de recolección de datos.

La conducción de análisis retrospectivos debe ocurrir de modo sistemático, verificando los datos generados durante el experimento de manera extensiva y longitudinal. Para eso se deben establecer criterios al realizar las inferencias, de forma que posibilite a los investigadores la comprensión, el monitoreo y el análisis crítico de lo que fue realizado. El DE debe ser localizado en el interior de un contexto teórico amplio, al cual debe orientar el análisis de cuanto ocurre en el experimento.

3.1.2 El rol del profesor/investigador en los Desing Experiments (DE)

Las acciones del profesor/investigador ocurren en un contexto de interacción con los estudiantes. Durante la aplicación del experimento, el profesor/investigador se va a encontrar con posibilidades no esperadas. Es claro que, si él supiese previamente como proceder con los estudiantes o qué tipo de resultados conseguiría, no habría razón para implementar tal experimento, teniendo en cuenta que esta metodología se centra en el análisis

de las explicaciones dadas por el estudiante, el cómo actuar y como preguntar son cuestiones decisivas en la conducción de un DE. En este contexto, son definidos dos tipos de interacción entre el profesor/investigador y los estudiantes: la interacción receptiva e intuitiva y la interacción analítica. En el primer tipo de interacción, el profesor/investigador no tiene conciencia plena de cómo proceder, o sea, el interactúa con los estudiantes sin establecer intencionalmente la distinción entre su conocimiento y el conocimiento de los alumnos. Se destaca que la interacción intuitiva no ocurre solamente al inicio del experimento, puede ocurrir en cualquier etapa.

Cuando el profesor/ investigador identifica en los estudiantes argumentaciones ricas y repletas de implicaciones para futuras interacciones, el pasa a establecer una forma de interacción analítica. En este tipo de acción, el profesor/investigador adquiere un “sensor” de dirección y visualiza las posibilidades del camino a ser recorrido con los estudiantes, o sea, el formula una imagen de las operaciones mentales de los alumnos y del itinerario sobre lo que debe ser aprendido y como se debe conducir este aprendizaje.

De este modo, el objetivo principal del profesor/ investigador es crear situaciones en las que las interacciones puedan impulsar a los estudiantes a modificar sus pensamientos actuales. Para eso, los alumnos deben ser entendidos como seres humanos capaces de ofrecer contribuciones independientes.

3.1.3 Nuestra investigación y los elementos del desing experiments considerados

Por el hecho de que esta propuesta tiene como objetivo analizar los procesos dinámicos en el discurso de estudiantes del segundo semestre de ingeniería, mientras trabajaban, en pequeños grupos, en las soluciones de distintas tareas extra-clase, hemos tomado ciertos elementos de la metodología de los DE, para implementar y desarrollar nuestra investigación.

Pretendemos aquí, observar e identificar, a partir del análisis del discurso de los estudiantes, sus enunciaciones y argumentaciones, luego de una clase de física sobre movimiento rectilíneo, para tratar de reconocer en ellas la producción de significado matemático cuando se ocupan en representar gráficamente el movimiento rectilíneo, resolviendo situaciones distintas a las que acostumbran a realizar en el aula de clases. También pretendemos identificar los posibles mapeamientos cognitivos (metáforas y montajes conceptuales) en el discurso de los estudiantes.

Pensamos que ciertos aspectos antes descritos de esta metodología, se adaptan a nuestra investigación, ya que, desde su inicio habíamos pensado realizar una serie de actividades repartidas en varias tareas, para trabajar con un número pequeño de estudiantes reunidos en grupos. Tal como se sugiere dentro de la metodología del DE, hemos intentado crear una versión en pequeña escala de una ecología de aprendizaje, que garantizara un estudio más profundo y detallado de los procesos que surgieran durante la implementación y el desarrollo de las tareas, teniendo como perspectiva el estudio del lenguaje en el proceso de aprendizaje, pensamiento y comunicación de los estudiantes a nivel universitario, desde la visión teórico-práctica del Modelo de Estrategia Argumentativa y la teoría de la cognición corporificada.

En nuestra investigación hemos diseñado y desarrollado experimentos del tipo *uno -a- uno* (profesora/investigadora y estudiantes), de pequeña escala, en los cuales, el investigador conduce una serie de tareas- extra clase con un número reducido de estudiantes. Además, conjuntamente con este tipo de experimentos, hemos también conducido, lo que en esta metodología denominan un *experimento en el aula de clases (classroom experiments)*, que consistió en observaciones en el aula, durante las cuales, la profesora/investigadora trabajó en colaboración con la profesora de la clase y los estudiantes.

3.2. LAS FASES DE LA INVESTIGACIÓN

Las fases mediante las cuales, implementamos y desarrollamos esta investigación fueron las siguientes:

Fase 1- Revisión bibliográfica y planificación.

- Revisión y análisis bibliográfico.
- El estudio piloto.
- La planificación y elaboración de seis tareas.
- Elección del salón para implementar las tareas.
- Selección del curso y la profesora participante.
- Selección y coordinación del personal y equipos técnicos, para la grabación de las clases y tareas en video.

Fase 2 - Implementación y reflexión.

Parte I

- Observación de las clases y aplicación de actividades iniciales.
- Creación del ambiente de trabajo para los grupos y el equipo de grabación.
- Formación de los grupos de estudiantes participantes.
- Organización del cronograma de encuentros.
- Selección de la metodología para examinar y organizar los videos para su posterior análisis.

Parte II

- Implementación de la Tarea 1
 - Observación y análisis de videos de las clases, videos de la Tarea 1, hojas de trabajo de los participantes y notas de observación.
 - Resultados: reducción de datos y selección de los episodios.
 - Análisis de los episodios.
 - Cambios en la Tarea 3.
- Implementación de la Tarea 3

- Observación y análisis de videos de las clases, videos de la Tarea 3, hojas de trabajo de los participantes y notas de observación.
- Resultados: reducción de datos y selección de los episodios.
- Análisis de los episodios seleccionados.
- Cambios en la Tarea 6.

Fase 3 - Implementación y reflexión.

- Implementación de la Tarea 6.
 - Observación y análisis de videos de las clases, videos de la Tarea 6, hojas de trabajo de los participantes y notas de observación.
 - Resultados: reducción de datos y selección de los episodios.
 - Análisis de los episodios seleccionados.
- Reflexión y conclusiones sobre las tres tareas incluyendo las clases.

3.2.1 La Fase 1.- Revisión bibliográfica y planificación

Esta primera fase corresponde a la etapa de planificación. Como ya hicimos referencia en el capítulo 1, motivada por nuestra propia experiencia en la enseñanza en educación superior y a la problemática planteada en nuestra Facultad, partimos de las evidencias aportadas por la revisión bibliográfica sobre la enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial, particularmente en relación a las aplicaciones de la derivada a la física, para iniciar nuestro trabajo.

Particularmente nos interesamos por los trabajos de Marrongelle (2001, 2002) sobre a la importancia de enseñar a los estudiantes de ingeniería la matemática necesaria para resolver problemas de la física, los de Nemirovsky et al. (1998), que analizan los esfuerzos de dos estudiantes de educación primaria para crear gráficos e interpretarlos en términos de acciones cinestésicas, mediante el uso de un computador con un detector de movimiento, y muy especialmente, por los experimentos en aprendizaje,

realizados por Speiser et al. (2003), basados en la representación del movimiento y en el estudio del cómo los estudiantes le dan sentido al movimiento. En esta investigación, nos interesamos ampliamente, en el trabajo realizado con un grupo de estudiantes, que debían hacer “presentaciones gráficas”, para determinar el movimiento de un gato, basándose en un conjunto de fotografías de lapso-tiempo, que representaban una secuencia de movimientos del animal.

Examinamos luego, los trabajos de Castro y Bolite Frant (2002) que consideran necesario crear nuevos espacios para la producción de significados, así que asumen que el uso de tecnología y el lenguaje para procurar una producción de significados en el aula de clases desde un ámbito diferente del habitual. Su interés está dirigido a levantar los argumentos que se generan al expresar creencias y justificaciones mientras se trabaja en estas actividades.

Partiendo de las evidencias aportadas por nuestra revisión bibliográfica, delimitamos nuestro trabajo y centramos el interés en conocer lo que sucede con los estudiantes del primer semestre de ingeniería luego de aprobar la asignatura Análisis Matemático I (Cálculo Diferencial) y la producción de significado cuando comienzan a estudiar la representación gráfica cartesiana del movimiento rectilíneo, esperábamos recabar información sobre concepciones y formas de razonar de los estudiantes en relación a conceptos del cálculo, a partir del lenguaje oral y gestual que ellos expresarán al participar en tales actividades.

Nos motivamos en reconocer, cómo son sus argumentaciones cuando resuelven problemas sobre la representación en un gráfico posición/tiempo de este tipo de movimiento, cómo argumentan sobre el cálculo de la velocidad, a partir de representaciones cartesianas; y sobre los significados que producen estos conceptos, al ser vistos desde una representación gráfica en condiciones y situaciones no habituales, en contraposición a su presentación usual en forma de enunciados y ecuaciones.

Como punto de partida, además de la revisión bibliográfica iniciamos nuestro trabajo con un estudio piloto para conocer las necesidades específicas que tenían los estudiantes al comenzar a cursar la asignatura Física I, particularmente en relación a los contenidos sobre movimiento rectilíneo, que son los contenidos que se corresponden, en el programa de la asignatura Análisis Matemático I, con los problemas de aplicaciones de la derivada a la física.

En el siguiente apartado, describimos la implementación del estudio piloto, la prueba utilizada como instrumento para hacer los diagnósticos, los participantes y el análisis y las conclusiones obtenidas. Las respuestas y los resultados obtenidos en la prueba del estudio piloto se describen en detalle en el capítulo correspondiente a los resultados y el análisis de la investigación. Además, en los anexos, se adicionan las respuestas dadas a la prueba por todos los participantes en el estudio piloto.

3.2.1.1 El estudio piloto: explorando conocimientos sobre la representación del movimiento rectilíneo

A continuación, presentamos el estudio piloto realizado para verificar que construir, interpretar e interrelacionar gráficos posición/tiempo y velocidad/tiempo sobre movimiento rectilíneo, son actividades donde la producción de ideas y conceptos matemáticos pueden ser observables, para finalmente establecer los componentes básicos que intervinieron para producir argumentaciones y significados matemáticos en el aula.

De igual forma, con este estudio exploratorio nos propusimos establecer el diseño para elaborar las tareas de la investigación final y comprender mejor el conocimiento matemático efectivo de los estudiantes de Física I. También intentamos asegurar la propiedad de los términos del lenguaje, el nivel de dificultad y la cobertura de los tipos de situaciones planteadas.

■ La Implementación del estudio piloto

El estudio piloto consistió en elaborar y aplicar una prueba a estudiantes de dos niveles de estudio: estudiantes del 2do semestre, cursantes de Física I, los cuales como ya se mencionó han aprobado la asignatura Análisis Matemático I (Cálculo diferencial) y estudiantes del 3er semestre cursantes de Laboratorio de Física I, los cuales han aprobado la asignatura Física I. La prueba se utilizó como instrumento para recolectar información, sobre los procedimientos, herramientas y formas matemáticas que utilizaban los estudiantes para resolver situaciones relacionadas con la descripción del movimiento rectilíneo de un objeto, por medio de gráficos (posición/tiempo y velocidad/ tiempo), secuencia de dibujos y enunciados verbales.

En el estudio nos centramos en observar e identificar lo que el estudiante escribe y dibuja con papel y lápiz al momento de construir e interpretar las situaciones y los gráficos sobre movimiento rectilíneo. Se presentaron 3 escenarios, en cada una de ellas los estudiantes debían responder por escrito lo planteado en tales problemas.

■ El Instrumento para el estudio piloto

La prueba¹ abarcó 3 problemas. En el problema 1, el alumno debe realizar un gráfico posición/tiempo a partir de una secuencia de dibujos que representan diversas posiciones del movimiento rectilíneo realizado por un objeto. En el problema 2 el alumno debe realizar un gráfico posición/tiempo a partir de la descripción verbal de una secuencia de movimientos (rectilíneo) realizados por un objeto. En el problema 3 debe interpretar un gráfico velocidad/tiempo del movimiento rectilíneo de un objeto, y describirlo a partir de éste, creando una historia o enunciado que se corresponda con la forma del gráfico. Además deberá construir el gráfico posición/tiempo a partir del gráfico dado.

¹ La prueba contiene ejercicios basados en el libro de: Belmonte, Manuel. (1993). Aprendiendo Física. Física I. Formas y Métodos de Trabajo en Ciencia, Cinemática: Estudio de los Movimientos. EDUNSA. Barcelona, España.

A continuación, mostramos en la Figura 3.1 la prueba del estudio piloto:

UNIVERSIDAD DE CARABOBO FACULTAD DE INGENIERIA DEPARTAMENTOS DE MATEMÁTICA Y FÍSICA CÁTEDRAS DE ANÁLISIS MATEMÁTICO I Y FÍSICA I	NOMBRE: _____ CI: _____ SECCIÓN: _____ FECHA: _____
PRUEBA: <u>Ejercicios sobre Movimiento Rectilíneo</u>	
Problema 1 Representa en un gráfico cualitativo, posición / tiempo, las distintas posiciones de la pelota de la siguiente historieta.	
Problema 2 En un edificio de 12 pisos, un ascensor efectúa en un momento dado los siguientes desplazamientos: “El ascensor se encuentra detenido en la planta baja y comienza a subir hasta el tercer piso, allí se detiene durante 5 minutos. Luego, lo llaman desde el séptimo piso, para bajar a continuación hasta la planta baja. Desde ese punto, inmediatamente lo llaman para ir al décimo piso, desde donde se traslada hasta el garaje situado en el segundo sótano. Allí permanece durante 10 minutos. Por último, lo llaman desde la planta baja, para ir seguidamente al cuarto piso, donde finalmente queda detenido”...	
A partir de la descripción del movimiento efectuado por el ascensor, construye el gráfico posición /tiempo del movimiento rectilíneo efectuado por éste en el intervalo de tiempo indicado, sabiendo que en subir un piso tarda unos 20 segundos y en bajarlo 10 segundos.	
Problema 3 A partir del siguiente gráfico velocidad/ tiempo, que corresponde al movimiento rectilíneos de un cuerpo en un intervalo de tiempo determinado, construye el gráfico posición /tiempo deducible a partir del gráfico dado.	

Figura 3.1. La prueba del estudio piloto

Seguidamente, en el Cuadro 3.1, presentamos un resumen de las características: contenidos, objetivos y justificación de la prueba del estudio piloto.

Características	Prueba - 3 problemas
Contenidos Cálculo-Física	<ul style="list-style-type: none"> • Funciones - Representación gráfica de funciones en dos dimensiones • Derivada/ Pendiente/ Velocidad <ul style="list-style-type: none"> - La derivada: como pendiente de una curva - como el incremento de la distancia entre el incremento del tiempo - Signos de la derivada como dirección del movimiento - La pendiente de una curva como velocidad • Movimiento rectilíneo <ul style="list-style-type: none"> - Sistema de Referencia: observador-sistema de ejes coordenados-unidades de medida de longitud y tiempo - Análisis de gráficos posición/ tiempo - Análisis de gráficos velocidad/ tiempo
Objetivos	<p>Problema 1: A partir de una secuencia de dibujos (SD) que representan diversas posiciones del movimiento rectilíneo realizado por un objeto, el estudiante debe construir un gráfico posición/tiempo</p> <p>Problema 2: A través de la lectura del enunciado verbal (EV) de una secuencia de movimientos rectilíneos realizados por un objeto, el estudiante debe visualizar, adaptar y/o ajustar esta descripción para representar el movimiento del objeto a través de un gráfico posición/ tiempo</p> <p>Problema 3: A partir de un gráfico velocidad/ tiempo (GVT) dado, el estudiante debe inventar un enunciado con un personaje u objeto, cuyos movimientos queden descritos o representados en el gráfico dado, y deducir para construir, el gráfico posición/ tiempo correspondiente</p>
Justificación	<p>Problema 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observar si los estudiantes asocian los cambios de posición de un objeto en una secuencia de dibujos con la construcción de un gráfico del movimiento rectilíneo del objeto • Observar cómo los estudiantes representan estos cambios en un gráfico posición/ tiempo (a partir de los elementos, características presentes en el gráfico) <p>Problema 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observar si los estudiantes asocian enunciados verbales en los que se describe el movimiento rectilíneo realizado por un objeto en un intervalo de tiempo con la construcción de un gráfico posición/ tiempo • Observar cómo los estudiantes representan estos cambios en un gráfico posición / tiempo (a partir de los elementos, características presentes en el gráfico) <p>Problema 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observar si los estudiantes asocian la representación gráfica de la velocidad de un móvil en el tiempo con los conceptos de derivada y/o pendiente, así como también, lo que representa la pendiente de la curva en un gráfico posición/ tiempo- y en un gráfico velocidad/ tiempo • Observar si los estudiantes pueden asociar los signos de la velocidad con la dirección del movimiento al deducir el gráfico posición/ tiempo

Cuadro 3.1. Resumen de las características de la prueba del estudio piloto

Las pruebas fueron respondidas individualmente por los estudiantes durante el horario de clases de Física I, contando con la colaboración del docente encargado de la asignatura. El tiempo asignado para responder la prueba fue de una hora cuarenta y cinco (1:45) minutos aproximadamente.

▪ Los Participantes del estudio piloto

La muestra estuvo integrada por 22 estudiantes (hombres y mujeres) de la Facultad de Ingeniería de la UC; cursantes del 2do y 3er semestre de la carrera, que han aprobado con distintos profesores la asignatura Análisis Matemático I (cálculo diferencial). La mayoría de los estudiantes provenían de liceos públicos y contaban con una edad entre 17-20 años en el momento de aplicarles la prueba.

▪ El Análisis del estudio piloto

Para analizar cualitativamente las respuestas de los estudiantes a la prueba y formar las categorías de respuestas, se examinaron elementos y procedimientos presentes en los gráficos posición/tiempo elaborados por los estudiantes, que pudieran asociarse a particularidades y propiedades de los contenidos relacionados con la matemática.

En particular nos centramos en respuestas relacionadas con los conceptos de funciones, representación gráfica de funciones en dos dimensiones, pendiente, derivada, velocidad. Para cada respuesta del estudiante a cada problema, se realizó un registro abreviado para clasificar los tipos de respuesta por procedimiento utilizado. Se hizo énfasis especial en observar aspectos relacionados con el concepto de derivada.

Para establecer criterios de categorización de las respuestas, se tomaron en cuenta los siguientes aspectos para distinguir posibles elementos presentes en los gráficos posición/ tiempo elaborados por los estudiantes:

- Comprender enunciados verbales y asociarlos con gráficos de funciones en \mathbb{R}^2 :
 - Incorpora elementos mencionados en el enunciado.
 - Utiliza símbolos adecuadamente.
 - Identifica variables pertinentes.

- Analizar globalmente (en un intervalo de tiempo) y localmente (en un instante de tiempo) gráficos de funciones en \mathbb{R}^2 .

- Diferenciar entre conceptos implicados: sistema de referencia, posición, recorrido, trayectoria, desplazamiento, intervalo de tiempo-instante de tiempo, pendiente, derivada, velocidad media y velocidad instantánea, entre otros.

- Relacionar y usar los conceptos de derivada, pendiente y velocidad:
 - Deduciendo gráficos posición/tiempo a partir de gráficos velocidad/ tiempo y recíprocamente.
 - Asociando en el gráfico velocidad/ tiempo, los signos de la velocidad con la dirección del movimiento para el trazado del gráfico.

Las categorías encontradas al realizar el análisis de las respuestas dadas por los alumnos a la prueba, se resumen en el Cuadro 3.2, presentado a continuación:

Categorías Prueba - Estudio Piloto	
PROBLEMAS 1 - 2	<p>C1: Ubicar el origen del sistema de referencia (SR)</p> <p>C1.1: Ubican la posición inicial del móvil en el origen</p> <p>C1.2: Ubican la posición inicial del móvil antes /después/ por encima/ por debajo del origen</p> <p>C1.3: Dibujan sólo los ejes cartesianos</p> <p>C1.4: Colocan ejes y las unidades correspondientes</p>
	<p>C2: Incorporar características del movimiento del objeto presentes en el enunciado</p> <p>C2.1: Asumen que el móvil sale del origen y regresa</p> <p>C2.2: Asumen que el móvil sale del origen y no regresa</p> <p>C2.3: Asumen que el móvil llega al origen y lo traspasa</p> <p>C2.4: Reconocen cuando el móvil se mantiene en reposo</p> <p>C2.4.1: En un intervalo de tiempo</p> <p>C2.4.2: En un instante de tiempo</p>
	<p>C3: Asociar dirección del movimiento con pendiente</p> <p>C3.1: Movimientos hacia la derecha-arriba generan trazos de curva con pendiente positiva</p> <p>C3.2: Movimientos hacia la izquierda-abajo generan trazos de curva con pendiente negativa</p> <p>C3.3: Ausencia de movimiento genera trazos horizontales en la curva</p> <p>C3.4: Cambios en la dirección del movimiento generan extremos relativos en la curva</p>
	C4: Representan otra situación
	C5: No contestan
PROBLEMA 3	C1-C2-C4 y C5 iguales a las de los Problemas 1-2 (*)
	<p>C6: Asocian dirección del movimiento con la forma del gráfico dado en el enunciado (G.V/T)</p> <p>C6.1: Asumen que el móvil avanza positivamente todo el tiempo</p> <p>C6.2: Asumen que el móvil no regresa a la posición inicial</p> <p>C6.3: Asumen que si la velocidad del móvil es máxima, su posición es la más alejada del origen</p>
	C7: Asumen que si la velocidad del móvil es cero hay un incremento en su posición
	C8: Asumen que si la velocidad del móvil es cero, está en la posición inicial
	C9: Asumen que si la velocidad del móvil es cero no hay incremento de la posición
C10: Asumen que si la velocidad del móvil es constante hay incremento de la posición	
(*) No se considera categoría C3.	

Cuadro 3.2. Categorías establecidas a partir de las respuestas a la prueba del estudio piloto

■ Las Conclusiones de la aplicación de la prueba del estudio piloto

A partir del análisis cualitativo de las respuestas a la prueba, se registraron las siguientes particularidades:

En relación con el Problema 1, notamos que, ciertos aspectos como ubicar la posición inicial, la existencia de pausas (largas o momentáneas) o determinar la dirección del movimiento; se representan en los gráficos de diversas formas, pertinentes o no, lo cual permite establecer particularidades e interpretar las respuestas. Al describir el movimiento rectilíneo en forma poco usual (a partir de secuencias de dibujos) para su representación gráfica, se pueden reconocer ciertos elementos utilizados por los estudiantes para interpretar el movimiento y conseguir representarlo (Ir de Secuencia-Dibujos a Gráfico-Posición/tiempo).

Observamos que era posible registrar las siguientes características: ubicación del móvil en un sistema de referencia cartesiano, presencia o ausencia de las unidades correspondientes en los ejes; reconocimiento del punto de salida del móvil; reconocimiento de la condición de reposo del móvil en un instante de tiempo y en un intervalo de tiempo. En el problema propuesto no dimos información sobre la ubicación del origen de coordenadas, y encontramos que la mayoría de los estudiantes ubicaron el origen de coordenadas en los puntos esperados; 5 estudiantes ubicaron el origen de coordenadas en la posición inicial de la pelota y 12 en la posición del niño, y realizaron una gráfica posición/tiempo admisible del movimiento de la pelota.

En el estudio realizado por Radford et al., (2003), en el cual se analiza el movimiento de un cilindro sobre un plano inclinado, la mayoría de los estudiantes ubicaron el origen en la base del plano, que era la respuesta esperada y también realizaron una gráfica posición/tiempo del movimiento del cilindro admisible.

También encontramos que sin haber dado información acerca del tiempo transcurrido mientras la pelota se detiene 8 estudiantes responden que el móvil se mantiene en reposo en un intervalo de tiempo y 5 en un instante de tiempo;

lo que se corresponde con la confusión intervalo/punto señalada por Sherin (1997) en su estudio sobre la identificación de los “*recursos constructivos*” (constructive resources) donde estudiantes se dedican a inventar representaciones gráficas del movimiento.

En relación con el Problema 2, advertimos que la mayoría de los estudiantes resuelven el problema propuesto con enunciado escrito-verbal asociando convenientemente las características del movimiento descritas en el enunciado con las características del gráfico construido. Refiriéndonos a los problemas con enunciados verbales, es remarcable observar que son utilizados desde la escuela básica. Generalmente se demanda a los estudiantes que escriban una ecuación algebraica a partir de una situación enunciada (modelo matemático), es menos usual que se proponga hacer un gráfico. Sin embargo, los estudiantes consiguieron utilizar procedimientos efectivos para articular los dos tipos de representaciones del movimiento rectilíneo (Ir de Enunciado-Verbal a Gráfico-Posición/tiempo).

En cuanto al Problema 3, observamos que la mayoría de los estudiantes no consiguió representar el gráfico posición/ tiempo solicitado. Estimamos que, para deducir el gráfico posición/ tiempo a partir del gráfico velocidad/ tiempo, los estudiantes deben desarrollar procesos de visualización para asociar el signo de la velocidad que se muestra en el problema como propiedad geométrica del gráfico –el signo de la curva- ; comprender adecuadamente el concepto de velocidad como variación de la posición entre variación de tiempo y además, asociar el signo de la velocidad con la dirección del movimiento. Lo cual presupone en el estudiante una coherente articulación de los conceptos matemáticos y físicos implícitos en ambas representaciones gráficas (Hale, 2000; Monk, 1994; Brasell, 1987).

Esto puede explicar los resultados obtenidos para ir del modo de representación de gráfico a gráfico. En general, destacamos que en las respuestas a los tres problemas, los estudiantes utilizaron escasas argumentaciones (por escrito), para justificar sus procedimientos. No se

consideró la categoría C3 (asociar dirección del movimiento con pendiente) ya que se les presentaba un gráfico de velocidad/tiempo y no de posición/tiempo.

Los datos, informaciones, respuestas y reflexiones generadas por los resultados del estudio piloto, conseguimos delimitar, ubicar y seleccionar los contenidos y los tipos de problemas propuestos para el diseño y elaboración de las actividades de las tareas de la investigación. Encontramos que centrar las actividades en problemas ajustados a las características del Problema 1 de la prueba del estudio piloto, se adaptaba más a los propósitos de nuestra investigación.

3.2.1.2 El Contexto de nuestra investigación

Para reconocer el contexto en el cual se llevó a cabo esta investigación, presentamos a continuación algunas características del entorno en el cual se desarrollan las clases de matemática y en los primeros semestres de la Facultad.

Primeramente, presentamos rasgos importantes acerca de la Matemática y la Física que se enseña y aprende en los cursos iniciales de la carrera de ingeniería, comenzando con un análisis de los Estudios Básicos como una estructura que organiza curricular y administrativamente los dos primeros años de estudio, se refieren especificaciones sobre los fines y lineamientos generales en el orden académico de esta etapa y se describen Áreas de Conocimiento, Departamentos y Cátedras en forma general. Se describe al Departamento de Matemática, las áreas de conocimiento contenidas en las asignaturas que se enseñan y su organización, para centrarnos en la asignatura Análisis Matemático I (Cálculo Diferencial), contenidos, objetivos y problemática presente al enseñarla. En consecuencia con los objetivos del estudio mostramos aspectos del Departamento de Física y de la asignatura Física I, de la cual nos valemos para preparar el ambiente en el cual los estudiantes participantes en la investigación se desenvuelven.

■ Sobre la enseñanza-aprendizaje de la Matemática y la Física en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo

La Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo (Venezuela) es una Institución en la cual se forman profesionales de la ingeniería a nivel de Educación Superior. Las labores docentes de la Facultad se realizan a través de las Escuelas (Civil, Industrial, Mecánica, Química y Eléctrica) y la Dirección de Estudios Básicos, a las cuales les corresponde dirigir y coordinar el funcionamiento de las labores de enseñanza e investigación del grupo de disciplinas fundamentales y afines que les concierne dentro de su especialidad.

Los lineamientos en el orden académico establecidos por la Institución desde finales de los 90, proponen la diversificación de las formas de distribución del conocimiento, la incorporación de modalidades de enseñanza-aprendizaje no tradicionales y la introducción de nuevas tecnologías en el aula de clases.

Estas tendencias persiguen, a través de un acercamiento intuitivo a los conceptos fundamentales de una matemática de cambios, activar en los alumnos habilidades para relacionar conceptos teóricos con soluciones prácticas, crear modelos para la descripción de fenómenos físicos y utilizar la Matemática como: herramienta de cálculo, marco conceptual y lenguaje (Plan de Estudios, Estudios Básicos. Facultad de Ingeniería. UC. 2000). Este enfoque curricular se asienta en los objetivos establecidos para la Educación Superior venezolana:

- 1. Continuar el proceso de formación integral del hombre, formar profesionales y especialistas y promover su actualización y mejoramiento conforme a las necesidades del desarrollo nacional y del progreso científico.*
- 2. Fomentar la investigación de nuevos conocimientos e impulsar el progreso de la ciencia, la tecnología, las letras, las artes y demás manifestaciones creadoras del espíritu en beneficio del bienestar del ser humano, de la sociedad y del desarrollo independiente de la nación.*
- 3. Difundir los conocimientos para elevar el nivel cultural y ponerlos al servicio de la sociedad y del desarrollo integral del hombre.*

(Art. 27.Cap. 5. Ley Orgánica de Educación, 1980, p. 9-10).

Donde, el planteamiento central del nuevo currículo, se sintetiza en el siguiente esbozo de caracterización del perfil del ingeniero egresado de nuestra Facultad:

"Un Ingeniero, es un profesional universitario que aplica en su rama los principios y leyes de las ciencias básicas para la solución de problemas teóricos en el diseño de mecanismos, procesos o sistemas, con la finalidad en principio de contribuir al mejoramiento del nivel de vida del hombre. Los insumos por este profesional son la energía, los materiales y, en general, cualquier producto cultural de la humanidad". (Plan de Estudios, Estudios Básicos. Facultad de Ingeniería. UC. 2000; p. 12).

Por otro lado, la implementación de este enfoque curricular se ha visto afectada por las circunstancias reales en las que se desenvuelven las actividades en nuestra Facultad. Se presentan diversas limitaciones que obstaculizan la puesta en marcha de tales lineamientos, principalmente en el contexto vinculado al aula de clases.

Estos inconvenientes son originados por distintas causas, entre las cuales enumeramos:

- Excesivo número de alumnos por aula.
- Asistencia irregular de los estudiantes a clases
- Aulas inadecuadas para el desarrollo de trabajos en grupo.
- Ampliación de las funciones del docente y limitación de tiempo para preparación de clases y actividades de evaluación
- Insuficiencia de profesores con formación pedagógica adecuada
- Cambios en el sistema de evaluación: de sumativa a continua
- Limitación en la dotación de recursos actualizados, relacionados el uso y aplicación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación

Tomando en consideración las limitaciones de origen académico, como un aporte al esclarecimiento de esta problemática, se describen singularidades sobre los fines y lineamientos generales en el orden académico de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo, específicamente en los Estudios Básicos.

▪ **Los Estudios Básicos de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo**

Los Estudios Básicos conforman el inicio de la carrera de Ingeniería y constituyen un período académico que abarca los cuatro primeros semestres de la carrera, con un total de 18 asignaturas de carácter obligatorio, en los que se prevé propiciar el desarrollo de un conjunto de conocimientos, comportamientos, capacidades, aptitudes y valores que permitan al estudiante proseguir con éxito sus estudios en la rama de ingeniería que seleccione. Es importante señalar que los estudiantes que ingresan a la Facultad han cursado sólo cinco años de estudios en Educación Secundaria, por lo que en el primer año de estudios de ingeniería los estudiantes reciben aún una enseñanza básica en relación a los cursos de matemática y física.

La Dirección de Estudios Básicos realiza el control general de los asuntos académicos-administrativos relacionados con las asignaturas del componente básico del programa de estudios. Corresponde a esta etapa, por el hecho de estar situado al inicio de la vida universitaria, y por el carácter de las materias que ofrece, el papel preponderante de influenciar al alumno en el sentido de preservar y desarrollar valores éticos y estéticos que le confieran en su futuro profesional desempeñarse cabalmente como individuo y como miembro de la comunidad (Plan de Estudios. Estudios Básicos. Facultad de Ingeniería. UC. 2000).

En éste período no solo se espera suministrar al alumno un conjunto de información (en forma de elementos de conocimiento), sino una formación intelectual que estimule su capacidad creativa. Se consideran entre las competencias que caracterizan al estudiante egresado de los Estudios Básicos de ingeniería de la Universidad de Carabobo, las siguientes (González, 1995):

- Identidad con la profesión
- Asimilador de los conocimientos básicos propios de la carrera

- Desempeño exitoso en un laboratorio
- Solucionador de problemas
- Capacidades y actitudes para trabajar en equipos
- Capacidades para localizar, evaluar, usar, producir y comunicar la información relacionada con una problemática específica
- Desarrollo de proyectos e investigaciones

En el Cuadro 3.3 se distribuyen según el Área de conocimientos, las Cátedras por Departamentos y por Semestres incluyendo asignaturas de los dos tipos de formación: Básica y General.

ÁREA DE CONOCIMIENTO	Departamento	Semestre			
		1°	2°	3°	4° (*)
	Matemática	• Análisis Matemático I • Geometría Analítica	• Análisis Matemático II • Álgebra Lineal	• Funciones Vectoriales • Ecuaciones Diferenciales	• Matemáticas Aplicadas
	Física		• Física I	• Física II • Laboratorio I de Física.	• Laboratorio II de Física • Termodinámica General • Física Moderna y Ondas
	Química		• Química I	• Química II	• Laboratorio Química General
	DHP	• Procesos Básicos del Pensamiento I	• Procesos Básicos del Pensamiento II	• Creatividad e Inventiva	
	Inglés			• Inglés I	• Inglés II • Lenguaje y Comunicación
	Dibujo			• Dibujo I	• Dibujo II
	Computación				• Computación I y II
	Acond. Físico		• Deporte		
	Humanidades	• Introducción a las Ciencias • Humanas		• Cultura	

(*) En este semestre los Departamentos del Básico ofrecen asignaturas que no son comunes a todas las Escuelas.

Cuadro 3.3. Distribución de las Cátedras en los Estudios Básicos de Ingeniería. Basado en el Plan Estudios Básicos. Facultad Ingeniería, UC. 2000.

Las áreas curriculares que comprenden los Estudios Básicos son tres: área de conocimientos, área de orientación académica-profesional y área de actividades libres. El área de conocimientos, que es la que se estudiará en este trabajo, se clasifica en dos tipos de formación: Básica y General.

- **Formación básica**

Objetivos fundamentales:

- Proporcionar a los estudiantes una preparación en ciencias básicas que contribuya con la asimilación de nuevos conocimientos, propios del ciclo profesional y al entrenamiento en la solución de situaciones problemáticas, capacitándolo para abstraer las características esenciales de un hecho real con el objeto de obtener un modelo Físico o Matemático del mismo.
- Aportar la formación instrumental básica que permita al estudiante desarrollar habilidades y destrezas para facilitar su aprendizaje en la continuación de sus estudios profesionales

- **Formación general**

Objetivos fundamentales:

- Proporcionar a los alumnos una adecuada formación socio-humanística, que lo estimule a comprender las relaciones humanas.
- Contribuir a la formación en el estudiante de una conciencia sobre el rol del ingeniero en la sociedad.

En la Figura 3.2, se muestra, la forma como el área de conocimientos se integra con los respectivos Departamentos adscritos a los Estudios Básicos:

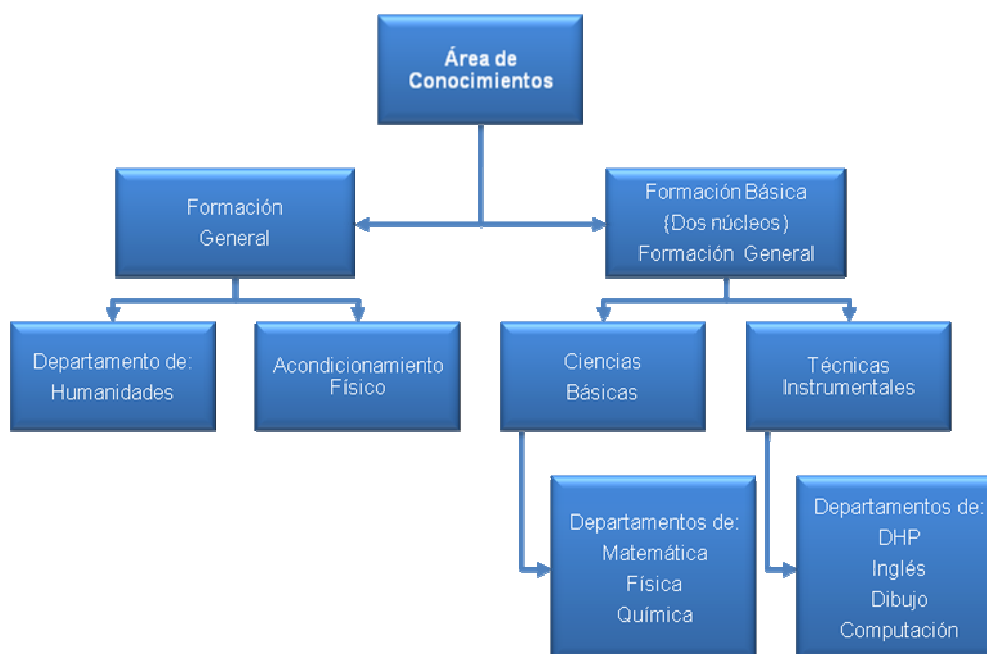


Figura 3.2. Áreas de conocimiento Estudios Básicos de Ingeniería. Basada en el Plan de Estudios Básicos. Facultad Ingeniería, UC. 2000.

Debido a que el presente estudio se enmarca dentro de la problemática del aprendizaje de las matemáticas a estudiantes que comienzan la carrera de Ingeniería, es importante describir la estructura y funcionamiento del Departamento de Matemática, dependencia en la cual se organizan y coordinan los elementos involucrados en la formación que requieren los estudiantes en esta disciplina para ascender al ciclo profesional.

▪ El Departamento de Matemática de los Estudios Básicos de Ingeniería

El Departamento es el organismo que coordina administrativa y académicamente la organización del conjunto de Cátedras que se integran en la unidad de una disciplina, así como su articulación con el personal docente adscrito, los estudiantes, la planta física y otras dependencias de la Facultad que actúan sobre su funcionamiento y que están en el mismo nivel organizacional.

La distribución de las Cátedras que integran el Departamento de Matemática, por semestre, se representan en la Figura 3.3:

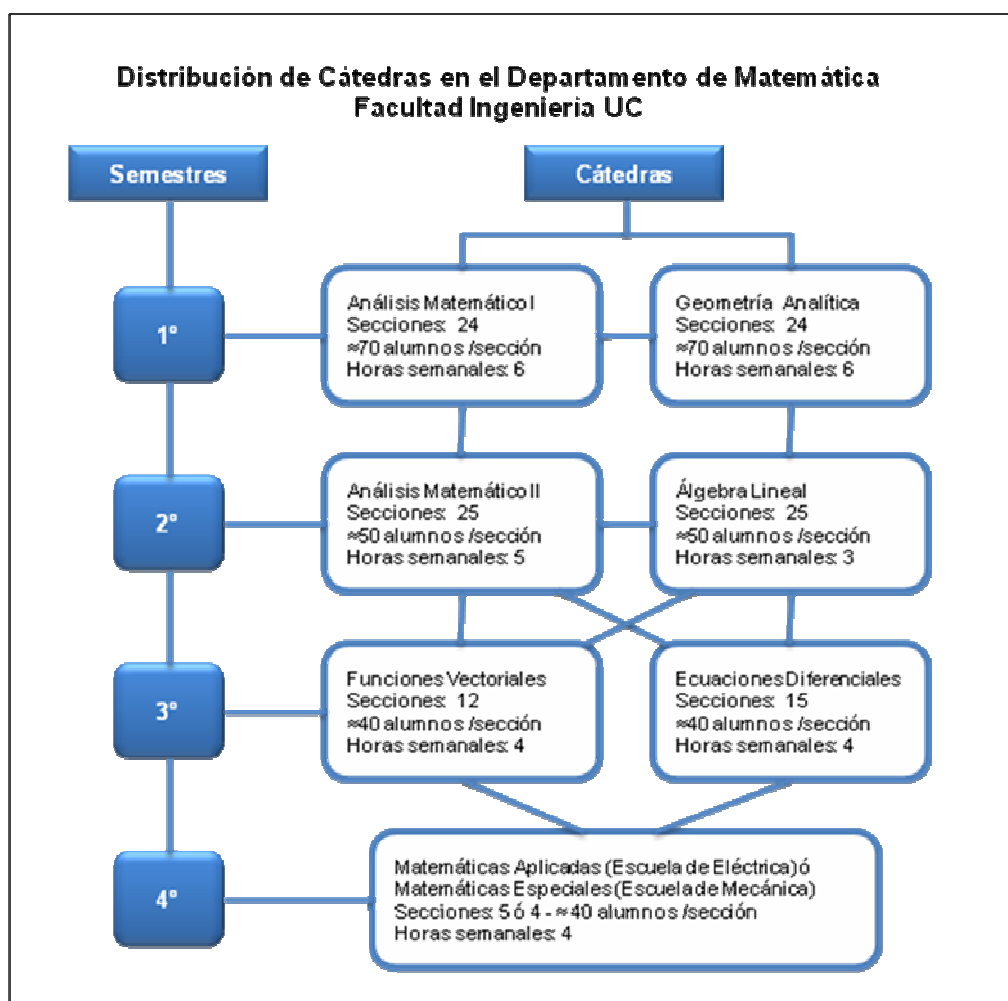


Figura 3.3. Distribución Cátedras Dpto Matemática. Basada en el Plan Estudios Básicos. Facultad Ingeniería, UC. 2000.

La Cátedra es la unidad académica primordial integrada por uno o más profesores que tienen a su cargo la enseñanza o investigación de una determinada asignatura.

Los contenidos generales de las ocho asignaturas que conforman las Cátedras del Departamento de Matemática por áreas de conocimiento matemático, se resumen en la Figura 3.4, a continuación:

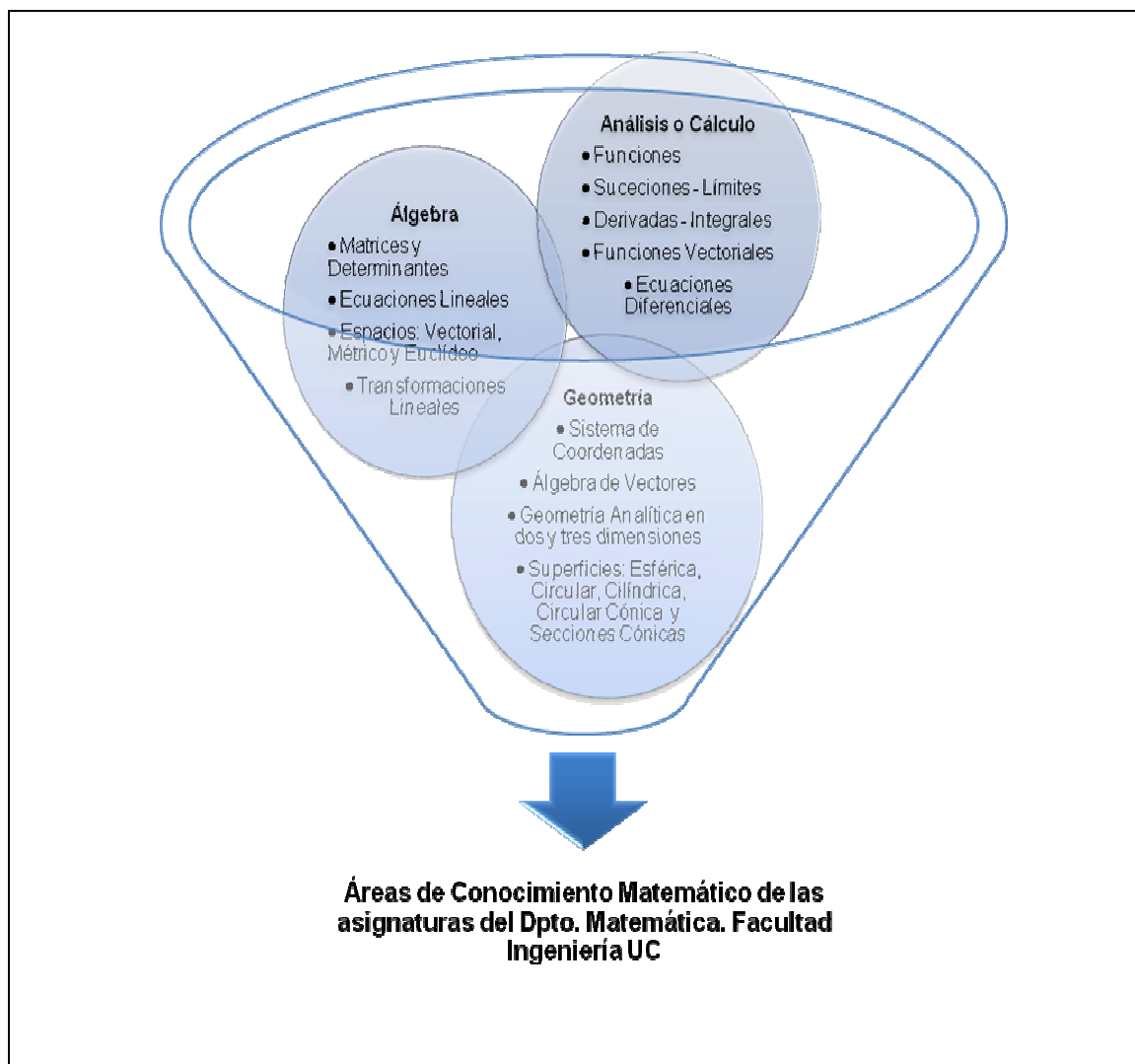


Figura 3.4. Áreas de conocimiento asignaturas Dpto. Matemática. Basada en el Plan de Estudios Básicos. Facultad Ingeniería, UC. 2000

A continuación se describen aspectos importantes que intervienen en los procesos de formación matemática en los estudios básicos de Ingeniería.

▪ **Formación Matemática inicial en el Departamento de Matemática**

Los dos primeros cursos de Matemática que reciben los estudiantes al ingresar a la Facultad de Ingeniería son Análisis Matemático I y Geometría Analítica. Estas asignaturas del Departamento de Matemática se dictan en el primer semestre se implementan durante seis horas de clase semanales (horas de 45

min.), con un total de 28 secciones para el año 2006 y un promedio de 70 alumnos por sección. Estas asignaturas son consideradas las más problemáticas debido a que poseen el menor índice de rendimiento académico y el mayor índice de repetición.

El rendimiento estudiantil en los Estudios Básicos, en el primer semestre de la carrera es una gran preocupación para la Facultad. A partir del año 1994, se hizo la implantación de la Prueba de Admisión Interna, se comenzaron a aplicar nuevas reformas curriculares desde el año 1997 y se puso en marcha oficialmente un Curso Introdutorio, pero con estas acciones sólo se ha conseguido elevar a un 10% el porcentaje de alumnos con calificaciones aprobatorias (Olivero, 1997, 1999). Veamos ahora algunos aspectos importantes sobre la asignatura Análisis Matemático I.

▪ **La Cátedra de Análisis Matemático I**

Entre los objetivos generales de la asignatura en cuestión, están:

- Adquirir los conceptos básicos y hábitos matemáticos en el cálculo, que permitan al estudiante reaccionar adecuadamente ante un problema descubriendo o reconociendo las relaciones, propiedades y estructuras matemáticas que lo conduzcan a posibles soluciones.
- Solucionar problemas, reconocer modelos y encontrar (de existir) relaciones entre ellos.
- Desarrollar un pensamiento objetivo, dando más importancia al razonamiento y a la reflexión antes que a la mecanización y memorización.
- Adaptar su capacidad intelectual en la investigación, creación, planteamiento y resolución de problemas.

Entre los objetivos específicos de la asignatura en cuestión, están:

- Unidad I. Funciones
 - Definir función. Saber enunciar y aplicar teoremas sobre funciones. Estudiar y calcular dominio y rango de funciones.
 - Trazar gráficos de funciones en coordenadas rectangulares.

- Unidad II. Límites y Sucesiones. Continuidad
 - Definir una sucesión infinita, monotonía, acotamiento y convergencia.
 - Establecer la relación que existe entre el límite de funciones y el de sucesiones.
 - Definir el límite de una función. Saber enunciar y aplicar teoremas sobre límite. Calcular límites de formas determinadas e indeterminadas.
 - Definir continuidad de una función. Interpretar el comportamiento asintótico de una función.

- Unidad III. Derivadas
 - Definir derivada de una función. Interpretar geoméricamente la derivada.
 - Determinar cuando una función es derivable o no. Relacionar derivabilidad y continuidad.
 - Calcular las derivadas de funciones de variable real.

- Unidad IV. Aplicaciones de la Derivada
 - Hacer el estudio gráfico-analítico para trazar la gráfica aproximada de una función
 - Optimizar las funciones de una variable real
 - Resolver problemas de optimización (Máximos y Mínimos)
 - Interpretar físicamente la derivada y calcularla como rapidez de variación en el tiempo
 - La derivada como una razón instantánea de cambio. Resolver problemas de rapidez de variación. Saber enunciar y aplicar los

teoremas de Lagrange y Cauchy para una función. Calcular límites de funciones aplicando la regla de L' Hospital.

(Programa de la asignatura Análisis Matemático I. Facultad de Ingeniería, UC. 2001).

En particular, la asignatura Análisis Matemático I se ha convertido en una limitación que no permite a la mayoría de los estudiantes continuar con la carrera. Según la investigación realizada por Hernández (2006), en una escala de 0 a 20 puntos, el 58,90% de los estudiantes inscritos en esta asignatura obtienen calificaciones inferiores a diez puntos, y de ellos, 41,84% obtienen calificaciones menores a cinco puntos y esto se debe, entre otros aspectos, a:

- La cantidad de contenidos a dictar en esta asignaturas y la cantidad de tiempo de la que realmente se dispone para distribuir los objetivos a dictar.
- La metodología de enseñanza empleada por los profesores.
- Los hábitos de estudios de los alumnos.
- La escasez y la reducida variedad de recursos didácticos.
- El tipo de evaluación utilizada.
- La novedad de los contenidos por aprender (con relación al estudiantado).

Por otra parte, la situación se agudiza a través del tiempo debido a la dificultad de conseguir mejor coordinación a nivel de programación y de metodología por parte de la agrupación de docentes que enseñan la asignatura en cuestión y las asignaturas que deben seguirse en semestres superiores.

Si después de muchos intentos el estudiante de primer semestre logra aprobar Análisis Matemático I conjuntamente con Geometría Analítica, tendrá que cursar a continuación en el 2do semestre: Análisis Matemático II (Cálculo Integral), Álgebra Lineal y Física I, con contenidos que se relacionan estrechamente con los cursos del primer semestre.

Sin embargo, al no existir conexión entre los contenidos y procedimientos matemáticos comunes en todas las asignaturas señaladas, se le hace muy difícil al estudiante novel relacionar esos elementos y utilizarlos como vías de adquisición de conocimientos nuevos y más complejos.

Como profesora de la asignatura Análisis Matemático I, además de la docencia, he venido participando durante mis años de servicio a la Universidad, en el ajuste del programa de esa asignatura cuyos contenidos se refieren a cálculo diferencial (funciones, límite, derivada y aplicaciones) y en el diseño y elaboración de guías, problemarios, textos y otros materiales didácticos utilizados por alumnos y profesores en el desarrollo de los cursos.

Durante mi quehacer en el aula de clases he recopilado información sobre la forma en que se desarrollan mis clases, lo que habitualmente realizan los alumnos en clases, en consultas individuales o grupales (González, 2002b, 2002c, 2005a, 2006); y lo que concierne a la forma de evaluar la asignatura.

También, he comparado y analizado las respuestas dadas por los alumnos en las sucesivas evaluaciones (escritas) a las que se presentan y he encontrado evidencias de que existe un alto nivel de incongruencia entre lo que se pide realizar y obtener al estudiante y lo que realmente alcanzan a responder por escrito en estas pruebas

El desarrollo de las clases de Análisis Matemático I, en general, se restringe a presentar los contenidos matemáticos en forma tradicional, con un excesivo formalismo en su presentación, haciendo énfasis en la adquisición de conceptos y reglas, usando principalmente método deductivo y como estrategia de enseñanza la repetición de ejercicios tipo.

En el Cuadro 3.4, se resumen características de las formas de enseñanza que presentan los profesores de la asignatura en cuestión, basadas en una investigación sobre las tendencias de enseñanza realizado por Contreras (1999):

CÁTEDRA DE ANÁLISIS MATEMÁTICO I ¿Cómo se enseña?	
Programación	Oficial-prescriptiva-rígida
Concepción de la enseñanza-aprendizaje	Tradicional-adquisición de conceptos y reglas - Fines informativos-Memoria como recurso de aprendizaje -Repetición de ejercicios tipo- Deductivo
Profesor	Transmisor de contenidos- Organiza y controla las actividades en el aula-Elabora guías y material didáctico-Coordina con otros profesores los contenidos
Alumno	Responsable de su aprendizaje-Atiende, copia apuntes, retiene información a corto plazo-Trabajo individual y ocasionalmente grupal
Estrategias de enseñanza	Exposiciones teórico-prácticas (presentación de ejemplos)- Resolución y discusión de ejercicios-Resolución y discusión de problemas orientados por el profesor-Trabajos en grupo ocasionalmente
Recursos	Libros de texto- Guías de ejercicios y problemas
Evaluación	Cuantitativa- Sumativa-Trabajos grupales, pruebas cortas y exámenes parciales- Criterios rígidos

Cuadro 3.4. Características de las formas de enseñanza en la asignatura Análisis Matemático I. Basada en: Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas. Contreras (1999).

Así que reconocemos, al exponer esta problemática, que no hay correspondencia entre las prácticas que se realizan durante las clases y lo que se quiere lograr con el estudio de la asignatura, y por consiguiente menos aún con los fines y el perfil expresados en el Plan de los Estudios Básicos.

Los docentes presentamos los contenidos de la asignatura Análisis Matemático I, sin precisar el alcance logrado y sobre todo prestamos poca atención a las declaraciones de los estudiantes mientras estamos en ese proceso, es decir, no reconocemos ni consideramos importante la comunicación entre estudiantes, ni entre profesor-estudiante, sólo se consideran válidas las respuestas escritas a las evaluaciones propuestas por el profesor, para enterarse de lo que el estudiante requiere o conoce, siempre y cuando sus respuestas se adecuen a nuestros requerimientos.

Las tendencias actuales de la enseñanza de la matemática vienen apuntando hacia la presentación de las matemáticas contextualizadas, lo cual se evidencia a través de las numerosas investigaciones que se preocupan por introducir problemas contextualizados en el currículo (Kaput, 1996, Hegedus y Kaput, 2004; Gómez, 2000; Marrongelle, 2001, 2002; García-Raffi, 2002; Ramos y Font, 2006); y por la competencia de aplicar la matemática a la vida cotidiana, al considerar que saber matemática implica ser competente en su aplicación a contextos extra-matemáticos, tal como señala Font (2007), que un alumno ha comprendido un determinado contenido cuando lo usa de manera competente en diversas prácticas.

En correspondencia con estas orientaciones, pensamos que es posible recurrir a otras formas de explorar los conocimientos matemáticos adquiridos en los cursos de Cálculo Diferencial, en cursos posteriores, particularmente trabajando con estudiantes de Física. En la Figura 3.5, se muestra la relación entre los contenidos programáticos de ambas asignaturas y de allí, la escogencia del movimiento rectilíneo como tema de estudio en nuestra investigación.

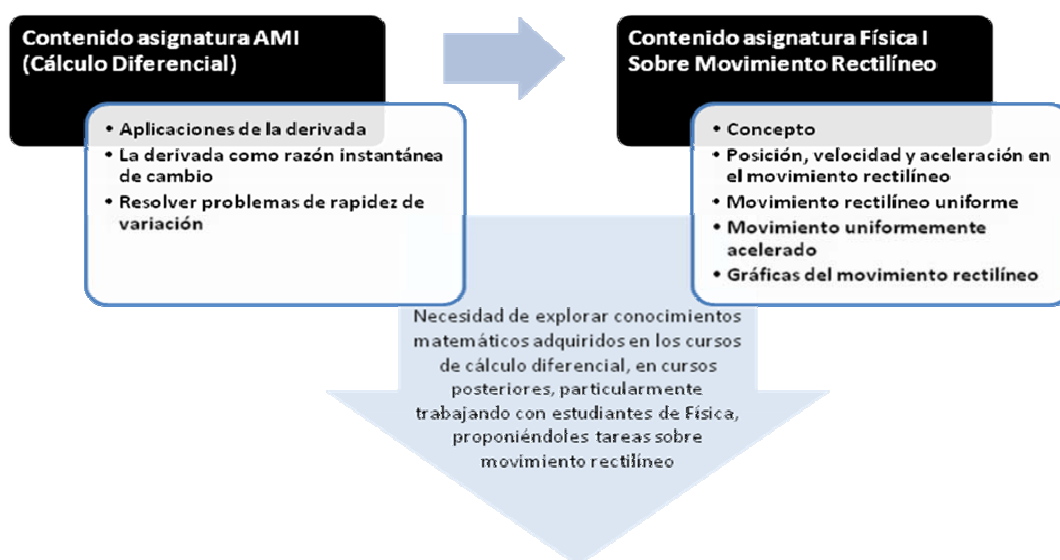


Figura 3.5. Relación entre contenidos de asignaturas Análisis Matemático I y Física I

Específicamente se seleccionaron estudiantes de la asignatura Física I, que se imparte en el 2º semestre de la carrera de Ingeniería y es una de las asignaturas obligatorias que deben cursar los estudiantes que aprueban Análisis Matemático I y Geometría Analítica, ofrecidas en el primer semestre por el Departamento de Matemática. Se les propuso a los estudiantes tareas sobre movimiento rectilíneo lo que nos permitirá observar cómo utilizan conceptos o ideas matemáticas, al resolver situaciones relacionadas con el movimiento rectilíneo, identificando cómo argumentan y justifican los procedimientos de resolución. Presentamos ahora algunas características del Dpto. de Física de nuestra Facultad.

▪ **El Departamento de Física dentro de los Estudios Básicos de Ingeniería**

El Departamento de Física forma parte de los Estudios Básicos y las asignaturas se dictan a partir del segundo semestre de la carrera. La distribución de las Cátedras en este Departamento, se representan a continuación en la Figura 3.6, tomado de Rangel (2000):

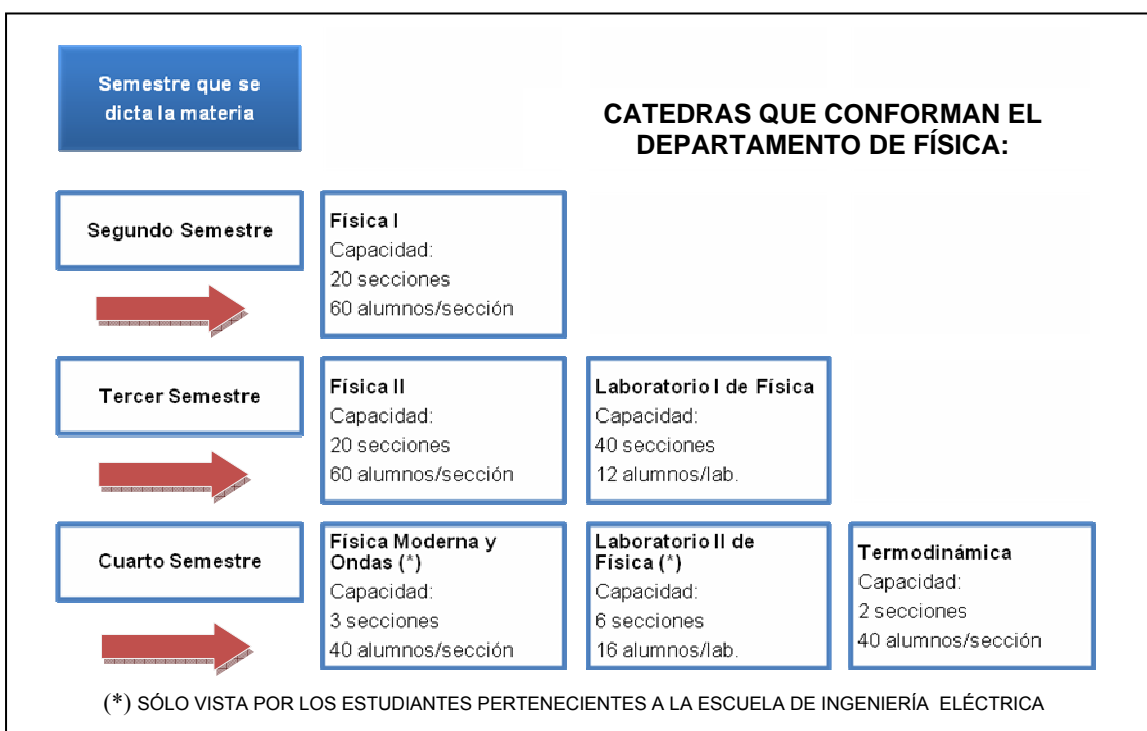


Figura 3.6. Distribución de Cátedras. Dpto. Física. Facultad Ingeniería. UC. Tomado de Rangel (2000).

Se imparten asignaturas de la física teórica y dos asignaturas de la física experimental. Las tendencias que se presentan en el Departamento de Física en relación con la enseñanza y el aprendizaje son similares a las que se presentan en el Dpto. de Matemática sin embargo, la actividad en el Laboratorio de Física, permite el trabajo de grupo, desarrollando así la comunicación oral y escrita de los estudiantes, lo que favorece la obtención de conocimiento, el desarrollo de la capacidad crítica y de la creatividad (González y Miliani, 1997).

La asignatura Física I contempla el estudio de conocimientos relativos a la Cinemática y Dinámica de los movimientos de Rotación y Traslación.

A continuación, en el Cuadro 3.5, presentamos un resumen de los aspectos más importantes del programa de la asignatura Física I:

Asignatura	Física I
Ubicación curricular	2º semestre
Justificación	La asignatura imparte los conocimientos básicos de la mecánica clásica, indispensable en los estudios más avanzados de cualquier carrera de ciencia o tecnología. El análisis en la solución de problemas ejercita las capacidades de abstracción, toma de decisiones y análisis, necesarios en el ejercicio de la ingeniería.
Objetivos Generales	Manejar con destreza la nomenclatura, unidades, conceptos y herramientas matemáticas que permiten analizar el movimiento de una partícula y de un cuerpo rígido.
Unidades de Contenido	<ol style="list-style-type: none"> 1. Introducción. 2. Cinemática de traslación. 3. Dinámica de traslación. 4. Trabajo, energía y momento lineal. 5. Sistema de partículas y choques. 6. Cinemática y dinámica rotacional. 7. Equilibrio estático de cuerpo rígido. 8. Momento angular.

Cuadro 3.5. Aspectos relevantes del programa de la asignatura Física I. Basado en: Programa de la asignatura Física I. Facultad Ingeniería, UC. 2000.

Uno de los objetivos generales de la asignatura Física I, relacionados con los contenidos que se dictan en la cátedra de Análisis Matemático I y que forman parte de nuestro interés para el estudio, es:

“Estudiados los conceptos y formulaciones básicas de la cinemática del movimiento, el estudiante será capaz de aplicarlos a situaciones de la vida real a través del análisis de ejemplos y de la solución de problemas”.

Programa de la asignatura Física I. Objetivo terminal de la unidad II. Cinemática de Traslación. Facultad de Ingeniería, UC. (2001).

Los aspectos de interés respecto al mencionado objetivo, se presenta de manera detallada en el Cuadro 3.6:

UNIDAD II. CINEMÁTICA DE TRASLACIÓN: Movimiento Rectilíneo			
CONTENIDOS	Conceptos Básicos. Movimiento-Partícula-Sistema de referencia-Trayectoria-Mov. de traslación-Mov. rectilíneo-Mov. curvilíneo.		
	Variables de la cinemática de la partícula. Posición, desplazamiento, velocidad media e instantánea, rapidez. Unidades		
	Movimiento Rectilíneo. Concepto. Posición, Velocidad y aceleración en el movimiento rectilíneo. Casos especiales del movimiento rectilíneo: movimiento rectilíneo uniforme y movimiento uniforme acelerado. Gráficas del movimiento rectilíneo. Caída libre de los cuerpos: aceleración de gravedad, lanzamiento vertical.		
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	<p>1. Conceptos Básicos.</p> <p>1.1 Analizando el concepto de movimiento, discriminar cuales son los elementos necesarios para que una partícula se considere en movimiento.</p> <p>1.2 Discutidos los tipos de movimiento identificarlos dando un ejemplo práctico de cada uno de ellos.</p>	<p>2. Variables del movimiento.</p> <p>2.1 Dada la trayectoria de una partícula, señalar la posición y velocidad para un instante dado y el desplazamiento y la velocidad promedio para un intervalo dado</p> <p>2.2 Estudiados los conceptos de, velocidad promedio, velocidad instantánea y rapidez, señalar la diferencia entre estas variables a través de un ejemplo práctico.</p>	<p>3. Movimiento Rectilíneo.</p> <p>3.1 Discutido el concepto de movimiento rectilíneo, discriminar cuáles son las condiciones para que una partícula presente un movimiento uniforme o movimiento uniformemente acelerado.</p> <p>3.2 A partir de las definiciones de posición, velocidad y aceleración deducir las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado.</p> <p>3.3 Elaborar gráficas de posición, velocidad y aceleración del movimiento rectilíneo.</p> <p>3.4 Interpretar gráficas del movimiento rectilíneo.</p> <p>3.5 Estudiadas las formulaciones del movimiento uniforme y uniformemente acelerado aplicar estas ecuaciones a la solución de problemas del movimiento.</p>

Cuadro 3.6. Cinemática de traslación: Movimiento Rectilíneo. Basado en: Programa de la asignatura Física I. Facultad Ingeniería, UC. 2001.

Podemos notar que definiciones, conceptos u objetos como sistema de referencia, gráficas, velocidad media, velocidad instantánea, aceleración, son elementos que se corresponden con conceptos matemáticos tales como funciones, representación grafica de funciones, la primera y segunda derivada de una función, la pendiente de una recta, la tangente de un ángulo entre otros.

En relación con el aprendizaje de estos temas, que se presentan a los estudiantes al comenzar las clases de física, como contenidos introductorios, Fagúndez (2003) observa que los estudiantes presentan deficiencias y errores conceptuales que no les permiten avanzar en la asignatura Física I, sobre todo en cuanto al desconocimiento del manejo de herramientas matemáticas fundamentales básicas para el desarrollo del curso.

3.2.1.3 El trabajo en pequeños grupos y las tareas de la investigación

La clase de matemáticas es el resultado de la articulación de muchos componentes. Según Ponte, et al., (1997), la investigación sobre el aprendizaje demuestra que el alumno aprende como consecuencia de la actividad que desarrolla y de la reflexión que hace sobre ella. Estos autores nos manifiestan que aunque en muchas clases los conceptos y el conocimiento matemático son introducidos por el profesor y los alumnos tienen un papel de meros receptores de la información, en otras, el saber se construye en el transcurso de la propia actividad matemática, dando a los alumnos un papel de participación activa y al profesor un papel de organizador y dinamizador del aprendizaje.

Una posibilidad de favorecer la participación activa de los alumnos en el aula esta en la resolución de problemas en pequeños grupos. Para González (2005) el "*pequeño grupo*" constituye una micro-comunidad matemática en cuyo seno se llevan a cabo intercambio de opiniones, proposición de ideas diversas, activación de procesos del pensar matemático, reflexión autocrítica en torno a su propio accionar e identificación de contradicciones con esquemas habituales de pensamiento, entre otros.

Este trabajo grupal se desarrolla por etapas, tales como: la familiarización, el estudio y evaluación colectiva de planes de acción para realizar la tarea, la puesta en marcha de planes de acción seleccionados, el accionar cognitivo y la revisión-visión retrospectiva de todo el trabajo realizado. Apreciables aspectos sociales que enriquecen el contexto de ideas y conceptos inherentes al problema a resolver, surgen en el transcurso de estas etapas y crean un clima de colectividad: la comunicación grupal y la cooperación.

Otros experiencias observan asimismo, que el trabajo en pequeños grupos organizado con objetivos comunes y regido por la interacción, crea un ambiente donde cada miembro participa sin imponerse, con el fin de analizar y aceptar los argumentos de los otros, para así lograr en conjunto una solución del problema planteado en la situación de aprendizaje (Infante, 1999).

Estos aspectos nos llevaron a seleccionar tareas para trabajar en pequeños grupos en nuestro estudio, ya que de igual forma encontramos que esta actividad permite a los estudiantes exponer sus ideas, compartir con sus compañeros, preguntar, discutir estrategias y soluciones, argumentar y criticar otros argumentos (Ponte et al., 1997).

3.2.1.4 Descripción de las tareas de la investigación

Tomando en consideración los objetivos de la investigación, en lo que se refiere a provocar en los estudiantes situaciones de diálogo en las que razonen, admitan, aleguen, cuestionen, convengan sobre ideas y conceptos matemáticos, resolvimos desarrollar varias tareas en las cuales los estudiantes trabajasen en pequeños grupos.

Las tareas fueron planificadas para ser implementadas mediante sesiones prácticas, presentadas en hojas de trabajo, para desarrollar secuencias de aprendizaje individual y cooperativo, y principalmente, con el fin de generar conocimiento matemático. Los aspectos que engloban las tareas son:

- Construcción de gráficos que representen el movimiento rectilíneo de un cuerpo, a partir de:
 - La lectura de *enunciados verbales* que describan el cambio de posición de un cuerpo en movimiento rectilíneo.
 - La observación de *gráficos* (posición /tiempo, velocidad /tiempo) que describen el desplazamiento de un cuerpo en movimiento rectilíneo.
 - La observación de *secuencias de dibujos* que describen el cambio de posición de un cuerpo en movimiento rectilíneo.
 - La observación y manipulación del *simulador* (software libre) **Pepo el Caminante**², el cual imita el desplazamiento de un personaje en línea recta, mientras elabora el gráfico correspondiente a la variación de su posición en el tiempo.

- Lectura, interpretación, análisis de gráficos de posición /tiempo y de velocidad /tiempo, que representen el movimiento rectilíneo de un cuerpo.

- Interrelación de las diversas formas de describir y representar el movimiento rectilíneo de un cuerpo.

En la Figura 3.7, presentada a continuación, podemos observar como se relacionan actividades y contenidos incluidos en las tareas:

² Elaborado por Víctor Barrios y Nadia González Daza. Profesores de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo. Venezuela, 2006.

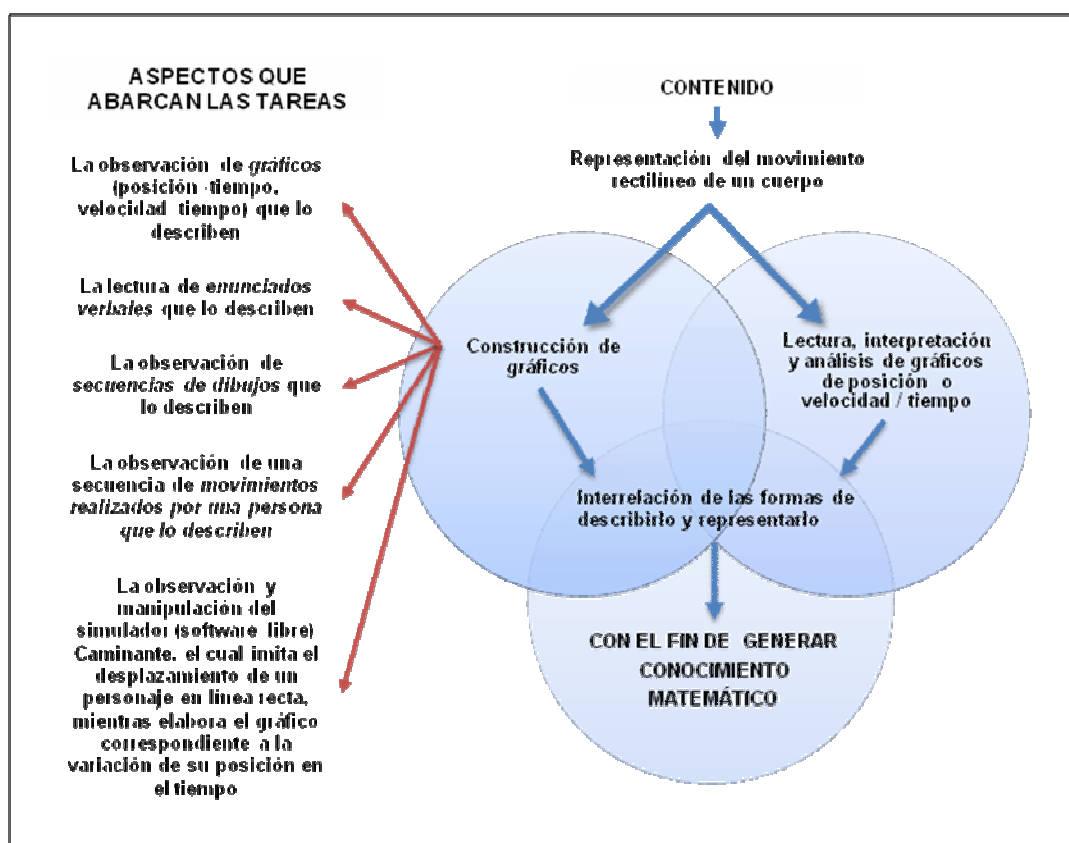


Figura 3.7. Relación entre actividades y contenido de las tareas

Las tareas tienen diferentes potencialidades, de acuerdo al objetivo a conseguir. Al elegir tareas que propicien al alumno experiencias diversificadas e interesantes, se les anima a razonar sobre las ideas matemáticas y a establecer relaciones entre ellas ya que los mueve a comunicarse, a argumentar y a validar sus razonamientos.

A continuación describimos los procedimientos seguidos para elaborar, planificar e implementar las tareas.

Las tareas fueron elaboradas a partir de los problemas de la prueba aplicada en el estudio piloto y la revisión bibliográfica. Nos planteamos inicialmente elaborar seis tareas para desarrollarlas y grabarlas en video, pero luego, en la fase de implementación seleccionamos tres tareas y dos actividades iniciales. A continuación la descripción de los aspectos importantes de las tres tareas elaboradas finalmente para implementar el trabajo de investigación.

TAREA 1 (Actividad Inicial 3)

Sesión 1

Tiempo: 1 hora de duración CD: N° 2 N° de Archivos: 3

- Desarrollada por 4 estudiantes Física I (2do semestre), que cursan la asignatura por 1ª vez, en forma Individual y Grupal
- Llevada a cabo en el aula de clases y reuniones del Dpto. de Física, con recursos propios del aula (papel, lápiz, pizarra, marcadores, sillas y mesas)
- Los alumnos responden a los ejercicios en forma grupal y luego discuten con el profesor sus respuestas.
- La actividad fue filmada y al mismo tiempo se tomaban notas de lo ocurrido.

Los alumnos fueron convocados para participar en una serie de actividades relacionadas con el movimiento rectilíneo de una partícula, a partir del análisis de un gráfico posición/ tiempo. Esta actividad se divide en 7 sub-actividades, en las cuales ellos deben contestar una serie de preguntas individual o en grupo y discutir entre ellos y el profesor sus respuestas.

Se llevó un cuaderno de notas para observaciones. Además las respuestas individuales de los estudiantes a las cuestiones, fueron escritas por ellos en sus respectivas hojas de trabajo, ésta información conjuntamente con las notas de campo, serán utilizadas como complemento de la recogida de datos.

TAREA 3. (Actividad Grupal 2)

Sesión 2

Tiempo: 1 hora de duración CD: N° 4. N° Archivos: 3

- Desarrollada en forma individual y grupal, por 3 alumnos estudiantes de Física I (2do semestre), que cursan la asignatura por 1ª vez,
- Llevada a cabo en el aula de clases y reuniones del Dpto. de Física, con recursos propios del aula (papel, lápiz, pizarra, marcadores, sillas y mesas)
- Los alumnos responden a los ejercicios en forma individual o grupal y luego discuten entre ellos y con el profesor sus respuestas.
- La actividad fue filmada y al mismo tiempo se tomaban notas de lo ocurrido.

Los alumnos fueron requeridos para analizar una situación en la cual, se les presenta una secuencia de dibujos en la que un personaje (un niño) tiene un balón, lo mueve y lo lanza. Individualmente, los alumnos deben observar la secuencia de dibujos, en relación con el movimiento que realiza el balón y analizar lo que consideran que ocurre en cada figura; describir oralmente y por escrito los movimientos del niño y el balón.

Seguidamente, uno de ellos debe representar la secuencia de movimientos representada en los dibujos y hacer que mueva un balón lo mas aproximado

posible a lo que piensa que muestran los dibujos, describir los movimientos ejecutados por el alumno seleccionado y discutir entre ellos sus respuestas.

Luego deben esbozar individualmente, un gráfico posición /tiempo que represente aproximadamente los movimientos del balón, los cuales van a considerarse como rectilíneos. Finalmente, analizar y discutir, entre ellos y con el profesor, cada uno de sus gráficos, explicar que sucede en cada uno de los intervalos o etapas y escribir cualquier observación que justifique sus afirmaciones. Se llevó un cuaderno de notas para observaciones.

Además las respuestas individuales de los estudiantes a las cuestiones, fueron escritas por ellos en sus respectivas hojas de trabajo, ésta información conjuntamente con las notas de campo, serán utilizadas como complemento de la recogida de datos.

TAREA 6.- Actividad Grupal con Simulador *Caminante*

Sesión 4

Tiempo: 45 min. de duración CD: N° 6. N° Archivos: 2

- Desarrollada por 4 alumnos cursantes de Física I (2do semestre), que cursan la asignatura por 1ª vez, en forma individual y grupal
- Llevada a cabo en el aula de clases y reuniones del Dpto. de Física, con recursos propios del aula (papel, lápiz, pizarra, marcadores, sillas y mesas) y el **software de simulación para computadoras: *Pepo el Caminante***, en el cual un niño se mueve a lo largo de un camino rectilíneo. A la vez que se simula el desplazamiento del niño, se construye el gráfico posición/ tiempo que representa las características de sus movimientos.

El simulador permite a los usuarios:

- controlar la velocidad y el tiempo en los cuales el niño se desplaza
- observar el desplazamiento del niño
- observar la elaboración del gráfico posición/ tiempo
- Los alumnos responden a los ejercicios en forma individual y/o grupal, para luego discutir con la profesora sus respuestas.
- La actividad fue filmada y al mismo tiempo se tomaban notas de lo ocurrido.

Los alumnos fueron requeridos para resolver una actividad grupal e individual que se dividía en tres sub-tareas:

Actividad 1: Se les propone familiarizarse con el funcionamiento del software *Caminante* y con los controles del simulador para conseguir utilizarlo en la realización de las siguientes sub-actividades.

Actividad 2: Se les presenta, en la pantalla del computador, un gráfico posición/ tiempo elaborado a partir de la simulación (software: *Caminante*) de la caminata del niño a lo largo de una vía recta. Y se les propone comandar los

movimientos del niño para que su desplazamiento reproduzca el gráfico dado, realizando esta actividad hasta que consideren haber obtenido la mejor aproximación al gráfico dado.

Actividad 3: A partir del enunciado³ que describe los movimientos de un niño por un camino recto, se le propone al grupo de estudiantes, elaborar colectivamente y en el pizarrón, el gráfico posición/ tiempo aproximado que represente tales movimientos. Luego deben realizarlo con el simulador. Deben discutir las respuestas para ambas situaciones en grupo.

Nota: La Sub-tarea 4, que consistía en trabajar con el simulador Caminante y hacer andar al niño de manera tal que se moviera según una tabla de valores de velocidad (en metros por segundo) por tiempo (en segundos). Esta actividad fue realizada por el grupo, pero no fue posible filmarla por problemas técnicos ajenos a nuestra voluntad.

Se llevó un cuaderno de notas para observaciones. Además las respuestas individuales de los estudiantes a las cuestiones, fueron escritas por ellos en sus respectivas hojas de trabajo, ésta información conjuntamente con las notas de campo, serán utilizadas como complemento de la recogida de datos.

3.2.1.5 Las tareas: lugar de ejecución y participantes

Nos reunimos con los profesores del Departamento de Física a comienzos del semestre, luego de que se les informara sobre el proyecto en ejecución para realizar una investigación desde el Departamento de matemática en uno de los cursos de Física I. Una de las profesoras de la asignatura se propuso para participar en la investigación, se le informó de los objetivos del estudio y que necesitaríamos observar varias de sus clases, grabarlas en video y seleccionar un grupo de estudiantes para implementar las tareas. La profesora se comprometió a trabajar con nosotros y organizamos los encuentros para la primera semana de clases para coincidir con los contenidos sobre movimiento rectilíneo.

Con relación al sitio para implementar las tareas, como queríamos que los estudiantes participantes, estuvieran siempre juntos, pero con posibilidad de

³ "Colocado en la mitad del camino, el niño inicia su desplazamiento. Desde allí, avanza diez pasos, se voltea y regresa 3 pasos, e inmediatamente, corre hacia adelante hasta casi llegar al extremo del camino, se voltea, corre vigorosamente y se detiene justamente en el centro del camino"

trabajar independientemente, mientras realizaran las tareas en grupo o individualmente, no era posible trabajar en las aulas donde reciben clases los estudiantes de Física I, debido a que éstas aulas o son auditorios muy grandes, o son salones con capacidad para 80 estudiantes, donde los pupitres están soldados entre sí formando columnas que no permiten la movilidad de los estudiantes. Las tareas se llevaron a cabo, por estas incidencias, en la Sala de Reuniones del Departamento de Física, esta sala consta de pequeñas mesas con asientos que se pueden unir o separar a conveniencia, y de dos pizarrones amplios.

El desarrollo de las tareas se registró con una cámara manual de video Sistema Hi-8 con trípode, tratando de encuadrar tanto lo que los estudiantes hacían entre ellos, como lo que hacían entre ellos y el profesor. Se logró el apoyo de dos estudiantes, coordinadores del Cine-Club de Ingeniería en esos momentos, lo cual permitió asegurar las grabaciones durante la ejecución de las clases y las tareas. Se coordinó con ellos el equipo a utilizar, los materiales y las ubicaciones de las cámaras en la sala de reuniones.

3.2.2 PARTE I: Fase 2 - Implementación y reflexión

3.2.2.1 Observación, grabación de las clases y aplicación de actividades iniciales

Como punto de partida de esta fase de la investigación, acudimos a cuatro sesiones de clases de Física I correspondientes a las dos primeras semanas iniciales del curso, en las cuales se presentaron los objetivos relacionados con la cinemática del movimiento rectilíneo. Las clases contaron con una asistencia promedio de 38 estudiantes.

En las dos primeras sesiones asistimos como observadora; al inicio de la primera sesión, la profesora del curso les informó sobre mi presencia y los motivos por los cuales estaba allí; entonces, me incorporé a las clase para dedicarme a tomar notas de los contenidos explicados por la profesora del

curso, y principalmente para conocer y familiarizarme con los estudiantes en el aula de clases.

En la tercera sesión acudieron también los camarógrafos que grabarían la clase de la profesora de física sobre movimiento rectilíneo, se les explicó que ellos se ubicarían en una esquina del salón de clases para grabar tanto al profesor como a los estudiantes. Esta situación produjo ruido en los primeros momentos pero rápidamente los estudiantes se acostumbraron a la cámara, por lo demás, los camarógrafos eran estudiantes de cursos superiores conocidos por la mayoría, así que la interferencia producida por nuestra presencia no alcanzó mucha relevancia.

Durante la observación de la clase sobre movimiento rectilíneo, prestamos atención al rol del discurso de la profesora de la clase. Tomamos nota de sus intervenciones y esa grabación la transcribimos para aportar esos datos al análisis de las tareas de la investigación. Utilizaríamos la información dada por la clase en observar cual es el papel del género de discurso de la profesora en el desarrollo de las soluciones de sus estudiantes, durante la ejecución de las tareas.

En la cuarta sesión se trabajó en la sala de reuniones del Departamento de Física, con toda la clase (32 alumnos), para reconocer el entorno donde se realizarían las tareas, allí se les pidió a los estudiantes del curso que se reunieran para trabajar en pequeños grupos resolviendo dos actividades iniciales, que eran ejercicios propuestos en hojas de papel sobre contenidos de las asignaturas Análisis Matemático I y Física.

Una actividad consistió, en una serie de preguntas sobre la representación gráfica de una función en \mathbb{R}^2 y la determinación de sus propiedades, a partir del gráfico de su derivada; y la otra actividad se basó, en preguntas sobre el cálculo de la velocidad media e instantánea de un objeto en movimiento a partir de la ecuación de la posición en función del tiempo.

Se les pidió a los estudiantes que discutieran entre ellos sus posibles respuestas, que podían solicitar la ayuda de la profesora del curso y de la profesora/ investigadora, y que las respuestas finales las escribieran en el papel, mientras tanto, todos los grupos serían filmados alternativamente.

Con los resultados obtenidos en las actividades iniciales, la revisión de los contenidos explicados por la profesora y lo que observamos durante la realización de la tarea por todos los grupos, se decidió trabajar sólo con tres de las tareas ya elaboradas para ser ejecutadas por 3 grupos de 3 ó 4 estudiantes, establecidos preferiblemente por ellos mismos.

3.2.2.2 Formación de los grupos de estudiantes participantes

Esta sesión en pequeños grupos (Ver Figura 3.8), nos permitió percibir varios aspectos: a los estudiantes del curso, a ambientarse con las condiciones y el lugar, el cómo y el dónde trabajarían, a tener una idea de lo que queríamos que hicieran al tomar parte en el estudio, lo cual pensamos que los motivaría o no a participar.



Figura 3.8. Implementación de las Actividades Iniciales

A los camarógrafos les proporcionó una prueba de tipo técnico y representativo para la realización de las grabaciones in situ; y a nosotros (la investigación) nos permitió considerar las condiciones más adecuadas para desarrollar las tareas, en relación al número y organización de los grupos para favorecer el diálogo

entre los integrantes, a las limitaciones en cuanto al tiempo de los contenidos incluidos en las tareas, a la ubicación espacial de los grupos y los sitios donde puedan desplazarse sus integrantes para facilitar sus interacciones y las grabaciones de estas acciones.

Luego de estas actividades de contacto previo, nos encargamos de constituir los grupos. La composición de los grupos no estuvo inducida por criterios ajenos a la propia decisión de los estudiantes. No se tomó en cuenta la orientación-nivel cognitivo matemático, sexo o edad ya que nuestro estudio es de naturaleza “espontánea”, se trató de mantener los grupos que ya habían interactuado. En total se postularon voluntariamente 10 estudiantes para participar en la investigación.

Se formaron grupos de 3 y 4 participantes ya que consideramos que era el número que más se ajustaba a la naturaleza de las tareas, al tiempo disponible para realizarlas y a las condiciones para realizar las grabaciones. La edad de los participantes oscilaba entre los 17 y 19 años, todos eran estudiantes del 2do semestre, cursantes de Física I (por primera vez) y ya habían aprobado la asignatura Análisis Matemático I (Calculo diferencial).

Les comunicamos que debíamos reunirnos en la Sala de Reuniones del Departamento de Física, durante el período de seis meses que abarca el curso, que realizaríamos un calendario para los encuentros y que las actividades contarían siempre con mi participación organizando, coordinando y orientando su desarrollo. Además de asistir como participante en las fases de discusión.

Los estudiantes participantes, la profesora de la clase y los estudiantes que realizaron las grabaciones dieron su consentimiento, por escrito, para que las imágenes grabadas fuesen utilizadas como fuente de información y análisis en el desarrollo del trabajo de investigación.

3.2.2.3 Cronograma de las tareas

Las sesiones de grabaciones de las tareas, la organización de las mismas y la conformación de los grupos de alumnos participantes, que se presentan a continuación en el Cuadro 3.7, fueron realizadas en el siguiente orden:

CRONOGRAMA DE LAS TAREAS (*)					
Día	Hora de la sesión	Tareas	Grupos de alumnos integrantes	Asignatura que cursan	Sección
Lunes	16:00 18:00	Tarea 1 Actividad Inicial 3 ✓	Grupo 1 (4 estudiantes)	Física I	03
Martes	15:00 17:00	Tarea 3 Actividad Grupal 2 ✓	Grupo 3 (3 estudiantes)	Física I	03
Jueves	17:00 18:00	Tarea 6 Actividad con Simulador ✓	Grupo 1 (4 estudiantes)	Física I	03
<p>(*) Notas:</p> <ul style="list-style-type: none"> La investigadora, ha participado en todas las sesiones filmadas como profesora y coordinadora de las tareas. Dos estudiantes de semestres superiores de la Facultad de Ingeniería de la UC, realizaron las grabaciones y ediciones de los videos. 					

Cuadro 3.7. Cronograma de las tareas, instrumentos para la recolección de datos.

3.2.3 PARTE II: Fase 2 - Implementación y reflexión

En la PARTE II de la Fase 2, hemos implementados las tareas, grabado en video las ejecuciones y al mismo tiempo hemos reflexionado sobre la práctica, realizando cambios y rediseñando las actividades, conforme a lo establecido en la metodología del Desing Research (DE) utilizada.

La revisión y el análisis de las hojas escritas por los estudiantes al resolver las tareas, el estudio y análisis de la implementación de las tareas, las notas tomadas durante las ejecuciones y el análisis de la clase sobre movimiento rectilíneo, formó parte del análisis de los episodios o momentos críticos,

encontrados durante el proceso de implementación y reflexión de las tareas de la investigación. Ha medida que se organizaban los datos de los videos, se observaban los videos, desde la visión teórico-práctica del Modelo de Estrategia Argumentativa y de los modelos de proyección (mapeamientos) conceptuales, para reconocer argumentos y enunciaciones a partir de los cuales, pudiésemos construir una narrativa que describiese e interpretase la producción de significado generada por los estudiantes, durante las etapas de implementación y de reflexión de las tareas sobre representación cartesiana del movimiento rectilíneo.

3.2.3.1 Metodología utilizada para examinar, reducir, transcribir y organizar los videos para su análisis

Para examinar los videos de las tareas implementadas en nuestra investigación: observación, transcripciones, reducción de los datos (índice de las transcripciones), nos basamos en algunas de las etapas del Modelo Analítico de Datos en Videos (MADV), propuesto por Powell et al., (2003).

Este modelo diseñado para analizar datos en video (*video-data*), emplea una secuencia de etapas interactivas y no lineales, para organizar las observaciones de videos que involucran actividades sobre la enseñanza-aprendizaje de la matemática. De acuerdo a lo establecido en la Fase 2 (PARTE II) y en la Fase 3, (Implementación y reflexión), decidimos seguir los siguientes criterios:

1. Observamos atentamente los videos

Vimos y escuchamos, detenida y atentamente los videos digitalizados de las tareas, comenzando con los de la Tarea 1 (tres archivos) y siguiendo con la Tarea 3 (tres archivos) y finalmente con la Tarea 6 (dos archivos). También examinamos los videos de las clases.

Realizamos una gran cantidad de sesiones observando los videos, para familiarizarnos con los contenidos, tratando de ver los acontecimientos tomando en cuenta los fundamentos teóricos de la investigación y observando las acciones de los estudiantes, bajo estas perspectivas. Realizamos una primera selección de ciertos momentos interesantes en los que se podían reconocer aspectos relacionados con los propósitos de la investigación, tanto de las tareas como de la clase correspondiente específicamente al movimiento rectilíneo.

2. Transcribimos los videos

Cuando realizamos la primera etapa de observación de los videos, decidimos considerar no sólo las imágenes y el audio de los videos como datos, sino también realizar las transcripciones completas de los videos de las tareas. Consideramos que era deseable contar con ambas fuentes de información ya que, aunque los videos hacen visible “sutilezas” tanto del lenguaje hablado como del no verbal, las transcripciones, además de ser mas viables para trabajar con ellas (no necesitan equipamiento tecnológico), ofrecen otra posibilidad para reconocer enunciados pertinentes, al permitir la revisión exhaustiva de lo que se dice.

Esta etapa del análisis de los videos, enumerando las líneas de las transcripciones, no solo nos permitió familiarizarnos con los contenidos de los videos de las tareas, sino que conseguimos conocer y relacionar estos contenidos en detalle, con las otras fuentes de información..

3. Describimos y construimos índices o reducciones de los videos

Los índices o reducciones es la etapa en que comenzamos a darle sentido a los datos. Observamos nuevamente los videos, describimos lo que sucedía en ellos en forma general. Elaboramos un resumen escrito de lo acontecido, siempre tratando de ser lo más objetivos posibles, anotando los comentarios

generados por nuestras observaciones y la de los otros instrumentos de recolección de información, al lado de lo que se describíamos, anexando figuras en caso de ser necesario. Comenzamos a identificar eventos relevantes.

4. Identificamos eventos o episodios críticos

Observamos de nuevo, varias veces, muy cuidadosamente los videos, guiados por la reducción o índice de datos, con el fin de identificar los episodios considerados críticos, conectando secuencias, contrastando lo observado con las hojas de trabajo, las notas tomadas durante las grabaciones y los videos de la clase, los momentos de controversia, de silencios, de gestos, de intervenciones de la profesora/ investigadora, siempre dentro del contexto de las preguntas de la investigación, atendiendo a los momentos en que se confirmaban o se rectificaban estas.

También, prestamos atención a los momentos de generalización o individualización de conductas. Le dimos nombres a los episodios, tratando de construir una narrativa que nos permitiera “contar” lo que sucede en cada uno de los videos, tal como si fuese el guión de una película.

5. Construimos una narrativa

En nuestro estudio aunque la etapa de componer una narrativa o interpretación de los episodios la presentamos al final de la implementación, ya desde el comienzo de la investigación construimos un relato de lo que estábamos realizando. Hemos explorado interpretaciones particulares de reducidos acontecimientos y de los sucesos en general, tratando de ubicar tales acontecimientos dentro del contexto de la investigación, usando los datos recolectados en videos y otros instrumentos como evidencia.

Con estos factores conseguimos producir una reseña o narrativa de lo acontecido en los episodios, la cual, en si misma, es una forma de reflexionar y analizar nuevamente los datos, lo que hace que constantemente se puedan redefinir nuestras interpretaciones.

En el siguiente capítulo de Resultados y Análisis, desarrollaremos los aspectos de la investigación enmarcados en las Fases 2 (PARTE II) y Fase 3, que se relacionan específicamente con los resultados del estudio piloto y con la reflexión sobre las actividades propuestas en las tareas y los resultados de su implementación.

Presentaremos en el siguiente capítulo, resultados y análisis de los episodios seleccionados, así como también la relevancia de la clase sobre movimiento rectilíneo en relación a la forma como los estudiantes ejecutaron y encontraron soluciones para las actividades propuestas en las tareas.