

UNIVERSITAT DE BARCELONA

DEPARTAMENT DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS I LA
MATEMÀTICA

Tesi Doctoral

**Anàlisi de les competències i
habilitats en el treball
de projectes matemàtics amb
alumnes de 12-16 anys a
una aula heterogènia**

Manuel Sol Puig

Dirigida per:

Dr. Joaquim Giménez Rodríguez

Dra. Núria Rosich Sala

Barcelona 2009

UNIVERSITAT DE BARCELONA

DEPARTAMENT DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS I LA
MATEMÀTICA

Programa de Doctorat en Didàctica de les Ciències Experimentals i de la Matemàtica

Bienni: 2001-03

**Anàlisi de les competències i habilitats
en el treball de projectes matemàtics amb
alumnes de 12-16 anys a una aula
heterogènia**

Manuel Sol Puig

Per optar al títol de Doctor per la Facultat de Formació del Professorat

Dirigida per:

Dr. Joaquim Giménez Rodríguez

Dra. Núria Rosich Sala

Agraïments

Arribar al final d'aquest treball ha estat possible gràcies a la contribució de moltes persones. Amb totes elles tinc un sentiment de deute i, sense pretendre saldar-ho, com a mínim vull deixar constància del meu agraïment.

En primer lloc a Joaquim Giménez li dec un doble agraïment, primer com a amic que em va estimular a embarcar-me en un projecte com aquest i va confiar en mi per a realitzar-lo, després com a director de la tesi.

Igualment a Núria Rosich que junt amb Joaquim ha dirigit aquesta tesi. A tots dos els agraeixo no tant sols l'enorme suport científic i gran experiència que m'han ofert, sinó el seu suport personal incondicional, d'ànims i d'amistat, amb els què sempre m'he sentit recolzat.

A tots els professors del grup Vilatzara, molt especialment, Pedro Cobo, Jordi Comelles, Jaume Serra i Xavier Vilella, amb els que, durant més de deu anys, he compartit moltes hores de discussió sobre com millorar i innovar el treball a l'aula; el resultat de les quals s'ha difós en diferents publicacions i cursos de formació del professorat. A tots ells els agraeixo les discussions sobre alguns aspectes de la tesi, així com la col·laboració en la recollida de dades amb els seus alumnes.

També vull mostrar el meu agraïment als professors i professores del grup espanyol amb qui he participat al projecte europeu *Professional Development of Teacher-Research* (PDTR) Iolanda Guevara, Pili Royo, Berta Vila, Carme Aymerich, Montserrat Torra, Jordi Comelles, Lluís Mora, Xavier Vilella, que dirigits per Joaquim Giménez m'han ajudat a millorar el treball científic, sempre m'han donat ànims i m'han mostrat la seva confiança en el treball que realitzava.

Al Departament d'Educació que em va concedir una llicència d'estudis durant el curs 2005-06 tal com consta al DOGC 4364 del 15/04/2005. Aquesta llicència va permetre disposar d'un temps per dedicar-me a avançar en la recerca.

Als professors Afzal Ahmed i Alison C. Wilson del Mathematical Center de la universitat de Chichester (UK) amb qui vaig estar durant 5 setmanes l'any de la llicència d'estudis. Els agraeixo les aportacions que em van fer en les seves converses i les facilitats que em van donar per accedir a la biblioteca i a algunes sessions de màster que impartien.

Igualment em sento amb deute amb Carlos, Marc, Sara, Lidia, Marcos,... i molts altres alumnes, són massa per a citar-los a tots, que al llarg d'aquests anys s'han prés amb tanta seriositat els projectes que els he proposat i m'han anat il·lusionant en la feina de cada dia.

En l'àmbit més personal també he d'agraïr als meus amics que durant aquests anys no han deixat d'interessar-se i animar-me en el treball.

Als meus pares, i a tota la família que durant aquests anys m'han mostrat la seva com-

premsió i suport per a que aquest treball arribés al final. Espero que ara, veient la feina feta, es comprendrà millor. Un agraïment molt especial a Eva pel gran interès i dedicació que ha posat en el disseny de la portada.

Especial menció es mereixen Mavi, Laura i Anna, que amb paciència han vist com els robava un temps que havia de ser per a elles. Els agraeixo que sempre m'han donat el seu suport i estímul. En algunes ocasions, la seva col·laboració en revisions i correccions ha estat molt valuosa.

Índex

Presentació	17
1 Els Projectes al context educatiu actual	21
1.1 Introducció	23
1.2 Els projectes i l'educació matemàtica	23
1.2.1 Els projectes i l'educació	23
1.2.2 Els projectes i l'educació matemàtica	25
1.2.3 Els projectes i l'educació matemàtica a Espanya	29
1.3 Interès de la recerca	32
1.3.1 Els projectes i la investigació	32
1.3.2 Els projectes i la societat	35
1.3.3 Els projectes i les aules	37
1.4 Presentació i justificació de la nostra recerca	39
1.5 Resum	42
2 Marc teòric	43
2.1 Introducció	45
2.2 L'educació matemàtica realística (EMR) i els projectes	47

2.2.1	L'activitat matemàtica a l'EMR	47
2.2.2	L'EMR i l'ensenyament de les matemàtiques	49
2.3	Perspectiva curricular de la recerca	52
2.4	Heterogeneïtat dels alumnes i els projectes	55
2.4.1	L'aprenentatge de les matemàtiques dels alumnes amb dificultats	56
2.4.2	Els projectes com metodologia que s'enfronta a l'heterogeneïtat de l'alumnat	58
2.5	Caracterització dels projectes matemàtics realístics	59
2.5.1	Els projectes i el plantejament i resolució de problemes	59
2.5.2	Els projectes com activitat de modelització i aplicació	63
2.5.3	Els projectes com activitat matemàtica rica	70
2.5.4	Els projectes i el paper del professorat	72
2.5.5	Avaluació, col·laboració i autonomia en el treball de projectes	74
2.5.6	Influències emocionals en el treball de projectes	78
2.5.7	La nostra definició de projectes matemàtics realistes	79
2.6	Competències matemàtiques, habilitats i projectes	81
2.6.1	Habilitats, competències i educació	81
2.6.2	Blocs competencials i projectes	84
2.6.3	L'avaluació de competències i el treball de projectes	86
2.6.4	Instrument d'anàlisi de la competència en modelització matemàtica	87
2.6.5	Instrument d'anàlisi de la competència en pensament i raonament matemàtic	93
2.6.6	Instrument d'anàlisi de la competència en comunicació d'idees matemàtiques	95
2.7	Resum	97

3	Metodologia	99
3.1	Introducció	101
3.2	Metodologia de la recerca	102
3.3	Posicionament del recercador	104
3.4	Disseny de la recerca	105
3.5	Fases i temporalització de la recerca	107
3.5.1	Fase 1: Pilotatge	108
3.5.2	Fase 2: Replanificació del procés i treball de camp	110
3.5.3	Fase 3: Anàlisi	111
3.5.4	Fase 4: Conclusions	111
3.6	Poblacions de l'estudi	113
3.7	Instruments	115
3.8	Dades recollides	128
3.9	Anàlisi de dades	135
3.10	Resum	136
4	Disseny i implementació d'un treball de projectes. Estudi pilot.	139
4.1	Introducció	141
4.2	Justificació de la prova de diagnosi inicial	142
4.2.1	Elements per a la construcció de la prova diagnòstica de les competències	142
4.2.2	Procés d'elaboració de la prova diagnòstica	145
4.3	Implementació del treball de projectes	158
4.3.1	Selecció del grup d'estudi	158
4.3.2	Procés del treball de projectes	161

4.4	Anàlisi de cas	165
4.4.1	Anàlisi dels projectes i de la prova diagnòstica del grup de seguiment	165
4.4.2	Contrast entre la prova diagnòstica, les competències bàsiques i el projecte realitzat	176
4.5	Valoració de l'estudi pilot	179
4.6	Resum	181
5	Replanificació del treball de projectes a 2n d'ESO. Selecció d'un grup d'estudi i grups de contrast.	183
5.1	Introducció	185
5.2	Redisseny de la recerca	186
5.2.1	Redisseny del procés de realització dels treballs de projectes	186
5.2.2	Necessitat d'una anàlisi competencial	189
5.3	Caracterització de dos grups de contrast	190
5.3.1	Caracterització del grup de contrast GC2 (n=8)	190
5.3.2	Caracterització del grup de contrast GC4 (n=11)	192
5.4	Procés de selecció del grup d'estudi GE	193
5.4.1	Resultats prova diagnòstica	194
5.4.2	Resultats del test IGF	195
5.4.3	Entrevistes al professorat	197
5.4.4	Definició del grup d'estudi (GE)	222
5.5	Validació competencial del grup d'estudi (GE)	223
5.6	Resum	228
6	Anàlisi competencial del grup d'estudi	231

6.1	Introducció	233
6.1.1	Com s'ha fet la reducció de les dades	234
6.1.2	Presentació de les anàlisis	235
6.2	Situació inicial dels grups GE i GC	235
6.3	Idees sobre el procés de realització de projectes	239
6.3.1	Organització del treball	239
6.3.2	Procés de modelització	241
6.4	Resultats del bloc competencial de modelització	246
6.5	Anàlisi dels processos de modelització	268
6.6	Resultats del bloc competencial pensament i raonament matemàtic	272
6.7	Resultats del bloc competencial comunicació matemàtica	285
6.8	Resum	304
7	Conclusions. Limitacions i perspectives.	305
7.1	Introducció	307
7.2	Conclusions sobre els PMR i les competències associades	308
7.3	Conclusions sobre l'estudi pilot	309
7.4	Conclusions sobre l'anàlisi de competències en un grup d'estudi	309
7.5	Conclusions sobre l'anàlisi del desenvolupament del procés de modelització	313
7.6	Aportacions de la recerca	314
7.7	Suggeriments per altres línies de recerca	318
	Referències bibliogràfiques	321

A Prova Diagnòstica	335
A.1 Els tres salts de Yago Lamela	337
A.1.1	337
A.1.2	337
A.2 Les tarifes de Jazztel	340
A.2.1	340
A.2.2	341
A.2.3	342
A.2.4	342
A.2.5	342
A.3	343
A.3.1	343
A.3.2	344
A.3.3	344
A.4	345
A.4.1	345
A.4.2	345
B Codificació de la prova diagnòstica	347
B.1 Graella de codificació i baremació de la prova	349
C Relació entre la prova diagnòstica definitiva i les capacitats i habilitats que intervenen	359
C.1 Relació entre capacitats i habilitats referides a la realització de Projectes amb les respostes codificades de la prova diagnòstica	360

C.1.1	Pregunta 1	360
C.1.2	Pregunta 1	361
C.1.3	Pregunta 1	362
C.1.4	Pregunta 2	363
C.1.5	Pregunta 2	364
C.1.6	Pregunta 2	365
C.1.7	Pregunta 2	365
C.1.8	Pregunta 3	366
C.1.9	Pregunta 3	367
C.1.10	Pregunta 4	367
C.1.11	Pregunta 4	368
C.1.12	Pregunta 4	368
C.2	Valoració de les competències a la prova diagnòstica	369
C.2.1	Competència pensament i raonament matemàtic	369
C.2.2	Competència en modelització i resolució de problemes	370
C.2.3	Competència en comunicació d'idees matemàtiques	372
D	Programa realitzat per avaluar la prova diagnòstica	375
E	Test IGF i resultats	403
E.1	Test IGF	404
E.2	Barems de 2n d'ESO del test IGF	419
E.3	Resultats test IGF alumnes de 2n d'ESO Curs 2004-05	420
F	Resultats prova diagnòstica en la fase experimental	423

F.1	Resultats prova diagnòstica d'alumnes de 2n d'ESO	425
F.2	Resultats prova diagnòstica grup d'alumnes de 3r d'ESO	426
F.3	Resultats prova diagnòstica grup d'alumnes 4t d'ESO	428
F.4	Resultats prova diagnòstica grup d'alumnes repetidors de 4t d'ESO	429
F.5	Resultats prova diagnòstica del grup ESO-1	430
G	Resultats prova diagnòstica alumnes de 1r d'ESO Curs 2003-04	431
G.1	Resultats prova diagnòstica alumnes de 1r d'ESO Curs 2003-04	432
H	Enquesta professorat	435
H.1	Entrevista al professorat	437
H.2	Entrevista pel professorat tutor/a	439
I	Documents lliurats	441
I.1	Llistat de propostes per fer projectes el curs 2004-05	444
I.2	Proposta de projecte matemàtic. Curs 2004/05	448
I.3	Entrevista de seguiment del projecte	449
I.4	Orientacions per a la presentació dels Projectes	451
I.5	Consells per a la presentació oral dels projectes	453
I.6	Avaluació del projecte	454
I.7	Valoració del projecte una vegada fet	458
I.8	Carta a un amic	459
J	Cartes a un amic per explicar el que és un projecte	461
J.1	Cartes del alumnes del grup d'estudi GE	463

J.2	Cartes del grup de contrast GC2	466
K	Instruments d'anàlisi dels blocs competencials	475
K.1	Competències i subcompetències de pensament i raonament matemàtic	477
K.2	Competències i subcompetències en modelització matemàtica	478
K.3	Competències i subcompetències de comunicació matemàtica	481
K.4	Resultats anàlisi competència pensament i raonament matemàtic als projectes	483
K.4.1	Alumnes del grup d'estudi GE	483
K.4.2	Alumnes del grup de contrast de 2n d'ESO (GC2)	485
K.4.3	Alumnes del grup de contrast de 4t d'ESO (GC4)	487
K.5	Resultats anàlisi competència modelització i resolució de problemes	490
K.5.1	Alumnes del grup d'estudi GE	490
K.5.2	Projectes d'alumnes del grup de contrast de 2n d'ESO GC2	493
K.6	Resultats de les anàlisis de la competència en comunicació d'idees matemàtiques	503
L	Anàlisi procés de modelització	519
L.1	Introducció	521

Presentació

En els països desenvolupats l'educació ha experimentat una evolució important en els darrers anys, i aquest fet genera un interès creixent en sectors cada vegada més amplis de la societat. L'ensenyament de les matemàtiques tampoc ha quedat al marge d'aquestes tendències i a més se li reconeix un paper rellevant en l'educació integral dels ciutadans. Com a mostra d'aquestes preocupacions podem citar les reformes en l'ensenyament de les matemàtiques que recentment s'han portat a terme en diferents països així com els programes internacionals TIMSS i PISA que tracten d'avaluar el coneixement matemàtic dels nostres escolars. Els resultats d'aquests programes tenen un resó social important i arriben a tenir incidència en les polítiques educatives dels països participants.

En el cas d'Espanya, la preocupació per l'educació la podem veure en el fet de que en pocs anys hem tingut tres lleis que organitzen el sistema educatiu. La LOGSE al 1990, la LOCE al 2002, i la LOE al 2006.

Avui el nostre sistema educatiu té uns elements fonamentals que tenen, o haurien de tenir una forta influència a l'aula. L'un és de caràcter psicològic; ens referim a l'acceptació del constructivisme com marc de referència de la llei. Entenem que té una forta influència a l'aula perquè des de la seva manera d'entendre com aprenen els alumnes exigeix un treball del professorat i de l'alumnat diferent als mètodes expositius més tradicionals.

L'altre element és més social, ens referim a l'extensió de l'ensenyament obligatori fins als 16 anys. Això és el que ha plantejat l'anomenada atenció a la diversitat amb tota la problemàtica i de vegades incomprensió que ha provocat. Més recentment s'ha plantejat el desenvolupament de competències dels alumnes.

Aquests elements fan que actualment quedi lluny i fora de lloc aquell ensenyament purament transmissiu d'unes tècniques matemàtiques bàsiques. En canvi, s'hauria d'entendre que ensenyar matemàtiques avui s'ha convertit en una tasca de gran complexitat que sovint és ignorada o desconeguda per una gran part de la societat.

És en aquest marc que s'ha desenvolupat la meua vida d'ensenyant. Des del curs 1981-82 he impartit classes de matemàtiques en diferents instituts de Catalunya. L'any 1987 vaig incorporar-me al pla experimental de la Reforma dels ensenyaments secundaris a un Institut de Badalona. Als anys 90 vaig participar com a formador al programa de Formació Permanent

per la Reforma Educativa organitzat pel Departament d'Ensenyament. Això va significar un gran estímul per millorar l'ensenyament de les matemàtiques amb les noves idees que acompanyaven a la Reforma. Algunes d'elles, com la de donar protagonisme a l'alumnat en el procés d'aprenentatge, que tots els alumnes podien i havien d'prendre matemàtiques, la d'aconseguir un aprenentatge més comprensiu i no simplement reproduir tècniques, la de millorar la seva motivació per l'aprenentatge de les matemàtiques, van ser les principals preocupacions que se'm presentaven quan preparava les lliçons de matemàtiques en aquella època i encara avui continuen. Aquestes preocupacions van ser el motor que em va portar a iniciar un camí de reflexió sobre el que feia a les aules i de cerca de recursos.

Així vaig començar a proposar als meus alumnes d'ESO activitats contextualitzades en el seu entorn quotidià. Es tractava de transmetre la idea de que les matemàtiques podien ser una eina útil per a entendre millor el món en què vivim i fer-nos més fàcil la nostra vida diària. D'aquesta manera es pretenia fer veure que el seu estudi és interessant i val la pena. Per exemple, vam estudiar les matemàtiques a partir d'organitzar un viatge, d'analitzar el que ells consumien, dels esports que practicaven etc... Amb el pas del temps l'evolució d'aquestes idees m'ha portat a les activitats de projectes matemàtics que eren una continuació aprofundida de les anteriors. Aquests inicis eren als anys 90, al començament del desplegament de la LOGSE. Em semblava que amb els projectes, entesos d'aquesta manera, donava resposta a algunes de les noves exigències que se'ns plantejaven i em preocupaven com a docent.

El curs 1994-95 vam iniciar la implantació de la LOGSE a l'IES Vilatzara impartint 3r d'ESO. Vam coincidir al departament de matemàtiques un grup de professors amb ganes de fer les coses segons els nous plantejaments. Alguns ja teníem alguna experiència i coneixíem alguns recursos que s'adequaven al que preteníem. Malgrat tot, van sorgir moltes dificultats i no ens agradaven els resultats que estavem obtenint. Vam veure clar que necessitavem l'ajuda d'algun expert. D'aquesta manera, a l'octubre de l'any 1996 es va crear el grup de treball de l'ICE de la UAB, que més tard s'anomenarà Grup Vilatzara. En aquell moment el grup estava format per la majoria de professors del departament del mateix institut. Aquest grup va ser assessorat pel Dr Joaquim Gimenez, prof. de didàctica de matemàtica de la UB. En aquest grup ens vam dedicar a reflexionar sobre tot allò que feiem, el perquè ho feiem, i quins resultats obteníem. Alguns fruits d'aquelles reflexions van acabar sent articles publicats a revistes com Cuadernos de Pedagogia, Números, UNO, Suma. També s'han presentat algunes experiències en diferents jornades i congressos sobre l'ensenyament de les matemàtiques com les JAEM, el CIEAEM, CEM 2000. Altres s'han quedat com a document de treball intern del grup. Bona part d'aquests treballs s'han ocupat dels projectes a l'ESO i treballs de recerca al batxillerat.

Amb el pas del temps vam anar veient que l'activitat de fer projectes tenia més interès del que inicialment li havíem otorgat. A les apreciacions inicials podíem afegir altres beneficis per l'educació matemàtica dels alumnes de l'etapa obligatòria ja que integra molts dels elements més innovadors de l'ensenyament de les matemàtiques actuals com el modelitzar situacions de la realitat, plantejar problemes, fer investigacions matemàtiques, desenvolupar competències, fomentar el treball cooperatiu, considerar els elements metacognitius, comunicar idees matemàtiques. D'entre tots ells s'ha de destacar el desenvolupament de les competències matemàtiques. En aquests moments és un dels elements que apareix com més innovador en els

curricula de diferents països, el nostre inclòs tal com es pot veure en els curricula actualment vigents desplegats al juny 2007. També apareixen com element de referència a les proves PISA. Crec que plantejar-se com objectiu el desenvolupament de competències matemàtiques té unes fortes implicacions en la manera d'intervenir el professorat a l'aula, en la manera de treballar els alumnes, en la manera d'avaluar. Perquè no és el mateix proposar-se ensenyar a resoldre equacions o a aplicar el T. de Pitàgores, que proposar-se el desenvolupament del raonament matemàtic. En el primer cas la resolució d'equacions són un fi en si mateix en el segon serà un mitjà. L'avaluació haurà de ser necessàriament diferent a la que es practica actualment.

El professorat s'ha trobat amb dues dificultats importants per aplicar els canvis curriculars recents: la manca de formació i la manca de recursos de suport que l'ajudessin a canviar l'enfocament de la seva actuació. Crec que es pot afirmar, sense caure en el radicalisme, que els curricula per si sols no canvien les coses. En el cas català, els llibres de text que han acompanyat als successius canvis recents no ens han ajudat a portar a les aules la renovació didàctica que es proposava en els plantejaments curriculars.

Per les raons que hem descrit fins ara vam decidir iniciar aquesta tesi doctoral sobre el projectes matemàtics i el desenvolupament de competències matemàtiques. Estem convençuts de l'interès que té actualment i de que pot fer contribucions útils per millorar i avançar en la línia actual de l'ensenyament de les matemàtiques.

Capítol 1

Els Projectes al context educatiu actual

1.1 Introducció

1.2 Els projectes i l'educació matemàtica

1.2.1 Els projectes i l'educació

1.2.2 Els projectes i l'educació matemàtica

1.2.3 Els projectes i l'educació matemàtica a Espanya

1.3 Interès de la recerca

1.2.1 Els projectes i la investigació

1.2.2 Els projectes i la societat

1.2.3 Els projectes i les aules

1.4 Presentació i justificació de la nostra recerca

1.5 Resum

1.1 Introducció

En aquest capítol presentem el context de la recerca. Veurem en primer lloc com s'han introduït els projectes en l'Educació matemàtica, a continuació veurem el sentit dels projectes en el cas de l'educació matemàtica a Espanya i Catalunya. Seguidament exposarem l'interès dels projectes dins dels plantejaments més recents i innovadors de l'educació matemàtica. Al final presentem la recerca que ens plantejarem.

1.2 Els projectes i l'educació matemàtica

La idea de projecte es comença a fer servir al món de l'educació a començaments del segle xx. El seu significat mai no ha estat ben definit. Segons l'època i segons qui el fa servir pot tenir un significat o un altre. Aquesta ambigüetat encara es conserva actualment. A continuació presentarem la validesa de la nostra proposta en el marc curricular actual. Una definició més precisa dels projectes es veurà al capítol següent.

1.2.1 Els projectes i l'educació

Les primeres idees que poden relacionar-se amb la de projecte les trobem al segle XVI. Al renaixement F. Bacon (1561-1626) va escriure *Nova Organum* (Bacon, 1960) a on estableix una relació entre els processos de creació a través de fórmules que nosaltres considerem com precursors de l'heurística matemàtica. Es poden reconèixer com el gran primer precedent de la resolució de problemes i de projectes.

Més endavant R. Descartes (1596-1650) (1931) a "Regles per a la direcció de la ment" (Descartes, 1628) proposa diferents formes heurístiques de resoldre problemes de matemàtiques. Algunes d'elles són simplificar les qüestions, enumerar seqüencialment exemples per a facilitar una generalització inductiva, simbolitzar relacions, entre les que identifiquem els nostres projectes. No se l'anomena projecte però sí que, aquestes heurístiques, les podem reconèixer com una anticipació de les que 350 anys després seràn publicades com auxiliar de l'ensenyament de la resolució de problemes, per exemple a Mason et al. (1992) i Burton (1984).

Les idees pedagògiques que prepararan l'aparició dels projectes a l'educació són les de Jan Amos Komenski (Comenio) (1592-1670) considerat el pare de la pedagogia moderna. A la seva obra *Didàctica Magna* escrita entre 1627 i 1657 ja deia que "el coneixement ha de començar, necessàriament, a través dels sentits" (citada a Castelnuovo, 1982). S'interpreta com una referència clara a la experimentació que es troba a la base dels nostres projectes.

Al segle XVIII el suís J. Heinrich Pestalozzi (1746-1827), al que alguns han anomenat el Beethoven de l'educació, també defensava que l'aprenentatge arribava a través de l'experiència

directa, de l'activitat, de manipular les coses (citada a Castelnovo, 1982). En aquesta manera de pensar es troben els orígens dels projectes.

A la dècada de 1830, Whewell reinterpreta el valor de la filosofia del descobriment (Blake et al., 1960). Pensant en la naturalesa del descobriment científic proposa tres fases: clarificació, inducció i verificació. Es podria pensar que la projecció no hi és, però el propi treball de descobriment està a l'arrel de la projecció.

En l'àmbit de l'educació les referències a projectes hauran d'esperar al sorgiment de les primeres teories pedagògiques que a principis del segle XX van començar a aparèixer primer a Amèrica i després a Europa. Aquestes teories van promoure diferents moviments de renovació pedagògica on, entre altres propostes, comencen a citar-se els projectes. En el cas americà podem citar a J. Dewey (1859-1952) com un dels millors representants d'aquests pioners en l'elaboració de les noves teories. Per ell l'aprenentatge ha de basar-se en l'experimentació, i l'alumne ha de tenir una participació activa en el procés d'aprenentatge. A Europa O. Decroly (1871-1932), M. Montessori (1870-1952), C. Freinet (1896-1966), per citar els que més incidència han tingut comparteixen les anteriors idees de Dewey i les de Pestalozzi i Comenius. Són partidaris de la globalització dels ensenyaments, la interacció amb l'entorn, de crear nuclis d'interès perquè l'aprenentatge sigui significatiu i funcional. Aquestes idees són els primers antecedents dels nostres treballs de projectes que també es basaran en el protagonisme de l'alumnat, relació amb l'entorn i experimentació.

El terme projecte va començar a aparèixer com una pràctica educativa lligada a la formació del professorat en temes com treballs manuals i agricultura. Richards, qui a la universitat s'ocupava de la formació de futurs professors en aquestes àrees, proposava als seus alumnes la realització de projectes que incloïen problemes i qüestions pràctiques (Pehkonen, 1992 i Leino, 1992, citada a Abrantes 1994).

W. H. Kilpatrick (1871-1965) va ser un dels primers en plantejar-se la reflexió en torn als projectes com a mètode educatiu. Al 1918 va publicar l'article "The Project Method" on dóna la seva definició de projecte i mostra la importància que aquests tenen en els processos d'aprenentatge. Per a ell, en el projecte convergeixen diferents aspectes importants del procés d'aprenentatge: l'acció que realitza l'alumne, amb una implicació personal, la intenció de l'acció, és a dir els objectius que orienten l'acció, i el context social on es desenvolupa l'acció. D'aquí que defineixi el projecte com una activitat intencional realitzada amb una implicació personal i desenvolupada en un context social, (Kilpatrick, 1918, p 320. citada a P. Abrantes 1994). Reconeix que pot tenir diferents significats, però que ell es refereix a qualsevol cosa que es projecta o es projectada, és a dir, que mira al futur i es capaç de preveure coses que no sabem.

1.2.2 Els projectes i l'educació matemàtica

La incorporació de l'experimentació i la investigació com a pràctiques educatives, tal com les teories de principis de segle XX propugnaven, es va començar a aplicar a aquelles matèries que tenien un caràcter pràctic més evident com són les ciències o la llengua. A les matemàtiques trigarà més en aplicar-se, abans s'haurà de recórrer un procés d'aproximació. Un procés que va des de creure que les matemàtiques no han de considerar-se com un coneixement aplicable a les necessitats de la vida, com deien els primers programes de matemàtiques a l'Itàlia de l'any 1867 (citats a E. Castelnuovo, 1982). L'altre extrem d'aquest procés el trobem a les orientacions actuals als curricula o als informes PISA (MEC, 2005), on s'emfatitza la importància de saber aplicar les matemàtiques escolars a diferents situacions quotidianes.

A finals del segle XIX els matemàtics van estar molt preocupats per la fonamentació de la disciplina i el rigor en el seu tractament. Això va dominar els primers anys del segle XX. A finals dels anys 50 l'evolució de les condicions socio-econòmiques va influir en els canvis que es van produir a l'ensenyament de les matemàtiques. Va ser quan es va introduir la "matemàtica moderna" a molts països. Es pretenia millorar la formació científica dels que havien de ser els quadres mitjos de la societat. Aquesta formació estava enfocada a transmetre les estructures dels conceptes, eren uns plantejaments estructuralistes presentats en abstracte i allunyats de casos concrets perdent-se així les interpretacions sensibles; prioritzaven la fonamentació a través de la teoria de conjunts. Amb aquests plantejaments no tenia sentit plantejar-se activitats com la de Projectes.

En aquest període 1955-60 mentre a molts països s'adoptaven les matemàtiques modernes, a Anglaterra es posava l'èmfasi a les aplicacions i a la importància de l'ús de les matemàtiques.

A mitjans del segle XX a partir dels treballs de Brownell (1942) i Polya (1945) es comencen a incorporar la resolució de problemes i les activitats d'investigació a l'ensenyament de les matemàtiques. Ernest (1996) estableix un paral·lelisme entre el model de descobriment científic que Whewell va publicar als anys 1830 i el model de Polya de resolució de problemes. Si es combinen dues de les fases de Polya el model quedarà: (1) comprendre el problema, (2) trobar una estratègia i portar-la a terme i (3) mirar enrere, que és pràcticament el que proposa Whewell. La National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM) (1978) afirmava que "aprendre a resoldre problemes era la principal raó per estudiar matemàtiques".

En aquesta època, mentre continua l'interès per la resolució de problemes, apareixen les investigacions matemàtiques que implicaran un canvi en les relacions socials de l'aprenentatge. A Anglaterra, les investigacions apareixen per primera vegada als anys 60 per mitjà de l'Associació of Teachers of Mathematics (1966) i de l'Associació of Teachers in Colleges and Departments of Education (1967). Ernest (1996) assenyalava alguns elements que caracteritzen i diferencien les activitats d'investigació de les de resolució de problemes. Segons aquest autor, la investigació inclou la formulació del problema, però l'èmfasi es posa en l'exploració d'una qüestió matemàtica en totes les direccions. El procés de solució del problema és convergent perquè tots els camins emprats ens han de portar a trobar la solució. Mentre que el procés utilitzat a les investigacions és divergent, ja que l'èmfasi està en l'exploració d'una qüestió

desconeguda, que no té definida un punt d'arribada.

Els resultats de la matemàtica moderna dels anys 60 no van ser com s'esperaven i va provocar com a reacció una tornada als fonaments en els anys 70 que tampoc va produir uns resultats satisfactoris. En aquesta època es comença a questionar els canvis realitzats. Per a M. de Gúzman (1983)

Se puede decir que los inconvenientes surgidos con la introducción de la llamada «matemática moderna» superaron con mucho las cuestionables ventajas que se había pensado conseguir, como el rigor en la fundamentación, la comprensión de las estructuras matemáticas, la modernidad y el acercamiento a la matemática contemporánea...

També és en aquesta època que educadors de tot el món es comencen a plantejar com es podria aconseguir un currículum de matemàtiques que estigués més connectat a la vida real i donés millor formació per a preparar als estudiants per seguir estudis superiors. A mitjans dels anys 70 l'educació matemàtica a tot el món comença a plantejar-se objectius que ja no es referien únicament als conceptes matemàtics sinó que es dona més importància a la cooperació, a la resolució de problemes, a la generalització i relació de les matemàtiques amb la realitat, entre d'altres. Les preocupacions ja no són únicament sobre les matemàtiques sinó que es plantegen les necessitats dels alumnes, les seves dificultats d'aprenentatge. Al 1975 la National Advisory Committee on Mathematical Education destacava la importància de les aplicacions (Abrantes 1994, p19).

A partir dels anys 80, el desenvolupament tecnològic per una banda i la consciència de que les matemàtiques les han d'aprendre tots els ciutadans per una altra, tenen una forta influència a l'ensenyament de les matemàtiques. L'informe Cockroft (1982) va ser un document important on es marcaven les noves necessitats i orientacions per l'ensenyament de les matemàtiques. Al seu paràgraf 243 recomana que es proposin als alumnes diferents formes de treball, entre elles també la de les aplicacions de la matemàtica a situacions de la vida real. Freudenthal (1983) considera que els conceptes han de sorgir de fenòmens que els dona origen a la realitat. Al començament dels anys 80 Miguel de Guzmán (1983) fa una anàlisi de l'ensenyament de les matemàtiques a Espanya i recomana que s'ha de posar més èmfasi en ensenyar a resoldre problemes i establir connexions amb el món real i amb altres ciències. Aquestes noves idees i necessitats van creant un espai on tindran cabuda activitats com els projectes matemàtics.

A finals dels anys 80 les tendències renovadores destaquen que l'ensenyament de la matemàtica ha d'ocupar-se també dels processos que intervenen. Als standards que la NCTM va presentar al 1989 considerava que "saber matemàtiques" és "fer matemàtiques" i recomanava establir connexions entre conceptes, procediments i processos intel·lectuals així com diversificar les activitats d'ensenyament. També per aquesta època, les idees de justícia social i de millora del ciutadà democràtic tenen una forta influència en l'orientació de l'ensenyament de les matemàtiques. Si es considera que els coneixements matemàtics tenen a veure amb la capacitat per desenvolupar-se a la societat, és de justícia social preocupar-se per evitar que es converteixin en un element més de discriminació social. És des d'aquest punt de vista que es planteja

l'educació matemàtica per a tots.

El fet de viure en una societat democràtica ha posat de manifest la necessitat d'una participació responsable dels ciutadans. Es considera que la matemàtica facilita eines per comprendre fenòmens que ens envolten i per abordar problemes a més de desenvolupar un sentit crític. Tanmateix, no és fàcil tenir aquesta consciència tal com Niss (1995) ens fa veure en el que ha anomenat la paradoxa de la rellevància. Això és, que per una banda el desenvolupament de la societat precisa cada vegada més de la presència de les matemàtiques, però el paper i la funció que fan és cada vegada més invisible per a la gent en general, per a la gent que pren decisions, per als polítics etcètera. Per això, si volem el desenvolupament democràtic de la societat - a diferència de l'autoritari i populista- el foment de la ciutadania intel·ligent i inquieta tindrà una importància crucial. A l'activitat de projecte matemàtic el que es fa és analitzar els contextos propers des de la perspectiva matemàtica. És per això que creiem que és una activitat útil per fomentar aquesta consciència en els estudiants.

En la mateixa línia trobem les posicions de la CIEAEM. Al seu Manifest 2000 per l'any de les matemàtiques (CIEAEM, 2001), considera que l'ensenyament de les matemàtiques ha de servir per comprendre els processos de matematització i l'ús social que se'n fa de la matemàtica. S'ha d'explicar que amb les matemàtiques es poden controlar les decisions basades a la modelització i finalment que són una eina potent per consolidar els valors democràtics, ja que atorga a les persones la capacitat de pensament crític i els permet adoptar actituds crítiques.

La professora Keitel, (2001) fa un plantejament similar. Considera que vivim en un món immers a les matemàtiques i per tant cal saber matemàtiques per comprendre'l. Si estem en un sistema democràtic on se'ns permet de participar hem de saber si volem fer-ho i com fer-ho.

Per això creiem, que a l'etapa obligatòria el què és prioritari no és un ensenyament basat en la formalització sinó un ensenyament que sigui útil per entendre el món que ens envolta i que ens faciliti la nostra participació i influència en ell. Els treballs de projectes en els quals es demana als alumnes que siguin capaços d'analitzar una situació real, que arribin a conclusions argumentades i que enuncïin judicis raonats, podem veure'ls com activitats que contribueixen en aquest compromís educatiu de reforçar la democràcia.

Donar resposta a aquests plantejaments requereix cada vegada més una revisió de les activitats d'aprenentatge que es proposen als alumnes. Creiem que els projectes matemàtics sí que responen a aquestes exigències, perquè els alumnes estudien situacions reals, les analitzen i intenten modelitzar fet que els permet de formar-se una opinió amb fonaments.

També al final dels anys 80 comença a aparèixer en els treballs d'investigació educativa un èmfasi en les "capacitats d'ordre superior". Els autors no donen definicions precises del que són, però sí que les identifiquen en diferents situacions. Resnick (1987) reconeix el pensament d'ordre superior a través de les seves característiques com, un pensament no algorítmic, que tendeix a la complexitat, freqüentment porta a solucions múltiples, sap afrontar situacions on no tot és conegut, donant-se un clima d'incertesa. Es refereix a la capacitat

d'autoregulació; saber donar significat en una situació de desordre aparent implica esforç i un considerable treball mental. Aquestes capacitats d'ordre superior apareixen relacionades amb la resolució de problemes, amb el pensament crític i amb l'ús d'estratègies de naturalesa cognitiva. (Abrantes 1994 , p28). En el treball de projectes s'està fomentant el desenvolupament d'aquestes capacitats ja que, les característiques mencionades, les podem reconèixer en el seu desenvolupament. En aquestes activitats els alumnes s'enfronten a situacions a on no tot és conegut, no es tracta d'aplicar un pensament algorítmic, tampoc es tracta de trobar la solució perquè són situacions obertes que admeten diferents solucions; han de saber autoregular-se i donar significat al procés que realitzen.

Un altre element important de les investigacions d'aquesta època és que el desenvolupament de les capacitats cognitives no pot anar deslligat de diferents aspectes no cognitius. Un d'aquests aspectes té a veure amb la motivació i la disposició dels alumnes per implicar-se en els processos de pensament i per fer servir les seves pròpies capacitats (Resnick, 1987). Un altre és respecte a les creences i intuïcions dels alumnes, els quals exerceixen una influència considerable en el seu comportament matemàtic (Schoenfeld, 1987). En els projectes, per les seves característiques d'activitat oberta i de negociació i seguiment per part del professor, es facilita la implicació i millora dels elements no cognitius dels alumnes, fet que provoca una bona predisposició cap a les matemàtiques i al seu aprenentatge.

Les tendències innovadores d'aquesta època atorguen un paper fonamental al professor que imparteix la matèria a les aules. No és un simple executor d'un currículum "prêt a porter" sinó que s'enfronta d'una manera creativa a les situacions noves que sorgeixen a l'aula. Als equips d'investigació s'incorporen professors i les escoles es situen al centre dels treballs. Els professors consideren les propostes d'activitats que poden rebre d'altres com "externes" o simples punts de partida. Ells les adaptaran creativament a les seves aules i, d'aquesta manera, aconseguir els objectius que persegueixen. Aquest canvi ens prepara pel paper que haurà de fer el professorat en la realització de projectes, ja que no permet una intervenció rutinària sinó que requereix una actuació activa i creativa al llarg de tot el procés.

La duració de l'activitat es considerada com una dimensió important a tenir present. Henry al 1989 parla de projectes i els concebeix com un treball prolongat en el temps on els alumnes han de recollir i organitzar la informació sobre la que es basarà el seu treball. J. Ponte (2004) diu que un exemple d'activitat de llarga duració és un projecte. Els treballs de projectes que nosaltres proposem són activitats de llarga duració, ja que ocupen als alumnes entre 4 i 8 setmanes.

En aquest apartat hem mostrat com la nostra idea de projectes integra molts elements que han anat apareixent progressivament al llarg de la història de l'educació matemàtica, fruit dels progressos en la pedagogia i la didàctica així com de la necessitat de respondre a les diferents exigències que la societat li ha anat plantejant. De cada un d'aquests elements hem ressaltat la importància que tenen en la millora de la formació dels nostres alumnes, per reflexar l'interès que té avui ocupar-se de treballar amb projectes. Aquest interès per fer projectes es comprendrà millor si es dona una visió de les matemàtiques que s'estan ensenyant als escolars d'avui. A l'apartat següent presentem l'evolució de l'ensenyament de les matemàtiques a

Espanya.

1.2.3 Els projectes i l'educació matemàtica a Espanya

La primera llei espanyola que va regular el sistema educatiu va ser la llei de Instrucció Pública de 9 de setembre de 1857, coneguda com la llei Moyano en honor a Claudio Moyano artífex de la llei i aleshores ministre de foment. Aquesta llei va estar vigent fins l'any 70 quan es va aprovar la Ley General de Educación, coneguda com la llei Villar Palasí en referència al ministre que la va fer. Aquesta llei tenia una orientació més cognitivista i pretenia que l'aprenentatge de l'alumne es fes en base a les estructures del coneixement matemàtic que sustenten el contingut. S'introdueix un canvi en l'orientació de l'ensenyament, ja no és un sistema reproductiu sinó que s'espera que l'alumne participi amb una argumentació pròpia. Aquests aspectes de la llei no van arribar a ser incorporats en el marc de l'escoles. En cap dels dos casos, la llei del 57 i la del 70, té sentit parlar de projectes perquè a les seves concepcions no hi ha cabuda per aquests tipus d'activitats.

L'any 1990 va ser aprovada la LOGSE, la llei d'educació que substituïa a la de Villar Palasí. Posteriorment al 2002 es va aprovar la LOCE que no va arribar a tenir temps de desenvolupar-se i a l'any 2006 es va aprovar la LOE que és la que està actualment vigent. Malgrat aquests canvis successius, en totes es manté com a objectiu el desenvolupament de la capacitat de l'alumnat per relacionar els coneixements amb la realitat i l'experiència i aplicar-los en diferents camps.

Des d'aquesta perspectiva l'ensenyament de les matemàtiques a l'ESO té una nova orientació. Es resalta el seu caràcter instrumental perquè suposa una eina de suport en altres matèries com Ciències Socials, C. Experimentals, i Tecnologia. S'espera que els alumnes sàpiguen aplicar amb destresa, els seus coneixements en diferents situacions de la vida quotidiana, remarcant així el caràcter funcional de les matemàtiques. També es pretén que facin servir correctament els diferents llenguatges matemàtics (aritmètic, algèbric, geomètric, gràfic, estadístic) fet que els permet comunicar-se amb precisió i claredat. La resolució de problemes ha de ser igualment un dels objectius importants de l'aprenentatge de les matemàtiques. També hi ha uns certs continguts i procediments de les matemàtiques que tots els ciutadans han de saber. És convenient la manipulació d'objectes i l'elaboració de models per facilitar l'adquisició i domini dels conceptes. Han d'aprendre a fer servir, amb sentit crític, diferents recursos tecnològics. La societat espera que la formació matemàtica rebuda contribueixi a que qualsevol ciutadà compregui la informació que l'envolta i es desenvolupi amb ella amb certa facilitat.

En aquest marc legislatiu entenem que els projectes matemàtics ja tenen cabuda i poden ser un recurs útil al professorat per a donar a les matemàtiques l'enfoc que es proposa des del nou currículum.

De totes les innovacions que s'han plantejat en les successives lleis, podem dir que els canvis

que realment han arribat a les aules han sigut més aviat escassos. Amb el nou currículum aprovat al juny de 2007 (DOGC 4915) podem esperar un resultat similar, ja que som conscients de que innovar no és fàcil i de que hi ha problemes per avançar en la línia que proposen. Però, a més a més, resulta sorprenent la quantitat d'esforços i recursos que es dediquen a dissenyar curricula innovadors i simultàniament els pocs esforços i recursos que es dediquen a la seva implementació.

Les conseqüències d'aquesta manera de fer en el cas de l'ensenyament secundari són que no s'han incorporat les innovacions que s'han proposat des de les diferents lleis; actualment hi ha alguns indicadors que mostren mancances importants. Els esforços que s'hi han esmerçat no han donat els resultats esperats. El fracàs escolar es situa al 31%, el doble que la del conjunt de la UE¹; les proves PISA han donat uns resultats baixos. Al mateix temps podem dir que es dona una certa insatisfacció del professorat per diferents motius, com la manca de temps per portar a la pràctica els programes oficials, com ha assenyalat la Societat Catalana de Matemàtiques (Butlletí de notícies de la SCM Juliol 2003 num 19).

Alguns dels problemes actuals no són d'ara sinó que s'arrossegueu des de fa anys; els successius canvis legislatius tampoc els han pogut corregir. Per exemple ens referim a la formació del professorat, tan la inicial com la continua, que s'ha mostrat insuficient per assegurar que la majoria del professorat tingui la formació suficient per portar a terme aquesta renovació. Aquest és un repte que ja es plantejava la llei del 70 i amb aquesta finalitat es van crear els ICE a les universitats. L'any 83 M. de Guzman (1983) ja ho posava com un dels problemes que tenia l'educació matemàtica. Es queixava, aleshores, de la formació que rebien tant els mestres de primària com els professors de secundària i proposava que:

Una ordenación más adecuada de la formación de las Escuelas Universitarias de Profesorado de EGB y de las Facultades no sería extraordinariamente difícil.

Actualment podem dir que la situació no ha canviat gaire i que tant a la llei del 90 com la del 2002 o a la del 2006 han contemplat la formació del professorat com un factor a millorar.

Els llibres de text també tenen una part de responsabilitat en els problemes de l'ensenyament actuals. S'ha de reconèixer que són un referent fonamental pel professorat i malgrat això, no han incorporat els canvis que es propugnen, continuen proposant practicament el mateix que abans. El problema, tampoc podem pensar que és nou d'ara. Ja a l'any 1983 amb els plantejaments d'aleshores M. de Gúzman (1983) els hi fa una dura crítica :

Pero tal vez una mayor responsabilidad incumbe al espíritu predominante en la generalidad de los libros de texto de BUP y COU existentes en la actualidad, que parecen estar escritos para responder rápidamente a un cuestionario, olvidando totalmente el objetivo primordial de esta etapa de la enseñanza, la formación de la personalidad del alumno utilizando como medio su contacto con el mundo de la matemática. Así, carentes nuestros enseñantes de textos que orienten su trabajo en la dirección adecuada, se ven empujados

¹Dades extretes de l'informe de l'executiu comunitari publicat al diari El País del 11 de novembre de 2005, pàgina 33.

por las circunstancias en muchos casos a impartir la enseñanza adecuada para contestar a un cuestionario con la máxima solvencia, con el consiguiente tedio y aburrimiento de sus alumnos y suyo propio. Me atrevería a sugerir que, supuesto un mínimo de competencia por parte del profesor, la ausencia de un libro de texto y la confección paulatina de unas notas por parte de los mismos alumnos que contuviesen el núcleo esencial de la información necesaria para apoyar la actividad del alumno alrededor de esta base, sería muy preferible a la utilización que se hace de los textos existentes en la actualidad. Este método, según me consta, viene practicándose con éxito en algunos centros de reconocido prestigio.

El pitjor d'aquesta crítica que M. de Guzman va escriure al 1983 és que continua sent vigent actualment. Amb el pas del temps no s'ha produït una renovació de les propostes que fan els llibres text, mentre que els successius curricula han anat proposant més canvis i els reptes als que s'ha de fer front a les aules no ha fet més que augmentar.

No podem deixar de referir-nos a les dificultats que suposa la integració de tot l'alumnat a la mateixa classe. Els mètodes tradicionals de gestió de les aules no serveixen. Es necessiten nous enfocaments metodològics i noves maneres d'avaluar per donar respostes adequades a les necessitats dels alumnes.

Un altre front que considerem important i que no està resolt és l'ús que es fa de les noves eines tecnològiques en l'educació matemàtica. Quins canvis suposa a les intervencions a les aules en el treball del professorat? I en el de l'alumnat? Com afecta als continguts?

Creiem que l'activitat dels projectes matemàtics pot ser un recurs útil al professorat. Fer projectes matemàtics ens pot ajudar a respondre a reptes que planteja el currículum com als que ens hem referit als paràgrafs anteriors o bé a d'altres com per exemple modelitzar situacions de la vida real.

A més a més, el sistema educatiu que s'aplica a la Comunitat de Catalunya contempla que els alumnes de 1r, 2n, i 3r d'ESO facin un treball de síntesis on han de mostrar que són capaços de fer aplicacions i resoldre qüestions i problemes relacionats amb la vida pràctica. Els alumnes de 4t han de fer un projecte de recerca constituït per un conjunt d'activitats de descoberta i recerca. A 2n curs de batxillerat també tenen un treball de recerca amb la finalitat de que els alumnes mostrin la seva maduresa personal i intel·lectual. Sens dubte, els treballs de projectes tal com els fem són una preparació adient per a aquests tipus de treballs.

En aquest primer apartat del capítol hem volgut mostrar la idea que l'educació matemàtica no és estàtica, sinó que ha anat variant al llarg de temps. Que en funció d'aquestes idees unes activitats tenen cabuda i unes altres no. És per això que els projectes que nosaltres proposem sí que tenen sentit en el marc educatiu actual i no el tenien en el d'anys anteriors.

Una vegada hem vist que els projectes tenen la seva raó de ser a l'educació actual hem posat de relleu que no es tracta d'una activitat que sigui habitual a les aules, ni aquí ni a d'altres països. També hem volgut mostrar que hi ha necessitat de proporcionar recursos que

facilitin al professorat l'ensenyament de les matemàtiques i que els projectes poden ser un d'aquests recursos.

En aquests moments no es té del tot clar el que els projectes aporten o poden aportar a l'educació matemàtica dels joves, ni els professors tenen clar com s'ha proposar, gestionar, ensenyar i avaluar. Al següent apartat anem a mostrar l'estat actual del coneixement sobre les activitats dels projectes, veure la necessitat que hi ha de investigar sobre aquests tipus d'activitat i d'aquesta manera presentar i justificar el que serà la nostra recerca.

1.3 Interès de la recerca

Els nostres projectes matemàtics són activitats d'aplicació i modelització. Són activitats que estableixen relacions entre les matemàtiques i el món real. Aquests tipus d'activitats han estat un tema central a l'educació matemàtica en els darrers 30 anys. A continuació mostrarem en quin moment es troben aquestes activitats d'aplicació i modelització matemàtica, en el món de la recerca, de la societat i de les aules. A partir de l'exposició de la situació actual presentarem i justificarem l'interès que té la recerca que ens proposem fe en aquest moment a Catalunya.

1.3.1 Els projectes i la investigació

Les preocupacions per incorporar la modelització a l'educació matemàtica van començar als anys 60. A la primera època, fins als anys 80, no es pot veure una divisió clara entre recerca i pràctica. Les aportacions que es van fer van ser donar arguments per justificar la seva inclusió a l'educació matemàtica, crear exemples; es va publicar una gran quantitat de materials per a portar-los a l'aula i per a donar suport als professors; es promovien debats i s'intentava influir en el disseny dels curricula.

Es van donar algunes experiències d'aula a tots els nivells educatius, universitari, secundari i elemental. Es van escriure llibres amb propostes d'activitats d'aplicació i modelització, i articles amb reflexions al voltant del tema com el de Freudenthal (1968) on exposa les seves idees del per què s'han d'ensenyar matemàtiques per a que siguin útils. Però no van ser veritables treballs de recerca, al menys no van ser com les investigacions que s'estan fent actualment.

Els primers treballs de recerca sobre aplicacions i modelitzacions comencen a presentar-se a les principals conferències internacionals d'educació a partir de l'ICME-3 (1979) endavant. L'interès per aquests tipus d'activitats va anar augmentant com ho reflexa la creació dels ICT-MA (International Conferences on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications) que es van celebrar bianualment des de 1983. A l'any 1982 apareix la revista especialitzada Teaching Mathematics and its Applications.

El moviment per a l'ensenyament de modelització va anar desenvolupant-se i guanyant força. La història d'aquest procés es pot veure amb més detall als llibres de ICTMA a partir del 1983. Bàsicament aquests treballs s'ocupen de clarificar els conceptes, de l'anàlisi de resolució de problemes; inicien discussions i continuen creant exemples i casos i preparant materials de suport pel professorat, per exemple són molt coneguts els del Shell Center.

D'aquesta època encara són vigents les justificacions que es fan de la necessitat d'incloure aquestes activitats d'aplicació a l'ensenyament de les matemàtiques. Una bona síntesis dels arguments que es donen per fer una matemàtica aplicada són els que citen Niss(1989) i Blum i Niss (1991), que són:

1. Argument formatiu: el treball d'aplicació contribueix al desenvolupament de capacitats generals de resolució de problemes.
2. Argument de "competència crítica": és important reconèixer, comprendre, analitzar i avaluar problemes i solucions en una societat cada vegada més matematitzada.
3. Argument d'utilitat: és un objectiu de l'ensenyament preparar als alumnes per usar matemàtiques a la resolució de problemes de la vida real i d'altres àrees.
4. Argument de la imatge de la matemàtica: La visió que es dóna als alumnes de la matemàtica ha de ser equilibrada, incluint tots els aspectes rellevants d'aquesta ciència (i les aplicacions constitueixen un d'aquests aspectes).
5. Argument de "promoció d'aprenentatge de la matemàtica": les aplicacions poden desenvolupar un paper important a la adquisició i comprensió de conceptes i mètodes matemàtics.

El fet de saber matemàtiques no significa que se sàpiga aplicar-les. Amb això concidim amb el plantejament de Borasi (1991) per a qui no es pot pretendre mantenir un ensenyament de les matemàtiques a l'escola com a transmissió de regles, procediments i problemes fora de context i alhora esperar que els alumnes sàpiguen transferir aquests coneixements a altres aplicacions. S'ha d'ensenyar als alumnes a treballar l'aplicació de la matemàtica i això s'ha de fer en els contextos reals. Aquesta idea també es compartida per Abrantes (1994).

La idea de modelització és clau quan tractem de relacionar les matemàtiques amb la realitat. Niss posa de manifest que la modelització és un punt important en la vinculació de la matemàtica amb el funcionament i el desenvolupament de la societat. Molts camps extra-matemàtics (per exemple la previsió metereològica, la ciència i la pràctica de les assegurances) es basen en la modelització i els models matemàtics fins al punt de convertir la validesa dels models en el criteri clau de la qualitat.

La idea central del projectes es troba precisament a l'establiment de relacions entre les matemàtiques i la realitat. Per tant la realització de projectes creiem que és una bona activitat per fomentar la modelització.

L'impuls recercador dels anys 80 s'estanca a finals de la dècada; les línies de recerca no varien i, en general, es conserven les mateixes que en els primers anys 80 (Blum i Niss 1991).

Aproximadament a partir de l'any 2000 va prenent més força la idea general d'uns ensenyaments més funcionals i en particular de la matemàtica. D'aquesta manera la recerca en

modelització rep un nou impuls com es pot veure a W. Blum et al. (2002, al document que presenten per a la discussió per l'ICMI Study 14 (Educational Studies in Math 51 149-171, 2002)) a on presenta un ampli ventall de necessitats de noves recerques en aquest àmbit. Aquest document va originar una ampla resposta que ha quedat recollida a les actes de la conferència que es va celebrar al febrer del 2004 a Dortmund. L'orientació de la recerca en aquests moments continua amb la preocupació per clarificar conceptes rellevants, però es comencen a interessar per les competències modelitzadores i per la identificació de dificultats i estratègies emprades pels estudiants quan tracten problemes d'aplicació; també sobre les estratègies emprades pel professorat per ensenyar a construir models als alumnes, així com de l'observació i anàlisi de l'ensenyament i estudi dels processos de comunicació i aprenentatge en lliçons dedicades a la modelització. També apareix el tema de l'avaluació i la diagnosi. Aquesta recerca es fa a tots els nivells educatius, però molt especialment a nivell universitari.

Més recentment la CIEAEM en el seu "Manifiesto 2000 para el año de las matemáticas" (CIEAEM, 2001), també resalta la necessitat de fomentar l'ensenyament de les matemàtiques aplicades per comprendre millor a la societat. Aquest investigador es planteja (pàg 21) si "És possible presentar l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques de manera que no sols constituïxi una introducció a algunes idees consolidades de la nostra cultura, sinó també una crítica de les idees i de la seva aplicació? S'ensinya realment com s'apliquen les matemàtiques a la societat?" És la mateixa idea plantejada des de la perspectiva de la participació activa a la societat.

A part de l'ICTMA 13 celebrat a l'estiu 2007 una visió de les recerques més actuals es pot veure als monogràfics de la revista ZDM vol 38 num 2 i 3 (2006).

Hem volgut mostrar que l'interès pel tema de la modelització a l'educació es va iniciar als anys 60 del segle passat. Que al llarg d'aquest temps i gràcies a la recerca s'ha avançat en el coneixement sobre el tema. Una mostra d'aquesta evolució la podem reconèixer en la transformació que ha experimentat el mateix concepte de modelització. L'any 1991 Blum i Niss fan servir l'expressió "modelització i aplicacions" per referir-se al procés de relacionar matemàtiques i realitat incloent a la mateixa idea la resolució de problemes aplicats. L'any 2006 G. Kaiser i B. Sriraman (2006) diferencien 6 enfocaments diferents exclusivament pel concepte de modelització. Les diferències venen donades segons els objectius que es plantegen i des de quin punt de vista se'ls plantegen. Al capítol 2 profundirem en aquesta qüestió.

Des d'una perspectiva geogràfica, les principals contribucions referides als aspectes teòrics i filosòfics de les aplicacions i modelitzacions en el context educatiu procedeixen a la primera època, entre els anys 60 i 80, de UK, USA, i a partir dels 80 s'afegeixen Austràlia, Finlàndia, la antiga RF Alemanya, Àustria, Holanda, Dinamarca i Índia. Des de l'estat espanyol les contribucions han estat poques però podem destacar la participació del Prof. C. Alsina al Comité de Programa Internacional per l'ICMI Study 14 sobre aplicacions i modelització i altres participacions (Alsina, 1998, 2001, 2007). Les tesis de J. Gomez (Gomez 1998), M. Aravena (Aravena, 2002) i J.A. Montero (Montero, 2008) que aborden la modelització a nivell universitari. L'any 2006 investigadors espanyols publiquen un article sobre modelització per primera vegada a la revista Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (B. Sriraman et al. 2006).

Es tracta de Garcia et al. que es plantegen una reformulació del procés de modelització des de la teoria Antropològica de Chevallard. Tanmateix a nivell no universitari no hi ha recerca sobre aquest tema al nostre país. Sí que hi ha la difusió d'experiències d'aula realitzades pel grup Vilatzara i algun dels seus membres en particular, sobre la realització de projectes. (Sol 1998. G. Vilatzara 2001a. G. Vilatzara 2001b. G. Vilatzara 2002. Giménez i Sol 2004. Gimenez i Sol 2005. Sol, 2006). Sol, Gimenez i Rosich 2007. Sol 2007).

1.3.2 Els projectes i la societat

A nivell social ja fa alguns anys que es mostra una preocupació per l'educació en general i per l'educació matemàtica en particular. Diferents informes i documents, reconeguts i acceptats al món educatiu, assenyalen unes mancances i necessitats que s'espera que l'educació matemàtica pugui satisfer. Bàsicament s'orienta cap a l'ensenyament d'una matemàtica útil al ciutadà fomentant la comprensió i la funcionalitat. Seguidament presentem aquests informes i documents.

Observem que hi ha una demanda creixent de les activitats de modelització des de diferents estaments de la societat. En concret presentarem les recomanacions que es fan des de l'OECD, des de l'informe Cockroft (1982), els Standards de la NCTM (2003), i des dels curricula de diferents països.

L'OECD a través del seu programa DeSeCo tracta de fixar quines són les competències que necessita una persona per a integrar-se i desenvolupar-se a la societat actual (OCDE, 2002). El Programa PISA tracta d'avaluar l'alfabetització matemàtica, això és, la competència individual per a identificar i comprendre el paper que les matemàtiques juguen al món, la competència per a poder emetre judicis fonamentats i la competència en aconseguir ciutadans constructius, responsables i reflexius. Això és, PISA posa l'èmfasi en presentar el coneixement matemàtic amb un ús funcional en multitud de diferents situacions i contextos. Per això avalua diferents competències matemàtiques una de les quals és la de modelització i aplicacions.

L'informe Cockroft (1985) al seu paràgraf 243 recomana que es proposin als alumnes diferents formes de treball, com la de les aplicacions de la matemàtica a situacions de la vida real. En aquest informe trobem referències que insisteixen en la necessitat de que els professors i professores proposin als alumnes activitats d'aplicació en diferents contextos. A la pàgina 212 diu "el núcleo de matemáticas puras constituirá aproximadamente el 40 % del programa de una asignatura única de matemáticas puras y aplicadas".

Als Standards (1990 i 2000) de la NCTM recomanen que els estudiants experimentin i descobreixin les connexions de la matemàtica amb contextos externs a les matemàtiques, amb les seves pròpies vides de fora de l'escola. Consideren que un domini de la matemàtica ha de significar la capacitat d'establir relacions entre les diferents parts que l'integren. En el nostre context quan al·ludim a establir connexions volem referir-nos a establir relacions entre diferents temes de la matemàtica i a més entre la matemàtica i la realitat. Aquesta és la idea que

es recull als 'Standards 2000' publicats per la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM 2000). En un d'aquests estandards es fa una referència especial a les connexions entre els temes, per això recomanen que els alumnes també experimentin i descobreixin les connexions de les matemàtiques amb contextos externs a les pròpies matemàtiques, amb les seves pròpies vides de fora de l'escola. Es resalta que aprendre matemàtiques de forma contextualitzada és vital per a la comprensió i l'ús que els alumnes facin de les matemàtiques. En la realització de projectes aquesta connexió entre les diferents parts de la matemàtica normalment es dona perquè es tracta de resoldre problemes de la realitat, complexos i llargs que necessiten fer intervenir diferents conceptes matemàtics.

Un nombre creixent de programes de matemàtiques a diferents nivells, com citen Blum i Niss (1991), inclouen resolució de problemes, aplicacions, models i modelitzacions en àrees i temes no matemàtics. Això es va donar especialment a UK, Austràlia i Finlàndia. En el cas de Dinamarca i Holanda van arribar a portar als exàmens escrits activitats de modelització i aplicació. En aquests dos últims països es dona una forta relació entre les matemàtiques i altres matèries a nivell de secundària.

A nivell de l'estat espanyol podem dir que la llei del 70 no recullia aquesta vessant funcional. En canvi la LOGSE al seu article 19 fixa els objectius de l'ensenyament secundari en el seu apartat g9 diu *Entendre la dimensió pràctica dels coneixements obtinguts..* també al decret 96/1992 de 28 d'abril pel que s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació secundària obligatòria també es refereixen al caràcter d'utilitat i aplicabilitat que han de tenir els continguts de les matemàtiques. De manera similar a l'objectiu general num 7 es demanava fer observacions sistemàtiques de la realitat.

La LOCE no es va arribar a desenvolupar, però al seu article 22 fixava els objectius de l'ensenyament secundari i en concret a l'apartat 2f es referia a " .. conocer y aplicar métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia, para su resolución y para la toma de decisiones". En aquest paràgraf podem veure clarament l'èmfasi en el caràcter funcional dels aprenentatges. És precisament el que es fa en els projectes, plantejar problemes en contextos reals.

La LOE, aprovada el passat 3 de maig del 2006, és la llei actualment vigent. En el marc d'aquesta llei es va aprovar el nou currículum de Catalunya el 26 de juny de 2007. A la introducció que es fa de l'àrea de matemàtiques en els nous currícula, es diu textualment que les capacitats que potència el currículum han d'ajudar a l'alumnat a *modelitzar situacions de la vida real i vinculades a d'altres àrees del coneixement i traduir-les a models matemàtics*. A més, en els criteris d'avaluació de tots els cursos es refereixen a la resolució de problemes de la vida quotidiana.

En documents del Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya, en concret al seu anàlisi dels resultats de PISA 2003 (Quaderns d'avaluació 1, 2004) diu (pàg 4) *"En matemàtiques, quan es tracta d'aplicar-les a les situacions de la vida diària, és més important la capacitat de l'alumnat per establir un raonament quantitatiu i representar relacions o interdependències que saber respondre a les preguntes típiques dels enunciats*

curriculars dels temes” (Generalitat de Catalunya 2004). Per tant, saber els enunciats de les matemàtiques curriculars no és suficient per a fer ús de les matemàtiques en situacions quotidianes.

1.3.3 Els projectes i les aules

En aquest apartat tractem de veure com s’han incorporat les activitats d’aplicacions i modelitzacions a l’ensenyament quotidià de les matemàtiques a les aules dels diferents nivells educatius al llarg del temps.

A partir des anys 60 es va donar una tentativa d’exploració d’ensenyar modelització a les escoles, fonamentalment a Regne Unit i als EE.UU.. De fet va ser una aproximació informal a la modelització, que proposava als alumnes abordar problemes pràctics amb els que no estaven familiaritzats. Es va donar a la universitat i a les escoles de primària i secundària.

Una idea important que es va portar a terme a finals dels 60 a les escoles de primària als EE.UU. va ser el projecte USMES (Unified Sciences and Mathematics in Elementary Schools). En aquest projecte s’introduïen la resolució de problemes de la realitat a les classes de primària. El punt feble de l’experiència va ser l’alta exigència que suposava pel professorat. Malgrat aquesta dificultat, el simple fet de plantejar-se l’experiència és ja de per sí un indicador de que la societat actual es planteja les necessitats formatives del ciutadà actual i futur, i particularment de les matemàtiques.

El principal èxit assolit en aquesta època, posant la modelització en el curricula al UK, va ser als cursos dels politècnics. Aquestes institucions van ser creades als anys 60 amb estatus universitari però posant èmfasis en els aspectes més pràctics. A la resta d’universitats no va arraigar tant fàcilment.

Malgrat aquests intents, a l’ICME-5 (1987) es va deixar constància de que la distància entre l’avantguarda de la recerca, desenvolupament i pràctica sobre aplicacions i modelització per una banda i els corrents principals de la instrucció matemàtica per una altra era molt gran. Una mica més tard, Blum i Niss (1991) reconeixen que aquesta distància és gran però veuen indicis de que s’està reduint per l’augment, que es pot observar, d’activitats d’aplicació i casos de models que hi són presents als llibres de text des de l’escola fins a la universitat.

A través de les recerques es constata que existeixen dificultats objectives per portar a les aules activitats de modelització en els diferents nivells educatius. Per exemple Blum i Niss (1991) donen tres tipus d’arguments per a justificar aquestes dificultats. El primer es refereix a la preocupació que tenen els professors de no tenir suficient temps per impartir tots els continguts del currículum a més les activitats de modelització i aplicació. En segon lloc destaquen la dificultat que posen els alumnes, ja que és tracta d’una activitat més exigent que les que se solen fer a classe que moltes vegades es resolen seguint certes receptes. Finalment destaquen la falta de preparació del professorat per a ensenyar aquest tipus d’activitats. Aquest

últim argument, com veurem, l'assenyalen diferents investigadors.

Més recentment Burkhardt (2006) considera altres dificultats com la inercia sistemàtica del sistema. No es refereix únicament a la resistència que es posa a la incorporació de les activitats de modelització sinó als impediments amb què es troben la majoria de països per portar a terme qualsevol tipus d'innovació profunda en les principals línies dels curricula de matemàtiques. També reconeix que portar el món real a les aules de matemàtiques no és ben rebut per part del professorat ja que els suposa una complicació; per una altra banda és una desvirtuació de les matemàtiques, que són abstractes, i anar al món real pot significar una pèrdua d'aquesta abstracció.

Igualment es considera que caldria una formació del professorat per a poder portar aquestes activitats de modelització a l'aula, però que els programes de formació del professorat no són els apropiats per assegurar aquests canvis. Actualment es donen uns canvis de currículum importants que difícilment es portaran a la pràctica si qui ha de materialitzar-los a les aules, no tenen els recursos ni la formació per fer-ho. Els estudis de B. Sriraman i R. Lesh (2006) al USA posen de manifest que l'ensenyament de la pedagogia de la modelització matemàtica és més una excepció que una regla en els programes de formació del professorat de primària.

Com assenyala Burkhardt (2006), les innovacions en educació no s'apliquen amb la mateixa rapidesa i confiança com en altres camps, com per exemple la medicina. Proposa que fem la comparació entre com s'atén actualment al malalt en un hospital i com es feia a l'època dels nostres avis. Fem la mateixa comparació amb l'ensenyament de les matemàtiques. La conclusió és molt clara. A més, tot i que pugui resultar estrany s'ha de reconèixer que, en general, el món de la recerca i el de les aules es desconeixen força.

Anys més tard Blum (2002) tot i que mostra que les coses han millorat respecte a anys anteriors reconeix que hi ha una distància entre els ideals del debat educatiu i la innovació curricular per una banda i la pràctica diària de l'ensenyament de les matemàtiques; acaba dient que autèntiques activitats de modelització són encara més aviat rares a les lliçons de matemàtiques. Una opinió similar és la que manifesta Burkhardt (2006) qui es pregunta per què la modelització no forma part dels curricula de matemàtiques. D'una manera similar s'expressa també Kaiser per referir-se al cas d'Alemania (Kaiser, 2006). Les raons que donen Blum i Niss (1991) per explicar aquest fet considerem que continuen sent vàlides, però es poden completar afegint les que aporta Burkhardt (2006).

Més recentment a nivell espanyol hi ha propostes en aquest sentit (Alsina i al. 1994; Alsina, 2007; Gómez, 2002 i Gómez & Fortuny 2002).

Per tant podem concloure que al llarg d'aquests anys, malgrat que s'ha intentat portar l'ensenyament de la modelització a les aules a diferents nivells i a diferents països, no s'ha arribat a consolidar. El que interpretem com que hi ha problemes greus per a la seva implantació.

Fins aquí hem mostrat l'evolució que s'ha hagut de fer des de la mateixa concepció de l'educació des del segle XIX fins a l'actualitat per a crear un espai en el que fos possible proposar

als alumnes de secundària activitats per desenvolupar les seves competències per a modelitzar. També hem vist com des de la comunitat científica i la mateixa societat hi ha un interès creixent per incorporar les activitats de modelització i el desenvolupament de les competències matemàtiques a l'ensenyament no universitari. Però també hem vist les dificultats que suposen introduir amb normalitat aquestes activitats a l'ensenyament; la realitat és que aquests tipus d'activitats són més aviat excepcionals a les aules en general a tots els països a on s'ha intentat. També hem vist que a Espanya la modelització està molt poc introduïda tan a nivell de recerca com de pràctica a les aules.

A continuació presentarem el que ens proposem a la nostra recerca.

1.4 Presentació i justificació de la nostra recerca

La demanda per a que l'educació matemàtica estigui més orientada a la realitat es postula a moltes posicions didàctiques des de la meitat del segle XX. Avui en dia està ampliament acceptat entre professors i investigadors que la modelització matemàtica és un aspecte important de l'educació matemàtica (Gravemeijer i Doorman, 1999; Lesh i Doerr, 2003; Burkhardt, 2006; Kaiser i Schwarz, 2006). Per això en els nous currículum de matemàtiques de diferents països la modelització està situada a una posició prominent. Hi ha un fort èmfasi en el treball dels estudiants amb el cicle sencer de modelització. (Blomhoj Kjeldsen 2006). Entenem, però, que pel fet de que la modelització juga un paper central en l'educació no significa que l'ensenyament de les matemàtiques s'hagi de reduir a això (Kaiser i Schwarz, 2006)

Per una altra banda, les recerques de Kaiser i Schwarz (2006) mostren que complexes i alts estàndars de modelització són factibles a les escoles i que aquests no estan reservats als alumnes de més talent.

Es demana que s'incloguin exemples de modelització a l'ensenyament ordinari de les mates.

Malgrat que es veu la importància d'incorporar les activitats de modelització a les escoles i que la recerca ha avançat, la pràctica modelitzadora a les aules és escassa o irrellevant. Això és degut a que hi ha dificultats per portar-ho a les aules i es fan necessàries més investigacions sobre el tema (Blum et al. 2002, Burkhardt 2006) . En el cas espanyol i català pràcticament no hi ha recerca, ni experiències a nivell no universitari. Per tant creiem que està justificat i té interès plantejar-se en aquests moments una recerca en aquest àmbit de la modelització al nostre país. A continuació el que volem és definir i justificar el problema de la nostra recerca. Per fer-ho ens referirem en primer lloc a aquelles recerques relacionades amb el que ens proposem.

Ens hem fixat en els treballs de P. Abrantes (1994) que es planteja situacions problemàtiques de la realitat i les resol. També fa projectes però no són exactament igual a com els entenem nosaltres. Ell treballa amb alumnes entre 11 i 16 anys i desenvolupa el currículum a través d'activitats relacionades a la realitat. Ell es centra en qüestions actitudinals i de

motivació. És un treball més dirigit. El tema de la modelització no se'l planteja.

Pel tema de la nostra recerca ens interessa destacar els treballs de C. Haines i R.M. Crouch, que han realitzat diferents recerques per tractar de diagnòsticar i avaluar les capacitats i competències modelitzadores dels alumnes (Haines, Crouch, Davis 2001, Haines i Crouch 2001 i 2005a, Izard et al. 2003, Crouch i Haines 2007, Crouch i Haines 2004a i 2004b). Es centren en analitzar si els alumnes comprenen el que és un model, les etapes que el formen (Haines Crouch i Fitzharris 2003b, Haines i Crouch 2007, les dificultats en la transició entre el món real i el model matemàtic (Crouch i Haines 2004c i Haines i Crouch 2005b). Però ells treballen a nivell universitari i emprant metodologies quantitatives. I els que s'elaboren a nivell preuniversitari tenen com a objectiu fer proves concretes per analitzar els seus coneixements. No per veure qualitativament com es desenvolupen al llarg d'un procés de treball sinó amb petits problemes.

També coneixem els treballs de H. Henning i M. Keune (2005) en els que mostren com reconèixer i diferenciar diferents nivells de competència modelitzadora. Nosaltres no hem pogut utilitzar els nivells que proposen perquè són molt generals i no entren en detalls. Però sí que hem adaptat la seva idea a les nostres necessitats de reconèixer diferents graus de competència modelitzadora en la realització de projectes.

Borromeo (2006) ens presenta una descripció empírica del procés de modelització que ens ha resultat útil en una primera aproximació a l'estudi del procés.

Ens han interessat els treballs teòrics de M. Blomhoj i T. H. Jensen (2003). Aquests treballs ens són útils per a clarificar conceptes sobre competències i modelització així com les dificultats que troben els alumnes universitaris per desenvolupar el procés de modelització.

Valorem els treballs de Kaiser (2006a, 2006b i 2007) per la seva preocupació en el reconeixement de les competències modelitzadores en alumnes no universitaris.

Igualment ens ha interessat els treballs de Maaß (2006) perquè ha fet investigacions amb alumnes no universitaris i s'ha interessat per el desenvolupament de les competències modelitzadores incloent-hi la metacognició.

Com hem pogut veure, tant des de l'àmbit de la comunitat científica com de la societat es demana que l'educació matemàtica dels joves del país desenvolupi les seves competències per a que els permeti el seu ús en diferents situacions reals.

També hem vist que hi ha una gran distància entre el que es diu des de la recerca i la societat i el que realment succeeix a les aules.

Volem reflexionar sobre el desenvolupament de competències matemàtiques en la realització de projectes a l'ESO. Volem caracteritzar les competències i habilitats per a poder reconèixer-les i distingir diferents graus d'assoliment. Ens preocupa la integració de tot l'alumnat perquè, com hem vist, cal i es pot aconseguir que tots els ciutadans siguin competents

en matemàtiques. Ens interessa poder explicar el procés que segueixen els alumnes d'ESO en la realització de projectes, és a dir el seu procés de modelització. Som conscients de les necessitats d'oferir instruments d'ajuda per al professorat i poder fer més extensiu aquest tipus d'activitats a les aules. Especialment a l'estat espanyol ha hagut poca recerca en aquest àmbit. Per tant creiem que en el moment actual i en el nostre entorn educatiu està justificat i té interès plantejar la següent recerca:

Problema:

Estudiar el desenvolupament de competències matemàtiques, en especial les modelitzadores, de l'alumnat de l'escola secundària obligatòria i específicament l'alumnat amb dificultats d'aprenentatge ubicats en un aula heterogènia, a través dels projectes matemàtics.

Per a comprendre l'abast i l'aprofundiment del problema que ens plantegem l'esmicolarem en els següents subproblemes d'investigació:

1. Com es defineix un tipus d'activitat matemàtica com els projectes matemàtics realístics (PMR), que sigui útil per a desenvolupar competències matemàtiques a l'alumnat de secundària?
2. Quin és el reconeixement del grau inicial d'assoliment de competències matemàtiques prèvies a un treball de projectes (PMR) a l'ESO i com detectar alumnes amb dificultats específiques?
3. Com es desenvolupa un procés de modelització amb alumnes amb dificultats d'aprenentatge?
4. Quines competències matemàtiques es desenvolupen en la implementació d'un treball de PMR?

Objectius:

A partir d'aquests subproblemes, podem enunciar els objectius que ens proposem assolir a l'estudi i que ens serviran com a fites que ens orientin en el recorregut que hem de fer fins a donar resposta al problema que ens plantegem a la tesi.

Objectiu 1. Caracteritzar els projectes matemàtics realístics (PMR) de forma acurada reconeixent les competències que interveuen.

Objectiu 2. Dissenyar, implementar un treball de PMR com a estudi pilot a primer cicle d'ESO. Fent èmfasis especial en la elaboració d'una prova diagnòstica

Objectiu 3. Redissenyar el procés de realització dels PMR i identificar el nivell de competències matemàtiques assolides en el desenvolupament en un grup classe. En particular reconeixent el que succeeix en un grup d'estudi d'alumnes amb dificultats. Caracteritzar el procés de modelització associat.

1.5 Resum

En aquest capítol hem presentat de manera justificada el problema i objectius que ens plantegem a la nostra recerca. Hem començat per recordar que els projectes com activitat matemàtica, són una pràctica relativament recent. Per tant hem volgut mostrar com han hagut d'evolucionar les creences sobre educació des del segle XIX fins ara per a veure que els nostres projectes tenen cabuda a l'educació secundària actual, tan aquí a Catalunya com a qualsevol dels països desenvolupats. A continuació hem mostrat com des del món de la recerca educativa hi ha un interès important sobre les aplicacions de les matemàtiques i la modelització des de fa més de 30 anys. Aquest interès segueix sent intens a dia d'avui. També des de diferents àmbits de la societat es veu necessari l'ensenyament de la funcionalitat de les matemàtiques, i la modelització de situacions reals a les escoles .

Malgrat que des de fa anys s'insisteix en aquests objectius, a la realitat no s'ha generalitzat la realització d'aquest tipus d'activitats. On han tingut un nivell d'implantació més elevat ha sigut a nivell universitari en els països anglosaxons. En els altres nivells educatius és realment excepcional.

En el cas de l'estat espanyol són poques les recerques en aquest sentit. A nivell universitari es coneixen la tesi de J. Gomez (1998), M. Aravena (2002), i J Montero (2008). Les tres estan referides a nivell universitari. Experiències a les aules de primària o de secundària, no n'hi ha de conegudes.

Concluïm el capítol amb la presentació del problema de la nostra recerca. Considerem que queda suficientment justificada perquè respon a les demandes de noves recerques en aquest àmbit realitzades des dels Icmi study, així com els ICTMA, i també als curricula de la majoria de països i molt especialment en els que s'han aprovat recentment a Catalunya. En el nostre cas creiem que la falta de tradició en aquestes activitats és un motiu més d'interès en aquests estudis. Així mateix, el caràcter pràctic de la recerca també li afegix més interès.

Capítol 2

Marc teòric

2.1 Introducció

2.2 L'educació matemàtica realística (EMR) i els projectes

2.2.1 L'activitat matemàtica a l'EMR

2.2.2 L'EMR i l'ensenyament de les matemàtiques

2.3 Perspectiva curricular de la recerca

2.4 Heterogeneïtat dels alumnes i els projectes

2.4.1 L'aprenentatge de les matemàtiques dels alumnes amb dificultats

2.4.2 Els projectes com metodologia que s'enfronta a l'heterogeneïtat de l'alumnat

2.5 Caracterització dels projectes matemàtics realístics

2.5.1 Els projectes i el plantejament i resolució de problemes

2.5.2 Els projectes com activitat de modelització i aplicació

2.5.3 Els projectes com activitat matemàtica rica

2.5.4 Els projectes i el professorat

2.5.5 Avaluació, col·laboració i autonomia en el treball de projectes

2.5.6 Influències emocionals en el treball de projectes

2.5.7 La nostra definició de projectes matemàtics realistes

2.6 Competències matemàtiques, habilitats i projectes

2.6.1 Habilitats, competències i educació

2.6.2 Blocs competencials i projectes

2.6.3 L'avaluació de competències i el treball de projectes

2.6.4 Instruments d'anàlisi de la competència en modelització matemàtica

2.6.5 Instruments d'anàlisi de la competència en pensament i raonament matemàtic

2.6.6 Instruments d'anàlisi de la competència en comunicació d'idees matemàtiques

2.7 Resum

2.1 Introducció

Tal com es desprèn del final del capítol 1 la nostra recerca es basa en tres elements, els alumnes amb dificultats, els projectes i les competències, que es poden representar esquemàticament com es mostra a la figura 1:

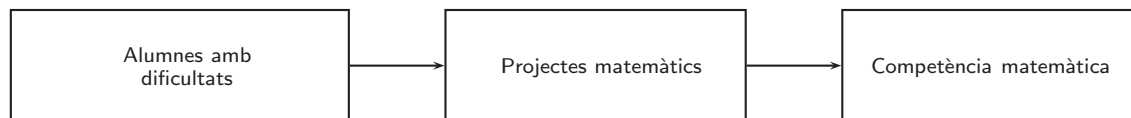


Figura 2.1. Elements bàsics de la recerca.

Cada un d'aquests termes són habituals a la literatura educativa però no sempre se'ls dona el mateix significat. Es fa necessari precisar cada un d'aquests termes per comprendre el plantejament i abast de la recerca.

Quan es parla dels alumnes amb dificultats caldrà especificar quines són aquestes dificultats, quina incidència tenen en l'activitat realitzada, què presuposen en el desenvolupament dels projectes i en els resultats, quines implicacions tenen en el procés d'aprenentatge, i en el professorat, com es detecten aquestes dificultats. En els darrers anys, en els països desenvolupats, entre ells el nostre, s'ha donat una preocupació creixent per la integració de tots els alumnes al sistema educatiu. Això ha fet que els problemes de la integració s'hagin convertit en objecte d'atenció dels investigadors. S'ha fet una revisió de l'estat de la qüestió i una selecció dels resultats que ens poden interessar per donar resposta a les qüestions que hem plantejat. Entre aquests volem destacar la teoria de l'Educació Matemàtica Realística (EMR) ja que es tracta d'una teoria sobre l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques que prioritza els contextos de la vida quotidiana. Aquest aspecte és compartit amb el plantejament dels projectes matemàtics de la nostra recerca.

Els termes projectes o el treball per projectes es fa servir a l'àmbit escolar per a referir-se a un tipus d'activitat on s'intueix un major protagonisme de l'alumnat sense massa concreció més. De fet, el terme projectes es fa servir per a referir-se a activitats que poden ser diferents. Realment es dona una polisèmia de significats que coexisteixen darrera d'aquesta expressió. Els nostres treballs de projectes s'identifiquen especialment amb les activitats que a la literatura anglosaxona es refereixen amb el terme "Modelling and Applications". En som conscients que dient això no clarifica del tot la qüestió ja que aquesta expressió també pateix d'una certa ambigüetat. Barbosa (2006) reconeix que aquest terme ha servit de paraigües per a reunir a totes les activitats que relacionen les matemàtiques amb el que és quotidià i altres ciències. D'aquesta manera els problemes d'enunciat, el plantejament de problemes oberts i el treball per projectes han estat reconeguts com "modelling and applications".

A la nostra recerca el projecte matemàtic realístic (PMR) és una activitat orientada a fomentar la modelització i resolució de problemes amb un component semipresencial i multi-modal que inserim en un marc curricular i de desenvolupament de competències matemàtiques de tipus complex. No hi ha una teoria completament elaborada sobre aquest tipus d'activitats. Sovint s'han agafat prestats alguns referents teòrics d'altres ciències i aplicades al camp de l'educació matemàtica. Des dels anys 80 del segle passat, especialment en els països anglosaxons, s'han realitzat recerques sobre aquest tema i, recentment, s'han intensificat, com es poden veure a les agendes dels ICTMA, ICMI Study i d'altres reunions internacionals. Durant les últimes dècades ha emergit una coherent comprensió teòrica dels processos de modelització matemàtica relacionada amb els processos d'ensenyament i aprenentatge. El desenvolupament de la teoria de la modelització matemàtica és un cas paradigmàtic en el que aquesta s'ha desenvolupat en estreta interacció amb l'ensenyament pràctic. Actualment existeix un debat sobre fins a quin punt es disposa d'una teoria sobre l'ensenyament i l'aprenentatge de la modelització matemàtica. Hi ha autors que consideren que sí, que hi ha una teoria global en el sentit d'un sistema de punts de vista relacionats recobrint tots els nivells didàctics: objectius d'aprenentatge, justificacions per a plantejar-se aquests objectius, idees comprovades sobre donar suport al professorat per organitzar l'ensenyament, anàlisi de les dificultats d'aprenentatge basats en la teoria i la pràctica i idees sobre diferents maneres d'avaluar l'aprenentatge dels alumnes. Però aquesta teoria està lluny de ser completa i encara es necessiten moltes més investigacions, en especial per a resaltar la nostra comprensió dels micro nivells (Kaiser, Blomhoj, Sriraman, 2006).

Aquestes referències teòriques que es mencionen al paràgraf anterior no són suficients. Considerem, per tant com a base, les nocions de la Educació Matemàtica Realística (EMR), on és important la idea de 'modelització emergent' que proposa Gravemeijer (2007) com un aprenentatge previ per arribar a la modelització matemàtica formal.

Per tant es definirà la concepció que tenim dels PMR, i delimitarem les pretensions de la recerca referint-nos tant a l'EMR com als elements que compartim de les altres recerques realitzades.

El terme competències és d'aparició més recent que els anteriors a l'escena del món educatiu, però avui és un dels elements més innovadors de l'educació matemàtica. És el resultat de l'evolució sobre el que significa saber, que ha passat de prioritzar uns coneixements a la capacitat d'aplicar-los en la pràctica, i també de centrar-se en uns continguts a centrar-se en els alumnes. En el cas dels projectes matemàtics pren una especial rellevància, ja que el que es plantegen és la resolució de problemes de l'entorn proper de l'alumnat. Però planteja problemes de interpretació com en els casos anteriors amb els projectes i els alumnes amb dificultats. Es requereix, per tant, establir significats que clarifiquin com es defineixen, com es reconeixen i com s'avaluen. Per a definir aquestes qüestions al nostre treball ens basarem en les recerques que s'han fet més recentment i s'han donat a conèixer a les reunions internacionals sobre educació matemàtica ICMI, ICTMA, CERME...

El plantejament dels projectes com activitat matemàtica es situa en un marc curricular, ja que es proposen des d'un posicionament a qüestions bàsiques de qualsevol pla de forma-

ció tals com per què ensenyar matemàtiques, quines matemàtiques ensenyar i com ensenyar matemàtiques. Els referents teòrics des dels quals es fonamentaran les respostes a aquestes qüestions és la teoria de l'Educació matemàtica realística (EMR).

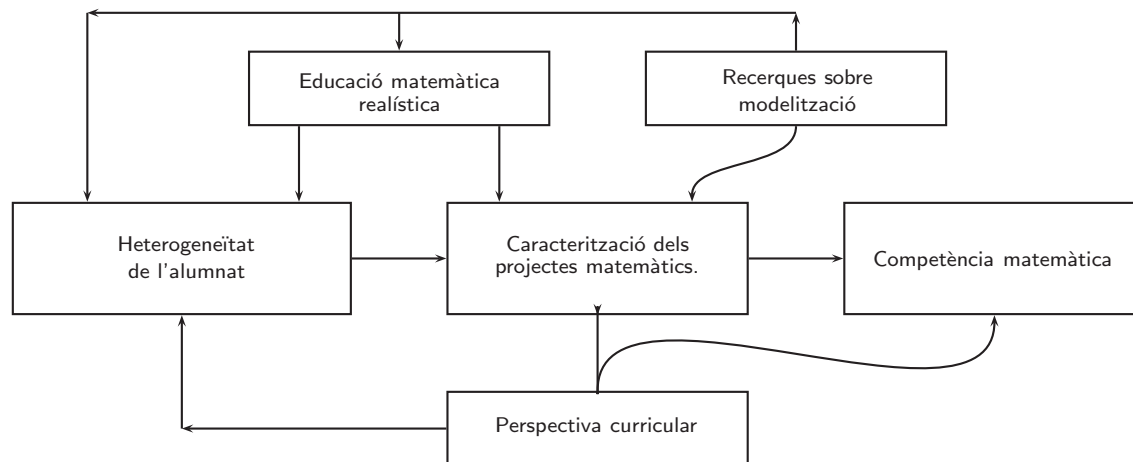


Figura 2.2. Esquema recerca.

2.2 L'educació matemàtica realística (EMR) i els projectes

La nostra recerca sobre el desenvolupament de les competències matemàtiques dels alumnes amb dificultats a través dels projectes matemàtics es porta a terme a partir de l'activitat que els alumnes de l'ESO de l'IES Vilatzara han realitzat al llarg d'una seqüència didàctica proposada pel professor. El disseny d'aquesta proposta s'ha realitzat tenint en compte la teoria de l'educació matemàtica realística impulsada en els seus inicis als anys 70 per H. Freudenthal. D'acord amb aquesta teoria, al llarg del capítol es posarà de manifest la nostra concepció de la matemàtica, així com la definició del projecte i dels processos d'ensenyament i aprenentatge dels alumnes.

2.2.1 L'activitat matemàtica a l'EMR

De la teoria de l'EMR destacarem dues idees que la caracteritzen. En primer lloc, les matemàtiques han d'estar connectades a la realitat, ser properes als alumnes i ser rellevants a la societat per a que tinguin un valor humà. D'aquí que al nom de la teoria es destaquï el seu caràcter realístic. Aquesta idea, es recull a l'activitat de projectes ja que són els alumnes els que seleccionen els problemes que es plantegen en els contextos propers i reals com, per exemple, analitzar si és adequat el pes de les seves motxilles escolars, o l'espai que disposen a l'institut, per citar-ne algun. El terme realístic a la teoria EMR es fa servir en un sentit ampli

i inclou tant situacions del món real com qualsevol cosa que pugui ser real a la ment dels alumnes. Això és, que les activitats que es presenten als estudiants no han de ser plantejades únicament en un context real del seu entorn sinó que també qualsevol situació del món de la fantasia dels contes de fades o també del món formal de les matemàtiques poden ser contexts vàlids per a plantejar problemes sempre que siguin reals a la ment dels estudiants. En el cas dels projectes es recull aquesta idea de realitat en el sentit de contextos propers a l'alumnat, tant reals com de la fantasia, com per exemple calcular les dimensions de la galaxia de la pel·lícula de "Star Wars" , o reconstruir els espais i formes on es desenvolupen les accions d'un còmic del seu interès (Manga), per citar-ne alguns. Però, en canvi, no es plantegen projectes en contextos purament matemàtics perquè no creiem que siguin tan significatius per als estudiants com els altres. De Lange (1996) considerava que les situacions-problema podien ser vistes com activitats d'aplicació o de modelització. Aquest últim cas és el que s'identifica amb els nostres projectes.

La segona idea de l'EMR que es volia destacar és la visió que, des d'aquesta teoria, es té de les matemàtiques. En lloc de veure-les com una matèria que s'ha de transmetre, Freudenthal transmetia la idea de que les matemàtiques són una activitat humana. L'educació matemàtica ha de proporcionar als estudiants l'oportunitat "guiada" per "re-inventar" les matemàtiques fent-les servir. Això és, que l'educació matemàtica no hauria de presentar les matemàtiques com un sistema tancat sinó com una activitat, com un procés de matematització (Freudenthal, 1968). En el plantejament dels projectes es comparteix aquesta mateixa idea sobre les matemàtiques ja que la fan servir per a resoldre situacions reals que preocupen als estudiants.

Una altra característica de l'activitat matemàtica a l'EMR és que no es presenten per treballar els continguts fragmentats per temes, de manera que unes activitats són de geometria, unes altres d'aritmètica per fer més endavant altres d'àlgebra. Al prioritzar partir de situacions reals no es pot assegurar que una situació es resolgui fent servir només un tipus de contingut matemàtic, l'aritmètica, o la geometria. El més habitual és que s'hagi de recórrer a relacionar les matemàtiques que coneixen, i aquesta és una característica dels projectes matemàtics.

A l'EMR els alumnes mai tenen un paper passiu, com a receptors d'unes lliçons de matemàtiques preparades sinó que són considerats com participants actius en el procés. En aquest aspecte, l'EMR té molt en comú amb el socio-constructivisme en què es basa l'educació matemàtica. En els projectes matemàtics els alumnes tenen un paper protagonista i tenen la responsabilitat de prendre decisions per anar concretant el problema que es plantegen i com el resolen.

També és característic de l'EMR que els alumnes comparteixen els processos de matematització i les experiències que realitzen amb els seus companys. El treball de projectes no es planteja com una activitat per a ser realitzada individualment sinó en grup. Darrerament s'han fet moltes recerques sobre els treballs cooperatius. A l'apartat 2.5.5 presentem els trets més característics d'aquesta forma de treball i per què és adient plantejar els projectes d'aquesta manera.

Fins aquí s'ha mostrat que la teoria de l'EMR pot servir de referent en el disseny de l'activitat de projectes matemàtics en la que centrem la recerca. La recerca es planteja estudiar els nivells competencials dels alumnes amb dificultats davant dels projectes. A l'apartat següent es concreta el significat d'aquest plantejament.

2.2.2 L'EMR i l'ensenyament de les matemàtiques

Treffers (1987) reconeix tres tendències a l'educació matemàtica, a les que es refereix com tendència aritmètica, tendència estructural i tendència empírica. L'enfocament didàctic de la tendència aritmètica és similar a l'ensenyament que es feia de les matemàtiques en el passat quan els principals objectius de l'ensenyament eren certes rutines aritmètiques, notacions i regles i la transferència de coneixement. La influència de la tendència aritmètica sobre la teoria EMR inclou, entre altres, la incorporació de puzzles, jocs, i idees sobre l'aprenentatge d'operacions bàsiques.

La tendència estructural té la preocupació de transmetre la construcció d'estructures matemàtiques formals; la realitat quotidiana està al marge de les matemàtiques; fan ús d'entorns artificials com a base per a l'anàlisi matemàtic i l'exploració de les estructures matemàtiques. Per Treffers (1987) aquest enfocament presenta el defecte de que hi ha una gran distància entre el món, on les matemàtiques es troben construïdes i acabades, i la realitat quotidiana la qual cosa fa que sigui quasi impossible connectar els dos.

La tendència empírica presenta els temes per estudiar matemàtiques a partir de la realitat social, física o biològica, la qual cosa significa que les activitats matemàtiques comencen a les experiències quotidianes properes als alumnes. La manca de fonts d'inspiració matemàtica i una estricta metodologia poden convertir l'aprenentatge de les matemàtiques en la realització d'una col·lecció d'activitats mal organitzades, a part de que tampoc es pot assegurar que els alumnes no repeteixen la mateixa experiència a diferents etapes de l'escola (Biggs 1971, citat a Treffers, 1987). L'EMR comparteix amb la tendència empírica l'ús de materials i la connexió amb la realitat. Però es diferencia d'ella en que els contextos de situacions quotidianes que fa servir inclouen l'ús de realitats "imaginades" i això en la tendència empírica no es dona.

Des de l'EMR es concreta que la reconstrucció de les matemàtiques que fan els alumnes segueix un doble procés de matematització horitzontal i vertical. Aquests dos processos van ser introduïts per Treffers (1987) i els formulava de la següent manera. A la matematització horitzontal els estudiants suggereixen algunes eines matemàtiques que els poden ajudar a organitzar i resoldre el problema plantejat en una situació de la vida real. Així activitats com identificar o descriure matemàtiques específiques en contextos generals, esquematitzar, formular, i visualitzar un problema de diferents maneres, descobrir relacions i regularitats, reconèixer aspectes isomorfs en problemes diferents, transferir un problema real en un problema matemàtic i transferir un problema del món real a un problema matemàtic conegut, són activitats característiques de la matematització horitzontal.

La matematització vertical és el procés de reorganització en el mateix sistema matemàtic, com per exemple, trobar maneres d'escurçar processos, descobrir connexions entre conceptes i estratègies i aplicar-los. Activitats com representar una relació amb una fórmula, comprovar regularitats, refinar i ajustar models, utilitzar diferents models, combinar i integrar models, formular un model matemàtic i una generalització són exemples d'activitats de matematització vertical.

D'una manera breu es podria dir, citant textualment a Freudenthal (1991) "la matematització horitzontal implica anar del món de la vida real cap el món dels símbols, mentres que la matematització vertical significa desenvolupar-se en el món dels símbols". Per a Freudenthal aquests dos tipus de matematització tenen el mateix valor. S'ha de tenir present que aquests dos tipus poden donar-se amb diferents nivells de comprensió. De vegades aquesta diferenciació entre els dos tipus de matematització no queda clarament definida.

Aquests processos els podem reconèixer en la realització del projectes matemàtics. Els alumnes comencen per analitzar i resoldre la situació concreta que ells s'han plantejat, identificar variables, trobar relacions, prendre decisions sobre l'abast que donen al problema, restringir valors etc.. és el que s'identifica com el procés de matematització horitzontal. Quan traslladen la situació a l'àmbit matemàtic es quan els alumnes desenvolupen el procés de matematització vertical. No tots els alumnes realitzaran els dos processos de la mateixa manera. Uns li donaran un recorregut més llarg i uns altres més curt; hi haurà qui es quedarà en la matematització horitzontal, depenent del grau de desenvolupament de les seves competències matemàtiques.

Podem mostrar una comparació esquemàtica que Treffers (1987) fa entre les altres tres tendències i l'EMR en relació a la matematització horitzontal i vertical, perquè pot ajudar a veure que l'opció per l'EMR és més adient per millorar l'educació matemàtica dels estudiants amb dificultats. Treffers presenta la següent taula:

Taula 2.1: Classificació de Treffers de la inclusió de la matematització horitzontal i vertical a les quatre tendències d'educació matemàtica

Tendència	matematització	
	Horitzontal	Vertical
Mecànic (Aritmètic)	-	-
Empíric	+	-
Estructural	-	+
Realístic	+	+

A la tendència mecànica es prioritzen els aprenentatges rutinaris, no es fan servir fenòmens reals per l'activitat matemàtica, i es presta poca atenció a les aplicacions. Pràcticament no es fa ni matematització vertical ni horitzontal. La tendència empírica posa un gran èmfasi a la matematització horitzontal. La matemàtica formal no és una prioritat i no es veu la necessitat per passar a un nivell més alt. Això mostra que es fa poca matematització vertical. A la instrucció estructuralista l'èmfasi està posat a les estructures matemàtiques, la component vertical és la que domina en aquest enfoc. En lloc de fer servir fenòmens reals, es fan servir

els conceptes matemàtics o estructures per dotar als alumnes d'una base des de la que poden treballar i per tant els fenòmens reals no serveixen per a operar amb el sistema matemàtic formal.

A l'instrucció realística es presta especial atenció als dos components l'horitzontal i el vertical. Com diu Treffers (1987):

"Això significa que els fenòmens des dels que afloren els conceptes i estructures matemàtiques són implícitament usats com a font i domini d'aplicació. Això, d'acord amb els principis de la teoria, crea per l'estudiant la possibilitat d'assolir conceptes orientant-se ell mateix en una varietat de fenòmens, la qual cosa beneficia la construcció de conceptes i estructures formals i la seva aplicació." (p251)

L'EMR ofereix als estudiants més possibilitats d'establir ponts entre la comprensió informal i el coneixement formal. Això no es produeix com un procés lineal sinó que s'hauria de veure com un cicle continu. El resultat desitjat és que els estudiants adquireixin l'estratègia cíclica de moure's entre la matematització horitzontal i vertical per ajudar-los a millorar la seva comprensió i consegüentment la seva actuació matemàtica.

Per tot el que s'ha exposat, en aquesta recerca s'opta per l'EMR com el millor marc de referència teòric en la part que es refereix a l'aprenentatge de les matemàtiques per part dels estudiants amb dificultats. Els projectes matemàtics són una activitat que s'adapta a aquest model. Es parteix de contextos reals significatius pels estudiants i, després d'un procés de matematització horitzontal, exploració del fenomen descobriment i reconeixement de patrons i regularitats, progressivament aniran incorporant els coneixements matemàtics. Serà la transició cap a la matematització vertical. Una vegada els alumnes han situat el seu problema en el món matemàtic han de resoldre el o els problemes que s'han plantejat amb les eines matemàtiques, símbols, taules, gràfics, algorismes; finalment han de comunicar el procés que han realitzat i és aquí on apareix la importància de la comunicació de les idees matemàtiques.

Un dels principis generals de la progressiva matematització que encara no s'ha mencionat és la interactivitat (Treffers 1987). D'acord amb aquest principi els estudiants s'enfronten amb les construccions i produccions dels seus companys, cosa que:

"pot estimular-los a abreviar el seu procés d'aprenentatge, per ajudar-los amb els procediments dels altres per adonar-se de les avantatges i desavantatges de les seves pròpies produccions i que copiar servilment els treballs dels altres no els ajudarà en el seu propi progrés. Per dir-ho breument, el procés d'aprenentatge és part de la instrucció interactiva on el treball individual es combina amb consultes entre companys, grups de discussió, revisió col·lectiva de treballs, presentació de les seves pròpies produccions, avaluació de diferents construccions a diferents nivells i explicació pel professorat. " (p 249)

2.3 Perspectiva curricular de la recerca

Sobre currículum no hi ha una definició única però sí que s'accepta que es tracta del pla on es recullen les intencions de l'educació matemàtica, és a dir, les finalitats que es pretenen assolir, els continguts matemàtics que es volen ensenyar, la metodologia que es farà servir i l'avaluació del grau d'assoliment dels objectius inicials plantejats. Tot currículum ha de basar-se en alguna teoria que permeti donar resposta fonamentada a les qüestions que es planteja (Rico, 1997b).

A l'estudi realitzat per Howson, Keitel i Kilpatrick (1981) s'analitzen diferents maneres d'enfocar el currículum que es van desenvolupar en el període 1950-1980. Aquestes maneres no tenen unes fronteres nítides ni es corresponen amb una seqüència cronològica exacta. A continuació es fa una breu descripció de cada un dels cinc models.

Mètode conductista: Des d'aquesta perspectiva el procés d'aprenentatge es pot controlar i està pensat en termes d'estímul/resposta successius. Els resultats d'aquests programes han de ser canvis observables de conducta. Els objectius determinen el canvi de conducta que es vol aconseguir. Els objectius més simples s'aconsegueixen individualment i en canvi els més complexos mitjançant l'adició d'objectius simples. Un representant d'aquest enfoc és Gagne.

L'enfoc de la matemàtica moderna.- Va tenir importància en els anys 60 i 70. Presenten les matemàtiques destacant les seves estructures i fent servir un llenguatge uniforme amb gran precisió. Van estar molt influenciats pel grup Bourbaki. Atribuïen una gran importància a la deducció de continguts a partir dels axiomes, a les estructures algèbriques, a la lògica i als conjunts. Malgrat tenir la pretensió de valorar la comprensió dels conceptes matemàtics i els seus mètodes la veritat és que va donar origen a un ensenyament de la matemàtica abstracta i deslligada de la realitat. A l'ensenyament primari i secundari no van tenir èxit. La intervenció de Dieudonné (1961) al OECC Seminar en Royaumont va donar un impuls a aquest enfoc.

L'enfoc estructuralista.- Es considera que l'estructura de les ciències és adient per a promoure els processos d'aprenentatge de manera rellevant. El seu objectiu no és transmetre les estructures científiques sinó el desenvolupament dels seus processos característics, que facilitaran l'adquisició de nous conceptes. Els representants coneguts són Brunner (1960) i Dienes (1971).

L'enfocament formatiu.- Es formula sense fer referència a cap de les matèries escolars en concret. Es basa en dos principis: tota educació escolar pretén dotar a l'alumne d'un conjunt òptim i bàsic de capacitats cognitives i actituds afectives i de motivació. El segon principi és que aquests factors es poden descriure en funció dels trets de personalitat. L'objectiu d'aquest currículum és iniciar els processos d'aprenentatge però sense determinar-los, això es faria per les estructures de la personalitat i no per les estructures de les ciències. La tasca del desenvolupament curricular és averiguar i adaptar adequadament el contingut i els mètodes més apropiats per desenvolupar els factors que es persegueixen i augmentar la seva divulgació. Es posa èmfasis en el treball dels alumnes en situacions reals. Representant d'aquest enfoc és Piaget.

L'enfocament integrat.- Es va desenvolupar "al mateix temps i sobre la mateixa base cognitivo-teòrica que l'enfocament formatiu". Però no tan sols s'ocupa dels mètodes sinó que també considera els problemes dels continguts. "Les unitats curriculars han de tenir la flexibilitat suficient per a deixar obertes el màxim nombre de vies cap al problema, de manera que el procés de resolució de problemes i en conseqüència, l'evolució del procés d'aprenentatge, pugui ser controlat pels mateixos estudiants". No s'estableix diferència entre les disciplines, és a dir, integra els diferents temes de la instrucció segons els requeriments dels problemes en curs.

Els avenços en la recerca educativa, les diferents visions de les matemàtiques i els canvis a la societat fan que la idea de currículum com la planificació d'una formació comença a ser insuficient. Actualment es donen diferents visions de les matemàtiques. Al llarg del segle XX s'ha passat de considerar a les matemàtiques com un cos infalible de veritats absolutes a considerar-les canviants i producte de l'activitat humana la qual cosa ha tingut una influència important en els processos educatius, (Ernest, 1991). Entre d'altres coses modifica el mateix significat de saber matemàtiques i afecta els processos d'aprenentatge. Des de la perspectiva absolutista "el saber és identificar els mecanismes de la disciplina (els seus registres). Per a un constructivista social, conèixer és fer matemàtiques. (Romberg, 1992; citat a Rico, 2007)

La nosta concepció en la que s'emmarca la recerca és la que s'anomena aproximació cultural al currículum de matemàtiques (Rico, 2007). Hi ha la convicció de que els sistemes educatius transmeten, fonamentalment, la cultura d'una època i d'un mitjà social concret.

Es considera que les matemàtiques són un element més de la cultura i al currículum, se li dóna un enfoc cultural en sentit ampli. Darrera d'aquesta opció hi ha una visió de les matemàtiques com una activitat humana que han estat creades en un intent de trobar solucions als problemes que es plantejaven els homes. Això és, que es veuen les matemàtiques en evolució i no com una disciplina acabada i tancada. Aquesta cerca de solucions ha influït en l'evolució de la societat i ha situat a les matemàtiques en un paper important a la societat, tal com es reflexa a la idea de Rico (1997) "La societat de finals del segle XX creu en la potencialitat de les matemàtiques per explicar i moldejar l'entorn natural a partir d'alguns conceptes referencials compartits."

Per una altra banda, els importants moviments migratoris i la incorporació de les minories en els sistemes educatius han posat de relleu la importància dels factors culturals i socials en els dissenys curriculars.

Des de la perspectiva social es planteja el problema de l'educació equitativa que ha esdevingut un objectiu a tots els currículum actuals de països desenvolupats. Per una banda és un repte important perquè es reconeix la dificultat d'aprenentatge de les matemàtiques, degut en part a la seva abstracció. Per una altra banda, és una necessitat ja que es constata una presència creixent de les matemàtiques a la societat que cada vegada es torna més matematitzada degut als canvis econòmics i tecnològics que es van produint a gran escala.

Sriraman i Lesh (2006) consideren que en el segle XXI les nostres vides estan impactades per sistemes complexos, econòmics, ecològics, de comunicacions, de transports...; uns són naturals, altres no; uns són matemàticament complexos i altres no. Però en qualsevol cas, és una realitat l'emergència de sistemes complexos a les nostres vides actuals:

- Vivim en una era de creixent globalització on decisions locals poden afectar a llocs allunyats que, a la vegada, poden reaccionar i produir efectes al seu origen. Per això, les persones que comprenen i poden anticipar-se a aquestes situacions tenen menys probabilitats de ser víctimes per no preveure aquests comportaments.
- Els coneixements d'economia són el recurs més important, tant per a les empreses com per a les persones, i als ciutadans. Sovint consisteixen en sistemes conceptuals per crear, manipular, predir i de vegades controlar diferents tipus de sistemes complexos.
- El món canvia continuament i, per tant, les habilitats per comprendre també canvien i els tipus d'informacions més potents són models per crear, manipular i donar sentit a sistemes complexos.

Això planteja nous reptes i interrogants a l'educació matemàtica. Entre aquests interrogants volem plantejar i respondre a dos perquè estan relacionats amb les opcions de la recerca. La primera qüestió és: és possible plantejar-se una educació equitativa de les matemàtiques? Fins al moment actual s'han realitzat moltes recerques que han aportat elements útils per avançar en una educació equitativa i podem dir que hi ha esperances de millorar. Com diu Secada (1995) "estamos empezando a avanzar con seguridad en estos esfuerzos". Els projectes QUASAR (Silver, Smith y Nelson, 1995), o el programa CGI (Cognitive Guided Instruction, Carey, Fennema, Carpenter, y Franke, 1995), per citar-ne alguns exemples coneguts, ofereixen interessants orientacions que aporten eines i suggeriments útils pel professorat que ha d'ensenyar matemàtiques a aules amb alumnat amb grans diferències socials i/o culturals.

Malgrat sigui possible fer una educació equitativa, el segon interrogant important que ens plantejem és per què cal ensenyar matemàtiques a tothom? Perquè l'educació matemàtica no contribueix de manera natural a la integració i cohesió social. De vegades les matemàtiques s'han fet servir com un instrument de selecció (Keitel, 2001) i en alguns sectors s'accepta que sigui així. Es considera que és un fet que la societat "exclou amb les matemàtiques" perquè sense saber matemàtiques, no es pot accedir a la minoria privilegiada d'aquest món (Giménez i alt. 2007). Per tant l'educació matemàtica es converteix en un element d'integració social.

Aquestes raons i d'altres són les que han aconseguit que els currículum incorporin, com objectiu educatiu, l'educació matemàtica equitativa i inclusiva. La majoria de països declaren que els seus sistemes són integradors de tots els alumnes a l'etapa obligatòria. És des d'aquesta perspectiva curricular, que hem anomenat cultural, que considerem als projectes com activitats adients per l'assoliment d'aquests objectius. Són activitats que fan possible la integració de tots els alumnes, els ensenya a utilitzar les matemàtiques en

situacions reals i significatives, els ensenya a treballar en grup, a tenir protagonisme en el seu procés d'aprenentatge. Es pretén que els alumnes adquireixin coneixements, que incorporin l'ús de les noves tecnologies. Es vol transmetre la importància que tenen les matemàtiques a la societat actual.

És una creença de l'equip recercador que l'educació matemàtica ha de ser per a tots. Però han d'haver arguments que l'avalin. Segons l'informe Cockroft (1985) s'han d'ensenyar matemàtiques perquè són un poderós mitjà de comunicació per representar, explicar i predir. Niss (1995) considera que s'ha d'educar matemàticament a tothom per comprendre la naturalesa, la societat i la vida dels éssers humans. *"Para tener información, conocimiento y juicio de las principales pautas, conexiones y mecanismos del mundo, cuyo objetivo último consiste en crear los requisitos previos para la toma de posición y la actuación ante procesos trascendentes para la sociedad y el individuo"*.

Keitel(2001, pàg. 48) considera que *"hay tal cantidad de matemáticas a nuestro alrededor que son aplicables, e independientemente de que yo conozca esas matemáticas en profundidad, debo ser capaz de jugar con ellas. No para aprender matemáticas, sino para entender el mundo que me rodea. Vivo en una sociedad democrática, debo ver si voy a participar. Si el mundo está influenciado por las matemáticas debemos saberlo."*

La NTCM enuncia 6 principis per descriure una educació matemàtica de qualitat. El primer d'ells es refereix a l'equitat i i manifesten que les matemàtiques poden i han de ser apreses per tots els alumnes, (NCTM, 2003).

Per una altra banda, Watson (2006) destaca que tots els alumnes tenen dret a accedir a les principals idees matemàtiques perquè aquestes poden convertir-se en un element de segregació social a l'escola i en el accés al món laboral. Però no tan sols creu que tothom ha d'aprendre matemàtiques sinó que tots els alumnes, incloent els que tenen més desavantatges, poden aprendre matemàtiques.

2.4 Heterogeneïtat dels alumnes i els projectes

La societat actual experimenta un procés de globalització creixent que es pretén que sigui compatible amb el desenvolupament d'una societat cohesionada i sense generar fractures ni exclusions dels seus membres.

La societat espera que l'educació serveixi com instrument social d'integració de tots els ciutadans joves a la societat, i per tant, se li atribueixen responsabilitats en l'assoliment d'aquesta cohesió. En conseqüència, des de l'educació matemàtica també s'assumeix aquesta responsabilitat. Des d'aquesta perspectiva s'accepta el principi educatiu d'atendre a tot l'alumnat.

La recerca s'ha centrat en un estudi de cas format per un grup de 6 alumnes amb di-

ficultats d'aprenentatge. El terme alumnes amb dificultats d'aprenentatge es troba sovint a les referències bibliogràfiques d'educació matemàtica, per referir-se a aquells alumnes als que els costa aprendre matemàtiques. Normalment es fa servir sense especificar quins tipus de dificultats i problemes tenen concretament. En aquesta recerca es refereix als alumnes amb un nivell baix de competències matemàtiques. Això significa que caldrà definir quines són les competències matemàtiques i com es reconeixen el seus graus d'assoliment. Més endavant, en aquest capítol i en el següent de metodologia es presentarà com s'ha fet aquesta diagnòsi en aquest estudi. En qualsevol cas, el que no es farà, perquè no es planteja com problema de la recerca, és analitzar les raons o les causes que provoquen aquestes dificultats.

La recerca plantejada així, s'emmarca en una estructura curricular, ja que hi ha una presa de posició i dóna resposta als interrogants bàsics de qualsevol pla de formació com són: **Per què ensenyar matemàtiques? Quins són els objectius que ens plantejem? Quines matemàtiques ensenyar? i com ensenyar matemàtiques?** Les respostes a aquestes qüestions les trobarem als següents apartats on es mostra aquesta perspectiva curricular de la recerca.

2.4.1 L'aprenentatge de les matemàtiques dels alumnes amb dificultats

Investigacions actuals mostren que les desigualtats dels alumnes en l'aprenentatge de les matemàtiques es poden compensar. Barnes (2004) també considera que les dificultats per aprendre matemàtiques poden ser tractades. A la majoria de casos no és una condició inherent als estudiants sinó que és així com a resultat del tipus de ensenyament que els estudiants han rebut. Per tant, s'està d'acord amb Abel (1983), Baroody i Hume (1991), Reusser (2000), i al treball tenim present que els aspectes de l'entorn de l'ensenyament/aprenentatge de les matemàtiques pot afectar a l'actuació dels alumnes. Per tant, s'ha revisat el que a la teoria de la educació matemàtica es coneix sobre els aspectes de l'entorn que provoquen diferències, en especial amb els alumnes amb dificultats. Això s'ha fet per esbrinar si hi havia aspectes comuns que es poguessin reconèixer.

Daniels i Anghileri (1995) examinen les avantatges dels aspectes de l'entorn com treball pràctic adient, resolució de problemes, jocs a la classe de matemàtiques, treball en grup, aprenentatge cooperatiu, participació activa dels estudiants durant les lliçons de matemàtiques. Resalta que les propostes que es fan han de ser significatives als estudiants. Això no ha de significar que tots els problemes que es proposin hagin de basar-se a la vida real, sinó que puzzles i jocs també poden fer-se servir.

Denvir et al. (1982) proposa als professors que observin els seus alumnes amb dificultats per tenir informació sobre el quins són els seus punts forts i quins els seus punts febles. Això els permetrà planificar un treball individual que s'ajusti als alumnes amb dificultats i que podrà ser ampliat, reduït o abandonat segons s'avalui la seva eficàcia. Això adverteix contra el continuat èmfasi que es posa en les habilitats de càlcul a l'ensenyament secundari. Les

recerques (Hart 1981) mostren que els estudiants entre 12 i 15 anys milloren molt poc aquestes habilitats. Denvir (1982) també destaca la importància de que els estudiants discuteixin sobre els seus treballs, així com de comprometre als estudiants amb dificultats en la resolució de problemes. Les recerques també desaconsellen proposar als alumnes amb dificultats una instrucció instrumental que recau molt en la memòria. Això és perquè, normalment aquests alumnes memoritzen poc fets i procediments. En lloc d'això proposa més la comprensió relacional.

És Skemp (1971, 1989) qui introdueix les diferències entre la comprensió relacional i la comprensió instrumental. La comprensió instrumental es refereix a les *regles sense raons* que els alumnes poden adquirir i fer servir sense comprendre el perquè o com funcionen les regles. Els alumnes necessitaran memoritzar cada vegada més aquestes regles per tal d'evitar errors. Aquest tipus de comprensió aconsegueix gran quantitat de regles en lloc d'uns pocs principis d'aplicació general. La comprensió relacional implica integrar noves idees als esquemes que ja posseeix l'estudiant, això implica comprendre el què i el per què. Els estudiants amb un nivell de competència més baix poden necessitar més suport que altres per construir el seu propi significat i establir les seves connexions. La construcció d'un esquema (o estructura conceptual) arriba a ser un objectiu satisfactori i, una vegada après, tindrà una llarga durada.

Per a millorar l'educació matemàtica dels alumnes amb dificultats, Baroody i Hume (1991) suggereixen que, aquesta estigui orientada a la comprensió, és a dir, comprometre als estudiants amb un ensenyament actiu, relacionant coneixements formals i informals, promovent la discussió i la reflexió, incloent ensenyament socràtic (que implica una combinació d'elements ja mencionats).

Parmar i Cawley (1991) desafien les rutines i passivitat que caracteritza la instrucció aritmètica per alumnes amb dificultats. Ells suggereixen enfocaments que promoguin que els estudiants siguin més actius i productius i donar-los l'oportunitat de demostrar l'abast del seu pensament i creativitat.

També Watson (2006) considera que la simplificació de les tasques matemàtiques no ajuda als estudiants a desenvolupar formes de pensament necessàries per aprendre matemàtiques.

Revisant els suggeriments per a millorar l'aprenentatge de les matemàtiques dels alumnes amb dificultats es poden observar algunes repeticions com són: una implicació més gran de l'estudiant en el seu procés d'aprenentatge, l'ús de contextos significatius com poden ser els jocs, i la resolució de problemes, el desenvolupament de la comprensió i la importància de les discussions entre ells i amb el professorat.

Reconeixem que caldria considerar cinc aspectes principals a tenir en compte en la educació dels alumnes amb dificultats (seguint a Barnes, 2004):

1. Prioritzar la comprensió relacional i conceptual com aprenentatge oposat al mecànic i rutinari basat en la memorització (formació instrumental).

2. Partir d'un context d'aprenentatge amb significat que porta als estudiants a ser actius.
3. Donar més èmfasi a la resolució de problemes i menys a les habilitats de càlcul numèric.
4. Donar importància a les interaccions socials en el procés d'aprenentatge. (treball en grup, jocs..)
5. Donar importància a la comunicació i discussió entre alumnes i amb el professorat en l'ensenyament de les matemàtiques.

Comparant aquests punts amb les tendències anteriors es pot veure que les tres tendències, mecànica, empírica, i estructural no recullen aquests cinc aspectes per atendre els alumnes amb dificultats. Per tant cap d'aquestes tres tendències resulta útil per atendre als alumnes amb dificultats. En canvi, el procés instruccional que es proposa des de la EMR a través dels dos processos de matematització, l'horitzontal i el vertical, s'ajusta millor a la proposta de Barnes.

2.4.2 Els projectes com metodologia que s'enfronta a l'heterogeneïtat de l'alumnat

A la taula 2.2 es recullen les conclusions de l'últim apartat, les cinc característiques de l'EMR que dona Heuvel-Panhuizen (Van den H-P. 1998) i les cinc característiques que dona Barnes (2004) per a atendre als alumnes amb dificultats. Es poden observar força paral·lelismes entre ambdues propostes.

Taula 2.2. Característiques de l'EMR i de l'ensenyament per alumnes amb dificultats.

Ús de contextos.	Prioritzar la comprensió relacional i conceptual.
Ús de models.	Partir de context d'aprenentatge amb significat.
Ús de les produccions i construccions pròpies dels estudiants.	Donar èmfasi a la resolució de problemes.
Caràcter interactiu del procés d'ensenyament.	Donar importància a les interaccions socials
L'entrellaçament de les diferents maneres d'aprendre.	Donar importància a la interacció entre alumnes i amb el professorat.

En els projectes els alumnes tracten de construir models sobre problemes que s'han plantejat en contextos propers amb un fort protagonisme d'ells mateixos, treballant en grups i amb l'ajuda dels professors.

En aquest procés que els alumnes desenvolupen en la realització dels projectes es poden reconèixer les característiques dels dos enfocis, de l'EMR i de Barnes.

A la nostra proposta considerem que els projectes són adequats per a tots els alumnes. Però, a més, es pot reconèixer que es tracta d'una activitat que millora l'interès de l'alumnat i també els seus resultats, fet que provoca com una realimentació positiva de la satisfacció i autoestima dels estudiants. En canvi, les situacions descontextualitzades i la manipulació d'expressions algèbriques rara vegada aconseguen captar l'interès dels estudiants adolescents (Pierce i Stacey, 2006).

Les activitats de modelització interessen a la majoria dels alumnes perquè ho troben més rellevant per a les seves vides que les matemàtiques que han estudiat normalment a les aules. Si ho fan ben fet els resulta divertit. A més, com diu Burkhardt (2006) alguns alumnes amb dificultats mostren realment una substancial millora. Molts d'ells ja havien "desconectat" de les matemàtiques per la seva percepció d'irrellevància en qualsevol activitat o situació que els interessés a ells. Els projectes matemàtics tenen aquestes característiques de les activitats de modelització, ja que es parteix de que els alumnes proposen un context que els interessa i en el que es plantegen un problema .

2.5 Caracterització dels projectes matemàtics realístics

El plantejament dels projectes és una herència de la resolució de problemes. Segons Sriraman i Lesh (2006) la resolució de problemes tenen poc que oferir a la pràctica escolar. El model i la modelització són introduïts com una alternativa emergent a la perspectiva tradicional de resolució de problemes.

2.5.1 Els projectes i el plantejament i resolució de problemes

El treball de projectes està focalitzat a activitats matemàtiques plantejades en situacions reals. Les avantatges d'aquest tipus d'enfoc han estat exposades per Niss i Blum (1989). Aquestes avantatges es refereixen a aspectes cognitius que actualment, encara continuen vigents. Més recentment, Pierce i Stacey (2006) afegixen als arguments anteriors uns altres de tipus afectiu. Mostren com els alumnes es predisposen favorablement a les activitats matemàtiques quan aquestes es plantegen en contextos reals que afectivament els resulten agradables, com poden ser bons records de la infantesa. En la realització dels projectes, la selecció de contextos que realitzen els alumnes reflexen els dos tipus d'arguments. En alguns casos s'interessen perquè

se'n adonen de que les matemàtiques tenen més significat quan es plantegen problemes a partir del seu coneixement del context i de les matemàtiques reforçant-se mutuament, com per exemple quan es plantegen el disseny d'un pàrquing en els voltants de l'institut. Però també es veu com seleccionen contextos on veuen prioritzats aspectes afectius - com quan comencen per triar un context que els agrada, com per exemple les pel·lícules de ciència ficció o el còmic "Manga" i posteriorment ja es plantejaran algun problema sobre ells.

Una part de la realització dels projectes és la resolució de problemes. Segons Galbraith i Stillman (2006) els problemes es poden classificar segons el context en què es presenten en quatre tipus: impossible, de context separable (que alguns l'anomenen com a decorat), aplicacions estàndars i problemes de modelització. Els impossibles es refereixen a contextos que resulten absurds, en contra del funcionament real conegut per a tots, com donar una funció per expressar el creixement d'un arbre i que aquest sigui negatiu passat uns anys. Aquest tipus de problemes reforcen la idea de que les matemàtiques no són reals. Els de context separable es refereixen a les situacions que no tenen cap influència en la resolució del problema. Les aplicacions estàndars són aquelles que fan servir contextos reals però els procediments són estàndars. Són d'aquells que estan dins d'una organització d'aula en la que l'objectiu està totalment definit. Ens referim al fet de que es fan problemes d'estadística després d'una lliçó d'estadística, o de geometria després d'un capítol de geometria. Només en algunes classes optatives, anomenades "Resolució de problemes", es supera aquesta idea i es proposen situacions sense l'encasellament d'un tema matemàtic establert amb anterioritat, centrats en un aprenentatge de tipus més heurístic i general. Els problemes de modelització es refereixen a aquells tipus de problemes on les matemàtiques no apareixen a l'enunciat del problema, i on la formulació del problema en termes matemàtics l'ha de fer qui el resol.

En el cas dels projectes, els problemes que es treballen s'identifiquen amb aquesta última opció, és a dir, que els continguts matemàtics que intervenen no responen a un únic tema sinó que es treballen des d'una perspectiva globalitzadora on s'han d'activar tots els coneixements matemàtics que pugui tenir l'alumne fins aquell moment. A més, quan els alumnes tracten de donar respostes concretes a les qüestions que s'han formulat, ho fan aplicant els elements pròpis de la resolució de problemes establerts pels treballs de Polya i els seus seguidors.

La resolució de problemes va incorporar-se als currículums escolars a mitjans dels 60 amb la idea de millorar el raonament matemàtic. Aquesta incorporació ha tingut molts problemes, que Schoenfeld (1992) atribueix a que s'acaba per classificar uns tipus de problemes i aplicar unes rutines de resolució i no es prioritza la comprensió bàsica en què es basa. Això ens ha de prevenir del risc d'estar promovent manifestacions superficials de comportament. El que s'ha de prioritzar és la comprensió dels principis que ens porten cap al procediment de resolució. En el cas dels projectes, com que es plantegen problemes en diferents situacions reals, no poden identificar-se amb problemes tipus i no es cau en la devaluació que suposa les actuacions superficials mencionades abans.

Coincidim amb la idea de Schoenfeld (1992) de que els escolars poden aprendre a plantejar i resoldre problemes plantejant i resolent problemes, sempre que els problemes siguin educativament "enriquidors". Schoenfeld entén per activitat enriquidora la que ajuda a l'alumnat

a generar les seves pròpies estratègies i contrastar-les amb altres, a partir d'establir relacions entre les seves estructures cognitives, que ja poseeix, amb les proposicions que se li fan a les activitats.

D'una manera similar Flawell (1987, citat a Clements 1999) suggereix que el desenvolupament de la metacognició, entesa com la reflexió sobre les seves pròpies estratègies, és més profund quan els alumnes són conscients de que són el centre i la causa de l'activitat cognitiva. També defensa que implicar als alumnes en activitats de posar i resoldre problemes en les que d'una manera conscient reflexionin sobre el tipus de problemes que posen i les estratègies de resolució que fan servir probablement millori la seva capacitat de crear i resoldre problemes en el futur.

Al nostre treball creiem que els alumnes poden aprendre a posar i resoldre problemes d'una manera no rutinaria, sent capaços de reflexionar sobre els seus propis processos de pensament. A més, això els pot facilitar l'aprenentatge de formes educativament importants.

Per la manera com plantejem els nostres projectes als alumnes se'ls atribueix un gran protagonisme i autoòmia per controlar el procés, que ells mateixos van generant. Considerem que es troben dins dels plantejaments de Schoenfeld i Flawell citats, i per tant, entenem que són útils per a que els alumnes aprenguin a resoldre i posar problemes.

Els projectes més que un "superproblema"

Però, si com hem dit, la incorporació de la resolució de problemes a l'ensenyament de les matemàtiques escolars s'ha trobat, i encara avui es troba, amb moltes dificultats, molt més difícil ho ha tingut l'activitat de posar problemes que, simplement, s'ha deixat de banda. Com diu Clements (1999) això és degut a que no s'ha pensat a fons. Per això volem posar èmfasi no tan sols en la seva importància sinó també en la seva dificultat. Ja fa més de 50 anys que Einstein i Insfield (1938) deien que la formulació d'un problema sovint és més essencial que la seva resolució, que podia obtenir-se amb una certa destresa matemàtica. Defensaven que produir noves qüestions o mirar-se les antigues des de nous punts de vista requereix imaginació creativa i marca un avenç real a la ciència. En la mateixa línia J. Bruner (1996, citat a Clements 1999) considera que formular qüestions suggerents és tan difícil com donar les respostes correctes.

Amb els projectes es vol recuperar l'activitat de posar problemes, de la que no tenim tradició a l'ensenyament obligatori, i en canvi, com s'ha vist, té importància en l'educació matemàtica dels alumnes. D'aquesta manera s'eleva el grau d'exigència als alumnes.

Considerem que els projectes també els podem veure com un "superproblema" en el sentit de Friedlander (1996) ja que: El mateixos alumnes formulen un conglomerat de diferents preguntes o problemes sobre la situació real, que poden no ser preguntes matemàtiques. Aquestes preguntes seran supervisades pel professor per assegurar que tenen interès matemàtic i que

estan a l'abast de l'alumne. "La situació bàsica és autèntica i dinàmica". Es reconeix un ordre de complexitat i nivell creixent de dificultat en el procés. Convida a l'estudiant a sumergir-se i focalitzar processos i patrons de canvi, relacions i diversitat de models per a comprovar la validesa de les respostes.

A diferència dels superproblemes, es provoca la presa de decisions des de l'inici i no és el docent qui proposa les preguntes. L'enunciat inicial (o provocació) no està establert per avançat, sinó que ens enfrontem a un problema ciutadà i tractem de trobar la solució per mitjà de les matemàtiques. Al llarg del procés podem identificar els trets característics de la resolució de problemes, ja que no es resol de manera immediata per aplicació d'un algoritme.

Els projectes realistes s'assemblen també als superproblemes perquè el seu desenvolupament s'allarga en el temps, però es diferencien d'ells en que no és necessari que es facin a l'aula. Més aviat al contrari, hi haurà necessitat d'anar a observar i recollir informació sobre la realitat (a mesurar, visitar institucions, observar, etc). Per altra banda, l'administració del temps és una dificultat més a la realització de l'activitat. El treball el donaran per acabat quan puguin respondre a les preguntes inicials amb suficients arguments matemàtics.

Per facilitar als alumnes el plantejament de problemes en els treballs de projectes els suggerim algunes estratègies inspirades a les propostes de Borassi (1991). En concret s'aprofiten situacions de la vida real com articles de diaris i revistes, programes de televisió, i situacions de la vida quotidiana dels alumnes per plantejar-se investigacions matemàtiques accessibles als coneixements matemàtics dels alumnes.

Una altra manera és modificant les condicions de context, modificant algun atribut o buscar generalitzacions de diferents casos que s'hagin observat.

També seguint l'estrategia "What-if-Not" proposada per Brown i Walter (1983) que consisteix en identificar tots els atributs d'un resultat o d'un problema conegut i a partir d'aquí pensar en possibles modificacions. La propia naturalesa de l'activitat de projectes porta a tenir aquesta actitud de indagació, de plantejar-se "que passaria si" ja que en l'inici l'activitat no està totalment definida sinó que els mateixos alumnes la van tancant a mida que desenvolupen el procés. Som conscients de que no és gens fàcil i, per tant, si els alumnes no se'n surten poden comptar amb la col.laboració del professorat per assegurar que poden avançar.

A partir de la informació recollida de diferents fonts de procedència es fomenta que els alumnes generin preguntes. D'aquesta manera els alumnes troben noves dades i obren noves expectatives que faciliten el plantejament de noves qüestions. Les situacions en què es basen els treballs de projectes són situacions que es pot dir que estan "mal definides", en contrast amb els tradicionals exercicis i problemes que se solen proposar a les aules. En els projectes el professor no dóna tota la informació que l'alumne necessita per desenvolupar l'activitat, ja que no disposa d'ella. Seran els alumnes, una vegada hagin fet les indagacions inicials, els que podran decidir el tipus d'informacions que necessiten i a partir d'elles podran contrastar les seves definicions inicials i modificar-les, si ho consideren convenient.

Fomentant l'intercanvi d'idees i resultats entre els mateixos estudiants es crea un ambient propici per plantejar noves qüestions i indagacions. L'intercanvi d'idees entre els estudiants forma part del treball de projectes. El nostre treball de projectes és fa en grup, mai individualment, amb la intenció de fomentar la discussió i l'intercanvi d'idees que millorin la producció que realitzarien cadascú per separat.

Fins aquí s'ha caracteritzat els problemes que intervenen en el treball de projectes. Així s'ha vist que l'activitat de projectes és un procés dinàmic que comença per l'exploració i la realització d'investigacions i s'acaba resolent problemes i interpretant les solucions en el context inicial. Però la part principal dels projectes és la construcció de models matemàtics que s'exposa a l'apartat següent.

2.5.2 Els projectes com activitat de modelització i aplicació

Analitzant diferents contribucions científiques sobre el tema de la modelització, es pot pensar que existeix una aparent uniformitat en la terminologia i el seu ús. Però si s'analitzen, de seguida es veu que hi ha diferents maneres d'entendre la modelització. En aquest apartat es farà una caracterització dels projectes matemàtics com activitats de modelització, analitzant les diferents visions que actualment es tenen sobre el tema; també s'exposarà el model de cicle de modelització que s'ajusta a l'activitat dels projectes i aclarirem la terminologia que es fa servir en aquest tema.

Caracterització dels projectes segons el procés de modelització

Actualment els investigadors en educació matemàtica mantenen un debat sobre les diferents maneres d'entendre el significat de la modelització. Una primera consideració la prenem de Julie (2002), que diferencia entre la "modelització com a contingut" i la "modelització com a vehicle". En el primer cas es refereix al procés per aconseguir un resultat que resolgui un problema de la realitat. En el segon cas es refereix a fer servir les activitats de modelització com a mitjà per aconseguir altres objectius referits a l'aprenentatge de les matemàtiques. Des d'aquesta perspectiva els projectes són activitats del primer tipus amb les que es vol fer servir el procés de modelització matemàtica per a donar resposta a un problema de la vida quotidiana dels alumnes que els pugui interessar.

Kaiser i Sriraman (2006b) fan una classificació dels diferents enfoc actuals més acurada. Nosaltres la seguirem per a presentar la nostra concepció de la modelització.

Als anys 80 Kaiser-Messmer distingien dos enfoc principals, el pragmàtic i el científic-humanístic. El pragmàtic persegueix uns objectius pragmàtics o utilitaristes. S'ocupa de les habilitats dels estudiants per aplicar les matemàtiques per a resoldre problemes pràctics. En aquesta línia es trobaria Burkhardt i Pollack. (Burkhardt i Pollack, 2006. Pollack, 2007)

L'enfocament científic-humanístic està orientat cap uns ideals científics i humanístics de l'educació. Promouen l'habilitat dels estudiants per a establir relacions entre les matemàtiques i la realitat. H. Freudenthal en els seus primers temps, cap al 1973, podria ser un prototip d'aquest enfoc.

El desenvolupament de noves recerques i discussions faran evolucionar aquests dos enfoc i serà possible reconèixer noves diferenciacions. Segons la classificació de Kaiser i Sriraman es distingeixen diferents perspectives segons els seus principals objectius relatius a la modelització.

La perspectiva epistemològica aporta la seva concepció basada en la teoria antropològica de la didàctica. Representants d'aquesta perspectiva són els treballs de Garcia, Gascón, Higuera i Bosch (2006). Defineixen la modelització fent ús de la seva eina, la *praxeologia*. Per a ells el procés de modelització és una reconstrucció i interconnexió de praxeologies de complexitat creixent (específica, local i regional). Donen menys importància a l'aspecte de la realitat. Si es fa servir la praxeologia com a principal orientació, això porta a que qualsevol activitat matemàtica es pot identificar com una activitat de modelització de manera que la idea de modelització no està limitada a la matematització de situacions no matemàtiques. No podem identificar els projectes matemàtics amb aquest enfoc perquè per a nosaltres és important partir d'una situació real no matemàtica.

La perspectiva realística és continuadora de la perspectiva pragmàtica inicial. Per aquest tipus d'enfoc es prioritza que els exemples sobre els que es treballa siguin reals i que procedeixin de la indústria o de la ciència. El procés de modelització es realitza com un procés únic, sense diferenciar processos parcials, com ho faria realment un matemàtic professional a la pràctica. La seva característica principal és que la modelització s'entén com una activitat per a resoldre problemes autèntics i no per a desenvolupar teories matemàtiques. En els projectes ens preocupa el treball amb la realitat però no resoldre els problemes de la indústria o de la ciència, entre altres coses perquè el nivell matemàtic dels nostres estudiants no els ho permetria.

Una altra perspectiva és l'anomenada socio-crítica. Fa referència a la dimensió socio-cultural de les matemàtiques que està íntimament relacionada amb la etno-matemàtica promoguda entre d'altres per D'Ambrosio (1989) o Barbosa (2006). Des d'aquesta perspectiva s'emfatitza el paper que les matemàtiques juguen a la societat i reivindica la necessitat de desenvolupar un pensament crític sobre la naturalesa dels models matemàtics i la funció de la modelització matemàtica a la societat. Des d'aquesta perspectiva l'objectiu pedagògic és promoure el pensament crític dels estudiants. S'emfatitza la interpretació social de les situacions estudiades mitjançant els models matemàtics. En els projectes matemàtics també es planteja l'estudi de situacions reals però no tenim com objectiu l'interpretació crítica dels fenòmens socials, tot i que es poden donar.

La perspectiva de modelització contextual és com l'activitat de resolució de problemes, de manera que els estudiants donin sentit a situacions i inventin, extenguin i refinin les seves construccions matemàtiques. Es diferencia de la resolució de problemes clàssica en que en aquest cas es tracta de processar una informació amb un procediment donat, mentre que des de la modelització contextual el propòsit és el procés mateix. Els estudiants tracten d'agafar

el model obtingut al problema original i aplicar-ho a un nou problema. Des d'aquesta perspectiva es considera que la investigació ha de tenir present el desenvolupament de conceptes psicològics per desenvolupar activitats que motiven i permeten als estudiants desenvolupar les matemàtiques necessàries per donar sentit a les situacions. Aquesta perspectiva no és la dels projectes matemàtics ja que no ens ocupem de solucionar problemes per a construir models que després es puguin tornar a aplicar en altres situacions.

La perspectiva educativa situa l'estructuració dels processos d'aprenentatge i la comprensió de conceptes en el seu principal interès. Es pot interpretar com una continuació de l'enfocament científic-humanístic en la versió formulada per H. Freudenthal als seus darrers anys i la continuació feta per Treffers o De Lange per a qui els exemples extrets del món real i les seves interrelacions amb les matemàtiques són la base per l'estructuració del seu ensenyament i aprenentatge.

A la nostra recerca reconeixem els projectes matemàtics des de l'enfocament educatiu. Ens interessa partir de la realitat perquè ens preocupa com aprenen els alumnes, quin ús fan de les matemàtiques i com milloren el seu nivell de competències.

Finalment, l'última perspectiva és la cognitiva que considera diferents tipus de processos de modelització aplicats a diferents situacions amb diferents graus d'autenticitat o de complexitat matemàtica. Un treball representatiu d'aquest enfoc el podem veure a Borromeo (2006) on adopta un cicle de modelització teòric i després reconstrueix el que ella anomena les rutes de modelització individuals i analitza i descriu empíricament les fases i les transicions entre elles. Amb els projectes no prenem aquest enfoc com objectiu de la recerca però sí que hem comparat les trajectories dels alumnes amb dificultats amb les dels alumnes del grup de contrast. Però no ens hem ocupat d'estudiar i interpretar les transicions entre les diferents fases.

A la nostra recerca reconeixem que els projectes matemàtics fomenten la modelització des de l'enfocament educatiu. Ens interessa partir de la realitat perquè ens preocupa com aprenen els alumnes, quin ús fan de les matemàtiques i com milloren el seu nivell de competències.

Terminologia emprada

A les recerques sobre modelització intervenen una terminologia específica a la que no sempre se li dona el mateix significat. Es considera necessari fer una clarificació dels principals termes que farem servir. A continuació es presenten els principals termes que intervenen a la recerca i els significats que els hi donem, molts d'ells extrets d'altres autors.

Realitat o món real: Ens referim a tota "la resta del món" fora de les matemàtiques, (Blum i Niss, 1991). És a dir, la Terra i l'Univers; el nostre entorn habitual, la nostra vida quotidiana, les disciplines escolars diferents a les matemàtiques, els nostres coneixements i sentiments, (Alsina, 1998)

Problema: es fa servir en un sentit ampli no només per a referir-se a problemes pràctics sinó a problemes de naturalesa intel·lectual tractant de descriure, explicar, comprendre o dissenyar parts del món (Blum et al. 2002)

Situació problemàtica real: problema que sorgeix de la realitat.

Model real: Resultat que s'obté després de que la situació problemàtica real es simplifica, s'idealitza, s'estructura, se li imposen restriccions o es fan suposicions d'acord amb els interessos del modelitzador. (Blum i Niss, 1991)

Model matemàtic: per alguns autors és una representació matemàtica de les dades, conceptes, relacions, condicions i suposicions establertes al model real. Aquest model consisteix, essencialment, en certs objectes matemàtics que corresponen als elements bàsics de la situació original del model real i a certes relacions entre aquests objectes que a la vegada es corresponen a les relacions entre aquests elements bàsics. (Blum i Niss, 1991)

Matematització: Procés de transició del model real cap a les matemàtiques.

Aplicació matemàtica: Per aplicació matemàtica entenem l'ús que fem de les matemàtiques (conceptes, mètodes i procediments) on l'interès o finalitat principal no és el matemàtic estrictament, sinó que és la comprensió o interpretació de fenòmens físics o situacions reals, tal com considerava Abrantes (1994). Segons la finalitat, Burkhardt (1989) distingeix dos tipus d'aplicacions, les il·lustratives i les situacionals. En el primer cas l'èmfasi es posa a la comprensió de conceptes o procediments matemàtics, oferint models estàndards per a que els alumnes els puguin fer servir. La situacional es refereix a l'estudi d'una situació real. Considera que aquesta serà millor compresa mitjançant l'aplicació de models matemàtics. La importància d'aquesta distinció està en que condiciona les respostes que han de donar els alumnes. En els treballs de projectes es proposen tasques d'aplicació situacionals en el sentit que acabem de mencionar, però ho fem des de la perspectiva de l'aprenentatge des de la que Freudenthal (1973) destacava que l'interès està en que els alumnes aprenguin a aplicar la matemàtica abans que matemàtica aplicada.

Modelització: és el procés complet que porta del problema real al model matemàtic.

Interpretem els projectes com a activitats d'aplicació de les matemàtiques perquè tractem de resoldre problemes plantejats a partir de situacions reals. D'acord amb Burkhardt es tracta d'una aplicació situacional i per tant l'èmfasi no està posat en la comprensió d'un concepte matemàtic o de practicar un procediment, com se sol fer quan es posen problemes d'aplicació al final d'un tema, sinó en la construcció i aplicació de models matemàtics per comprendre situacions reals. D'aplicació més que com a matematització, ja que interpretem la matematització com un procés que es desenvolupa a qualsevol activitat matemàtica.

El cicle de modelització en el treball de projectes

En aquest apartat es mostrarà el cicle del procés de modelització, que representa la nostra idea de modelització. Les recerques realitzades sobre aquesta qüestió posen de manifest que no existeix un procés únic de modelització; diferents representacions en diagrames són habituals a la literatura especialitzada en el tema. La majoria d'aquests processos poden ser reconeguts com relatius o descendents de un diagrama que, cap als anys '70, es sumministrava entre els materials d'ensenyament de la Open University del Regne Unit (OU) (Mason i Johnston-Wilder, 2004).

A l'esquema de Mason (2004) s'hi veuen 7 passos on reconeixem la perspectiva educativa.

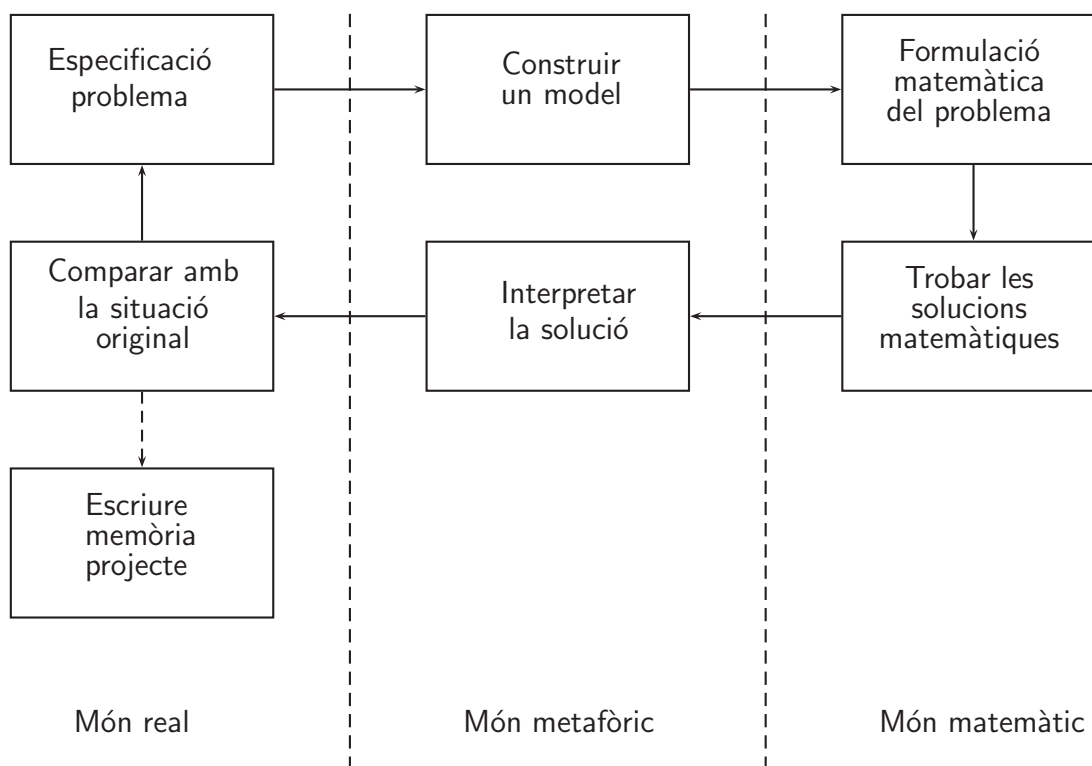


Figura 2.3. Model de modelització. (Mason, 2004)

Es pot observar la relació que existeix entre les tres columnes del gràfic, amb els tres mons de Brunner (1966, citat a Mason i Johnston-Wilder, 2004). Aquests tres mons representen els llocs on es produeixen les accions lligades a l'essència de l'aprenentatge. L'home ha desenvolupat tres sistemes paral·lels per a processar informació i representar-la. El món real, el de la manipulació i acció; el món metafòric i les imatges mentals, idees i conceptes, i el món simbòlic que permet l'accés a les imatges i les expressa. Aquest esquema es correspon amb les propostes de Niss (1989) i Pollack (1997).

Entenem la modelització com un conjunt de processos a partir de l'experiència del treball de

projectes. Per a comprendre els processos que s'activen a les tasques de projectes, es reconeixen set passos principals de la modelització: simplificació, abstracció, resolució matemàtica i interpretació així com la matematització horitzontal i validació i finalment la comunicació que es desenvolupen en dos mons interrelacionats com són el real i el matemàtic. Pensem que el cicle que segueixen els alumnes de l'ESO per anar del problema inicial a una situació real, fins a trobar les respostes corresponents, és el que veiem descrit a la figura 2.4. Desenvolupar de diferents maneres aquests passos és el que ens mostrarà les competències més o menys assolides mitjançant el treball de projectes. Així considerem que, a l'activitat, podrem observar competències estrictament matemàtiques -associades (o no) als moments del procés que es troben a l'interior del món abstracte, o competències modelitzadores, que es relacionen amb la globalitat del procés, o les competències comunicatives, relacionades amb la comunicació del pròpi procés en un informe públic (oral i escrit).

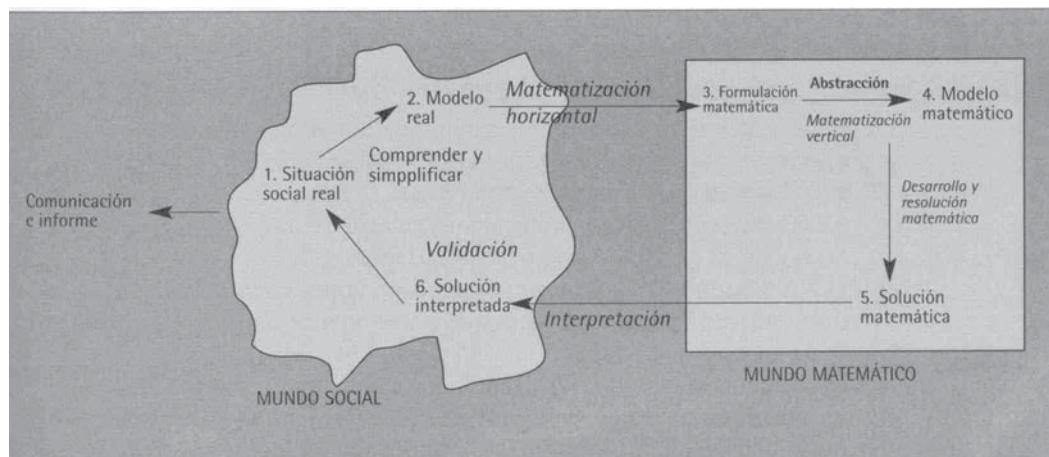


Figura 2.4. Model de modelització

A l'esquema elaborat, es poden reconèixer dos elements nous respecte a investigacions i articles d'altres autors. Per una banda, la consideració del procés comunicatiu com un element de reflexió extern al món social de la situació modelada. I per una altra, la descomposició del procés tradicional de simplificació en dues parts: la primera, quan s'actua sobre la realitat, i la segona, en la que es desenvolupa la matematització horitzontal.

La nostra proposta segueix el model de desenvolupament holístic i no l'anomenat model atomista, en el que el docent estudia els diferents passos del procés (Blomhoj and Jensen, 2003).

La investigació sobre el desenvolupament d'activitats d'investigació (semblants als PMR, però no exactament iguals) ha mostrat que els alumnes tenen tres tipus de dificultats:

- Reconèixer la necessitat de simplificar la situació inicial abans de plantejar el problema matemàtic (Galbraith & Stillman, 2001).

- Reconèixer connexions entre el món real i les matemàtiques (Christiansen, 2001; Haines & Crouch & Davis, 2001).
- Desenvolupar processos matemàtics, al buscar la solució del problema (Hodgson, 1997; Haines & Crouch & Davis, 2001).

Així, entenem la modelització com un procés que es desenvolupa en diverses fases formant un cicle.

Entre fase i fase es desenvolupen uns processos. Els diferents processos que es desenvolupen al llarg d'aquest cicle de modelització i entre quines fases es donen es descriuen a la taula següent:

Fases	Processos
Entre: 1.- Situació social real. 2.- Modelo real	<p>P1.- Identificació de característiques de la situació real que es vol modelitzar. El resultat és el plantejament d'una qüestió o problema al món real.</p> <p>P2.- Selecció d'objectes rellevants en la qüestió del món real i la identificació de relacions entre ells. El resultat és la identificació dels conceptes clau a la situació real i la relació entre ells.</p>
Entre: 2.- Modelo real 3.- Formulació matemàtica	<p>P3.- Idealització dels objectes per adaptar-los a la representació matemàtica. No es pot tenir en compte tot, cal decidir el que es considera i el que es deixa de banda dels objectes i les seves relacions. El resultat és una versió idealitzada de la situació real considerada.</p>
Entre 3.- Formulació matemàtica 4.- Model matemàtic	<p>P4.- Selecció dels apartats de la matemàtica que poden ser útils per elaborar el model.</p> <p>P5.- Translació de la versió idealitzada de la realitat als termes matemàtics.</p> <p>P6.- Establiment de relacions matemàtiques entre els objectes traslladats amb la idealització realitzada això és tenint en compte les limitacions, suposicions que s'han establert en la versió idealitzada de la realitat. El resultat és l'obtenció d'un model matemàtic.</p>

Continua a la pàgina següent

Continuació de la taula 2.2

Fases	Processos
Entre: 4.- Model matemàtic 5.- Solució matemàtica	P7.- Ús de mètode matemàtics per obtenir resultats i conclusions. En aquest punt apareixen exemples interessants, solucions, aproximacions, teoremes, algorismes...
Entre: 5.- Solució matemàtica 6.- Solució interpretada	P8.- Trasllat d'aquests resultats i conclusions a la situació real original. D'aquesta manera es té una teoria sobre la qüestió idealitzada.
Entre: 6.- Solució interpretada 1.- situació social real	P9.- Avaluació del model. Els resultats obtinguts, són creïbles en el context real? Els resultats obtinguts, són pràctics a la situació real? Les prediccions que es poden fer, són acceptables? P10.- Si el model no és acceptat s'haurà de modificar o reconstruir de nou seguint les etapes anteriors una vegada més. S'haurà de revisar per què els resultats no són creïbles, o per què no són pràctics, o per què les prediccions són errònies. Què s'ha pogut fer malament? Quines simplificacions s'han fet en el procés de idealització?
Entre: 1 situació social real 7.- Comunicació i informe	P11.- Si l'avaluació del model el fa acceptable, aleshores s'ha de comunicar el model elaborat als companys de la classe.

Tots aquests passos es poden reconèixer en el procés de realització dels projectes. Hi haurà projectes on es reconeixeran més passos i d'altres on se'n reconeixeran menys. És per això que s'entén que els projectes matemàtics són un camí d'aproximació cap a la modelització.

Per a completar la caracterització dels projectes com activitat matemàtica es vol donar una visió des del punt vista educatiu, introduint el criteri de riquesa de l'activitat.

2.5.3 Els projectes com activitat matemàtica rica

La recerca actual està indicant que allò que defineix una tasca matemàtica són les seves característiques en funció de diferents categories. G. Higgins ha desenvolupat criteris per avaluar el que podem anomenar com una activitat rica. A continuació mostrem una adaptació (Mason 2004) dels criteris que ens ajuden a reconèixer una tasca rica. Cada línia horitzontal representa un criteri que oscila entre la possibilitat de la columna esquerra a la de la dreta. Amb aquesta taula no es pretén donar regles per mesurar amb precisió en quin punt entre ambdòs extrems es troba una determinada tasca sinó reconèixer cap a quin dels extrems té tendència a situar-se.

Taula 2.3. Elements que defineixen una tasca rica segons Higinis a Mason 2004.

Tipus	Criteri	Tipus
Essencial	S'adapta a parts essencials del currículum. Representa una gran idea.	Tangencial
Real	Fa servir processos pròpis de la disciplina. Els alumnes valoren els resultats del procés.	Artificial
Profunda	Porta cap a altres problemes. Apareixen noves qüestions. Té múltiples possibilitats.	Superficial
Interessant	Provoca la reflexió. Promou la persistència.	No interessant
Activa	L'estudiant és el protagonista de l'activitat i pren decisions. Els estudiants interactuen entre ells. Els estudiants construeixen significats i aprofundeixen la comprensió.	Passiva
Possible	Pot realitzar-se a l'institut i a casa. Desenvolupament apropiat als estudiants. Segura.	Impossible
Equitativa	Desenvolupa diferents estils de pensament. Promou les actituds positives.	Desigual
Oberta	Té més d'una resposta correcta. Té diferents maneres d'abordar-la permetent la participació de tots els alumnes.	Tancada

Analitzant els projectes amb els criteris de la taula 2.3 podem veure fins a quin punt es poden considerar activitats riques.

Si analitzem el desenvolupament dels projectes veurem que s'adapten a parts essencials del currículum tant pel que fa a continguts, com a procediments. Però és més, responen directament a alguns objectius generals de l'ESO, a les competències bàsiques establertes pel Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya, també a les competències enunciades a les proves PISA, i a les directrius aprovades pel Parlament Europeu i el Consell de la Unió dirigides als estats membres i intitulades "Competències clau per a l'aprenentatge permanent, un marc de referència europeu."

Els projectes són una activitat real perquè s'apliquen processos propis de la disciplina per resoldre problemes amb significat real i, d'aquesta manera, els alumnes valoren els resultats que obtenen amb aquests processos.

Podem considerar que els projectes són una activitat profunda ja que, a partir de la situació inicial, ens porten a plantejar altres problemes. Cada situació ofereix diferents possibilitats. Això ho veiem quan dos grups d'alumnes parteixen de la mateixa situació inicial i desenvolupen processos diferents.

Són activitats interessants ja que provoquen la reflexió. El fet de que les situacions de

partida triades siguin extretes de contextos propers i coneguts pels alumnes fa que estiguin interessats i siguin persistents en l'activitat.

Els alumnes tenen un gran protagonisme en tot el procés de realització de projectes. A més es veuen en la necessitat de prendre decisions, discutir amb els seus companys. Aprofundeixen en la comprensió dels conceptes matemàtics ja que els treballen des de la perspectiva de l'aplicació en una situació real que els resulta nova, doncs a l'aula no els han estudiat així. És per això que podem considerar que els projectes són activitats actives.

Per la manera en què es plantegen els projectes cada grup d'alumnes els desenvolupa d'acord amb la seva manera de pensar, dels seus coneixements, dels seus interessos, amb un determinat nivell d'aprofundiment. Això fa que el mateix projecte desenvolupat per diferents grups d'alumnes dona resultats desiguals. Per una altra banda, quan l'alumne aconsegueix superar les dificultats i arribar a unes conclusions que responguin a les preguntes inicials, se sent satisfet pel treball realitzat i això genera una actitud positiva cap a les matemàtiques i el predisposa a tornar-se a implicar en una altra tasca d'aprenentatge. Per aquestes raons podem considerar que els projectes, d'acord amb la classificació de Clark i Higgins, són tasques equitatives.

Ja hem dit que els enfoc i desenvolupaments que es poden aplicar als projectes són múltiples, i que el professorat assumeix la responsabilitat de donar l'ajuda necessària als alumnes perquè aquests puguin completar l'activitat amb èxit. Són aquests criteris els que Clarke i Higgins apliquen per dir que una activitat és oberta.

Els criteris de problema ric que proposen N. Planas et al. (1999) en alguns casos són equivalents en altres incorporen alguns criteris nous com són, per exemple, connectar amb diferents tipus de coneixements matemàtics, poder relacionar-se amb altres àrees de coneixement, incorporar els coneixements matemàtics de fora de l'escola, manifestar els valors culturals dels alumnes, ampliar la imatge de les idees matemàtiques i desenvolupar significats. Ja s'han explicat les característiques dels projectes i es pot afirmar que compleixen amb tots aquests criteris.

Com a resultat d'haver contrastat aquests criteris, tant els de Clarke i Higgins com els de Planas et al. podem dir que l'activitat de fer projectes és una activitat rica, ja que satisfan les exigències que plantegen.

2.5.4 Els projectes i el paper del professorat

La incorporació de diferents activitats a l'aula també implica que les formes de intervenció del professorat es fan més complexes i exigents. Les activitats de modelització són d'una naturalesa diferent de les que tradicionalment es realitzen a classe, com solen ser els exercicis, els problemes, o les investigacions. A la realització d'exercicis i a la resolució de problemes, el professor controla el procés, i pot donar orientacions i ajudes que facilitin arribar a solucionar-

ho. L'alumnat està subjecte a aquestes orientacions. En canvi, a la investigació el control el té qui la fa i no hi ha un únic punt d'arribada. El professorat no té tot el control de l'activitat i, en canvi l'alumnat té un espai per actuar amb més autonomia. A l'activitat de projectes l'actuació de professors i alumnes no es pot identificar amb les anteriors ja que és més complexa i per tant considerem que els mètodes tradicionals d'ensenyament no poden transferir-se per aplicar-se directament a les activitats de modelització, (Blomhoj i Kjeldsen, 2006). A part de que aquest pas no es fa de manera automàtica, s'ha d'aprendre com es fa. Els treballs de Niss (1999) posen de manifest que conèixer la teoria matemàtica no garanteix que aquesta es transfereixi en la habilitat de resoldre problemes matemàtics de la vida real no rutinaris, però és possible d'ensenyar estratègies d'ensenyament que fomentin i solidifiquin aquestes habilitats en els estudiants.

El paper que s'atribueix a professors i alumnes a l'inici de la realització dels projectes s'assembla més al que correspon a les activitats d'investigació. És l'alumne qui controla el procés, qui decideix les qüestions que es planteja, tot i que supervisat pel professor. El professor, inicialment, no controla tota l'activitat ni sap quina és la resposta que busquem sinó que això es va concretant al llarg del procés, en funció de com s'implica l'alumne. El professor ha de preocupar-se de que les dificultats inicials no deixin atascat als alumnes, ja sigui perquè els hi costa definir el tema o les primeres preguntes, o bé perquè pretenguin abordar problemes que excedeixen a les seves possibilitats. Alguns autors com Blomhoj i Kjeldsen (2006) parlen d'una negociació amb els alumnes sobre els problemes a plantejar-se i com desenvolupar-ho. Una vegada s'ha concretat el o els problemes que es volen abordar i l'abast que se'ls hi vol donar, el professor torna a controlar el procés més que l'alumne i pot donar orientacions i ajudes que contribueixin a solucionar-lo sense fer-ho directament. Per tant, veiem que, a l'activitat de projecte, el paper del professorat i de l'alumnat evoluciona des del que correspon a les investigacions fins al que correspon a la de resolució de problemes.

Una descripció de les estratègies d'ensenyament que ha d'emprar el professorat la trobem a Burkhardt (2006) i que nosaltres resumim a continuació.

Discussions a la classe, deixant que els alumnes assumeixin la responsabilitat de prendre decisions sense esperar l'aprovació immediata del professor.

Donar als estudiants temps i confiança per explorar els problemes, oferint ajuda quan ja no poden avançar més o abans de caure a la frustració.

Proporcionar una guia estratègica sense donar suggeriments particulars del problema per fomentar que sigui l'alumne qui pensi. Burkhardt (1981) suggereix una estratègia a base de fer preguntes Què has intentat fer? Què n'opines? Que vols fer? per què estàs fent això? Què has calculat fins ara? Proporcionant qüestions suplementaries que els facin avançar.

Alguns autors destaquen la importància de com es presenta la proposta de treball als alumnes. És el que anomenen "la posada en escena", i es refereix al què faran els professors per a presentar i iniciar l'activitat. Quina informació donaran els professors als alumnes, quins

materials escrits, quin espai deixen als alumnes per a prendre les seves pròpies decisions, quin grau d'apertura donen a l'activitat i quin suport ofereixen als estudiants al llarg de la realització del projecte sense substituir-los en el seu treball. Les recerques realitzades mostren que els projectes que han tingut més èxit són aquells on els professors han sigut molt explícits i han ressaltat les expectatives que tenien sobre el treball que els alumnes havien de fer (Blomhøj i Kjeldsen, 2006).

S'han descrit les principals estratègies d'ensenyament que ha d'emprar el professorat per implementar els projectes. Tal com diu Burkhardt (2006), al començament poden significar un repte però qui les acaba adquirint les continua fent servir en altres situacions, enriquint, així, la competència professional del professor. Però existeixen dificultats que perduren al llarg del temps que suposen un impediment per a que el professorat faci aquest trànsit. Les recerques realitzades per Blum i Niss (1991) ja posaven de manifest que alguns professors no se sentien capaços de portar activitats d'aplicació i modelització perquè mai les havien estudiats ells mateixos. Més recentment Blomhøj i Kjeldsen (2006) així com Burkhardt (2006) constaten dificultats similars, el que posa de manifest la importància de la formació del professorat per assegurar que a les aules es fan activitats de modelització.

En aquest apartat s'han descrit les característiques de l'actuació del professorat en la implementació dels projectes; entremig s'han pogut albirar alguns canvis que afectaven al rol de l'alumnat. Entre aquests últims destaquem que no és una activitat competitiva per a desenvolupar individualment sinó de treball cooperatiu i autònom. A l'apartat següent es fa una descripció més àmplia de l'actuació que correspon a l'alumnat.

2.5.5 Avaluació, col·laboració i autonomia en el treball de projectes

La manera d'entendre els projectes ja presuposa que ha de ser l'alumne qui controli el procés, qui prengui les decisions, qui es responsabilitzi de la concreció que es va fent del treball. Alguns autors ho consideren un aspecte crucial quan el que es pretén és el desenvolupament de les competències modelitzadores (Blomhøj i Kjeldsen, 2006), com és en el cas dels projectes a la nostra recerca. Això planteja un dilema als professors que Blomhøj i Jensen (2007), anomenen de l'ensenyament adreçat a l'autonomia. Aquest dilema planteja com fer compatible que es donin dos processos que poden ser incompatibles. Perquè necessiten simultàniament que els alumnes es responsabilitzin de la majoria de decisions, i per tant el professor no intervé, però per a mantenir els objectius de l'activitat i que aquesta es pugui desenvolupar cal que aquestes decisions estiguin ben preses, de manera que s'asseguri que el procés es desenvolupa de manera adequada. Tal com diuen Blomhøj i Kjeldsen (2006) el problema no té solució fàcil, s'ha de trobar un equilibri entre les dues formes d'intervenció didàctica. Per resoldre aquest dilema en el treball de projectes s'assumeix que és responsabilitat del professor que el procés no s'aturi, de manera que en alguns casos haurà d'intervenir en detriment de l'autonomia dels alumnes per assegurar que el procés de realització arriba al final. La intervenció, ja s'ha vist a l'apartat anterior, té graus i, a través dels diàlegs amb els grups d'estudiants durant el procés, és possible

dirigir el projecte i deixar espai per a que els estudiants prenguin decisions. Per a que això sigui així la "posada en escena" de la que s'ha parlat a l'apartat anterior ha de ser suficientment oberta. Per tant, en el disseny els professors han de deixar, de manera deliberada, importants decisions a prendre pels alumnes. Malgrat tot, pot donar-se que hi hagi grups que es trobin amb problemes en els que hagi d'intervenir el professor i no aprendran tot el que la tasca podia donar de si.

L'altra opció és que l'alumnat desenvolupi el projecte en petit grup de treball. Són molts els arguments que avalen aquesta opció. Pràcticament tots els recopiladors i sintetitzadors de descobriments d'investigacions sobre l'aprenentatge en grup arriben a conclusions en gran part positives, (Barkley, Cross, Major, 2007). Natasi i Clements (1991) reflexen la naturalesa i el to d'abundància d'investigacions, concloent: "S'ha informat dels beneficis acadèmics-cognitius i socials-emocionals per als estudiants, des del principi de l'escola primària fins al nivell universitari de pregrau, de diferents orígens ètnics i culturals i amb un conjunt molt divers de nivells de capacitat. A més a més, l'aprenentatge cooperatiu s'ha utilitzat amb eficàcia en àrees de continguts molt diferents com matemàtiques, lectura, llengua i literatura, ciències socials i ciències naturals"

Johnson i els seus col·laboradors de la universitat de Minnesota (Johnson et al. 1999) han comparat els tres tipus d'aprenentatge: cooperatiu, competitiu i l'individual. Els resultats revelen que els treballs cooperatius mostren més rendiment, un raonament de nivell superior, generació de noves idees i solucions i més transferència del que s'aprèn d'una situació a una altre. L'equip de Johnson concloïa: "l'aprenentatge cooperatiu està indicat sempre que els objectius d'aprenentatge siguin extremadament importants; el domini i retenció siguin importants-, la tasca sigui complexa o conceptual; sigui desitjable la resolució de problemes i el pensament divergent o la creativitat; s'espera una bona qualitat d'execució i siguin necessàries estratègies de raonament i un pensament crític d'alt nivell" (Natasi i Clements 1991). Donada aquesta conclusió es fa difícil pensar en alguna situació educativa en la que no s'identifiquin les recomanacions de l'equip de Johnson per a l'aprenentatge cooperatiu. Pel que a nosaltres ens interessa en el nostre estudi considerem que el treball de projectes respon als condicionants que planteja Johnson i per tant és adient plantejar que els alumnes realitzin els projectes treballant en grup.

Com ja s'ha dit anteriorment en els treballs de projectes hem optat per considerar la teoria de l'EMR com a referent pels processos d'aprenentatge dels alumnes. En aquesta teoria es considera els alumnes com participants actius en el procés d'ensenyament aprenentatge. Es tracta d'evitar els processos mecànics i repetitius. En aquest aspecte l'EMR té molt en comú amb el socio-constructivisme aplicat a l'educació matemàtica. Una altra característica dels mètodes d'ensenyament de l'EMR és la importància que es dona a que els alumnes puguin compartir les seves experiències amb altres i amb el professor. La negociació, la intervenció, discussió i cooperació es consideren elements essencials en la construcció del procés d'aprenentatge en què els mètodes informals dels estudiants es fan servir com una palanca per arribar a assolir els més formals. Aquests processos són els que han de canalitzar la realització

dels projectes i per això es creu que el treball en grups és adient a la tasca proposada. Observem que aquests processos són una complementació del que es demanava a l'actuació del professorat que s'ha vist a un altre apartat. Al final del projectes s'espera que exposin, justifiquin, mostrin els seus acords i desacords, plantegin qüestions alternatives i reflexionin. (Barkley, Cross, Major, 2007).

La recomanació de treballar en grups, particularment a l'aula de matemàtiques la trobem a diferents documents, per exemple als Estandars de la NCTM (2003). Abrantes (1994) a la seva tesi també defensa el treball per grups. Blomhoj i Kjeldsen (2006) consideren que l'ensenyament de les matemàtiques hauria de ser organitzat en petits grups.

La finalitat del nostre estudi és observar el desenvolupament competencial dels alumnes. Des d'aquesta perspectiva també hi ha estudis que fonamenten l'opció pel treball en grups. Tal com diuen Sriraman i Lesh (2006), la gent que es sol·licitada al món laboral no són necessàriament aquells que són més hàbils o treuen bones puntuacions a les proves escrites. En lloc d'això tendeixen a ser gent que, entre altres coses, són capaços de treballar en equips d'especialitats diverses, treballen en projectes multi-etapes que requereixen planificació i col·laboració entre molts nivells i tipus de participants.

Recerques realitzades sobre la incidència del treball en grups en el desenvolupament de les competències modelitzadores també avalen aquesta opció que hem pres en els projectes. Els estudis empírics de Maaß (2006) mostren que el treball en grup té un impacte positiu en el desenvolupament de les competències modelitzadores.

Per a que el treball en grups sigui satisfactori no és suficient posar junts als alumnes, "han de tenir una raó per a que cadascú es prengui amb seriositat el rendiment dels altres" (Slavin, 1996). Considerem la proposta que fa Smith (1996; citat a Barkley, Cross, Major, 2007) en la que fixa els cinc elements que són essencials per a que un treball en grup tingui èxit. Aquests elements són:

Interdependència positiva. L'èxit dels individus està vinculat a l'èxit del grup. Així els alumnes estan motivats per treballar conjuntament per assolir els objectius del grup.

Interacció promotora. Els alumnes mantenen una actitud d'ajuda mútua. Comparteixen els recursos, es donen suport i estimulen els esforços dels altres per aprendre.

Responsabilitat individual i de grup. El grup es fa responsable d'assolir els seus objectius. Cada membre es compromet a realitzar la seva part del treball. S'avalua individualment als estudiants.

Desenvolupament de les competències de treball en grup. S'exigeix als alumnes d'aprendre la matèria i que desenvolupi les competències interpersonals i de petit grup. El professor haurà de responsabilitzar-se d'ensenyar-les.

Valoració del grup. Els alumnes han d'aprendre a valorar la productivitat dels seu grup. Han de saber discernir que hi ha accions que són útils i d'altres que no ho són.

Entenem que és responsabilitat del professor assegurar que aquests elements hi són presents en la realització del projecte per assegurar el seu èxit.

Per tant, tenint present els propòsits de la nostra recerca i els estudis esmentats considerem que la millor manera d'organitzar el treball dels alumnes és en grups petits.

Una vegada s'ha vist que el treball en grups és la millor opció per a portar a terme la recerca, cal tenir present que l'eficàcia del treball d'un grup també depèn d'altres factors com són el tipus de grup, el tamany i els membres. D'acord amb Barkley, Cross i Major, (2007) el tipus varia segons l'objectiu, l'activitat i la duració del treball. Distingeixen tres tipus de grups. Els *grups informals* solen constituir-se aleatòriament i són per a treballar per un breu període de temps, per exemple respondre una pregunta o suggerir idees en mig d'una altra activitat més àmplia. Els *grups formals* es constitueixen per a aconseguir un objectiu més complex, que inclogui redactar un informe o fer una presentació. La duració pot ser de diferents setmanes. Els *grups bàsics* poden durar tot un trimestre o tot un curs sencer. Pretenen formar una comunitat d'aprenentatge que treballin junts en diferents tasques.

D'acord amb aquests criteris els grups per a realitzar els projectes seran els grups formals, ja que la duració del treball és d'unes sis setmanes i no es pretén fer cap altre activitat mantenint aquests grups.

Sobre el tamany del grup hi ha més disparitat de criteris. Nosaltres seguirem els criteris de Smith (1996) que considera que els grups de 2 ó 3 són els més adequats especialment al començament de fer el treball en grups. Amb aquest tamany es facilita la participació i l'organització de les trobades. Per això els grups seran de dos o tres estudiants.

Finalment queda per definir com han de ser els membres del grup. Existeixen moltes maneres de constituir-los, designats a l'atzar, seleccionats pels estudiants, pel professor, segons interessos o altres característiques. En línies generals segons Barkley, Cross i Major, (2007) les investigacions donen suport als agrupaments heterogenis ja que es considera que són més productius i s'adapten millor a les tasques multidimensionals. Tot i que també s'assenyalen alguns inconvenients. Freudenthal (1978) argumentava a favor dels grups heterogenis perquè valorava que es donessin diferents nivells en el procés d'aprenentatge de la matemàtica. Els grups homogenis presenten algunes avantatges, per exemple es recomanen per a treballar tasques molt estructurades. Tenint present aquests elements i les característiques pròpies de l'activitat deixem que siguin els alumnes els que s'ajuntin entre ells, formant grups de 2 ó 3, tal i com s'ha dit abans, supervisats pel professor per evitar problemes que després influeixin negativament en el treball a realitzar.

En clau d'avaluació considerem que els projectes són activitats que han de permetre la regulació dels processos de modelització i permetre l'avaluació en l'acció formativa (Abrantes, 1991). Més endavant, es reflexionarà específicament en forma conceptual

2.5.6 Influències emocionals en el treball de projectes

La idea de que les activitats contextualitzades en situacions reals millora la motivació dels alumnes cap a l'aprenentatge de les matemàtiques (Burkhardt, 1981; Blum i Niss, 1991) ha estat àmpliament acceptada. Però és un interès intel·lectual i, de vegades, utilitzant situacions de la vida real no sempre s'aconsegueix la implicació dels estudiants com es podria esperar. L'estudi de Pierce i Stacey (2006) mostra que promoure un afecte positiu en els estudiants té una incidència molt més gran que la que s'ha reconegut fins ara a la literatura sobre el tema. Aquests autors consideren que "l'efecte halo", que associa les matemàtiques amb alguna sensació agradable, pot contribuir a millorar la visió agradable que els alumnes tenen sobre les matemàtiques i per tant predisposar-los a implicar-se en l'aprenentatge de les matemàtiques. Per aquests autors no és tant l'efecte de seleccionar una situació real el que provoca aquesta millora de motivació, sinó que és més eficient si aquesta situació evoca a un sentiment plaent. Per tant la millora de la motivació s'aconsegueix si la situació problema es pot associar "aquí i ara" amb sensacions agradables. Això significa que el professorat ha de tenir-ho en compte al seleccionar les situacions.

En el cas dels projectes es té present aquest efecte, especialment en el procés de selecció i tria del tema que treballaran. D'entrada es deixa que els alumnes que proposin un àmbit en el que estiguin interessats i en el que es plantegin els problemes. En aquest procés els alumnes poden mostrar dificultats i necessitaran de l'ajuda del professor. Però l'actuació d'aquest sempre serà la de respectar els interessos que els alumnes manifestin, perquè convé que l'alumne es trobi interessat i afectivament còmode amb els seus problemes.

Per una altra banda Maaß (2006) ha estudiat la influència de l'actitud de l'estudiant cap a la modelització en l'ús de les competències modelitzadores. Estableix quatre categories diferents que es poden representar gràficament com es presenten a la figura 2.5.

Modelador reflexiu. Té una actitud positiva cap les matemàtiques i cap als exemples de modelització.

Modelador distant de les matemàtiques. Dóna preferència a les situacions de la realitat, en canvi mostra una actitud negativa cap a les matemàtiques. Normalment aquests alumnes són entusiàstics amb els exemples de modelització. Amb l'ajuda de les seves competències d'estructurar i analitzar problemes són capaços de construir models reals i validar les solucions. Els hi falta habilitat en la construcció del model matemàtic, en trobar la solució matemàtica i en interpretar les solucions complexes.

Modeladors desinteressats. No tenen interès ni en les matemàtiques ni en les situacions reals. Normalment tenen poques competències matemàtiques. Tenen problemes a cada fase del procés de modelització.

Modelador distant de la realitat. No estan interessats en l'estudi de les situacions reals. Tenen dificultats per a resoldre problemes relacionats amb situacions reals. Tenen problemes amb la construcció del model real, amb la validació i parcialment amb la interpretació.

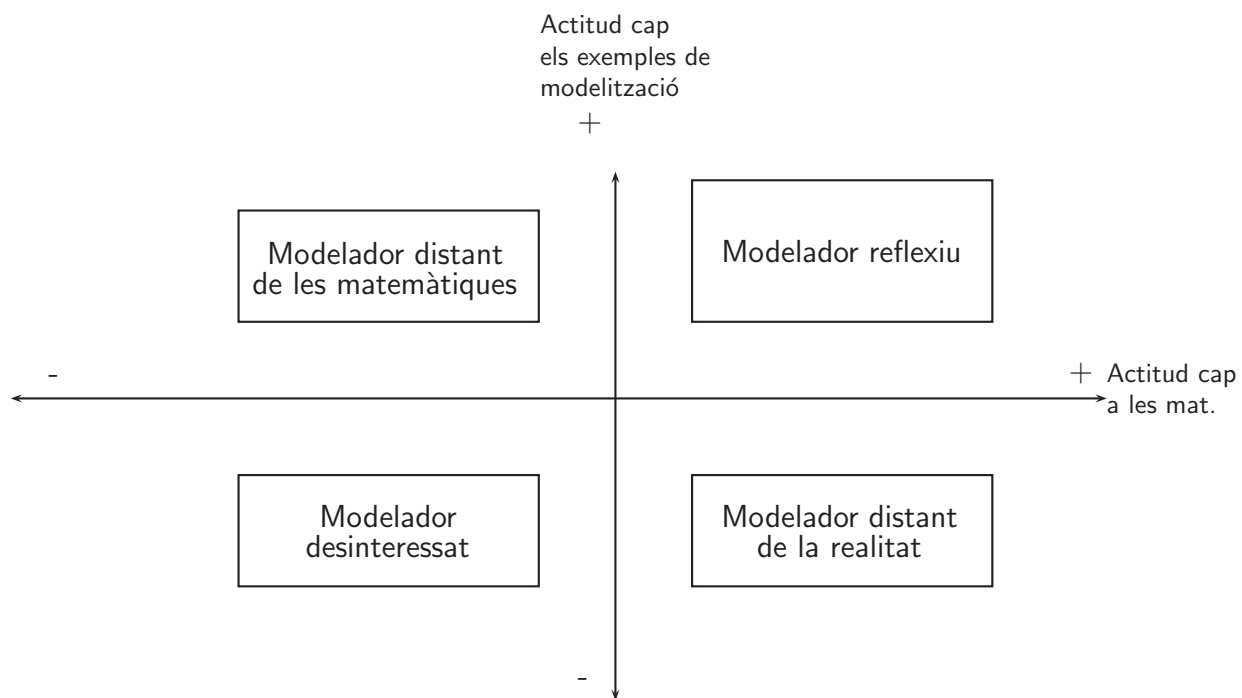


Figura 2.5. Categories de modelitzadors. (Maaß, 2006)

Les categories en les que es poden situar els alumnes es van descobrir a mida que els alumnes van realitzant projectes. S’ha de tenir en compte en el moment de formar els grups de treball i en el seguiment durant el procés de realització dels projectes.

A la nostra proposta ens considerarem com a moduladors reflexius tractant de compartir amb el nostre alumnat aquesta posició en la pràctica dels seus projectes.

2.5.7 La nostra definició de projectes matemàtics realistes

Tradicionalment s’entén per projecte a la manera de treballar un tema a partir de la informació que els alumnes han trobat en una recerca. Per a nosaltres fer projectes significa realitzar un procés de resolució de problemes en situacions complexes properes al que fa el matemàtic aplicat professional. Per exemple, organitzar un espai per dissenyar un pàrquing, o estimar el que estalvia un poble amb el canvi horari de primavera i tardor.

Fem una definició del que entenem per l’activitat de projectes matemàtics a l’ESO per extensió caracteritzant la funcionalitat com activitat matemàtica educativa. Anomenem projecte a una activitat matemàtica en la que es desenvolupa el procés de modelització de forma rica, inclou la proposta i resolució de problemes, realista, intencional, reflexiva, oberta, llarga en el temps, on el protagonista és l’alumne i es valora específicament la comunicació matemàtica i el foment de la interdependència. Bona part del treball es realitza fora de l’aula. El procés que

es desenvolupa comporta una aproximació a la modelització. Per cada una d'aquestes idees entenem el següent:

Són situacions problemàtiques (aptes per a ser matematitzables) extretes de l'entorn més pròxim possible dels alumnes. És el propi alumne qui contribueix a definir el problema, i a ser possible, aquest ha de recollir les seves preocupacions o inquietuds. Com exemple podem citar alguns suggeriments realitzats per l'alumnat: *Quines dimensions té la galàxia de Star Wars? Com aconseguir que el sol que entra a les aules no molesti a primavera i tardor? Són massa pesades les motxilles que portem a l'institut?*

La solució no es redueix a un nombre sinó que es tracta d'enunciar una o diferents conclusions degudament argumentades. També pot significar emetre judicis raonats i justificats.

Les eines matemàtiques són les pròpies dels coneixements dels nois/es d'aquesta edat. El que s'espera és que gestionin tots els seus coneixements matemàtics adquirits fins aquell moment.

El realisme ha de ser una característica fonamental del projecte. El problema no és independent del context i els alumnes han de construir les seves respostes de manera personal. S'ha de procurar no caure en la simplificació de la realitat, temptats per adaptar les situacions als nostres alumnes.

És una activitat intencional. Pressuposa un objectiu inicial que dóna sentit i orienta les diferents activitats realitzades.

Es caracteritza com una tasca oberta, tant en la definició inicial com en el resultat final que s'espera aconseguir. Són els mateixos alumnes els que plantegen les preguntes que han d'orientar l'activitat, una vegada han fet les primeres exploracions sobre el tema que ells mateixos han proposat o seleccionat. També són ells els que decideixen quan donen per acabada l'activitat, a partir de que els resultats obtinguts satisfan, totalment o en part, les qüestions inicials .

És un procés força llarg en el temps (2 mesos aproximadament), i que requereix manipular informacions, interpretar, seleccionar, classificar, ordenar, relacionar, fer deduccions, obtenir noves dades, implementar estratègies diverses de resolució i presentar resultats.

És un treball on el principal protagonisme el té l'alumne. El paper del professorat és de guia i orientació però no és qui ha de donar a l'alumne tot el coneixement necessari per a resoldre el problema.

Es valora especialment la comunicació matemàtica. Per això es demana als alumnes la elaboració d'un informe on exposin tot el procés que han seguit, les conclusions a les que han arribat, així com els judicis que poden emetre amb les seves argumentacions i raonaments. En aquest procés s'empren diferents tipus de llenguatge matemàtic (algebraic, gràfic, estadístic, geomètric..). El suport pot ser el paper (dossier), electrònic (en vídeo o disquet), i/o en forma

de pòster.

És un treball que es produeix en la major part fora de l'aula doncs s'ha de cercar informacions, prendre mides, fer ús d'ordinadors.

El procés que segueixen els alumnes en el desenvolupament del projecte és una aproximació al procés de modelització. A les solucions no s'arriba per aplicació d'activitats rutinàries i mecàniques. L'alumne es veu forçat a establir hipòtesis i contrastar-les, cercar informacions, planificar estratègies, prendre decisions, cercar seqüències, contrastar les solucions (una explicació més detallada es veurà més endavant).

Es tracta, per tant, d'una activitat de producció matemàtica sobre un problema real en el que la resposta és més ampla que únicament el model matemàtic. Cal definir, planificar i aplicar les accions necessàries per resoldre el problema, proposar la solució, exposar-la, i finalment presentar el conjunt del treball als altres companys.

2.6 Competències matemàtiques, habilitats i projectes

2.6.1 Habilitats, competències i educació

Habilitat és un terme que es fa servir al món educatiu des de fa molts anys. Per habilitat ("skill") s'entén aquell constructe hipotètic que s'introdueix amb l'objecte d'explicar com uns individus realitzen certs tipus de tasques millor que uns altres, (Suwarsono, 1982). Actualment es considera com un component de la competència que consisteix en un conjunt d'accions que serveixen per a la consecució d'un fi: procediments, tècniques, estratègies, mètodes...(Zabala i Arnau, 2007)

El terme competències es va començar a fer servir en els anys 70 del segle passat en l'àmbit de les empreses per a referir-se a aquelles persones que són capaces de realitzar una tasca de manera eficient. En el món educatiu s'introdueix primer en l'àmbit de la formació professional per a generalitzar-se després a la resta d'etapes i nivells educatius a partir de finals del segle XX i començament del XXI. La incorporació d'aquest terme en el món educatiu, especialment des de l'aparició del Kom Project (projecte de reforma del sistema educatiu danès) a l'any 2000, ha tingut unes conseqüències importants. En primer lloc es pot dir que l'impacte que ja ha tingut no es tracta d'una qüestió de moda com altres vegades ha passat, sinó que la seva incidència tot just ha començat i tot fa pensar que serà duradera per l'abast geogràfic que ha tingut així com la profunditat dels canvis que implica. Reformes educatives recents en diferents països, tant a Europa com a Amèrica, s'han plantejat en termes de competències. La incorporació de les competències posa en qüestió aspectes clau de l'ensenyament com replantejar el mateix concepte del que és saber, els currículum, les activitats emprades, les metodologies aplicades, o l'avaluació.

La relació entre habilitat i competència es pot veure reflectida en unes paraules de Kegan (2004) al donar una definició del concepte de competència en un model funcional-dinàmic:

Una gran ventaja de un concepto como "competencia" es que lleva nuestra atención hacia el nivel más profundo de la superficie de la conducta observable de las "habilidades" con el fin de cuestionar la capacidad mental que crea la conducta. También dirige nuestra atención más allá de la adquisición del "conocimiento" como contenidos almacenables (lo que ya sabemos) para cuestionar los procesos mediante los cuales creamos conocimiento (cómo sabemos). Esto no significa que nuestras habilidades y nuestro acervo de conocimientos no sean importantes. Más bien nos recuerda lo que todo maestro o guía sabe: los resultados de enseñar habilidades y contenidos de conocimiento sin desarrollar las capacidades mentales que crean esa habilidad o conocimiento són muy endebles.

A la recerca ens plantejem reconèixer les competències matemàtiques en els treballs de projectes. Abans d'introduir el concepte de competència matemàtica volem introduir alguns elements previs. En primer lloc, per què apareixen les competències, en segon lloc què s'enten per competència en un sentit general.

Per què les competències

Per explicar l'aparició de les competències en aquests moments estem d'acord amb les raons que aporten Zabala i Arnau (2007). Consideren que a la majoria de països la pressió dels estudis universitaris i la concepció generalitzada sobre el valor intrínsec dels sabers teòrics "han donat lloc a una educació que ha prioritzat els coneixements sobre la seva capacitat per a ser aplicat a la pràctica". Els diferents valors que es donen sobre el saber procedeixen de dues tradicions filosòfiques. Per una banda els països de tradició catòlica, hereus de la contrareforma, tenen un referent platònic, i "consideren la preexistència de les idees sobre la realitat" cosa que afavoreix aquesta valoració del saber per saber. Mentre que en els països de tradició calvinista "tenen un referent filosòfic d'arrel aristotèlica (matemàtica i forma són coses reals) han valorat i valoren la capacitat d'aplicació del coneixement." Es podria pensar que qui té un coneixement també el sap aplicar. Avui se sap que això no és cert i que la transferència de coneixements cal ensenyar-la i aprendre-la. Aquestes concepcions tradicionals es posen en crisi i això afavoreix la incorporació de les competències. Les raons per les que apareix aquesta crisi són (Zabala i Arnau, 2007) : a) la pròpia universitat, a nivell europeu, configuren els continguts de les seves carreres en torn a les competències. b) existeix una pressió social a favor de l'ensenyament de competències a partir de la constatació de que els aprenentatges escolars no són útils a la vida real. c) El caràcter propedèutic i selectiu de l'escola tradicional resulta inacceptable a les societats que es consideren democràtiques. Ja que en aquestes l'ensenyament ha de ser per a tots independentment dels itineraris que vulguin seguir després de l'escola. Aquesta ha de tenir la funció orientadora que doti a tots els individus de les competències per a desenvolupar-se en tots els ordres de la vida.

Aquesta idea d'ensenyar per a la vida no és una incorporació nova de les competències sinó que es hereva de les idees de l'Escola Nova on s'agrupen a Dewey, Decroly, Claparède, Ferrière, Freinet, Montessori entre d'altres. Aquestes idees han adquirit un estatus oficial al ser compartides per totes les instancies internacionals que tenen competències en el camp de l'educació, com l'ONU, la UNESCO, i la OCDE.

En definitiva, establir el desenvolupament de les competències com objectius de l'educació significa que l'escola ja no està focalitzada cap els continguts de les matèries sinó que passa a estar focalitzada cap l'alumne que ha de ser ciutadà. Això significa que hi ha necessitat d'uns canvis radicals i profunds per a l'escola i, per tant, no estem parlant de canvis de maquillatge ni passatgers.

Convindrà però, començar per aclarir el significat de competència. D'això s'ocupa el proper apartat.

Definició de competències

A continuació es donarà una definició de competència, les seves característiques, els seus components i les seves relacions. En aquests moments no existeix una definició única del què és la competència. Zabala i Arnau (2007) han recollit diferents tipus de definicions de competències, tant en l'àmbit professional com en l'educatiu. Un indicador de lo novedos que resulta el terme en educació és que les definicions més antigues de competència són de l'any 2001, una donada pel Consell Europeu i l'altra per Perrenoud.

En la nostra recerca hem adoptat la definició donada pel projecte DeSeCo (Definition and selection of Competencies) (OCDE, 2002). En aquest projecte la competència es defineix com: "l'habilitat per afrontar amb èxit demandes complexes en contextos particulars." Seguidament s'explica el significat que se li ha de donar:

"Una actuació competent o acció efectiva implica la mobilització de coneixement, cognitiu i habilitats pràctiques, també components socials i de comportament tals com actituds, emocions, valors i motivacions. Així, la noció holística de competència no pot ser reduïda a una dimensió cognitiva i els termes de competència i habilitat no són sinònims." (traducció nostra)

A aquests elements es vol afegir que l'actuació competent no es dona mai en el buit sinó en un context concret. Així, la idea d'actuació competent es pot representar gràficament com es mostra a la figura 2.6

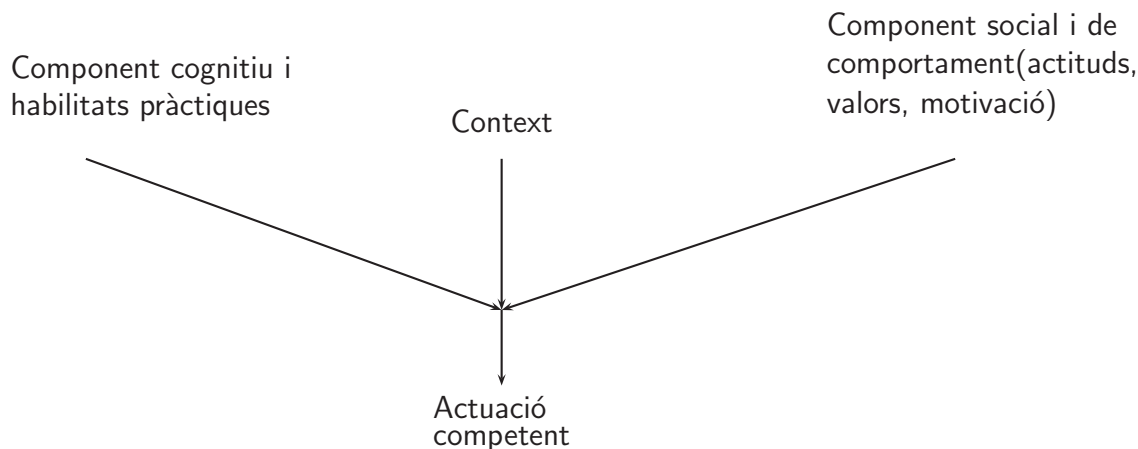


Figura 2.6. Esquema dels components d'una actuació competent.

A la recerca, el que interessa són les competències matemàtiques. D'acord amb els aspectes generals de la competència que s'ha mostrat fins ara, a l'apartat següent es definiran els tres blocs competencials en els que es centra la recerca.

2.6.2 Blocs competencials i projectes

Ja s'ha dit abans que la introducció de les competències s'ha degut, en part, a un canvi en el que s'entén per saber. Així, per definir el que és saber matemàtiques seguirem la proposta de Niss (2003) que diu que dominar les matemàtiques és posseir competències matemàtiques. La competència matemàtica significa "tenir l'habilitat per comprendre, jutjar, fer i fer servir en una varietat de contextos, tant intra com extra matemàtics, i situacions on les matemàtiques juguen o poden jugar un rol". Tal com deiem abans, tenir molts coneixements matemàtics i habilitats tècniques són requisits necessaris, però no suficients. Cal tenir també les components socials que mencionàvem abans.

Niss estructura les competències de manera jeràrquica. Hi ha una competència matemàtica principal i seguidament reconeix vuit competències que presenta en dos grups. En un reuneix aquelles que intervenen per plantejar i resoldre qüestions de i sobre matemàtiques i en el segon grup són les que tenen a veure amb la manipulació del llenguatge i eines matemàtiques, tal com es mostra a la taula 2.4:

Taula 2.4. Competències matemàtiques proposades a "Kom Project".

Plantejar i resoldre qüestions	Manipulació de llenguatge i eines matemàtiques
<ol style="list-style-type: none"> 1. Pensament matemàtic. 2. Posar i resoldre problemes matemàtics. 3. Modelització matemàtica. 4. Raonament matemàtic. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Representació d'entitats matemàtiques. 2. Manipulació de símbols i formalismes matemàtics. 3. Comunicar amb i sobre les matemàtiques. 4. Fer ús d'eines i ajudes (IT incloses).

Per a decidir les competències que s'estudiaran a la recerca ens hem inspirat en les competències de Niss (Niss, 2003) i s'han tingut present les característiques de les activitats de projectes. Entenem que de les vuit competències que proposa Niss al Kom Project no totes tenen la mateixa rellevància a les matemàtiques. Considerem que la competència modelitzadora té una preeminència per damunt de les altres. Reconeixem aquesta preeminència perquè inclou a bona part de les altres. A més, hi ha un reconeixement general entre professors i investigadors que la modelització és un aspecte important de l'educació matemàtica (Ahmed et al. 1998; Gravemeijer & Doorman, 1999; Blum et al., 2002; Lesh & Doerr, 2003; Burkhardt, 2006; Iversen & Larson, 2006; Blomhoj & Kjeldsen, 2006; Kaiser & Schwarz, 2006; Garcia, Gascón, Higuera, Bosch, 2006; Sriraman & Lesh, 2006). Des de la perspectiva de l'EMR el procés de modelització inclou una matematització horitzontal i vertical. Freudenthal (1991) considerava que la matematització era un procés clau a l'activitat matemàtica. Per tant el primer bloc competencial sobre el que centrarem la recerca és el de modelització, i dintre d'ell reconeixem d'altres sub-competències que es detallaran més endavant.

Els autors d'aquesta recerca s'identifiquen amb els investigadors que donen importància a l'habilitat dels estudiants per a comunicar matemàtiques, tan oralment com per escrit (Lingefjård i Holmquist, 2005; Meier i Rishel, 1998; Morgan, 1998; Cowen, 1991; citats a Lingefjård i Holmquist, 2005). A l'activitat de projectes, a part del procés de modelització, se li ha donat molta importància a la comunicació del treball realitzat. Els alumnes fan aquesta comunicació a dos nivells, per escrit, en un dossier, i oralment adreçat als seus companys de la classe. En aquest últim cas normalment ho fan amb el suport de la projecció de diapositives realitzades amb algun programari de presentacions. Creiem que aquesta acció comunicativa té importància en l'educació matemàtica i, en canvi, no coneixem treballs que l'hagin estudiat des del punt de vista competencial. A aquesta acció comunicativa se li dona rellevància a la recerca i es considera com el segon bloc competencial. S'interpreta en un sentit ampli i dintre d'ell es veuen integrades les quatre competències del segon grup que proposava Niss, representació d'entitats matemàtiques, manipulació de símbols i formalismes matemàtics, comunicació sobre i amb les matemàtiques, ús d'eines i ajudes.

Finalment es prendran en consideració les competències de pensament i raonament matemàtic que proposava Niss (2003). Difícilment es pot realitzar cap activitat matemàtica sense que

intervinguin, no pot haver modelització ni comunicació sense pensar i raonar matemàticament. Per això les considerarem com el tercer bloc competencial.

Es conclou, doncs, la consideració de tres blocs competencials sobre els que es centrarà la recerca, que són:

- Modelització i resolució de problemes.
- Comunicació de les idees matemàtiques.
- Pensament i raonament matemàtic.

Part dels objectius de la recerca és l'avaluació dels nivells competencials en cada un dels blocs que s'han definit. L'avaluació de les competències exigirà una formulació adient amb la idea de competència que s'ha definit. En el proper apartat es planteja aquesta qüestió.

2.6.3 L'avaluació de competències i el treball de projectes

Abans d'abordar el significat que donem a l'avaluació dels blocs competencials per a fonamentar la recerca comencem per afirmar que, a l'avaluació més tradicional, els criteris poden ser de tot o res, per exemple, si sap o no sap un teorema; o si l'alumne resol un exercici o problema. En el cas de les competències no es poden aplicar criteris d'aquest tipus ja que el ser competent no és una qüestió de tot o res (Zabala i Arnau, 2007), és sempre una qüestió de grau. "Dintre d'un continu entre l'actuació menys competent i la més competent, les diferents actuacions que realitzin les persones es situaran en aquesta línia". Per avaluar el grau d'assoliment d'un bloc competencial d'una persona s'ha de veure com aquesta actua davant d'una situació concreta el més pròxima possible a la realitat. El grau de domini dels diferents components de la competència ens indicarà el nivell de l'alumne en aquella competència. El grau de domini de cada component ens el donarà l'indicador d'assoliment. "Aquests indicadors representen una anàlisi de la competència en funció de l'establiment i observació d'aquelles conductes dels alumnes que permetin valorar el grau de domini de la competència" (Zabala i Arnau, 2007). Per comprendre millor aquesta jerarquització de les competències mostrem l'exemple en el cas concret del bloc competencial de comunicació matemàtica. En aquest bloc s'hi reconeixen 6 competències específiques i per a cada una d'aquestes competències específiques s'hi reconeixen uns indicadors d'assoliment. Per completar l'exemple mostrarem aquesta estructura a la taula 2.5. Els indicadors s'introdueixen a les taules de l'apartat 2.6.6

Taula 2.5. Competències específiques de comunicació matemàtica i els indicadors d'assoliment.

Competència	indicador d'assoliment
1.- Ser capaç de fer ús explícit de representacions d'objectes matemàtics i la seva interpretació en el model.	11.- 12.- 13.- 14.- 15.-
2.- Ser capaç de descodificar formalismes mitjançant l'ús de sistemes de signes matemàtics adients.	21.- 22.-
3.- Ser capaç de fer servir registres diferenciats a les explicacions del procés de modelització.	31.- 32.-
4.- Ser capaç d'aplicar tècniques i principis adients i explicitar-los de manera adient.	41.- 42.-
5.- Explicitar el model emprat al llarg del treball fent servir argumentacions matemàtiques adients.	51.- 52.-
6.- Exposar el treball de modelització fent servir eines i recursos adients.	61.- 62.-

Aquest procés de definir les competències i els seus corresponents indicadors d'assoliment s'ha realitzat per a cada un dels blocs competencials que hem considerat. Com a resultat hem obtingut un instrument d'anàlisi de cada un dels blocs. Aquest procés és el que s'exposa en els apartats següents.

2.6.4 Instrument d'anàlisi de la competència en modelització matemàtica

Des de fa molts anys ha hagut recerques sobre activitats que relacionen les matemàtiques amb problemes de la vida real i sobre modelització. Recerques sobre les competències en modelització matemàtica, actualment, encara són poques i, tal com diu Maaß (2006), segurament en són necessàries més perquè encara hi ha molts elements en discussió.

Des de fa alguns anys existeix una discussió sobre l'enfocament que se li ha de donar tant a l'ensenyament com a l'avaluació de les competències modelitzadores. Blomhøj i Jensen (2003) diferencien l'enfocament holístic de l'atomístic. L'enfocament holístic és el que contempla el procés de modelització íntegrament amb tots els passos que s'han mostrat a la definició, és més complexe i exigeix més temps de dedicació però és més real i més motivadora pels alumnes. Per una altra banda, l'enfocament atomístic (Blomhøj i Jensen, 2003) o reduccionista (Blomhøj i Jensen, 2007) aborda el problema d'una o algunes de les fases del procés de modelització, però no del procés en el seu conjunt. Aquests autors consideren que l'enfocament reduccionista

facilita la comprensió d'algunes parts del procés però que per a comprendre el que és el procés de modelització s'han de fer activitats que promoguin recórrer tot el procés de modelització sencer.

Alguns investigadors com Haines i Crouch seguint aquest enfoc reduccionista (ells no l'anomenen així) (2001a, 2001b, 2005a, 2005b) han realitzat nombrosos estudis basats en qüestionaris d'elecció múltiple i han obtingut resultats interessants per a la recerca actual sobre modelització. Els alumnes completen aquests qüestionaris en uns 20 ó 30 minuts, i com a resultat s'obté informació sobre la seva millora de les habilitats modelitzadores i faciliten l'establiment d'una escala de les habilitats de modelització matemàtica. A part de la petita inversió de temps que requereix aquesta prova, els mateixos autors destaquen altres avantatges com que permeten focalitzar sobre les idees que els interessa sobre un moment determinat del procés de modelització; en particular valoren que la prova ha sigut útil per estudiar la interrelació entre el món real i el model matemàtic. Permet reconèixer les dificultats dels alumnes i el seu nivell de comprensió conceptual. A més, també permet diversificar els contextos i així evitar la dependència d'un únic model o una sola situació real. Les limitacions de la prova són que no recull informació de tot el procés de modelització. Així els mateixos autors consideren que la prova no s'ocupa de estudiar les resolucions matemàtiques del problema, no fa interpretacions dels resultats, ni fa un refinament del model ni un informe del procés i dels resultats obtinguts.

A l'estudi de Blomhoj i Jensen (2003) es destaca que, per a que els alumnes desenvolupin les seves competències modelitzadores, cal un equilibri entre l'enfocament holístic i atomístic. Consideren que cap dels dos enfoc per sí sols són adequats. Però en el cas d'un enfoc únic és més inadequat l'atomístic ja que és més fàcil adaptar-ho a les estratègies més tradicionals d'educació matemàtica i és perd la idea del procés de modelització.

Estudis més recents com el de Maaß (2006) posen de manifest que per estudiar les competències modelitzadores no és suficient tenir present les diferents fases del procés de modelització sinó que hi ha altres factors importants com són el desenvolupament de la competència metacognitiva, competència per estructurar fets, competències en discussió matemàtica i actitud positiva. També Blomhoj i Kjeldsen (2006) assenyalen que encara que analíticament a la competència modelitzadora hi podem reconèixer altres subcompetències no significa que es puguin aprendre per separat. Al contrari, des del punt de vista pedagògic cal mostrar la competència modelitzadora destacant aquest aspecte holístic del procés de modelització.

Al nostre treball considerem que l'estudi de les competències, en especial les modelitzadores, ha de tenir en compte el procés sencer que han realitzat els alumnes per estudiar una situació real concreta, interpretat com un cicle genèric de 16 accions.

S'ha de començar per explicitar el concepte de competència modelitzadora, quines són les competències que la integren i quins són els indicadors d'assoliment. A continuació abordem aquestes qüestions.

No hi ha acceptada una definició única del que és la competència modelitzadora. Una de

les primeres definicions que es van donar va ser la de Blomhoj i Jensen (2003) on defineixen la competència modelitzadora com "el ser capaç de recorre tots els passos del procés de modelització (que han donat previament) amb autonomia i aprofundiment en un context concret". Per a Kaiser i Schwarz (2006) és un debat que actualment encara està obert. Aquests autors estableixen diferències entre el què són competències modelitzadores de les habilitats modelitzadores. Les primeres no només inclouen les habilitats sinó que també comporta la predisposició a resoldre problemes d'aspecte matemàtic presos de la realitat a través de la modelització matemàtica.

En la mateixa línia, Maaß (2006) considera que la competència modelitzadora inclou les habilitats de portar a terme el procés de modelització apropiadament i orientat als objectius així com amb la voluntat (o determinació) per posar-les en acció. Els resultats del seu estudi mostren que les competències modelitzadores inclouen més que les que apareixen com a fases del procés de modelització. Factors importants són el desenvolupament de la competència metacognitiva, estructurar fets, competències en discussió matemàtica i actitud positiva.

Des de la nostra perspectiva considerem que aquesta definició s'ajusta millor a les nostres idees ja que fa referència als factors emocionals que suposa tenir la voluntat de portar a terme el procés. Altres autors com Tanner i Jones (1995) assenyalen la motivació com una part essencial de les competències modelitzadores.

Per a definir amb detall les competències que integren la competència general de modelització es reconeix que hi ha una forta relació d'aquestes amb la concepció del procés de modelització (Maaß, 2006). Basant-nos en aquesta idea hem definit les subcompetències a partir de la definició donada a l'apartat 2.5.2 del procés de modelització.

A la discussió actual sobre el significat de les competències modelitzadores, Maaßs (2006) assenjala que sovint els nivells d'assoliment dels estudiants es mostren per l'anàlisi dels esquemes donats en lloc d'enunciar explícitament les subcompetències. Nosaltres, a partir de l'esquema anterior, enunciam les subcompetències i els nivells d'assoliment que es mostren a continuació.

1.- Ser capaç de comprendre situacions problemàtiques abordables matemàticament.

Taula 2.6. Competències per comprendre situacions problemàtiques i els indicadors d'assoliment

Subcompetències	Indicadors d'assoliment
Identificar característiques de la realitat (matematitzables) al voltant d'una situació problemàtica.	N1.- Reconèixer elements matemàtics (quantitats, proporcions, formes, canvis, mesures, etc) que influeixen a la situació o identifica aspectes clau. Veu els possibles elements que implicats a la situació tot i que no els descriu com a variables. Reconeix dependències, tot i que no les defineix com a tals. Expressen o enuncien relacions entre els aspectes importants que han considerat. N2.- Reconèixer el valor (importància) de seleccionar informació rellevant per concretar la situació problemàtica, mostrant consciència que ha de fer suposicions sobre la situació inicial proposada per a simplificar-la. Plantejar qüestions associades a la situació que porten interès matemàtic. Identifica un cert grau de rellevància de les informacions necessàries per enfrontar la situació.
12.- Concretar una finalitat problemàtica i mitjans per resoldre-la.	N1.- Saber qüestionar-se sobre el canvi, proporció, mesura, optimització, patrons, forma etc davant d'una situació real. N2.- Saber identificar l'interès social que té analitzar el canvi, la proporció, mesura, optimització patrons etc a més de saber plantejar-se qüestions davant d'una situació real.

2.- Ser capaç d'enunciar (adoptar) un model associat a una situació proposada.

Taula 2.7. Competències per enunciar (adoptar) un model associat a una situació proposada i els seus indicadors d'assoliment

Subcompetències	Indicadors d'assoliment
21.- Identificar objectes i relacions rellevants per l'objectiu que ens proposem.	N1.- Mostrar consciència dels elements reals que afecten a la situació seleccionada. Fer suposicions sobre la situació o simplificar la situació real. (en el bar de l'institut fixa un espai per a que la gent pugui accedir a la barra, a partir d'aquí es fixa l'espai dedicat a les taules) N2.- A més de l'anterior, sap identificar prediccions adients a l'enunciat proposat.

Continua a la pàgina següent

Continuació de la taula 2.7

Subcompetències	Indicadors d'assoliment
22.- Seleccionar variables, paràmetres i constants de la situació adients a la finalitat que ens proposem	N1.- Mostrar consciència del conjunt de variables que intervenen, dels paràmetres i de les constants (al bar de l'institut les han fixat, que la forma de la taula serà rodona, i que el tamany depèn de la variable radi, però han de fixar el valor constant de l'espai que ocupa una persona). N2.- Mostrar consciència del diferent abast o rellevància de les variables considerades
23.- Identificar i explicitar els àmbits matemàtics en els que es situa el model	N1.- Saber reconèixer i explicitar un o uns models matemàtics coneguts que regula la situació (proporcionalitat, mesura). N2.- Adoptar explícitament models matemàtics coneguts a la situació proposada.
24.- Explicitar relacions entre objectes reals i continguts matemàtics.	N1.- Saber identificar els objectes reals amb les variables que interven i escriure les relacions corresponents amb l'ús de les matemàtiques. N2. A més, explícita les relacions de forma lingüísticament acurada.
25.- Controlar el conjunt de relacions matemàtiques establertes.	N1.-Mostrar que se sap comprovar que els diferents sistemes de relacions són coherents a la situació que ens plantejem. N2.- Reconèixer la importància de representar la relació de formes diverses.
26- Explicitar la dependència entre les variables matemàtiques, així com les suposicions i propietats d'aquestes variables.	N1.- Explicitar la dependència entre les variables matemàtiques de manera raonada amb llenguatge natural. N2.- Explicitar la dependència entre les variables matemàtiques així com les suposicions i propietats d'aquestes variables fent ús del llenguatge matemàtic adient.

3.- Ser capaç de fer formulacions matemàtiques de la situació problemàtica dins del model.

Taula 2.8. Competències per fer formulacions matemàtiques de la situació problemàtica dins del model i els seus indicadors d'assoliment

Subcompetències	Indicadors d'assoliment
31.- Formular una hipòtesis.	N1.- Plantejar una hipòtesis matemàtica sobre aspectes parcials de la situació que tracten de modelitzar. N2.- Plantejar una hipòtesis matemàtica com a focus central de la situació que tracten de modelitzar.
32.- Formular un problema	N1.- Formular un problema matemàtic en relació a un model adoptat. N2.- Mostrar consciència d'estar adaptant un model conegut

4. Ser capaç de trobar solucions matemàtiques dins del model

Taula 2.8. Competències per trobar solucions matemàtiques dins del model i els seus indicadors d'assoliment

Subcompetències	Indicadors d'assoliment
41.- Resoldre el problema	N1.- Emprar alguna estratègia per resoldre el problema: heurística, assaig-error, tempteig, particularitzant i generalitzant, fent conjectures. Usa coneixement matemàtic, fent servir propietats, relacionant diferents parts de la matemàtica. N2.- Emprar diverses estratègies i valorar-les i mostra indicis de planificació del procés.

5.- Ser capaç d'interpretar resultats associats a la situació proposada.

Taula 2.9. Competències per interpretar resultats associats a la situació proposada i els seus indicadors d'assoliment

Subcompetències	Indicadors d'assoliment
51.- Interpretar matemàticament les solucions dels problemes	N1.- Mostrar indicis que se sap explicitar apropiadament el resultat matemàtic observat. N2.- Mostrar indicis que se sap fer generalitzacions dels resultats.

6.- Ser capaç de comparar el resultat obtingut amb la realitat original.

Taula 2.10. Competències per contrastar resultats i els seus indicadors d'assoliment

Subcompetències	Indicadors d'assoliment
61.- Validar el model contrastant la validesa i coherència de les solucions matemàtiques i de les prediccions en el context de la situació real inicial.	N1.- Comprovar críticament i reflexionar en el context real la solució matemàtica trobada i reconèixer el grau de validesa del model construït. N2.- Generar prediccions, noves propostes de problemes associats a la situació inicial.
62.- Revisar parcial o completament el model construït.	N1.- Si la comprovació de 14 no resulta satisfactòria, ser capaç de revisar el model. N2.- Revisar el model per afinar la solució per ajustar-la a nous valors de les variables. Ser capaç de comparar models, no només resultats, diferents.
63.- Reconèixer el significat i l'abast que les solucions i conclusions tenen a la situació real inicial.	N1.- S'explícita un significat associat al resultat obtingut en relació amb el món real. N2.- S'explica la relació contrastada entre objecte real, distingint-los dels resultats matemàtics

Fins aquí hem definit el que és el bloc competèncial de modelització matemàtica, les competències que l'integren i els indicadors d'assoliment. D'aquesta manera queda definit el que és l'instrument d'anàlisi del nivell competèncial dels alumnes en aquest bloc. Seguidament es continua amb els altres blocs.

2.6.5 Instrument d'anàlisi de la competència en pensament i raonament matemàtic

No hi ha la mateixa tradició d'estudiar la competència en pensament i raonament matemàtic com la d'estudiar la competència modelitzadora que s'acaba de veure. Farem una aproximació per a la seva definició. Basant-nos en les idees de Niss i de Mason considerem el pensament i raonament matemàtic competent ve caracteritzat prrincipalment pels processos de: identificació, reconeixement, formulació de qüestions, distinció, selecció, establiment de relacions, establiment d'hipòtesis i conjectures, interpretacions, valoracions, comprensió, elaboració d'arguments.

Tenint en compte l'experiència acumulada en els darrers anys que hem realitzat aquestes activitats s'ha elaborat el següent llistat de competències i indicadors d'assoliment que caracteritzen el pensament i raonament matemàtic en el treball de projectes.

Taula 2.11 Competències en pensament i raonament matemàtic i indicadors d'assoliment.

Competències	Indicadors d'assoliment
1. Plantejar qüestions matemàtiques	11.- Ser capaç de qüestionar-se matemàticament el treball. 12.- Identificar propietats rellevants matemàtiques en el decurs del treball.
2. Comprén i manipula les limitacions i l'abast de conceptes donats.	21.- Identificar rangs de validesa de propietats. 22.- Reconeixer conceptes matemàtics en situacions reals i les relacions que puguin donar-se entre ells. 23.- Reconeixer variables rellevants per la construcció del model. 24.- Saber fer raonadament suposicions sobre les condicions del problema o fixar valors de variables que intervenen o restringir-los en funció de la naturalesa del problema real plantejat. 25.- Reconeixer l'abast i aprofundiment del problema plantejat. 26.- Reconeixer limitacions vinculades a les propietats matemàtiques dels conceptes implicats.(precisió matemàtica)

Continua a la pàgina següent

Continuació de la taula 2.11

Competències	Indicadors d'assoliment
3.- Extensió de l'abast d'un concepte per abstracció d'algunes de les seves propietats; generalització de resultats al major nombre de classes d'objectes.	31.- Reconeixement i ús de propietats matemàtiques necessàries per a resoldre la situació. 32.- Reconeixement i ús de formes de resoldre per mitjà de generalitzacions. 33.- Fa servir un contingut nou per deducció o abstracció d'algunes de les relacions observades.
4.- Distinció entre diferents tipus d'estaments matemàtics	41.- Saber justificar les matemàtiques que fa servir. 42.- Distinguir entre processos analítics, geomètrics, etc.-
5.-Comprendre i avaluar arguments encadenats posats per altres.	51.- Identificar informacions matemàtiques necessàries. 52.- Establir argumentacions sobre els elements matemàtics del problema.
6.- Saber el que és una comprovació matemàtica i en que es diferencia d'altres tipus de raonaments matemàtics per exemple heurístics.	61.- Realitzar comprovacions. 62.- Identificar processos de prova deductiva. 63.- Identificar processos d'assaig/millora.
7.- Reconèixer les idees bàsiques d'una línia argumental donada, distingint les idees principals dels detalls, les idees dels tecnicismes.	71.- Explicitar de forma distingida elements matemàtics emprats. 72.- Representar argumentadament per mitjà d'expressions matemàtiques.
8.-Inventar arguments matemàtics formals i informals, i transformant arguments heurístics en proves vàlides	81.- Evidenciar arguments heurístics. 82.- Introduir raonaments informals. 83.- Realitzar proves.

A la columna de l'esquerra estan les competències que integren aquest bloc i a la dreta estan els indicadors d'assoliment que ens han de permetre fer l'anàlisi dels nivells competencials dels alumnes en la realització de projectes.

Al següent apartat es mostren les competències i indicadors d'assoliment del bloc de comunicació d'idees matemàtiques.

2.6.6 Instrument d'anàlisi de la competència en comunicació d'idees matemàtiques

Per a definir les competències que integren aquest bloc, així com els seus corresponents indicadors d'assoliment, ens trobem amb problemes similars als del bloc anterior de les competències de pensament i raonament matemàtic.

El que es farà és combinar els elements que són propis de la comunicació matemàtica que considera Niss (2003) amb el que es considera que són els bons elements de la comunicació (Haines et al., 1996a) El resultat és la taula 2.12

Taula 2.12: Subcompetències i indicadors d'assoliment

Subcompetència	Indicadors d'assoliment
1.- Ser capaç de fer ús explícit de representacions d'objectes matemàtics i la seva interpretació en el model.	11.- Captar l'atenció de l'auditori en els objectes matemàtics i en la seva interpretació associats a l'activitat. 12.- Mostrar indicis de reflectir i interpretar amb claredat els objectes matemàtics que apareixen al model. 13.- Representar i interpretar amb un cert grau de precisió les variables que intervenen en el model i les seves relacions. 14.- Mostrar de forma adient, un bon sistema de relacions entre objectes matemàtics associats al model. 15.- Representar de forma precisa les relacions entre realitat i objectes matemàtics associats al llarg de tot el treball. 16.- Manifestar judicis adients per a mostrar informacions rellevants del model.
2.- Ser capaç de descodificar formalismes mitjançant l'ús de sistemes de signes matemàtics adients.	21.- Mostrar i exemplificar explícitament els processos realitzats, i els objectius de manera comprensible i empàtica. 22.- Explicitar i assumir les accions de descodificació en el model, transmetent aquest procés de manera coherent. 23.- Descodificar amb precisió i correcció interpretativa, fent servir els sistemes de signes adients. 24.- Mostrar exemples de manera sistemàtica en els moments de descodificació. 25.- Separar amb coherència els objectius del problema, i justificar el procés de descodificació de manera adient. Si és possible, més enllà de identificar els instruments matemàtics emprats. 26.- Expressar amb fidelitat i precisió els elements de descodificació rellevants per a captar el model. En la mesura del possible saber explicitar la distinció entre particularització i generalització a la comprensió del model.

Continua a la pàgina següent

Continuació de la taula 2.12

Subcompetència	Indicadors d'assoliment
3.- Ser capaç de fer servir registres diferenciats a les explicacions del procés de modelització	<p>31.- Fer servir diferents registres comunicatius per a expressar les fases que componen el procés de modelització adoptat.</p> <p>32.- Reconèixer argumentacions associades als registres utilitzats, de manera que expliquin de manera comprensiva moments (al menys un d'ells) claus del model.</p> <p>33.- Fer servir registres diferents de manera adient, amb esforç per a esgotar les possibilitats de fer-ho. En especial, fer servir els registres simbòlics de manera adient.</p> <p>34.- Fer servir registres diferents per posar en evidència l'organització del treball realitzat per tal d'explicar millor el model.</p> <p>35.- Expressar amb claredat l'estructura del procés realitzat relacionant els registres corresponents. Més especialment, en l'explicitació dels objectius i conclusions.</p> <p>36.- Fer servir registres diferents associats als diferents moments del procés de modelització. Expressar el seu significat i valor</p>
4.- Ser capaç d'aplicar tècniques i principis adients i explicitar-los de manera correcta.	<p>41.- Mostrar de manera coherent les tècniques matemàtiques emprades en el procés de matematització vertical en el model.</p> <p>42.- Explicitar els procediments matemàtics i el seu interès per a la descripció del model.</p> <p>43.- Fer servir operacions, càlculs, i principis correctes i variats per a la justificació del model.</p> <p>44.- Explicitar amb precisió la finalitat de certes tècniques que s'han fet servir en un moment determinat.</p> <p>45.- Incorporar a les explicacions del procés, les tècniques utilitzades a cada una de las fases, y sempre que sigui possible introduir exemples adients que mostrin la relació particular-general pròpia del model.</p> <p>46.- Introduir explicacions que mostrin la rellevància de certes tècniques emprades en el model, per damunt d'altres menys rellevants.</p>
5.- Explicitar el model emprat al llarg del treball fent servir argumentacions matemàtiques adients.	<p>51.- Comunicar el treball realitzat, reconeixent el valor social i de descobriment emprant arguments convinents.</p> <p>52.- Descriure les parts importants del procés fent servir arguments concisos i fonamentant-se amb exemples particulars.</p> <p>53.- Fer servir argumentacions inferencials i comparatives per a expressar i justificar els elements del procés que es descriuen.</p> <p>54.- Explicitar les principals idees del procés mitjançant recursos comunicatius estructurats.</p> <p>55.- Expressar argumentacions adequades que permetin visualitzar el conjunt del procés realitzat i distingir-lo dels elements que l'integren.</p> <p>56.- Exposar arguments que posin en evidència els elements claus del procés realitzat.</p>
6.- Exposar el treball de modelització fent servir eines i recursos adients.	<p>61.- Mostrar aspectes del treball realitzat, si pot ser els més rellevants, mitjançant recursos comunicatius atractius.</p> <p>62.- Utilitzar eines visuals diverses a la presentació, oral o escrita, del treball, de manera que fa veure més enllà del que estrictament s'ha presentat.</p> <p>63.- Fer servir eines per aconseguir exactitud i precisió en els càlculs i figures.</p> <p>64.-</p> <p>65.- Mostrar generalitat i variabilitat mitjançant recursos adients als moments oportuns del treball.</p> <p>66.- Expressar tècnicament la variabilitat del fenomen, més enllà del dossier o ppt, per a mostrar la seva importància. Mostrar les generalitzacions amb tecnologia per a resaltar la seva importància.</p>

L'estructura de la taula és similar a les anteriors. A la columna de l'esquerra estan les competències que integren aquest bloc i a la dreta estan els indicadors d'assoliment que ens han de permetre fer l'anàlisi dels nivells competencials dels alumnes en la realització de projectes. Així doncs aquest serà l'instrument d'anàlisi que es farà servir a la recerca.

2.7 Resum

La decisió de centrar la recerca en les competències dels alumnes amb dificultats en la realització de projectes ens obliga a plantejar-nos i respondre una serie de qüestions com quina concepció tenim de les matemàtiques, què pretenem aconseguir amb els projectes, de quina manera, etcètera que són les pròpies del disseny curricular. Per això s'ha fet una revisió de les últimes tendències en els currículums per veure que l'anomenat enfoc cultural és el que millor s'adapta als nostres plantejaments. Es veuen les matemàtiques com una creació dels homes per a resoldre els problemes que se'ls plantejaven a la vida. Així es reconeix a les matemàtiques un paper important en el desenvolupament de la societat. A partir d'aquí els aspectes culturals i socials de l'aprenentatge tenen importància. Des d'aquesta perspectiva s'ha hagut de donar resposta a problemes sobre l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques. Els referents que s'han fet servir procedeixen de la teoria de l'Educació Matemàtica Realística (EMR). Aquesta teoria parteix d'una determinada manera d'entendre les matemàtiques i el seu ensenyament i aprenentatge que són coherents amb les nostres creences i propòsits.

S'ha abordat el problema de definicions dels conceptes que intervenen a la recerca ja que, en general, són habituals a l'educació matemàtica però no són de significat unívocs. Així s'ha expressat el que s'entén per alumnes heterogenis i quines són les millors estratègies d'ensenyament i d'aprenentatge.

S'ha fet una caracterització del que entenem per les activitats de projectes matemàtics realístics. S'ha mostrat que es tracta d'una activitat innovadora que va més enllà de la idea clàssica de projecte de Dewey, més enllà de la resolució de problemes, més enllà dels superproblemes en el sentit de Friedlander. Bona part de l'activitat és la modelització de situacions reals però va més enllà. Molts investigadors i professors reconeixen la especial importància de les activitats de modelització en l'educació matemàtica. Ens hem ocupat també de definir com treballen professors i alumnes en aquests tipus d'activitats. Sobre el tema de modelització i aplicacions hi ha una gran tradició en investigació des dels anys 60 però que recentment s'ha vist incrementar molt. Al llarg d'aquests anys s'han fet avenços importants que hem tingut en compte, també hem procurat recollir les aportacions més recents que procedeixen dels països anglosaxons, nòrdics, Alemanya i Japó. Al final d'aquest apartat s'ha donat la definició dels projectes matemàtics realístics.

Finalment hem abordat el tema de les competències a l'educació. S'ha justificat la seva presència i s'han donat algunes definicions que permeten justificar els tres blocs competencials, el de modelització, el de comunicació d'idees matemàtiques i el de pensament i raonament matemàtics que es consideren a la recerca. Sobre l'anàlisi de les competències matemàtiques

no existeixen massa investigacions. Recentment sí que se n'han fet referides a les competències modelitzadores, però no són conegudes sobre comunicació i pensament i raonament matemàtics. En base a aquestes recerques realitzades i a l'experiència acumulada en els anys que hem realitzat els projectes amb els alumnes, hem dissenyat uns instruments d'anàlisi dels nivells competencials que hauran de ser útils per aplicar-los més endavant a la recerca.

Capítol 3

Metodologia

3.1 Introducció

3.2 Metodologia de la recerca

3.3 Posicionament del recercador

3.4 Disseny de la recerca

3.5 Fases i temporalització de la recerca

3.5.1 Fase 1

3.5.2 Fase 2

3.5.3 Fase 3

3.5.4 Fase 4

3.6 Poblacions de l'estudi

3.7 Instruments de la recerca

3.7 Dades recollides

3.8 Anàlisi de dades

3.9 Resum

3.1 Introducció

En aquest capítol presentem la metodologia que farem servir a la nostra recerca per assolir els objectius plantejats. Nosaltres volem estudiar les competències matemàtiques, especialment les modelitzadores, dels alumnes amb dificultats d'aprenentatge que treballen en un aula heterogènia, a través dels projectes. Els subproblemes en què hem esmicolat el nostre objectiu, així com els referents teòrics que emprarem al nostre treball, han quedat exposats a capítols anteriors.

A la recerca hem optat per la metodologia **qualitativa etnogràfica d'estudi de cas** perquè creiem que és la que millor s'adapta al problema que ens plantejem tal com es mostra a l'apartat 3.2. D'acord amb Latorre i alt (1997), l'èxit de la investigació qualitativa depèn de les característiques del recercador. Per això, a l'apartat 3.3 explicitem la **posició del recercador** en aquest treball.

Per tal d'assolir els objectius que ens plantejem s'ha de planificar quins mètodes i tècniques emprarem a la recerca. Aquests estan previstos en el **disseny de la recerca** que es poden veure a l'apartat 3.4 d'aquest capítol. Aquest disseny presenta el què fem i quan ho fem, a qui estudiem, quines tècniques farem servir per a obtenir les dades, i finalment què farem amb les dades recollides per a obtenir els resultats que busquem.

La recerca s'ha desenvolupat des del setembre 2002 fins al desembre de 2007. El què fem i quan ho fem durant aquest període s'explica a la secció 3.5 a on es mostren les **fases de realització** i la seva **temporalització**.

Per abordar els diferents objectius de la recerca necessitem treballar amb alumnes d'ESO. Les característiques que han de tenir aquests alumnes ens venen determinades per la naturalesa del problema que ens plantejem. Aquests alumnes constituïran les diferents **poblacions** de la recerca i es presenten a l'apartat 3.6 d'aquest capítol.

Les tècniques per a recollir dades venen donades pels **instruments** que hem emprat a l'estudi i es presenten a l'apartat 3.7. Entre aquests instruments, la prova diagnòstica de competències prèvies té especial importància a la recerca. Donada l'envergadura del procés de disseny d'aquesta prova diagnòstica, en aquest capítol només es presenten els trets més generals, i al capítol següent es mostrarà detalladament el procés de disseny i fiabilització.

La metodologia emprada a la recerca generarà un gran volum de **dades** que es presenten a l'apartat 3.8.

L'**anàlisi** que es fa de la informació recollida es mostra a l'apartat 3.9. Aquest anàlisi és el que donarà sentit a les dades recollides i permetrà donar resposta al problema plantejat a la recerca.

Les relacions entre els elements que configuren la metodologia de la recerca es poden veure al mapa conceptual de la figura 3.1.

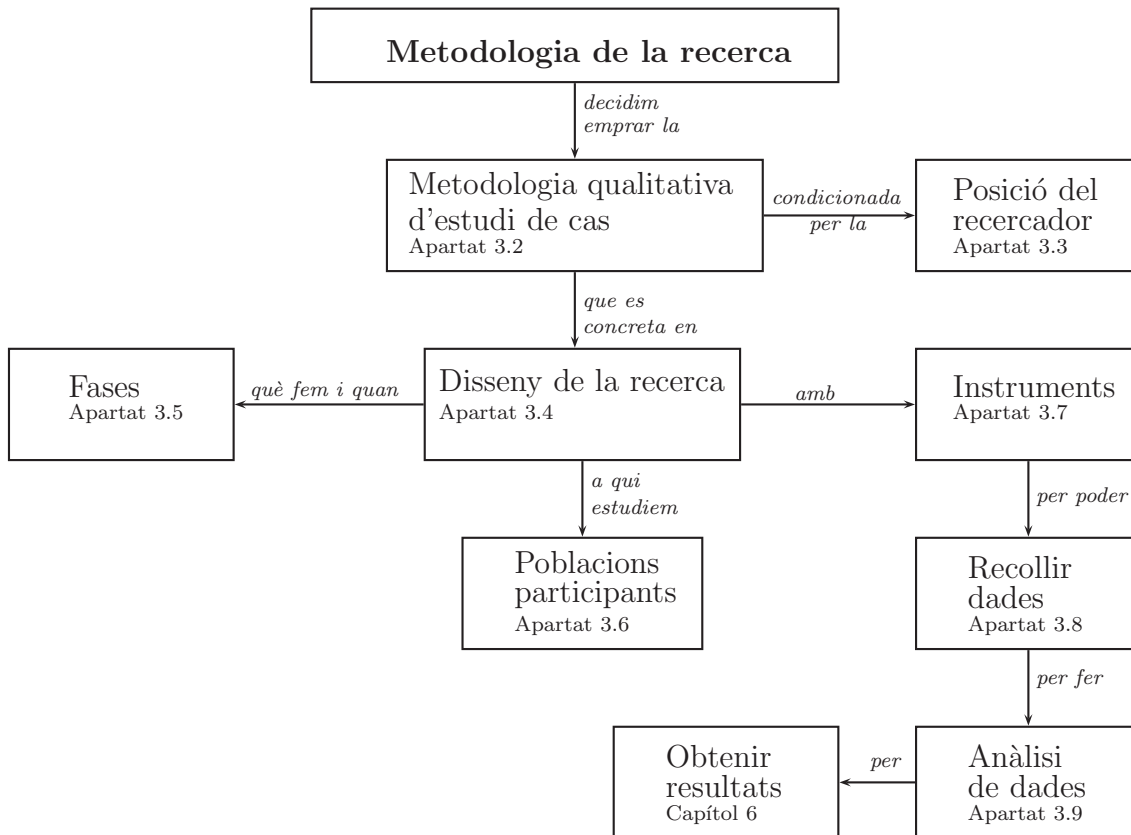


Figura 3.1: Mapa conceptual de la recerca

3.2 Metodologia de la recerca

En qualsevol recerca la metodologia més adient depèn del tipus de problema que es planteja i del coneixement que es vulgui assolir. Nosaltres ens hem plantejat el reconeixement del desenvolupament de competències matemàtiques d'un grup d'alumnes amb dificultats d'aprenentatge a través dels projectes matemàtics. Centrarem l'anàlisi a la producció que fan els alumnes quan realitzen les activitats de projectes matemàtics. Volem abordar una realitat dinàmica, múltiple i holística. Ens interessa comprendre i interpretar la realitat educativa en la realització dels projectes. Ens ocupem de la visió que tenen els alumnes del seu entorn des d'una perspectiva matemàtica. Ens interessa estudiar les accions que realitzen, les estratègies i processos que desenvolupen, les motivacions i intencions que tenen i com evolucionen.

Hem considerat que la metodologia més adient per aplicar a la nostra recerca és la **qualitativa etnogràfica d'estudi de cas** perquè és la que millor s'adapta a les característiques del treball que realitzarem. Aquest enfoc metodològic és el que ens permet que, com investigadors, tractem de posar-nos dins de l'alumne per comprendre'l "des de dins" (Marshall i Roosman, 1989). Ens interessem per la comprensió global de les situacions i de les persones.

A continuació presentem les principals característiques de la recerca.

La nostra investigació està orientada a l'aplicació, ja que es planteja resoldre problemes pràctics professionals a l'aula de matemàtiques i millorar l'educació matemàtica dels nostres alumnes. No és el nostre objectiu fer un marc teòric nou però sí que pretenem adquirir coneixement per a millorar la pràctica educativa. Volem aconseguir millorar el desenvolupament de les competències matemàtiques dels nostres alumnes en el marc escolar. Per això es fa una **investigació social fonamentalment explicativa**, perquè estudiem l'activitat de projectes matemàtics, els elements que l'integren i com es relacionen entre ells. Això ens permet conèixer l'estructura de l'activitat i les relacions de l'activitat de projectes amb el desenvolupament de competències matemàtiques dels alumnes.

Per ajustar i contrastar les competències a observar així com el procés a desenvolupar, es realitza un estudi pilot durant el primer any en el que realitzarem una **investigació exploratòria** que ens permetrà obtenir un primer reconeixement de la situació inicial de l'alumnat. Per tant, farem una **investigació descriptiva** ja que els fenòmens els estudiarem tal i com es donen en el moment de realitzar-se. Això és, que no introduïrem elements que puguin alterar el normal desenvolupament del procés.

Al llarg de la recerca es preveu que es recollirà la informació seguint diferents estratègies. Tot i que podem preveure les informacions que necessitem i com les buscarem podria ser que durant el procés de la recerca incorporéssim noves informacions aprofitant les circumstàncies que concorrin en cada moment. Això no s'hauria d'interpretar com falta de lògica per part del recercador sinó més aviat com que es recorre a la flexibilitat per accedir al que es vol saber o comprendre. Aquesta és una de les característiques de les recerques qualitatives com és en aquest cas (Bisquerra 2004).

Pel que fa a les fonts d'informació, fem referència a dades de primera mà, i per tant és una **recerca primària**.

És una **recerca fonamentalment empírica** perquè la recollida d'informacions es realitza a través d'estratègies interactives com entrevistes de consulta obertes i de seguiment semiestructurades, l'observació participant o l'anàlisi de documents. Fem servir entrevistes per focalitzar la nostra atenció investigadora directament en els processos matemàtics dels alumnes. Aquests processos ens mostren el seu nivell i evolució de la competència matemàtica. Les dades de la recerca ens han de permetre percebre el nivell i grau de consistència de les competències del alumnes. Farem servir la via inductiva per fer aportacions des de la praxis a la construcció teòrica.

Pel que fa a l'amplitud, la recerca és **microdidàctica** ja que treballarem amb un grup reduït d'alumnes.

Segons el caràcter de la mesura la recerca és **fondamentalment qualitativa** ja que orientem la nostra recerca a comprendre el significat dels factors i fenòmens competencials i els quantificadors de les observacions pretenen assenyalar les tendències i no ser mesures precises.

Farem una **investigació de camp** ja que tot el treball es realitza respectant la situació natural en la que els alumnes desenvolupen el seu aprenentatge. No crearem condicions artificials per a poder realitzar la recerca. Per això analitzarem les competències en el marc escolar. Al mateix temps, de manera conscient, estem desconsiderant les influències externes a l'escola. Això, com diuen Latorre i alt. (1997) permet una generalització dels resultats a les situacions afins tot i que té l'inconvenient de que no permet un control rigorós com el que caracteritza a l'investigació de laboratori.

Farem servir la **via inductiva**, ja que les comprensions i interpretacions les elaborem a partir de les dades obtingudes.

L'enfoc que li donarem és **holístic** perquè volem descriure els fenòmens de manera global en el context natural en el que es donen.

D'altra banda, es fa una **observació participant** on el recercador intervé i actua en el procés que estem investigant. És alhora observador i observat, però no és l'objectiu del nostre estudi l'anàlisi de comportament del professor. Això és una opció característica del mètode etnogràfic que hem seguit. En algunes ocasions aquest tipus d'observació pot resultar complicada. En el nostre cas no ha estat difícil per diferents raons. En primer lloc el recercador és el mateix professor que imparteix el curs a aquests alumnes, i qui els demanava aquest treball com activitat de curs. El professor s'ha presentat com una ajuda per portar a terme la tasca per aquells alumnes que ho desitgessin. Per una altra banda, el professor té clar que no ha de donar les respostes directes a les qüestions que li puguin plantejar els alumnes sinó que formula preguntes per orientar el seu procés de reflexió. Aquest plantejament ha permès de mantenir una relació molt fluida entre recercador i participants.

Alguns autors, com Latorre i alt. (1997), consideren que l'èxit de la investigació qualitativa està molt condicionada per les característiques del mateix investigador. Això fa que sigui necessari una explicitació de la subjectivitat i ideologia personal del recercador. Per això mostrem a continuació algunes característiques del recercador.

3.3 Posicionament del recercador

A la nostra recerca l'investigador es converteix en l'instrument principal de la recollida de dades ja que aquesta es fa fonamentalment per mitjà de l'observació o de l'entrevista. Per tal de comprendre millor la recerca presentem el perfil del recercador.

La percepció del coneixement matemàtic i l'educació matemàtica s'ha format al llarg de més de 20 anys d'exercir com a professor d'institut. En aquest temps ha impartit cursos de formació del professorat de secundària durant més de 10 anys. Durant alguns anys ha col·laborat amb el Departament d'Educació en els plans de formació del professorat per impulsar l'aplicació de la Logse i també més recentment amb la LOE. També s'ha de mencionar els més de 10 anys com a membre del Grup Vilatzara (de l'ICE de la UAB) on ens hem dedicat al treball per

dissenyar activitats i reflexionar el que passa a l'aula.

Un dels reptes pels que més s'interessa des de fa anys és l'educació matemàtica de tots els adolescents integrats en un sistema educatiu. Això és, sense fer diferenciacions que puguin repercutir negativament en la seva autoestima, motivació i expectatives. Al meu entendre, és un dels reptes més difícils que té avui plantejat l'ensenyament no tan sols de les matemàtiques sinó en general qualsevol altra matèria.

Part de les idees de les que s'ha valgut per afrontar aquest repte ha sigut l'ús de les situacions reals properes a l'entorn conegut de l'alumnat per introduir activitats matemàtiques. De mica en mica, aquestes activitats en context reals han evolucionat fins arribar a ser els projectes matemàtics sobre els que ara centrem l'estudi. L'experiència durant anys de fer aquests projectes amb els alumnes d'ESO ha sigut molt positiva.

Per una altra banda, el recercador és conscient de la forta influència que té la manera de formular el que s'espera que els alumnes aprenguin al final de la secundària, en la manera d'ensenyar matemàtiques que fan servir els professors a les seves aules. Actualment, el que sembla que és més coherent amb el plantejament integrador de l'educació és expressar les finalitats educatives en termes de competència matemàtica.

La relació dels projectes amb el marc teòric de les competències, és el que ha portat a plantejar com a recerca l'activitat de projectes com instrument per al desenvolupament de competències matemàtiques. Esperem que els resultats que s'obtinguin puguin fer aportacions interessants per millorar el panorama actual de l'educació matemàtica obligatòria.

Per comprendre com hem realitzat la recerca, cal concretar de quina manera pràctica s'ha respost a les preguntes de la recerca i com s'assoleixen els objectius que ens hem plantejat. Aquesta concreció és el que es presenta al disseny de la recerca a l'apartat següent.

3.4 Disseny de la recerca

Una vegada hem decidit la metodologia a emprar a la recerca, mostrarem com ens plantegem abordar cada un dels objectius de la tesi per assolir els resultats que busquem.

El primer objectiu és caracteritzar el treball de projectes. Una dificultat amb que ens trobem és el caràcter polisèmic de la paraula "projectes" en l'àmbit educatiu. És a dir, observem que a diferents matèries i a diferents nivells es parla de projectes per a referir-se a tipus d'activitats diferents. Per tant es fa necessari començar per definir-los per comprendre de manera inequívoca a què ens estem referim quan nosaltres parlem de projectes. Per l'assoliment del nostre objectiu la definició dels projectes no serà suficient. Caldrà caracteritzar-los com activitat matemàtica per comprendre el valor que tenen a l'educació matemàtica. Per això buscarem referents bibliogràfics i treballs d'investigació ja realitzats fin ara sobre el tema. Els resultats d'aquesta cerca ja s'han mostrat al capítol 2.

El segon objectiu del nostre estudi és dissenyar i implementar un treball de PMR. Fonamentalment es pretén aconseguir uns indicadors dels nivells competencials dels alumnes. Per això, necessitem una prova que ens permeti fer aquest diagnòstic sobre les competències matemàtiques. Com que no n'hi ha proves estàndards per reconèixer aquests nivells competencials, decidim dissenyar-ne una específicament amb aquesta finalitat.

El tercer objectiu és reconèixer les competències assolides per un grup d'alumnes amb dificultats en la realització dels PMR. Per això, primer seleccionarem els alumnes que tenen dificultats i se l'anomenarà grup d'estudi (GE). A continuació farem un seguiment del procés que aquests alumnes segueixen en la realització dels projectes i així obtenir-ne dades per a l'anàlisi posterior i així obtenir resultats sobre les competències desenvolupades.

Aquestes dues necessitats, la diagnòsi dels nivells competencials i el seguiment del procés de realització de projectes, ens han portat a plantejar-nos la recerca fent primer un **estudi pilot** i seguidament un **estudi de cas**. Esquemàticament ho representem a la figura 3.2 .

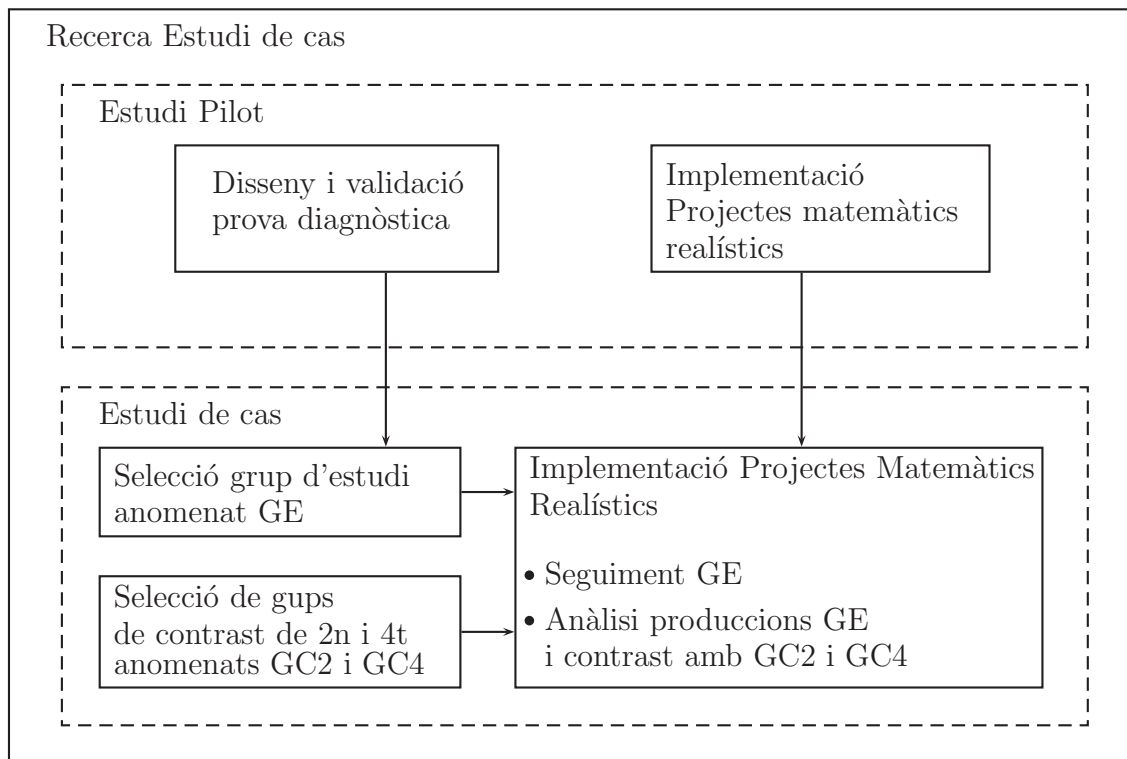


Figura 3.2: Esquema recerca

La finalitat de l'estudi pilot és doble. Per una banda ens ha de permetre obtenir el disseny i fiabilització de la *prova diagnòstica* que farem servir per a reconèixer els nivells competencials en matemàtiques dels alumnes. Per una altra, ens ha de servir per a millorar la implementació dels projectes i el seguiment del procés que segueixen els alumnes del GE, d'acord amb els objectius de la recerca.

La prova diagnòstica la farem servir per obtenir informacions útils que ens permetin objec-

tivitzar la selecció del nostre grup d'alumnes amb dificultats sobre els que centrarem l'estudi de cas. Aquestes informacions es referiran a categories d'habilitats i competències que haurem establert a partir dels referents curriculars i elements teòrics.

La implementació dels treballs de projectes de l'estudi pilot ens ha de servir per millorar la planificació de la implementació dels projectes durant l'estudi de cas, de manera que ens assegurí l'obtenció de les dades que necessitem per a poder donar resposta als problemes que ens hem plantejat a la recerca.

Per a reconèixer les competències matemàtiques que s'observen en la implementació dels projectes es necessiten uns indicadors. Per assolir-ho es dissenyaran uns instruments que permetin reconèixer les competències que intervenen així com diferenciar graus d'assoliment. Aquests instruments ja han estat presentats al capítol 2.

La taula 3.1 recull els elements del disseny de la recerca que relacionen els objectius plantejats amb els plantejaments teòrics necessaris per abordar-los i els elements de l'acció recercadora, que s'han exposat.

Els instruments que s'han dissenyat han de permetre obtenir dades que s'analitzaran posteriorment per arribar als resultats que busquem. L'anàlisi es farà per contrast amb altres grups d'alumnes que es seleccionen expressament amb aquesta finalitat i als que s'anomenaran grups de contrast. Un d'aquest grup estarà format per alumnes de 2n d'ESO al que ens referirem GC2 i l'altre, format per alumnes de 4t d'ESO, al que ens referirem com GC4, com es mostra a la figura 3.2.

D'aquestes anàlisis hem d'aconseguir reconèixer els nivells competencials dels alumnes del grup d'estudi (GE) en pensament i raonament matemàtic, en comunicació d'idees matemàtiques i en especial de les competències modelitzadores. A més d'obtenir uns indicadors numèrics dels nivells competencials, farem una interpretació qualitativa dels mateixos.

En aquest apartat hem mostrat què és el que fem per assolir els diferents objectius, però no ens hem referit encara a quan es realitza cada una de les accions. Això és el que es mostra a les fases de la recerca que s'exposen a l'apartat següent.

3.5 Fases i temporalització de la recerca

El període en el que s'ha realitzat la recerca transcorre des de setembre de 2002 fins a finals de 2007. Al capítol 1 s'ha definit el problema de la recerca i els subproblemes associats i hem fixat els objectius de la tesi. A continuació mostrem com organitzem la recerca en quatre fases per assolir els objectius que ens plantejem.

Taula 3.1: Disseny de la recerca

Objectius de la tesi	Elements teòrics	Elements del disseny
1.- Caracteritzar els PMR	Definició dels PMR. Processos i competències	Síntesi de treballs realitzats i enfocaments de les recerques sobre projectes com activitat matemàtica. Estudi d'investigacions anteriors.
2.- Disseny i implementació dels PMR com estudi pilot. Elaboració prova diagnòstica	Diagnosi competencial.	Anàlisi curricular (reconeixement d'influència de variables curriculars en el treball de projectes). Identificació d'elements teòrics per a una proposta.
	Categories d'habilitats i competències	Anàlisi quasiexperimental de resultats competencials
	Reconeixement de competències prèvies.	Anàlisi quasiexperimental. Estudi de cas
3.- Aportar indicadors específics per a reconèixer competències matemàtiques (en especial les modelitzadores) en el treball de projectes.	Marc curricular. Context. Competències implicades als projectes. Elements d'integració de l'alumnat.	Presentació i justificació de l'estudi de cas. Anàlisi de projectes de 1r i 2n cicle.
		Descripció interpretativa etnogràfica.
		Anàlisi competencial. El marc teòric exposat al capítol 2, sustenta els quadres i indicadors de valoració competencial. Anàlisi qualitativa etnogràfica
3.- Caracteritzar el procés de modelització que s'observa en la implementació del treball de projectes, en particular el que segueixen els alumnes amb dificultats.	Model de modelització	Implementació del treball de projectes. Anàlisi del procés de modelització

3.5.1 Fase 1: Pilotatge

Aquesta fase es realitza durant el curs escolar 2002-03. En aquest període abordarem el primer objectiu de la recerca i, a través de l'estudi pilot presentat a l'apartat 3.4, abordarem els objectius 2 i 3.

A l'objectiu 1 de la tesi ens plantegem caracteritzar els PMR. La idea de treballar amb projectes no és nova a l'educació però, com ja s'ha dit, no sempre se li dóna el mateix significat. Per tant, creiem que es fa necessari començar per fer la definició de projectes. Voldrem deixar clar el que entenem nosaltres per projectes matemàtics realístics (PMR) per tal de diferenciar-

los d'altres tipus d'activitats també anomenades projectes. A partir d'aquesta definició i dels referents bibliogràfics que disposem, ens proposem caracteritzar els PMR. Al capítol 2 s'han mostrat els resultats. D'aquesta manera estarem assolint una part del primer objectiu de la tesi.

A la implementació de l'estudi pilot, es fa una primera aproximació a l'assoliment dels objectius 2 i 3.

A l'objectiu 2 de la tesi ens hem plantejat identificar el nivell inicial de desenvolupament de les competències matemàtiques dels alumnes. Per això en aquesta fase ens proposem identificar els elements de diagnosi competencial que podem reconèixer en els alumnes d'ESO i que ens permetin situar les dificultats de l'alumnat previament al treball de projectes. Començarem per definir les competències matemàtiques que intervenen en la realització dels projectes i dissenyarem una prova diagnòstica per conèixer el nivell que els nostres alumnes tenen en cada una d'aquestes competències abans de realitzar cap projecte. El procés complet de com es dissenya la prova diagnòstica és llarg i complex i s'explica més endavant, al capítol 4 a la pàgina 139. A més de fer la prova dissenyarem un programa informàtic que faciliti la correcció i les anàlisis que s'hauran de fer posteriorment.

A l'objectiu 3 de la tesi ens plantejarem caracteritzar el procés de modelització que es segueix en la realització dels treballs de projectes matemàtics. A l'estudi pilot que portarem a terme en aquesta fase prepararem el procés que els alumnes han de seguir en la realització dels projectes de manera que ens permeti obtenir les informacions que necessitem a la recerca. Com que en aquest objectiu destaquem l'interès de mostrar el procés de modelització que segueixen tots els alumnes i en especial els alumnes que han mostrat dificultats d'aprenentatge a l'aula, es decideix seleccionar un grup d'alumnes d'aquestes característiques sobre el que se centraran les observacions que realitzarem. A l'estudi pilot s'han de preveure els instruments per recollir les informacions i els recursos tècnics per enregistrar-los digitalment en audio i/o video i avaluar la seva eficiència de cara a l'estudi que ens proposem.

Es preveu que a les anàlisis de l'estudi pilot tindrem en compte, a més dels projectes realitzats i la prova diagnòstica, la prova de competències bàsiques elaborada pel Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya l'any 2003 per tal de contrastar els resultats.

Amb els alumnes del grup d'estudi es realitzarà un estudi de cas específic amb totes les dades que disposem. Amb aquestes dades es farà una anàlisi quasiexperimental de resultats competencials dels alumnes d'aquest grup. Aquesta anàlisi ha de servir per millorar el seguiment que es fa dels alumnes amb dificultats i aconseguir millorar el procés de modelització que segueixen.

3.5.2 Fase 2: Replanificació del procés i treball de camp

A la segona fase ens proposem fer el treball de camp de la nostra recerca. S'allargarà des del setembre 2003 fins al juny 2005. Aquesta fase es porta a terme en dues etapes. Una durant el curs 2003-04 i l'altra durant el curs 2004-05. A continuació s'exposa cada una d'elles.

a) Curs 2003-04

La població que participa és un grup d'alumnes que durant el curs 2003-04 fan 1r d'ESO. Ja hem dit que l'objectiu 3 de la tesi focalitza la recerca en els alumnes que mostren un baix nivell de competències matemàtiques. Per tal de seleccionar els alumnes amb aquestes característiques es passarà la prova diagnòstica elaborada a la fase anterior als alumnes de la població considerada i s'analitzaran per tal de començar a tenir dades per decidir quins alumnes mostren dificultats sobre els quals centrarem la recerca.

Es revisarà el marc teòric que hem fet servir inicialment, per tal d'anar-lo adequant a les possibles noves aportacions que des de la comunitat d'investigadors es facin en aquest àmbit. En el cas que es produeixin aquestes aportacions es faran les correccions corresponents en qualsevol moment de la recerca.

b) Curs 2004-05

En aquesta etapa volem assolir l'objectiu 3, caracteritzar el procés de modelització que fan servir els alumnes en els projectes. La població serà els alumnes que el curs 2004-05 faran 2n d'ESO i que l'any anterior, quan feien 1r d'ESO, havien fet la prova diagnòstica. Ja hem vist que la recerca està plantejada sobre un grup d'alumnes amb baix nivell competencial. Per tal de seleccionar els alumnes que han de formar aquest grup, es decideix passar a tots els alumnes el test d'intel·ligència IGF-M al començament del curs 2004-05. Es pretén que amb la informació que ens proporioni la prova diagnòstica realitzada el curs anterior, i amb la que ens aporti el test realitzat ara, farem una preselecció de candidats pel grup de seguiment. Posteriorment farem entrevistes al professorat sobre els candidats preseleccionats per contrastar les informacions obtingudes a les proves amb les seves percepcions del treball a l'aula. A partir dels resultats de la prova diagnòstica, del test IGF i de les entrevistes que es realitzen al professorat i del propi coneixement del professor recercador es definirà al grup d'alumnes amb dificultats, que anomenarem grup d'estudi GE, sobre el que centrarem la nostra recerca.

Per estudiar la resposta que donen els alumnes amb dificultats davant dels projectes matemàtics tal com ens plantegem a l'objectiu 3, la nostra població d'estudiants de 2n d'ESO realitzarà, durant el curs 2004-05, els projectes i nosaltres farem el seguiment, en especial, del grup que acabem de definir com GE. El procés que seguirem serà el que decidirem tenint en consideració les experiències dels cursos anteriors (estudi pilot i curs 2003-04). Per fer el seguiment de l'alumnat que forma el grup d'estudi GE, se'ls entrevistarà a l'inici del procés, per conèixer l'enfoc que li donen al seu projecte i les dificultats que tenen per iniciar-ho. Aquestes entrevistes es graven en vídeo i audio. També es decideix fer un diari del recercador per enregistrar les observacions que feia sobre el procés que seguien els alumnes. A mig procés es realitzen unes enquestes i

entrevistes de seguiment de les quals es grava la part d'audio. Al final del procés es grava en video l'exposició oral que cada grup fa als companys de la classe.

3.5.3 Fase 3: Anàlisi

La tercera fase començarà al curs 2005-06 i finalitzarà al juny 2007.

Tal com està recollit a l'objectiu 3 de la tesi, nosaltres pretenem detectar indicadors específics per reconèixer les competències matemàtiques. Per aconseguir-ho es categoritzen les dades a partir de tota la informació recollida durant el procés d'elaboració dels projectes, es redueixen i s'analitzen. Les informacions i observacions recollides durant el procés de la seva realització seran, a més dels projectes, entrevistes, videogravacions, anotacions al diari, etc..

3.5.4 Fase 4: Conclusions

La quarta i última fase es desenvolupa de juny a setembre 2007, quan completarem l'assoliment de l'objectiu numero 4 de la tesi. En aquest període s'elaboraran les conclusions de la recerca sobre desenvolupament competencial d'alumnes amb baix nivell inicial i sobre el procés de modelització. Es faran les interpretacions dels resultats de les anàlisis realitzades en etapes anteriors per tal d'obtenir conclusions consistents que ens permetin fer aportacions d'interès per la comunitat científica.

Voldrem explicar fins a quin punt els alumnes d'ESO són capaços de portar a terme processos de modelització, fins on arriben, on es troben les principals dificultats, quines limitacions mostren. Voldrem interpretar el que passi durant la realització dels projectes i així poder orientar sobre quines ajudes s'han d'oferir als alumnes i en quin moment.

Un resum d'aquestes fases de recerca relacionades amb els objectius de la tesi, així com amb les accions a desenvolupar en cadascuna de les fases, es mostren a la taula 3.2

Taula 3.2: Fases de la recerca

Fase i temp.	Objectius de la tesi	Accions a desenvolupar
1 Curs 2002-03	<p>1.- Caracteritzar els PMR i reconèixer les competències que intervenen.</p> <p>2.- Dissenyar i implementar un treball de PMR com a estudi pilot a primer cicle d'ESO. Fent èmfasi especial en l'elaboració d'una prova diagnòstica.</p> <p>3.- Caracteritzar el procés de modelització que s'observa en la implementació del treball de projectes. En particular el que segueixen els alumnes amb dificultats.</p>	<p>Elaborar una definició dels projectes. Caracteritzar els PMR. Recerca de bibliografia especialitzada i aportacions prèvies des de l'experiència. Disseny i validació d'una prova diagnòstica de competències necessàries per a la realització dels projectes. Anàlisi de resultats de la prova. Disseny programa informàtic per obtenir resultats de la prova diagnòstica i facilitar les anàlisis posteriors. Identificació de competències prèvies. Disseny i implementació d'un estudi pilot amb alumnes de 2n i 4t d'ESO</p>
2 Curs 2003-04	<p>2.- Dissenyar i implementar un treball de PMR com a estudi pilot a primer cicle d'ESO. Fent èmfasi especial en l'elaboració d'una prova diagnòstica.</p> <p>3.- Caracteritzar el procés de modelització que s'observa en la implementació del treball de projectes. En particular el que segueixen els alumnes amb dificultats.</p>	<p>Implementar la prova diagnòstica a 1r d'ESO i reconèixer els nivells competencials. Implementar els projectes amb alumnes de 1r i 3r d'ESO. Observar i analitzar el procés emprat. Definir competència i els blocs competencials. Implementar el test d'intel·ligència IGF i obtenir els seus resultats. Fer entrevistes a professors per contrastar les informacions del test i la prova diagnòstica. Definició del grup d'observació sobre el que es basarà la recerca. Implementar projectes amb els alumnes de 2n i 4t. Enregistrar les dades d'interès al llarg del procés.</p>
3 Curs 2004-05	<p>3.- Detectar indicadors específics per a reconèixer competències matemàtiques (en especial les modelitzadores) en el treball de projectes.</p>	<p>Elaborar el marc teòric de la recerca. Recerca bibliogràfica, discussió i reflexió. Definició i anàlisi del procés de modelització. Crear i aplicar instruments per a obtenir indicadors específics per a reconèixer competències matemàtiques en el treball de projectes. Analitzar procés i producció molt especialment al grup d'observació.</p>
4 Juliol- Desembre 2007	<p>Problema de la tesi: estudiar el desenvolupament de competències matemàtiques, en especial les modelitzadores, de l'alumnat de l'escola secundària obligatòria i, específicament, l'alumnat amb dificultats d'aprenentatge ubicats en un aula heterogènia, a través dels projectes matemàtics.</p>	<p>Tractament i anàlisi de les dades. Interpretar i explicar els resultats:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Sobre la prova diagnòstica, si ha servit pel que pretenim o proposem modificacions. 2. Interpretació del que ha passat en funció de les dificultats previstes. (Cap. 6) 3. El procés de modelització amb alumnes d'ESO. <p>Elaboració de conclusions.</p>

Per a portar a terme la recerca seguint aquestes fases que hem descrit hem de treballar amb diferents poblacions. Aquestes poblacions varien segons el que ens proposem aconseguir, com validar la prova diagnòstica, seleccionar el grup d'estudi, o els grups de contrast per a fer les anàlisis. A continuació presentem quines són aquestes poblacions que intervenen a l'estudi.

3.6 Poblacions de l'estudi

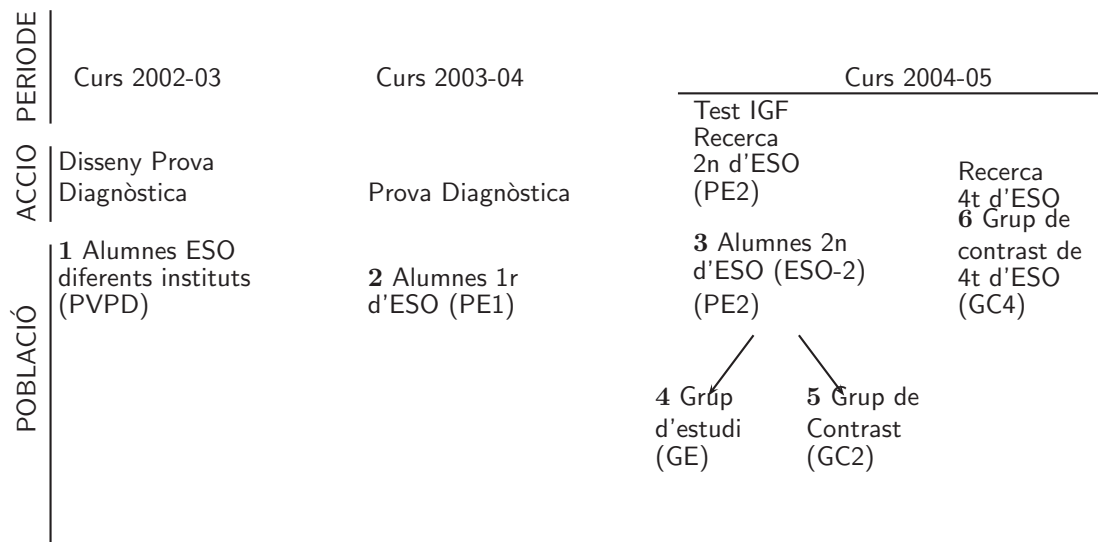
D'acord amb els objectius de la recerca es decideix escollir diferents poblacions. Aquestes es descriuen a continuació:

1. Població emprada en la validació de la prova diagnòstica de competències prèvies a la realització dels projectes (PVPD). Els criteris que utilitzarem per la selecció de la població serà alumnes d'ESO que abans no haguessin fet projectes, a ser possible de diferents centres de Catalunya. La intenció és prendre una mostra suficientment ampla per tal de poder validar la prova de diagnosi inicial.
2. Població de l'estudi de 1r d'ESO (PE1) sobre els que s'analitza el resultat dels projectes. Formen part d'aquesta població dos grups d'aula de l'IES Vilatzara que durant el curs 2003-04 cursen 1r d'ESO al que anomenarem ESO-1 ¹.
3. Població de l'estudi a 2n d'ESO (PE2). Formen part d'aquesta població dos grups d'aula de l'IES Vilatzara que el curs 2004-05 cursen 2n d'ESO. A aquesta població ens referirem al llarg de la recerca com ESO-2. De fet són els mateixos alumnes que formaven part de la població d'estudi de 1r d'ESO amb els canvis que s'hagin produït degut al canvi de curs. Això és, deixaran de formar part d'aquest grup els alumnes que es quedin repetint 1r. S'afegiran a aquest grup alguns alumnes que repeteixen 2n durant el curs escolar 2004-05, i els alumnes de nova matriculació que s'incorporin a aquests grups classe. D'aquests grups han de sortir el que serà el grup d'estudi i un grup de contrast.
4. Població del grup d'estudi per respondre a l'objectiu 2. La nostra recerca es centra en l'anàlisi del desenvolupament competencial d'alumnes amb dificultats d'aprenentatge. La selecció dels alumnes que han de formar part d'aquest grup es fa de la següent manera: es classifiquen els alumnes, segons els resultats a la prova diagnòstica, en tres subgrups. S'estableix una franja estreta per als resultats més dolents i una altra franja estreta pels més bons. Es deixa una franja ampla per als resultats entre les dues. D'aquests subgrups es seleccionen els de la franja amb la puntuació més baixa com a possibles candidats per a formar part d'aquest grup d'estudi. També es contrasten els resultats que s'obtinguin del test IGF que ens dona informació sobre la intel·ligència en general (IG), de la intel·ligència verbal (IV) i de la no verbal (INV). Aquest test dona els resultats en una escala percentual. Es seleccionen, a més dels que ja estiguin seleccionats a partir de la prova diagnòstica, aquells que estiguin en la franja del 10% inferior de la intel·ligència general (IG) i de la intel·ligència verbal (IV). La raó de fer-ho així és perquè el factor IV es medeix a través del llenguatge escrit amb símbols línguístics/matemàtics i té més a veure amb el rendiment escolar que el factor INV. Per a decidir finalment els alumnes que formaran part d'aquest grup es fa una entrevista semiestructurada al professorat de català, castellà, ciències experimentals, ciències socials, i als tutors. La intenció de fer aquesta entrevista és contrastar la percepció que aquest professors/es tenen sobre els candidats preseleccionats

¹Per preservar l'anonimat dels alumnes reals, tots els noms dels alumnes que apareixen en aquest treball són ficticis

amb els resultats de les proves. A partir d'aquestes informacions l'equip recercador decideix definitivament que un grup de 5 ó 7 alumnes com a màxim formin aquest grup al que anomenarem grup d'estudi GE.

5. Població de contrast 1. Es decideix també seleccionar una població de contrast amb els alumnes de 2n d'ESO que hagin realitzat els millors projectes, per tal de veure quines són les diferències amb els alumnes amb dificultats. A aquest grup se l'anomena GC2.
6. Població de contrast 2. També es decideix seleccionar alguns alumnes que durant el curs 2004-05 cursin 4t d'ESO a l'IES Vilatzara. Entre aquests es selecciona els autors dels millors projectes fets a 4t d'ESO. A aquest grup se l'anomena GC4.



Aquestes poblacions que hem presentat són les que ens hauran d'aportar les dades que necessitem per al nostre estudi. Per obtenir-les farem servir els instruments que presentem al següent apartat.

3.7 Instruments

Per tal de poder obtenir les dades necessàries per assolir els objectius plantejats es faran servir diferents instruments. A la taula 3.3 es mostren els instruments que s'empraran a cada fase de la recerca relacionats amb els objectius que els hi corresponen.

Taula 3.3: Instruments de la recerca

Fase i temp.	Objectius de la tesi	Instruments
1 Curs 2002-03	1.- Caracteritzar els projectes matemàtics realístics (PMR) i reconèixer les competències que intervenen	Revisió bibliogràfica, llibres, articles, bases de dades (ERIC. Dialnet...)
	2.- Dissenyar i implementar un treball de PMR com a estudi pilot a primer cycle d'ESO. Fent èmfasi especial en l'elaboració d'una prova diagnòstica.	Prova diagnòstica de competències matemàtiques. Disseny d'una aplicació informàtica. Disseny d'una base de dades. Entrevistes als professors: tutors, llengua cast. i cat. Cc.ss. ciències. Test IGF.
	3.- Caracteritzar el procés de modelització que s'observa en la implementació del treball de projectes. En particular el que segueixen els alumnes amb dificultats.	Dossier del projecte. Diari de classe.
2 Curs 2003-04	2.- Identificar el nivell inicial de desenvolupament de les competències dels alumnes així com detectar a aquells alumnes amb dificultats específiques.	Prova diagnòstica
	3.- Caracteritzar el procés de modelització que s'observa en la implementació del treball de projectes. En particular el que segueixen els alumnes amb dificultats.	Dossier del projecte. La documentació de gestió: Full d'inici. Entrevista inicial. Entrevista de seguiment del projecte. Orientacions per l'elaboració del projecte. Consells per a la presentació oral del treball. Avaluació de projecte. Autoavaluació. Carta a un amic. Diari de classe. Enregistrament de vídeo i audio de les entrevistes inicials, de seguiment, i de les exposicions orals. Programa de suport a l'exposició oral final.
3 Curs 2004-05	3.- Detectar indicadors específics per a reconèixer competències matemàtiques (en especial les modelitzadores) en el treball de projectes.	Graells per a l'anàlisi de les diferents competències. Model de modelització dels projectes.
4 Juliol- Desembre 2007	Anàlisi de dades i elaboració de conclusions	

A continuació descrivim amb detall cada un dels instruments que hem presentat a la taula 3.3

Prova diagnòstica de competències matemàtiques. Donat que no hi ha proves estàndards sobre les competències matemàtiques en la realització de projectes, es decideix dissenyar

un instrument amb aquesta finalitat. El procés que seguirem en el seu disseny s'exposa detalladament al capítol 4.

De la prova que s'elabora, ens preocupa la seva validesa per obtenir els indicadors que busquem. Som conscients de que el procés de construcció és determinant en la validesa de l'instrument de recollida d'informació. En aquest sentit tenim en compte el que diuen Van Dalen i Meller (1983) *Per avaluar la validesa de contingut l'investigador ha de verificar. per si mateix i amb l'ajuda d'altres col·legues, en quina mida les qüestions de la prova constitueixen una mostra representativa de l'univers del contingut que aquell es proposa mesurar.* D'acord amb Dalen i Meller, la prova es presenta a sis docents investigadors experimentats (Grup Vilatzara) i, després de la seva aprovació, es passa a una població d'alumnes suficientment ampla i s'analitzen els resultats. D'aquesta manera es considera la prova validada.

Amb aquesta prova es vol reconèixer els nivells de capacitat i habilitat matemàtiques dels alumnes que s'han considerat i s'han desglosat en les sis categories següents: Selecció i valor de la informació, Raonament i anàlisi crític de la informació, Reconeixement de variables, Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic, Ús d'elements matemàtics, Planificació i coherència.

Per reconèixer aquestes capacitats matemàtiques hem organitzat la prova presentant quatre situacions reals i diferents, i sobre cada una d'elles es plantegen una sèrie de preguntes que ens han de servir per a reconèixer les sis categories de capacitats que hem mostrat al paràgraf anterior. A continuació presentem aquestes quatre situacions:

La primera situació: els salts de Y. Lamela Es tracta d'una notícia de premsa sobre els salts realitzats per l'atleta Y. Lamela a les Olimpíades de Sydney l'any 2002.

A la figura 4.2 et mostrem un gràfic que va aparèixer al diari El País durant les olimpíades a Sydney l'any 2000

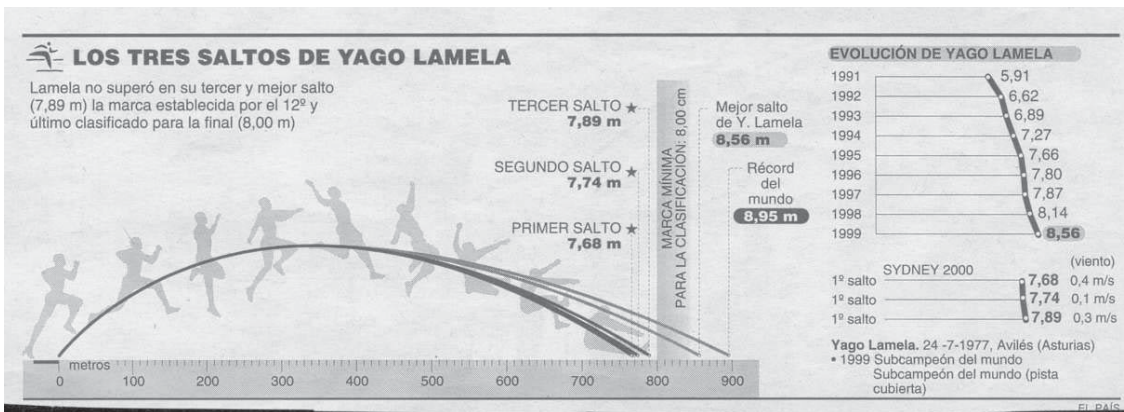


Figura 3.3: Notícia del salt de Y. Lamela a Sydney 2000

A partir de les dades que apareixen a la notícia digues el que era previsible que saltés en Y. Lamela a les Olimpíades de Sydney. Explica els teus càlculs aquí mateix.

Digues quins dels següents enunciats es poden deduir només de les dades de la notícia i quins no. Marca amb una creu la casella corresponent. Justifica la resposta.

- a) Segons l'escala del dibuix el rècord del món és aproximadament 1 km.
- b) El seu millor salt a Sydney va ser com el seu millor salt de l'any 1997.
- c) La trajectoria dels salts de Yago Lamela descriu una forma de paràbola.
- d) La velocitat mitjana dels tres salts ha sigut de 6,5 Km/h.
- e) La mitjana dels tres salts de Yago Lamela a les Olimpíades de Sydney va ser de 7,77 m.
- f) La mitjana dels seus tres salts de Sydney va ser inferior a la mitjana dels seus salts al Campionat del món de 1999.
- g) El millor salt de Y. Lamela a Sydney ha quedat a 67 cm del seu millor salt.
- h) El millor salt de Bob Beamon va ser de 8,90 m.

En aquesta activitat l'alumne ha d'interpretar una informació donada, reconèixer conceptes i processos matemàtics necessaris per resoldre la demanda, fer estimacions i prediccions raonades.

La segona situació: Les tarifes de Jazztel Es tracta d'interpretar i fer un canvi de representació de la informació que apareix a un fulletó de propaganda.



Selecciona, a partir de la informació donada a la figura 3.4, de què depèn el preu de la trucada telefònica feta amb aquesta empresa. Marca amb una creu les opcions que consideris que influeixen en el preu de la trucada. a) Tipus de trucada. b) Marca del telèfon. c) Dia de la setmana. d) Mes en el que es fa la trucada. e) Hora a la que es fa la trucada. f) Si és època de vacances. g) Durada de la trucada. h) Ofertes de la competència. i) Distància en km entre les dues persones que parlen.

Fig. 3.4 Publicidad Tarifas.

A partir de la informació de la figure 3.4, omple les següents taules, posant a cada casella el cost de la trucada.

Taula 3.4: Trucades Provincials

Hores	Dilluns	Dimarts	Dimecres	Dijous	Divendres	Dissabte	Diumenge
8 a 19							
19 a 8							

Per parlar amb un amic que viu a un poble de la província de Barcelona, quan el trucaries per gastar menys diners? Justifica la resposta.

Per parlar amb un amic que viu a Cádiz, quan el trucaries per gastar menys diners? Justifica la resposta.

Imagina't que t'encarreguen de fer la propaganda de les tarifes d'aquesta empresa, digues quin eslogan i quina imatge hi posaries.

En aquesta activitat es vol veure com l'alumne reconeix les variables que intervenen, com interpreta la informació donada i com sap reconèixer el que és rellevant del que és secundari. També és vol observar la capacitat de fer un canvi de representació de la informació que apareix a la publicitat.

Taula 3.5: Trucades Interprovincials. Tarifa regular.

Hores	Dilluns	Dimarts	Dimecres	Dijous	Divendres	Dissabte	Diumenge
8 a 19							
19 a 8							

La tercera situació: El circuit de Montmeló A continuació et mostrem un esquema del circuit de Montmeló.

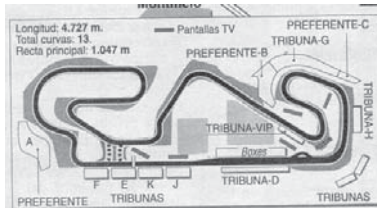


Figura 3.5 Circuit de Montmeló

Des de que es va inaugurar el circuit, el nombre de tribunes s'ha anat augmentant per a poder atendre la gran demanda del públic. Si s'hagués d'ampliar en dues tribunes més les del planol adjunt, dibuixa sobre el mateix plànol on les posaries. Justifica la teva resposta.

Si una entrada a la tribuna F val 60 euros, quant hauria de costar una entrada a les tribunes que tu has posat? Justifica la resposta.

Fes una estimació del temps que es trigaria:

- En dibuixar, a escala, el mapa del circuit, partint de la realitat, no d'un altre plànol.
- En construir tot el complex de Montmeló.
- Construcció de les tribunes.
- Construcció del que és la pista.
- Elaborar el projecte per part dels arquitectes.

Aquí volem veure la capacitat de l'alumne per a relacionar un problema real com el de la visió d'un circuit amb elements de geometria. També intervenen per mostrar raonaments matemàtics de proporcionalitat i estimació.

La quarta situació: Dissenyant nous projectes Es proposa als alumnes que a partir dels exemples anteriors suggereixin noves idees per a fer projectes.

Les activitats anteriors sobre les que has pensat una mica al respondre a les qüestions ens poden suggerir diferents idees de projectes. Diques dues possibles idees per fer projectes que se't puguin acudir a partir d'alguna de les activitats anteriors. Per exemple de la primera activitat se'ns podria acudir:

- Estudi de la velocitat del xut de Riquelme o de Roberto Carlos. - Estudi sobre quan s'espera que es superi l'actual rècord de la prova de la Maraton.

A partir de la segona activitat, Les tarifes de Jazztel:

A partir de la tercera activitat, El circuit de Montmeló:

Diques dues possibles idees per a fer projectes que se't puguin acudir a partir d'alguna de les activitats anteriors.

En aquesta situació volem provocar que l'alumne pensi en situacions conegudes per ell que poden ser abordades des de les matemàtiques.

Disseny d'una aplicació informàtica. S'ha realitzat un programa en llenguatge de programació Pascal per a la correcció de la prova diagnòstica en la seva versió experimental. (Annex D)

Disseny d'una base de dades. Per l'anàlisi de les dades obtingudes a la prova diagnòstica en la seva versió definitiva, es dissenya una base de dades amb el programa File Maker. La finalitat és obtenir per a cada alumne els indicadors sobre cada un dels blocs competencials que considerem: Pensament i Raonament matemàtic, Modelització matemàtica i Plantejament i Resolució de problemes i finalment Comunicació d'idees matemàtiques. Aquests indicadors competencials s'obtenen aplicant els criteris establerts que es poden veure al capítol 4.

Taula 3.6: Exemple resultat prova diagnòstica

Codi Al	Competència Pensament	Competència Modelització	Competència Comunicació
1	0,37	0,52	0,73

Els resultats dels 39 alumnes que el curs 2003-04 van fer 1r d'ESO es pot veure a l'annex G.

Entrevistes a professors dels alumnes del grup d'estudi GE . Aquest instrument serveix per contrastar les dades obtingudes a la prova diagnòstica i al test IGF que s'han fet servir per preseleccionar alumnes per a formar part del grup d'estudi (GE). Les entrevistes són semiestructurades i estan pensades per saber la percepció que tenen els professors dels alumnes preseleccionats. Les entrevistes són de dos tipus, una adreçada al professor/a tutor/a que s'ocupa d'aspectes més personals de l'alumne, del seu entorn familiar. I una altra, adreçada als professors/es de català castellà, ciències experimentals, i ciències socials. Aquestes entrevistes volen conèixer les percepcions dels professors sobre les habilitats de comprensió i expressió oral i escrita dels alumnes, dels seus hàbits de treball, de les actituds, aptituds i sobre com se senten davant de la matèria. Per exemple a la figura 3.6 podem veure un fragment d'aquestes entrevistes:

1. Llengua vehicular per relacionar-se amb el professorat:
2. Creus que té dificultats de llenguatge a la teva classe? Quin tipus de dificultats?
3. Creus que tenia un bon llenguatge oral?
 - vocabulari extens o reduït,
 - construccions gramaticals pobres o riques,
 - sap expressar bé les seves idees de forma clara i concisa, o bé fa explicacions llargues i complicades o no sap expressar-les.
 - participa a les classes, formula les intervencions correctament.
4. Creus que tenia un bon llenguatge escrit?
 - a les activitats d'aula (redaccions, exercicis...)
 - als exàmens

Figura 3.6: Fragment entrevista professorat sobre comunicació oral

Informació sobre la gestió dels projectes Per tal d'ajudar i controlar el procés que segueixen els alumnes en la realització dels projectes s'ha elaborat un conjunt d'instruments que descrivim a continuació. Tots ells es poden veure a l'annex I.

1. Full d'inici. Es tracta d'un full que recull la proposta de membres que formen el grup, el tema del treball, i les primeres preguntes que han de guiar el treball. Això ho fem per tal d'assegurar-nos que el treball de projectes es planteja correctament i se li dóna una orientació vàlida. Un exemple d'aquest full es pot veure a la figura 3.7

Per triar el tema de treball proposem als alumnes un llistat de temes. Cada tema va acompanyat d'una breu explicació. La majoria d'ells són temes sobre els que, en alguna altra ocasió, s'ha fet un projecte i per tant, tenim informació de les possibilitats que donen. La idea, però, no és que els alumnes hagin de triar un de la llista sinó que aquesta té més la intenció de ser un provocador i que, veient la proposta, els alumnes la modifiquin o bé pensin de noves. L'experiència ens ha mostrat que aquestes situacions es donen. El llistat que se'ls va proposar durant el curs 2004-05 és el que es mostra a l'annex I.1. D'aquesta manera l'alumne té molta llibertat per triar el tema, i aquesta serà una característica dels projectes. Entenem que ha de ser així, si el que volem és aconseguir que l'alumne se senti protagonista del seu treball.

Aquest full s'ha de tornar el dia: 15 de novembre

Proposta de projecte

Nom dels membres del grup:

Títol provisional
 Els recipients de la DAN

Preguntes guia:

- Per què els recipients de cerques tenen aquesta gamma?
- Podria ser millor una altra gamma i així no gastar tan econòmicament?
- Comparació entre els recipients de la DAN i d'altres marques.

Figura 3.7: Exemple del full d'inici del projecte

Demaneu als alumnes que no comencin a buscar informacions ni a fer càlculs sense haver obtingut el vist i plau del professor a la seva proposta. Normalment el professor no posa en qüestió el tema triat per l'alumne. El que volem és, precisament, que els alumnes vegin que qualsevol tema que els interessi ens el podem mirar des d'una perspectiva matemàtica.

En canvi, les preguntes que es plantegen sí que és més difícil que siguin correctes a la primera proposta. Es per això que es dóna una negociació entre professor i

alumnes per tal d'arribar a formular preguntes que s'ajustin als objectius del treball i possibilitats dels alumnes. Aquest document ens ajuda a desenvolupar aquest procés que es considera important per a que la realització del projecte sigui satisfactòria. En qualsevol cas remarquem que aquestes preguntes són les preguntes inicials i que al llarg del procés de desenvolupament del projecte poden, i això és el que passa normalment, canviar i evolucionar a mida que s'aprofundeix en el tema, i s'obté més informació.

2. Entrevista inicial. Aquesta entrevista serà totalment oberta i gravada en audio i video a ser possible. La finalitat es observar als alumnes com comencen el seu treball, quin enfoc li donaran, quins dubtes es plantejaran, quina estratègia preveuran. El paper del professor serà escoltar i provocar reflexions que orientin el treball que hauran de fer.
3. Entrevista de seguiment. Es tracta d'un document que conté 6 preguntes relatives al treball que estan fent, als problemes que han resolt, les matemàtiques emprades i les dificultats que se'ls han presentat. També se'ls demana que expliquin com tenen previst acabar el seu treball, quins problemes quedaran completament resolts, quins ho seràn parcialment i quins no podran resoldre i quedaran pendents. L'experiència de cursos anteriors fent projectes mostra la dificultat que tenen els alumnes en la gestió del temps que disposen per a la realització del projectes. A l'estudi pilot vam veure l'utilitat de les entrevistes a mig procés. Un exemple del document el podem veure a la figura 3.8.

Entrevista de seguiment del projecte

Nom: _____

Títol del projecte: El desenvolupament de una unitat de l'inspector

Membres del grup: P. Arina, Oueda i Prohà Castells

Data de l'entrevista: 16 de febrer del 2005

14

Ara ja porteu molta dies amb el treball i el teniu a mig fer. Amb la finalitat de poder ajudar-vos en les dificultats que tingueu i per avaluar el treball fet fins ara contesteu individualment i per escrit a les següents preguntes i lliureu-les al professor en el moment de l'entrevista.

1. Des de l'inici fins a com ho teniu ara, hi ha hagut canvis importants en el vostre projecte? No hi ha hagut cap canvi important.
2. Heu resolt, ni que sigui en part, els problemes plantejats? Quin és l'aspecte o els aspectes principals aconseguits fins ara?
Calcula els dos espais que tenim i dividim les mesures d'un catxe entre l'espai que tenim.
3. Podries dir quins conceptes matemàtics intervenen en el projecte?
- calcula amb una única mètrica els espais on què s'aproximen, també calcula el catxe etc...
- Dividir l'espai que tenim entre les mesures d'un catxe.
4. Què és el que consideres que falta per acabar el projecte? Quina informació necessitariu a on la trobaríeu? Què us de calcular? Quina dificultat preveus?
ens falta acabar una cosa per la: el planol: volem parlar les mesures dels espais a escala per dir-ho en una cartolina, això ens queda una mica de manar.
5. Quines limitacions preveus? És a dir, hi haurà alguna part del problema que no quedarà resolta? No, és que en preveus que ho acabarem fer.
6. Omple el següent quadre indicant quin tipus de documentació has fet servir (pàgina web, llibres, institucions com ajuntament o altres, entrevistes...) i què és el que realment has utilitzat al projecte.

Què he consultat	Què he fet servir
<u>Què he consultat</u>	<u>Què he fet servir</u>
<u>Què he consultat</u>	<u>Què he fet servir</u>
<u>Què he consultat</u>	<u>Què he fet servir</u>
<u>Què he consultat</u>	<u>Què he fet servir</u>

Figura 3.8: Mostra enquesta entrevista de seguiment

Aquest document pretén conscienciar els alumnes de que la realització del projecte és un treball que s'allarga en el temps i no es pot deixar per l'últim moment. Som conscients de que durant el procés de realització el treball canvia la seva orientació.

Amb aquest document el que es vol aconseguir és una reflexió dels alumnes sobre el que ja porten fet i sobre el que els falta per fer. La funció d'aquest document és ajudar a que l'entrevista de seguiment sigui útil per a resoldre els dubtes que els alumnes puguin tenir i els que es puguin preveure que es poden presentar. El que es proposa en el document són qüestions relatives al treball realitzat, els problemes resolts, les matemàtiques emprades, les dificultats que se'ls han presentat. Les respostes de l'enquesta quedaràn per escrit i l'entrevista es preveu que es pugui gravar en audio com a mínim.

4. Orientacions per a la presentació de l'informe del projecte. En aquest document es recorda als alumnes l'estructura que ha de tenir el dossier final. Se'ls recorda les diferents parts que ha de tenir el dossier escrit quan el presentin i quin contingut ha de tenir cada una d'aquestes parts. Una mostra es pot veure a la figura 3.9. La funció d'aquest document és ajudar els alumnes a posar de manera ordenada i coherent la informació que han acumulat al llarg del procés de realització del projecte.

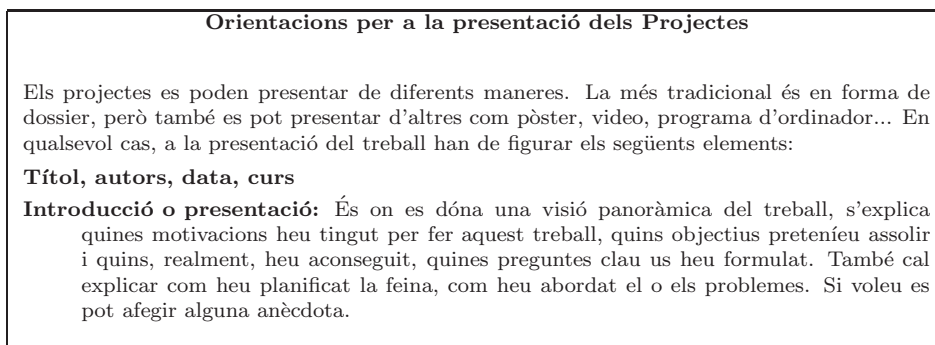


Figura 3.9: Fragment de les orientacions donades per elaborar l'informe

5. Consells per a la presentació oral del projecte. En aquest document se'ls dona orientacions sobre com preparar la presentació oral del treball que han realitzat. En especial se'ls recomana que facin servir un programa de presentacions i se'ls orienta sobre com preparar les diapositives que faran servir per exposar el conjunt del seu treball. Un exemple d'alguns dels consells es pot veure a la figura 3.10. La presentació oral també s'enregistrarà amb audio i video.

Consells per a la presentació oral dels projectes

Una vegada fet el projecte s'ha de comunicar als vostres companys de classe. Serà suficient fer servir 4 ó 5 diapositives (power-point) o transparències. Tota la presentació no pot durar més de 5 minuts i per tant s'ha de fer un esforç de síntesis. Precisament el que es valora és la vostra capacitat de seleccionar el que és important del que no ho és tant i com ho presenteu de manera coherent.

1a diapositiva: Títol i autors. Si voleu podeu posar una foto com si es tractés d'un titular d'un diari. A la presentació s'ha d'explicar la idea que motiva socialment el treball. No val dir *"hem fet tal... perquè és important"*. Cal dir l'interès del tema. *"Voliem saber ... perquè..."*

2a diapositiva: Problema. El problema s'ha d'enunciar en una o dues frases ben enunciatades. Penseu-les dues vegades abans d'escriure-les. Si n'hi ha subpreguntes es poden posar aquí. Es valora la capacitat de saber distingir el problema no matemàtic del problema matemàtic.

Figura 3.10. Fragment orientacions per a la presentació oral

6. **Avaluació del projecte.** Aquest document, es dóna als alumnes al començament del procés perquè entenem que han de saber des del principi que és el que se'ls demana.

S'ha de tenir present que no s'avalua simplement el treball presentat al final sinó que, per posar èmfasi en que ha de ser un treball llarg i reflexionat, hi ha tres moments d'avaluació. El primer és el moment de l'entrevista de seguiment, el segon és el dossier final que es presenta i, finalment, s'avaluen els mateixos conceptes a l'exposició oral que es fa al final de tot.

Avalua quatre blocs diferents: disseny, contingut matemàtic, claredat i comunicació i aspectes formals. Dintre de cada bloc es valoren diferents aspectes. A cada un dels aspectes de cada apartat es reconeixeran 4 nivells d'assoliment que es puntuen de 0 a 3.

El primer bloc es refereix al disseny del treball, això és, la informació que han recollit per a fer el treball, el plantejament que fan, la manera d'exposar els objectius que volen abordar en el treball, i l'extensió del treball. A la taula 3.7 veiem un exemple.

Taula 3.7: Fragment avaluació disseny del projecte

Disseny	Entrevista inicial	Treball final	Presentació oral
<p>Plantejament coherent:</p> <p>0.- No queda clar els objectius que es planteja el treball.</p> <p>1.- Explicita els objectius però sense mostrar la rellevància social del problema.</p> <p>2.- Explicita bé i fa referència bàsica a la seva rellevància.</p> <p>3.- Explicita bé els objectius i la seva rellevància.</p>			

Un segon bloc es refereix al contingut matemàtic això és el plantejament matemàtic del projecte, el llenguatge matemàtic que fan servir i els processos de resolució emprats. A la taula 3.8 veiem un exemple.

Hi ha un tercer bloc que avalua la claredat i la comunicació; amb això ens referim a l'estructuració donada al treball, les explicacions i justificacions donades i l'ús

Taula 3.8: Fragment avaluació plantejament matemàtic

Contingut matemàtic	Entrevista inicial	Treball final	Presentació oral
Plantejament matemàtic general: 0.- Fa un plantejament incorrecte. 1.- Fa un plantejament senzill de nivell matemàtic inferior a l'habitual. 2.- Fa un plantejament correcte a nivell habitual. 3.- Fa un plantejament globalment correcte i de nivell matemàtic per damunt de l'habitual.			

integrat dels diferents tipus de llenguatge: natural, simbòlic, gràfic, taules, figures. A la taula 3.9 veiem un exemple.

Taula 3.9: Fragment avaluació comunicació

Claredat i comunicació	T. final	Presentació
Estructuració: 0.- Escrit deslligat, gens relacionat entre ell. 1.- Poc coherent. 2.- Força coherent però no del tot perquè hi ha algun aspecte que queda despenjat o bé que falta. 3.- Molt coherent, totes les parts ben relacionades des del començament fins al final.		

Finalment el quart i últim bloc d'avaluació es referix als aspectes formals de presentació. A la taula 3.10 veiem un exemple.

Taula 3.10: Fragment avaluació aspectes formals

Aspectes formals	T. final	Presentació
Presentació: 0.- No segueix l'estructura d'introducció, desenvolupament, conclusions. 1.- Hi són les diferents parts però barrejades o desordenades. 2.- Hi són les diferents parts però desequilibrades o desconectades entre elles. 3.- Hi són les diferents parts ben equilibrades i relacionades.		

A l'annex I es pot veure el document sencer de l'avaluació dels projectes.

A més de l'avaluació que fa el professorat també els alumnes fan una autoavaluació. La finalitat és conèixer el que ells pensen o com valoren l'activitat dels projectes. Un fragment de l'autoavaluació d'un alumne és el que es pot veure a la figura 3.11. El model sencer d'aquesta autoavaluació es pot veure a l'annex I.7.

3. El considereu un bon treball? Com ho valoreu?
 Sí considero un molt bon treball.
 Ha sigut un bon treball, interessant i original.

Figura 3.11: Fragment autoavaluació projecte

També, l'any següent de l'estudi pilot, al començament del curs 2004-05 els demanarem als alumnes de 2n d'ESO que expliquin en una carta a un amic el que són els projectes. D'aquesta manera recollirem quina és la visió que ells tenen d'aquest tipus d'activitat i que alguns companys de classe que no saben el que són, es puguin fer una idea. Per orientar-los els vam suggerir que el seu redactat podia respondre a les tres preguntes següents: Què són els projectes? Com ho has viscut? Què has après de matemàtiques? Una mostra d'una carta d'un alumne és la que es veu a la figura 3.12

Apreciat amic, t'explicaré de que va això dels projectes. Un projecte és com una serie de preguntes que has de resoldre sobre un tema; per exemple, l'any passat, varem triar "les motxilles". A partir del tema, t'has de fer preguntes com; quan portem de pes? etc... i després vas desenvolupant altres fins que surgen ones molt interessants que es tracta com resoldre-les amb les matemàtiques.

En resum es com molts problemes interessants, útils de per debò que quies sobre un tema determinat i com més interessant és, arribes a millors solucions.

Cos que va ser una bona experiencia perquè en canvi de fer problemes amb poc sentit, fas una cosa interessant i molt motivadora. Fas de tot, multiplicacions, divisions, sumes, restes etc... en resum coses com les que fem a classe.

Ta ho veuràs, si ho has de fer t'ho passarà bé i aprendràs a resoldre coses útils de ventat

Del teu amic: No.

Figura 3.12: Carta a un amic

Les versions senceres d'aquestes cartes dels alumnes del grup d'estudi (GE) i dels grup de contrast de 2n d'ESO (GC2) es poden veure a l'annex J

Graelles per a l'anàlisi de les diferents competències. La part més important de la nostra recerca és la de reconèixer el desenvolupament dels tres blocs competencials que hem considerat. Per a poder fer-ho hem hagut de dissenyar unes graelles específiques per a cada un dels blocs competencials amb aquesta finalitat, ja que no n'hi havia altres de conegudes i han estat presentades al capítol 2. Totes aquestes graelles es poden veure a l'annex K.

Diari de classe Elaborat pel professor amb la finalitat de recollir tot el que pugui observar en el dia a dia sobre la realització dels projectes. Especialment tot allò que, d'altra manera, no quedaria cap tipus de registre. Ens referim a les consultes que els alumnes fan durant la classe o fora d'ella, comentaris i valoracions que puguin fer sobre el seu treball. Així, el procés que han seguit, les dificultats que s'han trobat, el tipus d'ajudes que els hem ofert, es poden reconstruir després.

Test IGF S'introdueix aquest instrument (Yuste, 2001) per tal de conèixer el nivell d'intel·ligència dels alumnes. D'aquesta manera millorem les informacions que tenim sobre els alumnes i ens serviran per a decidir la composició del grup d'estudi sobre el que centrarem la recerca. Es tracta d'un test dissenyat per a mesurar la intel·ligència general que pretén acostar-se a la mesura del factor "g". Considera que per a mesurar-la en tota la seva extensió cal buscar suficients elements i amb suficient heterogeneïtat. És per això que contraposa elements de raonaments que es basen en símbols culturals/lingüístics, és a dir verbals, amb aquells altres basats en símbols gràfic/espacials, és a dir dibuixos no verbals. Així, aquest test, a més de donar-nos una mesura de la intel·ligència en general (IG) ens permet una visió més acurada al desglossar-la en dos puntuacions la intel·ligència verbal (IV) i la no verbal (INV). Recordem que l'IG pretén resumir en un sol indicador els diferents tipus de raonaments lògics no verbals, espacials, verbals i numèrics que es mesuren a la prova. L'INV reflexa preferentment la intel·ligència no verbal, espai/perceptiva. És un factor reaci a l'influx cultural per la simple raó de que a l'aprenentatge no se sol utilitzar aquest tipus de continguts per a la transmissió cultural. L'IV reflexa les habilitats apreses i memoritzades que són habituals en els processos d'aprenentatge escolar. Aquesta intel·ligència verbal és la que depèn més de les estructures tèmpero/auditives plenes de continguts amb habilitats apreses, memoritzades al llarg del temps que són habituals en els processos d'aprenentatge escolar. Tal com diu C. Yuste és una intel·ligència que es mesura a través del llenguatge escrit, amb símbols lingüístics/matemàtics. És el factor de grup dominant a la intel·ligència escolar i té una relació amb el rendiment escolar més gran que el factor INV. En el plantejament de la nostra recerca s'ha ressaltat l'interès en analitzar les competències matemàtiques d'alumnes amb mancances importants a nivell comunicatiu. Per això aquesta variable (IV) serà rellevant per a nosaltres. Pel que nosaltres busquem tindrà més interès la mesura de la IG o bé la IV. Una puntuació alta del factor IG ens pot indicar:

- Habilitat per a la resolució de problemes de diferents tipus.
- Bona intel·ligència tant natural com adquirida.
- Gran flexibilitat intel·lectual per a treballar continguts mentals diferents.
- Bona capacitat per a la deducció i la inducció.

- Rapidesa i agilitat mental per a captar relacions i descobrir lleis o principis.

En el cas del factor IV, una puntuació elevada ens pot indicar:

- Bona intel·ligència cristallitzada.
- Bona comprensió verbal.
- Ampli coneixement de conceptes verbals.
- Bona memòria semàntica a llarg termini.
- Habilitat per a captar relacions entre conceptes.
- Capacitat per a manegar conceptes, classificar-los, seqüenciar-los.
- Habilitat per al càlcul amb símbols numèrics.
- Habilitat per a resoldre problemes numèrics.

En el cas del factor INV una puntuació elevada pot indicar:

- Bona intel·ligència, fluïda, lliure de l'influxe cultural.
- Factor "g" d'intel·ligència alt.
- Bona aptitud per a raonar amb continguts no verbals.
- Agilitat mental i flexibilitat mental per a resoldre activitats del tipus lògic/abstracte.
- Un bon desenvolupament de la intel·ligència no verbal.
- Bona base intel·lectual no adquirida.
- Bona capacitat per combinar figures a l'espai i descobrir relacions de distància forma i tamany entre elles.

El model que s'ha passat és el de nivell M, que és l'adequat per a un segon d'ESO. Es pot veure a l'annex E.

També es farà servir una taula de conversió de resultats del test IGF. Es tracta d'una taula que ens permet convertir els resultats del test IGF a una escala percentil que facilita la interpretació dels resultats. Aquesta taula de conversió la facilita el propi test.

Per a la correcció del test s'utilitzarà una base de dades elaborada amb el programa File Maker. Estarà dissenyada específicament per aquest fi seguint els criteris establerts en el disseny de la prova. Aquest procés ens facilitarà l'obtenció dels indicadors d'intel·ligència que busquem amb aquest test.

Dossier del projecte. Els alumnes presentaran els resultats dels seus treballs en forma de dossier. Aquest serà l'instrument a partir del qual es poden obtenir informacions sobre els seus nivells competencials. A la figura 3.13 en podem veure una mostra de projectes realitzats pels alumnes de l'estudi.



Figura 3.13. Exemples de projectes

Els instruments que s'han presentat han permès recollir les dades que, analitzades posteriorment, ens permetran arribar a resoldre els problemes plantejats a la tesi. Al següent apartat es presenten les dades que s'obtenen a l'estudi.

3.8 Dades recollides

Amb els instruments presentats a l'apartat anterior es vol obtenir les dades que relacionem a continuació.

Nivells competencials de l'alumnat previs a la realització de projectes. La prova diagnòstica que s'ha dissenyat ha de donar un indicador numèric del nivell competencial de cada alumne, pel que fa a cada un dels blocs competencials que es consideren: la competència en pensament i raonament matemàtic; modelització i plantejament i resolució de problemes i comunicació de idees matemàtiques. De la mitjana d'aquests tres indicadors s'obté un indicador que s'anomena de competència general.

Aquestes dades es tracten amb les eines estadístiques per a tenir un millor coneixement. A la taula 3.11 podem veure alguns resultats.

Nivell d'intel·ligència del grup ESO-2. A partir del test IGF obtindrem indicadors sobre la intel·ligència verbal, la no verbal i la intel·ligència general. Aquesta informació correspon a 40 alumnes de 2n d'ESO. Serà útil per a tenir més elements per a decidir sobre qui ha de formar part del grup d'estudi (GE) sobre el que es centrarà la nostra recerca.

Taula 3.11: Taula de resultats de la prova diagnòstica

Mitjana	2,20	2,20	1,81	2,07
Mediana	1,79	1,90	1,88	1,85
Desv. tipus	1,32	1,26	1,15	1,23
min.	0,00	0,00	0,00	0,00
MAX.	5,31	4,74	4,38	4,60
Q1	1,11	1,12	0,78	0,95
Q3	3,09	3,06	2,55	2,90

Els resultats del test IGF estan expressats en l'escala dels centils. Expressen el tant per cent del grup normatiu al que un subjecte és superior en el tret apreciat per la variable. Una mostra d'aquests resultats els veiem a la taula 3.12. Els resultats complets es poden veure a l'annex E.3 (pàgina 420).

Taula 3.12: Mostra dels resultats del test IGF de 4 alumnes

Codi alumne	Intel·ligència Verbal	Intel·ligència No Verbal	Intel·ligència General
2	85	90	90
3	70	2	20
4	10	55	25
5	20	1	4

Percepció del professorat dels candidats al grup d'observació. Aquesta informació s'obté mitjançant una enquesta semiestructurada que es dissenya amb aquesta intenció. Mitjançant la prova diagnòstica i el test IGF es seleccionaran a uns alumnes com a possibles candidats per a formar part del grup d'observació.

Observacions sobre el procés dels alumnes. Sobre el procés que segueixen els alumnes es recullen les següents dades: a) Primera proposta de definició d'un projecte (annex I.2). En aquesta primera proposta consta el tema, les preguntes inicials, i la primera estratègia que pensen. b) resultats de l'entrevista inicial que farem amb cada grup dels alumnes del grup d'observació. c) Resultats de les entrevistes de seguiment realitzades i gravades al llarg del procés de realització del projecte (annex I.3). d) Reflexions, dubtes, inquietuts que es plantegin els alumnes. Aquestes dades s'obtidràn del diari.

Un fragment de l'entrevista inicial amb els alumnes del grup de seguiment que van fer el projecte sobre el "Bar de l'institut" es pot veure a la taula 3.13.

Treball realitzat. Una altra informació que s'obté és la del treball realitzat i presentat al dossier. Abans, als alumnes se'ls haurà donat, entre la documentació del treball, unes orientacions de com presentar el treball. Una pàgina de mostra d'un projecte es pot veure a la figura 3.14

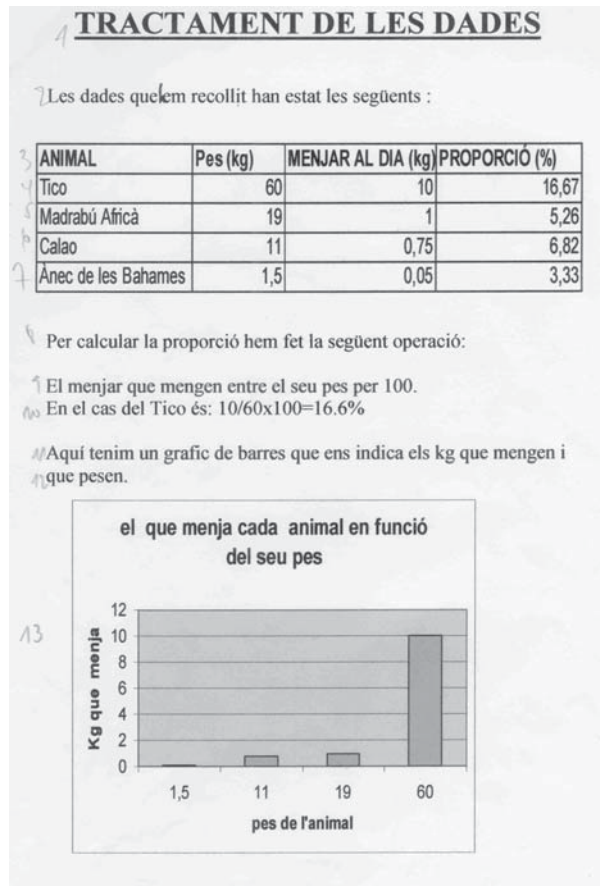


Figura 3.14. Fragment d'un projecte.

Resultats de l'anàlisi competencial S'analitzen els projectes realitzats pels alumnes des del punt de vista competencial. En aquest anàlisi es fan servir les graelles que s'han

Taula 3.13: Fragment entrevista inicial

Professor.- Correcte. A partir d'aquí nosaltres què pretenem?
Alícia.- És millor taules rodones. Perquè si són rodones aprofites més l'espai perquè a les rectangulars als angles tens les potes.
P.- Això pot ser una hipòtesis de treball.
Clara.- jo no sé quant medeix la rodona. Però l'hem de fixar.
P.- Sí senyor, això que diu la Clara és interessant.
C.- Depén del tamany.
Parlen les dues alhora.
P.- Sí però la Clara ha dit que hem de fixar...
C.- El tamany.
P.- El tamany. I el tamany d'una taula rodona com el fixem?
A.- Amb el radi.
P.- Clar! El radi d'aquestes taules com creieu que hauria de ser?
C.- No ho sé.
P.- Ah!
A.- De 40 cm com seria de gran?
P.- Tú mateixa, seria així. D'aquí a aquí (marcant amb les mans) 40 cm, per tant el diàmetre?
C.- Seria 80 cm.
P.- Tot seria 80 no? La taula seria així (marcant amb les mans)

dissenyat amb aquesta finalitat i han estat presentades a l'apartat dels instruments. Aquest anàlisi permet obtenir els nivells competencials dels alumnes així com un diagrama de la seqüència de modelització que segueixen.

A l'annex K (pàgina 475), es poden veure aquestes graelles, i els resultats obtinguts per tots els alumnes que participen a l'estudi. També es mostra un diagrama de seqüència del procés de modelització que han seguit en els diferents treballs.

Les anàlisis dels projectes per comprendre els nivells de la competència en pensament i raonament matemàtic dels alumnes s'han fet registrant en una taula les dades que identifiquen aquesta competència. A la primera columna d'aquesta taula s'especifica la subcompetència que reconeixem. A la segona i tercera columnes el lloc del treball, és a dir, la pàgina i la línia respectivament, on es reconeixen la subcompetència. En una quarta columna es mostra el nivell d'aprofundiment que li correspon. A la cinquena columna es mostra un fragment d'una frase del projecte que mostra l'acció que nosaltres reconeixem com indicadora de la subcompetència. Com a resultat d'aquesta anàlisi s'obtenen les taules que es poden veure a l'annex K.4. Un fragment d'una d'elles es mostra a la taula 3.14.

Taula 3.14: Competència en pensament i raonament matemàtic Mohamed

C	Pàg	Lín	nivell	Mostra
1.1	2	1-4	1	El problema que ens plantegem és saber el percentatge...
2.2	2	10	1	Per calcular el percentatge del que menja cada animal.
2.3	2	6	1	Els Kg que pesen i els Kg que mengen.
3.1	4	tota	1	Imaginem que tots els animals mengessin la mateixa proporció.
5.1	Ent. inicial		1	A l'entrevista inicial es pot veure com van descobrint com aplicar les mates al seu problema i com el van fent seu.
7.1			1	El dossier segueix amb coherència el procés que han seguit. Tot i que hi ha algun error al procés.
7.2	5	1-7	2	Fa una interpretació matemàtica.
	6		2	Fa una interpretació matemàtica dels resultats.

Aquestes dades s'han resumit en una altra taula com la que es mostra a la taula 3.15 per facilitar la seva anàlisi.

Taula 3.15: Resum competències en pensament i raonament matemàtic

Identificadors competencials	COMPETÈNCIES DE PENSAMENT I RAONAMENT MATEMÀTIC																		
	1		2				3			4	5	6		7		8			
Descriptors dels identificadors	1	2	1	2	3	4	5	6	1	2	3	1	1	1	2	1	2	1	2
1.- Mohamed (El parc de les aus)	1			1	1				1				1			1	2		
2.- Fàtima i Ruth (Disseny d'un pàrquing al voltant de l'institut)	1				1														

S'ha realitzat l'anàlisi de la competència modelitzadora dels alumnes en els projectes. En aquest cas s'estudien els passos del procés de modelització, que s'ha presentat al capítol

2, que realitza cada alumne. S'han recollit en una taula les dades que identifiquen com hem reconegut les competències. A la primera columna d'aquesta taula s'identifica la competència modelitzadora que reconeixem. A la segona i tercera columnes s'identifiquen el lloc del projecte, pàgina i línia respectivament, on s'ha reconegut. A la quarta columna indiquem l'acció que s'ha reconegut com indicadora de la competència. A l'annex K.5 es mostren els resultats d'aquest anàlisi. Una mostra d'aquests resultats es pot veure a la taula 3.16.

Taula 3.16: Anàlisi del procés de modelització de Mohamed

PAS	PÀG	LÍNEA	Què identifiquem
10	2	1-4	Es plantegen un problema.
4	2	5-9	Donen seleccionades les variables que intervenen al seu problema.
11	2	10-22	Resolució del seu problema per mitjà d'una taula.
8	2	10 a 13	Expliciten pel cas particular del Marabú com buscar la proporció menjar/pes.
13	2	15	Interpreta els resultats de la última columna de la taula.
	3	1 a 3	Fan un canvi de representació de les solucions per fer una interpretació.
	3	4 a 12	Fan explícita la interpretació dels resultats.
10	4	2-5	Formulació d'un nou problema.
8	4	6-9	Expliciten pel cas particular del Marabú el què hauria de menjar si la proporció fos del 133%.
11	4	10 a 18	Resolen i donen solucions.
13			Interpreten el significat dels resultats que obtenen.
10	4	19-20	Plantejament del 2n cas del nou problema.
11	4	21-33	Solució problema.
8		21 a 24	Expliciten pel cas particular el càlcul de la proporció.
13		1-11	Interpretació i contrast a la realitat de les solucions obtingudes.
	6	sencera	Interpretació dels tres resultats.

Aquests resultats es presenten agrupats com es mostra a la taula 3.17, per a poder analitzar-los.

Taula 3.17: Competència modelitzadora grup GE

	Grau assolit a les subcompetències en modelització grup GE														
	1		2						3		4		5		6
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1.- Mohamed Ovidi Claudio (El parc de les aus)	(1)	(1)	(1)	1					1		1	1		1	
2.- Fàtima i Ruth (Disseny d'un parking al voltant de l'Institut)	(1)	1		1							1		1		

Els resultats de tots els alumnes per a cada població es pot veure a l'annex K.5 que es troba a la pàgina 490.

Els processos de modelització que segueixen els alumnes en la realització dels projectes no sempre són igual i serà una dada que ens interessarà analitzar. Per fer-ho recollirem les seqüències emprades en una taula com la que es mostra a 3.18.

Taula 3.18: Seqüències modelitzadores

Projecte	Autors	Seqüència
El Parc de les Aus	Mohamed Ovidi, Claudio	10, 4, 11, 8, 13, 13, 13, 10, 8, 11, 13, 10, 11, 8, 13, 13
El Pàrquing al voltant de l'institut	Fàtima i Ruth	2, 4, 11, 4, 11, 11

Les dades corresponents a les seqüències seguides per tots els alumnes es poden veure a les taules de l'annex K.5

S'han emprat les graelles de competències i subcompetències per comunicar idees matemàtiques presentades a l'apartat dels instruments a la pàgina 115 d'aquest capítol. Aquestes graelles consten de les 6 competències i per a cada una d'elles unes subcompetències i per cada subcompetència diferents nivells d'assoliment com es pot veure exemplificat a la taula 3.19

Taula 3.19 Representació objectes matemàtics

Subcompetències	Nivells d'assoliment
Mostrar indicis de reflectir i interpretar amb claredat els objectes matemàtics que apareixen al model.	1.- Mostra indicis de veure els objectes matemàtics associats al problema de forma coherent. 2.- A més fa interpretacions dels objectes matemàtics de forma concisa i clara.
Representar i interpretar amb un cert grau de precisió les variables que intervenen en el model i les seves relacions.	1.- Es volen dir coses interessants, i es diuen de debó. Fa bon ús de les gràfiques. 2.- Valora les relacions entre variables i interpreta bé.
Mostrar de forma adient, un bon sistema de relacions entre objectes matemàtics associats al model.	1.-Estableix i explica relacions entre objectes matemàtics. 2.-Les relacions entre els objectes matemàtics són bones i justifiquen la seqüència organitzativa de tot el treball amb explicacions adients. Diu el que fa i mostra com ho fa.
Representar de forma precisa les relacions entre realitat i objectes matemàtics associats al llarg de tot el treball.	1.- En la globalitat del treball (no només en un lloc) mostra relacions acurades entre realitat i objectes matemàtics.
Manifestar judicis adients per a mostrar informacions rellevants del model.	1.- Afegeix al ppt elements matemàtics o del model no previstos. 2.- Fa judicis acurats per a mostrar informacions rellevants sobre el model.

Fent servir aquestes graelles a l'anàlisi dels projectes s'obtenen uns valors sobre el nivell d'assoliment de cada alumne a cada competència. Un exemple de les dades obtingudes es pot veure a la taula 3.20

Les dades sobre el nivell competencial en comunicació matemàtica de tots els alumnes es poden veure a l'annex K.6.

Taula 3.20 Representació d'objectes matemàtics del grup d'estudi GE

Subcompetència	Mohamed. <i>El parc de les aus</i>	Fàtima i Ruth. <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	IrenePastissos i <i>cultures</i>	Clara i Alicia. <i>El bar de l'institut</i>	Georgina. <i>El parc de les aus</i>
Mostrar indicis de reflectir i interpretar amb claredat els objectes matemàtics que apareixen al model.	1	1	2	1	1
Representar i interpretar amb un cert grau de precisió les variables que intervenen en el model i les seves relacions.	1	0	2	1	1
Mostrar de forma adient, un bon sistema de relacions entre objectes matemàtics associats al model.	1	0	1	1	1
Representar de forma precisa les relacions entre realitat i objectes matemàtics associats al llarg de tot el treball.	1	0	1	1	1
Manifestar judicis adients per a mostrar informacions rellevants del model.	0	0	0	0	0

Registre de l'exposició oral del projecte. L'exposició oral del projecte es recull fent una gravació en video.

Resultats de l'avaluació del projecte S'obtenen els resultats del full d'avaluació que se'ls ha donat al començament. S'obté una valoració sobre el disseny, contingut matemàtic, claredat i comunicació i els aspectes formals. A la figura 3.15 es pot veure un exemple d'avaluació de l'apartat del disseny del projecte.

Disseny	Resultat 1 2 3		
	Entrevista inicial 1 2 3	Treball final	Presentació pública
Informació recollida: 0- No es veu d'on s'ha tret. 1- Es veu però no s'explica. 2- S'explica però no del tot o és insuficient. 3- Suficient i distingirà informació de resultats.	3	3	1
Plantejament coherent: 0- No queda clar els objectius que es planteja el treball. 1- Explícita els objectius però sense mostrar la rellevància social del problema. 2- Explícita bé i fa referència bàsica a la seva rellevància. 3- Explícita bé els objectius i la seva rellevància.	2	3	1
Extensió i aprofundiment 0- No arriba a resoldre el problema. 1- Resol el problema però molt simplificat. 2- Resol el problema una mica simplificat. 3- Resol el problema en tota la seva complexitat i la màxima obertura de mires.	2	3	2
Observacions:			

Figura 3.15. Avaluació del disseny del projecte.

Dels diferents apartats (disseny, Contingut matemàtic, Claredat i comunicació, aspectes formals) al final s'obté una nota sumant les puntuacions obtingudes a les columnes de "Entrevista inicial" i "Treball final" (puntuació màxima possible 51 punts) i convertint-les a una escala de 0 a 10. El mateix amb la columna de la presentació oral. Els resultats obtinguts en el cas del grup de contrast GC2 són els de la taula 3.21.

Aquests resultats de l'avaluació del projecte la necessitem per a seleccionar els grups de contrast entre els alumnes de 2n i 4t d'ESO (GC2 i GC4 respectivament).

Taula 3.21 Projectes realitzats pels alumnes del grup GC2.

	Qualificacions		Projecte realitzat	Nº de codi	
	Dossier	Pres.oral			
		1r estudiant	2n estudiant		
Sibila i Carina	9	6	6	Les companyies de vol econòmics	6
Ada i Hilda	8	7	7	Les llaunes de conserves	7
Raimon i Max	9	8	8	Vols econòmics	8
Almudena i Carol	8	6	6	Pàrquing al voltant de l'Institut	9

Valoracions de l'alumnat S'obté el valor que els alumnes donen als projectes, com ho han viscut, quina és la seva percepció. Aquestes dades les podrem obtenir a partir de la autoavaluació i de la carta a un amic.

Totes les dades que s'han obtingut han de ser analitzades per a poder donar resposta als problemes que es planteja la recerca. A l'apartat següent es presenten l'anàlisi realitzat.

3.9 Anàlisi de dades

L'anàlisi de les dades haurà de donar les respostes dels problemes plantejats a l'estudi i, d'aquesta manera, tancar tot el procés d'investigació. Aquestes anàlisis consten de tres parts, l'anàlisi propiament dit, la interpretació i l'explicació (Sierra, 1991).

Les anàlisis a aplicar poden ser de diferents tipus. El principal recurs intel·lectual que farem servir a les nostres anàlisis serà el mètode comparatiu (Latorre i alt 1997). El nostre treball començarà per enunciar les competències matemàtiques que intervenen al treball de projectes i crear unes categories per identificar-les. Per comparació, tractarem de relacionar-les amb les produccions de tot tipus que hagin produït els alumnes a l'activitat. En la majoria dels casos aquestes anàlisis les farem sobre les produccions dels alumnes considerades aïlladament. Però també farem servir les anàlisis de contrast sobre el contingut de les produccions dels alumnes del grup d'estudi GE i els altres grups de contrast que hem considerat.

La naturalesa de les anàlisis serà fonamentalment qualitativa, perquè les variables amb les que es treballa són bàsicament no numèriques ja que es recullen idees, enfoc i processos. En canvi, es treballa amb variables quantitatives a la prova diagnòstica i al test IGF.

Es fa una anàlisi interpretativa perquè s'obtenen les dades i s'analitzen acuradament, per fer explícites les competències i habilitats matemàtiques en el treball de projectes. També serà de caràcter bàsicament exploratori perquè es tracta de construir noves hipòtesis referides al desenvolupament de les competències matemàtiques dels alumnes, especialment aquells que tenen dificultats d'aprenentatge.

Per realitzar les diferents anàlisis ja s'ha explicat com s'han dissenyat instruments específics adequats a les necessitats de la recerca en cada cas. Aquests instruments, així com la seva

finalitat i justificació es poden veure a un altre apartat d'aquest capítol. A la taula 3.22 es mostra la relació entre els instruments, les dades que ens aporten i les anàlisis que es fan.

Taula 3.22. Anàlisis emprats a la recerca

Instrument	Dades	Anàlisis
Prova diagnòstica de competències matemàtiques. Disseny d'una aplicació informàtica. Disseny d'una base de dades.	Nivells competencials previs al treball de projectes.	Es farà una anàlisi quantitativa de validació.
Entrevistes al professorat. Test IGF.	Percepcions del professorat sobre els alumnes relatives a hàbits de treball i aptituds per l'estudi i nivells d'intel·ligència.	Anàlisi qualitativa etnogràfica d'estudi de cas. Anàlisi comparatiu qualitativa entre diferents grups d'alumnat.
Full d'inici. Entrevista inicial. Entrevista i enquesta de seguiment. Diari de classe.	Primera proposta de definició del projecte. Observacions i dades sobre el procés seguit pels alumnes.	
Orientacions per a la presentació del dossier. Dossier.	Dossier realitzat.	
Consells per a la presentació oral. Programa de suport a l'exposició oral final. Enregistraments en vídeo i audio de la presentació oral.	Presentació oral dels alumnes.	
Avaluació dels projectes. Valoracions alumnes (autoavaluació i carta a un amic).	Resultats sobre l'avaluació.	
Graelles anàlisi competències matemàtiques.	Nivells de competències matemàtiques.	

Una de les característiques de la investigació qualitativa que es segueix és, segons Latorre i alt. (1997), que l'obtenció i anàlisi de la informació són processos complementaris, continus i interactius més que seqüencials. A la recerca el procés d'anàlisi que es segueix està integrat a les diferents fases de la recerca. En alguns casos els resultats de les anàlisis serà part de la informació que es farà servir en nous anàlisis. Així, es segueix un procés cíclic d'anàlisi que es mostra a la figura 3.16. Els quadres en color verd indiquen cada anàlisi que s'ha fet, en els de color blau es recullen les dades que s'han fet servir per l'anàlisi. En requadres de línies vermelles es posen els resultats que s'obtenen de l'anàlisi. Els requadres omplerts de vermell representen que són els resultats dels anàlisis i, a més a més, són els objectius de la tesi.

3.10 Resum

L'opció metodològica emprada a la recerca ha sigut la qualitativa etnogràfica d'estudi de cas perquè és la que millor s'adapta tant a les intencions i pretensions dels recercadors com a la naturalesa del problema que ens hem plantejat. S'ha explicat el que es fa i com es fa per arribar a aconseguir els resultats que es busquen. L'estudi es desglosa en un estudi pilot i en l'estudi de cas. L'estudi pilot ha de servir per a elaborar i validar la prova diagnòstica i preparar la recollida de dades durant el procés de realització de projectes. Els elements metodològics, les fases, les poblacions, els instruments, les dades recollides i les anàlisis realitzades, han quedat descrites als apartats anteriors. Únicament la prova diagnòstica s'explica amb més detall al capítol següent degut a la complexitat que representa la seva elaboració.

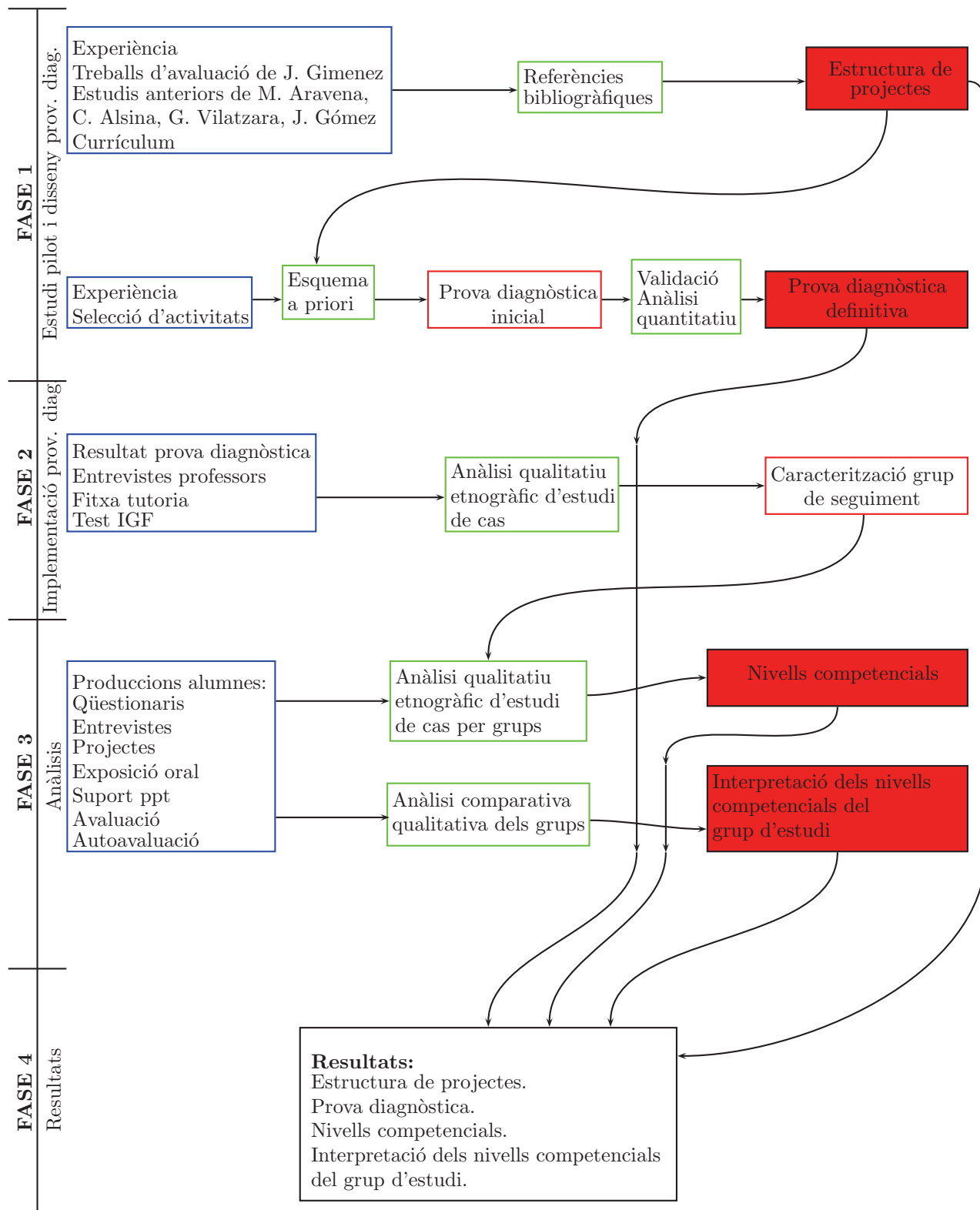


Figura 3.16: Esquema d'anàlisi emprat

Capítol 4

Disseny i implementació d'un treball de projectes. Estudi pilot.

4.1 Introducció

4.2 Justificació de la prova de diagnosi inicial

4.2.1 Elements per a la construcció de la prova diagnòstica de les competències

4.2.2 Procés d'elaboració de la prova diagnòstica

4.3 Implementació del treball de projectes

4.3.1 Selecció del grup d'estudi

4.3.2 Procés del treball de projectes

4.4 Anàlisi de cas

4.4.1 Anàlisi dels projectes i la prova diagnòstica del grup de seguiment

4.4.2 Contrast entre la prova diagnòstica, les competències bàsiques i els projectes realitzats

4.5 Valoració de l'estudi pilot

4.6 Resum

4.1 Introducció

En aquest capítol es presenta l'estudi pilot realitzat a la recerca. Aquest estudi forma part de la primera fase de la investigació que ha quedat presentada al capítol anterior. D'aquest estudi es vol obtenir una prova vàlida per a diagnòsticar els nivells competencials dels alumnes que encara no han fet projectes, a la que s'anomenarà prova diagnòstica. L'estudi també ha de servir per millorar el procés d'implementació del treball de projectes. A la figura 4.1 es mostra un esquema d'aquest capítol.

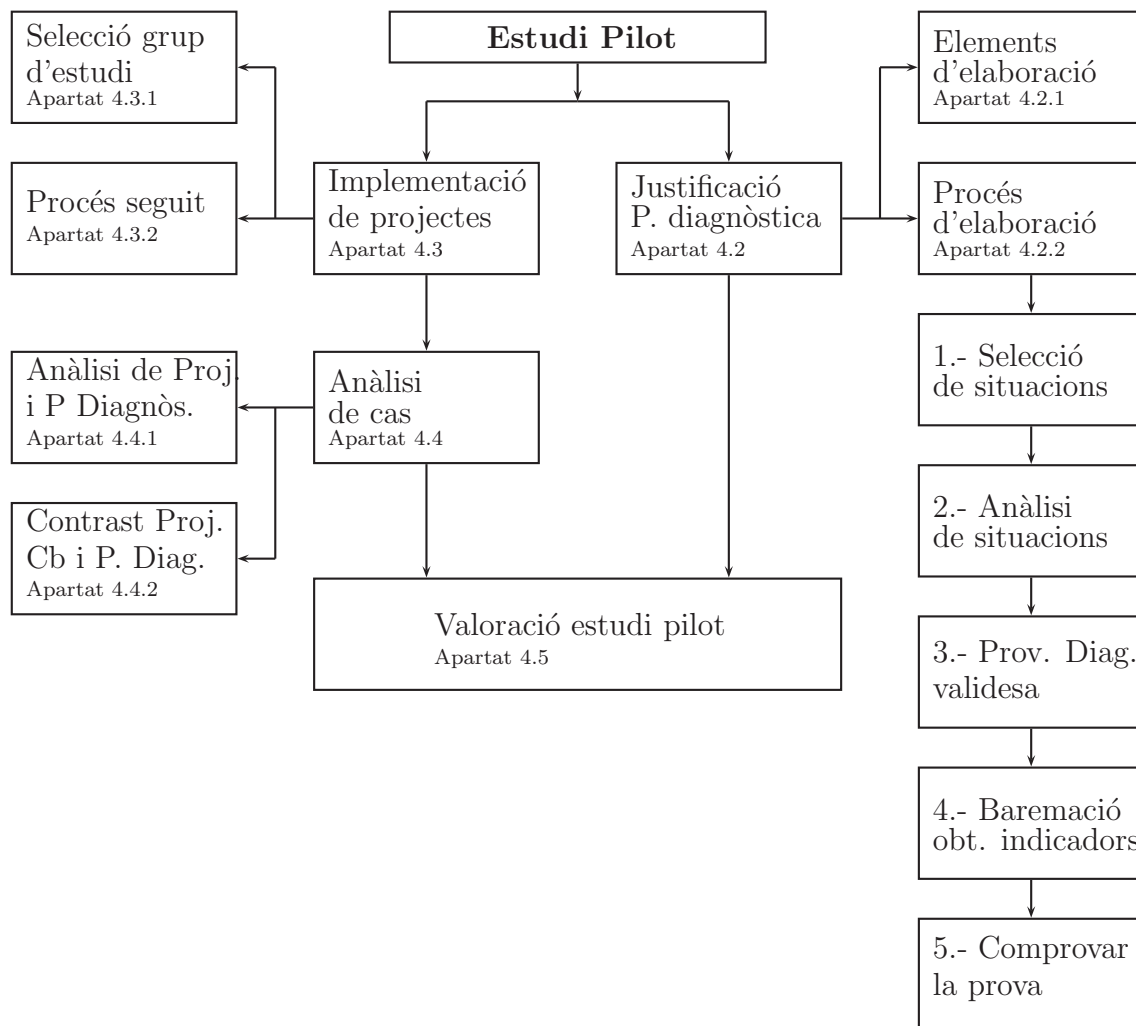


Figura 4.1: Esquema capítol 4

Cóm es dissenyarà la prova de diagnosi inicial es pot veure a l'apartat 4.2. El procés que es seguirà és llarg. Es començarà fent una selecció dels elements que es volen avaluar amb la prova que es mostra a l'apartat 4.2.1. A continuació es seleccionaran les preguntes que formaran part de la prova. Això es farà seguint les fases que es presenten a 4.2.2. Aquestes

fases portaran a obtenir la prova definitiva. Per obtenir els indicadors numèrics sobre els nivells competencials s'establirà un barem que adjudiqui a cada pregunta un índex en funció del tipus de resposta. Aquest procés és el que es mostra a la quarta etapa de l'elaboració de la prova. Per obtenir els indicadors numèrics sobre els nivells competencials s'establirà un barem que adjudiqui a cada pregunta un índex en funció del tipus de resposta. Aquest procés és el que es mostra a l'apartat 4.2.2. Finalment s'implementarà la prova amb un grup d'alumnes per tal de comprovar-la i analitzar els resultats obtinguts.

A la implementació del treball de projectes (apartat 4.3.2), es distingiran tres etapes. La primera és la selecció del grup d'alumnes sobre els que es farà el seguiment. La segona serà el procés seguit pels alumnes. La tercera seran les anàlisis sobre el treball realitzat.

Finalment, a l'apartat 4.5 es presenta una valoració de l'estudi pilot on es mostra la incidència d'aquest estudi en la recerca que es presenta al capítol 5.

4.2 Justificació de la prova de diagnosi inicial

La recerca vol estudiar els nivells competencials dels alumnes amb dificultats en els projectes matemàtics. Es necessita trobar uns indicadors d'aquests nivells. Com que a nivell d'ESO no hi ha proves estàndards per mesurar aquests nivells competencials s'ha dissenyat una prova expressament amb aquesta finalitat. A més de dissenyar-la, s'haurà de comprovar que serveix per els propòsits plantejats. El procés seguit és llarg i es mostra els subapartats que segueixen. En primer lloc s'elaboren sis categories de capacitats que intervenen al treball de projectes. Aquestes categories seran els indicadors que es faran servir per a reconèixer el nivell de competència inicial dels alumnes. A continuació es dissenyarà una prova que permeti obtenir informacions sobre els nivells dels alumnes en cada una de les categories establertes.

4.2.1 Elements per a la construcció de la prova diagnòstica de les competències

A partir dels criteris d'avaluació exposats als capítols 7 i 8 de Giménez (1997), de les capacitats que cita Maria Aravena en la realització de Projectes (Aravena, 2002), les reflexions i propostes que fa el Grup Vilatzara (2001a), les 12 propostes per fer de "mathscope" Alsina (1998) així com l'experiència personal d'uns anys fent projectes amb els alumnes d'ESO s'ha elaborat el següent llistat de capacitats i habilitats que intervenen en l'elaboració de Projectes. Aquestes capacitats i habilitats s'han agrupat en sis categories tal com es mostra a continuació.

1. Selecció i valor d'informacions

1. Saber seleccionar informació útil de diverses informacions.
2. Destriar graus d'importància de diferents informacions.
3. Saber formular-se preguntes a partir de les informacions rebudes (per observació visual, escrita, internet, etc.), fomentant la imaginació i la intuïció.
4. Saber trobar fonts d'informació adequades a un problema.

2. Raonament i anàlisi crítica de les informacions

1. Reconèixer informacions que es dedueixen d'altres.
2. Grau de certesa de certes afirmacions de cara a fer bons judicis i argumentacions.
3. Interpretar correctament una situació d'acord amb les variables de cert problema.
4. Anàlisi crítica de les informacions.

3. Reconeixement de variables i relacions

1. Identificar les diferents variables que intervenen.
2. Saber esbrinar les relacions que es donen entre les diferents variables que intervenen en una situació determinada.

4. Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic

1. Saber interpretar diferents tipus de llenguatge: natural, algèbric, estadístic, taules de valor.
2. Saber passar a llenguatge algèbric el llenguatge natural, gràfic, o de taules de valor.
3. Saber passar el llenguatge algèbric a llenguatge natural, gràfic o taula de valors.
4. Saber passar de llenguatge natural a llenguatge gràfic.
5. Saber passar de llenguatge gràfic a llenguatge natural.
6. Saber passar de llenguatge natural a taula de valors.
7. Saber passar d'una taula de valors a llenguatge natural.
8. Saber passar de gràfic a taula de valors.

9. Saber passar de taula de valors a gràfic.
10. Saber fer ús del llenguatge estadístic.
11. Ús de recursos tecnològics (calculadores, ordinadors)

5. Ús d'elements matemàtics

1. Generar dades noves amb arguments i càlculs, a partir de les dades donades a la informació inicial.
2. Saber diferenciar entre les dades conegudes, les que podem estimar, i les que podem calcular.
3. Reconèixer les limitacions que suposen algunes de les decisions que es prenen i la del propi temps que es té per realitzar el treball.
4. Obtenir noves dades per mesura indirecta.
5. Saber fer estimacions raonades.
6. Saber recollir dades de manera planificada, amb taules i graelles.
7. Prendre consciència de diferents maneres de resoldre o calcular les coses.
8. Descriure i reconèixer la necessitat d'interpolar.
9. Reconèixer l'ajust com una aproximació per interpretar la situació.

6. Planificació i coherència

1. Establir coherència entre una demanda i els passos possibles per aconseguir-la.
2. Claredat i consistència en el procés matemàtic-problema real. No perdre de vista el problema respecte de la idea matemàtica.
3. Generació i selecció d'idees, fomentant la imaginació i la intuïció.
4. Establir hipòtesis.
5. Saber explicar i argumentar.
6. Saber emprar els termes amb precisió.
7. Comunicació correcta de les idees seleccionades i generades.
8. Saber generalitzar a partir dels resultats concrets.
9. Saber enunciar conclusions que es poden deduir a partir del que han descobert.

10. Saber fer prediccions.

Els nivells de les capacitats i habilitats dels alumnes es reconeixeran per mitjà d'aquestes sis categories que s'han establert. A continuació es mostra el procés que es seguirà per elaborar la prova que permeti obtenir uns indicadors numèrics per a cada una de les categories.

4.2.2 Procés d'elaboració de la prova diagnòstica

La prova diagnòstica que es volia dissenyar havia d'estar formada per una serie d'activitats que, entre totes elles, donessin informació sobre el nivell que cada alumne té a cada una d'aquestes categories. A més, la prova no podia ser massa llarga i el nombre d'activitats s'havia d'ajustar perquè els alumnes la poguessin completar en una hora aproximadament. El disseny definitiu de la prova ha seguit cinc etapes que es presenten a continuació.

1a Etapa. Selecció de situacions

Inicialment s'ha fet una selecció de situacions reals sobre les que es puguin formular qüestions, que tinguin un cert interès pels alumnes d'ESO i que siguin útils als propòsits de la recerca. Més endavant s'exposarà detalladament quins eren els objectius a cadascuna de les qüestions proposades. D'aquesta manera es van dissenyar 6 situacions diferents, cadascuna d'elles amb les seves qüestions. Aquestes situacions es referien a una notícia apareguda a la premsa sobre els salts que l'atleta Y. Lamela va fer a les olímpies de Sydney l'any 2002. La segona al circuit de Montmeló. La tercera a les torres bessones de Nova York (encara no s'havien produït els tràgics fets del 11/09/2001). La quarta es basava en un folletó de propaganda d'una empresa de telefonia. La cinquena situació es referia als campionats del món d'atletisme de l'any 1999 celebrats a l'estadi de Sevilla. Finalment una sisena situació es va plantejar al voltant del concurs de Gran Hermano que una cadena de televisió iniciava i que havia creat força expectació.

2a Etapa. Anàlisi de les situacions

Es va fer una anàlisi de cada una de les situacions dissenyades per tal d'esbrinar quines contribucions feien a l'assoliment dels objectius que es perseguïen. Aquesta anàlisi es va fer completant les graelles que es mostren a la taula 4.1 i següents on, per una banda, figuren les capacitats i habilitats, i per una altra les sis situacions dissenyades. El resultat d'aquesta anàlisi és mostra a continuació.

A cada situació ens referim amb un codi que es correspon amb el següent ordre: 1) Salts de Y. Lamela. 2) Circuit de Montmeló 3) Les torres bessones 4) Propaganda empresa telefonia 5) Campionats atletisme 6) Concurs Gran Hermano.

1. Selecció i valoració de les informacions.

Taula 4.1. Contribucions a la capacitat de seleccionar i valorar les informacions

1. Selecció i valor d'informacions	1	2	3	4	5	6
Saber seleccionar informació útil de diverses informacions.	x			x	x	x
Destriar graus d'importància de diferents informacions.					x	x
Saber formular-se preguntes a partir de les informacions rebudes (per observació visual, escrita, internet, etc..) Fomentant la imaginació i la intuïció.						
Saber trobar fonts d'informació adequades a un problema.						

Es pot veure com les activitats referides al circuit de Montmeló i a les torres bessones no fan contribucions rellevants en aquesta capacitat de seleccionar i valorar la informació. Les altres sí que fan aportacions, en especial les activitats sobre l'estadi de Sevilla i el concurs de Gran Hermano.

2. Raonament i anàlisi crítica de les informacions.

Els resultats de les anàlisi es mostren a la taula 4.2.

Taula 4.2. Contribucions a la capacitat de raonament anàlisi crítica de les informacions

2. Raonament i anàlisi crítica de les informacions	1	2	3	4	5	6
Reconèixer informacions que es dedueixen d'altres.	x					
Grau de certesa de certes afirmacions de cara a fer bons judicis i argumentacions.	x	x	x	x	x	x
Interpretar correctament una situació d'acord amb les variables de cert problema.	x	x	x	x	x	x
Anàlisi crítica de les informacions.						

Aquesta anàlisi ens mostra que les 6 activitats preparades contribueixen en el reconeixement de la capacitat de raonar i analitzar críticament les informacions. En especial l'activitat sobre el salt de Y. Lamela mostra la capacitat per saber reconèixer informacions que es dedueixen d'altres mentre que a la resta això no és possible.

3. Reconeixement de les variables i relacions entre elles.

Els resultats de les anàlisi es mostren a la taula 4.3.

Taula 4.3. Contribucions a la capacitat de reconèixer les variables i les seves relacions

3. Reconeixement de variables i relacions	1	2	3	4	5	6
Identificar les diferents variables que intervenen.	x	x	x	x	x	x
Saber esbrinar les relacions que es donen entre les diferents variables que intervenen en una situació determinada.	x	x		x	x	x

Es pot veure que les sis activitats permeten observar la capacitat de reconèixer les variables i les seves relacions. Únicament l'activitat sobre les torres bessones no és útil per a reconèixer relacions entre les variables que intervenen a la situació.

4. Interpretació i ús de recursos del llenguatge matemàtic.

Els resultats de les anàlisis es mostren a la taula 4.4.

Taula 4.4. Contribucions a la capacitat de interpretar i emprar recursos del llenguatge matemàtic

4. Interpretació i ús de recursos del llenguatge matemàtic	1	2	3	4	5	6
Saber interpretar diferents tipus de llenguatge: natural, algèbric, estadístic, taules de valor.	x	x	x	x	x	x
Saber passar a llenguatge algèbric el llenguatge natural, gràfic, o de taules de valor.						
Saber passar el llenguatge algèbric a llenguatge natural, gràfic o taula de valors.						
Saber passar de llenguatge natural a llenguatge gràfic.						
Saber passar de llenguatge gràfic a llenguatge natural.						
Saber passar de llenguatge natural a taula de valors.						
Saber passar de una taula de valors a llenguatge natural.						
Saber passar de gràfic a taula de valors.				x		
Saber passar de taula de valors a gràfic.						
Saber fer ús del llenguatge estadístic.						
Ús de recursos tecnològics (calculadores, ordinadors)						

En aquest cas es pot veure que les sis activitats contribueixen de manera molt similar. Es pot destacar que l'activitat referida al folletó de propaganda de la companyia de telefonia aporta un element que no fan les altres activitats. Aquest és que la tasca proposada permet que els alumnes mostrin que saben fer un canvi de representació de la informació, si construeixen una taula de valors a partir de la informació que apareix a un gràfic.

5. Ús d'elements matemàtics.

Els resultats de les anàlisi es mostren a la taula 4.5.

Taula 4.5. Contribucions a la capacitat de fer servir elements matemàtics

5. Ús d'elements matemàtics	1	2	3	4	5	6
Generar dades noves amb arguments i càlculs, a partir de les dades donades a la informació inicial.	x	x			x	x
Saber diferenciar entre les dades conegudes, les que podem estimar, i les que podem calcular.	x				x	x
Reconèixer les limitacions que suposen algunes de les decisions que es prenen i la del propi temps que es té per realitzar el treball.						
Obtenir noves dades per mesura indirecte.						
Saber fer estimacions raonades.	x	x			x	x
Saber recollir dades de manera planificada, amb taules i graelles.						
Prendre consciència de diferents maneres de resoldre o calcular les coses.						
Descriure i reconèixer la necessitat d'interpol·lar.						
Reconèixer l'ajust com una aproximació per interpretar la situació.	x					

D'aquests resultats destaca el fet que les activitats referides a les torres bessones i la propaganda de la companyia de telefonia no fan cap contribució. L'activitat sobre el salt de Y. Lamela és la que més aporta a la cerca d'indicadors. A continuació la seguirien les activitats de l'estadi de Sevilla i el concurs de Gran Hermano que fan aportacions similars. La tasca sobre el circuit de Montmeló també contribueix però amb un element menys que les altres. També podem destacar que hi ha cinc capacitats que cap de les tasques permet reconèixer.

6. Planificació i coherència en el procés.

Els resultats de les anàlisi es mostren a la taula 4.6.

Taula 4.6. Contribucions a la capacitat de planificar i seguir un procés amb coherència

6. Planificació i coherència	1	2	3	4	5	6
Establir coherència entre una demanda i els passos possibles per aconseguir-la.		x	x		x	x
Claredat i consistència en el procés matemàtic-problema real. No perd de vista el problema respecte de l'idea matemàtica.		x			x	x
Generació i selecció d'idees. Fomentant la imaginació i la intuïció.						
Establir hipòtesis.						
Saber explicar i argumentar.	x	x	x		x	x
Saber emprar els termes amb precisió.	x	x				
Comunicació correcta de les idees seleccionades i generades.	x	x	x		x	x
Saber generalitzar a partir dels resultats concrets.						
Saber enunciar conclusions que es poden deduir a partir del que han descobert.		x		x	x	x
Saber fer prediccions.	x					

En aquest cas l'activitat que és més útil perquè permet reconèixer més capacitats és la del circuit de Montmeló. Les següents tasques que permeten reconèixer més capacitats són la de l'estadi de Sevilla i la del concurs del Gran Hermano, que fan les mateixes contribucions. La que menys contribueix és la que es basa en el folletó de propaganda de l'empresa de telefonia. També observem que hi ha dues capacitats que no queden recollides per cap de les tasques proposades.

Aquestes anàlisis mirades en el seu conjunt ens permeten treure les conclusions que mostrem a continuació.

1. Es veu que hi ha tres situacions (la 3, 5 i 6) que no aporten coses noves, són perfectament prescindibles perquè els objectius que assoleixen també ho fan les altres situacions.
2. S'observa que hi ha algunes capacitats i habilitats de les que es consideren bàsiques i que per tant haurien d'aparèixer i no hi són. En concret són:
 - (a) Reconèixer les limitacions que suposen algunes de les decisions que es prenen i la del propi temps que es té per realitzar el treball.
 - (b) Saber formular-se preguntes a partir de les informacions rebudes (per observació visual, escrita, internet, etc.), fomentant la imaginació i la intuïció.
 - (c) Generació i selecció de idees. Fomentar la imaginació i la intuïció.

Per tant es van suprimir les situacions 3, 5 i 6 es van modificar la del circuit de Montmeló, afegint una qüestió que demanava fer estimacions de temps per construir elements del circuit, i es va afegir una nova situació (la de pensar en projectes) per compensar aquestes mancances.

3a Etapa. La prova diagnòstica provisional i la seva validesa

El procés de construcció és determinant en la validesa de l'instrument de recollida d'informació. Els investigadors Van Dalen i Meller (1983) afirmen que *"Per avaluar la validesa de contingut*

l'investigador ha de verificar per si mateix i amb l'ajuda d'altres col·legues en quina mida les qüestions de la prova constitueixen una mostra representativa de l'univers del contingut que aquell es proposa mesurar". D'acord amb aquests autors s'ha tingut en compte la validesa de contingut en la construcció de la prova. Això es considera així perquè es va presentar la prova tal com estava als membres del Grup Vilatzara. Aquest grup està format per professors experts. Sense cap mena de dubtes es van fer aportacions de gran importància en la manera de formular les qüestions, la manera de presentar-les i es va afegir alguna qüestió nova per assegurar l'assoliment dels objectius que es perseguïen. A continuació es mostra la prova diagnòstica.

La prova consisteix en presentar 4 situacions extremes de la vida real amb una serie de preguntes sobre elles.

1. 1a Situació: Els tres salts de'n Yago Lamela. Basada en una notícia de premsa sobre els salts d'aquest atleta a les olimpíades de Sydney.
2. 2a Situació: Les tarifes de Jazztel. Basada en la publicitat de les tarifes d'aquesta empresa.
3. 3a Situació : El circuit de Montmeló. Amb qüestions relatives al circuit
4. 4a Situació: Pensant en projectes. Es pretén establir relacions entre les matemàtiques i la realitat.

A continuació es presenten desenvolupades cada una d'elles.

La 1a situació: Els tres salts de Yago Lamela

Es tracta d'una notícia de premsa sobre els salts realitzats per l'atleta Y. Lamela a les olimpíades de Sydney a l'any 2000. A la figura 4.2 es mostra la imatge que apareixia junt a la notícia que va aparèixer al diari El País.

La primera qüestió que es demanava era la següent:

A partir de les dades que apareixen a la notícia digues el que era previsible que saltés en Y. Lamela a les Olimpíades de Sydney. Explica els teus càlculs aquí mateix.

El que es pretenia era:

- Saber identificar variables que intervenen en una determinada situació i la relació que hi ha entre elles.
- Saber seleccionar la informació que interessa entre un conjunt d'informació més amplia.

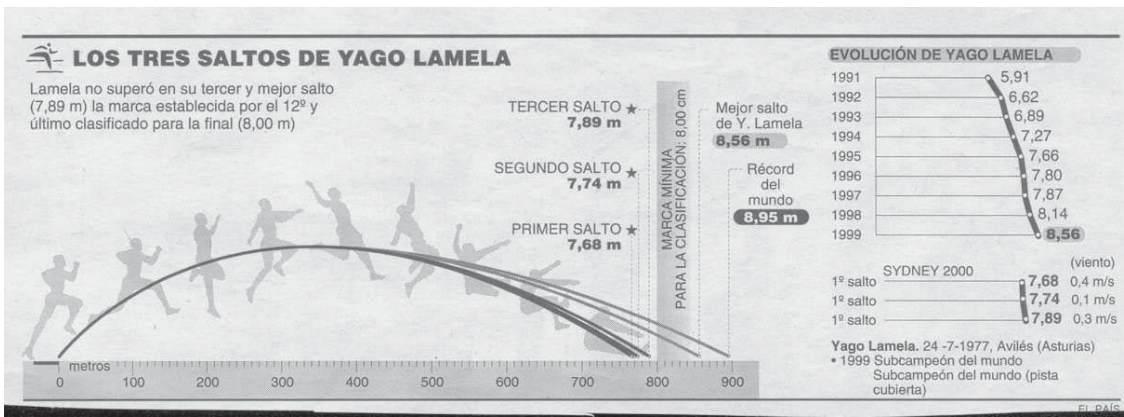


Figura 4.2: Notícia del salt de Y. Lamela a Sydney 2000

- Interpretar correctament les diferents informacions que apareixien a la notícia, i els diferents llenguatges emprats, natural i gràfic.
- Saber diferenciar entre les dades conegudes, les que es poden calcular, les que es poden estimar i les que no es poden calcular de cap manera.
- Saber fer prediccions coherents a partir de les dades donades i calculades.
- Saber generar dades que necessites a partir de les donades.

Per veure una anàlisi completa de tota la prova consultar l'annex A.

4a Etapa. Baremació de la prova i procés d'obtenció dels indicadors

En aquesta etapa es defineix el procés mitjançant el qual s'atorga a cada alumne un indicador referit als seus nivells de capacitat assolits. En primer lloc es codifiquen les respostes dels alumnes de la següent manera. Per cada qüestió de la prova s'ha establert diferents categories de respostes i a cada categoria se li ha assignat una puntuació i un codi. A la taula 4.7 es presenta el cas de la pregunta 1.1 de la prova.

El codi serveix per poder donar-li tractament informàtic a les respostes i obtenir els resultats amb més facilitat. Per a definir el procés que ha de donar els indicadors numèrics s'ha buscat les relacions que hi ha entre cada tipus de resposta de cada pregunta amb les capacitats de cada categoria. S'entendrà millor amb un exemple. Suposem que a la pregunta 1 de la situació 1, que és la de la taula anterior, un alumne ha donat una resposta de codi 3. Aquesta resposta té assignada una puntuació d'un punt. Això significa que tal com es veu a la taula 4.8 de relacions, aquest tipus de resposta està relacionada amb les capacitats i habilitats *saber*

Taula 4.7: Codificació i baremació respostes de la pregunta 1.1 de la prova diagnòstica

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Dóna argumentació absurda o errònea o sense basar-se en l'augment de les quantitats.	- Era previsible que saltés 7,5 metres perquè sempre rondava les mateixes puntuacions. - He fet la mitjana i és 8,25.	0
2	Argumentació de que no es pot saber perquè no hi ha una diferència constant.	- No sé com ho he de fer ... - No es podrà saber. - La diferència és diferent	0
3	Argumenta raonablement una quantitat sense parlar de les diferències.	Saltarà 8 m i escaig i menys de 8,95	1
4	Diu que ha de ser més gran, o bé dóna una quantitat raonablement més gran (no superior a 8,75) sense explicacions de l'augment o bé una explicació d'augment errònia	Es preveia que augmentés 8,60	1
5	Argumentació fixant-se en l'augment progressiu amb alguna equivocació (no explicitat)		2
6	Argumenta bé donant una quantitat més gran basant-se en coneixements d'atletisme	8,62 perquè és una mica més de 8,56	2
7	Raona basant-se en les dades numèriques per algun tipus de diferència. Tot i dir que pot ser 8,98 que és absurd.	8,70 perquè al 97 va fer 7,87 i al 99 8,56	2
8	Explicita argumentació basada en l'aproximació de les dades i justificant amb certa precisió que no pot ser molt més que el rècord mundial, que veu la correlació.	Ell acostuma a pujar de 30 cm a 40 cm cada any .. per tant 8,70 o 8,80m	3

seleccionar informació útil de diverses informacions i, per tant, li sumarem el punt que li correspon en aquest apartat.

A l'annex B es pot trobar la taula completa a on s'estableixen les diferents categories de respostes i se'ls assignen els codis i punts. A l'annex C es mostra la relació entre les capacitats i habilitats amb la categoria de resposta que correspongui. El procés es segueix amb les quatre preguntes i al final es sumen els punts que hi hagi a cada categoria, obtenint d'aquesta manera un indicador numèric per a cada una d'elles, que és el que es volia aconseguir.

S'ha elaborat una aplicació informàtica, amb el llenguatge Pascal, que en introduir-li els

Taula 4.8: Relació entre el tipus de resposta, la capacitat i la pregunta

Capacitats/habilitats	1.1	1.2.a	1.2.b
Selecció i valor d'informacions			
Saber seleccionar informació útil de diverses informacions.	3,4,5, 6,7,8	4,5,6,7	4,5,6,7
Destriar graus d'importància de diferents informacions.			
Saber formular-se preguntes a partir de les informacions rebudes (per observació visual, escrita, internet, etc..) fomentant la imaginació i la intuïció.			
Saber trobar fonts d'informació adequades a un problema.			

codis de cada resposta, calcula automàticament el indicador de cada categoria per a cada alumne.

5a Etapa. Fiabilització de la prova

Per acabar de considerar vàlida la prova es va passar a un grup d'alumnes de diferents instituts de Catalunya i de diferents nivells. De l'experiència, els membres del grup Vilatzara, una vegada més, van fer suggeriments de nous canvis i retocs. També es va poder confirmar que el temps d'una hora era suficient per a la realització de tota la prova. D'aquesta manera vam considerar que la prova diagnòstica que havíem elaborat ens donava les informacions que buscavem de manera fiable. A continuació es mostren els resultats d'aquesta implementació de validació.

En primer lloc es mostra quina és la població que participa i a continuació es fan unes anàlisis dels resultats obtinguts.

La població que s'ha triat ha sigut un grup d'alumnes de diferents nivells d'ESO i de diferents instituts de Catalunya. No s'ha tingut en compte el marc geogràfic de la mostra, ni la variable gènere, procedència social, tipus d'escola etcètera. En concret la procedència de la mostra es la que es mostra a la taula 4.9

El grup de 2n d'ESO correspon a l'IES Vilatzara. Aquest institut es troba al poble de Vilassar de Mar de 19.000 habitants. Els alumnes són de classes acomodades, professionals

Taula 4.9: Procedència població comprovació prova diagnòstica

Nivell d'ESO	I.E.S. Badalona 7	I.E.S. P. Font i Quer	I.E.S Vilatzara
2n			41
3r	51	9	
4t		22	
Repetidors de 4t			11

lliberals, petits industrials, alts càrrecs d'empreses, funcionaris, comerciants i treballadors poc qualificats de les indústries de la zona. La majoria dels alumnes volen estudiar batxillerat.

L'IES Badalona-7 es troba a la ciutat de Badalona de 221.000 habitants. Es troba situat en una zona cèntrica de la ciutat i els alumnes procedeixen també de famílies acomodades. La majoria dels estudiants tenen la intenció de cursar batxillerat.

L'IES Pius Font i Quer es troba a la ciutat de Manresa en una zona cèntrica. Els alumnes són fills de les famílies acomodades de la zona. També tenen expectativa de fer batxillerat.

Els resultats que s'han obtingut de la prova es mostren a continuació.

La prova s'ha passat als alumnes al final del primer trimestre, abans de Nadal, durant una hora habitual de classe de matemàtiques. En el cas dels alumnes de 2n es va necessitar part d'una segona hora de classe. Als alumnes de 2n es va justificar l'interès de fer-la perquè serviria per a comprendre què són els projectes i orientar el seu futur treball. En els altres casos es va presentar com una prova d'interès per a l'avaluació.

A continuació es fa una descripció dels resultats obtinguts segons el curs de cada alumne i d'acord amb les categories utilitzades.

En general, les capacitats que mostren els alumnes estan en un nivell de desenvolupament baix, les mitjanes es troben per sota de cinc. Els alumnes repetidors de 4t mostren unes mancances importants i el nivell de desenvolupament de les seves capacitats està per sota del dels alumnes de 2n d'ESO. Deixant de banda aquest grup d'alumnes, en la resta s'observa que totes les capacitats milloren a mida que creixen i avancen de curs. Igualment s'observa que la dispersió va disminuint a mida que els alumnes són més grans. Aquestes observacions fan pensar que de una manera natural i amb la formació que reben els estudiants, s'afavoreix el desenvolupament lleuger d'aquestes capacitats. Això es pot observar a la taula 4.10.

Si s'observen amb més detall els resultats dels alumnes de 2n es percep que la capacitat més desenvolupada és la de reconèixer variables i la de interpretar diferents tipus de llenguatge, mentre que la que els costa més és la d'argumentació, raonament i anàlisi crítica de les informacions.

Taula 4.10: Nivell de competència inicial dels alumnes d'ESO

	2n d'ESO (n=41)		3r d'ESO (n=60)		4t d'ESO (n=22)		Rep. 4t (n=11)	
	\bar{x}	σ	\bar{x}	σ	\bar{x}	σ	\bar{x}	σ
Selecció i valor d'informacions	3,3	1,63	3,5	1,39	4,7	0,76	2,8	0,96
Raonament i anàlisi informacions.	2,5	1,42	2,67	1,19	3,49	0,93	2,84	0,96
Reconeixement de variables i relacions	4,11	2,13	4,37	1,81	5,4	1,26	4,1	1,16
Interpret. i Recursos lleng. mat.	4,03	1,8	4,1	1,56	5,6	0,77	3,64	1,13
Ús d'elements matemàtics	2,8	1,77	3,26	1,73	3,79	1,59	2,46	1,21
Planificació i coherència	2,63	1,52	2,99	1,3	3,32	1,03	1,93	0,9
Total	3,2	1,6	3,48	1,39	4,39	0,87	2,84	0,84

Taula 4.11: Nivell de competència inicial dels alumnes de 2n d'ESO (n=41)

Capacitat	\bar{x}	Q2	σ	Min	Max	Q1	Q3
Selecció i valor de les informacions	3,295	3,2	1,629	0,7	6,3	1,7	4,6
Raonament i anàlisi crítica de les informacions	2,507	2,5	1,421	0,2	5,8	1,3	3,8
Reconeixement de variables i relacions	4,112	3,9	2,126	0,00	7,7	2,6	5,95
Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic	4,029	4,30	1,801	0,7	7,1	2,5	5,7
Ús d'elements matemàtics	2,81	2,8	1,77	0,0	8,0	1,2	3,8
Planificació i coherència	2,63	2,6	1,52	0,0	5,6	1,6	3,8
Total	3,23	3,2	1,6	0,45	6,48	1,86	4,56

Els alumnes de 3r també destaquen per tenir més desenvolupades les capacitats de reconèixer les variables que intervenen en una situació; les que tenen menys desenvolupades són la de raonar i fer anàlisi crítica de les informacions i la de planificar i actuar amb coherència.

Taula 4.12: Nivell de competència inicial dels alumnes de 3r d'ESO. (n= 60)

Capacitat	\bar{x}	Q2	σ	Min	Max	Q1	Q3
Selecció i valor de les informacions	3,495	3,7	1,39	0,0	6,1	2,7	4,4
Raonament i anàlisi crítica de les informacions	2,67	2,7	1,19	0,0	4,8	2,1	3,5
Reconeixement de variables i relacions	4,37	4,5	1,81	0,00	7,1	3,05	5,8
Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic	4,1	4,5	1,56	0,0	6,7	3,6	5,0
Ús d'elements matemàtics	3,26	3,6	1,73	0,0	6,4	2,1	4,4
Planificació i coherència	3,0	3,25	1,3	0,0	5,6	2,35	3,78
Total	3,48	3,53	1,39	0,0	5,79	2,84	4,46

Els alumnes de 4t han mostrat tenir la capacitat d'interpretar i emprar recursos de llenguatge matemàtic més desenvolupada que les altres. En segon lloc, i amb poca diferència, es troba la capacitat de reconèixer les variables que intervenen i les seves relacions. La que han mostrat menys desenvolupada ha sigut la de planificació i coherència. Observant els valors de la \bar{x} , la mediana, Q1, i Q3 es veu que, en conjunt, les dades segueixen una distribució força normal.

Taula 4.13: Nivell de competència inicial dels alumnes de 4t d'ESO (n=22)

Capacitat	\bar{x}	Q2	σ	Min	Max	Q1	Q3
Selecció i valor de les informacions	4,71	4,6	0,76	3,2	6,6	4,1	5,18
Ronament i anàlisi crítica de les informacions	3,49	3,4	0,93	1,7	5,4	2,85	4,05
Reconeixement de variables i relacions	5,4	5,35	1,26	3,2	8,7	4,5	6,2
Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic	5,61	5,5	0,77	4,3	7,6	5,2	5,78
Ús d'elements matemàtics	3,78	4,0	1,59	0,8	7,2	2,7	4,8
Planificació i coherència	3,32	3,3	1,03	1,8	5,2	2,58	4,2
Total	4,39	4,03	0,87	3,1	6,58	3,67	4,86

El nivell de desenvolupament de les capacitats dels alumnes repetidors de 4t estan per sota de les mitjanes de les de 2n. On mostren un nivell més elevat és en la de *Reconèixer variables i les seves relacions* i en la que menys nivell tenen és a la de *Planificar i establir coherència*. Per una altra banda, la σ , en la majoria de casos, és més petita que en els altres grups, el que ve a confirmar la homogeneïtat del grup.

Taula 4.14: Nivell de competència inicial dels alumnes repetidors de 4t d'ESO (n=11)

Capacitat	\bar{x}	Q2	σ	Min	Max	Q1	Q3
Selecció i valor de les informacions	2,84	2,7	0,86	1,2	4,4	2,2	3,7
Raonament i anàlisi crítica de les informacions	2,09	2,1	0,75	0,8	3,5	1,7	2,1
Reconeixement de variables i relacions	4,1	4,2	1,16	2,6	6,1	2,9	4,8
Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic	3,64	3,8	1,13	1,4	5,0	2,6	4,8
Ús d'elements matemàtics	2,46	2,8	1,21	0,8	4,4	0,8	3,2
Planificació i coherència	1,93	2,0	0,91	0,5	3,3	0,8	2,6
Total	2,84	3,02	0,84	1,47	4,27	2,33	3,27

Amb una mirada ràpida sobre els histogrames es pot apreciar el fet de que la dispersió es va reduint a mida que l'edat augmenta. A més es veu que aquesta reducció és deguda a que pugen els valors mínims, mentre els màxims, pràcticament continuen igual. Aquest valor màxim és en tots els casos gairabé el mateix el que passa és que augmenten el nombre d'alumnes que arriben als valors de 4 ó 5. D'això es dedueix que si bé hi ha un desenvolupament natural d'aquestes capacitats, aquest té un límit, un sostre que no es supera. Es suposa que si es treballessin activitats del tipus projecte, el nivell de desenvolupament d'aquestes capacitats augmentaria.

Es pot observar la distribució per nivells de la puntuació de la prova en els histogrames de la figura 4.3.

En general totes les capacitats tenen un nivell de desenvolupament molt baix. Segurament perquè són situacions que apareixen poc a les activitats d'aula. El grup de repetidors de 4t és força homogeni, amb un nivell de desenvolupament de les capacitats observades per sota dels alumnes de 2n, cosa que sembla raonable i coherent.

Es pot veure que les capacitats de seleccionar i valorar les informacions, reconèixer variables i interpretar i emprar recursos matemàtics són les millors desenvolupades; les capacitats de fer raonaments i analitzar críticament les informacions, ús d'elements matemàtics i planificar són les capacitats menys desenvolupades. Interpretem que és degut a que les tres primeres es treballen més habitualment a les activitats de l'aula mentre que les tres segones no han estat treballades. S'haurà de preveure que, en general, aquest tipus de treball pot presentar dificultats, en particular, als alumnes de 2n d'ESO.

En alguns casos, la puntuació total no coincideix amb el perfil acadèmic dels alumnes. Per exemple l'alumne 19 de la taula de resultats (annex F) és una persona amb molts bons resultats i, en canvi, el resultat està per sota de la mitjana dels alumnes de 4t. Així mateix l'alumne 23 a nivell acadèmic és dolent i, tantmateix, ha obtingut una puntuació global superior. S'interpreta que això és degut a la diferent naturalesa de les activitats d'aula i la dels projectes. Això fa pensar que realment l'activitat de projectes té unes característiques específiques que no les tenen les altres activitats.

Hi ha un desenvolupament natural de totes les capacitats; algun alumne de 2n l'assoleix aviat; a d'altres els costa més, però hi ha un nivell màxim similar a segon i a quart que no es supera. Aquest desenvolupament natural, el que fa és pujar els nivells mínims però no fa superar els màxims ja fixats des de 2n. És de suposar que amb una tasca educativa podrien augmentar aquests valors.

Els resultats obtinguts no són sorprenents i mostren coherència entre ells. Per tant es pot concloure que la prova diagnòstica que s'ha dissenyat es mostra vàlida com avaluació inicial de les capacitats dels alumnes per fer projectes. Aquesta avaluació no s'interpreta com una mesura exacta sinó com un indicador de tendències, que és el que necessitavem per a la nostra recerca.

A més de la prova diagnòstica, el que es pretén a l'estudi pilot és implementar els treballs de projectes per tal de comprovar i millorar tot el procés de realització abans d'abordar la recerca pròpiament. D'això s'ocupa l'apartat següent.

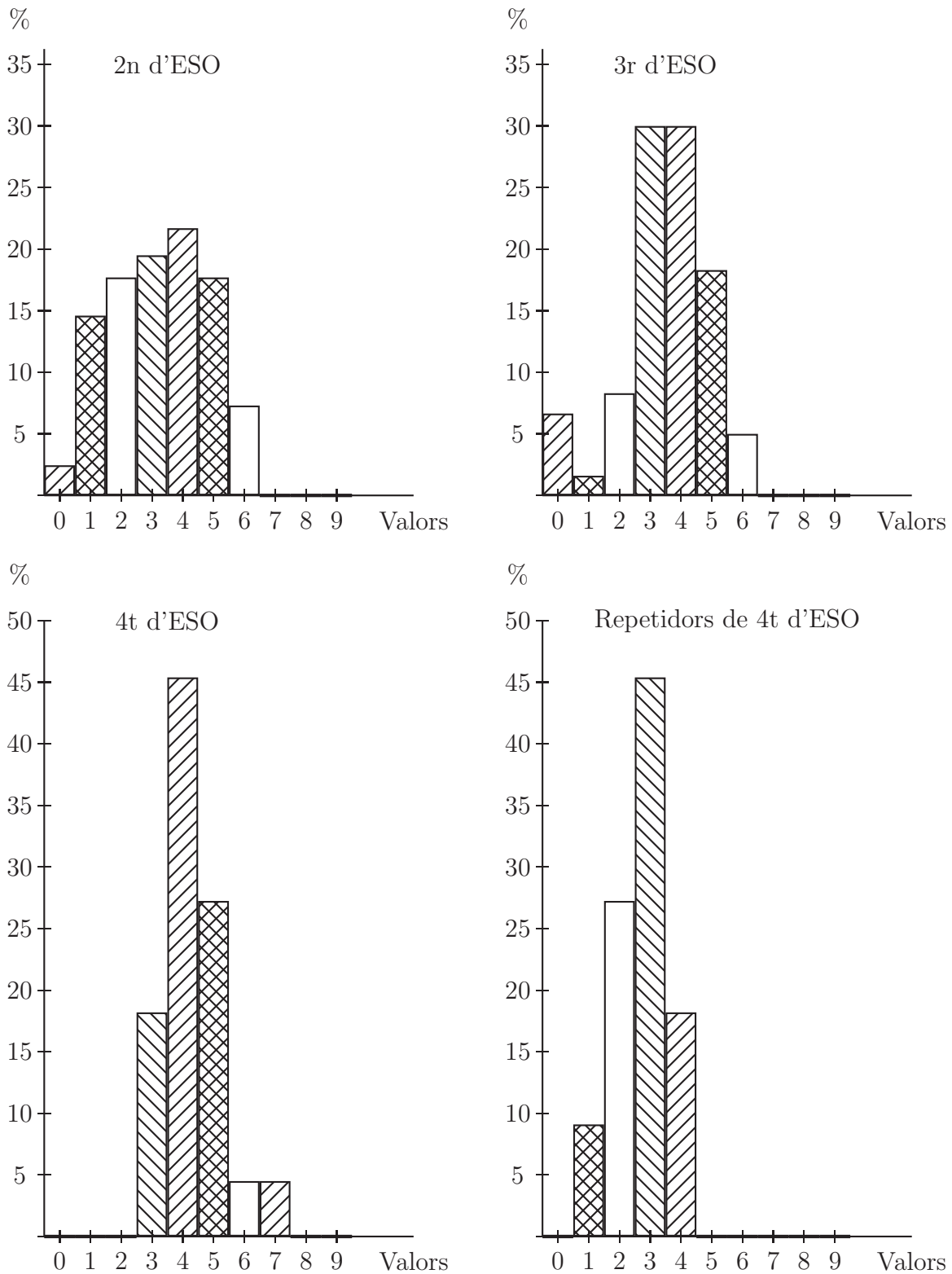


Figura 4.3: Histogrames dels resultats competencials a la prova diagnòstica inicial

4.3 Implementació del treball de projectes

S'ha implementat un treball de projectes amb la intenció d'assajar tot el procés seguit pels alumnes i professor i acabar de definir el desenvolupament de la recerca. Aquest procés consisteix en la realització de la prova diagnòstica i, a partir d'ella, seleccionar a un grup d'alumnes sobre els que es centrarà la recerca i al que anomenarem grup d'estudi de la prova pilot. A continuació es porten a terme els treballs de projectes i es fa un seguiment acurat dels alumnes del grup d'estudi. S'analitzen els projectes realitzats i es contrasten els resultats de les diferents proves que hauran realitzat els alumnes, incloent les de les competències bàsiques. Com a resultat de l'anàlisi d'aquest assaig es vol millorar tot el procés i assegurar l'obtenció de les dades que es necessiten per a l'assoliment dels objectius plantejats a la recerca.

4.3.1 Selecció del grup d'estudi

De tots els alumnes que han fet la prova diagnòstica s'han seleccionat 6 persones que presenten les característiques adequades per estudiar el problema que s'ha definit al capítol 1. Tots ells formen part dels grups de 2n d'ESO de l'IES Vilatzara de Vilassar de Mar. A continuació es presenten amb una breu descripció sobre actituds i rendiments acadèmics.

Els noms indicats no es corresponen als noms reals de l'alumnat. S'han canviat preservant l'anonimat dels alumnes presentats.

Saída.- Nascuda l'any 88 al Marroc. Va arribar a Vilassar als 5 anys i ha cursat els estudis primaris a l'escola del poble CEIP Pérez Sala. Viu a casa amb els pares i germans. El seu pare fa feines de paleta i la seva mare de peixatera. Amb els seus pares parla en àrab, amb els seus germans parla en àrab o castellà, amb les seves amigues parla en català o castellà. Li agrada mirar la televisió, però la TV3 o el canal 33 no els mira mai. Normalment mira la TVE1. Té poca afició a la lectura. A casa col·labora a les feines domèstiques, de neteja, parar taula, arreglar habitacions.

De caràcter és una persona alegre, animosa, extrovertida, es relaciona bé amb tots els companys de la classe. Està ben integrada a l'institut i al seu grup classe. Com que va repetir un curs és un any més gran que la resta de la classe. A més, té un grupet d'amigues fix amb les que es relaciona més i surt els caps de setmana. La relació amb els companys i professorat és bona. És sensible i es veu afectada segons com se li diuen les coses. Respecte al treball acadèmic, ella valora els estudis i li fa il·lusió aprovar les assignatures, però té dificultats greus per seguir el curs, en especial les llengües. La construcció gramatical de les frases és correcta però l'ortografia és molt dolenta, trenca o ajunta paraules. Sempre ha anat a grups de reforç en llengua catalana i castellana, amb un currículum adaptat. A l'àrea de matemàtiques ha estat integrada al grup ordinari. Això ha sigut així perquè el plantejament que se'n fa, des del departament d'aquesta matèria, de l'atenció als alumnes amb dificultats és atendre'ls en el mateix

grup heterogeni, perquè la mateixa estructura de la seqüència didàctica preveu moments en els quals pot fer activitats com tothom i moments que precisa d'activitats adaptades.

Al llarg del cicle ha superat la llengua catalana sempre i només ha aprovat 2 crèdits de 4 de castellà. D'anglès ha aprovat 3 de 5 cursats, de matemàtiques ha aprovat 3 dels 5 cursats; La resta de matèries les va aprovant just amb una S o també suspén alguna a excepció d'educació física en la que ha tret a 1r curs una B tots els trimestres i a 2n curs, ha obtingut un B S N a cada trimestre respectivament .

De crèdits variables n'ha cursat un que se'n diu "z" per millorar els procediments més elementals de treball com són la presa d'apunts, portar una llibreta ordenada, l'ús de l'agenda, realització d'esquemes i resums.

Malgrat ser conscient de les seves dificultats i de les seves ganes per aprovar, la seva actitud a classe és de xerrar força i distreure's amb facilitat. Li costa mantenir l'atenció i això fa que no aprofiti tota la feina del treball d'aula. També cal dir que els referent culturals li creen algun problema. El seu treball fora de l'institut és força constant. Normalment presenta els deures que se li encomanen i a més, des de sempre que ha comptat amb algú que l'ha ajudat en les tasques escolars.

Linda.- Nascuda l'any 89 a Barcelona. Ha cursat l'ensenyament primari al CEIP Escola del mar. Viu a casa seva amb els seus pares i la seva germana petita. La llengua d'ús familiar és el català.

És una noia molt educada, formal, responsable. Al grup classe es relaciona bé amb tots els companys, però manté un grupet d'amigues amb les que es relaciona habitualment. La relació amb el professorat és correcta. Està ben integrada a l'institut i al grup classe.

A l'escola de primària es van detectar dificultats a matemàtiques (raonament lògic i resolució de problemes) i a les llengües. A l'institut ha seguit les classes de llengüa en un grup de reforç. A casa seva valoren els estudis i ella té interès en aprovar. A classe de vegades es distreu, però té interès i les segueix. Treballa amb continuïtat, presenta els deures sempre. Si té dubtes no s'atreveix a preguntar davant de tothom, però sí que ho fa al final de a classe. Les qualificacions que obté són de suficient o bé, no suspén. Ella és conscient de que li costa i de que ha de treballar molt i és capaç de fer-ho disciplinadament.

David.- Nascut a Barcelona l'any 89. Viu casa seva amb els pares i un germà. El pare és propietari d'un restaurant i la mare mestressa de casa. La llengua d'ús familiar és el català.

És un noi discret i tranquil, una mica tímid, no li agrada cridar l'atenció. Es relaciona amb tothom sense problemes, però normalment va amb els seus amics. La relació amb el professorat és molt correcta.

A casa seva es valoren els estudis i ell es preocupa pels deures i feines que se li encomanen. Compta amb l'ajuda del seu pare per fer matemàtiques.

A classe es distreu amb facilitat i xerra força, amb molta discreció. Té un caràcter feble i es deixa portar pels altres. Li costa mantenir l'atenció una estona llarga. Té mancances de coneixements bàsics, en especial a matemàtiques i llengua. Li costa tot el que sigui

raonar i comprendre. Les seves ganes d'obtenir bons resultats el fan recórrer més a la memòria que a esforçar-se per entendre, cosa que evidentment el perjudica. No és conscient de que així li resultarà més difícil. Mostra bones intencions però la voluntat el traïx i, de vegades, no pot complir amb tot el que se li demana. No treballa gaire, ni a l'aula ni a casa. Li agraden més les coses rutinaries i mecàniques que les de pensar i crear.

Simón.- Nascut a Mataró el l'any 89. Viu a casa seva amb els pares i un germà. El pare treballa de mecànic i la mare de mestressa de casa. La llengua d'ús familiar és el castellà.

És un noi molt infantil, juganer i poc reflexiu. Li preocupa jugar al futbol, estar amb els amics i no fer res que els pares el puguin renyar. Està molt controlat des de casa, en especial per la mare. És extrovertit i xerraire i es relaciona bé amb els companys de la classe, però més amb els nois que amb les noies. La seva relació amb els professors és bona.

A casa seva es valoren els estudis. La seva mare està molt a sobre perquè faci els deures. Té mancances importants de procediments de treball i de coneixements de matemàtiques; per exemple, després de diferents dies treballant amb triangles i traçant altures no va saber què era un triangle rectangle ni tampoc què era un angle recte.

Les qualificacions que obté són justes, el que més predomina són S, B, algun N i algun I. En especial li costen les matemàtiques i la llengua. Té bona voluntat per aprendre i li preocupen les notes, però malgrat això, la seva actitud a classe és de poca atenció. És dels que no és conscient de que es passa mitja classe distret i, si se li crida l'atenció, assegura que ha estat atent tota l'hora, que només ha dit una cosa al company. Li costa de mantenir l'atenció una estona llarga.

Alina.- Nascuda a Barcelona l'any 89. Ha cursat els estudis primaris al CEIP Pérez Sala de Vilassar de Mar. Viu a casa seva amb els pares i un germà. Els pares no tenen estudis i treballen tots dos. La llengua d'ús a la família és el castellà. Normalment llegeix poc i té una gran afició al basket. Juga en un equip local i entrena força hores a la setmana.

De caràcter es mostra tranquil·la, no li agrada cridar l'atenció. Es relaciona més aviat amb el grup de les seves amigues; amb la resta de la classe té una relació normal però escassa. Es veu ben integrada a l'institut i al grup classe. La relació amb els professors és bona.

A casa seva valoren els estudis, però a ella no li interessen gaire. A classe sovint està distreta, xerra molt. Li costa de mantenir l'atenció durant una estona seguida. Treballa molt poc a classe i a casa. No té problemes de capacitats, raona bé, quan s'hi posa entén bé les coses. El curs el segueix integrada al grup classe normal en totes les matèries. Els seus resultats es troben entre la I i el B a excepció de l'educació física que oscil·la entre B i excel·lent.

Jessica.- Nascuda l'any 89 a Barcelona. El pare es dedica a la instal·lació d'hivernacles i la mare és mestressa de casa. Ella és la petita de tres germans. A casa la llengua que fan servir és el castellà. Li agrada la natació. Ha cursat la primària a l'escola religiosa de La presentació de la Mare de Déu de Vilassar de Mar. És una noia oberta i alegre.

Es relaciona especialment amb el seu grupet d'amigues; amb la resta del grup poc. La relació amb el professorat és bona.

Té moltes dificultats a les llengües en especial a la gramàtica i a les matemàtiques (raonament i resolució de problemes). Les classes de llengua, les fa integrada al grup de reforç. A casa seva tenen interès i es preocupen pels seus estudis.

A classe xerra molt i es distreu, recull mecànicament el que es va posant a la pissarra però no aprofita gaire les reflexions i debats que es puguin fer. Durant tot l'any ha tingut un professor particular de matemàtiques, cosa que li ha permès precisament aquesta despreocupació a les hores de classe.

Ella és conscient de que li costa però es treballadora i normalment presenta els deures que se li encomanen. Durant tot l'any ha cursat un crèdit variable de reforç de les matèries instrumentals i de qüestions procedimentals de treball acadèmic, ordre, presa d'apunts, claredat, presentació, posar explicacions.

Les seves notes són de suficient i de bé i destaca algun notable de música i educació física.

Després de caracteritzar el grup, es mostrarà com s'ha plantejat portar a terme la realització dels projectes.

4.3.2 Procés del treball de projectes

Per portar a terme la realització de projectes primer es mostrarà el plantejament inicial que s'ha fet tenint en compte les característiques de l'IES Vilatzara a on s'ha de realitzar l'estudi. En segon lloc es mostrarà com s'ha executat realment la previsió inicial.

Plantejament inicial

En primer lloc es descriuran les condicions de l'IES Vilatzara en el que es desenvolupen els projectes (PMR). L'agrupació dels alumnes a les aules de matemàtiques a l'ESO a l'IES Vilatzara és heterogènia, és a dir no hi ha un criteri d'agrupació per capacitats ni de cap altre estil. El nombre d'alumnes per aula és aproximadament d'uns 22. La raó de treballar així és perquè l'atenció a les diferències de l'alumnat es contempla a la pròpia estructura de la seqüència didàctica segons proposa Jorba (1996).

El projecte es realitzarà una part a l'aula i una altra fora de l'aula en horari no lectiu. Les activitats de projectes proposades estan adreçades a tots els alumnes de 2n d'ESO que participen a l'estudi. Es preveu que els alumnes realitzin el projecte en unes 6 setmanes. El treball es realitzarà per parelles i, en algú cas, en grups de tres. Les parelles les han format ells per afinitat o amistat.

Com que l'objectiu de la recerca és estudiar el nivell competencial dels alumnes amb baix nivell de competència matemàtica, es decideix formar un grup que anomenarem d'estudi amb alumnes que a la prova diagnòstica mostrin que tenen aquest perfil. Per això s'han seleccionat a 6 alumnes amb aquestes característiques que s'han presentat a l'apartat 4.3.1 (pàgina 158).

El calendari establert per a l'activitat preveia que en un mes es podria lliurar el treball completament acabat. Tot el procés de realització de projectes que s'havia previst segueix les tres fases que es descriuen a continuació.

1a Fase. Definició del projecte La primera fase comença en el moment en el que el professor presenta els projectes al grup d'alumnes. Els explica les tres fases de realització per tal de que els alumnes compreguin el que s'espera que han de fer i quina metodologia de treball faran servir.

A més de la informació general sobre els projectes aquesta fase té per objectiu la definició del projecte que cada alumne realitzarà. La fase es donarà per acabada quan el professor aprovi la proposta del tema i dels problemes inicials, que cada grup d'alumnes realitzarà per escrit. Es preveu una duració d'una setmana per portar a terme aquesta definició. Les actuacions necessàries per aconseguir-ho es detallen a continuació.

- a) Sobre la formació de grups se'ls demana que formin parelles de treball o excepcionalment trios, en cap cas s'acceptarà que ho facin individualment.
- b) Selecció d'una problemàtica real. Per tal d'ajudar-los en aquesta selecció el professor els lliura un document (annex I) amb una llista de temes proposats per a fer els projectes. S'insisteix en el fet de que no es pretén imposar res a ningú sinó provocar que aflorin el màxim nombre de idees, fer suggeriments, i que, per tant, si algú no vol seguir cap de les propostes que es fan i en vol proposar la seva pot fer-ho tranquil·lament. Una altra possibilitat que es dona és agafar una idea de les que hi ha i canviar l'orientació que figura al document. Aquesta tria és important perquè pot condicionar molt el treball que es desenvoluparà a continuació. Tal com es diu a Sol (2006) , l'elecció del tema està relacionat amb l'èxit i les dificultats que puguin trobar-se els alumnes. Normalment surten millor els projectes propers a la realitat dels alumnes i els que treballen sobre un tema que els preocupi o sobre el que tinguin un interès especial.
- c) Formulació de problemes a partir de la situació real. Aquests problemes han d'orientar el treball que realitzaran. El professor explica als seus alumnes que els errors més freqüents són posar unes preguntes massa senzilles com per exemple en el projecte de disseny d'un parking *calcular el que ocupa un cotxe, un autocar i un ciclomotor*. Aquestes són dades que es necessitaran per fer el projecte però no són els enunciats d'uns problemes útils per planificar una estratègia de treball. Un altre tipus de problema és el de plantejar-se qüestions massa ambiciosos i complicades com per exemple en el projecte sobre els centres comercials de grans superfícies *quina és la millor manera de distribuir els productes i obtenir més rendiment?* que sobrepassa les possibilitats dels alumnes. En canvi es consideren ben ajustades

les preguntes com *Per què els recipients de conserva tenen aquesta forma? Podria ser millor una altra forma de manera que es gastés menys material i així economitza despeses?*.

Aquestes primeres actuacions tenen una especial importància sobre el desenvolupament posterior del treball, i per això el professor vol assegurar-se de que es fan bé. Per aquesta raó es demana als alumnes que elaborin la seva proposta de títol i la formulació de problemes inicials i que la presentin per escrit en uns fulls que el professor els lliura específicament per això (annex A2). Una vegada els alumnes elaborin la seva proposta el professor la revisarà i, si està bé, l'acceptarà i els donarà el vist i plau. Si no sembla correcta per organitzar el treball, el professor els la retornarà amb comentaris per a refer-la.

Fase 2. Realització del projecte. Una vegada el professor dóna el vist i plau a la proposta del projecte, els alumnes comencen la fase 2 on han de treballar de manera més autònoma. D'aquesta manera els alumnes inicien un procés en el que es troben amb diferents dificultats, com la gestió del temps, la planificació de les diferents accions a fer, prendre decisions sobre el diferent grau d'aprofundiment amb que resolen els problemes del projecte, l'amplitud d'enfoc que li donen al problema.

Com que a la recerca es vol estudiar si els alumnes amb baix nivell competencial desenvolupen les seves competències a través dels treballs de projectes, es farà un seguiment més acurat dels alumnes del grup d'estudi.

Fase 3. Comunicació. Elaboració del dossier. La tercera i última etapa és quan es posa per escrit tot el que s'ha fet, explicant el procés des del tema triat i els problemes inicials fins a les conclusions. Aquesta etapa finalitza quan l'alumnat lliura al professorat el seu treball en un dossier o en un altre suport.

Aquest procés es resumeix en el quadre següent:

Taula 4.15: Procés de realització dels projectes

Fase i duració	Objectius	L'alumne fa	El Professor fa
1.- Defini- ció 1 setmana	Que l'alumne s'assabenti de tot el procés. Què és el primer que ha de fer i en quines condicions i què és el que s'espera que arribi a fer al final de tot. Els alumnes han de posar per escrit les decisions preses, el tema triat, la formulació dels primers problemes que es plantegen, les fonts de consulta i l'obtenció de les primeres dades.	Escolta les explicacions. Els alumnes treballen junts, discuteixen sobre els temes i el que es podria fer, busquen informació. Quan ho tenen ho lliuren al professor. El professor els hi retornarà dient si està d'acord o han de canviar coses. Aquest intercanvi es pot repetir diferents cops fins aconseguir que la proposta sigui correcta.	Fa una explicació als alumnes per informar-los. El professor revisarà el document que elaborin els alumnes i els el retornarà acceptant-lo o bé demanant-los que el modifiquin. Aquest intercanvi es pot repetir diferents cops fins aconseguir que la proposta sigui correcta.
2 Real- ització 3 setmanes	Donar resposta als problemes plantejats inicialment i a les modificacions dels mateixos que s'hagin acordat.	Els alumnes treballen en grup o individualment segons les diferents parts del treball. Aquest treball es farà una part a l'aula i una part fora de l'horari lectiu. Poden fer consultes al professor. Realitzen el treball de camp i busquen dades, prenen mides, calculen, prenen decisions.	Atén a les consultes que li facin els estudiants. Aquestes es fan en hores de classe o en hores en que es pssin d'acord, al pati, al migdia, al final de les hores lectives...
3.- Comu- nicació 2 setmanes	Elaborar un dossier, pòster o algun altre suport per explicar tot el treball realitzat, des del problema que es plantegen i l'interès que té, com han obtingut les dades, quins càlculs han realitzat, i a quines solucions i conclusions han arribat. A la presentació oral fan una síntesis de tot el treball realitzat.	Treball de grup i individualment segons s'ho reparteixin. Poden realitzar consultes al professor. Realitzen una exposició oral d'uns 5 ó 10 minuts.	Atén les consultes dels alumnes. Escolta i avalua l'exposició dels alumnes.

Després d'haver fet la planificació de com realitzar els projectes, es mostra com s'ha desenvolupat realment a la pràctica al següent apartat .

Realització dels projectes

Per a una bona integració en la dinàmica del curs es presenten els projectes des de l'inici integrant-los en els objectius generals del mateix. Aquí presentem alguns trets del procés realitzat.

En el nostre cas la primera fase de definició dels projectes es va iniciar tractant a tots els alumnes per igual, sense que els 6 seleccionats rebessin una atenció especial, és a dir, reben les mateixes orientacions i documentació que els altres. Es tenia previst un seguiment acurat d'aquests alumnes.

La segona etapa comença on acaba l'anterior i dura fins que els alumnes han completat el seu treball de camp. És a dir, fins que els alumnes han obtingut les dades, han pres les mides,

si les necessiten, han fet càlculs, han modificat els problemes inicials, han pres decisions, s'han trobat amb dificultats etc..És en aquesta etapa en la que els alumnes realitzen la major part del treball i on han de actuar de manera més autònoma i on poden trobar més dificultats. En aquesta fase els alumnes fan moltes consultes al professor.

Les hores de professor dedicades a atendre als alumnes per aclariments i ajuda s'ha fet, en part, a una hora de classe. En aquesta hora es feia un repàs de com avançaven els projectes i amb quines dificultats s'hi trobaven. La finalitat era que no es quedessin aturats o desbordats per les dificultats. Així s'ocupava una mitja hora del temps de la classe.

D'acord amb els objectius de la recerca, interessa fer el seguiment dels alumnes amb dificultats. Aquest seguiment ha consistit en tenir trobades periòdiques amb ells, previstes amb antelació, per revisar el treball realitzat i aclarir els dubtes que se'ls plantejava per continuar. Sempre que era possible, eren gravades en audio i si això no era possible s'anotaven en el diari del professor recercador. D'aquesta manera s'ha assegurat que la interacció professorat-alumnat produïda es podia analitzar posteriorment.

Aquesta ajuda s'ha ofertat a tots els alumnes i no només a aquest grup. La diferència ha estat que, en el cas del grup d'estudi la iniciativa la pren el professor recercador, mentre que en els altres casos la iniciativa la prenen els mateixos alumnes.

Finalment els alumnes van presentar els seus treballs. El que interessa a la recerca és analitzar el procés seguit en la seva elaboració, el producte final elaborat i contrastar-lo amb els indicadors de la prova diagnòstica. A l'apartat següent mostrem aquestes anàlisis.

4.4 Anàlisi de cas

L'anàlisi de cas es farà en dos parts. A la primera es miraran els projectes i la prova diagnòstica. A la segona es contrastaran aquests materials amb els resultats de la proves de competències bàsiques.

4.4.1 Anàlisi dels projectes i de la prova diagnòstica del grup de seguiment

S'ha fet un seguiment del procés realitzat pels alumnes amb dificultats. El treball no l'han realitzat individualment sinó en parelles. Les parelles formades han sigut Saída i Linda, David amb un noi de la classe que no és d'aquest grup. Alina amb Jessica i, Simón, l'ha realitzat amb una altre company que no pertany a aquest grup. A continuació presentem els resultats d'aquests alumnes.

Grup 1. Saída i Linda

Linda i Saída han treballat en parella. Han fet el projecte sobre el problema de si "Estan ben situades les farmàcies del poble?". Les interrelacions que s'han produït es mostren a la taula 4.16

Taula 4.16: Interaccions professorat amb Saída i Linda durant la realització del projecte

Data	Qüestió	Orientació
6-III	No entenen el que poden fer al seu projecte. Barregen les idees de mirar la gent que hi viu a la zona amb la de la distància a les farmàcies.	El professor va fent preguntes per portar-les a que vegin que han de començar pel tema de les distàncies.
12-III	Han començat a dividir el plànol de Vilassar en 5 regions però buscant que tinguin formes fàcils per després calcular les àrees. Però se'n adonen de que estan assignant a certes zones unes farmàcies que no són les més properes.	El professor els fa veure que la divisió que fan no resol el problema que elles es plantegen. Saída manté una actitud una mica al marge de la discussió. En aquest cas és Linda qui porta més el pes de la discussió.
18-III	Presenten la proposta de la seva divisió del poble en cinc zones.	El professor els fa veure que continua donant-se el mateix conflicte perquè continuen buscant la divisió amb formes conegudes de rectangles, trapezis ..i això no resol el problema perquè continua assignant a algunes zones farmàcies que no són les més properes.
27-III	Presenten una nova divisió del poble. Argumenten una mica millor, ho han fet traçant circumferències amb centre a cada farmàcia.	El professor reconeix la millora però els fa veure que alguns casos queden molt ben resolts però d'altres no i per tant no és una manera que resolgui el problema. Es desanimen una mica quedem que es veuran demà.
28-III	M'expliquen amb més detall la manera que elles han pensat per dividir el poble amb circumferències i unes línies rectes.	El professor els fa veure que que no està ben resolt i observen com algun punt de la regió de la farmàcia A està més aprop de la farmàcia B. El professor fa preguntes per provocar-les i al final sobre un full en blanc posa dos punts situats de qualsevol manera i les demana que divideixin el full en dues parts de manera que els punts d'una banda estiguin més a prop d'un punt i els de l'altra banda que quedin més aprop de l'altra punt. Saída diu que ha de ser una línia recta que passi entre els dos punts. Situo un bolígraf entre els dos punts de diferents maneres i se li pregunta quina seria la bona. Després d'una estona és la Linda qui diu que ha de ser una línia perpendicular a la línia que uneix els dos punts. Ho diu sense donar-li massa importància i continua fent altres propostes. Quan se'ls hi diu que la resposta bona ja l'han dit se'n adonen del què és. El següent problema que es planteja és que cap d'elles és capaç de traçar una perpendicular fent ús de regla i escaire.
1-IV	Presenta la divisió feta per dues farmàcies. Demanen ajuda al professor per a continuar fent-lo amb les altres farmàcies.	El professor aclareix els dubtes.
3-IV	Tornen a portar el plànol amb la divisió feta per dues farmàcies però tenen dificultats amb les altres perquè es solapen entre elles.	Aquesta vegada és Saída qui porta la discussió i ha entès que s'ha de fer el mateix que amb les dues primeres.
10-IV	Ara sembla que dominen el que estan fent. Plantegen dubtes sobre com resoldre els solapaments de les regions construïdes a base de mediatris. La Saída tot i que participa i segueix la discussió però de tant en tant "desconnecta" de la discussió.	

Continua a la pàgina següent

Continuació de la taula 4.16

Data	Qüestió	Orientació
28-IV	Presenten el planol amb totes les subdivisions fetes i han començat a calcular les àrees descomposant cada regió en triangles rectangles i trapezis.	He comprovat alguns càlculs i ho han fet bé.
6-V	Plantegen qüestions de detalls sobre el projecte	S'aclareixen dubtes
14-V	Presenten el projecte	El professor els llegeix algún tros perquè es vegi que no s'entén el que posen i que ho han de revisar.

El desenvolupament de les capacitats per fer projectes de la Saída que es recullen de la prova diagnòstica són molt baixes. S'ha fet una entrevista amb ella que pot donar alguna clau per interpretar els resultats. L'entrevista es va fer un mes després d'haver fet la prova, això feia que, d'algunes coses, no se'n recordava. Les conclusions que es treuen de l'entrevista són:

No entenia totes les preguntes, tal com ella mateixa ho manifesta:

" No entenia les preguntes, i per no deixar-les en blanc he contestat una mica el que he volgut."

De les respostes que havia posat sense lògica no en sabia explicar el per què les havia posat. En canvi de les que havia contestat bé com les preguntes 2.2.1, la 2.2.2 i la 2.4 va saber justificar la resposta que havia posat.

Algunes de les dificultats de comprensió de les preguntes s'atribueixen a que a la Saída li falten referents culturals. Es dona per suposat, de forma equivocada, que el context és prou conegut per Saída. A l'entrevista s'ha posat de manifest que no comprén ben bé les variables que intervenen en la tarifa telefònica o sobre el circuit de Montmeló. On més es veu és a la pregunta d'estimar el temps que calia per fer determinades obres.

Al projecte s'han avaluat les mateixes capacitats i habilitats que en la prova diagnòstica. Es poden veure els resultats a la taula 4.17.

Taula 4.17: Avaluació projecte de Saída i Linda

Capacitat	Nota	Justificació
Selecció i valor de la informació	Bé	En aquest cas no necessitaven buscar moltes informacions. Simplement havien d'aconseguir un plànol de Vilassar de Mar i saber situar-les farmàcies. Això ho han fet bé.
Raonament i anàlisi crític de la informació	Molt bé	En aquest cas el que es valora és la deducció lògica a partir de les dades inicials per fabricar-se les dades que necessita. En aquest cas s'han hagut de dissenyar les regions que corresponen a cada farmàcia. Això esà molt ben fet. Han necessitat moltes entrevistes però ho han aconseguit. Al final cada regió quedava delimitada amb colors diferents.
Reconeixement de variables	Molt bé	A les entrevistes que vam fer ja va quedar clar que les dues variables importants que incidien en el que es proposaven eren les variables àrea i nombre de persones que vivien a cada regió. Després, en el treball no ha quedat molt ben explicat. A la pàgina de conclusions sí que diuen: <i>" La meva companya i jo creiem que les farmàcies no estan ben situades per dos problemes. El primer és que hi ha algunes farmàcies que tenen molt de terreny i que altres tenen més poc. I el segon es que en el centre de Vilassar hi ha molta gent i només hi ha una farmàcia i per lo menys hauria d'haver dos però això ja és d'un altre projecte"</i>

Continua a la pàgina següent

Continuació de la taula 4.17

Capacitat	Nota	Justificació
Interpretació i recursos del llenguatge	Bé	Han sabut expressar bé amb llenguatge algèbric els càlculs que haurien de fer per calcular les àrees. Han descomposat cada regió en figures més senzilles de manera que intervenen triangles, rectangles i trapezis. En cada cas han sabut escriure i interpretar correctament la fórmula adient. No es pot dir molt bé perquè han deixat de posar algun parèntesis i algun altre detall.
Ús d'elements matemàtics	Suficient	Per calcular l'àrea de cada regió l'han descomposat en altres de formes més senzilles i de les que coneixien la fórmula per calcular l'àrea. La raó, per la que li posem un suficient és que hi ha alguns errors de càlcul.
Planificació i coherència	Suficient	Les explicacions no són prou clares. Hi ha coses que no estan explicades. Es valora l'intent, lograt a mitges, d'explicar el procés seguit per arribar a trobar la manera de construir les regions assignades a cada farmàcia. En un moment fan servir una expressió molt acurada que elles van anotar en alguna de les entrevistes: <i>I vam decidir fer la mediatriu al segment que uneix les dues farmàcies això ho vam fer amb totes les farmàcies i la part baixa era per l'altre farmàcia i la de dalt per la farmàcia que fèiem</i> . En canvi no han fet una interpretació realista dels resultats que han trobat, de manera que haguessin detectat un error de càlcul, doncs resulta que a la regió més petita sobre el plànol, la que correspon a la farmàcia D, han obtingut la superfície més gran de totes, la qual cosa és absurda. A més, tampoc han detectat que l'escala del plànol està equivocada perquè dona uns valors que no són reals.

Globalment fent una mitjana qualitativa la qualificació que atorguem al projecte és de Bé.

Si es contrasten aquests resultats amb els de la prova diagnòstica i coneixent el procés que han seguit els mateixos dubtes s'han aclarit més d'un cop perquè a la primera no quedava del tot clar, es pot fer una valoració molt positiva de l'activitat. A la taula 4.18 es mostren els resultats de la prova i del projecte:

Taula 4.18: Resultats prova diagnòstica i projecte Saída i Linda

Capacitat	Saída	Linda	projecte
Selecció i valor de la informació	1,5	0,7	Bé
Raonament i anàlisi crític de la informació	0,4	0,2	Molt bé
Reconeixement de variables	1	0,6	Molt bé
Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic	2,4	1,2	Bé
Ús d'elements matemàtics	0,4	0,4	Suficient
Planificació i coherència	0	0	Suficient
Avaluació global	0,95	0,5	Bé

Es pot observar que a totes les categories hi ha una evolució notable. En part es pot entendre que la dificultat d'entendre el que buscaven l'hem resolt bé amb les entrevistes. Això ha facilitat que tant Saída com Linda s'hagin pogut posar a pensar en el problema i trobar les solucions.

Destaca la coherència que hi ha entre les qualificacions més baixes del projecte i les de la prova diagnòstica. Per tant és normal que els hagi costat justificar i explicar amb coherència tot el procés que han seguit per arribar a donar la resposta a la seva pregunta del projecte. Però es valora molt que hagin sigut capaces d'escriure el que han posat. A la prova diagnòstica les dues noies van obtenir un zero en aquest apartat.

Veient les dificultats inicials i el que han arribat a produir s'ha de reconèixer que han fet un gran esforç, si més no elles així ho manifesten a la pàgina de conclusions:

”..vam tenir que fer molts passos i per arribar a cada un d'aquest ens va costar molt ..”

Grup 2.- David i Alejandro

David, del grup d'estudi, ha format parella amb Alejandro, que no està al grup d'estudi. Han fet el projecte sobre el disseny d'un pàrquing.

Taula 4.19: Interaccions professorat grup 2 durant la realització del projecte

Data	Qüestió	Orientació
11-III	Pregunten coses molt vagues sobre el projecte. Diuen que el que faran serà redissenyar el pàrquing de casa d'un d'ells.	S'acorda el que han de fer i se'ls diu que es una bona idea la de basar-se en el pàrquing d'un d'ells.
27-III	Han reconvertit el seu projecte. Ara es tracta de dissenyar un pàrquing d'un hipotètic hotel de muntanya. Ells han decidit totes les condicions. Em pregunten com es calcula l'escala per fer el dibuix.	Se'ls comenta que està molt incomplet i ple d'errors com per exemple que segons els seus números el pàrquing fa 500 metres de llarg, es limitaven a calcular l'àrea, no hi havia cap dada justificada, tot era posat perquè sí. Se'ls fa veure les diferents variables que intervenen, amplada de les vies, de cada plaça, el gir del cotxe. Han de calcular i justificar els valors. S'acorda continuar el proper dilluns.
31-III	Presenten algunes millores que han introduït al seu pàrquing. Han fixat un hotel de 50 metres de llargada, i les dimensions del cotxe.	
3-IV	Presenten el seu projecte sencer.	S'han definit millor les variables que intervenen però encara hi ha coses que s'ho treuen una mica de la màniga, com per exemple que els cotxes no faran més de 4 metres. Se'ls explica com han de justificar l'amplada dels carrils de circulació per dins del pàrquing (depenent de l'angle de gir) i que en funció d'això i el nombre de places ja poden calcular l'espai que necessiten. Amb això resolt ja poden tancar el projecte.
9-IV	Tornen a mostrar el projecte al professor però continuen sense justificar el perquè de les dades emprades	Es torna a insistir en que les dades no poden ser inventades a conveniència, s'han de justificar amb realisme. Necessiten fixar-s'hi un model de cotxe tipus a partir del qual fer els càlculs de l'espai per girar i la resta de càlculs que justificaran el seu disseny de pàrquing. Sembla que ho han entès.
19-V		Se'ls lliura un paper indicant detalladament tot el que han de fer per millorar el seu projecte
31-V	Tornen el projecte tal i com estava l'última vegada. Argumenten que no han tingut temps per trobar-se.	

La prova diagnòstica detecta uns nivells de desenvolupament de les capacitats per fer projectes molt baixos. Se li ha fet una entrevista per interpretar millor els resultats. Al llarg de l'entrevista es confirma que és molt insegur, que no entén algunes preguntes i contesta sense pensar gaire les respostes; per exemple, després d'una estona de mantenir un diàleg sobre la primera pregunta, que va deixar en blanc, es van produir les següents frases:

Professor: Si el seu millor salt és 8,56 per què esperes que salti més que el seu millor salt?

David: Perquè cada any va fent més

P: On ho veus que cada any ...

D: No sé. Tothom va superant-se.

Al mateix full tenia un gràfic que donava l'evolució dels seus salts en els darrers anys, però no el va saber identificar ni interpretar. També es va donar una situació absurda, referint-se a la forma del salt:

David : No es veu exactament lo que fa el salt , la trajectòria (dubtant)

Professor: Ah! Què no és aquesta? (As-senyalant sobre el full.)

D: Sí que és aquesta, però no es veu clarament.

Parlant de comprovar si la diferència entre dues marques es 67 cm:

Professor: Per comprovar-ho, què faries? Es pot deduir si la diferència és això?

David: Sí, no?

P: Què faries?

D: Eh, es mira..

P: Com es mira?

D: Restant (dubtant), no sé com es faria.

P: A veure ho has de saber. Quina operació faries per saber ..

D: Dividir, no? no.

P: Per saber si la diferència entre els dos salts. T'ú tens clar que estàs parlant de dos salts i la diferència entre ells és de ?

D: 67 cm

P: Clar i això com es comprova?

D: No ho sé.

P: No em diguis això.

D: Restant aquest salt d'aquest

P: Clar. Correcte

Fa la impressió que no és reflexiu, que contesta per complaire, no s'hi fixa en els enunciats.

El seu projecte era l'estudi del pàrquing de casa seva, però després van proposar el disseny d'un pàrquing en un hipotètic hotel de muntanya, que resultava més fàcil perquè no havien de subjectar-se a les limitacions que els imposava la realitat. S'esperava que fixessin les variables com nombre de places, espai que tenien, si hi ha columnes o alguna altra limitació de manera raonada i a partir d'això que distribuïssin l'espai interior. El resultat de l'avaluació és el que es mostra a la taula 4.20:

Taula 4.20: Avaluació projecte David i Alejandro

Capacitat	Nota	Justificació
Selecció i valor de la informació	Suficient	D'informació, no han hagut de buscar-ne cap perquè totes les dades les han decidit a conveniència. El que s'esperava és que les justifiquessin mínimament i amb realisme. Això últim no ho han fet.
Raonament i anàlisi crític de la informació		No ho podem avaluar perquè no han partit d'una recerca d'informació.
Reconeixement de variables i relacions	Insuficient	Ells s'han fixat a conveniència el valor de totes les variables sense massa justificacions però la més important, la del espai que necessita un cotxe per girar, basada en l'angle de gir de les rodes, aquesta no l'han sabut trobar malgrat les explicacions que se'ls va donar.
Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic	Insuficient	No es fan servir expressions matemàtiques ni taules, no perquè no siguin necessaries sinó perquè el projecte no s'ha fet.
Ús d'elements matemàtics	Insuficient	Mostren algun càlcul de l'àrea però irrellevant pel que és el projecte, en canvi, deixen de fer molts càlculs realment interessants com les dimensions d'un cotxe normal a partir de consultar catàlegs de cotxes o fer estadístiques, el mateix amb l'expressió que fan servir <i>segons les estadístiques de l'hotel</i> aquestes s'han de fer no inventar-les; el mateix amb el radi de gir.
Planificació i coherència	Insuficient	Està fet sense realisme, de fet no hi ha problema per ells, no hi ha argumentació ni hipòtesi.

Globalment el projecte és de nivell baix, no està ni ben plantejat ni ben resolt. Després de haver-ho presentat més d'un cop se'ls va tornar un escrit de les coses que havien de retocar i, passats 15 dies, el van tornar dient que no tenien temps per aquells retocs. Es veu que no han mostrat interès, no els ha interessat la proposta. Si contrastem aquest resultat amb els de la prova diagnòstica de la taula 4.21

Taula 4.21: Resultats prova diagnòstica i projecte David

Capacitat	Prova	projecte
Selecció i valor de la informació	1,2	S
Raonament i anàlisi crític de la informació	1,3	
Reconeixement de variables	2,9	I
Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic	1,4	I
Ús d'elements matemàtics	2	I
Planificació i coherència	1,6	I
Avaluació global	1,7	I

En aquest cas veiem que no hi ha coherència entre els resultats del projecte i de la prova els dos han sortit força malament. Els ha faltat la voluntat necessària per a dur a terme el treball. En el cas de David es pot explicar que potser s'ha deixat portar pel seu company i

ell sol no ha sabut resoldre-ho només amb les explicacions donades tant verbalment com per escrit. David hagués necessitat una persona al seu costat que li digués molt concretament què és el que havia de fer, ell no era persona per portar la iniciativa al grup.

Grup 3. Jessica i Alina

Jessica i Alina han format parella i han fet el projecte sobre l'organització d'un campionat de voleibol al pabelló poliesportiu de Vilassar de Mar. Al llarg del procés s'han produït les interaccions que es recullen a la taula 4.22

Taula 4.22: Interaccions professorat amb Jessica i Alina durant la realització del projecte

Data	Qüestió	Orientació
18-III	Diuen que volen fer algun cosa sobre el pabelló poliesportiu	Se'ls diu que poden fer-ho, que pot estar bé.
27-III	Estan desanimades perquè han canviat de projecte diferent vegades. Presenten la informació que han aconseguit sobre l'horari d'ocupació de les pistes de dilluns i dimarts. Proposen d'ocupar amb activitats alternatives els buits que hi ha, que en total són 4 ó 5	Se'ls diu que això que proposen és molt senzill i a més no té cap interès.
1-IV	Es parla sobre el que estan fent que no acabem de veure com podria ser un projecte.	Al final se'ls suggereix que facin l'estudi de com organitzar un campionat de volei i bàsquet a les instal·lacions del pabelló poliesportiu, en funció del nombre d'equips, de la duració que pot tenir, de que sigui equitatiu. Sembla que ho entenen i els agrada la idea.
28-IV	Mostren el que han fet. Estan analitzant el nombre de partits que s'han de fer segons el nombre d'equips i el problema de l'equitat que per arribar a la mateixa fase un equip no hagi de fer més partits que un altre.	El professor ho troba bé i els diu que continuïn.
6-V	Plantegen qüestions de detalls sobre el projecte.	
14-V	Porten el que tenen fet	Es revisa i s'aclareixen algunes qüestions. Se'ls diu que van bé i que continuïn.
16-V	Presenten el "seu descobriment." Veuen clarament les diferències entre un campionat on tots els equips juguen tots contra tots i un altre per eliminatòries. Veuen les avantatges i inconvenients de temps i espais necessaris en cada cas. En el cas d'eliminatòries, veuen que el nombre d'equips ha de ser múltiple de 8 per què hi hagi equitat. Es mostren molt satisfetes del seu descobriment.	Se'ls hi diu que tot el que han fet és correcte i que ho vagin posant per escrit. No els dic que el nombre d'equips no han de ser múltiples de 8 sinó potències de 2.

El nivell de les capacitats de Jessica i Alina per fer projectes que es desprenen de la prova diagnòstica són molt baixes. En el cas d'Alina se li ha fet una entrevista per entendre el que va passar el dia de la prova i s'han tret les següents conclusions:

- No ha mostrat un mínim interès per la prova. Reproduïm un fragment

Professor. La primera pregunta està en blanc.
 Alina: Sí està molt bonic.
 P: Explica quin tipus d'informació veus aquí.
 A: Molta cosa.
 P: Sí molta cosa, massa cosa?
 A: Sí molts números.

- No ha entès les preguntes i les ha deixat en blanc o ha posat qualsevol cosa.

S'avalua el projecte que han presentat sobre l'organització d'un campionat de voleibol al pabelló poliesportiu de Vilassar. Es tractava d'analitzar el nombre de partits que s'havien de preveure en funció del nombre d'equips inscrits i del tipus de sistema de classificació. S'havia d'analitzar en termes d'equitat és a dir de jugar el mateix nombre de partits per arribar a cada fase i la duració de tot el campionat de manera que fos possible jugar en un matí.

Globalment se'ls ha posat una qualificació d'insuficient. Els resultats de la prova i el del projecte es mostren a la taula 4.23:

Taula 4.23: Resultats prova diagnòstica i projecte de Jessica i Alina

Capacitat	Prova diag. Jessica	Prova diag. Alina	projecte
Selecció i valor de la informació	2,7	1,7	Bé
Raonament i anàlisi crític de la informació	1,9	1,5	bé
Reconeixement de variables	3,9	3,9	I
Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic	3,3	2,6	I
Ús d'elements matemàtics	1,6	0,4	I
Planificació i coherència	2,2	1,8	I
Avaluació global	2,6	2	I

El problema fonamental que es veu és que no s'ho han prés amb la seriositat que el treball exigia. Prova d'això es veu en el seguiment que s'ha fet. Han vingut a consultar poc, les primeres vegades ha sigut per acabar de triar el tema i després han fet una mica el que han volgut. El nivell de les seves capacitats era baix i el projecte ha sortit de baix nivell. S'hauria de reforçar el seguiment assegurant que els passos intermitjos es van acomplint i també cal exigir-los que vagin posant per escrit a mida que van avançant per poder-ho revisar i corregir si convé. També han mostrat poca autonomia de treball i han tingut pressa per acabar el treball.

Grup 4. Simon i Ramon

En Simon, del grup d'estudi, ha format parella amb en Ramon que no està en aquest grup d'estudi. El seu projecte era esbrinar si la joventut de Vilassar és esportista. Es tractava de recollir informació a les diferents entitats esportistes del poble, quantes persones tenien

Taula 4.24: Avaluació projecte Jessica i Alina

Capacitat	Nota	Justificació
Selecció i valor de la informació	Bé	En aquest cas no necessitaven de gran quantitat d'informació, sinó simplement el nombre d'equips que juguen un campionat dels que es fan els diumenge al matí i la duració d'un partit. Aquesta informació l'han aconseguida del conserge del pabelló esportiu. A partir d'aquí podrien fer el seu treball.
Raonament i anàlisi crític de la informació	Bé	Van fer moltes proves i al final van trobar que el nombre d'equips havien de ser múltiples de 8 i han posat dos exemples un amb 8 equips i un altre amb 12, per demostrar la seva teoria. Quan van arribar a aquesta conclusió van quedar tan contentes que ja no van continuar analitzant res més i així han perdut l'oportunitat d'entendre ben bé el seu problema. A més no entren a valorar les avantatges ni els inconvenients de cada opció. El seu comentari es limitava a : <i>Aquí no dona perquè el 10 es queda marginat i són imparell perquè no són múltiples de 8 per això no dona bé. Aquesta no és una taula en regla per fer competicions</i>
Reconeixement de variables	Insuficient	No han explicat les dues variables que intervenen, nombre d'equips i nombre de partits ni expliquen la relació entre elles. Posen unes taules que aparentment no estan relacionades ni s'explica com calculen el nombre de partits que s'han de jugar en cada cas.
Interpretació i recursos del llenguatge	Insuficient	Plantifiquen unes taules i uns esquemes que no s'entenen, ni que volen dir ni com els han construït.
Ús d'elements matemàtics	Insuficient	En el seu procés no es veu una sistemàtica en la recollida de dades, l'ús de taules de manera correcta, no mostren cap càlcul. A les conclusions posen : <i>"En el projecte hem explicat diferents taules com s'ha vist com per exemple els horaris amb els partits"</i>
Planificació i coherència	Insuficient	No han explicat el problema correctament ni la relació que hi ha entre l'organització d'un campionat i les matemàtiques. Ni han establert bones hipòtesis ni han enunciat bones conclusions. A les breus conclusions trobem expressions com: <i>"... o que si no són múltiples de 8 no es pot fer un campionat en condicions"</i> que és ben ambigu, a part de fals.

inscrites, per després classificar-les per edat i contrastar-les amb les dades de població de l'Ajuntament. El seguiment del seu treball es pot veure a la taula 4.25.

Taula 4.25: Interaccions professorat - Simon

Data	Qüestió	Orientació
28-IV	Presenten les dades recollides sobre el nombre d'equips i jugadors dels diferents clubs de Vilassar. Però plantegen el dubte de que no saben que fer amb tot el que tenen.	Els dic què han de pensar en donar resposta a la seva pregunta de si és esportista la gent de Vilassar.
20-V	Plantegen dubtes de com fer gràfics amb l'Excel	Dediquem una estona a fer aquests gràfics.

Simon ha mostrat, a la prova diagnòstica, que té un baix nivell competencial per a fer projectes. Se li ha fet una entrevista per interpretar millor els resultats i deduem les següents conclusions:

- Llegint els enunciats ell sol, és incapaç d'entendre les situacions que se li plantegen.
- Moltes respostes les ha deixat en blanc o ha contestat qualsevol cosa.
- Sí que ha sigut capaç d'entendre les situacions després d'haver-se aclarit i de que hagi pogut preguntar i confirmar que, el que ell entenia, era el que es demanava, és a dir, se li donava seguretat.

El projecte que ha presentat és de nivell baix. La valoració que s'ha fet és la que es presenta a la taula 4.26.

Taula 4.26: Avaluació projecte Simon

Capacitat	Nota	Justificació
Selecció i valor de la informació	Insuficient	La informació recollida ha estat acceptable. No ha sigut tota la possible perquè s'han deixat alguna entitat. I sí que han recollit la de l'ajuntament que era la important. De totes maneres hi ha el problema de que hi ha incoherències que no han detectat com per exemple que hi ha més esportistes de 10 anys que població al poble. Això invalida el projecte.
Raonament i anàlisi crítica de les informacions	Insuficient	No han tingut aquesta actitud crítica davant de les dades que han obtingut doncs s'haguessin adonat de que tenien dades incoherents.
Reconeixement de variables i relacions	Suficient	El treball mostra que sí que saben les variables que intervenen tot i que en els gràfics no queden recollides. En canvi sí que justifiquen que comencen a considerar els joves esportistes a partir dels 10 anys perquè com diuen: <i>"és l'edat més jove que es pot començar a fer varis del deportes dels que hem parlat més enredera..."</i> No és que sigui molt certa però valorem que hi hagi una justificació.
Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic	Suficient	A partir de les dades que tenen les han sabut expressar bé mitjançant gràfics però amb mancances en la identificació dels eixos i en qüestions de presentació.
Ús d'elements matemàtics	Insuficient	Els únics càlculs que havien de fer eren, a partir de les dades de que disposaven, calcular els percentatges. Això ho han fet però no hi ha cap explicació i no estan ben calculats.
Planificació i coherència	Insuficient	No interpreten els resultats, de fet no posen conclusions. Al llarg del dossier que han presentat no es veu que facin cap interpretació dels resultats. No posen explicacions ni argumentacions.

Taula 4.27: Resultats prova diagnòstica i projecte Simon

Capacitat	Prova	projecte
Selecció i valor de la informació	1,7	I
Raonament i anàlisi crític de la informació	1,3	I
Reconeixement de variables	2,9	S
Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic	2,1	S
Ús d'elements matemàtics	1,2	I
Planificació i coherència	1,2	I
Avaluació global	1,7	I

Malgrat que els resultats no són bons, es veu una coherència en el fet que les capacitats que es mostren més desenvolupades a la prova diagnòstica és on s'obtenen millors resultats en la realització de projectes.

Les consultes que han fet al llarg del procés han sigut sobre la manera de fer gràfics amb el full de càlcul. Han treballat amb molta lentitud, per recollir les dades han trigat setmanes. Tenien dificultats per dedicar temps fora de l'institut per anar a les entitats, en especial en Simon, que viu a Premià (poble veí) i el venia a buscar la seva mare i no el deixava anar. A més, sembla que a nivell familiar no li han donat molta importància a l'activitat. Potser s'hauria d'haver implicat més als pares perquè comprenguessin l'interès del projecte.

4.4.2 Contrast entre la prova diagnòstica, les competències bàsiques i el projecte realitzat

Durant el curs 2002-03 s'han realitzat les proves de competències bàsiques. S'aprofita aquest fet per contrastar els resultats d'aquesta prova amb els de la prova diagnòstica i els del projecte realitzat.

En primer lloc es busca una relació entre les competències bàsiques i les capacitats que s'avaluen a la prova diagnòstica. Competències bàsiques de l'àmbit de matemàtiques n'hi ha 15. Una adaptació d'aquestes són les que es volen avaluar a les proves de competències bàsiques. De les nou que apareixen a les proves només quatre tenen a veure amb els projectes. Aquestes quatre són la M4, M5, M6, i M7. Es poden establir una relació entre aquestes competències i les capacitats avaluades a la prova diagnòstica. En cap cas es considera que siguin idènticament el mateix, simplement s'observa una aproximació entre elles. Per tant, quan es fa una anàlisi no es busca la coincidència de resultats sinó veure tendències similars. Aquesta relació es pot veure a la taula 4.28.

Taula 4.28: Relació entre competències bàsiques i competències de la prova diagnòstica

<p>M4 Usar amb propietat instruments i tècniques per dibuixar, mesurar i calcular.</p> <p>M5 Planificar i seguir estratègies de resolució de problemes i modificar-les si no es mostren prou eficaces.</p>	<p>C5 <i>Ús d'elements matemàtics</i> Ens referim a l'obtenció de noves dades a partir de les dades inicials. Saber diferenciar entre les dades conegudes, les que podem estimar, les que podem calcular i les que no es poden saber de cap manera. Planificar la recollida de dades. Ser conscient de les diferents maneres que hi ha de resoldre o calcular coses. Reconèixer l'ajust com una aproximació per interpretar la situació.</p>
<p>M6 Usar i interpretar llenguatge matemàtic com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos per descriure fenòmens habituals.</p>	<p>C4 <i>Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic.</i> Saber interpretar diferents tipus de llenguatge: natural, algebri, estadístic, taules i passar d'un a l'altre. Saber fer ús de recursos tecnològics.</p>
<p>M7 Interpretar la funció que fan els nombres quan apareixen en un context real (expressar quantitat, identificació, temps, mesura, intervals) i usar-los d'acord amb les seves característiques.</p>	<p>C6 <i>Planificació i coherència</i> Establir coherència entre una demanda i els passos possibles per aconseguir-la. Establir hipòtesis, generar idees, saber explicar i justificar i enunciar arguments matemàtics amb precisió. Saber generalitzar, enunciar conclusions i fer prediccions.</p>

A la taula 4.29 s'exposen els resultats obtinguts per la nostra mostra a les tres proves que es comparen. Totes les puntuacions estan posades en una escala de 0 a 10:

S'entén que la competència M7 s'ha de relacionar amb la capacitat C6 perquè hi ha una

Taula 4.29: Resultats Comp. bàsiques, Prova diag. i projecte dels alumnes de l'estudi

	M4	M5	C5		M6	C4		M7	C6	
	C.B.	C.B.	P.D.	PJTE	C.B.	P.D.	PJTE	C.B.	P.D.	PJTE
Saída	0	1,1	0,4	S	2,85	2,4	B	5,3	0	S
Linda	0	2,2	0,4	S	2,1	1,2	B	6,8	0	S
Jessica	5	2,3	1,6	I	3,5	3,3	I	3,1	2,2	I
Alina	0	0,5	0,4	I	3,5	2,6	I	1	1,8	I
Simon	5	7,6	1,2	I	6,4	2,1	S	8,4	1,2	I
David	5	4,1	2	I	7,1	1,4	I	6,3	1,6	I
2n d'ESO	5,4	5,6	2,8		6,5	4,03		6,32	2,63	

C.B. = Competència bàsica. P.D. = Prova diagnòstica. PJTE= projecte.

coherència entre el que es busca i el procés que s'ha seguit per arribar al resultat; el procés matemàtic no fa perdre de vista el problema real i, per tant, s'ha de saber interpretar els nombres i usar-los d'acord amb les seves característiques. El problema és que l'abast de la capacitat C6 és molt ampli perquè es refereix també a la generació i selecció de idees, establir hipòtesis, saber explicar i argumentar, saber generalitzar, saber enunciar conclusions, saber fer prediccions. De fet el nivell de desenvolupament mostrat pels alumnes en tots els nivells en aquesta capacitat ha estat de les més baixes.

Si s'observa el mateix però considerant el conjunt de tots els alumnes de 2n, el nivell de la competència és de 6,32 i el nivell de la capacitat és de 2,63, que és un dels valors més baixos de totes les capacitats. Aquests resultats mostren les mateixes tendències que els de Linda i Saída. Per tant, pel que s'ha dit al paràgraf anterior, no hi ha incoherència entre les proves i, en canvi, si que es veu reforçada la coherència interna de cada prova.

El contrast es farà de dues maneres diferents. Una primera anàlisi per files per contrastar els resultats de cada alumne a les tres proves. Una segona anàlisi per columnes per analitzar la coherència entre competències, capacitats i projecte.

Anàlisi per files

Saída Els resultats de la Saída a la prova diagnòstica i a la prova de Competències Bàsiques (CB) són coherents en termes generals. A la M4 i M5 obté uns nivells molt baixos i a la prova diagnòstica també. La M6 i C4 resulta similar, en el cas de M7 i C6 no hi ha coherència, però ja era el que esperavam.

Linda És un cas similar a la Saída, hi ha coherència amb C4 i C5 i no la hi ha amb C6.

Saída i Linda Si mirem conjuntament els resultats de les proves amb el seu projecte podem fer algunes observacions.

Quan feien els projectes ja va quedar de manifest que no sabien traçar línies perpendiculars amb regle i escaire. Se'ls ho va recordar i, després, van haver de dividir el plànol de Vilassar en 5 regions i aquestes descomposar-les en figures senzilles conegudes i traçar altures per calcular les àrees.

Aquest fet, es pot atribuir a la inseguretats que tenen sobre els seus coneixements i a les condicions en què es fan les proves, que en una hora i individualment han de resoldre una quantitat de exercicis. Mentre que al projecte tenen tot el temps que volen i poden anar contrastant i resolent els dubtes que se'ls presentin.

El que indica la prova també és coherent amb el que ha passat en la realització del projecte que han hagut de provar d'aplicar diferents estratègies per resoldre'l. Però els canvis d'estratègies es produïen més perquè a les entrevistes els feiem adonar-se de que el que proposaven no era correcte que per reflexió pròpia. És més, s'ha hagut de fer més d'una entrevista per aclarir les mateixes idees.

Globalment es pot dir que Saïda i Linda s'han hagut d'esforçar per a la realització del projecte. El seguiment que s'ha fet ha servit per a compensar les mancances detectades i poder realitzar el projecte.

Jessica El nivell de la competència M4 no és massa coherent amb la C5. Hi ha una possible explicació en el fet que la M4 es mesura únicament amb dues activitats, Jessica ha fet bé una d'elles i per tant ja li pertoca un 5, mentre que a la prova diagnòstica intervenen més elements. En el cas de M5 es veu més coherent que en el cas de la Linda. Les altres M6 amb C4 i M7 amb C6 sí que resulta coherent.

Alina És el cas on es veu més coherència en les dues proves.

Jessica i Alina A les dues proves s'han detectat mancances importants. Durant la realització ja s'ha vist que han consultat poc i sovint era per concretar quin projecte feien, més que per intentar superar les dificultats amb les que s'han trobat. Per això es considera que el resultat del projecte ha sigut coherent amb el que havien detectat les dues proves.

Simón En aquest cas hi ha un fort contrast entre els resultats obtinguts a les proves de competències bàsiques (Cb) i els de la prova diagnòstica (PD) i projecte. De fet a la prova de Cb ha obtingut un total de 41 punts sobre un total de 51. Això fa que ocupi la quarta millor nota del conjunt de tots els alumnes de 2n C i 2n D, fet que no resulta coherent amb el perfil de l'alumne que hem descrit anteriorment. Per tant no sembla raonable considerar aquests resultats com fiables.

David S'observa una cosa similar al cas del Sergio. Hi ha un fort contrast entre els resultats de la prova de CB i la PD i el projecte. A la prova de competències bàsiques ha obtingut una puntuació global de 30 punts i la mitjana dels dos cursos de segon està a 31,6. David, des del moment que l'hem seleccionat per fer aquest estudi és perquè era un noi amb mancances i dificultats. Ja s'ha mostrat abans, en un extracte d'un diàleg mantingut amb ell, les dificultats que mostrava, per exemple, en identificar la resta com l'operació adequada per comprovar la diferència entre dos salts. A més ha sigut un de les 9 persones d'un total de 43 que la junta d'avaluació ha considerat aprovar-li el cicle tenint més de dues matèries suspeses. No sembla coherent, per tant, que es trobi en una posició de la mitjana del grup. Per aquest raonament que hem exposat no donem validesa als resultats de David en la prova de competències bàsiques i no els podem contrastar amb la PD i el projecte.

Anàlisi per columnes

Pel que s'ha dit abans no s'inclouen en aquesta anàlisi els resultats de Simón i David.

Si es comparen els resultat entre la M4 i la C5 s'observa que en tots els casos hi ha un paral·lelisme. La persona que mostra uns nivells més elevats de coincidència és Jessica, el que s'interpreta com una mostra de coherència. Igual passa amb la M5 i C5 i Jessica torna a ser la persona amb la puntuació més alta en els dos casos.

Si s'ordenen els resultats, de més gran a més petit, de M6 i C4 la ordenació de les persones en els dos casos seria la mateixa. És a dir, hi ha un paral·lelisme entre elles, el que s'interpreta de nou com una prova de coherència entre les dues proves. En el cas de la M7 i la C6 ja no s'observa tanta coherència, però potser el grau de relació entre ambdues no es tant gran com s'ha explicat al començament. Al referir-se a coses diferents, és normal que s'obtinguin resultats diferents.

4.5 Valoració de l'estudi pilot

En aquest estudi pilot s'ha dissenyat una prova per a diagnosticar els nivells de capacitat i habilitat matemàtica dels alumnes i s'ha implementat el treball de projectes. De l'anàlisi d'aquestes experiències es volen extreure conclusions que millorin la nostra recerca.

Ja s'ha vist que la prova diagnòstica és útil i fiable pels propòsits pels que es va dissenyar. A la implementació dels projectes s'ha fet servir aquesta prova per seleccionar els alumnes que formaran part del grup d'estudi d'aquesta fase pilot. Malgrat es considera la prova diagnòstica fiable s'ha volgut aprofitar les dades que ens facilita la implementació dels projectes per a tornar a posar-la a prova. S'han contrastat els resultats de la prova amb l'avaluació del projecte i les competències bàsiques, tant individualment per cada alumne com entre els diferents alumnes. D'aquesta manera s'ha comprovat que els resultats de la prova diagnòstica són coherents amb

els de les altres proves. Per tant, s'entén aquest fet com una confirmació de la validesa de la prova diagnòstica obtinguda a l'apartat 4.2.2 (pàgina 145). Per això es considera que els indicadors que s'obtenen a aquesta prova són vàlids com a diagnòstic inicial.

Els projectes realitzats pels alumnes d'aquest estudi pilot han sigut desiguals. Els alumnes que han obtingut millor resultat han sigut els que s'han implicat més i han consultat molt amb el professor. Això ha fet que els alumnes entenguessin bé el problema que es plantejaven, eren conscients del que buscaven i tenien elements per a decidir quan podien considerar el projecte acabat. En els altres casos no s'han donat aquestes consultes i això ha donat lloc a dos tipus de problemes: a) els alumnes no tenien ben entés el problema del projecte. b) La cooperació entre la parella no ha funcionat. En el cas de David estava clar, el problema estava ben entés però ell, que és molt insegur i de caracter feble, ha estat dominat pel seu company, ben caracteritzat per tots els professors com per la poca voluntat per la feina escolar. Un altre cas seria el de Simón, però aquest, a més de consultar poc amb el professor, ha presentat problemes de disponibilitat per anar a recollir informació i trobar-se amb el seu company, i com a conseqüència ha entès ben poc el que havia de fer.

Una altra gran dificultat que han tingut els alumnes ha sigut la comunicació del que havien fet. El seguiment de la seva feina ha posat de relleu que idees i raonaments que s'havien discutit durant el procés d'elaboració del projecte després no han aparegut al document final que han presentat, perdent-se pel camí. Aquest fet ja estava anunciat pels resultats de la prova diagnòstica, però l'ajuda donada no ha sigut suficient per superar-la.

A partir de les anàlisis realitzades que s'acaben de presentar, es considera que hi ha altres factors, a més a més dels anteriors, que el professorat ha de tenir present per fer projectes amb alumnes amb un baix nivell de competència matemàtica. Aquests factors són els següents:

- Formar parelles que puguin treballar junts, per horaris, que no es donin dominacions negatives.
- Promoure que l'alumnat decideixi el tema o problema, perquè augmenta l'interès i facilita la implicació en el treball.
- Fomentar en tot moment la comunicació de idees matemàtiques.
- Procurar que es produeixi un treball interdisciplinar.
- A més, a partir de l'experiència realitzada considera que comptar amb el suport de les famílies en aquesta activitat podria facilitar la implicació i disponibilitat dels alumnes per trobar-se i fer el treball de camp.

4.6 Resum

En aquest capítol s'ha presentat l'estudi pilot que s'ha realitzat com a preparació per a abordar la recerca que doni resposta als problemes plantejats a la tesi. Aquest estudi pilot està constituït per dos elements, a) El disseny i validació de la prova de diagnosi inicial i b) la implementació dels treballs de projectes.

El disseny de la prova s'ha començat per elaborar sis categories de capacitat i habilitats matemàtiques que intervenen als projectes. Seguidament hem desenvolupat un procés d'elaboració en el que s'han distingit 5 etapes. S'ha procurat que tant el procés com el resultat final de la prova sigui eficient pels nostres objectius. Per les comprovacions realitzades es creu que realment la prova dóna uns indicadors fiables de les capacitats i habilitats assolides pels alumnes, i per tant és útil pels objectius plantejats.

La implementació dels treballs de projectes ha servit per a confirmar la validesa de la prova dissenyada per a obtenir indicadors dels graus de capacitat i habilitat matemàtica dels alumnes d'ESO. També ha servit per descobrir alguns moments de dificultat per l'alumnat en la realització dels projectes i introduir alguns canvis en el procés que ajudin a millorar la realització dels projectes i per assegurar que s'obtenen les dades necessàries per abordar els problemes de la tesi.

Capítol 5

Replanificació del treball de projectes a 2n d'ESO. Selecció d'un grup d'estudi i grups de contrast.

5.1 Introducció

5.2 Redisseny de la recerca

5.2.1 Redisseny del procés de realització dels treballs de projectes

5.2.2 Incorporació de les competències a l'estudi

5.3 Caracterització de dos grups de contrast

5.3.1 Caracterització del grup de contrast GC2

5.3.2 Carcaterització del grup de contrast GC4

5.4 Procés de selecció del grup d'estudi GE

5.4.1 Resultats prova diagnòstica

5.4.2 Resultats del test IGF

5.4.3 Entrevistes al professorat

5.4.4 Definició del grup d'estudi (GE) d'estudi

5.5 Validació competencial del grup d'estudi GE

5.6 Resum

5.1 Introducció

Després d’haver realitzat l’estudi pilot, ens proposem abordar el problema inicial del desenvolupament de competències matemàtiques, en especial les modelitzadores, en la realització de projectes a l’ESO. Un esquema de l’organització del capítol el podem veure a la figura 5.1

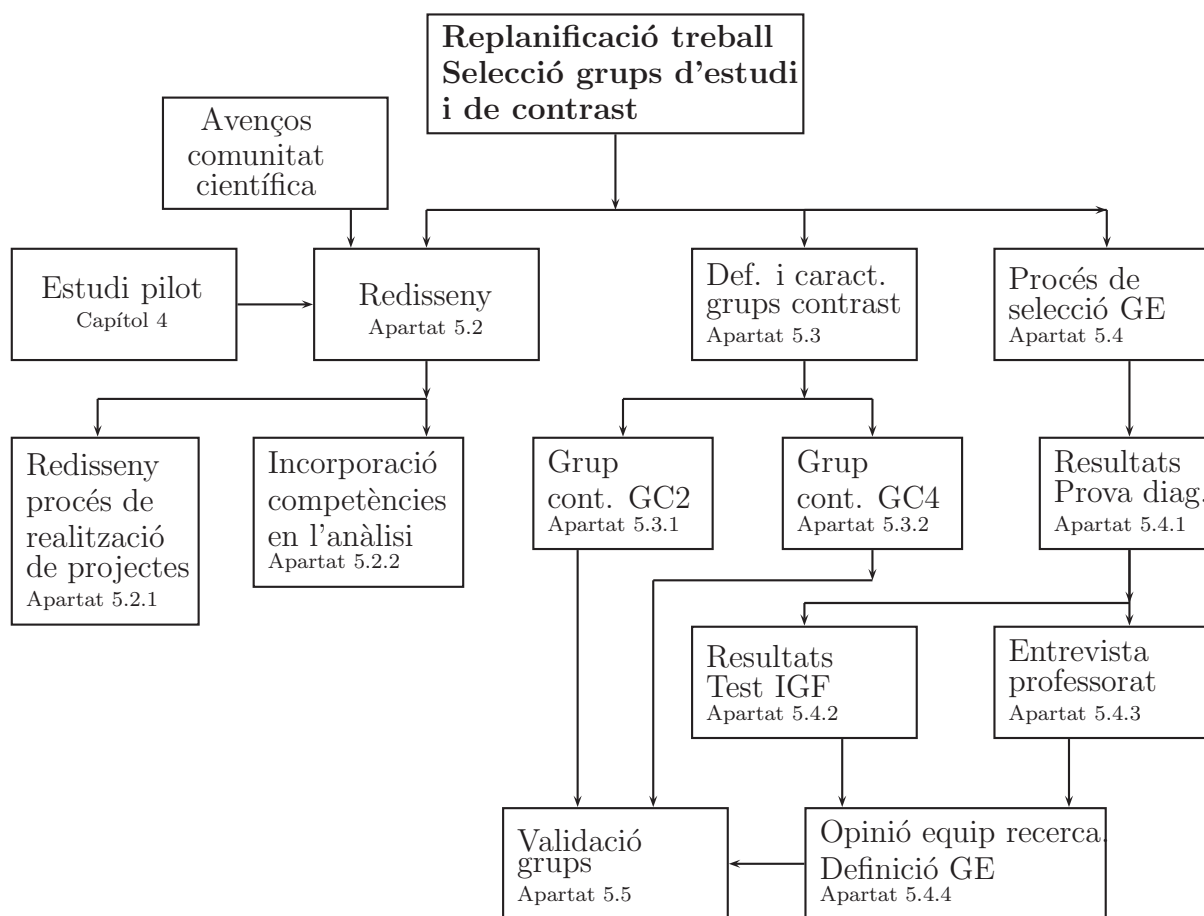


Figura 5.1: Esquema capítol 5

La realització de l’estudi pilot, així com aportacions recents a la didàctica que s’han produït en el mateix interval en el que nosaltres hem realitzat aquest estudi, han donat lloc a alguns canvis i replantejaments en la manera d’abordar la recerca i es mostren a l’apartat 5.2.

Un dels aspectes essencials en tota recerca és la població on es farà l’estudi. Donat el caràcter qualitatiu de l’estudi, com s’ha indicat al capítol de metodologia, no hi ha un criteri definit per a l’elecció de les mostres, perquè l’èmfasi de la investigació es troba en el propòsit del treball com a reflex del seu treball epistemològic (Ernest 1996). El disseny requereix, doncs, identificar la informació més útil de manera que tingui credibilitat (Patton, 1990). Per tot això, s’ha decidit realitzar un detallat procés de selecció de l’alumnat que anem a considerar per a l’estudi empíric, per a que compleixi realment amb els requeriments que necessitem, com es mostra a l’apartat 5.4. Aquest procés ha consistit en aplicar la prova diagnòstica que s’ha dissenyat i el test d’intel·ligència IGF i realitzar entrevistes al professorat. A partir d’aquí, i

tenint present l'opinió de l'equip de recerca vam prendre la decisió definitiva. Al grup format li anomenarem grup d'estudi i ens referirem a ell com GE. Res no ha importat més que les diferents formes d'evidència. Els judicis que s'elaboren són els que tenen valor en la mesura que ens permeten raonar sobre el que passa a l'aula.

Un altre aspecte clau de tota recerca és la interpretació dels resultats. Per interpretar-los correctament es decideix contrastar els resultats obtinguts del GE amb altres dos grups que anomenarem GC2 i GC4. Això és, per interpretar els resultats que obtenim dels alumnes del grup d'estudi els contrastarem amb els resultats dels altres dos grups. Un d'aquests grups serà format per alumnes de 2n d'ESO al que ens referirem com GC2 i l'altre estarà format per alumnes de 4t d'ESO i al que ens referirem per GC4. Com s'han format aquests grup i les seves caracteritzacions es presenten a l'apartat 5.3.

Finalment a l'apartat 5.5 es mostra que els grups que hem definit reuneixen les característiques que nosaltres hem establert pel nostre estudi.

5.2 Redisseny de la recerca

Dos factors han provocat canvis en el disseny inicial de la recerca. El primer és la prova pilot que s'ha desenvolupat. Del seu anàlisi es desprèn que es poden fer algunes correccions en el procés de realització dels projectes per aconseguir algunes millores en les produccions dels alumnes. El segon factor és la generalització de la idea de competència en l'àmbit educatiu. Inicialment nosaltres ens havíem plantejat l'estudi de les capacitats i habilitats dels alumnes en els projectes. Durant el període en el que hem desenvolupat el nostre treball, una reformulació de la idea de competència s'ha estès en l'àmbit educatiu de manera tan massiva que ha obligat a resituar l'estudi en l'àmbit d'aquesta formulació de competència matemàtica. A continuació es mostra el projecte de recerca havent introduït els canvis mencionats.

5.2.1 Redisseny del procés de realització dels treballs de projectes

Durant el curs 2003-04 es comença la segona fase de la recerca, tal com s'havia presentat a l'apartat 3.5. Després de fer l'estudi pilot replanifiquem el procés en funció de la valoració que hem fet d'aquest estudi a l'apartat 4.5. Es decideix introduir canvis al procés que han seguit els alumnes de l'estudi pilot. Aquests canvis pretenen, en primer lloc, assegurar que el grup d'alumnes sobre el que centrem la recerca (GE), respongui al perfil definit al plantejament del problema de l'estudi. Aquest perfil és el d'alumnes amb baix nivell competencial a matemàtiques. També pretenem millorar els processos metacognitius que segueixen els alumnes mentre realitzen el treball. Així mateix es vol posar émfasi en els aspectes comunicatius dels projectes.

A la taula 5.1 es presenta el procés inicial (taula 4.15) a la que s'ha afegit en negreta els canvis introduïts.

Taula 5.1: Procés de realització dels projectes

Fase	Objectius	L'alumne fa	El Professor fa
Prèvia	Seleccionar el grup de seguiment (GE)	Realitzen la prova diagnòstica, test IGF	Corregeix i interpreta els resultats. Entrevista al professorat
Definició 1 setmana	Que l'alumne s'asabenti de tot el procés. Què és el primer que ha de fer i en quines condicions i què és el que s'espera que arribi a fer al final de tot. Que els alumnes posin per escrit les decisions preses sobre els components del grup, el tema triat, la formulació dels primers problemes que es plantejen, les fonts de consulta.	Escolta les explicacions. Els alumnes treballen junts discuteixen sobre els temes i el que es podria fer, busquen informació. Quan ho tenen ho lliuren al professor. El professor els ho retornarà dient si està d'acord o han de canviar coses. Aquest intercanvi es pot repetir diferents cops fins aconseguir que la proposta sigui correcta.	Fa una explicació als alumnes per informar-los. El professor revisarà el document que elaborin els alumnes i els el retornarà acceptant-lo o bé demanant-los que ho modifiquin. Aquest intercanvi es pot repetir diferents cops fins aconseguir que la proposta sigui correcta.
Realització 3 setmanes	Donar resposta als problemes plantejats inicialment i a les modificacions dels mateixos que s'hagin acordat. Donar valor a l'acció tutorial en el procés de realització. Millorar la metacognició dels estudiants: a) Fer conscient l'alumnat de les dificultats en la situació problemàtica. b) Fer conscient l'alumnat de l'envergadura del problema.	Els alumnes treballen en grup o individualment segons les diferents parts del treball. Aquest treball es farà una part a l'aula i una part fora de l'horari lectiu. Realitzen el treball de camp i busquen les mides, fan càlculs, prenen decisions. Fan entrevistes amb el professorat	Fa entrevistes a l'alumnat.
Comunicació 2 setmanes	Elaborar un dossier, pòster o algun altre suport per explicar tot el treball realitzat, desde el problema que es plantegen i l'interès que té, com han obtingut les dades, quins càlculs han realitzats, i a quines solucions i conclusions han arribat. Presentació oral del projecte als companys.	Treball de grup i individualment. Fan consultes al professor. Realitzen una exposició oral d'uns 5 ó 10 minuts.	Atén les consultes dels alumnes. Escolta i avalua l'exposició dels alumnes.

La primera innovació que hem incorporat al procés afecta al procés de selecció del grup

de seguiment. Com que el problema que ens hem plantejat a la nostra recerca està focalitzat a l'estudi del nivell competencial d'un grup d'alumnes que inicialment mostren un nivell baix, considerem que la selecció d'aquest grup és un element fonamental en el nostre estudi. Per això, volem assegurar que els alumnes que formin part d'aquest grup d'estudi, tinguin un baix nivell competencial i dificultats d'aprenentatge. És per aquesta raó, que hem decidit que a partir dels resultats que obtinguem de la prova diagnòstica farem una preselecció d'uns alumnes que els considerarem com a possibles candidats. La decisió definitiva la prendrem després de contrastar aquests resultats amb un test d'intel·ligència i amb la caracterització que el professorat fa d'aquest grup d'alumnes. A partir d'aquestes informacions, i tenint en compte l'opinió de l'equip de recerca, decidirem quins seran definitivament els alumnes que formaran part del grup d'estudi.

Els resultats de l'estudi pilot ens ha posat de manifest les dificultats que tenen els alumnes per mostrar la consciència que tenen del procés que estan desenvolupant i en el control d'aquest procés, tant des del punt de vista intel·lectual com des de l'execució de les accions. Per això ens hem proposat incorporar al procés de realització de projectes la millora dels processos metacognitius dels alumnes en el seu treball.

Per tant es considera important ampliar l'acció tutorial amb una entrevista inicial i una entrevista de seguiment del professor amb els alumnes dins del marc escolar.

L'entrevista de seguiment es realitzarà uns 15 dies abans de la data de lliurament del treball acabat. La finalitat serà assegurar que els alumnes desenvolupen el procés correctament i ajudar-los a prendre consciència del problema que aborden, si es que no ho són. En aquesta entrevista se'ls ha de fer reflexionar sobre el procés que han seguit, del que ja han resolt i del que els hi falta, planificar el final del projecte, que pensin en els coneixements que ja tenen i necessiten per acabar, quines estratègies faran servir. Igualment es tracta d'intentar que no es quedin bloquejats degut a que han portat el problema a situacions on les dificultats els depassen. De la mateixa manera s'ha d'evitar que el problema hagi estat tan simplificat que desaparegui el repte i per tant l'interès educatiu. Per facilitar la realització d'aquesta entrevista els alumnes portaran contestat un qüestionari que es pot veure a l'annex I.3.

A més a més d'aquestes entrevistes, mantindrem sempre oberta la possibilitat de que els alumnes puguin fer consultes amb el professor en qualsevol moment del procés de realització del seu projecte.

Una altra dificultat que han mostrat els alumnes a l'estudi pilot es refereix a la comunicació del treball realitzat. Els costa pensar en el procés en el seu conjunt, diferenciar els aspectes importants dels secundaris. Això fa que, de vegades, idees i raonaments que s'havien discutit durant el procés d'elaboració del projecte es perden pel camí i no han aparegut al document final que han presentat. O bé, havent fet un bon treball, després no queda reflectit al treball presentat i en bona part passi desapercbut degut a que no saben explicar-ho bé. Altres dificultats que mostren són plantejar bé el problema que han treballat i quins han estat els moments més difícils i com els han resolt. Es confonen quan tracten d'organitzar el seu dossier seguint l'ordre temporal en que l'han realitzat i no seguint la lògica del problema (veure Sol

2006).

Volem donar eines als alumnes per compensar aquestes mancances. Eines que fomentin l'esforç de reflexionar sobre el que han fet i els faciliti l'elaboració del dossier o memòria final. Per això els donarem pautes d'orientació per a l'elaboració del dossier que es poden veure a l'annex I.4.

Per completar el procés de comunicació els demanarem que facin una exposició oral del seu projecte al companys de la seva classe. Les dificultats que es trobaran són les que hem assenyalat als paràgrafs anteriors, incrementades per la dificultat de sintetitzar en poques diapositives tot el treball que han realitzat i enfrontar-se davant dels seus companys per explicar-los-hi de manera entenedora. Per tal d'ajudar-los en la preparació de les diapositives per a l'exposició els donem unes orientacions per preparar la presentació que es poden veure a l'annex I.5.

5.2.2 Necessitat d'una anàlisi competencial

Inicialment la recerca es va plantejar en l'estudi de les competències i habilitats dels alumnes. Mentre hem realitzat els primers passos del treball, la idea de competència s'ha generalitzat i ha arribat a adquirir importància al món educatiu. Això es mostra, per exemple, en el fet que el Parlament Europeu i el Consell de la Unió Europea van aprovar una recomanació adreçada a tots els estats membres (Parlamento Europeo, 2006) on s'expressen les 8 competències clau per una educació de qualitat orientada al futur. Els diferents membres de la Unió les han anat incorporant en els seus currículums, entre ells Catalunya on els objectius curriculars estan expressat en termes de competències.

Aquests canvis els interpretem com el darrer pas d'una lenta evolució que ha anat des d'aquelles propostes curriculars centrades en uns continguts i en la seva transmissió, fins ara amb les competències que persegueixen la formació integral de les persones per a que siguin capaces d'actuar de manera eficaç en una situació concreta. Aquests canvis representen una recuperació dels grans principis que van inspirar els moviments renovadors de finals del segle XIX, que van viure el seu moment àlgid al primer terç del XX i han sobreviscut els altres dos terços.

La idea de competència, com hem vist al capítol 2, és més complexa i va més enllà de la idea de capacitat i habilitat. Creiem que optar per un ensenyament que persegueix el desenvolupament i millora de les competències té implicacions importants a les pràctiques educatives i exigeix una renovació dels models transmissius més tradicionals. També creiem que una activitat matemàtica modelitzadora, com és el projecte, s'ajusta bé a les característiques que han de tenir les activitats educatives que volen desenvolupar competències.

Per aquestes raons, la incorporació de les competències com objectiu educatiu ha afectat el nostre treball. El que analitzarem no seran les capacitats i habilitats inicials sinó els tres

blocs competencials a) *Pensament i raonament matemàtic*, b) *Modelització i resolució de problemes* c) *Comunicació d'idees matemàtiques*. A cada bloc competencial hem establert unes competències i subcompetències tal com es recullen a l'annex K. D'aquesta manera de la prova diagnòstica obtindrem indicadors dels nivells assolits a cada un dels tres blocs competencials. Això requerirà introduir alguns canvis en el procés que hem seguit a l'estudi pilot. Mantindrem el disseny, la codificació dels tipus de respostes i l'assignació de valors a cada un d'ells. Com a novetat relacionarem cada tipus de resposta amb les subcompetències o competències de cada un dels tres blocs assignant-les en cada cas el valor que li correspongui. El detall dels punts que cada tipus de resposta assigna a cada subcompetència o competència es mostra a les taules de l'annex C. Igualment farem l'anàlisi dels tres blocs competencials dels projectes dels alumnes.

Una vegada hem establert com farem la recerca, mostrarem com hem definit i caracteritzat als diferents grups d'alumnes que han participat a l'estudi amb diferents finalitats. Aquests grups són el grup d'estudi sobre el que centrarem la investigació i els dos grups de contrast que farem servir per analitzar i interpretar els projectes realitzats pel grup d'estudi. Això és el que presentem al següent apartat.

5.3 Caracterització de dos grups de contrast

D'acord amb la finalitat de la recerca considerem que per interpretar el treball realitzat pels alumnes del grup d'estudi GE és adient contrastar les seves produccions amb les dels alumnes dels grups GC2 i GC4, de 2n d'ESO i de 4t d'ESO respectivament, que han obtingut les millors qualificacions. A continuació mostrem com hem definit aquests grups.

5.3.1 Caracterització del grup de contrast GC2 (n=8)

El grup de contrast GC2 és un grup d'alumnes de 2n d'ESO de la mateixa promoció que el grup d'estudi GE. El criteri de selecció ha sigut les qualificacions obtingudes als projectes que han presentat en aquest curs 2004-05. Hem seleccionat els que han obtingut les millors qualificacions. A la taula 5.2 es poden veure els treballs seleccionats amb les qualificacions atorgades.

Per tal de conèixer millor a aquests alumnes presentem a la taula 5.3 els seus resultats a la prova de diagnosi inicial, i del test IGF.

Recordem que els resultats de la prova diagnòstica estan en una escala de 0 a 10. Els resultats del test IGF estan en una escala de centils i ens indica el % del grup normatiu que estan per sota del seu resultat.

A l'apartat següent farem una anàlisi acurada de la prova diagnòstica, però amb les dades

Taula 5.2: Qualificacions del grup GC2

Projecte realitzat	GC2 (n=8)	Qualificacions acadèmiques		
		Dossier	Pres.oral	
			1r St	2n St
Les companyies de vol econòmics	Sibila i Carina	9	6	6
Les llaunes de conserves	Ada i Hilda	8	7	7
Vols econòmics	Raimon i Max	9	8	8
Pàrquing al voltant de l'Institut	Almudena i Carol	8	6	6

Taula 5.3: Resultats grup GC2 (n=8)

	Prova Diagnostica				Test IGF		
	PRM	Model.	Com.	C. Gral	INV	IV	IG
Sibila	4,69	4,74	4,38		98	97	98
Carina	4,07	3,45	3,75		40	40	40
Raimon	1,85	1,55	1,77		75	75	75
Max	3,21	3,02	3,02		90	80	85
Almudena	3,83	3,88	3,65		75	85	80
Carol	2,35	2,76	2,29		60	30	45
Hilda	2,72	3,28	2,19		60	80	75
Ada	3,58	3,36	2,29		55	40	45

de la taula 5.3 ja es pot percebre, que entre aquests 8 alumnes es troben alguns dels que han obtingut els millors resultats en ambdues proves, però no són la majoria. També podem veure que un bon resultat en el test IGF no implica un bon resultat a nivell competencial. Interpretem que això és així perquè el coeficient d'intel·ligència i les competències matemàtiques són conceptes diferents, i els indicadors d'un no tenen correlació amb els altres. Igualment podem observar que hi ha alumnes que han obtingut un bon resultat en la prova diagnòstica i després no han realitzat un bon projecte, o no dels millors. Entenem que això és possible perquè una cosa és tenir les competències i una altra activar-les en un moment donat per a realitzar una determinada tasca. Una interpretació més acurada d'aquest fet desborda les pretensions del nostre treball.

A nivell acadèmic, les notes que van obtenir aquest alumnes al final de 1r d'ESO són les que es mostren a continuació.

Podem veure que tot presentar algunes diferències en quant a competències i nivell d'intel·ligència aquests alumnes es mostren com a bons estudiants.

A la secció següent presentem una anàlisi més aprofundida dels resultats d'aquests alumnes a la prova de diagnosi inicial.

Taula 5.4: Notes de final de 1r d'ESO dels alumnes del grup GC2

Matèria	Sibila	Carina	Raimon	Max	Almudena	Carol	Hilda	Ada
Ciències de la naturalesa	9,5	8	6,5	9,5	8	8	5,5	8
Ciències socials	9,5	9,5	6,5	9,5	9,5	8	8	9,5
Educ. física	9,5	8	8	9,5	9,5	8	9,5	9,5
Educ. vis. i plàs.	9,5	9,5	8	9,5	9,5	8	6,5	9,5
Anglès	9,5	9,5	9,5	9,5	8	8	6,5	9,5
Ll. catalana i lit.	8	8	5,5	9,5	8	8	6,5	9,5
Ll. castellana i lit.	8	8	6,5	9,5	9,5	8	8	9,5
Matemàtiques	9,5	8	5,5	9,5	9,5	6,5	6,5	8
Tecnologia	9,5	8	5,5	9,5	8	6,5	6,5	8

5.3.2 Caracterització del grup de contrast GC4 (n=11)

Aquest grup està format per alumnes de 4t d'ESO que durant el curs 2004-05 han realitzat el treball de projectes. Per a la selecció d'aquest grup seguim el mateix criteri que abans. Els millors projectes presentats pels alumnes de 4t d'ESO són els que es presenten a la taula 5.5

Taula 5.5: Qualificacions dels projectes del GC4

Projecte realitzat	GC4 (n=11)	Qualificacions			
		Dossier	Pres.oral		
			1r St	2n St	3r St
Optimització de les llaunes de conserves	Carmelo i Wenceslao	8	6	6	
La despesa de l'aigua	Roldan Gustau i Damià	8	7	7	7
El parking al voltant de l'Institut	Mar Heribert i German	6	6	7	6
Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o amb ATM.	Mateu Imma i Camila	8	6	6	6

A més de la nota final del projecte hem posat també la nota que han tret a l'exposició oral. Per tant els alumnes autors d'aquests projectes són els que passen a constituir el grup que hem anomenat GC4.

Per tal de conèixer millor a aquests alumnes presentem a continuació algunes dades sobre ells. Dels 11 alumnes que tenim només 5 van fer la prova diagnòstica al curs 2002-03. Les raons són que o bé no eren alumnes de l'institut o bé sent-ho no pertanyien als grups que realitzaven els projectes. La prova de diagnosi inicial, que van realitzar durant el curs 2002-03 estava a la fase d'experimentació però bàsicament va ser la mateixa que van realitzar els alumnes dels altres grups (GE i ESO-1) i que, corregida amb els mateixos criteris que els altres, aquests 5 alumnes van obtenir els resultats que es mostren a la taula 5.6

Aquests resultats, com es pot veure, són lleugerament millors que els del grup d'estudi (GE) però s'ha de tenir en compte que els alumnes del grup GE van fer aquesta prova amb un any menys d'edat, i això es fa notar. Per tant no ens els podem mirar comparant amb els

Taula 5.6: Resultats per blocs competencials a la prova diagnòstica d'alguns alumnes del grup GC4

Alumne	C.PRM	C. M	C. Com
Damià	6,05	6,21	5,21
Mateu	3,58	3,53	2,08
Mar	1,11	0,86	0,83
German	4,57	4,66	4,06
Imma	4,2	5,52	4,17

alumnes del grup ESO-2 sinó en referència amb els de la seva pròpia promoció que figuren al capítol 4.

Per una altra banda aquests alumnes no van fer test IGF i per tant no podem analitzar aquesta informació.

El que si podem observar són les notes finals que han obtingut als 4 cursos de la ESO i això entenem que ens dona un perfil acadèmic d'aquests alumnes.

Taula 5.7: Notes de final de 4t d'ESO dels alumnes del grup GC4

Matèria	Cmlo	Wenc	Rom	Gust	Dani	Mar	Héc	Ger	Mcel	Cmla	Ire
C. de la natur.		6,5	8	6,5	5,5	6,5	8	5,5	5,5	9,5	8
C. socials			9,5	6,5	6,5	2,5	9,5	8	5,5	9,5	9,5
Educ. física		2,5	8	9,5	9,5	9,5	8	8	8	8	8
Educ. vis. i plàs.		6,5	8	6,5	2,5	2,5	6,5	5,5	6,5	8	8
Anglès		8	6,5	8	5,5	6,5	8	5,5	8	9,5	9,5
Ll. catalana		6,5	8	8	8	9,5	9,5	6,5	5,5	9,5	9,5
Ll. castellana		8	6,5	5,5	2,5	6,5	8	5,5	5,5	9,5	9,5
Matemàtiques		6,5	8	6,5	5,5	8	6,5	5,5	5,5	9,5	8
Tecnologia		2,5	8	6,5	8	6,5	8	6,5	5,5	8	8

A l'apartat 5.5 farem una anàlisi més aprofundida dels resultats de la prova diagnòstica dels grups GE i ESO-1 i GC2. Això ens ha d'ajudar a comprendre millor la seva composició i confirmar que responen als criteris que ens havíem plantejat inicialment.

5.4 Procés de selecció del grup d'estudi GE

La definició del grup d'estudi GE, la farem a partir de tres fonts d'informació. Aquestes són, els resultats de la prova diagnòstica que hem dissenyat nosaltres i que ja ha estat presentada al capítol 4. En segon lloc els resultats del test d'intel·ligència IGF (presentat al capítol 3). Finalment els resultats de les entrevistes semiestructurades realitzades al professorat de català, castellà, Ciències experimentals, Ciències socials, i tutoria. (presentades al capítol 3).

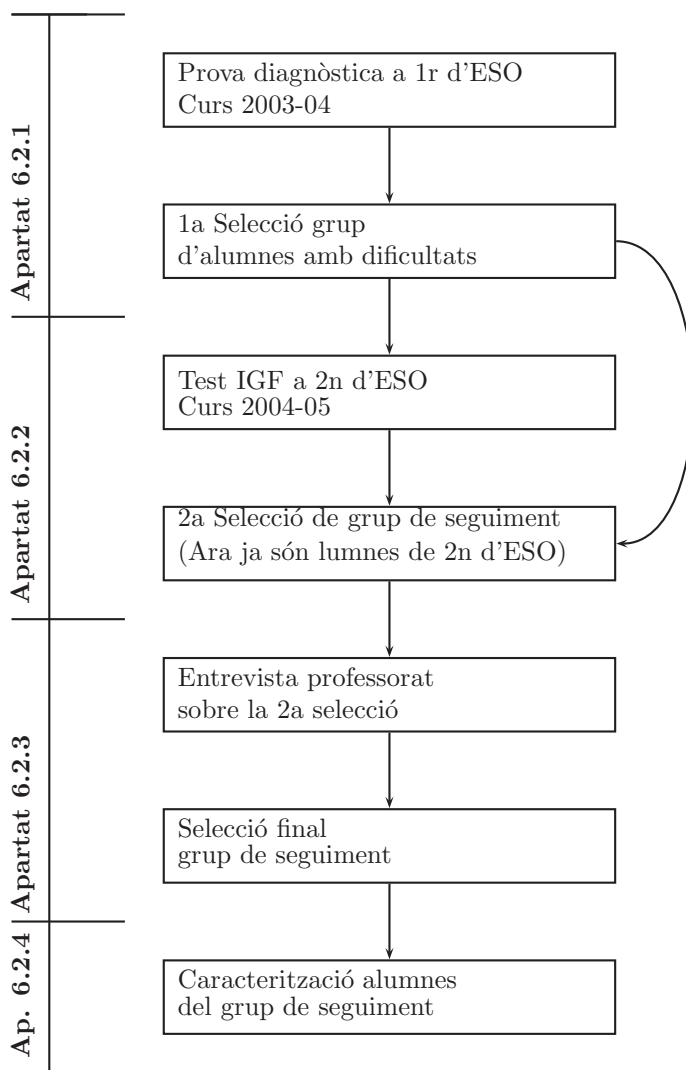


Figura 5.2: Procés de selecció del grup de seguiment

5.4.1 Resultats prova diagnòstica

La prova diagnòstica es va passar al 2n trimestre del curs 2003-04 als 39 alumnes que cursaven 1r d'ESO a l'institut IES Vilatzara, que són els que després amb alguns petits canvis deguts al pas de curs, seràn els 41 estudiants de 2n d'ESO dels que extreurem els candidats pels grups GE i GC2. La prova diagnòstica ens dona com a resultats 4 indicadors numèrics que es corresponen amb cada un dels blocs competencials: C. Pensament i raonament matemàtic, C. Plantejar i resoldre problemes i Modelització, C. Comunicació d'idees matemàtiques i C. General. L'indicador de la competència general s'obté fent la mitjana dels tres indicadors anteriors. Els resultats obtinguts pels 39 alumnes per cada bloc competencial es poden veure a l'annex G

Com que els resultats obtinguts oscil·len entre 0 i 5,5 s'organitza als alumnes distingint tres nivells competencials que s'anomenen nivell baix per a valors que pertanyin a l'interval $[0,1.5)$,

nivell mitjà per a valors que pertanyin a l'interval [1.5,3.5) i nivell alt per els que pertanyin a l'interval [3.5,5.5]. La quantitat d'alumnes que hi ha a cada nivell per a cada una dels blocs competencials es mostra a la taula de freqüències absolutes 5.8.

Taula 5.8: Resultats prova diagnòstica inicial segons grup de competències. (n=39)

	C. P. R	C. MRP	C.C	C. G
Nivell baix [0-1,5)	13	12	15	13
Nivell mitjà [1,5-3,5)	18	22	20	21
Nivell alt [3,5-5,5]	8	5	4	5

A partir dels resultats observats es reconeix un grup de 13 alumnes de nivell competencial baix. D'aquests 13 alumnes n'hi ha 5 que no van passar a fer segon d'ESO el curs 2004-05 i per tant quedaven descartats com a possibles membres del grup d'estudi GE. Un altre no va arribar a fer el test IGF i per tant també el descartem com a possible candidat. D'aquesta manera queden 7 alumnes (Ariel, Ruth, Geroni, Irene, Mohamed, Alícia, Georgina) com a possibles candidats per a ser membres del grup de seguiment GE.

Per acabar de decidir el grup GE completarem aquesta informació amb la que podem obtenir a partir del test IGF i de les entrevistes amb el professorat de Català, Castellà, Ciències Experimentals, Ciències Socials i tutor/a. Una vegada reunides aquestes informacions es contrasten i es decideix quins candidats passen a formar cada una de les mostres.

5.4.2 Resultats del test IGF

El test es va passar el primer trimestre del curs 2004-05 a 41 alumnes de 2n d'ESO. Aquests 41 alumnes procedeixen dels 39 alumnes de 1r d'ESO que van fer la prova diagnòstica amb els canvis naturals que es produeixen pel canvi de curs, alguns repetidors de primer van desaparèixer del grup, i alguns repetidors de 2n i nous matriculats a l'institut es van incorporar.

Aquest tipus de test dóna com a resultats unes puntuacions, expressades en una escala de 1 a 100, per a cada una de les variables estudiades, Intel·ligència verbal (IV), intel·ligència no verbal (INV) i intel·ligència general (IG). La puntuació en aquesta escala indica el tant per cent del grup normatiu al que un individu és superior en la característica apreciada per la variable.

Com que es busquen alumnes amb dificultats d'aprenentatge per constituir el grup d'estudi GE, es seleccionen aquells que es troben a les franges més baixes dels tres indicadors que es consideren, tal com s'ha justificat al capítol 3, (IG, INV, IV). A la taula 5.9 mostrem els alumnes que han obtingut una puntuació que els situa a la franja de $\leq 10\%$ de l'escala dels centils. En el cas de la variable IG es troben per sota del 10% aquells alumnes que han obtingut menys de 24 punts. En el cas de la variable INV es troben per sota del 10% aquells alumnes

que han obtingut com a màxim 13 punts. A la variable IV es troben per sota del 10% aquells alumnes que han obtingut com a màxim 10 punts.

Taula 5.9: Alumnes amb dificultats d'aprenentatge segons el test IGF-M

IG ≤ 24 10%	INV ≤ 13 10%	IV ≤ 10 10%
Irene	Irene	Irene
Mohamed	Mohamed	Mohamed
Ruth	Ruth	Ruth
Fàtima	Geroni	Fàtima
Gil	Ovidi	Clara
Ferran	Gil	Georgina
Víctor	Ferran	Pau
Rafel	Víctor	
	Rafel	

D'aquestes llistes s'eliminen els repetidors de 2n d'ESO perquè no es consideren bons candidats per a formar part del grup d'estudi, per diferents raons: a) perquè no van fer un projecte el curs anterior, b) perquè són un any més gran que la resta del grup, c) perquè no han realitzat la prova diagnòstica a primer. El resultat que obtenim és el de la taula 5.10

Taula 5.10: Alumnes amb dificultats d'aprenentatge segons el test IGF-M

IG ≤ 24 10%	INV ≤ 13 10%	IV ≤ 10 10%
<i>Irene</i>	<i>Irene</i>	<i>Irene</i>
<i>Mohamed</i>	<i>Mohamed</i>	<i>Mohamed</i>
<i>Ruth</i>	<i>Ruth</i>	<i>Ruth</i>
<i>Fàtima</i>	<i>Geroni</i>	<i>Fàtima</i>
<i>Gil</i>	<i>Ovidi</i>	<i>Clara</i>
<i>Ferran</i>	<i>Geroni</i>	<i>Georgina</i>
	<i>Ferran</i>	

Es pot observar que s'ha escrit en cursiva els noms dels alumnes que ja havien estat detectats a la prova diagnòstica com alumnes amb baix nivell de competència matemàtica. Per tant són alumnes que ja havien estat considerats com candidats a ser objecte del nostre estudi i ara es confirmen amb el test. S'observa també que hi ha altres alumnes que apareixen ara que no s'havien detectat abans amb la prova diagnòstica. Entre aquests sembla interessant, per als objectius de la recerca, el cas de Fàtima que es troba en un nivell baix, per sota del 10% del grup normatiu a la variable IG i IV. Això fa pensar que es tracta d'una alumna amb dificultats d'aprenentatge i especialment en la competència comunicativa. Per aquest motiu es decideix de seleccionar-la com a possible candidata per a formar part del grup de seguiment.

Un altre cas que crida l'atenció és el de Claudia. Aquesta alumna es troba per sobre del 10% a les variables IG i INV però està per sota en el cas de la IV. Com que aquest és per a l'estudi un factor d'especial interès també se la considera una candidata interessant per a formar part del grup d'estudi.

D'aquesta manera s'han seleccionat 9 alumnes com a candidats per a formar el grup d'estudi GE. Per acabar de decidir quins seran els que acabaran formant part d'aquest grup, es fa una entrevista semiestructurada, que ja s'ha presentat al capítol 3, als professors de Català, Castellà, Ciències Experimentals, Ciències Socials i tutor/a de cada un d'aquest 9 cadidats.

5.4.3 Entrevistes al professorat

A partir de les seleccions realitzades s'han obtingut 9 estudiants com a possibles candidats per a formar el grup GE. Com que es planteja fer un estudi de cas es considera que es tracta d'una quantitat excessiva. Per això decidim de formar un grup més reduït.

Per acabar de prendre les decisions sobre la composició del grup GE es realitzen unes entrevistes semiestructurades als professors de Català, Castella, Ciències i Socials d'aquests nou candidats preseleccionats. Aquestes entrevistes ja s'han presentat al capítol 3 i es poden veure a l'annex H. Els resultats d'aquestes entrevistes es fan servir per a prendre la decisió sobre la composició definitiva del grup d'estudi GE.

Es considera també que aquestes entrevistes serveixen com a presentació de les característiques de les persones que seran seleccionades i constituïran el grup d'estudi. Els resultats d'aquestes entrevistes els presentem a continuació en forma de taules comentades.

Mohamed

a) Sobre aspectes lingüístics

Tots els professors reconeixen que té moltes dificultats de llengua, fa servir un vocabulari reduït amb construccions gramaticals pobres. Té dificultats per poder expressar idees oralment. A classe sol participar però normalment de manera desafortunada dient coses que no venen al cas o de manera incorrecte perquè no entén l'activitat de la que s'està parlant. El seu llenguatge escrit és molt dolent, costa entendre el que escriu per la caligrafia i per que escriu tal com sona, unint i separant paraules segons ell creu. A la taula 5.11 podem veure un resum dels resultats de l'entrevista.

Taula 5.11: Sobre aspectes lingüístics de Mohamed

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Lleng. vehicular	Català	Castellà	Català	Català
Dif. de llengua	Sí	Sí moltes	Sí	Sí
Vocabulari	reduït	reduït	reduït	reduït
Const.gram	Pobres	Pobres	Pobres	Pobres
Expressió idees	Sí, amb vocabulari reduït i construccions pobres	No sap expressar-les	No sap expressar-les	No sap expressar-les
Part. a classe	Sí, si entén l'activitat	Sí, però a la seva manera	Sí, però dient coses que estan fora de lloc	Sí, però de forma incorrecte
LLeng. escrit	Molt dolent	Molt pobre	Dolent	Dolent

b) Sobre procediments de treball

No sap organitzar-se la feina, ni buscar informació. Normalment no porta els estris necessaris pel treball a classe. No cuida els aspectes formals en els seus treballs. Amb el material, però, és polit. Dedica molt poc temps a estudiar a casa i no té mètodes de treball. La seva comprensió lectora és baixíssima. Malgrat aquestes dificultats té ganes de fer feina i ser reconegut pel professorat. Per que faci activitats se li han de donar instruccions molt senzilles i curtes. Se li ha d'anar pautant pas a pas el que ha de fer. Si ho entén es posa a treballar a un ritme lent. Un resum de l'entrevista es pot veure a la taula 5.12

Taula 5.12: Sobre procediments de treball de Mohamed

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Org. la feina	Si és una cosa concreta ho fa a la seva manera	No	No	
Buscar info.	Sí, si està pautat	No	No	
Pres.treb. dia.	Sí, si està pautat	No	Sí	Sí
Porta estris.	Sovint no	Sí	No	Sí
Aspec. formals.	Li manquen	Amb dificultats	No gaire	Sí
Cuida material.	Sí	Sí	No	Sí
Temps estudis.	Poquíssim	No	Gens	Força
Tèc.d'estudi.	No	No	No	No
Comp.lectora	No. Ha de ser un text curt i senzill	Pobríssima	No, gens	No en té

c) Sobre l'actitud a classe

A classe no pot mantenir l'atenció massa estona i es distreu amb facilitat. Dóna molta importància a les notes i és un element que l'estimula. En general no mostra massa interès per les assignatures però s'ha observat que sí que s'interessa per les coses de caràcter pràctiques relacionades amb la seva vida com l'alimentació, la reproducció i l'ecologia. A classe, de vegades, es mostra col·laborador. En general es mostra amb un interès neutre davant de les assignatures. El resum de l'entrevista el veiem a la taula 5.13

Taula 5.13: Sobre l'actitud a classe de Mohamed

	Català*	Castellà	Ciències	Socials
Atenció a l'aula.	Es distreu amb facilitat	Si entén l'activitat és absorbent, si no es distreu de seguida	Atent	Atent
Motivació	Es motiva si pot fer l'activitat	De vegades. Dóna importància a les notes.	Per les coses pràctiques	Motivat
Rítme de treball	Treballa si ho entén	Lent	Nul	Constant
Int.matèria	No	De vegades per la nota	Per les coses pràctiques	Interès
Col·laboració	Sí	No	No, va a la seva	De vegades
Davant l'asig.	Neutre	Neutre	Neutre	Entusiasme

d) Sobre l'aptitud

En quant a les seves aptituds els professors estan d'acord en que el seu nivell d'abstracció i generalització és molt baix. En general el seu nivell intel·lectual és molt baix.

Taula 5.14: Sobre l'aptitud de Mohamed

	Català	Castellà	Ciències	Socials
N.d'abstracció.	No	No	No	No
N.generalització.	No	No	No	No
N.intel·lectual.	Baixet	Dolent	Dolent	Dolent

e) Sobre elements actitudinals.

Sobre els seus sentiments i emocions el professorat té opinions oposades. En general es considera que es desmotiva fàcilment però no està clar si té un bon autoconcepte d'ell mateix i si actua amb seguretat. Un resum dels resultats es pot veure a la taula 5.15.

Taula 5.15: Sobre elements actitudinals de Mohamed

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Desmotiva faci.	Sí	Sí	No	Sí
Autoconcepte	No	Bo	Bo	Molt baix
Segur.amb sí.	No	Sí	Sí	No

f) Resultats comparatius de la prova diagnòstica.

Els resultats de la prova diagnòstica ens mostren a un alumne amb un baix nivell competencial i és coherent amb la caracterització que ha fet el professorat.

Vegem els indicadors que mostren; comparativament amb els altres grups, el seu nivell competencial és el que es mostra a la taula 5.16.

Taula 5.16: Resultats de Mohamed comparats amb els altres grups. (puntuacions de 0 a 10)

	Mohamed	G. ESO 1 (n=39)	GC2 (n=8)
C. Pensament	0,99	2,20	3,29
C. Modelització	0,60	2,20	3,25
C. Comunicació	0,63	1,81	2,92

Fàtima

a) Sobre aspectes lingüístics

A l'institut parla el català. El professorat li reconeix dificultats amb la llengua ja que fa servir un vocabulari reduït amb construccions gramaticals pobres. Li costa expressar les seves idees, de vegades fa servir explicacions llargues i complicades. A classe no participa. El seu llenguatge escrit és molt fluïx, té moltes dificultats. A la taula 5.17 podem veure un resum de les entrevistes.

Taula 5.17: Resultats de Fàtima sobre els aspectes lingüístics

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Lleng. vehicular	Català	Castellà	Català	Català
Dif. de llengua	Sí	Sí	Sí	Sí. És molt tímida
Vocabulari	reduït	reduït	reduït	Extens, no té problema.
Const.gram	Pobres	Pobres	Molt pobres	Riques
Expressió idees	Fa explicacions llargues i complicades	Amb molta dificultat	Té dificultats. Fa explicacions llargues i complicades.	Li costa
Part. a classe	No	No	No	No
LLeng. escrit	Dolent	Molt fluïx	Molt fluïx	A l'aula escriu bé als exàmens li costa

b) Sobre procediments de treball

És capaç d'organitzar-se la feina. Li costa buscar informació. Els treballs que se li encomanen els presenta al dia. A classe porta els estris necessaris. En els seus treballs cuida els aspectes formals. Dedica força temps a estudiar fora de l'institut però no fa servir tècniques d'estudi que millorin la seva eficàcia. Té dificultats en comprendre el que llegeix. Un resum de les entrevistes el podem veure a la taula 5.18.

Taula 5.18: Sobre els procediments de treball de Fàtima

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Org. la feina	Sí	No	Sí	Sí
Buscar info.	Amb dificultats	Li costava	Li costa, també per manca de material	Sí
Pres.treb. dia.	Sí	Sí	Sí	Sí
Porta estris.	Sí	Sí	Sí	Sí
Aspec. formals.	Sí	Sí	Sí	Sí
Cuida material.	Sí	Sí	Sí	Sí
Temps estudis.	Molt i és autònoma. Va al Tucutuc.	Força	Molt	
Tèc.d'estudi.		No	No	No
Comp. lectora	Amb dificultat	Li costava	Fluixa	Li costa

c) Sobre l'actitud a classe

A classe es mostra atenta i segueix les explicacions del professorat, sembla estar motivada per a fer les activitats que es proposen. Malgrat aquesta predisposició, el seu ritme de treball és lent. En general es mostra interessada per les assignatures i per exemple fa lectures optatives a català. És col·laboradora en el desenvolupament de les activitats a l'aula. Se li reconeix ganes d'aprendre. Un resum de les entrevistes es pot veure a la taula 5.19.

Taula 5.19: Sobre l'actitud de Fàtima

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Atenció a l'aula.	Atenta	Atenta	Atenta	Atenta
Motivació	Sí perquè va a buscar ajuda al Tucutuc	Sí	Sí si ho sap fer.	Motivada
Ritme de treball	Lent	Lent	Constant però sovint no sabia de que anava	Constant
Int. matèria	Sí. Feia lectures optatives	Sí	Interès	Interès
Col·laboració	És amorfa	Sí	Sí	Col·laboradora
Davant l'asig.	Vol aprendre	Més aviat entusiasme	Neutre	Entusiasme

d) Sobre l'aptitud:

Mostra un nivell d'abstracció molt baix així com la seva capacitat de generalització. En general el seu nivell intel·lectual se'l considera molt flux. Un resum de les entrevistes es pot veure a la taula 5.20.

Taula 5.20: Sobre l'aptitud de Fàtima

	Català	Castellà	Ciències	Socials
N.d'abstracció.	Justa	Baix	Baix	Baix
N.generalització.	Justa	Baix	Baix	Baix
N.intel·lectual.	Fluixa	Normal baix	Justa	Baix

e) Sobre elements actitudinals

Ella no es mostra massa segura de si mateixa, i sembla que té un bon autoconcepte de com és ella. Quan no obté bons resultats als controls sembla que es desanima però després es recupera. Un resum de les entrevistes es pot veure a la taula 5.21.

Taula 5.21: Sobre elements actitudinals de Fàtima

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Desmotiva faci.	No, és madura	Sí	No	Sí, si no obté bons resultats en els controls
Autoconcepte	Bon	Bon		No
Segur.amb si.	Sí	No massa. És molt tímida	No	No

f) Resultats de Fàtima de la prova diagnòstica en comparació amb els altres grups.

A la taula 5.22 es mostra a una alumna amb un nivell competencial que està per damunt de la mitjana del grup gran i en canvi el perfil que es desprèn de la caracterització que ha fet el professorat és el d'una persona amb dificultats d'aprenentatge.

Taula 5.22: Resultats de Fàtima comparats amb els altres grups. (puntuacions de 0 a 10)

	Estudiant 2	GESO2 (n=39)	GC2 (n=8)
C. Pensament	2,22	2,20	3,29
C. Modelització	2,5	2,20	3,25
C. Comunicació	2,81	1,81	2,92

Ruth

A nivell acadèmic mostra dificultats amb la llengua i les matemàtiques. A l'institut parla en català. Té dificultats amb la llengua, fa servir un vocabulari reduït i construccions gramaticals pobres. No sap expressar bé les seves idees, fa explicacions llargues i complicades. A classe participa molt poc. A nivell d'expressar-se per escrit té moltes dificultats, més que a nivell oral. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.23.

a) Sobre aspectes lingüístics

Taula 5.23: Sobre aspectes lingüístics de Ruth

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Lleng. vehicular	Català	Castellà	Català	Català
Dif. de llengua	Sí. Ortografia	Sí	Sí. Compre.vocab	Sí, algunes
Vocabulari	reduït	Normal a l'edat	reduït	
Const.gram	Pobres	Pobres	Pobres	Limitades
Expressió idees	Fa explicacions llargues i complicades	Fa explicacions llargues o no sap expressar-les	No sap expressar-se	De forma senzilla
Part. a classe	No participa. Mai pregunta	Si no li demanen no	Poc	No
LLeng. escrit	Dolent	Dificultats	Dolent	Li costa més que l'oral

b) Sobre els procediments de treball

No sap organitzar-se bé la feina, necessita ajuda. Li costa buscar informació, se l'ha d'ajudar. No sempre presenta les tasques encomenades en el dia fixat. En aquest aspecte la seva mare està molt al darrera i l'ajuda. Normalment porta els estris necessaris i els cuida. Dedicava poc temps a estudiar fora de classe, és poc autònoma, i no fa servir tècniques d'estudi. Té dificultats en la comprensió lectora. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.24.

Taula 5.24: Sobre procediments de treball de Ruth

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Org. la feina	Si està dirigida	Li costa	No	Sí
Buscar info.	Molt limitada	Sí	No	Si està pautat
Pres.treb. dia.	Està molt dirigida per la mare	No sempre	Irregular	Sí
Porta estris.	Sí	Normalment sí	Sí	Sí
Aspec. formals.	Sí	No sempre	Sí	Sí
cuidada material.	Sí	Sí	Sí	Sí
Temps estudis.	No és autònoma	Poc	Poc	Poc
Tèc.d'estudi.	No	Les de classe	No	No
Comp.lectora	Baixa	Té dificultats	Molt baixa	Missatges senzills

c) Sobre l'actitud a classe:

A classe es distreu amb facilitat i és xerraire. No es mostra massa motivada i el seu ritme de treball és lent. No mostra massa interès en les assignatures i no és gaire col·laboradora. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.25.

Taula 5.25: Sobre l'actitud de Ruth

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Atenció a l'aula.	Bé, xerraire	Es distreu fàcil	Es distreu fàcil	Es distreu fàcil
Motivació		No	No gaire	No gaire
Ritme de treball	Lent	Irregular	Poc i irregular	Lent
Int.matèria	Alg. lectura optativa	No	No	Normal
Col·laboració	No		No gaire	Sí
Davant l'asig.	Neutre	Neutre	Neutre	Neutre

d) Sobre l'aptitud

Els professors li reconeixen un nivell d'abstracció i generalització baix. En general es considera que té un nivell intel·lectual baix. Un resum d'aquests resultats es veuen a la taula 5.26.

Taula 5.26: Sobre l'aptitud de Ruth

	Català	Castellà	Ciències	Socials
N.d'abstracció.	Baix	Té dificultats	Fluix	Té dificultats
N.generalització.	Baix	Té dificultats	Fluix	Li costa
N.intel·lectual.	Fluix		Justet	Normal amb dificultats

e) Sobre elements actitudinals

Ella es mostra força segura de d'ella mateixa, té un bon autoconcepte i no es desmotiva amb facilitat. Un resum d'aquests resultats es veuen a la taula 5.27.

Taula 5.27: Sobre els elements actitudinals de Ruth

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Desmotiva facil.	No	No es veu motivada		No
Autoconcepte	Sí			Sí
Segur.amb si.	Sí			Força segura

f) Resultats de Ruth a la prova diagnòstica en comparació amb els altres grups.

Podem veure a la taula 5.28 com els nivells competencials que ens dona la prova diagnòstica són baixos i és coherent amb el perfil que es desprèn de la caracterització que ha fet el professorat. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.28.

Taula 5.28: Resultats de Ruth comparats amb els dels altres grups. (puntuacions de 0 a 10)

	Raquel	GESO2 (n=39)	GC2 (n=8)
C. Pensament	0,62	2,20	3,29
C. Modelització	0,78	2,20	3,25
C. Comunicació	0,42	1,81	2,92

Irene

a) Sobre els aspectes lingüístics

Mostra moltes dificultats amb la llengua. Fa servir un vocabulari reduït amb construccions gramaticals pobres. Quan ha d'explicar alguna idea li costa molt, no fa explicacions llargues i complicades sinó curtes i senzilles. A classe participa molt poc, només si se li demana. A nivell escrit s'expressa amb dificultats, li costa molt. Té una gran força de voluntat i apren de memòria més que comprèn el que estudia. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.29.

Taula 5.29: Sobre els aspectes lingüístics de Irene

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Lleng. vehicular	Català	Castellà	Català	Català
Dif. de llengua	Sí	Sí moltes	Sí	Moltes
Vocabulari	reduït	reduït	reduït	reduït
Const.gram	Pobres	Més aviat pobres	Pobres	Pobres
Expressió idees	No, fa explicacions llargues i complicades	Li costa molt	No sap gaire d'expressar les seves idees	Li costa
Part. a classe	No	No, només si se li demana	No	No
LLeng. escrit	Dolent	Dolent	Pobre	Molt dolent, li costa construir una frase

b) Sobre els procediments de treball

A nivell procedimental es pot dir que li costa organitzar-se la feina, li costa buscar informacions. Normalment presenta les coses al dia i porta el material per a la classe. Es polida amb el seu material. A casa treballa molt poc i té poca tècnica per estudiar, de manera que és poc eficaç. També es destaca les dificultats de comprensió lectora en diferents matèries. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.30.

Taula 5.30: Resultats Irene sobre els procediments de treball

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Org. la feina	Amb ajuda	Aparenta que sí, però a la realitat no	Sí	Sí amb dificultats
Buscar info.	No sense ajut	No sempre, ha d'estar pautat	Sí, però no la sap interpretar.	Amb dificultats
Pres.treb. dia.	Irregular	Normalment	Sí	Sí
Porta estris.	Sí	Sí	Sí	Sí
Aspec. formals.	Sí	No sempre	Sí	Mitjanament
Cuida material.	Sí	De vegades sí	Sí	Sí
Temps estudis.	Segons la mare molt	Sembla que molt però poc eficaç.	Molt	Poc
Tèc. d'estudi.	Amb ajut	No	No	No
Comp. lectora	No sempre, fluixa	Depèn del grau de dificultat del text.	No	Li costa entendre

c) Sobre l'actitud a classe

A classe tracta d'estar atenta a les explicacions del professorat però la realitat és que es distreu amb facilitat. No es mostra massa motivada per les matèries escolars i manté un ritme de treball lent. Mostra un cert interès en català, ja que de vegades fa lectures optatives, i per les ciències. Es mostra col·laboradora. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.31.

Taula 5.31: Sobre l'actitud a classe d'Irene

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Atenció a l'aula.	atenta	Es distreu amb facilitat	Atenta	Es distreu amb facilitat
Motivació	Anava fent	Motivada		No gaire
Rítme de treball	Lent	Irregular i lent	Constant	Lent
Int.matèria	Un cert interès, alguna vegada fa lectures optatives	D'entrada és predisposada però després no fa.	Interès	No gaire
Col·laboració	A l'inrevès, es deixa ajudar.	Sí	Molt	Sí
Davant l'asig.	Neutre	Neutre	Neutre	Neutre

d) Sobre l'aptitud

El professorat li veu una baixa aptitud general, pel seu nivell d'abstracció, pel seu nivell de generalització i intel·lectual. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.32.

Taula 5.32: Sobre l'aptitud d'Irene

	Català	Castellà	Ciències	Socials
N.d'abstracció.	Baix	Baix	Baix	Baix
N.generalització.	Baix	Baix	Baix	Baix
N.intel·lectual.	Baix	Baix. Li falla alguna cosa.	Baix	limitat

e) Sobre els elements actitudinals

Pel que fa al seu sentiment i emocions sembla que és una noia que no es desmotiva fàcilment, és lluitadora. No es mostra massa segura de si mateixa i sobre el seu autoconcepte uns professors diuen que el té bo i uns altres diuen que el té baix. Un resum d'aquests resultats es veuen a la taula 5.32.

Taula 5.32: Sobre els elements actitudinals d'Irene

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Desmotiva faci.	No	Sí	No, era lluitadora	No ho expressa.
Autoconcepte	Bo		Baix	
Segur.amb sí.	Sí		No	No

f) Resultats d'Irene a la prova diagnòstica en comparació amb els altres grups.

Podem veure a la taula 5.33 com ens mostra a una alumna amb un nivell competencial molt baix i és coherent amb el perfil que es desprèn de la caracterització que ha fet el professorat. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.33.

Taula 5.33: Resultats d'Irene comparats amb els dels altres grups. (puntuacions de 0 a 10)

	Irene	GESO2 (n=39)	GC2 (n=8)
C. Pensament	0,99	2,20	3,29
C. Modelització	0,52	2,20	3,25
C. Comunicació	0,52	1,81	2,92

Clara

a) Sobre els aspectes lingüístics

El professorat considera que no té massa problemes amb les llengües, fa servir un vocabulari normal amb construccions gramaticals correctes. És capaç d'expressar les seves idees de manera correcta. A classe participa de vegades. A nivell escrit s'expressa amb correcció. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.34.

Taula 5.34: Sobre els aspectes lingüístics de Clara

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Lleng. vehicular	Català	Castellà i Català	Català	Català
Dif. de llengua	Sí, ortografia i vocabulari reduït	No massa	No	No
Vocabulari	reduït	Normal	Normal	Correcte
Const.gram	Pobres	Normal	Bé	Correcte
Expressió idees	S'explica	Normal	Bé	Bé, Adequat al seu nivell
Part. a classe	No	Sí	Sí, però faltava a classe	Li costa
LLeng. escrit	Pitjor que l'oral	Bé, correcte	Bé	

b) Sobre els procediments de treball

Normalment ella s'organitza la feina i sap buscar informació quan la necessita. Les feines no les presenta sempre amb puntualitat, però més per problemes familiars i domèstics que perquè ella no els tingui a punt. En els seus treballs els aspectes formals estan cuidats. Normalment porta els estris necessaris per a la classe i cuida el material. El temps que dedica a l'estudi no sempre és suficient. Té un bon nivell de comprensió lectora. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.35.

Taula 5.35: Sobre els procediments de treball de Clara

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Org. la feina	Sí	Sí	Sí	Sí
Buscar info.	Sí	Sí	Sí	Sí
Pres.treb. dia.	Sí	Sí	No sempre, però per problemes familiars.	Sí
Porta estris.	Sí	Sí	Sí	Sí
Aspec. formals.	Sí	Sí molt	Sí	Sí
Cuida material.	Sí	Sí	Sí	Sí
Temps estudis.	Poc	Adequat	Poc	Correcte
Tèc. d'estudi.	No	alguna	Sí	Sí però de forma sistemàtica
Comp. lectora	Bé	Normal	Molt bé	Total

c) Sobre actitud a classe

A classe es mostra atenta i amb interès, sembla motivada tot i que el seu ritme de treball no sempre és constant. Normalment col·labora amb les activitats i se li veu que està a gust a la classe. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.36.

Taula 5.36: Sobre l'actitud a classe de Clara

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Atenció a l'aula.		atenta	atenta	Molt bona
Motivació	No estorba, no xerra, és pasiva	Motivada	Motivada	Motivada
Rítme de treball	Lent	Normal	Irregular	Constant
Int.matèria	No	Interès	Interès	Interès
Col·laboració		Sí	Sí	Sí
Davant l'asig.		A gust	Normal	Entusiasme

d) Sobre l'aptitud

El seu nivell d'abstracció i generalització es considera normal i el seu nivell intel·lectual també. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.37.

Taula 5.37: Sobre l'aptitud de Clara

	Català	Castellà	Ciències	Socials
N.d'abstracció.	No ho mostra	Normal	Bé	Normal
N.generalització.	No ho mostra	Normal	Bé	Li costa
N.intel·lectual.	No ho mostra	Normal	Bé	Sí

e) Sobre els elements actitudinals

Emocionalment està molt influenciada per les notes. Es desanima amb facilitat si aquestes no són bones. No té un bon autoconcepte d'ella mateixa i no actua amb seguretat. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.38.

Taula 5.38: Sobre els elements actitudinals

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Desmotiva faci.	No	Sí, li afecten molt les notes.	No	No
Autoconcepte	Sí, és madura	No és bo	No	No és bo
Segur.amb si.	Sí	No massa	No	No

f) Resultats de Clara a la prova diagnòstica en comparació amb els altres grups.

Podem veure a la taula 5.39 com els nivells competencials que ens dona la prova diagnòstica són alts i és coherent amb el perfil que es desprèn de la caracterització que ha fet el professorat.

Taula 5.39: Resultats de Clara comparats amb els dels altres grups. (puntuacions de 0 a 10)

	Clara	GESO2 (n=39)	GC2 (n=8)
C. Pensament	3,58	2,20	3,29
C. Modelització	3,88	2,20	3,25
C. Comunicació	2,81	1,81	2,92

Georgina

a) Sobre els aspectes lingüístics

El professorat considera que té dificultats amb la llengua, fa servir un vocabulari reduït amb construccions gramaticals pobres. Li costa explicar les seves idees, en aquest cas fa explicacions llargues i complicades. A classe normalment participa molt poc, se l'ha de provocar. El seu nivell de comunicació escrita és baix, té dificultats. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.40.

Taula 5.40: Sobre els aspectes lingüístics de Georgina

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Lleng. vehicular	Català	Castellà	Català	Català
Dif. de llengua	Sí	Sí	Sí de comprensió	No
Vocabulari	reduït	reduït	reduït	Extens
Const.gram	Pobres	Pobres amb interferències del català	Pobres	Riques
Expressió idees	Fa explic llargues i complicades	Li costa	Té dificultats. Fa explic llargues i complicades.	Sí però és tímida
Part. a classe	No	Si no la provoques no	No	No
LLeng. escrit	Dolent	Com l'oral	Dolent	Sí

b) Sobre els procediments de treball

Des del punt de vista procedimental, normalment se sap organitzar la feina i buscar informació quan la necessita. Presenta amb puntualitat les feines que se li encomanen i és puntual en la seva presentació. És polida amb en els aspectes formals. Porta els estris necessaris pel treball de classe. Es preocupa del material. El temps que dedica a estudiar a casa és irregular ho fa segons les matèries. Té dificultats per comprendre el que llegeix. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.41.

Taula 5.41: Sobre els procediments de treball de Georgina

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Org. la feina	Sí	Nivell baix en comp. al grup	Sí	Sí
Buscar info.	Sí, si està dirigida	sí, al diccionari.	Sí	Sí
Pres.treb. dia.	Sí	Sí	Sí molt constant	Sí
Porta estris.	Sí	Sí	Sí	Sí
Aspec. formals.	Sí	Sí	Sí	Sí
Cuida material.	Sí	Molt	Sí	Sí
Temps estudis.	Mínims esforços	Adequat	Molt	Poc
Tèc. d'estudi.	No	Ho intentava	Sí	Ho dubto
Comp. lectora	Justa	Amb dificultats	Poca	Sí

c) Sobre l'actitud a classe

Normalment la seva actitud a classe és d'estar atenta però no se la veu motivada. El seu ritme de treball és irregular i lent. No mostra interès per les assignatures; les fa perquè les ha de fer. A classe col·labora si se li demana, però no per iniciativa pròpia. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.42.

Taula 5.42: Sobre l'actitud a classe de Georgina

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Atenció a l'aula.	Atenta	Atenta	Atenta	Es distreu amb facilitat
Motivació	No la mostra	Motivada	Justet	No gaire
Rítme de treball	Lent	Lent	Constant	Irregular
Int.matèria	No	No	No ho fa perquè s'ha de fer	No
Col·laboració	Necessita que l'ajudin	No per iniciativa pròpia	Sí	No
Davant l'asig.	Neutre	Neutre	Neutre	Neutre

d) Sobre aptitud

El nivell d'abstracció i generalització és baix i el seu nivell intel·lectual es considera baix. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.43.

Taula 5.43: Sobre l'aptitud de Georgina

	Català	Castellà	Ciències	Socials
N.d'abstracció.	Baix	Baix	Baix	Sí
N.generalització.	Baix	Baix	Baix	Sí
N.intel·lectual.	Fluix	Baix	Baix	Normal

e) Sobre els elements actitudinals

Es desmotiva amb facilitat especialment sinó obté bons resultats a les activitats que es fan a la classe. Sembla que no té un bon autoconcepte d'ella mateixa ni és massa segura. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.44.

Taula 5.44: Sobre els elements actitudinals de Georgina

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Desmotiva facil.	No	Fàcilment	Sí	Sí
Autoconcepte	Sí	Mig cap a dalt	Baix	No
Segur.amb si.	Sí	No	No	No

f) Resultats de Georgina a la prova diagnòstica en comparació amb els altres grups.

Podem veure a la taula 5.45 com els nivells competencials que ens dona la prova diagnòstica són baixos i és coherent amb el perfil que es desprèn de la caracterització que ha fet el professorat. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.45.

Taula 5.45: Resultats de Georgina comparats amb els dels altres grups. (puntuacions de 0 a 10)

	Georgina	GESO2 (n=39)	GC2 (n=8)
C. Pensament	1,48	2,20	3,29
C. Modelització	1,38	2,20	3,25
C. Comunicació	0,83	1,81	2,92

Ariel

a) Sobre aspectes lingüístics

El professorat considera que no té massa problemes amb la llengua catalana. Fa servir un vocabulari normal per a la seva edat i construccions gramaticals correctes. Les seves idees les expressa de manera correcta. A classe participa poc. La seva expressió escrita és acceptable. Un resum d'aquests resultats es veuen a la taula 5.46

Taula 5.46: Sobre aspectes lingüístics d'Ariel

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Lleng. vehicular	Català	Català i Castellà	Català	Català
Dif. de llengua	No massa	vocabulari	Sí	Una mica
Vocabulari	Normal	reduït		reduït
Const.gram	Normal	Pobres	Correcte	bé
Expressió idees	S'explica	Li costa	S'explica	Bé
Part. a classe	Poc	Poc	Sí se li demana	De vegades
LLeng. escrit	Correcte	Amb dificultats	pobre	Dolent

b) Sobre procediments de treball

Li costa organitzar-se la feina i buscar la informació quan la necessita. Normalment porta els estris necessaris pel treball a classe. Cuida els aspectes formals. Es preocupa pel material. Vol dedicar temps a estudiar a casa però li falta voluntat i no té bons mètodes de treball. Té una comprensió lectora correcta. Li agrada ser reconeguda pel professorat. Li falta constància en les feines. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.47.

Taula 5.47: Sobre procediments de treball d'Ariel

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Org. la feina	Li costa	Sí	No	Sí
Buscar info.	Sí	Sí	No	Poc
Pres.treb. dia.	Sí	No	Força	Sí
Porta estris.	Sí	Sí	Sí	Sí
Aspec. formals.	Sí	Sí	Sí	Sí
Cuida material.	Sí	Sí	Sí	Sí
Temps estudis.	Poc	No massa	Poc	Poc eficaç
Tèc.d'estudi.	No	No	No	No
Comp.lectora	Bé	Normal	Correcte	Força

c) Sobre actitud a classe

A classe es distreu amb facilitat i sovint xerra amb els companys. En general no mostra massa interès per les assignatures però li preocupen les notes que li posen. A classe de vegades es mostra col·laboradora. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.48.

Taula 5.48: Sobre l'actitud a classe d'Ariel

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Atenció a l'aula.	Es distreu amb facilitat	De vegades	Poc	Es distreu
Motivació	De vegades	De vegades.	No massa	Va fent
Ritme de treball	Irregular	Poc constant	Lenta	Constant
Int.matèria	No massa	De vegades per la nota	Normal	Interès
Col·laboració	Sí	No	Sí	De vegades
Davant l'asig.	Neutre	Neutre	Neutre	Entusiasme

d) Sobre l'aptitud

En quant a les seves aptituds els professors estan d'acord en que els seu nivell d'abstracció i generalització és correcte a la seva edat. En general el seu nivell intel·lectual és normal. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.49.

Taula 5.49: Sobre l'aptitud d'Ariel

	Català	Castellà	Ciències	Socials
N.d'abstracció.	Baix	Normal	Bé	Bé
N.generalització.	Baix	Normal	Bé	Bé
N.intel·lectual.	Fluix	Normal	Bé	Bé

e) Sobre els elements actitudinals.

Ella es mostra segura i té un bon autoconcepte de si mateixa. Es desanima quan les notes no són bones. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.50.

Taula 5.50: Sobre els elements actitudinals

	Català*	Castellà	Ciències	Socials
Desmotiva faci.	No	Amb les notes	No	Amb les notes
Autoconcepte	Bo	Bo	Bo	Bo
Segur.amb sí.	Força	Sí	Sí	Força

f) Resultats comparatius de la prova diagnòstica.

Els resultats de la prova diagnòstica ens mostren a un alumne amb un nivell competencial baix. L'indicador de cada un dels blocs competencials està per sota de la mitjana corresponent del grup de contrast. Aquests resultats són coherents amb la caracterització que el professorat ha fet d'Ariel. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.51.

Taula 5.51: Resultats d'Ariel comparats amb els altres grups. (puntuacions de 0 a 10)

	Ariel	G. ESO 2 (n=39)	GC2 (n=8)
C. Pensament	0,86	2,20	3,29
C. Modelització	0,95	2,20	3,25
C. Comunicació	0,31	1,81	2,92

Alícia

a) Sobre aspectes lingüístics

El professorat considera que té problemes amb la llengua. Fa servir un vocabulari reduït amb construccions gramaticals pobres. Li costa d'expressar les seves idees amb claredat i precisió. De vegades fa servir explicacions llargues i complicades. A classe participa poc. La seva expressió escrita també presenta dificultats. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.52.

Taula 5.52: Sobre aspectes lingüístics d'Alícia

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Lleng. vehicular	Català	Català	Català	Català
Dif. de llengua	Sí	compren. vocabulari	Sí	Sí
Vocabulari	Normal	reduït	reduït	reduït
Const.gram	Pobres	Pobres	limitades	Pobres
Expressió idees	Li costa	Amb dificultats	De forma senzilla	No sap expressar-se
Part. a classe	De vegades	Poc	Si se li demana	De vegades
LLeng. escrit	Amb dificultats	Amb dificultats	pobre	Dolent

b) Sobre procediments de treball

Li costa organitzar-se la feina i buscar la informació quan la necessita. Sovint no porta els estris necessaris pel treball a classe. Cuida els aspectes formals amb discreció. Amb el material però és polida. Vol dedicar temps a estudiar a casa però no té bons mètodes de treball. Tampoc té una bona comprensió lectora. És poc constant a les feines, es cansa de seguida. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.53.

Taula 5.53: Sobre procediments de treball d'Alícia

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Org. la feina	Li costa	No	No	No
Buscar info.	Poc	Sí, esta pautat	No	Poc
Pres.treb. dia.	Sí	De vegades	No sempre	No sempre
Porta estris.	No sempre	De vegades	Sí	No sempre
Aspec. formals.	Força	No massa	Poc	Mitjanament
Cuida material.	Sí	Sí	De vegades sí	Sí
Temps estudis.	Poc	No massa	Poc	Poc eficaç
Téc.d'estudi.	No	No	No	No
Comp.lectora	Li costa	Poc	Li costa entendre	Poc

c) Sobre l'actitud a classe

A classe li costa mantenir l'atenció i es distreu amb facilitat. Sovint xerra amb els companys. No mostra massa interès per les assignatures però li preocupen les notes que li posen i té voluntat per aprovar. A classe, quan se li demana, és col·laboradora. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.54.

Taula 5.54: Sobre l'actitud a classe d'Alícia

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Atenció a l'aula.	Es distreu amb facilitat	De vegades	Poc	Es distreu
Motivació	De vegades	De vegades.	No massa	Una mica
Ritme de treball	Irregular	Poc constant	Lenta	Poc constant
Int.matèria	No massa	De vegades per la nota	Per la nota	Interès
Col·laboració	Sí	No	Sí	De vegades
Davant l'asig.	Neutre	Neutre	Neutre	Entusiasme

d) Sobre l'aptitud

En quant a les seves aptituds el professorat està d'acord en que el seu nivell d'abstracció i generalització és més aviat fluix, de baix nivell. En general el seu nivell intel·lectual és baix. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.55.

Taula 5.55: Sobre l'aptitud d'Alícia

	Català*	Castellà	Ciències	Socials
N.d'abstracció.	Baix	Baix	Amb dificultats	Baix
N.generalització.	Baix	Li costa	Té dificultats	Baix
N.intel·lectual.	Baix	Limitat	Baix	Baix

e) Sobre els elements actitudinals.

Ella no es mostra segura i no té un bon autoconcepte de si mateixa. Es desanima quan les notes no són bones. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.56.

Taula 5.56: Sobre els elements actitudinals d'Alícia

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Desmotiva faci.	Sí	Amb les notes	De vegades	Amb les notes
Autoconcepte	No massa bo		Baix	Baix
Segur.amb si.	De vegades	No	No	No

f) Resultats comparatius de la prova diagnòstica.

Els resultats de la prova diagnòstica ens mostren a una alumna amb un nivell competencial baix. L'indicador de cada un dels blocs competencials està per sota de la mitjana corresponent del grup de contrast. Destaca especialment el bloc de comunicació de les idees matemàtiques. Aquests resultats són coherents amb la caracterització que el professorat ha fet d'Alícia a l'entrevista.

A la taula 5.57 es mostren els indicadors obtinguts per l'Alícia a cada un dels blocs competencials a la prova diagnòstica, i les mitjanes per a cada un dels blocs dels altres grups d'alumnes de 2n d'ESO.

Taula 5.57: Resultats d'Alícia comparats amb els altres grups. (puntuacions de 0 a 10)

	Alícia	G. ESO 2 (n=39)	GC2 (n=8)
C. Pensament	1,23	2,20	3,29
C. Modelització	1,29	2,20	3,25
C. Comunicació	0,94	1,81	2,92

Geroni

a) Sobre aspectes lingüístics

El professorat considera que té problemes amb la llengua. Fa servir un vocabulari reduït amb construccions gramaticals pobres. Li costa d'expressar les seves idees amb claredat i precisió. De vegades fa servir explicacions llargues i complicades. A classe participa poc. La seva expressió escrita també presenta dificultats. Un resum d'aquests resultats es veuen a la taula 5.58.

Taula 5.58: Sobre aspectes lingüístics de Geroni

	Català*	Castellà	Ciències	Socials
Lleng. vehicular	Català	Català	Català	Català
Dif. de llengua	Força	Compren. vocabulari	Sí	Molta
Vocabulari	reduït	reduït	reduït	reduït
Const.gram	Pobres	Pobres	limitades	Pobres
Expressió idees	Fa explic. llargues i complicades	Amb dificultats	Li costa	No sap expressar-se
Part. a classe	Si se li demana	Poc	Si se li demana	De vegades
LLeng. escrit	Amb moltes dificultats	Dolent	pobre	Dolent

b) Sobre procediments de treball

Li costa organitzar-se la feina i buscar la informació quan la necessita. Sovint no porta els estris necessaris pel treball a classe. No cuida massa els aspectes formals. Dedica poc temps a estudiar a casa i a més no té bons mètodes de treball. Tampoc té una bona comprensió lectora. És poc constant a les feines, es cansa de seguida. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.59.

Taula 5.59: Sobre procediments de treball de Geroni

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Org. la feina	Poc	No	No	No
Buscar info.	Poc	Sí, esta pautat	Si està pautat	Poc
Pres.treb. dia.	No	De vegades	No sempre	No sempre
Porta estris.	No sempre	De vegades	De vegades	No sempre
Aspec. formals.	Poc	No massa	Poc	Mitjanament
Cuida material.	Poc	No	De vegades sí	Poc
Temps estudis.	Poc	No massa	Poc	Poc eficaç
Tèc.d'estudi.	No	No	No	No
Comp.lectora	Li costa	Li costa	Li costa entendre	Poc

c) Sobre l'actitud a classe

A classe li costa mantenir l'atenció i es distreu amb facilitat. Sovint xerra amb els companys. No mostra massa interès per les assignatures. A classe col·labora poc. Les relacions amb el professorat de vegades són difícils. La relació amb els seus companys de classe de vegades també resulta conflictiva. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.60.

Taula 5.60: Sobre l'actitud a classe de Geroni

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Atenció a l'aula.	Es distreu amb facilitat	Poc	Poc	Es distreu molt
Motivació	Poc	De vegades.	No massa	Una mica
Ritme de treball	Lent	Poc constant	Lent	Poc constant
Int.matèria	No massa	Poc	Poc	No
Col·laboració	Poc	No	Poc	De vegades
Davant l'asig.	Neutre	Neutre	Neutre	neutre

d) Sobre l'aptitud

En quant a les seves aptituds, els professors estan d'acord en que el seu nivell d'abstracció i generalització és baix. En general el seu nivell intel·lectual és baix. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.61.

Taula 5.61: Sobre l'aptitud de Geroni

	Català	Castellà	Ciències	Socials
N.d'abstracció.	Baix	baix	baix	baix
N.generalització.	Baix	Li costa	Té dificultats	Li costa
N.intel·lectual.	Baix	Limitat	Baix	Limitat

e) Sobre els elements actitudinals.

Ell no es mostra segur i no té un bon autoconcepte de si mateix. Es desanima quan les notes no són bones. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.62.

Taula 5.62: Sobre els elements actitudinals

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Desmotiva faci.	Sí	Sí	No massa	No
Autoconcepte	fluix	No és bo	Baix	Baix
Segur.amb si.	De vegades	No massa	no	no

f) Resultats comparatius de la prova diagnòstica.

Els resultats de la prova diagnòstica mostren a un alumne amb un nivell competencial força baix. Els indicadors dels diferents blocs competencials estan per sota de la mitjana corresponent dels altres grups de contrast, inclús el GE. Destaca especialment el bloc de comunicació de les idees matemàtiques. Aquests resultats són coherents amb la caracterització que el professorat ha fet de Geroni a l'entrevista.

A la taula 5.63 es mostren els indicadors obtinguts pel Geroni a cada un dels blocs competencials a la prova diagnòstica, i les mitjanes per a cada un dels blocs dels altres grups d'alumnes de 2n d'ESO.

Taula 5.63: Resultats del Geroni comparats amb els altres grups. (puntuacions de 0 a 10)

	Geroni	G. ESO 2 (n=39)	GC2 (n=8)
C. Pensament	0,86	2,20	3,29
C. Modelització	0,86	2,20	3,25
C. Comunicació	0,42	1,81	2,92

Ferran

a) Sobre els aspectes lingüístics

El professorat considera que no té massa problemes amb les llengües, fa servir un vocabulari normal amb construccions gramaticals correctes per a la seva edat. És capaç d'expressar les seves idees de manera correcta. A classe participa força. A nivell escrit s'expressa amb correcció. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.64.

Taula 5.64: Sobre els aspectes lingüístics de Ferran

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Lleng. vehicular	Català	Castellà	Català	Català
Dif. de llengua	Sí	No (en comparació al grup)	No	No
Vocabulari	Normal	Normal	Extens	Extens
Const.gram	Normal	Normal	Riques	Riques
Expressió idees	Expressa bé les idees	Bé	Bé	S'expressa de forma clara i concisa
Part. a classe	De vegades	Sí	Sí	Bé
LLeng. escrit	Dolent i irregular	Com l'oral	Bé	Bé

b) Sobre els procediments de treball

No sempre s'organitza la feina tot i que sap com fer-ho. No li costa buscar informació quan la necessita. Les feines no les presenta sempre amb puntualitat. En els seus treballs els aspectes formals no sempre estan cuidats. Normalment porta els estris necessaris per a la classe però no els cuida massa. El temps que dedica a l'estudi no sempre és suficient. Té un bon nivell de comprensió lectora. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.65.

Taula 5.65: Sobre els procediments de treball de Ferran

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Org. la feina	Ho sap però no sempre ho fa	Sí	No massa	Ha millorat al llarg del curs
Buscar info.	Sí	Sí	Sí	Sí
Pres.treb. dia.	És irregular	Li costa	Sí	Sí
Porta estris.	Sí	Sí	Sí	Sí
Aspec. formals.	No sempre	Sí	No massa	Sí
Cuida material.		Sí	No sempre	No
Temps estudis.		Escàs	El just per aprovar	Força
Tèc.d'estudi.	Les coneix però no sempre les fa servir	Alguna com subratllar	Sí	Sí
Comp.lectora	Bona	Sí	Molt bé	Bona

c) Sobre l'actitud a classe

En general a classe es mostra atent, sembla motivat tot i que el seu ritme de treball no sempre és ni constant ni massa elevat. Se li veu que està a gust a la classe. Mostra un interès moderat per les matèries. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.66.

Taula 5.66: Sobre l'actitud a classe de Ferran

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Atenció a l'aula.	Es distreu amb facilitat	Atent	Atent	Atent
Motivació	Motivat	Motivat	Motivat	Motivat
Ritme de treball	Inconstant	Normal	Just per aprovar	Constant
Int.matèria	Interès (moderat)	Interès (moderat)	Interès	Interès
Col.laboració	S'ha d'estar al damunt	Sí	Sí	Sí
Davant l'asig.	És juganer	Neutre	Entusiasme	Entusiasme

d) Sobre l'aptitud

El seu nivell d'abstracció i generalització es considera normal i el seu nivell intel·lectual també. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.67.

Taula 5.67: Sobre l'aptitud de Ferran

	Català	Castellà	Ciències	Socials
N.d'abstracció.	Bé	Adequat	Bo	Bo
N.generalització.	Bé	Adequat	Bo	Bo
N.intelectual.	Adequat	Normal	Adequat	Molt bo x

e) Sobre els elements actitudinals

Emocionalment està molt influenciat per les notes. No es desanima amb facilitat. Té un bon autoconcepte d'ell mateix i actua amb seguretat. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.68.

Taula 5.68: Sobre els elements actitudinals de Ferran

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Desmotiva faci.	No	No	No	No
Autoconcepte	Bo	Bo	Bo	Bo
Segur.amb si.		Sí	Sí	Sí

f) Resultats de Ferran a la prova diagnòstica en comparació amb els altres grups.

Podem veure a la taula 5.69 com els nivells competencials que dona la prova diagnòstica són alts i això és coherent amb el perfil que es desprèn de la caracterització que el professorat ha fet de Ferran a l'entrevista.

Taula 5.69: Resultats de Ferran comparats amb els dels altres grups. (puntuacions de 0 a 10)

	Ferran	GESO2 (n=39)	GC2 (n=8)
C. Pensament	1,98	2,20	3,29
C. Modelització	2,24	2,20	3,25
C. Comunicació	1,77	1,81	2,92

Gil

a) Resultats sobre els aspectes lingüístics

El professorat considera que no té problemes amb les llengües, fa servir un vocabulari normal amb construccions gramaticals correctes. És capaç d'expressar les seves idees de manera correcta. A classe participa de vegades. A nivell escrit s'expressa amb correcció. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.70.

Taula 5.70: Sobre els aspectes lingüístics de Gil

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Lleng. vehicular	Català	Castellà i Català	Català	Català
Dif. de llengua	No	No	No	No
Vocabulari	Normal	Correcte	Normal	Extens
Const.gram	Bé	S'expressa bé	Bé	Bé
Expressió idees	Expressa bé les idees	Bé	Bé	Molt bé
Part. a classe	Sí	Sí	Sí	Sí
LLeng. escrit	S'expressa bé	Bé, correcte	Bé	Molt bé

b) Sobre els procediments de treball

Normalment ell s'organitza la feina i sap buscar informació quan la necessita. Sol presentar les feines amb puntualitat. En els seus treballs els aspectes formals estan cuidats. Normalment porta els estris necessaris per a la classe i els cuida. El temps que dedica a l'estudi no sempre és suficient. Té un bon nivell de comprensió lectora. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.71.

Taula 5.71: Sobre els procediments de treball de Gil

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Org. la feina	Sí	Sí	Sí	Sí
Buscar info.	Sí	Sí	Sí	Sí
Pres.treb. dia.	Sí	Sí	Normalment	Sí
Porta estris.	Sí	Sí	Sí	Sí
Aspec. formals.	Sí	Sí molt	Sí	Sí
Cuida material.	Sí	Sí	Sí	Sí
Temps estudis.	Poc	Adequat	Poc	Correcte
Tèc.d'estudi.	No	Alguna	Sí	Sí però no de forma sistemàtica
Comp.lectora	Bé	Normal	Molt bé	Bé

c) Sobre actitud a classe

A classe no sempre es mostra atent i amb interès. Tampoc sembla massa motivat i el seu ritme de treball no sempre és constant. Normalment col·labora amb les activitats. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.72.

Taula 5.72: Sobre l'actitud a classe de Gil

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Atenció a l'aula.	Es distreu amb facilitat	Atenció poc constant	Atent	Dispers
Motivació	Poc motivat	No massa	Va fent	No ho sembla
Ritme de treball	Lent	Normal	Irregular	Poc constant
Int.matèria	No massa	Poc interès	No massa	No ho mostra
Col·laboració	De vegades	Sí	Sí	Sí
Davant l'asig.	Normal	A gust	Normal	Normal

d) Sobre l'aptitud

El seu nivell d'abstracció i generalització es considera normal i el seu nivell intel·lectual també. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.73.

Taula 5.73: Sobre l'aptitud de Gil

	Català	Castellà	Ciències	Socials
N.d'abstracció.	Bé	Normal	Bé	Bo
N.generalització.	Bo	Normal	Bé	Bé
N.intel·lectual.	Bo	Normal	Bé	Sí

e) Sobre els elements actitudinals

Emocionalment està influenciat per les notes. Però no es desanima amb facilitat. Té un bon autoconcepte de si mateix i actua amb seguretat. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.74.

Taula 5.74: Sobre els sentiments de Gil

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Desmotiva faci.	No	No	No	No
Autoconcepte	Bo	Bo	Bé	Bé
Segur.amb si.	Sí	Sí	Sí	Sí

f) Resultats de Gil a la prova diagnòstica en comparació amb els altres grups.

Podem veure a la taula 5.75 com els nivells competencials que ens dona la prova diagnòstica són alts i és coherent amb el perfil que es desprèn de la caracterització que el professorat ha fet de Gil a l'entrevista.

Taula 5.75: Resultats de Gil comparats amb els dels altres grups. (puntuacions de 0 a 10)

	Estudiant 6	GESO2 (n=39)	GC2 (n=8)
C. Pensament	1,98	2,20	3,29
C. Modelització	2,67	2,20	3,25
C. Comunicació	2,19	1,81	2,92

Ovidi

a) Resultats sobre els aspectes lingüístics

El professorat considera que no té massa problemes amb les llengües, fa servir un vocabulari normal amb construccions gramaticals correctes per a la seva edat. És capaç d'expressar les seves idees força correcte. A classe participa força. A nivell escrit s'expressa amb una mica de dificultat. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.76.

Taula 5.76: Sobre els aspectes lingüístics d'Ovidi

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Lleng. vehicular	Català	Castellà	Català	Català
Dif. de llengua	Sí	No	No	Una mica
Vocabulari	Normal	Normal	Correcte	Correcte
Const.gram	Normal	Normal	Acceptables	Bé
Expressió idees	Correcte	Bé	Bé	Li costa
Part. a classe	De vegades	Sí	Sí	Bé
LLeng. escrit	Té dificultats	Li costa	Bé	Bé

b) Sobre els procediments de treball

No sempre s'organitza la feina. No li costa buscar informació quan la necessita. No sempre presenta les feines amb puntualitat. Els aspectes formals dels seus treballs no sempre estan cuidats. Normalment porta els estris necessaris per a la classe i els cuida. El temps que dedica a l'estudi no sempre és suficient. Té dificultats amb la comprensió lectora. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.77.

Taula 5.77: Sobre els procediments de treball d'Ovidi

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Org. la feina	No sempre ho fa	Sí	No massa	Ho intenta
Buscar info.	Sí	Sí	Sí	Sí
Pres.treb. dia.	És irregular	Força	Sí	Sí
Porta estris.	Sí	Sí	Sí	Sí
Aspec. formals.	No sempre	Sí	No massa	Sí
Cuida material.	Sí	Sí	Normalment	Força
Temps estudis.	Bé	Escàs	Insuficient	Força
Tèc.d'estudi.	Fa servir poc	Poc	Sí	Sí
Comp.lectora	Li costa	Té dificultats	Bé	Poc

c) Sobre l'actitud a classe

En general a classe es distreu amb facilitat, sembla motivat tot i que els seu ritme de treball no sempre és ni constant ni massa elevat. Se li veu que està a gust a la classe. Mostra un interès moderat per les matèries. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.78.

Taula 5.78: Sobre l'actitud a classe d'Ovidi

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Atenció a l'aula.	Es distreu amb facilitat	Regular	De vegades	Es distreu
Motivació	Sembla motivat	Motivat	Sí	Motivat
Ritme de treball	Inconstant	Normal	Bé	Irregular
Int.matèria	Interès	Interès (moderat)	Interès	Interès
Col.laboració	Sí	Sí	Sí	Sí
Davant l'asig.	És juganer	Neutre	Entusiasme	Neutre

d) Sobre l'aptitud

El seu nivell d'abstracció i generalització es considera normal i el seu nivell intel·lectual també. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.79.

Taula 5.79: Sobre l'aptitud d'Ovidi

	Català	Castellà	Ciències	Socials
N.d'abstracció.	Normal	Adequat	Normal	Normal
N.generalització.	Normal	Adequat	Normal	Normal
N.intel·lectual.	Normal	Adequat	Adequat	Correcte

e) Sobre els elements actitudinals

Emocionalment està molt influenciat per les notes. Es desanima amb facilitat. Té un bon autoconcepte d'ell mateix però no és molt madur i actua amb poca seguretat. Un resum d'aquests resultats es veu a la taula 5.80.

Taula 5.80: Sobre els elements actitudinals d'Ovidi

	Català	Castellà	Ciències	Socials
Desmotiva faci.	Sí	Sí	Sí	Sí
Autoconcepte	Bo	Bo	Bo	Bo
Segur.amb si.	No gaire	Sí	Sí	Sí

f) Resultats de Ovidi a la prova diagnòstica en comparació amb els altres grups.

Podem veure a la taula 5.81 com els nivells competencials que ens dóna la prova diagnòstica són alts i és coherent amb el perfil que es desprèn de la caracterització que el professorat fa de Ovidi a l'entrevista.

Taula 5.81: Resultats d'Ovidi comparats amb els dels altres grups. (puntuacions de 0 a 10)

	Estudiant 6	GESO2 (n=39)	GC2 (n=8)
C. Pensament	2,22	2,20	3,29
C. Modelització	2,16	2,20	3,25
C. Comunicació	1,77	1,81	2,92

Fins aquí hem recollit informació sobre els possibles candidats que han de formar part del grup de seguiment. Ara s'ha de analitzar aquesta informació i decidir finalment quins seran els membres que integraran el grup de seguiment. Això és el que farem al següent apartat.

5.4.4 Definició del grup d'estudi (GE)

De les tres fonts d'informació que tenim hi ha una clara coincidència en els casos d'Irene, Mohamed, Ruth, Gergina i Geroni.

Ariel ha mostrat uns baixos nivells de competència però al test d'intel·ligència no ha mostrat indicadors inferiors al 10 % i el professorat tampoc la veu com una alumna amb dificultats d'aprenentatge. El cas d'Alícia és diferent, ja que ha mostrat un baix nivell a la prova diagnòstica, els resultats del test estan per damunt del 10 % però el professorat sí que la veu com una alumna amb dificultats d'aprenentatge.

Fàtima mostra uns indicadors d'intel·ligència verbal i general per sota del 10% i el professorat també la veu com una alumna amb dificultats d'aprenentatge. En canvi a la prova diagnòstica no ha mostrat un baix nivell de competència.

Els alumnes Ovidi, Gil, Ferran i Clara han obtingut uns baixos indicadors d'intel·ligència, però cap d'ells és vist pel professorat com alumnes amb especials dificultats d'aprenentatge i la prova diagnòstica tampoc els ha detectat amb un baix nivell competencial.

A la figura 5.3 es representa aquesta situació. Cada rectangle recull els alumnes que han estat seleccionats per cada una de les proves realitzades.

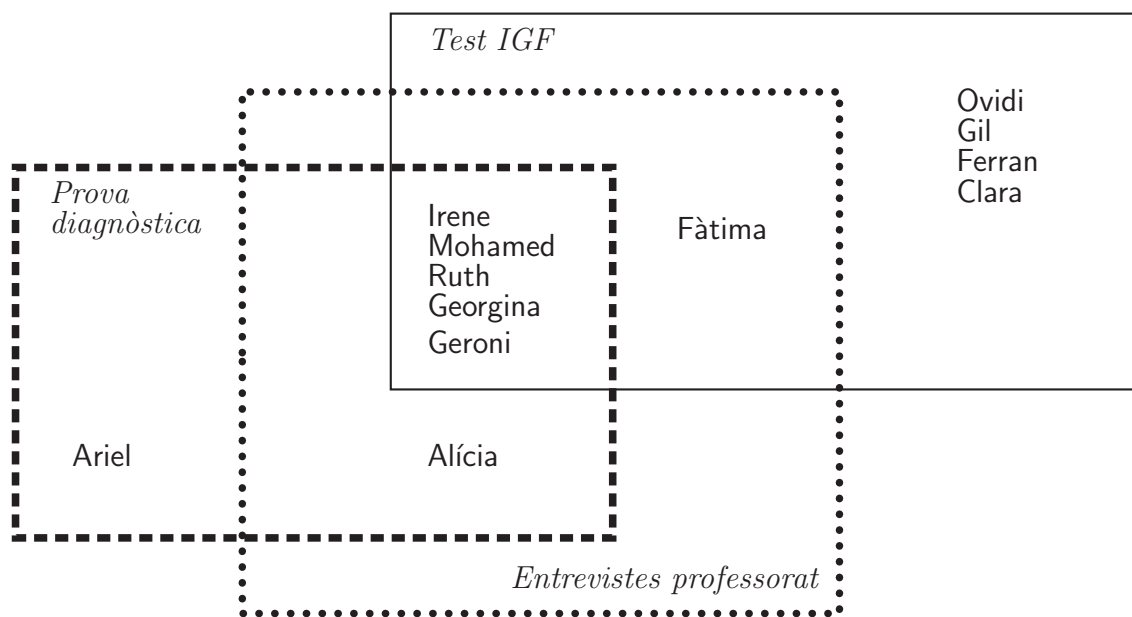


Figura 5.3: Alumnes seleccionats a cada prova realitzada.

Com que Geroni és un alumne que presenta dificultats de relacions tant amb alumnes com professors l'equip recercador ha decidit no posar-lo al grup d'estudi per evitar que es donin dificultats més endavant.

Finalment l'equip recercador decideix d'integrar al grup d'estudi als alumnes en els quals hi ha coincidència com a mínim en dues de les proves realitzades, exceptuant a Geroni per les raons que ja s'han exposat. Per tant el grup d'estudi GE quedarà format per sis alumnes que són Irene, Mohamed, Ruth, Georgina, Alícia i Fàtima.

Per acabar d'acceptar aquest grup com el grup d'estudi analitzarem els resultats d'aquest grup i els compararem amb els grups GESO-1 ($n=39$) i amb el GC2 ($n=8$), per deixar clar que les característiques del grup són les que es necessiten per abordar el problema plantejat a la recerca. Aquesta anàlisi i contrast es presenten a l'apartat següent.

5.5 Validació competencial del grup d'estudi (GE)

A continuació posarem de manifest que el grup d'estudi que s'ha seleccionat respon al fet de ser de baix nivell competencial. Es contrasten els resultats obtinguts pel grup GE a la prova diagnòstica per a cada un dels blocs competencials amb el GESO-1 i GC2 per tal de confirmar que s'ajusta a les exigències del disseny de la recerca.

- a) Pensament i raonament matemàtic

Els resultats del bloc competencial pensament i raonament matemàtic de la prova diagnòstica segons cada un dels grups que considerem és el que es mostra a la taula 5.82.

Taula 5.82: Distribució resultats competència pensament i r. matemàtic

Valor	G. ESO-1 (n=39)		GC2 (n=8)		GE (n=6)	
	F	f	F	f	F	f
[0-0,5)	4	7,69	0	0	0	0
[0,5-1,5)	9	23,08	0	0	5	83,3
[1,5-2,5)	12	33,33	2	25	1	16,7
[2,5-3,5)	6	23,08	2	25	0	0
[3,5-4,5)	6	7,69	3	37,5	0	0
[4,5-5,5)	2	5,13	1	12,5	0	0
	39	100	8	100	6	100

La caracterització de la distribució segons els paràmetres estadístics és com es mostra a la taula 5.83.

Taula 5.83: Estadístics de la competència pensament i r. matemàtic

	Grup ESO-1 (n=39)	GC2 (n=8)	GE2 (n=6)
\bar{x}	2,20	3,29	1,25
σ	1,32	0,94	0,55
mínim	0	1,85	0,62
Màxim	5,31	4,69	2,22
2n Quartil	1,79	3,40	1,11
1r Quartil	1,11	2,62	0,99
3r Quartil	3,09	3,89	1,42
Moda	2	4	1

Cada una d'aquestes distribucions es representen gràficament com es mostra a la figura 5.4.

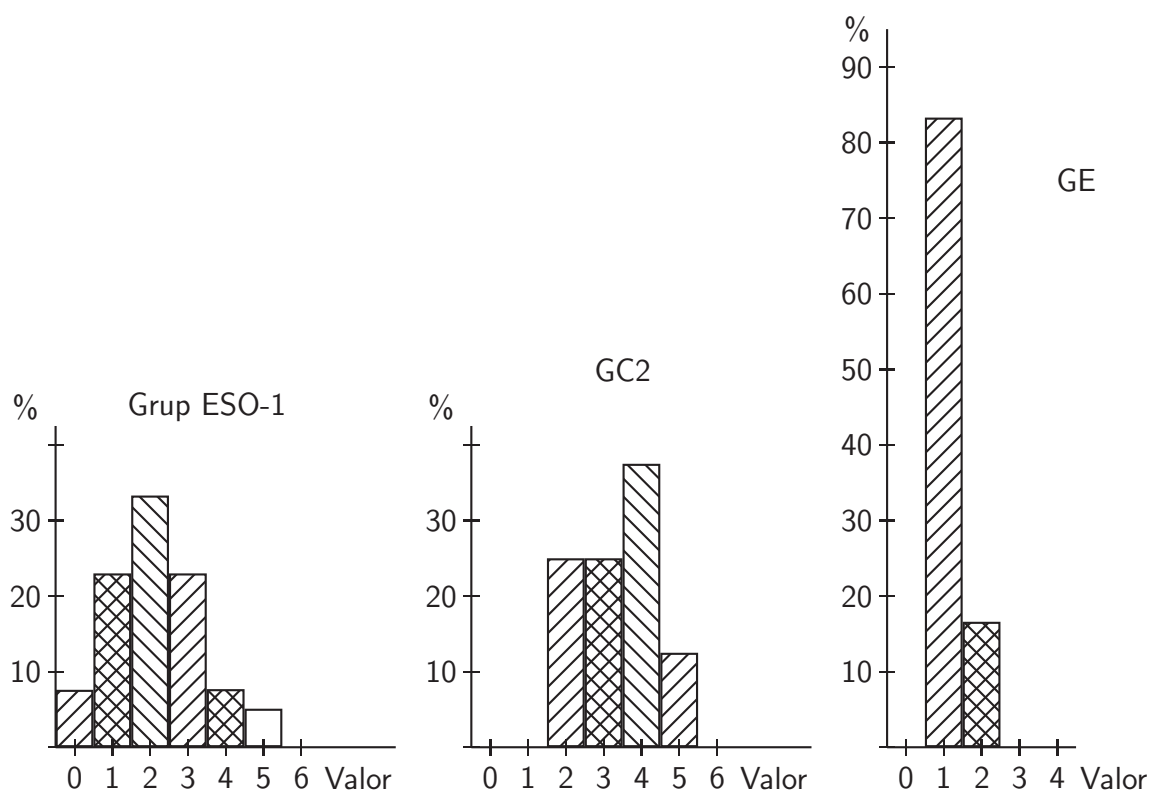


Figura 5.4: Histogrames distribució resultats competència pensament i r. matemàtic

En aquest bloc competencial es manifesten les dificultats dels estudiants del grup d'estudi. Es pot veure com s'amplia la diferència entre els resultats del grup de contrast GC2 i els altres dos, grup ESO-1 i d'estudi GE. Les mitjanes ja donen aquesta idea però encara es veu més acusada en els paràmetres de centralització moda i mediana.

b) Modelització matemàtica.

Els resultats de la competència general de la prova diagnòstica segons cada un dels grups que es consideren és el que es mostra a la taula 5.84.

Taula 5.84: Distribució resultats competència Modelització matemàtica.

Valor	G. ESO-1 (n=39)		GC2 (n=8)		GE (n=6)	
	F	f	F	f	F	f
[0-0,5)	2	5,13	0	0	0	0
[0,5-1,5)	10	25,64	0	0	5	83,3
[1,5-2,5)	8	20,51	1	12,5	0	0
[2,5-3,5)	14	35,90	5	62,5	1	16,7
[3,5-4,5)	3	7,69	1	12,5	0	0
[4,5-5,5)	2	5,13	1	12,5	0	0
	39	100	8	100	6	100

La caracterització de la distribució segons els paràmetres estadístics és com es mostra a la taula 5.85.

Taula 5.85: Estadístics de la competència Modelització matemàtica.

	Grup ESO-1	GC2	GE
\bar{x}	2,20	3,25	1,18
σ	1,26	0,91	0,74
mínim	0	1,55	0,52
Màxim	4,74	4,74	2,5
2n Quartil	1,90	3,32	1,03
1r Quartil	1,12	2,95	0,65
3r Quartil	3,06	3,56	1,36
Moda	2	3	1

Cada una d'aquestes distribucions pot veure representada gràficament a la figura 5.5. En aquesta competència es mantenen les diferències entre els tres grups. Són més importants entre el grup de contrast GC2 i el d'estudi GE. Al grup ESO-1 pràcticament no es pot apreciar una diferència important respecte a la competència de pensament i raonament. Mentre que sí que es poden apreciar en el grup de contrast GC2 i d'estudi GE. En el primer cas, grup de contrast GC2, la mitjana ha baixat lleugerament i el mode ha baixat una unitat. En el grup d'estudi GE també s'observa un retrocés respecte la competència en pensament i raonament matemàtic en la majoria de paràmetres.

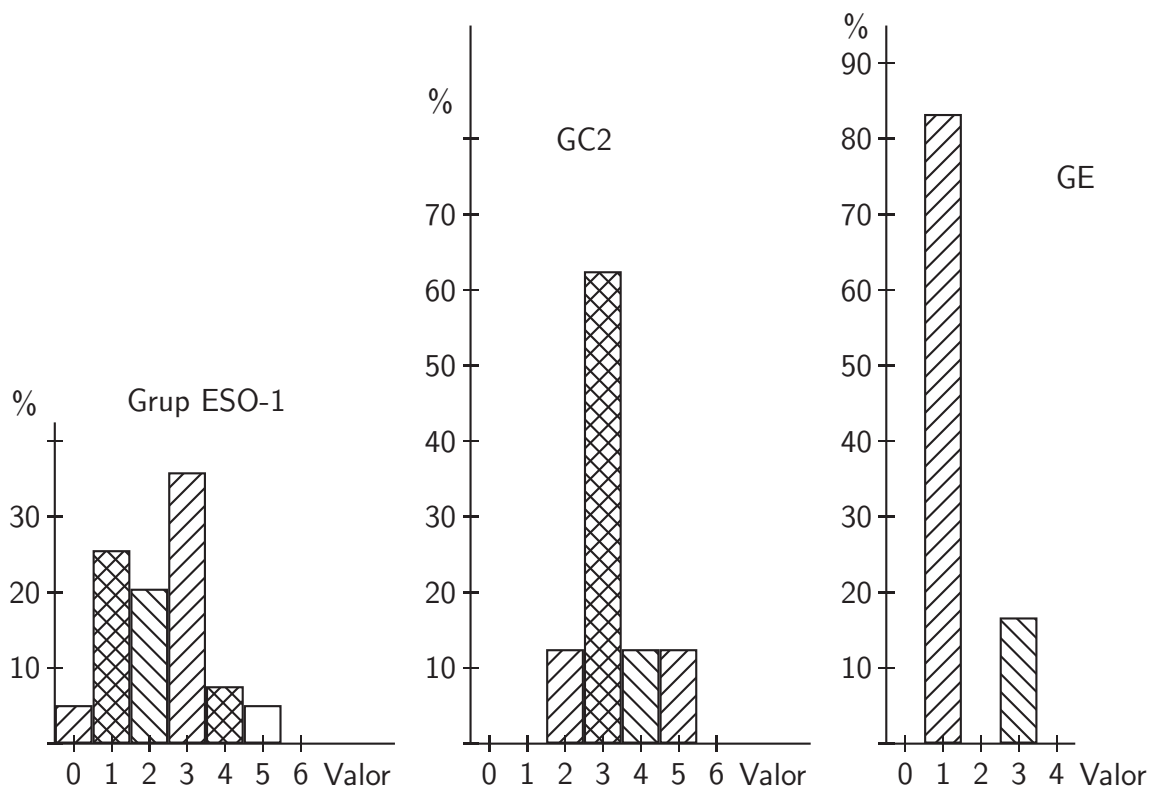


Figura 5.5: Histogrames de l'indicador de *Modelització matemàtica*. *Posar i resoldre problemes*.

c) Sobre la comunicació d'idees matemàtiques

Els resultats de la competència general de la prova diagnòstica segons cada un dels grups que considerem és el que es mostra a la taula 5.86.

Taula 5.86: Distribució resultats competència en comunicació d'idees matemàtiques

Valor	G. ESO-1 (n=39)		GC2 (n=8)		GE (n=6)	
	F	f	F	f	F	f
[0-0,5)	6	15,38	0	0	1	16,7
[0,5-1,5)	9	23,08	0	0	4	66,7
[1,5-2,5)	14	35,90	4	50	0	0
[2,5-3,5)	6	15,38	1	12,5	1	16,7
[3,5-4,5)	4	10,26	3	37,5	0	0
[4,5-5,5)	0	0	0	0	0	0

La caracterització de la distribució segons els paràmetres estadístics és com es mostra a la taula 5.87.

Taula 5.87: Estadístics dels resultats de la competència en comunicació d'idees matemàtiques

	Grup ESO-1	GC2	GE
\bar{x}	1,81	2,92	1,02
σ	1,15	0,93	0,9
mínim	0	1,77	0,42
Màxim	4,38	4,38	2,81
2n Quartil	1,88	2,66	0,73
1r Quartil	0,78	2,27	0,55
3r Quartil	2,55	3,67	0,91
Moda	2	2	1

Cada una d'aquestes distribucions les podem veure representades gràficament a la figura 5.6.

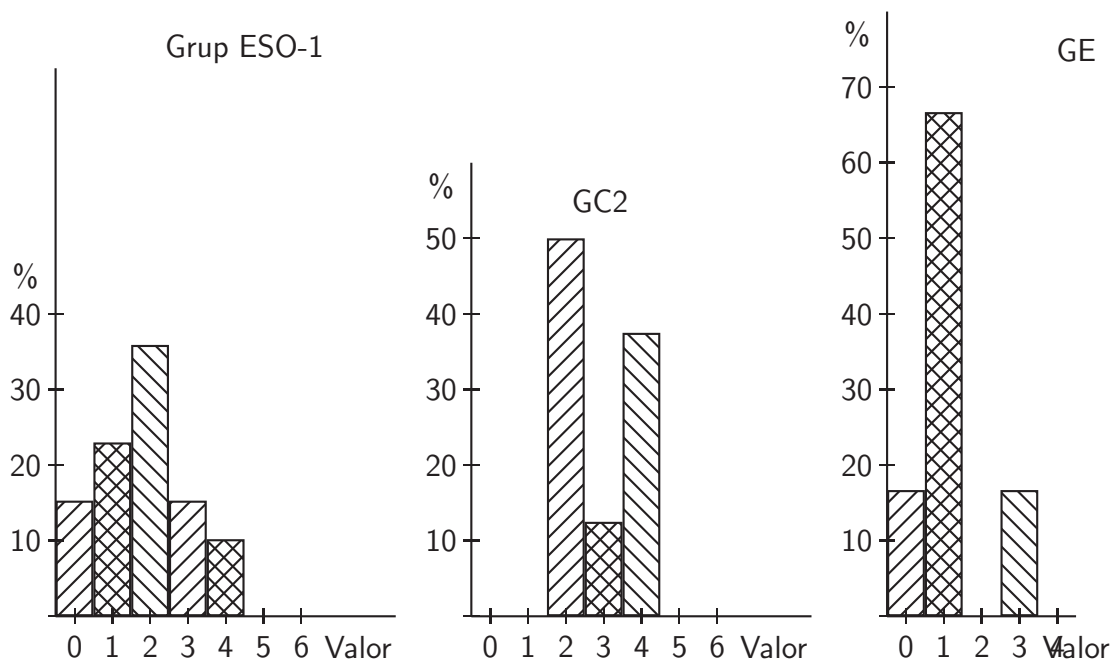


Figura 5.6: Histogrames dels resultats de la competència en comunicació d'idees matemàtiques

Aquests histogrames mostren unes diferències més grans respecte als resultats de les competències anteriors. Els tres grups baixen en tots els indicadors. El mode del grup de contrast GC2 és el mateix que el del grup ESO-1. Aquest fet no passava en els altres casos. En canvi les diferències entre les mitjanes es conserven similars als altres casos. Aquests resultats baixos s'interpreten com indicadors de que ser competent en aquest bloc els resulta, als alumnes, especialment difícil. Possiblement és degut a que s'ha treballat poc a l'aula de matemàtiques.

5.6 Resum

En aquest capítol hem mostrat el redisseny d'alguns aspectes de la recerca que hem realitzat a partir dels avenços que s'han produït a la comunitat científica mentre s'iniciava el treball i també tenint en compte la valoració que s'ha fet de l'estudi pilot al final del capítol 4. Els elements afectats han sigut el procés de realització dels projectes i la incorporació de les competències a les anàlisis de les dades.

També hem definit dos grups de contrast GC4 i GC2, formats per alumnes de 4t i 2n d'ESO respectivament, que han obtingut una bona qualificació en el seu treball de projectes. Es considera que aquests grups poden resultar útils en la recerca per contrastar i valorar les dificultats que puguin mostrar el grup de seguiment GE. Així, es poden explicar les dificultats del grup de seguiment en comparació a les que troben els alumnes d'aquests grups de contrast.

Igualment s'ha mostrat i justificat el procés que s'ha seguit per seleccionar els alumnes que formaran el grup d'estudi GE. En aquest procés de selecció hem analitzat la prova diagnòstica, el test IGF i les entrevistes realitzades al professorat. D'aquesta manera el grup GE ha quedat format per estudiants que manifesten uns nivells competencials més baixos que els del grup de la seva promoció ESO-1 d'acord amb les intencions que ens proposavem.

Hem pogut veure que en els tres grups amb els que es treballa, la competència en pensament i raonament matemàtic és la que obté sempre un nivell més alt. El segon lloc l'ocupa la competència en modelització i resolució de problemes, en el cas del grup ESO-1 tenen el mateix nivell. La competència en comunicació d'idees matemàtiques és la que obté un nivell més baix en els tres grups. Aquesta ordenació de les tres competències s'interpreta com un reflex del tipus de treball que en general es fa a les aules. És a dir, les activitats que es realitzen a les classes incideixen més en el desenvolupament de la competència de pensament i raonament matemàtic que en la competència en la comunicació d'idees matemàtiques.

Una representació gràfica de les mitjanes de cada una de les competències es pot veure a la figura 5.7.

El fet que els valors numèrics que reflexen els nivells competencials assolits pels alumnes de l'estudi són baixos s'interpreta com normal ja que es tracta d'alumnes de 13 anys que no han tingut un ensenyament orientat al desenvolupament de les seves competències i, a més,

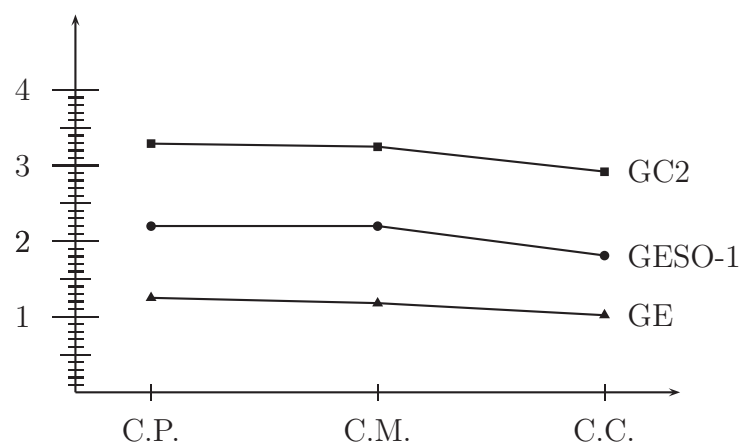


Figura 5.7: Mitjanes dels indicadors generals competencials en els tres grups

creiem que l'assoliment de nivells competencials elevats s'ha d'aconseguir amb la formació i la maduresa intel·lectual que aquests alumnes han de continuar adquirint en els propers anys.

Capítol 6

Anàlisi competencial del grup d'estudi

6.1 Introducció

6.1.1 Com s'ha fet la reducció de dades

6.1.2 Presentació de les anàlisis

6.2 Situació inicial dels grups GE, GC2 i GC4

6.3 Idees sobre el procés de realització de projectes

6.3.1 Organització del treball

6.3.2 Procés de modelització

6.4 Bloc modelització

6.5 Observació sobre la seqüència modelitzadora

6.6 Bloc pensament i raonament matemàtic

6.7 Bloc comunicació d'idees matemàtiques

6.8 Resum

6.1 Introducció

En aquest capítol presentem els resultats de la recerca realitzada.

S'estudien les competències matemàtiques dels alumnes amb dificultats en el treball de projectes. Per fer-ho s'analitzaren els treballs realitzats pels alumnes del grup d'estudi (GE) que s'han definit al capítol 5. Per valorar el nivell assolit a cada un dels blocs competencials que es consideren, es compararen els resultats de les anàlisis dels projectes dels alumnes del grup GE amb els dels alumnes dels grups de contrast GC2 i GC4 de 2n i 4t d'ESO respectivament. Aquestes anàlisis es fan aplicant els instruments que s'han dissenyat expressament per aquesta funció i que ja hem presentat al capítol 3.

Per entendre millor els resultats que es presenten es comença mostrant quina és la situació inicial dels alumnes que intervenen a la recerca. Aquesta situació la caracteritzem pels nivells competencials assolits a la prova diagnòstica, el projecte realitzat i el nivell que li hem atribuït. El procés de realització dels projectes es mostren a l'apartat 6.3 perquè també es considera necessari conèixer el que ha passat durant la realització del treball, per interpretar bé la producció que s'obté al final.

Als apartats que segueixen es donen els resultats corresponents a cada un dels blocs competencials que s'han establert a la investigació. Es mostren i s'interpreten els nivells assolits pels alumnes amb dificultats que han estat l'objecte del nostre estudi. Al final es faran reflexions sobre les seqüències modelitzadores emprades pels alumnes de l'estudi. Un esquema del capítol es mostra a la figura 6.1

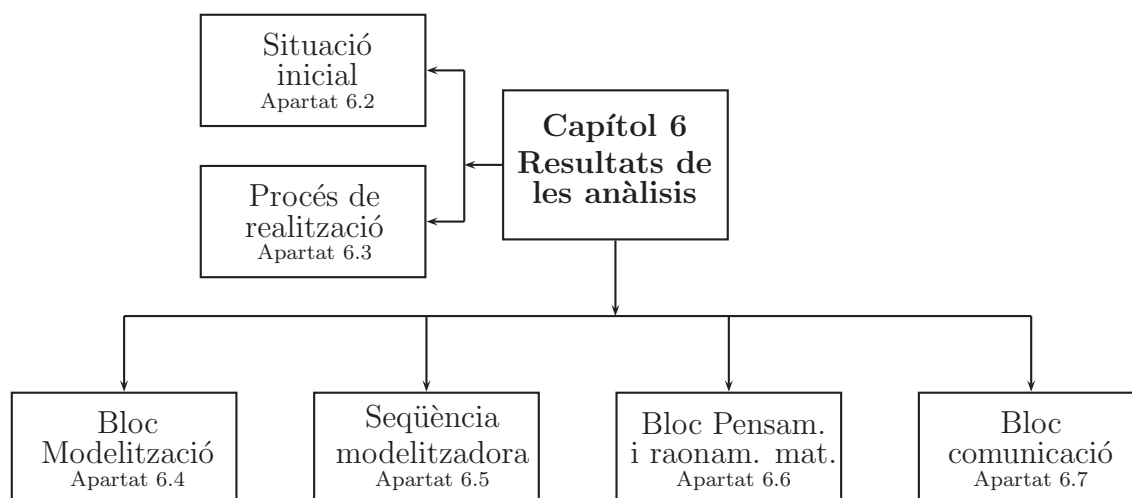


Figura 6.1: Esquema capítol 6

6.1.1 Com s'ha fet la reducció de les dades

Les dades recollides durant la recerca han estat reduïdes per poder-les analitzar i arribar a resultats. A la figura 6.2 es pot veure un esquema de les dades recollides, les dades obtingudes, el procés seguit per a reduir-les i els resultats obtinguts.

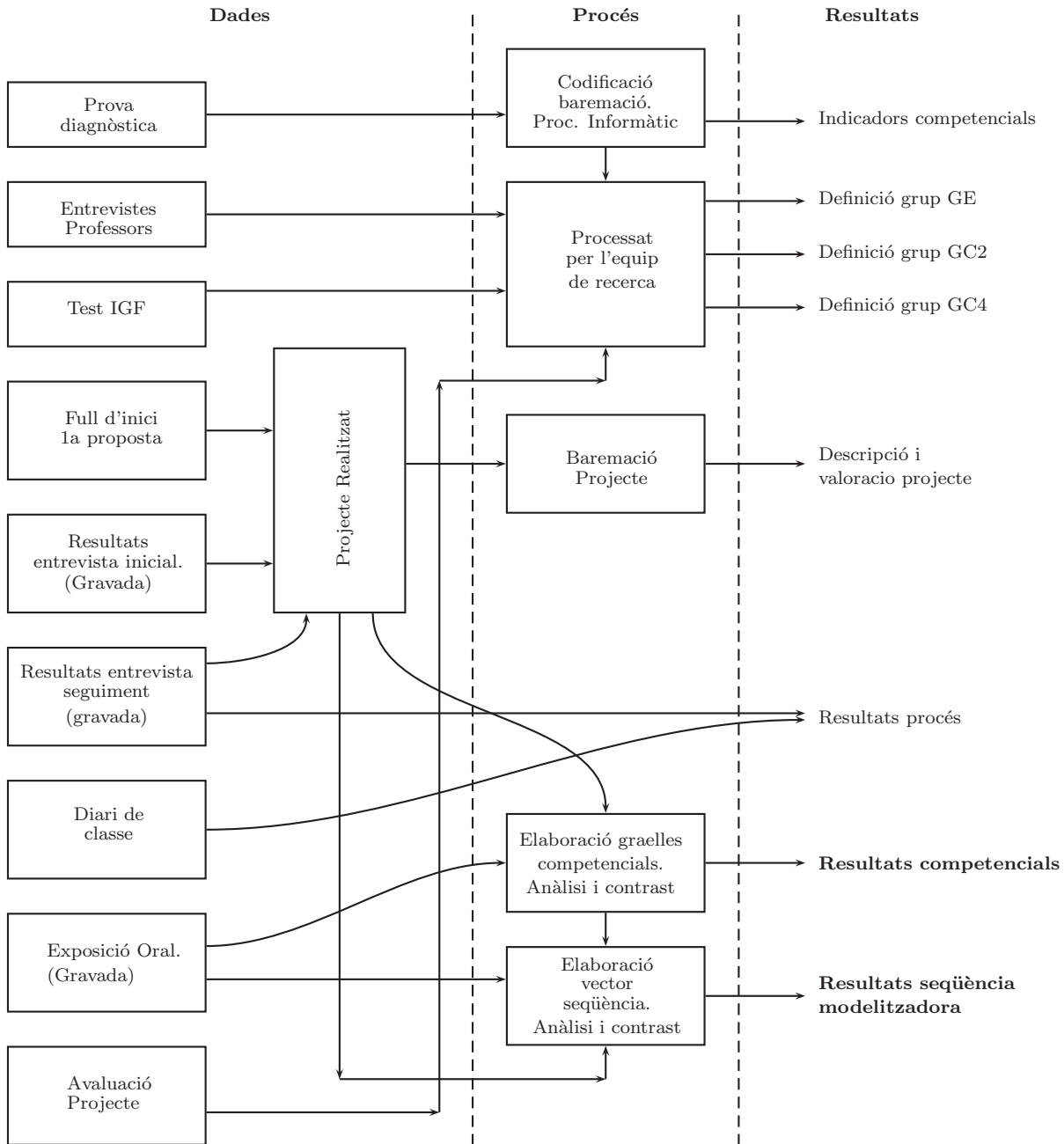


Figura 6.2: Esquema reducció de dades i resultats obtinguts

Les primeres dades recollides han sigut les respostes produïdes pels alumnes a la prova diagnòstica. Aquestes respostes han sigut codificades segons el seu nivell i a cada codi de resposta li hem assignat una puntuació. S'ha relacionat cada tipus de resposta amb els

blocs competencials que considerem, de manera que la puntuació que hem atribuït a cada resposta s'assigna també a la competència corresponent. Amb una base de dades dissenyada expressament, s'ha fet el recompte del punts obtinguts a cada un dels blocs i s'han convertit a una escala de 0 a 10. D'aquesta manera s'han obtingut uns indicadors per a cada bloc competencial.

El test IGF s'ha processat i s'han obtingut els valors de les variables que mesura la intel·ligència verbal, la no verbal i la general. Les respostes del professorat a les entrevistes que se'ls ha realitzat s'han reduït a unes taules tal com que ja s'han mostrat al capítol 5. Amb aquestes informacions, els indicadors competencials de la prova diagnòstica, les mesures del test, i les respostes del professorat l'equip de recerca ha definit al grup d'estudi d'acord amb les exigències del problema plantejat a la investigació. A aquest grup se l'ha anomenat GE

Posteriorment, a partir dels resultats de l'avaluació dels projectes, l'equip de recerca ha definit els grups de contrast GC2 i GC4. Aquest grups intervindran a les anàlisis dels resultats del grup GE.

Una altra dada important a la recerca és el projecte elaborat pels alumnes. Aquest projecte s'aconsegueix després de que l'alumnat ha seguit tot el procés desde que omple el primer full amb la proposta provisional fins que el lliure. Els projectes s'analitzen amb les graelles de competències que s'han dissenyat expressament amb aquesta intenció, i ja s'han mostrat al capítol 3. Per a cada projecte s'obté el vector de la seqüència modelitzadora seguida i unes taules amb els indicadors d'assoliment de cada un dels blocs competencials que considerem.

6.1.2 Presentació de les anàlisis

En primer lloc es presenta l'anàlisi de la seqüència modelitzadora de cada projecte. A continuació es presenten les anàlisis competencials realitzats. Aquestes anàlisis estan organitzades per blocs competencials. En primer lloc es presenten els resultats referits al bloc de competències modelitzadores, en segon lloc el bloc de competències en pensament i raonament matemàtic, i en tercer lloc el bloc de competències en comunicació d'idees matemàtiques.

Dintre de cada bloc primer es presenten els resultats més generals i, després, els més particulars. Cada resultat porta un codi, i es presenta com un enunciat; a continuació s'exposa la justificació i l'argumentació de l'enunciat donat.

6.2 Situació inicial dels grups GE i GC

Per facilitar al lector la comprensió de les anàlisis que es presenten es fa un recordatori de les poblacions que participen, les seves característiques, les produccions que han elaborat. Algunes d'aquestes dades ja s'han donat a pàgines anteriors, d'altres no, però juntes descriuran la

situació inicial des d'on es comencen les anàlisis.

A la taula 6.1 es mostren els grups que intervenen a la recerca.

Taula: 6.1 Grups que intervenen a la recerca

Nom	Caracterització del grup
G ESO-1	Grup format per 39 alumnes que durant el curs 2003-04 han cursat 1r d'ESO.
GE	Grup de 6 alumnes que durant el curs 2004-05 han cursat 2n d'ESO. Han estat seleccionats pel seu baix nivell de competència matemàtica. El nostre estudi el centrarem en els projectes que realitzen aquests alumnes.
GC2	Grup de 8 alumnes, companys de promoció dels que estan al grup GE. Han estat seleccionats per haver obtingut bons resultats als projectes que han realitzat.
GC4	Grup d'onze alumnes que han cursat 4t d'ESO durant l'any escolar 2004-05. Han estat seleccionats per haver obtingut bons resultats als projectes que han realitzat.

A la taula 6.2 es mostren les mitjanes i la desviació tipus dels valors que han obtingut els alumnes de cada grup en cada un dels blocs competencials a la prova diagnòstica.

Taula 6.2: Resultats prova diagnòstica

	GE			GC2			G ESO-1		
	P	M	C	P	M	C	P	M	C
\bar{x}	1,25	1,18	1,02	3,29	3,25	2,92	1,32	1,26	1,81
σ	0,55	0,74	0,9	0,94	0,91	0,93	1,32	1,26	1,15

En aquesta taula es mostra clarament el que ja s'havia dit al capítol 5. Podem observar que la diferència entre les mitjanes del grup de d'estudi GE en totes les competències es situen 2 punts o més per sota del grup de contrast GC2 i un 1 punt per sota de la mitjana del grup ESO-1.

S'han analitzat 5 projectes del grup GE, 4 del grup GC2 , i 4 del grup GC4. Cada projecte té l'enfoc particular que li han volgut donar els seus autors, així com un desenvolupament i abast particular que fa que siguin diferents inclús si s'ocupen del mateix tema, com passa en algun cas. Per això s'ha volgut diferenciar tres nivells d'aprofundiment i complexitat que permetessin diferenciar els projectes. Aquests tres nivells es presenten a continuació.

Taula 6.3: Projectes de nivell 1

Informacions i dades	Treballa amb poques fonts informació. Les dades que necessiten són poques i s'obtenen directament; venen donades fent servir sistemes de representació senzills i amb poca variació. També es poden obtenir dades per mesura directa.
Models	Aplicació de models coneguts, perquè s'han treballat a classe a situacions reals senzilles per inferència directa. Poc lligats a la realitat
Matemàtiques	Apliquen conceptes, algorismes, processos i estratègies de les que es fan servir habitualment a classe i no massa llargues. Relacionen un o dos temes de matemàtiques.
Comunicació	Mostra raonaments directes i fa interpretacions literals dels resultats. respon a qüestions concretes sense fer generalitzacions. Fa servir pocs sistemes de representació i aquests són senzills.

Taula 6.3: Projectes de nivell 2

Informacions i dades	Les dades s'obtenen directament de diferents fonts d'informació. Els sistemes de representació són variats. També s'obtenen per mesura directa.
Models	Aplicació de models coneguts treballats a classe i els apliquen a situacions reals complexes que pugui implicar certes restriccions o que calgui fer suposicions.
Matemàtiques	Resolen problemes reals que no tenen massa complexitat fent servir conceptes, processos i estratègies, com les que es fan servir a l'aula, més o menys llargs. Han d'establir relacions entre 2 o més temes dels que ja han estudiat.
Informacions	Dona respostes a qüestions en diferents casos sense arribar a una generalització però fan més que donar una resposta única. Han de fer interpretacions i argumentacions pròpies. Justifiquen les seves accions. Fan servir diferents tipus de representacions.

Taula 6.3: Projectes de nivell 3

Informacions i dades	Treballa amb moltes dades de moltes fonts diferents. Aquestes s'obtenen directament de la font d'informació i per deducció, establint associacions i relacions. També s'obtenen per mesura directa i indirecta.
Models	Aplicació de models coneguts però no treballats a classe o d'altres que han de dissenyar específicament per a la situació que treballen. Valida el model aplicat
Matemàtiques	Resolen problemes complexes. Hi ha raonaments i conceptes avançats pel que correspon al nivell de l'estudiant. Fa servir processos matemàtics formals de nivell superior al que és habitual al treball de l'aula.
Comunicació	Donen respostes generalitzades, fan inferències i van més enllà dels casos que han resolt. Es planteja nous problemes, destaca limitacions dels que ha resolt. Fa servir diferents tipus de representacions Es preocupa de la precisió i fa comprovacions dels processos i resultats obtinguts.

El nivell que s'atribuirà a un projecte serà el màxim que es reconegui a una de les quatre categories que s'han establert. D'aquesta manera es completarà la caracterització del moment previ a les anàlisis, mostrant els alumnes, els nivells competencials assolits a la prova diagnòstica, el projecte realitzat, un breu resum del mateix i el nivell que se li atribueix en funció dels criteris anteriors. A la taula 6.4 es mostra el cas dels alumnes del grup GE en negreta. En lletra normal apareixen els altres membres del grup.

Taula 6.4: Resum situació inicial dels alumnes

Estudiants	P. Diag.			Codi	Projecte realitzat	Nivell Pjte
	P	M	C			
Mohamed	0,99	0,60	0,63	1	<i>El parc de les aus.</i> Pretenen esbrinar si el que menja un animal es proporcional al seu pes. Analitzen el cas de 7 animals i es plantegen que quant menjarien si aquests set mengessin en la proporció del que menja més i del que menja menys.	2
Ovidi	2,22	2,16	1,77			
Claudio	5,31	4,57	3,65			
Fàtima	2,22	2,5	2,81	2	<i>Disseny d'un pàrquing al voltant de l'institut.</i> No mostren les idees bàsiques per a dissenyar el pàrquing. Diuen que han de mesurar cotxes, terrenys, fan servir expressions incorrectes com que han de dividir "la quantitat de terrenys que tenien entre les mesures dels vehicles"	0
Ruth	0,62	0,78	0,42			
Irene	0,99	0,52	0,52	3	<i>Pastissos i cultures.</i> Pretenen esbrinar els ingredients que les diferents cultures fan servir a la seva rebosteria i el preu que costa. Han fet un treball llarg on apliquen reiteradament la proporcionalitat directa per respondre a les preguntes que es plantegen a l'inici.	1
Marina	2,1	1,72	1,35			
Alicia	1,23	1,29	0,94	4	<i>Les taules del bar de l'institut.</i> Volen fer un disseny de la manera de disposar les taules del bar de l'institut o dissenyar una forma nova per aconseguir inquirir a més gent de la que hi cap actualment.	1
Clara	3,58	3,88	2,81			
Georgina	1,48	1,38	0,83	5	<i>El parc de les aus.</i> Pretenen esbrinar si el que menja un animal és proporcional al seu pes. Només recullen dades de 4 animals i a les conclusions només es refereixen a un.	1
Laura	2,96	3,1	2,08			
Tatiana	2,35	2,5	2,19			

Els nivells dels projectes realitzats pels alumnes del grup GC2 es mostra a la taula 6.5.

Taula 6.5: Resum situació inicial dels alumnes

Estudiants	P. Diag.			Codi	Projecte realitzat	Nivell Pjte
	P	M	C			
Sibila	4,69	4,74	4,38	6	<i>Les diferents companyies de vol.</i> Estudien com varien els preus dels bitllets en funció del temps d'antelació amb que es compren. Ho estudien en diferents companyies de les anomenades "low cost". Estudien diferents casos i fan servir diferents representacions de les dades i resultats.	2
Carina	4,07	3,45	3,75			
Ada	3,58	3,36	2,29	7	<i>Els recipients de la Dani.</i> Volen saber per què les llaunes de conserves tenen la forma que tenen, si per estalviar material o per altres raons. Estudien diferents casos a partir de taules de valors. Han hagut de fer manipulacions algebriques que encara no havien treballat a l'aula	3
Hilda	2,72	3,28	2,19			
Raimon	1,85	1,55	1,77	8	<i>Vols econòmics.</i> Organitzen un viatge a París i ofereixen diferents preus a base d'agafar el bitllet amb diferents dies d'antelació amb companyies de "low cost" Al final donen una resposta que contempla el viatge i l'allotjament.	2
Max	3,21	3,02	3,02			
Almudena	3,83	3,88	3,65	9	<i>Pàrquing al voltant de l'institut.</i> Tracten de dissenyar un pàrquing a l'espai que queda al voltant de l'institut. Fan un tractament molt complet consideren bé totes les possibilitats. Fan càlculs senzills però llargs, i es preocupen d'anar comprovant la coherència dels resultats parcials que van obtenint.	2
Carol	2,35	2,76	2,29			

Els nivells dels projectes realitzats pels alumnes del grup GC4 es mostren a la taula 6.6.

Taula 6.6: Resum situació inicial dels alumnes del grup GC4

Estudiants	P. Diag.			Codi	Projecte realitzat	Nivell Pjte
	P	M	C			
Carmelo				10	<i>Optimització de llaunes de conserves.</i> Es plantegen per què els fabricants de llaunes de conserves utilitzen les mides que fan servir. És per estalviar material o per qüestions d'estètica? Fan servir conceptes als que no estan acostumats, com el d'optimització i ho resolen per mètodes gràfics. Fan servir models que encara no han treballat a classe, com és el càlcul del volum d'una llauna de forma elíptica.	3
Wenceslao						
Roldan				11	<i>La despesa de l'aigua.</i> Fan un estudi sobre la procedència de l'aigua que es consumeix a Vilassar, quina quantitat procedeix de les mines pròpies, quina dels pous, i quanta del Ter. També estudien sobre el consum de tot el poble a nivell domèstic. Estudien quants dies podria passar Vilassar consumint només l'aigua que tenen els dipòsits de reserva. Estudien altres dissenys dels dipòsits de reserva.	
Gustau Damià						
Mar	1,11	0,86	0,83	12	<i>El pàrquing al voltant de l'institut.</i> Volen dissenyar un pàrquing als terrenys que hi ha al voltant de l'institut. Està fet a trossos, una mica desconnectat entre les diferents parts. El que té d'interès es que construïxen una funció trigonomètrica que els dona l'amplada de carril per a circular en funció de l'angle d'inclinació dels cotxes aparcats en bateria.	2
Heribert German	4,57	4,66	4,06			

Continua a la pàgina següent

Continuació de la taula 6.6.

Estudiants	P. Diag.			Codi	Projecte realitzat	Nivell Pjte
	P	M	C			
Mateu	3,58	3,53	2,08	13	Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o Atm? Els alumnes que han realitzat el projecte viuen a Vilassar però sovint van a Barcelona en tren. Hi ha dos tipus de bonos el de Renfe i el de l'Atm. Cada empresa divideix la xarxa en diferents zones i apliquen diferents tarifes. Primer esbrinen diferents preus i busquen els viatges més econòmics, preu per km, estalvis etc. Té interès el fet que es plantegen una hipòtesi a partir dels resultats parcials que han obtingut. Aquesta és que els trajectes curts al voltant de Cabrera surten més econòmics amb Renfe que amb Atm; a Barcelona amb Atm i per trajectes llargs el bitllet de Renfe.	2
Imma Camila	4,20	5,52	4,17			

Aquesta descripció del moment en que es comencen les anàlisis es completa amb una descripció de com s'ha arribat. A l'apartat següent es presenta el procés que han seguit els alumnes per elaborar el seu projecte.

6.3 Idees sobre el procés de realització de projectes

Es considera que conèixer com s'ha gestionat l'activitat amb els alumnes pot donar algunes referències que ajudaran al lector a comprendre millor les anàlisis que es presentaran més endavant. A continuació es mostra com s'ha organitzat el treball, quin seguiment s'ha fet, i el procés de modelització que s'ha fet servir de referència.

6.3.1 Organització del treball

Els alumnes, en grups de treball de parelles o tríos, realitzen un o dos projectes per curs. El treball en grup presenta l'avantatge de que s'enriqueix la discussió i l'aportació d'idees, s'aprèn a treballar en equip i es compensa la falta d'iniciatives que es pot donar en alguns casos. Normalment, els mateixos alumnes decideixen els grups i trien, amb la mediació del professor, un projecte que, per la seva amplitud i la seva complexitat, s'adeqüi a les seves capacitats i interessos. La realització del projecte dura entre 4 i 6 setmanes i inclou l'elaboració d'una memòria i la presentació oral als seus companys de classe.

Durant la realització del projecte, el paper del docent ha de ser el d'ajudar a l'alumnat a que no es quedin encallats. Aquesta ajuda pot ser desigual, depenent dels alumnes que el realitzen, de la complexitat del propi projecte i de les dificultats que sorgeixen al llarg de la seva realització. El que s'ha d'assegurar és que tots els alumnes arriben a un final acceptable.

Per portar a la pràctica un projecte tenim en compte el següent esquema organitzatiu:

- a) Presentació de l'activitat. Es dedica una hora de classe a presentar la tasca. A cada grup se li lliuren uns fulls amb la presentació d'uns projectes (es poden veure a l'annex I) amb la finalitat de suggerir-los idees. Cada grup triarà un dels treballs de la llista, proposaran canvis sobre el que es diu al full o en proposaran un que els interessi a ells, tot i que no aparegui al llistat. També se'ls dona els criteris d'avaluació i un altre full amb les normes de l'activitat, terminis, seguiment, com presentar-ho, on trobar ajuda etc. A l'avaluació es diferencien els aspectes: disseny global, contingut matemàtic, claredat en la comunicació, actitud i valoració global del treball que fan.
- b) Seguiment. Un aspecte nou dels projectes que es realitzen és el protagonisme que se li dóna a l'alumne i el treball autònom que comporta. Però aquesta autonomia ha d'anar acompanyada d'un seguiment del professorat. Els alumnes no poden desenvolupar aquesta tasca sols, sense consultar al professor.

El primer moment important del seguiment es situa en el procés que segueixen els alumnes per concretar el seu tema i definir els problemes que es plantejaran. Això no s'aconsegueix d'una manera immediata. Del llistat de temes que el professor suggereix, els alumnes poden modificar-los i/o adaptar-los al seu gust o bé proposar-ne de nous. Això requereix temps per parlar i sobre tot escoltar el que diuen els alumnes, el que els interessa. Una vegada s'ha definit el tema i els problemes en els que centraran el treball es posa per escrit i alumnes i professor es guarden una còpia.

Un segon moment on cal la intervenció del professor és a l'anàlisi inicial del problema real que es plantegen els alumnes des de la perspectiva de la matemàtica. El grau d'implicació del professor dependrà del tipus de projecte i d'alumnes. Normalment els alumnes de 1r cicle tenen més dificultats que els de 2n. En aquest moment és important que el professor ajudi els alumnes a veure aquesta relació matemàtiques-realitat, sense que els ho digui directament i respectant els interessos i les orientacions que els alumnes donin al seu treball. A partir d'aquesta ajuda els alumnes poden actuar amb autonomia.

El tercer moment que es considera important en aquest procés és l'entrevista de seguiment. Aquesta entrevista es realitza quan els alumnes ja han fet el treball en brut, és a dir, tenen les dades recollides, les mesures realitzades, els càlculs fets i han començat a extreure conclusions. Es tracta d'una entrevista estructurada per veure que el treball està ben fet, que no s'han plantejat coses ni massa simples ni massa complexes, que treuen profit al treball realitzat i que saben acabar-ho. Aquesta entrevista es pot fer en una o dues hores de classe. Els alumnes es presenten a l'entrevista amb l'enquesta de seguiment contestada. Aquesta enquesta es pot veure a l'annex D.

- c) Presentació de la memòria. En general, l'alumnat sol presentar els projectes en forma de dossier seguint l'estructura que se li ha donat a les orientacions de l'annex I.4. Tot i així, procurem suggerir altres formes de presentar-ho: pòsters, muntatges audiovisuals, vídeos, construcció de maquetes si és el cas, fotografies de les seves observacions, etc.. Simplement fent la proposta alguns alumnes prefereixen buscar alternatives al dossier. És una manera d'estimular la creativitat i d'interessar-los en l'activitat.
- d) Exposició oral. Els alumnes completen el seu treball exposant-lo als seus companys de classe. Ho fan amb el suport d'un programa de presentacions i fent servir el canó de

llum. Aquest suport els dóna moltes possibilitats. En general mostren moltes dificultats per destacar els principals aspectes matemàtics del seu treball, ja que no tenen gaire pràctica de fer síntesis. A les dificultats matemàtiques, s'hi afegixen les inseguretats pròpies de l'edat. El que es pretén és que expliquin el seu treball emprant la terminologia matemàtica adient, que sàpiguen ressaltar el que és important del que és secundari, que argumentin fent servir el raonament matemàtic, que expliquin com han identificat els elements matemàtics a la realitat, com descodifiquen els diferents tipus de llenguatge que intervenen.

Una qüestió que normalment preocupa a l'alumnat és l'extensió que ha de tenir el treball, en especial els que opten pel dossier. En aquesta qüestió s'insisteix que no es tracta de copiar res de cap enciclopèdia, sinó que es tracta bàsicament d'un treball personal que no ha de resultar excessivament llarg. Orientativament podem dir que 4 ó 5 fulls poden ser suficients en la majoria de casos per recollir el cos principal de resultats, als que es poden afegir com annexos alguns fulls més amb dades i informacions gràfiques associades.

6.3.2 Procés de modelització

Ja s'ha vist que els projectes no són una activitat d'aplicació rutinaria de processos o continguts matemàtics. Es pretén que l'alumne sigui capaç de construir un model que representi i expliqui la situació real que s'ha plantejat.

A les anàlisis sobre els projectes realitzats, i les seves possibilitats, (Sol, 2006), es reconeix que el procés complet de modelització segueix un esquema de 16 accions, tot i que això no significa que cada grup passi per tots ells. Aquest esquema amplia els 11 passos que van ser descrits al capítol 2. L'ordenació i el color de les caselles és una manera de reconèixer l'esquema de Mason explicat al capítol 2. Alguns estudiants salten parts d'aquest procés. Això ho hem representat a la figura 6.3 per mitjà de línies alternatives.

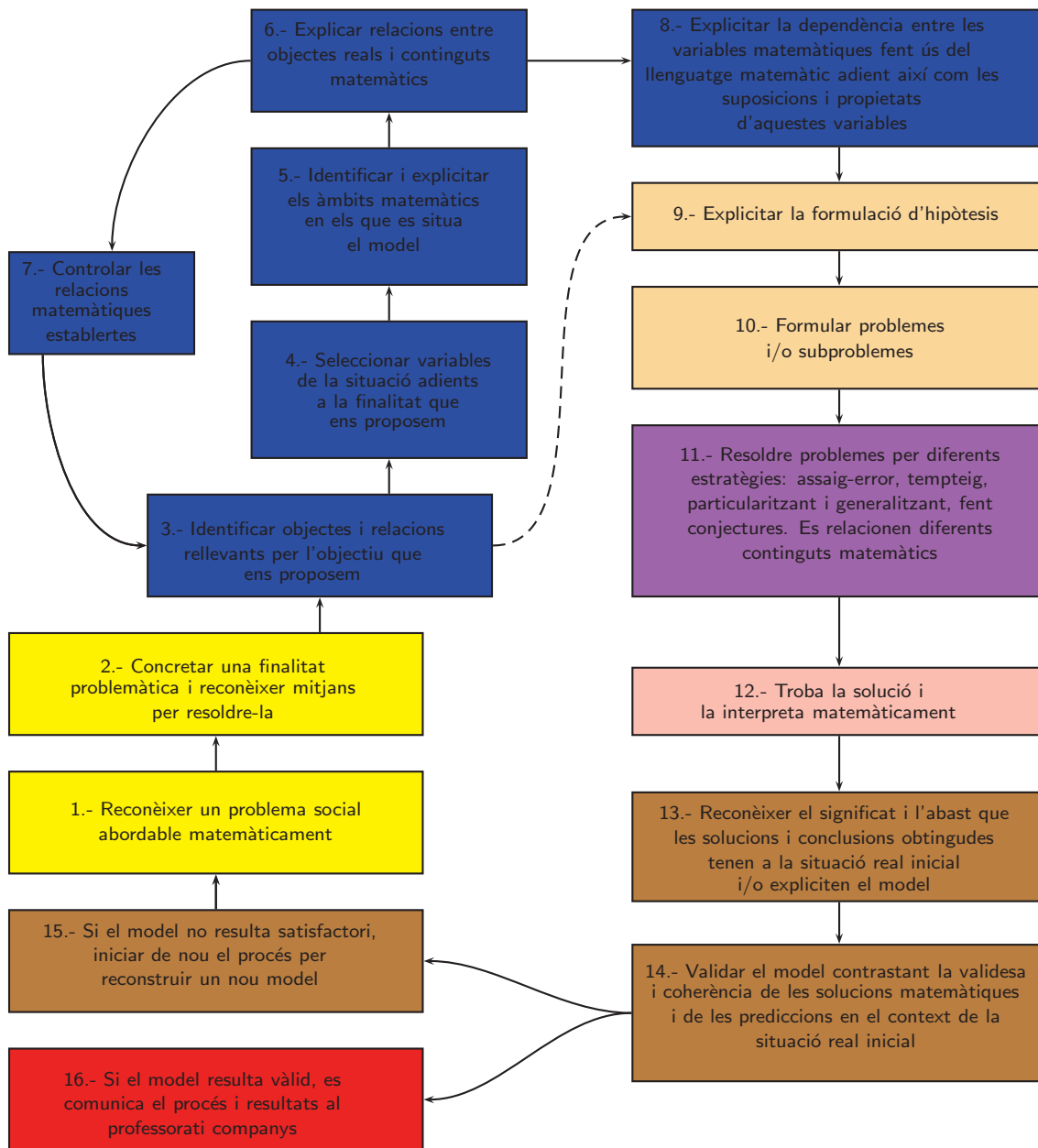


Figura 6.3: Esquema procés de modelització

El procés s'inicia, tal com diu la casella 1, reconeixent característiques matemàtiques a la realitat. Formes, quantitats, mesures, patrons, canvis... A partir d'aquí han de concretar una finalitat problemàtica, alguna cosa que volen saber, entendre o fer. Han de recollir alguna preocupació amb significat, que tingui algun interès per l'alumne que fa el projecte.

Per exemple, dues noies de 2n d'ESO es proposen de fer un projecte sobre el bar de l'institut. Les possibilitats matemàtiques que hem establert per aquesta situació, després d'algunes converses, són l'ordenació de l'espai i el disseny de les taules per aconseguir que hi càpiguen el màxim nombre de gent.

Han concretat les seves finalitats (casella 2 de l'esquema) en forma de preguntes com:

"De quina manera hem de col·locar les taules per aprofitar més l'espai del bar de manera que hi càpiga més gent?"

"De quina manera hi cap més gent en una taula tenint la mateixa àrea, de forma rectangular o rodona?"

"Si posem les taules de forma rodona hi cabrà més gent aprofitant el mateix espai d'ara?"

En segon lloc s'ha de construir un model matemàtic que s'ajusti a la situació que estudiem. El procés per aconseguir-ho consisteix en reunir informació sobre la situació, familiaritzar-se i conèixer amb el màxim aprofundiment possible el conjunt del context del problema. S'ha d'esbrinar quines són les dades rellevants entre totes les possibles que intervenen.

Tot això és el que es desglosa a les caselles següents. Seguint amb l'exemple del bar de l'institut s'observa que han identificat alguns objectes i relacions rellevants pel seu objectiu (casella 3). Que la grandària del bar així com els tamanys i les formes de les taules estan relacionades amb la quantitat de gent que hi pot dinar simultàniament. Elles contrastaran les formes rectangulars actuals amb les circulars de diferents tamanys.

Han seleccionat les variables que intervenen en el seu problema (casella 4). El tamany de la taula dependrà del nombre de persones que vulguem posar-hi.

En aquest cas se'n adonen de que, per estudiar la seva taula, han de treballar amb els seus coneixements sobre el cercle, tot i que no expliciten amb una frase, però és obvi perquè és sobre el que treballen.

Explicitaran les relacions entre objectes reals i els continguts matemàtics (casella 6). Si convé aplicaran restriccions o imposaran determinades condicions. Per exemple poden simplificar la situació, això és, deixarem de banda alguns elements. No es possible tenir-ho tot en compte. En l'exemple que seguim del bar de l'institut, les autores prenen decisions sobre l'espai que necessita una persona a la taula, l'espai que ocupa la cadira així com el que necessita per a poder seure. També fixen l'espai que necessita una persona a la taula per dinar. Han fet algunes proves i han decidit fixar-lo en 55 cm. També expliciten que l'espai del bar on posaran les taules és rectangular i les seves dimensions són de $8,7 \times 5,3$ metres. A més, també han decidit que han de deixar una separació d'un metre entre la barra i les taules preveient que hi haurà gent que pugui venir a consumir a la barra.

Expliciten la dependència entre les variables seleccionades (casella 8) fent servir llenguatge simbòlic, taules, gràfics. Serà el model matemàtic a emprar. A l'exemple del bar de l'institut, per definir el tamany de la taula circular, ho faran a partir del radi fent servir les fórmules de la longitud de la circumferència.

En alguns casos, aquest procés de formular matemàticament les relacions, els pot portar a explicitar una hipòtesi (casella 9). En l'exemple del bar de l'institut formulen una hipòtesi que les ajuda a situar el problema que es plantegen tot i que, de la manera que ho fan, no és matemàticament correcte.

Imagina't un tros de plastilina, aquest tros té la forma rectangular com una taula, i amb la mateixa quantitat de plastilina la deformes i li fas la forma rodona. Així podrem comprovar de quina manera hi cap més gent amb la mateixa àrea o (amb la mateixa massa de plastilina).

A la formulació del problema (casella 10) s'espera que els alumnes expressin el que volen estudiar però formulat en termes matemàtics com per exemple quin és el màxim o el mínim de..., com varien formes, dimensions etc... A l'exemple de les taules del bar, després de parlar sobre el tema, les noies formulen el seu problema en els següents termes:

Nosaltres volíem que en una altra forma hi cabés més gent i podries aprofitar més l'espai, i clar, hem de saber quantes taules hi posaríem i de quina mida serien les taules i, a més, quantes persones cabrien.

Resolen el problema (casella 11). S'ha d'anar més enllà de resoldre un cas concret únicament. Es busquen diferents solucions i s'intenta trobar l'expressió més general possible. Les nostres alumnes troben dues solucions: donen la capacitat per a taules de 6 persones i per a taules de 8 persones. En aquest cas no fan cap generalització de la solució que proposen.

La solució matemàtica s'ha d'interpretar, veure com encaixa en el model matemàtic amb les simplificacions que s'han fet, i el significat dels símbols (casella12).

Amb aquestes dades arriben a la conclusió de que hi cabran 3 columnes de 4 taules cada una per a la solució de taules per a 8 persones. Per l'altre solució confirmen que podrien fer tres columnes de 5 taules cadascuna.

Finalment reconeixen el significat i abast que les solucions obtingudes tenen a la situació real inicial (casella 13). Es tracta de comprovar si les solucions trobades són adients en el context real. Si les simplificacions aplicades ens han portat cap a un model que no s'ajusta a la situació real. En l'exemple fan la següent valoració de la solució que han trobat

Si un dels costats del bar fa 8,7 metres i cada taula ocupa 179,02 cm per trobar la solució ha fet $179,02 \times 5 = 895,1$, és a dir, que li falten 15 cm per poder posar 5 taules a la columna. I fa el següent raonament

Ens faltaria 15 cm per posar 5 taules

Trauríem 1,5 cm de cada cantó i no es notaria

$L = 2\pi r = 2 \cdot 3,14$
 $4951 = 310,93$
 $4951 \cdot 2 + 40 + 48 = 17902$
 Ems feblenon 15cm per passas
 5 taules.
 Trescien 1,5cm de cada costat,
 no es motenir.

$$\begin{array}{r} 6,30 \\ - 5,37 \\ \hline 0,93 \end{array}$$
 per la suma

Figura 6.4. Interpretació de la solució.

També revisen la solució del nombre de columnes. Si cada taula fa 179,02 cm i posen 3 columnes fan un total de 5,37 m. Com que l'espai del que es disposa és de 5,30 m., fa la resta $6,30 - 5,37$ per calcular l'espai que li quedarà per la barra. Com que s'equivocuen al fer la resta, el resultat que obtenen no és correcte, però es pot reconèixer que han mostrat preocupació per interpretar les solucions.

Quan han confirmat que el model construït és vàlid, comuniquen per escrit el projecte que s'han plantejat i els resultats que han obtingut. La comunicació és doble, al professorat amb el dossier escrit i oralment als seus companys i professorat. D'aquesta manera s'acaba l'activitat. (casella16).

Podria donar-se el cas de que el model no s'ajustés a la situació real inicial (casella 15). En aquest cas s'hauria de refer el procés revisant els punts que puguin haver provocat la distorsió.

Tot i que s'ha mostrat com un cicle, no s'ha d'entendre que a la pràctica es segueixi un procés lineal, sinó que va anant del món real al món matemàtic diferents vegades, la seqüència pot avançar o retrocedir tantes vegades com els estudiants vulguin i l'ordre en el que es passi d'una acció a l'altre tampoc segueix una norma preestablerta.

En el cas que hem analitzat de les taules del bar de l'institut no han passat per les caselles 5, 7, 14 i 15. La casella 5 es refereix a fer explícit els àmbits matemàtics en els que es situa el model, estadístic, geomètric, algebraic... o la combinació d'aquests àmbits i com es relacionen. En el cas que hem analitzat és tracta d'un àmbit geomètric.

La casella 7 es refereix a controlar les relacions matemàtiques establertes, és a dir, revisar en el seu conjunt que les relacions que hem previst resultin coherents en el cas real que analitzem. En l'exemple de les taules del bar no ho han fet perquè no s'han adonat de la relació entre les dimensions de les taules i l'espai del bar. Però podien haver-se adonat de que encara que treballassin amb taules rodones el problema el podien abordar amb quadrats, perquè en definitiva, el recobriment de l'espai del bar destinat a taules es fa amb quadrats. Haurien d'haver trobat les relacions entre el quadrats i les dimensions de les taules. En definitiva el que s'espera que es faci en aquest apartat és una reflexió aprofundida del problema que tracten i facin una abstracció de la situació.

La casella 14 es refereix a un aspecte important quan es construeix un model, com és

la seva validació. En el procés de construcció del model segurament s'han ajustat elements que intervenen en la realitat, s'han simplificat relacions, s'han fixat alguns valors, i se n'han restringit d'altres. Aquesta simplificació del procés és legítima, però s'ha de ser prudent ja que pot ser que les alteracions arribin a afectar al model que es construeix de manera que no respongui a la situació inicial. Per tant, és fa imprescindible validar el model, analitzant les solucions, i les prediccions que es puguin fer de manera que resultin coherents en el context real en el que es treballa.

Aquest esquema del procés de modelització és el que s'utilitzarà a la recerca per analitzar la seqüència que fan servir els alumnes per modelitzar la situació del seu projecte. Abans d'estudiar la seqüència modelitzadora es farà l'anàlisi de les competències emprades pels alumnes. A l'apartat següent es mostra com s'han analitzat les competències en modelització matemàtica fent servir les graelles que amb aquesta finalitat s'han dissenyat i s'han presentat al capítol 3.

6.4 Resultats del bloc competencial de modelització

S'estudia el nivell de les competències matemàtiques dels alumnes amb dificultats. Per valorar el nivell assolit a cada bloc competencial es comparen els resultats de l'anàlisi del projecte dels alumnes del grup GE a 2n amb els dels alumnes dels grups GC2 i GC4 a 2n i 4t respectivament.

Per analitzar el nivell competencial corresponent als treballs de projectes presentats, s'utilitzen els instruments que s'han dissenyat expressament per aquesta funció i que ja s'han presentat al capítol 3.

Es recorda que s'ha fet el següent procés de reducció de dades: s'han establert unes competències i subcompetències i unes accions que faciliten el seu reconeixement. A cada una d'aquestes subcompetències se li ha assignat un valor 0, 1, 2 segons es considera el grau d'aprofundiment que els alumnes manifesten haver assolit en aquella acció concreta.

La graella que es fa servir per a reconèixer el nivell dels alumnes en la competència en modelització matemàtica es basa en el que s'ha considerat com a procés ideal de modelització i que ja s'ha exposat anteriorment. En aquest procés s'han identificat 6 competències que són: comprendre situacions problemàtiques; enunciar un model associat a una situació real; fer formulacions matemàtiques de la situació seleccionada; trobar solucions, interpretar resultats i validar el model. A cada una d'aquestes competències es reconeixen diferents subcompetències a les que s'assigna un índex per diferenciar els diferents graus d'aprofundiment assolits. Això és el que es veu a la taula 6.7:

Taula 6.7: Competències i subcompetències de modelització

Competències	Sub-competències
1.- Ser capaç de comprendre situacions problemàtiques abordables matemàticament.	11.- Identificar característiques de la realitat (matematitzables) al voltant d'una situació problemàtica. 12.- Concretar una finalitat problemàtica i mitjans per resoldre-la.
2.- Ser capaç d'enumerar (adoptar) un model associat a una situació proposada.	21.- Identificar objectes i relacions rellevants per l'objectiu que ens proposem. 22.- Seleccionar variables, paràmetres i constants de la situació adients a la finalitat que ens proposem 23.- Identificar i explicitar els àmbits matemàtics en els que es situa el model 24.- Explicitar relacions entre objectes reals i continguts matemàtics. 25.- Controlar el conjunt de relacions matemàtiques establertes. 26- Explicitar la dependència entre les variables matemàtiques, així com les suposicions i propietats d'aquestes variables.
3.- Ser capaç de fer formulacions matemàtiques de la situació problemàtica dins del model .	31.- Formular una hipòtesi. 32.- Formular un problema.
4. Ser capaç de trobar solucions matemàtiques dins del model.	41.- Resoldre el problema.
5.- Ser capaç d'interpretar resultats associats a la situació proposada.	51.- Interpretar matemàticament les solucions dels problemes.
6.- Ser capaç de comparar el resultat obtingut amb la realitat original.	61.- Reconèixer el significat i l'abast que les solucions i conclusions tenen a la situació original. 62.- Validar el model contrastant la validesa i coherència de les solucions matemàtiques i de les prediccions en el context de la situació real inicial. 63.- Revisar parcial o completament el model construït.

Amb aquests criteris establerts s'analitzen els projectes dels alumnes. Aquesta anàlisi ha consistit en examinar els dossiers presentats pels alumnes de l'estudi i reconèixer aquestes sub-competències. Els resultats d'aquesta anàlisi apareixen a l'annex K i un resum es pot veure a la taula 6.8. A les columnes estan les sub-competències i a les files els projectes estudiats. S'ha fet un quadre per a cada grup d'alumnes. Si en el treball dels alumnes es reconeix una acció de les que mostren sub-competències es posa un 1 a la casella corresponent del quadre. En el cas de que no es reconegui es deixa en blanc. Al capítol 3 s'ha explicat com es reconeixen aquestes accions. Els resultats obtinguts de l'anàlisi fet seguint aquest criteri són els que es presenten a les taules següents. S'ha fet una taula per a cada un dels grups d'alumnes de l'estudi.

Taula 6.8: Competència modelitzadora grup GE

	Grau assolit a les subcompetències en modelització grup GE															
	1		2						3		4	5			6	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1.- Mohamed , Ovidi, Claudio (El parc de les aus)	(1)	(1)	(1)	1				1		1	1		1			
2.- Fàtima i Ruth (Disseny d'un pàrquing al voltant de l'Institut)	(1)	1		1							1		1			
3.- Irene i Marina (Pastissos i cultures)		1	1	1				1			1	1	1			
4.- Alicia i Clara (El bar de l'Institut)	1	1	1	1				1	1	1	1	1	1			
5.- Georgina , Laura i Tatiana (El parc de les aus)		1	1					1		1	1	1	1			

Taula 6.9: Competència modelitzadora grup GC2

Grup Alumnes de 2n d'ESO	Grau assolit a les subcompetències en modelització grup GC2															
	1		2						3		4	5			6	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
7.- Sibila i Carina (Les diferents companyies de vol)	1	1	1	1		1		1		1	1	1	1			
8.- Ada i Hilda (Els recipients de la Dani)	1	1	1	1		1		1		1	1	1	1			
9.- Raimon i Max (Vols econòmics)	1	1	1	1				1		(1)	1	1	1			
10.- Almudena i Carol (pàrquing al voltant de l'Institut)	1	1	1	1					1	1	1	1	1			

Taula 6.10: Competència modelització grup GC4

Grup Alumnus de d'ESO	GC4 Grau assolit a les subcompetències en modelització grup GC4															
	1		2						3		4	5			6	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
11.- Carmelo i Wenceslao (Optimització de llaunes de conserves)	1	1	1	1		1		1		1	1	1	1			
12.- Roldan, Gustau, Damià (La despesa de l'aigua)	1	1						1		1	1	1	1			
13.- Mar, Heribert, German (El pàrquing al voltant de l'institut)	1		1	1				1		1	1	1				
14.- Mateu, Imma, Camila (Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o amb ATM)		1	1	1		1		1	1	1	1	1	1			

CM1. Ser capaç de comprendre situacions problemàtiques abordables matemàticament

A continuació s'expressen alguns resultats de les observacions realitzades qualitativament dels escrits reals dels estudiants, les entrevistes corresponents i, o les presentacions. A cada cas, s'indica la font de les nostres evidències.

Resultat 6.4.1. Els alumnes del grup d'estudi mostren moltes dificultats per comprendre situacions problemàtiques a la realitat.

Els alumnes del grup GE perden força el referent de la realitat i van directament a la formulació d'una situació problemàtica sense reconèixer elements matemàtics a la realitat. Aquesta pèrdua de referent dels alumnes del grup GE no és igual en tots els casos sinó que es poden reconèixer graus. El cas més exagerat és el de Mohamed que, a la primera línia del seu projecte, fa la formulació matemàtica del problema de la següent manera:

El problema que ens plantegem és saber el percentatge de lo que mengen respecte del seu pes. (Projecte 1,2,1-2)

Això fa pensar que, per ell, fer el projecte és resoldre un problema i perd força la component de la realitat. En altres casos, es té en compte la realitat. Per exemple, Georgina ho expressa de la següent manera:

Ens hem plantejat saber qui menja més, un animal petit o un animal gran.
(Projecte 5,2,1-2)

Entenem que hi ha una diferència amb el cas anterior de Mohamed, ja que aquí no trobem l'enunciat d'un problema matemàtic sinó que l'alumna s'està plantejant una qüestió problemàtica de la realitat. En canvi, en el cas d'Irene, ho planteja com una afirmació del que ha fet sense cap reelaboració.

Aquest treball té com objectiu: comparar els diferents preus i ingredients dels diferents pastissos. (Projecte 3, 3,5-6)

Mentres que trobem el cas d'una alumna d'aquest grup (Alícia) que fa una mínima exploració sobre la situació real que es planteja i coordina l'element real amb l'element matemàtic de la mesura.

El nostre treball tracte de l'espai del bar. Primer vam agafar les mides del bar, i vam pensar quin tipus de taula teníem de posar perquè hi cabés més gent al bar acupant el mateix espai. (Projecte 4, 3,1-4)

Resultat 6.4.2. Els alumnes del grup GC2 fan una introducció més lligada a la realitat però veiem que els costa expressar bé les idees, posar de manifest la relació amb les matemàtiques. Els alumnes d'aquest grup en cap cas comencen per plantejar la situació problemàtica sinó que en primer lloc fan una exploració de la situació. Els alumnes del grup GC4 mostren millor aquesta relació entre matemàtiques i realitat.

A continuació es mostra el cas del projecte sobre pàrquing que han realitzat un grup d'alumnes del grup GC2 i un altre del grup GC4 El cas d'Almudena i Carol del grup GC2 mostra una situació problemàtica de la realitat millor formulada que en els casos dels alumnes del grup GE, tot i que els elements matemàtics no acaben d'aparèixer clarament, tampoc resulta difícil veure que es tracta d'organitzar un espai, i per tant correspon a un tema de geometria. Comencen així:

[Aquest treball] ...Consisteix en formar un pàrquing al voltant de l'institut, per el motiu de que hi ha molts cotxes sobre tot en hores d'entrenament de fútbol (ja que al costat hi ha dos camps de fútbol del F.C. Vilassar de Mar) també en hores escolars i els caps de setmana, perquè fan molts partits. Aleshores, veient aquest problema varem decidir que la solució més adequada seria, com hem dit abans, fer un pàrquing....Vam organitzar de la següent manera:

Parquing 1: que és la zona de l'institut fins al camp de sorra Parquing 2: que és la zona de davant del camp de sorra.... Parquing 3 que és la zona que està entre el camp (Projecte 9, 2,4-22)

En el cas de Mar, Heribert i German (Pàrquing al voltant de l'institut) del grup GC4 es veu una mica millor aquesta relació amb les matemàtiques. En efecte, si bé la primera part és similar a la dels alumnes del grup GC2 a la segona part trobem la referència al millor aprofitament de l'espai entès com una referència a l'optimització i això és un element matemàtic.

La nostra intenció a l'hora d'elaborar aquest projecte matemàtic, és construir un pàrquing al voltant de l'institut i al camp de fútbol. D'aquesta manera facilitarem l'estacionament dels professors, de la gent que estigui al camp de fútbol i de la gent que visqui al davant.

A l'hora d'elaborar el següent treball hem de tenir en compte unes coses que són: la manera de construir-lo per tal d'aprofitar millor l'espai i construir-lo d'una manera determinada perquè sigui fàcil l'entrada i sortida dels cotxes. (Projecte 12, 1,2-11)

Un altre exemple que mostra aquestes diferències entre els alumnes és el projecte sobre les llaunes de conserves que han realitzat Ada i Hilda del grup GC2 i Carmelo i Wenceslao del grup GC4. Ada i Hilda comencen per justificar el tema que van triar:

...perquè ens va agradar molt el tema del volum i vam deduir que aquest tema seria el principal. (Projecte 7,2, 7-8)

Però no acaben d'expressar del tot correctament la idea que tenien de que havien observat que les diferents marques de productes de conserves feien servir recipients que tenien les mateixes formes i dimensions. Elles no ho expliciten així però es veu en tot el procés del seu treball que el que volen es comprovar una sospita que tenen sobre el motiu d'aquesta coincidència de les formes i és de que s'estalviaran material en la construcció de la llauna.

Volíem saber, per què tots els envasos dels productes de les conserves tenen aquesta forma (de totes les marques i empreses). (Projecte 7, 2,9-10)

El mateix projecte treballat per alumnes del grup GC4 planteja l'interès que té estudiar les dimensions de les llaunes, mostrant que entenen bé la relació entre matemàtiques i realitat i la saben expressar clarament.

Nosaltres volíem resoldre una qüestió molt simple: per què els fabricants de conserves utilitzen unes mides de llauna mantenint un volum determinat i no pas unes altres? La forma que tenen les llaunes, està pensada per l'estètica o per a gastar el mínim material possible en la producció de la llauna i així reduir costos?

Totes aquestes qüestions les vam intentar resoldre amb dos tipus de llauna; una cilíndrica i una el·líptica. (Projecte 10, 2,2-8)

Com es pot veure, contrasta força amb el plantejament que han fet Ada i Hilda a 2n on la idea no s'expressa clarament, només s'arriba a intuir mentres que aquí els alumnes del grup GC4 s'han expressat amb molta claredat.

CM2. Ser capaç d'enunciar (adoptar) un model associat a una situació proposada

Resultat 6.4.3 Els alumnes del grup d'estudi no saben identificar i explicitar els àmbits matemàtics en els que es situa el model. Així mateix, sembla que no saben controlar un conjunt de relacions matemàtiques establertes.

En cap dels treballs dels alumnes dels tres grups GE, GC2, GC4 s'ha reconegut la competència de identificar i explicitar els àmbits matemàtics en els que es situa el model com tampoc controlar relacions matemàtiques que apareixen en la construcció del model. S'interpreta que els alumnes no estan habituats a aquest tipus de reflexió i que, de manera natural, la seva tendència és anar a coses concretes i a resoldre el seu problema. No és significatiu per a ells expressar l'àmbit o àmbits matemàtics en què es desenvolupa el problema i les relacions que es donen entre ells.

Creiem que els alumnes, en aquests nivells educatius, no saben controlar i comprovar processos, segurament perquè no se'ls ha ensenyat, i que els projectes són les primeres activitats que es troben on necessiten fer-ho. Caldrà tenir-ho present per aprofitar l'ocasió per ensenyar-ho i aplicar-ho.

Resultat 6.4.4 Observem que els alumnes amb dificultat mostren tenir més dificultats que els alumnes dels grups GC2 i GC4 en la construcció de models matemàtics. Els alumnes del grup d'estudi GE no mostren dificultats per seleccionar variables ni per expressar la dependència entre variables matemàtiques. Els alumnes del grup d'estudi tenen moltes dificultats per identificar objectes i relacions rellevants i en identificar elements de models, coneguts o en construcció, a la realitat.

El procés de construcció de models matemàtics és un procés que ens trasllada del món real al món matemàtic. En aquest procés reconeixem 6 subcompetències de les quals, en els treballs dels alumnes, reconeixem que n'han assolit únicament 4 d'elles. En el quadre adjunt mostrem la proporció de treballs en els que hem pogut reconèixer-les.

Taula 6.11: Subcompetències modelitzadores reconegudes als projectes

Grup d'alumnes de l'estudi	Sub-competència 3 Identificar objectes i relacions rellevants per l'objectiu que ens proposem	Sub-competència 4 Seleccionar variables, paràmetres i constants de la situació	Sub-competència 6 Identificar elements de models coneguts o en construcció amb la realitat	Sub-competència 8 Explicitar la dependència entre les variables matemàtiques
GE	40 %	80 %	20 %	80 %
GC2	100 %	100 %	75 %	75 %
GC4	100%	100 %	75 %	100 %

Es pot veure com els alumnes del grup GE han trobat moltes més dificultats que els altres alumnes en construir el seu model. Els alumnes dels grups GC2 i GC4 mostren poques dificultats.

Els alumnes del grup GE mostren més facilitat en l'assoliment de la subcompetència (sc) 4 i la subcompetència 8. Es creu que és degut a que són les dues més relacionades amb la resolució de problemes i per tant les que estan més habituats a aplicar a les activitats més tradicionals de les matemàtiques escolars. En canvi, les grans dificultats es presenten en les subcompetències 3 i 6 que són les que fan referència a establir relacions entre la realitat i les matemàtiques. Aquest resultat no sorprèn sinó que és coherent amb els resultats d'altres estudis anteriors. Els tres treballs que no mostren la sub-competència 3 són treballs que tampoc han mostrat una exploració de la realitat en clau matemàtica, abans de plantejar-se els problemes que abordarien. És a dir, que tampoc s'ha reconegut la sub-competència 1, i per tant, són tres treballs que tampoc mostren que la realitat sigui un referent clau per a ells.

La sub-competència 6 és la que els ha representat més dificultat. Creiem que els alumnes del grup GE tenen aquesta dificultat perquè ells resolen els problemes sempre com a casos concrets sense tendir a la generalització. Així, es poden trobar exemples com el de Mohamed que, quan explica la proporció del que menja un animal, ho fa amb paraules :

Per calcular el percentatge del que menja cada animal respecte al seu pes s'ha de multiplicar els Kg que menja al dia per 100 i dividir-ho entre els Kg que pesa (Projecte 1, 2,10-12)

però no ho fa mitjançant una expressió matemàtica general com podria ser (pes del que menja)/(pes de l'animal) * 100 sinó que ho fa amb el cas concret d'un dels animals.

En el cas del marabú serà: $1.5 \times 100 / 15 = 10\%$ (Projecte 1, 2,13)

La mateixa dificultat mostra Irene (pastissos i cultures) que descriu com calcula el preu de l'ingredient que fan servir, sense recórrer a una generalització del càlcul.

Per poder fer el preu dels pastissos hem de dividir el preu de l'ingredient que necessitem per la quantitat que té aquest ingredient, (això dona el preu d'un gram) després ho hem de multiplicar per la quantitat que necessitem, així ho hem de fer en tots els ingredients d'una recepta i per últim sumar-los, així ens donarà el preu del pastís

A continuació ficarem un exemple: 1 paquet 0,95 de 500 grams (necessitem 150 grams) $0,95 / 500$ (preu d'un gram) $\times 150 = 0,28$ (Projecte 3, 9, 7-15)

En canvi, els alumnes dels altres grups tendeixen a anar cap a la generalització i escriure expressions algèbriques. S'ha de tenir present que els alumnes del grup GC2 no han treballat l'àlgebra més que en les fórmules de geometria. Això ho podem veure en el cas del Raimon i Max (vols econòmics) igual que Mohamed, fan una descripció de la relació però després mostren que sí són capaços d'escriure-ho en una expressió matemàtica

Com hem realitzat el preu per quilometre? És molt senzill, simplement es divideix el preu del bitllet entre els nombres de quilòmetres que hi ha de Barcelona a París (1135) Fórmula: $\text{Preu del bitllet} / 1135 = x$ (Projecte 8, 12, 21-24)

Està clar que el tema també condiona fer servir aquesta competència, així per exemple, el problema que es plantegen Ada i Hilda (Els recipients de la Dani) les porta directament al càlcul de volum de cilindres i identifiquen cada un dels elements que intervenen i com es relacionen:

Perquè el volum sempre sigui el mateix només ens falta saber les mides dels radis, que n'hem agafat de diferents, perquè la superfície total vagi variant, i amb aquestes dades podem saber

$S. base: p \cdot r^2$ $S. lateral: 2 \cdot p \cdot r \cdot h$ $S. Total: S. base \cdot 2 + S. lateral \cdot 4$ L'altura:
 Volum: $S. base$

Primer es té que calcular la $S. base$, després l'altura, a continuació la $S. lateral$ i per últim la $S. Total$. (Projecte 7, 4, 24-32)

Es pot veure com la notació no és del tot correcta i aquestes alumnes transmeten una certa inseguretat en la manipulació d'aquest tipus d'expressions que per elles són pràcticament noves.

CM3. Ser capaç de fer formulacions matemàtiques de la situació dins del model i una temptativa planificadora

Resultat 6.4.5 Els alumnes de l'estudi tenen moltes dificultats en plantejar-se hipòtesis. Menys encara, explicitar-les amb una bona formulació.

Només en un treball realitzat per alumnes del grup d'alumnat de nivell educatiu més alt (grup GC4), podem observar que es plantegen una hipòtesi. No es tracta d'una hipòtesi que afecti a tot el treball de manera que el desenvolupament del projecte consisteixi en confirmar o rebutjar la hipòtesi. Es tracta de la hipòtesi que es plantegen sobre algun aspecte parcial del seu treball. Mateu Imma i Camila (Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar) del grup GC4 es mostren sorpresos per un resultat parcial que obtenen i es questionen la seva validesa. Primer se la plantegen:

Aquesta última observació ens ha cridat l'atenció i per això ara volem demostrar-ho, per veure si és cert, analitzant una altra línia ferroviària, (comparant el preu/km entre Renfe i Atm). Els passos que hem fet per fer les taules són els mateixos que en els anteriors (Projecte 13, 9,11-14)

A continuació troben 4 pàgines de taules amb càlculs i finalment arriben a la conclusió de:

La teoria que ens havíem plantejat és incorrecta, encara que s'apropa molt al resultat obtingut a partir de les taules anteriors. Ens havíem plantejat que en els trajectes que estan més a prop de Cabrera de Mar surt més a compte utilitzar el sistema tarifariDoncs això és incorrecte; per tant, només ens serveix per a la línia ferroviària que havíem analitzat des d'un principi. (Projecte 13,13,38-43)

En aquest procés es reconeix que el que fan és formular-se una hipòtesi, a la que ells anomenen "la nostra teoria" i després la comproven per acabar rebutjant-la perquè no la veuen confirmada.

Resultat 6.4.6 Alguns alumnes del grup GE no arriben a plantejar un problema matemàtic tot i que ho intenten. Aquesta dificultat no la hem observat en alumnes dels altres grups.

Alguns alumnes amb dificultat intenten plantejar el problema, però els costa molt. Fàtima i Ruth (El pàrquing al voltant de l'institut) fan un intent de plantejar un problema matemàtic, però no arriben a aconseguir-ho com es mostra en l'extret del seu treball:

Teníem que mesurar els metres del terreny, hem pensat com treure els cotxes que hi ha en el tros de terra, hem calculat les distàncies dels vehicles, la maniobra del cotxe, la distància del terreny, l'espai de l'aparcament quan surten i entren els cotxes. (Projecte 2, 3,2-9)

Fan servir paraules propies de les matemàtiques (mesurar, pensar, calcular, distància, espai) però no formulen problemes matemàtics perquè no està clar que és el que es demana ni en quines condicions.

Resultat 6.4.7 En tots els grups observem alumnes que no formulen cap plantejament de problema matemàtic però sí que reconeixen una situació problemàtica a la realitat i, a partir d'ella, desenvolupen el seu projecte.

En tots els grups s'observen alumnes que no formulen cap plantejament de problema matemàtic però sí que reconeixen una situació problemàtica a la realitat i a partir d'ella desenvolupen el seu projecte. Irene (pastissos i cultures) del grup GE desenvolupen el seu treball a partir d'enunciats com el següent:

Aquest treball té com a objectiu comparar els diferents preus i ingredients dels diferents pastissos... (Projecte 3, 3, 5-6)

S'interpreta aquest tipus de frase com el reconeixement que fan elles d'una situació problemàtica. Per a elles aquest plantejament és suficient per desenvolupar tot el seu treball, que ha consistit en triar diferents receptes de diferents països, adaptar les quantitats dels ingredients pel mateix nombre de persones, unificar les unitats de mesura dels ingredients en

grams, calcular preus d'ingredients i pastissos etc... S'interpreta que al tractar-se d'un tema molt conegut per les alumnes no necessiten un enunciat ni més precís ni més matemàtic per desenvolupar el seu treball.

Raimon i Max (que han plantejat un projecte sobre vols econòmics) del grup GC2 tampoc plantegen cap problema matemàtic. Desenvolupen el seu treball a partir de la idea que expressen en la següent frase:

Esperem que aquest treball serveixi per fer veure les bones ofertes existents al mercat dels vols... (Projecte 8, 2, 8-9)

No es considera com l'enunciat d'un problema sinó que implícitament donen a entendre que hi ha una situació real problemàtica.

Mateu, Imma, i Camila (Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o Atm?) del grup GC4 desenvolupen el seu treball a partir de formulacions com :

Ens proposem esbrinar quina diferència i quina semblança hi ha entre aquestes dues modalitats (Renfe i Atm) i esbrinar en quins casos ens seria més adient utilitzar un títol o un altre i per què. (Projecte 13, 1, 6-9)

Això no és la formulació d'un problema sinó el reconeixement d'una situació problemàtica a la realitat. Aquest tipus de formulacions els dona peu a plantejar-se el preu per km, comparar les dues modalitats de transport i quantificar les diferències que observen, per exemple.

Resultat 6.4.8 Els alumnes es plantegen problemes concrets, similars als que es resolen a l'aula ordinària i cap alumne es mostra capaç de plantejar en forma de problema matemàtic general que compregui tot el que es proposen en el seu projecte.

Però, a més, s'observa que alguns alumnes es plantegen problemes concrets, similars als que es resolen a l'aula ordinària i cap alumne es mostra capaç de plantejar-los en forma de problema matemàtic general que compregui tot el que es proposen en el seu projecte. Tanmateix, no hem pogut observar que els alumnes, després d'identificar una situació problemàtica a la realitat, facin la formulació d'un problema matemàtic que compregui tota la problemàtica. El que fan és reconèixer una situació problemàtica a la realitat i a continuació es plantegen diferents petits problemes molt concrets, sovint de resposta única, molt similars al que poden ser els típics problemes d'aula. Però en la majoria de casos, aquests problemes considerats en el seu conjunt tampoc cobreixen completament la problemàtica real.

Georgina (El parc de les aus) del grup GE després d'haver concretat una situació problemàtica, la seva manera de formular-la com problema matemàtic és:

Vam haver de fer una sèrie d'operacions per saber la proporció que mengen segons el seu pes. (Projecte 5,2,5-6)

Interpretem que, per elles, fer problemes és fer operacions, no ho relacionen amb el concepte de proporció ni amb les diferents estratègies de resolució de problemes com fer conjetures, provar estratègies, comprovar solucions etc... El plantejament que fan és d'una qüestió molt concreta similar als problemes que es plantegen a l'aula i no pretenen buscar una conclusió d'abast més general.

L'alumnat amb dificultat sovint s'enfronta més a la situació que al problema matemàtic. Alícia (que ha realitzat el projecte sobre El bar de l'institut), que pertany al grup d'alumnat amb dificultat, al començament del seu treball planteja la qüestió:

De quina manera hem de col·locar les taules per aprofitar més l'espai del bar de manera que hi càpiga més gent? (Projecte 4, 2, 1-3)

Que no s'interpreta com la formulació d'un problema matemàtic sinó d'una situació problemàtica de la realitat. Immediatament a continuació es formula una altra pregunta plantejant un problema matemàtic:

De quina manera hi cap més gent en una taula tenint la mateixa àrea, de forma rectangular o rodona? (Projecte 4, 2, 4-6)

No es tracta d'un problema matemàtic del mateix abast que la primera pregunta. Ha passat de voler saber com fer cabre el major nombre persones en el bar a plantejar-se el major nombre que hi cap en dos tipus de taula. Aquest enunciat no pot ser la formulació matemàtica del que ella pretén. Tot i que es reconeix que és un dels problemes que s'haurà de resoldre per a donar resposta al que s'està plantejant.

Almudena i Carol del grup GC2 en el seu projecte Pàrquing al voltant de l'institut, mostren la mateixa dificultat. No fan una formulació matemàtica que inclogui tot el problema que es plantegen sinó un petit problema com es pot veure al següent enunciat:

Hauríem de calcular l'espai que necessita un cotxe per poder fer les maniobres, per aparcar, entrar i sortir de l'aparcament. Així doncs, hem de calcular l'espai que hi ha d'haver entre plaça de pàrquing i plaça de pàrquing (entre cotxe i cotxe). (Projecte 9, 9, 3-9)

El que fan en el seu procés és reconèixer una situació problemàtica a la realitat que la posen de manifest amb les preguntes que ja hem vist abans i, seguidament, es plantegen un problema que és una part d'un problema que havia de ser més ampli d'acord amb el que s'havia anunciat inicialment. No mostren una visió global del disseny del pàrquing ja que no fan referència a les variables que intervenen i com es relacionen, per exemple l'angle de gir amb l'espai per maniobrar, amb l'espai per circular pels carrils interiors del pàrquing, la posició dels cotxes o l'angle d'inclinació si els posen en bateria

Els alumnes del grup GC4 presenten dificultats similars. En el cas de Carmelo i Wenceslao (Optimizació de llaunes de conserves) pretenen comprovar si les dimensions de les llaunes de conserves, amb diferents formes, estan determinades de manera que optimitzen el material emprat en la seva construcció. Però no arriben a formular cap problema matemàtic inicial que tingui un abast tant ampli com es podria esperar en funció del plantejament que es fan de la situació real al començament. Igual que en els casos que hem vist abans, desenvolupen el seu treball a partir de detectar i enunciar la problemàtica a la realitat i tot seguit passen a calcular les superfícies totals en dos casos concrets, el d'una llauna de forma cilíndrica i una altre el·líptica. Però en aquests dos casos tampoc fan un plantejament matemàtic en general sinó que comencen per aplicar la fórmula de la superfície total del cilindre i donar els resultats en un full de càlcul.

L'únic plantejament de problema matemàtic que s'observa en el seu projecte és el següent enunciat que, com es pot veure, torna a referir-se a un cas concret i no mostra una visió matemàtica global del seu projecte:

El que volem és que el volum sigui constant, i que només varii la superfície total de la llauna, la b , la a i la h . (Projecte 10, 11, 3-4)

En el cas de Roldan, Gustau i Damià (La despesa de l'aigua) del grup GC4 han desenvolupat el seu treball plantejant-se diferents problemes matemàtics sobre el tema de la distribució de l'aigua a Vilassar però independents entre ells. Els enunciats que fan servir són del tipus:

L'aigua pròpia de Vilassar la rebem desde diferents punts, 5 pous i 3 mines, en aquest punt del treball volem esbrinar quin tant per cent prové de cada pou i quin tant per cent prové de cada mina. (Projecte 11, 4. 4-7)

Entenem que es tracta d'un enunciat de problema matemàtic però molt concret i que no abarca la totalitat d'un projecte ampli. Es tracta més aviat de l'enunciat d'un problema dels que habitualment es proposen a l'aula.

El projecte de Mar, Heribert i German (El pàrquing al voltant de l'institut) del grup GC4 encara reflecteix millor aquesta tendència a concretar sense donar visions de conjunt. Es veu que no tenen una visió de conjunt del problema de dissenyar un pàrquing perquè desenvolupen

el seu projecte a base de plantejar-se molts problemes parcials sense mostrar les relacions que tenen entre ells quan, en aquest cas, és evident que els resultats d'uns condicionen els dels altres, per exemple l'angle de gir determina l'espai de gir i aquest l'espai per circular pel pàrquing. Comencen per plantejar-se:

Cal mirar la manera de construir-lo per tal d'aprofitar millor l'espai (Projecte 12, 1,9-10)

Més endavant es plantegen aquest altre problema

Quant ocupa un cotxe aparcats en diagonal? (Projecte 12, 5,1)

I tres pàgines més endavant trobem la resposta a l'angle de gir:

Per calcular l'angle que necessita el cotxe per a sortir de la plaça del pàrquing i passar a una situació totalment perpendicular a la inicial hem traçat un triangle que mesurem l'angle que forma la direcció de les rodes davanteres podem obtenir, mitjançant les fórmules pròpies de la trigonometria, els graus necessaris.... (Projecte 12, 7,3-13)

Aquest tractament és com si es tractés de tres problemes independents entre ells i no mostren la dependència que existeix entre l'espai que queda per circular els cotxes i l'angle d'aparcament en cas que es faci l'aparcament en bateria i per tant amb l'aprofitament de l'espai. Aquest falta de visió de conjunt la tornem a observar quan es plantegen aquesta altra pregunta:

Quant costa asfaltar el nostre pàrquing? (Projecte 12, 3, 1)

Es plantegen quant costa asfaltar el terreny i no es plantegen quan costa fer el pàrquing que inclourà altres elements.

Resultat 6.4.9 Finalment, observem que els alumnes de l'estudi formulen els seus problemes matemàtics amb ambigüetat i poca precisió.

Com s'observarà a continuació, els alumnes de tots els grups formulen els seus problemes matemàtics amb ambigüetat i poca precisió.

Aquests problemes matemàtics que hem vist que es formulen són molt poc precisos ja que no fan referència a les dades que coneixen, ni a les que poden conèixer ni a les que són propiament les incògnites del problema. En aquest cas es reconeix imprecisió ja que no fan cap referència ni a la forma ni a les dimensions del bar, quan abans sí que l'han definit. Cal recordar que el que es proposen en el seu projecte és augmentar el nombre de persones que poden cabre a tot el bar i no a una taula. Tampoc mencionen els condicionants de la situació. Alícia (El bar de l'institut) del grup GE formula el seu problema de la següent manera:

De quina manera hi cap més gent en una taula tenint la mateixa àrea, de forma rectangular o rodona? (Projecte 4, 2, 4-6)

En alguns enunciats tornem a trobar les mateixes dificultats que abans. Es fan formulacions imprecises ja que no especifiquen com és aquesta maniobra per aparcar, quines variables la condicionen (dimensions del cotxe, angles de gir...), quines dades coneixen o poden conèixer i quines són propiament l'objecte del problema. El problema que s'han formulat Almudena i Carol (Pàrquing al voltant de l'institut) del grup GC2 ha sigut:

Hauríem de calcular l'espai que necessita un cotxe per poder fer les maniobres, per aparcar, entrar i sortir de l'aparcament. Així doncs, hem de calcular l'espai que hi ha d'haver entre plaça de pàrquing i plaça de pàrquing (entre cotxe i cotxe). (Projecte 9, 9, 3-9)

En alguns altres casos, s'observa que pretenen ser precisos i fan referència a variables, tot i que no les identifiquen. En el projecte de Carmelo i Wenceslao (Optimització de llaunes de conserves) del grup GC4 l'únic enunciat de problema matemàtic que hem trobat no arriba a definir bé el problema ja que ni tan sols expliciten el que busquen, que són les dimensions que fan la superfície mínima.

El que volem és que el volum sigui constant, i que només variï la superfície total de la llauna, la b, la a i la h. (Projecte 10, 11, 3-4)

En els problemes que es plantegen Almudena i Carol (El disseny d'un pàrquing al voltant de l'institut) del grup GC2 el tipus de problemes que es plantegen són:

Cal mirar la manera de construir-lo per tal d'aprofitar millor l'espai (Projecte 12, 1,9-10)

Quant ocupa un cotxe aparcat en diagonal? (Projecte 12, 5,1)

Per calcular l'angle que necessita el cotxe per a sortir de la plaça del pàrquing i passar a una situació totalment perpendicular a la inicial hem traçat un triangle que mesuram l'angle que forma la direcció de les rodes davanteres podem obtindre , mitjançant les fórmules pròpies de la trigonometria, els graus necessaris.... (Projecte 12, 7,3-13)

En tots els casos són enunciats molt imprecisos que no inclouen elements matemàtics (variables, dades conegudes, condicionants o limitacions de la situació..).

Resultat 6.4.10 Els alumnes no mostren consciència de treballar amb models.

Els alumnes tenen la mirada posada en lo concret i no són conscients de que estan treballant amb models i no se'n adonen de que els seus problemes són casos particulars d'uns processos més generals. No veuen que els seus problemes poden fer-se servir per a generalitzar processos i que aquesta generalització els pot permetre resoldre el mateix problema, o similar, en una altra situació diferent, generalitzar resultats i fer prediccions.

Alícia (El bar de l'institut) del grup GE formula el seu problema de la següent manera:

De quina manera hi cap més gent en una taula tenint la mateixa àrea, de forma rectangular o rodona? (Projecte 4, 2, 4-6)

En aquest tipus d'enunciat no es pot reconèixer que tinguin consciència de treballar per aconseguir un model, ni de tenir clar quines variables determinen el nombre de persones que hi poden cabre al bar. El plantejament del projecte no es mostra orientat cap generalitzacions sinó a respondre qüestions concretes.

El problema que s'han formulat Almudena i Carol (Pàrquing al voltant de l'institut) del grup GC2 ha sigut:

Hauríem de calcular l'espai que necessita un cotxe per poder fer les maniobres, per aparcar, entrar i sortir de l'aparcament. Així doncs, hem de calcular l'espai que hi ha d'haver entre plaça de pàrquing i plaça de pàrquing (entre cotxe i cotxe). (Projecte 9, 9, 3-9)

En aquest cas tampoc són conscients de treballar sobre models ja que tracten de resoldre casos concrets en els que reconeixen algunes relacions entre ells però no fan intents de generalitzar.

En el projecte de Carmelo i Wencesalo (Optimització de llaunes de conserves) del grup GC4 l'únic enunciat de problema matemàtic que s'han plantejat ha sigut:

El que volem és que el volum sigui constant, i que només variï la superfície total de la llauna, la b , la a i la h . (Projecte 10, 11, 3-4)

En aquest cas, a diferència dels altres, en què el model matemàtic és tan clar, tampoc es troben les reflexions matemàtiques que fàcilment es podrien fer i les interpretacions del mateix amb la realitat. En canvi, posen èmfasi en les fórmules emprades, a les que dediquen tot un full. S'interpreta que la visió que tenen del que és fer projectes no és massa diferent a aplicar fórmules i fer operacions com un clàssic problema d'aula. Es creu que no mostren consciència del que és un model ni de la força i possibilitats que té, com és la de poder analitzar i comparar casos similars o fer prediccions.

Resultats 6.4.11 En la formulació de problemes no solen integrar elements de la realitat.

Alícia (El bar de l'institut) del grup GE formula el seu problema de la següent manera:

De quina manera hi cap més gent en una taula tenint la mateixa àrea, de forma rectangular o rodona? (Projecte 4, 2, 4-6)

Tampoc es refereixen als condicionants que la realitat imposa, com per exemple, l'espai que ocupa una persona en una taula, l'espai que necessita cada taula al seu voltant per a que les persones puguin asseure's i aixecar-se.

Aquests elements de la realitat que condicionen i defineixen el problema no apareixen a l'enunciat. Això ens fa pensar que la realitat no és una referència constant en el seu projecte sinó una excusa per plantejar-se aquest problema. Després, al llarg del procés, es trobarà que ho necessitarà i aleshores buscarà aquestes dades

El problema que s'han format Almudena i Carol (Pàrquing al voltant de l'institut) del grup GC2 ha sigut:

Hauríem de calcular l'espai que necessita un cotxe per poder fer les maniobres, per aparcar, entrar i sortir de l'aparcament. Així doncs, hem de calcular l'espai que hi ha d'haver entre plaça de pàrquing i plaça de pàrquing (entre cotxe i cotxe). (Projecte 9, 9, 3-9)

Tot i que no reconeixen elements de la realitat a l'enunciat del seu problema, sí que els tenen presents al llarg del procés per resoldre'l, com es pot veure al següent extracte:

”

El primer que vam fer va ser observar la zona i tenint en compte els càlculs de la roda (que necessitem 2,90 metres "3 m" entre plaça i plaça) Varem

arribar a les següents conclusions que havíem de tenir present a l'hora de fer la col·locació dels cotxes:

Que a l'entrada del pàrquing, a causa del poc espai, només la podem utilitzar com a entrada i sortida del pàrquing 1 (només hi caben 2 cotxes)."

" Que hi ha una porta de sortida de l'institut situada al final del pàrquing aleshores hem de tenir en compte que hem de deixar espai per sortir i entrar (a la zona que està tocant a l'institut. Fa 2,50 metres...)"

(Projecte 9, 11, 4-15)

Sí que relacionen matemàtiques i realitat en cada situació concreta.

CM4: Ser capaç de trobar solucions matemàtiques dins del model

Resultat 6.4.12 En general els alumnes de l'estudi troben solucions als problemes que s'han plantejat.

Malgrat que els alumnes troben solucions, es poden matissar algunes diferències entre els alumnes dels diferents grups. En el grup d'estudi GE és on trobem més diferències entre els mètodes emprats per resoldre els seus problemes. Podem observar el cas de Fàtima i Ruth que mostren solucions sense justificar. Diuen que les han trobat, que han fet els càlculs però no es veuen.

Hem calculat la distància de un cotxe, també hem calculat l'espai del terreny i l'hem dividit per la distància de un cotxe, i ja sabem quant cotxes hi caben. Tot això està representat en la cartolina que hi ha un plànol. (Projecte 2 pàg 7, 3-9)

En les cartolines a les que es refereixen trobem les mides d'un cotxe, no especifiquen quin tipus, i les mides que li corresponen al dibuix a escala. A l'altre cartolina donen les mides de l'espai del terreny i diuen:

En total caben 21 cotxes, entre cotxe i cotxe hem anat deixant espai per a poder fer bé la maniobra els cotxes. (Projecte 2 pàg 4, 1-8)

No justifiquen de on surten aquestes afirmacions.

En el cas de Mohamed, resol el seu problema aplicant el model de la proporcionalitat en 7 casos concrets. El que fan és donar les solucions amb nombres i fent una representació gràfica. Però no es generalitza a partir de les solucions. En canvi Georgina del mateix grup (GE) i que a més ha realitzat el mateix projecte sí que es capaç de fer una petita generalització al situar els diferents resultats sobre uns eixos de coordenades i fer la següent afirmació:

En aquest gràfic treiem la conclusió de que un animal gran menja més que un animal petit. (Projecte 5, pàg 4, 6-7)

En els altres dos casos d'aquest grup (GE), Irene (Pastissos i cultures) i Alícia (El bar de l'institut) apliquen models coneguts de proporcionalitat, fan servir els canvis de representacions al llarg de procés de resolució i en el cas de Irene tracta de buscar generalitzacions a través de treballar en diferents situacions. En el cas de Alícia sembla destacable que ha fet servir el mètode heurístic per determinar el valor d'algunes de les variables que intervenen en el seu projecte. Per determinar l'espai que necessita una persona a la taula han realitzat diferents proves i han acabat per fixar aquesta longitud en 55 cm. Elles, al seu projecte, ho expressen de la següent manera:

Vam inventar les mides de manera que cabessin 8 persones per taula i tinguessin 55 cm per cada una. (Projecte 4, pàg 3, 15-16)

En aquesta ocasió, no aprofiten la feina i reflexions prèvies que havien realitzat. En aquest cas disposem de l'entrevista enregistrada que ens explica realment com van aconseguir fixar aquests valors.

Prof.- ..què necessites per saber l'espai que necessita una persona. . .

Prof.- vosaltres feu una estimació. Tú que consideres?

Alícia.- 40 cm

Prof.- Mira vosaltres dues esteu juntes.

Alícia .- 40 cm . .

Prof.- Però esteu rectes, no? Quant espai necessita una persona per dinar? .

Alícia.- 40 cm en total

Prof.- Vale. A vosaltres us sembla... A veure m'ho poses a mi. Si jo vinc a dinar amb 45 cm jo podria dinar? Oh? . . És molt just. Jo hauria de dinar així. . .

Alícia.- 60 cm com a molt. . .

Prof.- 60?

Clara.- 55 . .

Prof.- Hem decidit, tú estàs d'acord? 55 cm una persona, vale?

Alícia.- Sí.

(Entrevista inicial pàg 3, lin 16 i ss)

Després quan mesurin les taules actuals del bar se'n adonaran de que la seva estimació és la mateixa que la que ha fet qui va dissenyar aquestes taules, ja que tenen una llargada de 110 cm. . D'una manera similar han fixat el valor de l'espai que han de deixar entre taules.

Prof.- El que fa Alícia per exemple. Està comprovant-lo ella. Quant espai necessites Alícia?

Alícia.- 40 cm . .

Alícia.- 80 de taula a taula.

(Entrevista inicial pàg 13, 1,2,3,,13)

Entre els alumnes del grup GC2 es pot destacar el cas d'Ada i Hilda (Els recipients de la Dani) pel seu interès. Tractaven de comprovar si les mides de les llaunes estaven definides de manera que optimitzessin el material emprat en la seva construcció. El mètode que han emprat ha sigut per a un determinat model de llauna, per exemple la cilíndrica; han conservat el volum fix i han trobat la relació entre l'alçada i el radi. Han considerat el radi com a variable independent i han calculat la superfície total de la llauna per a cada mida de radi. Han recollit els resultats en una taula i sobre ella han pogut trobar les dimensions de la llauna que feien que el material emprat fos el mínim.

Els alumnes del grup GC4 en general han resolt els seus problemes aplicant models que ja els eren coneguts. En el cas de Mateu, Imma i Camila el que havien d'optimitzar era l'ús dels títols de transport, han emprat l'estratègia de construir taules i, per comparació, han deduït el cas òptim.

CM5: Ser capaç d'interpretar resultats associats a la situació proposada

Resultat 6.4.13 En general els alumnes del grup d'estudi GE tenen algunes dificultats més que els altres per interpretar matemàticament els resultats trobats en els seus problemes, mentre que la interpretació dels resultats en el món real no mostra diferències significatives respecte els alumnes dels altres grups.

S'observa que hi ha dos projectes en els que no s'explicita una interpretació de les solucions matemàtiques. De la manera com Mohamed explica el procés matemàtic que segueix sembla que ho entén de manera molt senzilla.

Per calcular el percentatge del que menja cada animal respecte al seu pes s'ha de multiplicar els kg que menja al dia per 100 i dividir-ho entre els kg que pesa. En el cas del marabú serà: $1,5 \times 100 / 15 = 10\%$ (Projecte 1, pàg 2, 10-13)

Si volen explicar aquesta operació matemàticament seria millor dir que divideixen el que menja entre el que pesa, i el que ens donaria seria la proporció en tant per ú i aleshores multiplicat per 100 ens donaria la proporció expressada en tant per cent.

En el cas de Fàtima i Ruth (Pàrquing al voltant de l'institut) No hi ha interpretació matemàtica perquè no es veu el procés, senzillament diuen que han fet uns càlculs que els han portat a les solucions que mostren. Per tant no podem veure cap interpretació matemàtica.

En general les interpretacions que fan són vàlides per als casos que ells s'han plantejat. Tot i que molts del processos que han fet servir són vàlids per altres casos en general, els alumnes de l'estudi no expliciten les generalitzacions. S'interpreta que no són massa conscients de la potència que tenen els processos matemàtics que fan servir i han de mirar-se els problemes que aborden amb una amplitud d'enfoc a la que no estan habituats. Per exemple Georgina (El parc de les aus) del grup d'estudi fa un enunciat com:

En aquest gràfic treiem la conclusió de que un animal gran menja més que un animal petit (Projecte 5, pàg 4 6-7)

A continuació posa el gràfic sense indicar el que representa cada un dels eixos de coordenades. No resalta de cap manera que el gràfic que ha posat permet de fer una estimació del que menja un animal en funció del seu pes, i que aquesta dada és més important que la de trobar els casos particulars que ha fet.

Entre els alumnes del grup GC2 i GC4 tots troben les solucions de manera correcta i les interpreten pel cas que ells han estudiat. Sembla interessant destacar la solució que prenen Almudena i Carol al seu projecte "Pàrquing al voltant de l'institut"; per organitzar l'espai prenen la decisió de posar els cotxes d'una manera determinada i després la comproven:

També vam decidir que al mig podríem posar una filera de cotxes, vam arribar a la conclusió de que els posaríem en vertical, ja que si els poséssim horitzontalment no ens quedarien els 2,90 metres (arrodonim a 3) per fer la maniobra. Ho comprovem de la següent manera:

$4,6 \times 3 = 13,80$ metres és lo que ocuparien les tres fileres en vertical, i doncs si ho restem de 18 sabrem l'espai que ens sobra per a fer els dos carrils i en

aquest cas és 4,2 i a simple vista ja es veu que no és possible. Per tant si la filera del mig la féssim horitzontal ens quedaria més espai: $4,6+2,5+4,6=11,7$

Doncs si ho restem de 18 per saber l'espai que ens queda lliure ens queda el següent $18-11,70=6,30$ per tant si aquesta xifra la dividim entre dos per saber l'espai que ocuparà cada carril. $6,30:2=3,15$ Aquesta xifra ens indica que per cada carril tenim 3,15 d'espai per que passi el cotxe. Per tant està bé.

(Projecte 9, pàg 13, 1-16)

Però no es veuen ni tan sols intents per estendre els resultats obtinguts o si més no, una part d'ells, a situacions no estudiades directament. Per exemple en el projecte "Les diferents companyies de vol" resolen correctament el cas de París i Liverpool (Projecte 6) però què podríem dir d'un viatge a Lisboa, Londres o Roma per exemple? Hi haurien moltes diferències i similituds? Aquest tipus de reflexions no les trobem en cap del treballs analitzats. Interpretem que si no els ha sortit d'una manera natural és perquè no han treballat aquest tipus d'enfoc amb anterioritat.

CM6: Ser capaç de comparar el resultat obtingut amb la realitat original

Resultat 6.4.14 En general, els alumnes de l'estudi no són capaços de validar el model que han construït i/o fet servir per resoldre el seu problema.

En els projectes analitzats no hem trobat que els alumnes es preocupin per validar el model que han construït o fet servir per treballar al seu problema. S'interpreta que en part es pot entendre per la manca d'hàbit per realitzar aquest tipus de validacions en altres activitats de matemàtiques escolars.

6.5 Anàlisi dels processos de modelització

Ja s'ha dit que no tots els alumnes segueixen el mateix procés de modelització, ni realitzen les mateixes accions ni en el mateix ordre. La seqüència que segueix cada grup d'alumnes és en sí mateixa un indicador més de les seves competències modelitzadores. Fins ara s'han analitzat les competències de manera aïllada; en aquest apartat s'analitzarà el procés de modelització de cada projecte globalment.

L'anàlisi s'ha realitzat tenint com a referència el model de procés de modelització de la figura 6.3. En aquest model estan recollides 16 accions que es consideren que serien el bon procés de modelització. A cada una ens referirem com "Pas". En una taula es recull cada

"pas" que es reconeix en el projecte, la pàgina, la línia, i una breu explicació del que és el que es reconeix. En el cas del projecte del Parc de les aus (a) en el que ha participat Mohamed s'ha obtingut el resultat que es mostra a la taula 6.12.

Taula 6.12: Anàlisi de les competències modelitzadores de Mohamed

PAS	PÀG	LÍNEA	Què identifiquem
10	2	1-4	Es plantegen un problema.
4	2	5-9	Donen seleccionades les variables que intervenen al seu problema.
11	2	10-22	Resolució del seu problema per mitjà d'una taula.
8	2	10 a 13	Expliciten pel cas particular del Marabú com buscar la proporció menjar/pes.
13	2	15	Interpreta els resultats de la última columna de la taula.
	3	1 a 3	Fan un canvi de representació de les solucions per fer una interpretació.
	3	4 a 12	Fan explícita la interpretació dels resultats.
10	4	2-5	Formulació d'un nou problema.
8	4	6-9	Expliciten pel cas particular del Marabú el que hauria de menjar si la proporció fos del 133%.
11	4	10 a 18	Resolen i donen solucions.
13			Interpreten el significat dels resultats que obtenen.
10	4	19-20	Plantejament del 2n cas del nou problema.
11	4	21-33	Solució problema.
8		21 a 24	Expliciten pel cas particular el càlcul de la proporció.
13		1-11	Interpretació i contrast a la realitat de les solucions obtingudes.
	6	sencera	Interpretació dels tres resultats.

Els resultats sobre la competència modelitzadora dels altres projectes es poden veure en taules similars a l'annex K.

Per tenir la visió de la quantitat i seqüència dels passos donats en l'elaboració del projecte s'han representat de manera ordenada els nombres que apareixen a la columna *PAS*. D'aquesta manera s'obté el que s'ha anomenat vector de la seqüència de modelització de cada projecte. A la taula 6.13 es mostren els vectors de les seqüències de cada projecte.

Taula 6.13: Seqüències modelitzadores observades

Projecte	Autors	Seqüència
1.- El Parc de les Aus	Mohamed	10, 4, 11, 8, 13, 13, 13, 10, 8, 11, 13, 10, 11, 8, 13, 13
2.- Aparcament al voltant de l'institut	Fàtima i Ruth	2, 4, 11, 4, 11, 11
3.- Pastissos i Cultures	Irene	2, 2, (10), 3, 3, 3, (10), 11, 13, 11, 4, 4, 8, 11, 13, 11, 13, 11, 13, 11, 13, 13 (10), 11, 13, 11, 13, 11, 13, 11, 13, 11, 13, 13
4.- El Bar de l'Institut	Alícia	10, 1, 2, 3, 3, 12, 9, 3, 3, 12, 3, 4, 4, 8, 6, 11, 4, 4, 11, 8, 13
5.- El Parc de les Aus	Georgina	2, 4, 10, 11, 13, 8, 12, 13
6.- Les diferents companyies de vol	Sibila i Carina	1, 2, 3, 4, 10, 11, 11, 12, 13, 13, 13, 13, 12, 13, 4, 6, 8, 8, 8,
7.- Els recipients de la Dani	Ada i Hilda	1, 2, 3, 4, 11, 10, 6, 8, 8, 12, 13
8.- Companyies de vols econòmics	Raimon i Max	1, 2, 3, 11, 4, 11, 8, 12, 13, 13
9.- Pàrquing al voltant de l'institut	Almudena i Carol	1, 1, 2, 3, 10, 11, 3, 4, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 13, 3, 11, 12, 13, 13, 3, 4, 11, 12, 13, 11, 4, 3, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 13, 3, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 13, 3, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 13, 14

Continua a la pàgina següent

Continuació de la taula 6.13

Projecte	Autors	Seqüència
10.- Optimització de llaunes de conserves	Carmelo i Wenceslao	1, 2, 10, 3, 4, 6, 11, 12, 11, 13, 8, 13, 3, 4, 11, 12, 11, 10, 13, 8, 13, 14
11.- La despesa de l'aigua	Roldan, Gustau i Damià	1, 2, 10, 8, 11, 12, 13, 13, 10, 8, 11, 12, 13, 13, 10, 11, 12, 13, 10, 8, 11, 12, 6, 13, 10, 8, 4, 11, 12, 8, 11, 12, 13, 10, 3, 4, 8, 8, 11, 12, 10, 8, 11, 12
12.- El Pàrquing al voltant de l'institut	Mar, Heribert i German	1, 1, 3, 10, 11, 10, 4, 11, 12, 10, 3, 8, 11, 10, 11, 10, 11
13.- Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb RENFE o Atm?	Mateu, Imma i Camila	2, 10, 3, 3, 3, 3, 2, 4, 4, 8, 4, 8, 8, 11, 11, 11, 13, 8, 11, 13, 11, 11, 11, 13, 13, 9, 11, 11, 11, 13, 10, 11, 11, 13, 10, 11, 11, 13, 13

Es vol caracteritzar els processos de modelització que segueixen els alumnes i reconèixer elements comuns i diferents entre els processos emprats pels alumnes dels diferents grups de la nostra recerca. Així, interessa saber de cada projecte per quins passos passa i quantes vegades. Aquestes dades estan recollides a la taula 6.14 que podem veure a continuació.

Taula 6.14. Resum processos de modelització

Projecte	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	total	Diferents
Parc aus	0	0	0	1	0	0	0	3	0	3	3	0	3	0	0	13	5
Aparcament al voltant de l'institut	0	1	0	2	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	5	3
Pastissos i cultures	0	1	1	1	0	0	0	1	0	3	12	0	11	0	0	30	7
Bar institut	1	1	3	2	0	0	0	2	1	1	2	2	1	0	0	16	10
Parc aus (b)	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	2	0	0	8	7
Companyies vol	1	1	1	2	0	1	0	1	0	1	1	2	2	0	0	13	10
Recipients DANI	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	10	10
Vols econòmics	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	2	1	1	0	0	9	8
Pàrquing	1	1	7	3	0	0	0	0	0	0	20	18	18	1	0	69	8
Optimització llaunes	1	1	2	2	0	1	0	2	0	2	4	2	4	1	0	22	11
Despesa aigua	1	1	0	0	0	0	0	7	0	7	8	8	5	0	0	37	7
Pàrquing institut	1	0	2	1	0	0	0	1	0	5	5	1	0	0	0	16	7
Renfe - ATM	0	2	1	2	0	0	0	3	1	3	6	0	6	0	0	24	8
N Proj	8	11	10	11	0	3	0	11	2	10	13	9	11	2	0		
F total	8	12	20	18	0	3	0	20	2	27	67	36	54	2	0		

Aquesta taula també ens dóna altres informacions d'interès per a la nostra anàlisi. Les dues últimes columnes ens donen informació sobre el nombre total de passos o accions que realitzen els alumnes en l'elaboració del projecte i el nombre de passos diferents. Llegint les dades de la taula verticalment es pot veure a les dues últimes files el nombre de projectes que passen per cada "pas" del procés i el nombre total de vegades que s'ha passat per a cada un d'aquests "passos."

A partir d'aquestes dades de la taula 6.14 podem obtenir els següents resultats:

Resultat 6.5.1. Hi ha tres passos, 5, 7 i 15, del procés de modelització que els alumnes no han realitzat. Això significa que:

- No han identificat i explicitat els àmbits matemàtics on situen el model.
- No han controlat les relacions matemàtiques establertes.
- Ningú ha considerat que el model trobat no responia a la situació real i ha refet el model elaborat.

El pas 5 no és imprescindible per a completar el procés de modelització. Però, per a nosaltres, és important que l'alumne mostri la consciència de les matemàtiques que està fent servir. En el pas 7 l'alumne mostraria que té una visió de conjunt de totes les variables i com es relacionen i condicionen els valors que poden tenir. Aquest pas és exigent perquè requereix que l'alumne tingui una visió més global de la situació que la que habitualment es té a les activitats de l'aula i, per tant, no ho ha posat en pràctica; això és el que podria explicar aquest resultat. El pas 15 és característic en un procés de modelització però entenem que és nou per l'alumnat ja que implica tenir l'hàbit de fer comprovacions, de pensar que no hi ha solucions úniques a un problema i que aquestes són millorables. A més, implica que ha de prendre la decisió de quan la solució trobada és acceptable o quan no ho és, aleshores amb quin criteri pot actuar? Es pot dir que els alumnes de l'ensenyament obligatori no estan habituats a enfocar les activitats matemàtiques que se'ls proposen a l'aula amb aquestes creences i habilitats.

Resultat 6.5.2. Els alumnes tenen moltes dificultats en els passos 14, 9 i 6 del procés de modelització.

Si considerem la penúltima fila de la taula ens dóna la quantitat de projectes que han passat per cada pas del procés de modelització. Això ens indica clarament que els passos de més dificultat per als alumnes són el 14 el 9 i el 6. Si es mira la última fila, que dóna el nombre total de vegades que en els diferents projectes els alumnes han realitzat les accions de cada pas, encara es confirma més el resultat ja que es veu com les diferències entre les freqüències de cada acció es fan més grans.

Resultat 6.5.3. Els alumnes del grup GE són capaços de realitzar el procés de modelització però seguint seqüències modelitzadores més senzilles que els dels altres grups

Si s'observa el nombre total de passos emprats a la seqüència modelitzadora realitzada es veu que els alumnes del GE en fan servir menys que els altres. La diferència amb el grup de contrast GC2 és molt lleugera però amb el grup GC4 és notòria.

Si es mira la quantitat de passos diferents que fa servir cada grup a la última columna

de la taula, també s'observa que els alumnes del GE fan servir seqüències amb menys passos diferents que els dels altres grups. Les diferències amb els alumnes del grup de contrast GC2 són petites però amb el grup GC4 són molt evidents

Acabat l'anàlisi de les competències modelitzadores a la següent secció es mostren les anàlisis que corresponen a les competències de pensament i raonament matemàtic.

6.6 Resultats del bloc competencial pensament i raonament matemàtic

L'anàlisi del bloc competencial de pensament i raonament matemàtic dels alumnes del grup d'estudi ha donat la valoració que es mostra a la taula 6.15. (Les columnes es refereixen als indicadors de la taula 2.11)

Taula 6.15: Pensament i raonament al grup d'estudi

	Grau assolit a les subcompetències PRM al grup GE																						
	1		2						3			4		5		6			7		8		
	1	2	1	2	3	4	5	6	1	2	3	1	2	1	2	1	2	3	1	2	1	2	
1.- Mohamed , Ovidi i Claudio (El parc de les aus)	1			1	1				1						1					1	2		
2.- Fàtima i Ruth (Disseny d'un pàrquing al voltant de l'Institut)	1				1																		
3.- Irene i Ma- rina (Pastissos i cultures)	1			1	1					2					1					1	2		
4.- Alícia i Clara (El bar de l'institut)	1			1	1	1			1	2					1					1	2		
5.- Georgina , Laura i Tatiana (El parc de les aus)	1			1	1				1						1					1	2		

D'aquest anàlisi nosaltres en treiem els següents resultats :

Resultat 6.6.1 L'alumnat amb dificultats no té nivell zero per realitzar raonaments matemàtics.

Aquest resultats mostren indicadors suficients que permeten reconèixer la competència per realitzar raonaments matemàtics dels alumnes d'aquest grup. De les 8 subcompetències que s'analitzen no s'han pogut reconèixer accions que es corresponguin amb les subcompetències 4, 6 i 8, del quadre inicial. Però aquesta mancança la tenen pràcticament igual els alumnes dels altres grups GC2 i GC4, com veurem més endavant. Per tant no es tracta d'una dificultat dels alumnes del grup GE sinó d'una dificultat en general pels alumnes de l'ESO. Les altres subcompetències, les hem pogut reconèixer en diferents graus d'assoliment. Es destaca que els alumnes mostren un grau elevat d'assoliment en el cas de la sub-competència (7) que es refereix a "reconèixer les idees matemàtiques bàsiques d'una línia argumental donada.." Tanmateix aquests alumnes mostren un nivell discret d'assoliment a les altres sub-competències. S'interpreta que aquests resultats han estat possibles per la gran implicació dels alumnes en els seus treballs, per una elevada motivació i pel seguiment realitzat pel professorat.

En el segon grup de treballs analitzats, alguns resultats són millors, de manera que s'observen graus més alts d'assoliment de les competències.

Taula 6.16: Resultats pensament i raonament grup GC2

	Grau assolit a les subcompetències PRM al grup GC2																					
	1		2						3			4		5		6			7		8	
	1	2	1	2	3	4	5	6	1	2	3	1	2	1	2	1	2	3	1	2	1	2
6.- Sibila i Carina (Les companyies de vol econòmic)		2			1					2				1					1	2		
7.- Ada i Hilda (Les llaunes de conserves)	1			1	1	1					3			1					1	2		
8.- Raimon i Max (Vols econòmics)	1			1	1					2	3			1					1	2		
9.- Almudena i Carol (pàrquing al voltant de l'institut)		2	1	1	1	1	1		1					1		1				2	1	

Els resultats del tercer grup analitzat es poden veure a la taula següent:

No mostren diferències significatives respecte al grup d'alumnes GC2. Tanmateix, sí que es pot observar una certa disminució del grau d'assoliment d'algunes sub-competències. Es creu que pot ser degut a diferents motius. Els mateixos temes treballats condicionen el nivell competencial exigint ja que algun del problemes abordats tenen continguts matemàtics senzills i es resolen amb un nivell més baix. Per exemple, els continguts matemàtics del treball sobre les tarifes de tren són més senzills que els que intervenen en el del pàrquing. També es creu que dificultats de coordinació entre els membres del grup pot donar com a resultat que es mostri un nivell competencial més baix, com pot haver passat al treball 12 del pàrquing al voltant de l'institut.

Taula 6.17: Resultats pensament i raonament grup GC4

	Grau assolit a les subcompetències PRM al grup GC4																						
	1		2						3			4		5		6			7		8		
	1	2	1	2	3	4	5	6	1	2	3	1	2	1	2	1	2	3	1	2	1	2	
10.- Carmelo i Wenceslao (Optimització de llaunes de conserves)		2		1	1	1					3				1					1	2	1	
11.- Roldan, Gustau i Damià (La despesa de l'aigua)	1		1	1	1				2						1		1					2	
12.- Mar, Heribert, German (El pàrquing al voltant de l'institut)		2		1	1	1				2					1								
13.- Mateu, Imma, Camila (Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o amb ATM)		2		1	1										1							2	

Resultat. 6.6.2 Constatem que els resultats del grup GE són més baixos que els dels altres dos grups GC2 i GC4. Els alumnes del grup GE mostren resultats competencials similars als del nivell educatiu més elevat (grup GC4), i en grau menor respecte als del mateix nivell educatiu i considerats més avançats (grup GC2). Els alumnes amb bons resultats acadèmics (grup GC2) són els que mostren millor nivell competencial.

Això es pot veure a la taula 6.18 on es mostra per a cada grup GE, GC2, GC4, la quantitat de descriptors que es troben de nivell 1, 2, 3 o en blanc.

Es considera que els resultats al grup d'alumnat amb dificultat és més baix perquè en cap dels cinc projectes mostren un nivell competencial de 3 mentre que en els altres grups GC2 i GC4 ho fan en dues i una ocasió respectivament. El grup GE, amb 5 projectes, mostra nivell competencial 2 en sis ocasions mentres que en els casos del grups GC2 i GC4 que fan quatre projectes en cada cas mostren nivell 2 en vuit ocasions cada grup. En el grup GE hem deixat de reconèixer algun descriptor en 63 ocasions, el que representa el 66,32 %; els altres dos grups no arriben a percentatges tan elevats.

Taula 6.18: nivell competencial dels tres grups

Grup D'alumnat	Nº Projectes	Freqüència Absoluta				Percentatge			
		1	2	3	Blanc	1	2	3	Blanc
GE	5	26	6	0	63	27,37	6,32	0	66,32
GC2	4	23	8	2	43	30,26	10,53	2,63	56,58
GC4	4	19	8	1	48	25	10,53	1,32	63,16

Tal com es posa de manifest a la taula 6.4, els alumnes del grup GC2 els que tenen bons resultats acadèmics: són els que mostren millor nivell competencial ja que en tots els nivells tenen un percentatge més gran que els altres grups. Al mateix temps, on té el percentatge més petit és al nombre de descriptors en blanc.

PR 1: Plantejar qüestions matemàtiques

Resultat 6.6.3 Els alumnes del grup amb dificultats d'aprenentatge (GE), són capaços de qüestionar-se sobre el canvi, la proporció, la mesura, l'optimització i altres qüestions matemàtiques a partir de les situacions reals, però sense referir-se a l'interès social que té plantejar-se aquestes qüestions. Mentre que als grups més avançats o d'altres cursos, trobem alumnes que sí són capaços de posar de manifest l'interès social de plantejar-se una determinada qüestió.

En efecte, Georgina, al seu treball, ens explica què es planteja sense resaltar el perquè és interessant plantejar-s'ho.:

El nostre treball es diu "El parc de les Aus", ens hem plantejat saber qui menja més un animal petit o un animal gran. Hem hagut d'anar al Parc de les Aus (Projecte 5, pàg 2 línia 1 i 2)

Sibila i Carina fan referència a aspectes de valor social del treball, quan es refereixen a estalviar diners ja que això és quelcom que tothom valora. Per tant qualsevol estratègia que porti a estalviar diners té interès.:

El que nosaltres ens proposem és de quantificar el que es pot arribar a estalviar en viatges, depenent de les diferents companyies de baix cost reduït que tú escullis (Projecte 6,5, 2-5)

Alguns estudiants com Irene, del grup d'estudi (GE), que ha fet el seu projecte sobre *Pastissos i Cultures* reconeixen l'aspecte social com a quelcom original i divertit:

Aquest treball té com a títol "Pastissos i cultures", vam agafar aquest tema perquè ens va semblar original i fins i tot divertit, ademés a les dues ens agrada cuinar.

Aquest treball té com objectiu comparar els diferents preus i ingredients dels diferents pastissos, ho hem fet de les tres maneres possibles.... (Projecte 3, 3, 2-6)

Altres s'ho plantegen com una situació d'adequació entre el món real i la feina que es proposen fer .

Consisteix en formar un pàrquing al voltant de l'Institut, per el motiu de que hi ha molts cotxes, sobre tot en hores d'entrenament de fútbol (ja que al costat hi ha dos camps de fútbol del F.C. Vilassar de Mar) també en hores escolars i els caps de setmana perquè fan molts partits.

Aleshores veien aquest problema varem decidir que la solució més adequada seria, com hem dit abans fer un pàrquing. És a dir, el nostre objectiu és organitzar l'espai al voltant de l'institut. (Almudena i Carol Projecte 9, 2,4-13)

PR 2: Comprendre i manipular les limitacions i l'abast de conceptes donats

Resultat 6.6.4 El nivell competencial dels alumnes amb dificultats (GE) és similar al dels alumnes dels altres grups. El nombre d'accions que realitzen els alumnes del grup GE on es reconeixen aquesta sub-competència és inferior al nombre d'accions que realitzen els alumnes dels altres dos grups. El nivell competencial que mostren els alumnes dels grups que no tenen dificultats són molt similars.

Els alumnes del grup GE en la comprensió i manipulació de les limitacions i abast de conceptes donats mostren un nivell competencial de nivell 1 igual que els dels alumnes dels grups GC2 i GC4. Podem observar una diferència entre els alumnes amb dificultats i els que no les tenen. Els alumnes del grup GE pràcticament realitzen només dos tipus d'accions diferents que mostren aquesta competència mentre que al grup GC2 al projecte 9 (pàrquing al voltant de l'institut) els alumnes realitzen 5 accions diferents (totes elles igualment a un nivell 1) que permeten reconèixer aquesta sub-competència. Al projecte 7 hi podem reconèixer tres accions diferents vinculades a aquesta sub-competència. En el grup GC4 només hi ha un alumne dels

quatre que mostra la competència a través de dos accions diferents; els altres ho fan a través de tres. A la mateixa conclusió s'arriba si es mira el nombre d'accions en blanc que es troben a cada un dels grups. A la taula 6.19 es mostra aquesta proporció:

Taula 6.19: Descriptors competencials en blanc

Grup	Proporció de descriptors en blanc	
	Absolut	Relatiu
GE	20	66,66
GC2	14	58,3
GC4	13	54,16

Es veu, per tant, que la proporció més gran d'accions en blanc no realitzades correspon al grup GE mentre que els altres dos grups GC2 i GC4 estan a nivells similars.

Resultat 6.6.5 Els alumnes del grup (GE) són en general menys competents que els alumnes dels altres grups d'estudi per fer suposicions raonades sobre les condicions dels problemes o restringir els possibles valors de les variables d'acord amb la naturalesa del problema.

En els projectes dels alumnes del grup amb dificultats, només constatem un cas (Alícia) que es mostra competent en fer suposicions raonades sobre les condicions dels problemes. En el seu projecte s'expressa de la següent manera per referir-se a les mides del segon tipus de taula:

Vam inventar les mides de manera que cabessin 8 persones per taula i tinguessin 55 cm per cada una. (Projecte 4, 3,15-16)

En els projectes dels alumnes del grup GE no trobem altres expressions d'aquest tipus, sí que les trobem, però, en els treballs d'alumnes dels altres grups. Per exemple, Ada i Hilda al seu projecte sobre les llaunes expliquen com han construït una taula on calculen la superfície de llaunes cilíndriques per diferents valors del radi de la base:

Les dades de la base i de l'amplada les hem posat nosaltres, i amb aquestes dades i el volum (que sempre és el mateix), ja podem saber totes les altres dades. (altura, S base, S lateral i S Total) (Projecte 7, 4,5-7)

En aquest cas es veu que aquests estudiants són conscients de que estan controlant els valors que donen a les variables.

Resultat 6.6.6 En general els alumnes del nostre estudi no es mostren conscients de l'abast i aprofundiment del problema que s'han plantejat.

Únicament podem reconèixer un cas entre els 13 que es consideren, en el qual els alumnes mostren indicis de ser conscients de l'abast del problema que estan resolent. És el cas d'Almudena i Carol (Projecte 9 El pàrquing al voltant de l'institut), alumnes del grup GC2, que es manifesten de la següent manera:

El nostre treball es podria haver complicat molt més, ja que podríem haver fet més pàrquing de motos, o haver fet, també pàrquing en la zona on cada any es posa la fira.. Però pel temps que teníem i les circumstàncies era massa complicat i lios, així que ho varem deixar així. Creiem que no hi ha cap treball que es pugui afegir al nostre per completar-lo. (Projecte 9, 25, 8-15)

Aquí es pot observar que mostren consciència de l'abast del problema que es plantegen i que renuncien a ampliar-ho més perquè augmentaria la dificultat i no disposen de suficient temps per realitzar el projecte.

Resultat 6.6.7 Els alumnes del nostre estudi no han sigut capaços de reconèixer limitacions vinculades a les propietats matemàtiques dels conceptes implicats en el projecte.

No hem pogut reconèixer cap projecte que s'expressi en aquest sentit. S'interpreta que es tracta d'un raonament difícil al que no estan habituats i que requereix un domini de la matemàtica que encara no tenen.

PR 3: Extendre l'abast d'un concepte per abstracció d'algunes de les seves propietats; generalització de resultats al major nombre de classes d'objectes

Resultat 6.6.8. L'alumnat amb dificultat és capaç d'usar expressions algèbriques com a forma d'expressió del que consideren important i explicar algunes generalitzacions. Tanmateix, els alumnes que no són del grup (GE), són capaços de fer servir continguts nous, ja que les condicions del seu treball els ho permet.

Això es veu perquè els alumnes del grup GE en cap cas realitzen accions a les que s'han

atribuït un nivell 3. Com a molt en dos casos arriben a realitzar accions del nivell 2. Mentre que entre els alumnes dels grups GC2 i GC4 es troben a alguns que arriben a efectuar accions al nivell 3. Aquestes diferències signifiquen que els alumnes del grup GE fan servir generalitzacions per explicar certs càlculs o expressions algèbriques. Però els alumnes dels grups GC2 i GC4 a més de fer servir aquests tipus d'expressions són capaços de fer servir continguts nous no explicats a classe però que les condicions del seu treball els ho permet. Aquestes diferències es veuen millor als següents exemples:

Al projecte 3 *Pastissos i cultures* d'Irene mostra que és capaç de fer servir generalitzacions per resoldre el seu problema com:

Per poder fer els preus dels pastissos hem de dividir el preu de l'ingredient que necessitem per la quantitat que té aquest ingredient, (això dona el preu d'un gram), després ho hem de multiplicar per la quantitat que necessitem, així ho hem de fer amb tots els ingredients d'una recepta i, per últim sumar-los així ens donarà el preu del pastís (Projecte 3,9,7-12)

Aquest tipus de expressió general per efectuar un càlcul és el que es considera amb un nivell competencial 2. En canvi, es reconeix un nivell més alt de raonament en el projecte 7 d'Ada i Hilda (grup GC2) sobre les llaunes quan sense haver treballat a l'aula la manipulació d'expressions algèbriques, elles han deduït l'altura a partir de la expressió del volum del cilindre:

*L'Altura: $V:Sbase$ S. Base: $Base*Amplada (b*a)$ S. lateral: $Base *Altura (b*h)$
S. Total: $S base*2 + S. lateral*4$ (Projecte 7, 4, 14-17)*

La notació emprada no és perfecta però sí que es reconeix un nivell competencial superior a l'anterior i, per aquesta raó, se li ha atribuït un nivell 3.

PR 4: Distingir entre diferents tipus d'enunciats matemàtics

Resultat 6.6.9. Cap alumne dels tres grups es mostra competent per reconèixer la diferència d'abast i validesa dels diferents tipus d'enunciats matemàtics com conjectures, suposicions, condicions, implicacions, cas particular, raonaments heurístics.

A cap dels projectes que s'han analitzat no s'ha trobat que l'alumnat faci apreciacions per reconèixer el diferent abast i validesa dels diferents tipus d'enunciat matemàtic. Nosaltres interpretem que els alumnes no ho fan perquè no saben les diferències que hi ha entre aquests diferents tipus d'enunciats, ni la seva importància en la construcció del coneixement matemàtic.

PR 5: Comprendre i avaluar arguments encadenats posats per altres

Resultat 6.6.10 En general els alumnes del nostre estudi mostren tenir un mateix nivell competencial per comprendre i avaluar arguments posats per altres.

En els projectes dels alumnes de l'estudi es reconeixen la comprensió que han fet de les explicacions realitzades pel professor. En tots ells s'els ha atribuït un nivell 1 perquè es l'únic nivell que es reconeix. En el projecte d'Almudena i Carol del grup GC2 es reconeix on mostren el que han comprès en una conversa amb el professor.

Conversant varem arribar a la conclusió de que hauríem d'anar a un pàrquing per poder fer tot el procés (Projecte 9, 9, 10-12)

Aquesta explicitació tan clara no l'hem trobada en altres projectes, però sí que es pot deduir que comprenen les explicacions que se'ls fa analitzant les entrevistes que s'han mantingut.

Dues alumnes del grup GE no mostren que hagin comprès les explicacions del professor perquè en el seu projecte no es troben recollides. És el cas de Fàtima i Ruth que diuen coses però sense explicar clarament quin és el problema que es plantegen, ni com el resolen després d'haver mantingut una entrevista amb el professor. Així s'expressen:

Aquest treball es tracta de proposar un tros de terreny per fer un aparcament, per als vehicles, perquè com no hi ha aparcament, aparquen a la vorera, i hi ha molts problemes. (Projecte 2,2, 2-7)

No estan dient el problema que es plantegen, ni de que depén, ni més endavant expliquen com ho resolen ja que diuen:

Tenim que mesurar els metres del terreny, hem pensat com treure els cotxes que hi ha en el tros de terra, hem calculat les distàncies dels vehicles, la maniobra del cotxe, la distància del terreny, l'espai de l'aparcament quan surten i entren els cotxes. (Projecte 2, 3,2-9)

En el seu projecte no es veuen més càlculs, de fet tampoc donen cap resultat numèric ni tampoc parlen de la quantitat de cotxes que hi cabrien en el seu pàrquing,

En canvi si revisem l'entrevista que van mantenir amb el professor veiem el que es va dir:

A la primera entrevista es va produir aquest diàleg

...el que hem refereixo jo es a dir què és el que fareu primer

Fàtima i Ruth Pues ...dir els cotxes

Professor.- Pues això, jo vull que digueu, primer, trobar les dimensions del cotxe. Segon.

F-R Huum L'espai no? Huum no quants cotxes hi ha al matí ..

P.- Numero de cotxes. Primer les dimensions del cotxe. Dos, número de cotxes. Tres

F-R.- eeeem ... l'espai no?

P.- L'espai que disposem. I aleshores que faràs d'aquest espai? Què faràs amb aquest espai?

F-Ren el numero de cotxes

P.- Pensa pensa

F-R .- i mesura de cada...

P.- A això li podríeu dir que és organitzar aquest espai, ...no? De manera que hi càpiguen aquests cotxes i de manera que hi puguin maniobrar també . Haureu de posar alguns criteris. Pots posar dos cotxes així un darrera l'altre i un altre aquí al costat i un altre

F-R.- No perquè sinó

P.- No podria sortir, per tant que hem de fer? Pues organitzar aquest espai d'acord amb els criteris de que hi càpiguen el màxim número de cotxes i que puguin maniobrar. Vale? Quan jo dic el pla de treball, em refereixo a això a veure en quin ordre .. i quan això ho tingueu clar m'ho porteu i jo us diré vale. Ara això està clar. Ara comenceu.

F-R Vale.

A la segona entrevista es va produir aquest diàleg

Professor.- Aleshores si vosaltres tinguéssiu això, què fariem ara, a continuació què fariem. Començar a pensar què? Imaginat que ja sabem que això ja imaginat que ens diuen que això fa 10 metres i que això fa 35 metres. Què hauríem de fer?

R.- Primer hauríem de calcular el cotxe

P.- Primer hauríem de tenir això no? les dimensions del cotxe.

R.- I després veure quant té l'espai, quant té l'espai i dividir-ho.

P.- Exactament. Bueno, correcte. O sigui seria això no? Seria, hauríem de fer ...Primer hauríem de pensar com ho posarem així? ...els cotxes com anirien les places d'aparcament?

R.- D'una forma que hi càpiguen

P.- Claro, hauríem de pensar de quina manera hi caben o sigui que haurem de fer un càlcul de quants cotxes hi caben d'aquesta manera

F.- I després una mica

P.- Clar, clar pues apunta, apunta això apunta. S'haurà de deixar espai per poder fer la maniobra d'entrar o sortir, d'entrar i sortir de l'aparcament. Quines altres coses haurem de tenir en compte.

F.- No sé

Després al dossier que han presentat per escrit no es veu res de tot això ni segueixen aquestes accions que aquí li estan donant un ordre d'execució. És per això que creiem que realment no han sabut comprendre les explicacions que el professor els ha donat sobre el seu projecte.

PR 6: Reconèixer el que és una comprovació matemàtica i en que es diferencia d'altres tipus de raonaments matemàtics, per exemple heurístics

Resultat 6.6.11. Els alumnes amb dificultats no es mostren competents en fer servir la comprovació matemàtica en els seus processos de raonament. Els alumnes dels altres grups sí que mostren indicis de fer-la servir.

A cada un dels grups GC2 i GC4 s'ha trobat un projecte (el que representa un 20% de cada grup) que comprova que les decisions que prenen s'ajusten a les condicions que ja havien establert en el seu model. En el cas de la Almudena i Carol del grup GC2 introdueixen la seva comprovació per argumentar la decisió que prendran de posar els cotxes orientats d'una determinada manera perquè sigui coherent amb l'espai de 2,90 metres, que han decidit abans, perquè els cotxes puguin fer la maniobra. Ho expressen de la següent manera:

També vam decidir que al mig podiem posar una filera de cotxes, vam arribar a la conclusió de que els posaríem en vertical, ja que si els poséssim horitzontalment no ens quedarien els 2,90 metres (o arrodonim a 3) per fer la maniobra. Ho comprovem de la següent manera:

$4,60 \times 3 = 13,80$ metres és el que ocuparien les tres fileres en vertical, i doncs si ho restem de 18 sabrem l'espai que ens sobra per fer els dos carrils i en aquest cas és 4,2 i a simple vista ja es veu que no és possible. Per tant si la filera del mig la féssim horitzontal ens quedaria més espai: $4,60 + 2,50 + 4,60 = 11,70$

Doncs si ho restem de 18 per saber l'espai que ens queda lliure ens queda el següent $18 - 11,70 = 6,30$ per tant i aquesta xifra la dividim entre dos per saber

l'espai que ocuparà cada carril tenim 3,15 d'espai per que passi el cotxe. Per tant està bé. (Projecte 9,13,4-16)

En el cas de Roldan, Gustau i Damià del grup GC4 comproven les dades que han obtingut al Museu de la Mina Vella per validar-les de la següent manera:

A partir de les dades que ens va donar el Museu de la Mina Vella sobre l'aigua pròpia de Vilassar, nosaltres el que farem serà comprovar si les dades que ens van donar coincideixen amb els resultats que ens donen a nosaltres (Projecte 11, 6,5-22)

Interpretem, per tant, que els alumnes dels grups GC2 i GC4 han actuat donant valor a les comprovacions matemàtiques mostrant d'aquesta manera un nivell competencial més elevat que els alumnes del grup GE, en aquesta sub-competència.

PR 7: Reconèixer les idees bàsiques d'una línia argumental donada distingint les idees principals dels detalls, les idees dels tecnicismes.

Resultat 6.6.12 Els alumnes del grup d'estudi mostren un nivell competencial lleugerament inferior als del grup GC2 i molt lleugerament superior als del grup GC4 en quant a reconèixer les idees matemàtiques bàsiques amb una línia argumental donada diferenciant-les dels detalls i tecnicismes.

S'ha observat que en general expliquen amb coherència i precisió el procés matemàtic que han seguit sense perdre de vista la situació real inicial. També s'ha pogut observar com en general saben fer interpretacions del significat matemàtic de les solucions trobades als problemes plantejats.

A la taula següent es mostra la quantitat d'accions que s'associen a aquesta sub-competència de nivell 1 o nivell 2 que s'ha trobat en els projectes dels diferents grups que estem analitzant.

Taula 6.20: Nivell competencial per grups

	Nivell 1	Nivell 2
Grup GE (5 projectes)	4 (80%)	4 (80%)
Grup GC2 (4 projectes)	3 (75%)	4 (100%)
Grup GC4 (4 projectes)	1 (12,5%)	3 (75%)

De les dades de la taula es pot deduir que els alumnes del grup GC2 es mostren més competents que els dels altres grups GE i GC4, perquè en tots els casos assoleixen un nivell 2. Els alumnes del grup GE es mostren lleugerament més competents que els alumnes del grup GC4 que són els que en aquest cas es mostren lleugerament més febles que els altres.

PR 8: Inventar arguments matemàtics formals i informals, i transformar arguments heurístics en proves vàlides.

Resultat 6.6.13 Els alumnes del grup amb dificultat no es mostren competents per inventar arguments matemàtics formals i informals. En canvi, els alumnes dels grups GC2 i GC4 sí que mostren alguns indicis en fer servir aquest tipus d'arguments enginyosos en els seus projectes

En el grup GE hem observat que hi ha una alumna que tracta d'explicar una idea per un procediment heurístic fent el següent raonament:

Imaginat un tros de plastilina, aquest tros té la forma rectangular com una taula, i amb la mateixa quantitat de plastilina la deforms i li fas la forma rodona. Així podrem comprovar de quina manera hi cap més gent amb la mateixa àrea (o amb la mateixa massa de plastilina)...d'aquesta manera es pot entendre el que volíem fer molt més fàcilment, i així hem aconseguit saber i trobar la resposta que buscàvem. (Projecte 4, 4, 9-13)

La idea és enginyosa, però des del punt de vista de raonament matemàtic li veiem un problema i és que no fa referència en cap moment al gruix de la forma amb que treballa i això fa que no podem considerar vàlid el raonament.

En el cas d'Almudena i Carol del grup GC2 construeixen arguments matemàtics per justificar decisions en la construcció del seu model. Han fet una serie de càlculs per arribar a la conclusió de que l'angle de gir de les rodes és de 60° , per tant els cotxes necessiten una amplada de 2,90 metres per poder fer les maniobres amb una certa comoditat. Aquesta dada resulta cabdal per la resta del seu projecte.

Així que podem dir que l'angle a és de 60° i la distància que necessitem entre plaça i plaça és de 2,90 metres (3 m) (Projecte 9,10, 27-29)

Un altre tipus d'argument és el que fan servir Carmelo i Wenceslao del grup GC4. Han construït una taula de valors que dona la superfície de la llauna en funció del radi de la base. Al costat del quadre posen aquesta explicació

En aquest quadre s'hi pot apreciar la variació de la superfície total exterior de la llauna a partir d'un radi posat per nosaltres i un volum fix. (el volum ha de ser fix ja que nosaltres volem buscar la superfície exterior mínima per aquest volum) (Projecte 10, 4, 3-14)

En el quadre es pot veure destacat el valor que optimitza la solució. Es considera l'argument vàlid tot i que no és perfecte ja que es podria questionar sobre el comportament de la superfície en un entorn del punt que es considera òptim.

6.7 Resultats del bloc competencial comunicació matemàtica

Per reconèixer el nivell competencial en els elements comunicatius dels alumnes amb dificultats (i els altres grups d'alumnat que utilitzem per a comparar) s'han analitzat els seus projectes amb els instruments que s'han dissenyat per aquesta funció i han estat presentats en el capítol 3.

D'acord amb els referents teòrics establerts al capítol 2, s'identifiquen diversos grups de competències que es mostren a la taula 2.12.

Per a explicar els resultats de la nostra anàlisi recordem que el que fem és:

(1) Abans de res identificar sis competències principals com a hipòtesi a priori: representar objectes matemàtics; descodificar formalismes; usar registres diferenciats; aplicar tècniques matemàtiques i principis; fer argumentacions matemàtiques; usar eines i recursos.

(2) A partir d'aquesta classificació, es van considerar sis subcompetències referides a habilitats comunicadores que des de fa temps s'utilitzen sovint a la bibliografia d'educació matemàtica. Per a cada subcompetència s'han establert uns criteris per reconèixer el grau d'aprofundiment assolit en cada una d'elles (es poden veure a l'annex ...).

(3) Es codifiquen els resultats corresponents per als projectes dels diversos grups i s'expliciten en graelles adjunts. Es consensuen els resultats obtinguts amb dos investigadors externs (els directors del treball), explicant els passos tècnics per al lector.

(4) S'efectuen les reflexions oportunes sobre les assignacions corresponents, per a justificar les evidències.

Resultats generals

A continuació es mostren els resultats generals sobre la competència en comunicació d'idees matemàtiques extrets de l'observació de la valoració quantitativa que es deprenen de l'anàlisi realitzat.

Resultat 6.7.1 Els alumnes del grup d'estudi (GE) mostren que tenen més dificultats que els alumnes dels altres grups (GC2 i GC4) en la comunicació de les seves idees matemàtiques.

Això es pot veure si mirem a cada competència la suma de totes les mitjanes de cada una de les subcompetències que hem establert. El resultat d'aquesta suma es mostra a la taula següent.

Taula 6.21: Suma de mitjanes

	Suma de mitjanes					
	C1	C2	C3	C4	C5	C6
GE	3,8	2,4	2,4	1,8	1,6	1,4
GC2	5,75	5	4	3,75	3,25	2,25
GC4	5	3,75	3,5	2,75	2,5	2

Els totals del grup de seguiment són en totes les competències inferiors als altres dos grups d'alumnes.

Resultat 6.7.2 El nivell competencial en comunicació d'idees matemàtiques dels alumnes de l'estudi decreix progressivament des de la competència 1 (CC1) fins a la competència 6 (CC6).

Si per cada competència sumem les mitjanes dels tres grups d'alumnes GE, GC2, GC4, s'obté un número que el podem considerar com un indicador del nivell competencial assolit. Aquests indicadors es poden veure en el quadre següent:

Taula 6.22: Nivell comunicació matemàtica

	CC1	CC2	CC3	CC4	CC5	CC6
Indicador competencial	14,5	11,15	9,9	8,3	7,35	1,2

Això mostra que l'ordre en el que es presenten les competències en comunicació de la CC1 a la CC6 coincideix amb l'ordre del nivell competencial assolit pels alumnes.

Resultat 6.7.3 Els alumnes del grup GC2 es mostren més competents que els alumnes dels altres grups en totes les competències comunicatives analitzades.

Els alumnes del grup GC2, bons estudiants de la mateixa edat que els del grup d'estudi, mostren haver assolit un nivell competencial superior, en tots els casos, que els alumnes dels grups GE i GC4. Això ho podem veure en el quadre anterior 6.21.

A continuació, mostrem els resultats corresponents a cada una de les competències que obtenim a partir de les observacions realitzades qualitativament quan s'observen els escrits dels projectes dels estudiants, les entrevistes corresponents i/o les presentacions. A cada cas, s'indiquen les fonts de les evidències.

CC1.- Ser capaç de fer ús explícit de representacions d'objectes matemàtics i fer la seva interpretació en el model

Després d'analitzar els textos presentats, es pot veure el següent.

Resultat 6.7.4 Els alumnes del grup d'estudi mostren moltes dificultats per explicitar objectes matemàtics associats a un procés de modelització. Els alumnes del grup GC2 s'expliquen normalment millor i el grup d'alumnat de nivell educatiu més alt no obté resultats significativament millors als del GC2.

En efecte, podem observar aquests resultats a partir dels quadres següents on hi trobem l'assignació de puntuacions corresponents a cada una de les competències i subcompetències considerades. A l'annex C s'indiquen els criteris amb els quals s'han assignat codificacions al grau d'assoliment de les diferents subcompetències. (Els codis de les columnes es corresponen amb els de la taula 2.13)

I observant qualitativament els projectes pel que fa a aquesta competència,

Resultat 6.7.5 Notem que els alumnes del grup d'estudi tenen més dificultats en ser precisos en la comunicació de les idees matemàtiques que els alumnes dels altres grups.

Taula 6.23: Nivell competència comunicació grup GE

Grup GE	Grau assolit en cada una de les subcompetències					
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
Estudiant / Projecte						
1.- Mohamed (El parc de les aus)	-	1	1	1	1	0
2.- Fàtima i Ruth (Disseny d'un pàrquing al voltant de l'Institut)	-	1	0	0	0	0
3.- Irene (Pastissos i cultures)	-	2	2	1	1	0
4.- Alicia (Les taules del bar de l'Institut)	-	1	1	1	1	0
5.- Georgina (El parc de les aus)	-	1	1	1	1	0

Taula 6.24: Nivell competència comunicació grup GC2

Grup GC2	Grau assolit en cada una de les subcompetències					
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
Estudiant / Projecte						
7.- Sibila i Carina (Les companyies de vol econòmic)	-	2	2	2	1	0
8.- Ada i Hilda (Les llaunes de conserves)	-	2	2	1	1	0
9.- Raimon i Max (Vols econòmics)	-	2	2	1	1	0
10.- Almudena i Carol (pàrquing al voltant de l'Institut)	-	1	1	1	1	0

Malgrat que s'observa el cas d'Irene en el que sí es mostra precisa, els altres alumnes d'aquest grup es mostren molt poc precisos. El cas de Fàtima i Ruth és el més acusat on fan servir expressions com:

Hem calculat la distància d'un cotxe, també hem calculat l'espai del terreny i l'hem dividit per la distància d'un cotxe, i ja sabem quants cotxes hi caben.
(projecte 2, pàg 7 , 3-7)

Les paraules ja no estan emprades amb correcció, per exemple fan servir distància en lloc de longitud. Però el que no es pot entendre és que han calculat "l'espai del terreny" . És possible que la idea que tinguin pugui ser correcta de cara a fer els càlculs però, com l'expressen malament i tampoc mostren els càlculs, resulta que no s'entén per falta de precisió en el que volen dir.

Taula 6.25: Nivell competència comunicació grup GC4

Grup GC4	Grau assolit en cada una de les subcompetències					
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
Estudiant / Projecte						
11.- Carmelo i Wenceslao (Optimització de llaunes de conserves)	-	1	2	1	1	0
12.- Roldan, Gustau i Damià (La despesa de l'aigua)	-	1	2	1	1	0
13.- Mar, Heribert i German (El pàrquing al voltant de l'institut)	-	1	2	0	1	0
14.- Mateu, Imma, Camila (Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o amb ATM)	-	1	2	2	1	0

En canvi, els altres grups són més precisos en les seves expressions. Per exemple, en el cas de Sibila i Carina, que han fet el seu projecte sobre les companyies de vols econòmics. Han construït una taula amb els diferents preus de vol a París amb les diferents companyies i a continuació expliquen detalladament com calculen les diferències de preus en termes absoluts i relatius i recullen tots els resultats en una altra taula.

Acabada la primera columna ens hem dedicat a fer el tant per cent que aquest ens permet representar el que hem de pagar de més si anem amb Ibèria que si anem amb Ryanair. Per fer el tant per cent hem dividit els resultats de la primera columna entre el preu més barat, és a dir el de Ryanair, i després l'hem multiplicat per 100.

Triem el mateix exemple que abans

$$249,01 / 109,89 = 2,2641$$

$$2,2641 \times 100 = 226,41$$

Podem dir que Ibèria és el 226,41% més car que Ryanair. Això equival a un dels resultats de la segona columna. Hem fet el mateix tota la columna, però amb diferents dades.

(Projecte 6, pàg 8, 21-30)

Aquests extractes permeten veure la diferència pel que fa a la precisió en la expressió matemàtica dels alumnes dels grups GE i GC2 que s'ha detectat.

CC2.- Ser capaç de descodificar formalismes amb l'ús de sistemes de signes matemàtics adequats

Després d'analitzar els textos presentats, podem veure el següent

Resultat 6.7.6 Els alumnes del grup d'estudi es mostren més allunyats del nivells competencials dels altres grups en aquesta competència que en cap altra.

Aquesta és la competència on es veu més distància entre el nivell que mostren els alumnes del grup d'estudi i els dels altres grups. Això es dedueix de la figura anterior 6.2.2.2 on la competència 2 (CC2) el grup GE obté un total en la suma de mitjanes de 2,4 i el grup GC2, que és el que obté el total més alt amb un 5. La diferència que es dona entre aquests resultats és de 2,6 la més elevada de les 6 competències. Una interpretació que es fa d'aquest resultat és que, entre els diferents tipus de dificultats d'aprenentatge que havíem identificat en els alumnes del grup d'estudi, una era la dificultat amb la llengua. La llengua és un sistema de codis i per tant els alumnes amb dificultats amb la llengua és normal que trobin dificultats en descodificar objectes i símbols en els diferents moments que es donen en el procés de modelització

En efecte, als quadres següents es veuen les assignacions de grau d'assoliment que mostren. (Els codis de les columnes es corresponen amb els de la taula 2.13).

Taula 6.26: Detall competència comunicació grup GE

Grup GE	Grau assolit en cada una de les subcompetències					
	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
Estudiant / Projecte						
1.- Mohamed (El parc de les aus)	-	0	1	1	0	0
2.- Fàtima i Ruth (Disseny d'un pàrquing al voltant de l'institut)	-	0	0	0	0	0
3.- Irene (Pastissos i cultures)	-	1	1	1	2	0
4.- Àlicia (El bar de l'institut)	-	1	1	0	0	0
5.- Georgina (El parc de les aus)	-	1	1	1	0	0

I, analitzant qualitativament els projectes segons aquesta competència es dedueixen els següents resultats:

Taula 6.27: Detall competència comunicació grup GC2

Grup GC2	Grau assolit en cada una de les subcompetències					
	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
Estudiant / Projecte						
7.- Sibila i Carina (Les companyies de vol econòmic)	-	1	2	1	1	0
8.- Ada i Hilda (Les llaunes de conserves)	-	1 2	1	0	1	
9.- Raimon i Max (Vols econòmics)	-	1	2	1	2	0
10.- Almudena i Carol (Pàrquing al voltant de l'institut)	-	1	1	1	1	0

Taula 6.28: Detall competència comunicació grup GC4

Grup GC4	Grau assolit en cada una de les subcompetències					
	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
Estudiant / Projecte						
11.- Carmelo i Wenceslao (Optimització de llaunes de conserves)	-	1	2	0	1	1
12.- Roldan, Gustau, Damià (La despesa de l'aigua)	-	1	2	1	0	0
13.- Mar, Heribert German (El pàrquing al voltant de l'institut)	-	1	2	0	0	0
14.- Mateu, Imma, Camila (Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o amb ATM)	-	1	1	1	0	0

Resultat 6.7.7 Els alumnes del grup d'estudi mostren moltes dificultats en separar els objectius del problema del procés de modelització i en explicitar els elements matemàtics més enllà de simples procediments matemàtics.

Això ho podem veure en el següent exemple de Mohamed del grup GE.

El problema que ens plantegem és saber el percentatge del que mengen respecte al seu pes. Per exemple, si un animal pesa 10 kg i menja 1 kg fem $1 \times 100 / 10$,

que el resultat és el percentatge del que menja respecte al seu pes, que dona 10% (Projecte 1, pàg 2, 1-4)

En aquest exemple es pot veure com es dona una barreja entre el que diu, que és l'objectiu del projecte, i l'algoritme per calcular el percentatge.

Per calcular el percentatge del que menja cada animal respecte al seu pes s'ha de multiplicar els kg que menja al dia per 100 i dividir-ho entre els kg que pesa. En el cas del marabú serà: $1,5 \times 100 / 15 = 10 \%$ (Projecte 1, pàg 2, 10-13)

No transmeten el significat del percentatge sinó la descripció de l'algoritme per calcular-ho.

En canvi en el projecte d'Ada i Hilda del grup GC2 (Els recipients de la Dani) trobem:

Estem buscant més possibles superfícies per demostrar que la DANI i les altres marques, fan servir aquesta superfície perquè els surt més rentable/econòmic. (Projecte 7, pàg 4, 1-2)

Mostren separadament el que és l'objectiu matemàtic de la seva finalitat. També mostren una bona descodificació en el següent paràgraf.

Les dades que necessitàvem eren els volums i les superfícies dels envasos. Això, ho hem aconseguit agafant les caixes (els envasos) i mesurant-les amb l'ajut d'un regle. Amb el regle hem mesurat: en els cilindres el radi i l'altura; i en el prisma de base rectangular la base, l'amplada i l'altura. El volum l'hem calculat amb les dades obtingudes, i ho hem fet així:

Fórmula del volum del cilíndre:

$$V = p * r^2 * h \text{ (Projecte 7, pàg 4, 1-2)}$$

A continuació mostra una taula construïda amb un full de càlcul amb tots els càlculs realitzats. En aquest paràgraf es veu una bona explicació de la descodificació del llenguatge simbòlic de la fórmula del volum relacionant els seus elements amb els objectes reals com són el radi i l'alçada de la llauna.

CC3.- Ser capaç d'usar registres diferenciats en les explicacions del procés de modelització

Després d'analitzar els textos presentats, es pot veure el següent.

Resultat 6.7.8 Els alumnes del grup d'estudi mostren unes dificultats similars a les dels altres alumnes dels grups GC2 i GC4 en reconèixer argumentacions associades als registres emprats, en usar diferents tipus de registres de manera adient i en mostrar amb claredat l'estructura del procés realitzat. Tots els alumnes de l'estudi tenen moltes dificultats per que els diferents registres emprats expressin el significat i valor dels diferents moments en els que van associats.

En efecte, als quadres següents es veuen les assignacions de grau d'assoliment que mostren. (Els codis de les columnes es corresponen amb els de la taula 2.13)

Taula 6.29: Us de registres diferenciats grup GE

Grup GE	Subcompetències					
	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
Estudiant / Projecte						
1.- Mohamed , Ovidi, Claudio (El parc de les aus)	-	1	2	0	0	0
2.- Fàtima i Ruth (Disseny d'un pàrquing al voltant de l'institut)	-	1	0	0	0	0
3.- Irene Marina (Pastissos i cultures)	-	1	1	0	1	0
4.- Alícia Clara (Les taules del bar de l'institut)	-	0	1	0	1	0
5.- Georgina Laura i Tatiana (El parc de les aus)	-	1	1	0	1	0
Mitjanes		0,8	1	0	0,6	0

Taula 6.30: Ús de registres diferenciats grup GC2

Grup GC2	Subcompetències					
	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
Estudiant / Projecte						
7.- Sibila i Carina (Les companyies de vol econòmic)	-	1	2	1	1	0
8.- Ada i Hilda (Els recipients de la Dani)	-	1	1	0	1	1
9.- Raimon i Max (Vols econòmics)	-	1	1	1	1	0
10.- Almudena i Carol (Pàrquing al voltant de l'institut)	-	1	1	0	1	0
Mitjanes		1	1,25	0,5	1	0,25

Taula 6.31: Ús de registres diferenciats grp GC4

Grup GC4	Subcompetències					
	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
Estudiant / Projecte						
11.- Carmelo i Wenceslao (Optimització de llaunes de conserves)	-	1	1	1	1	0
12.- Roldan, Gustau, Damià (La despesa de l'aigua)	-	1	2	0	0	0
13.- Mar, Heribert i German (El pàrquing al voltant de l'institut)	-	1	1	0	0	0
14.- Mateu, Imma, Camila (Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o amb ATM)	-	1	2	1	1	0
Mitjanes		1	1,5	0,5	0,5	0

El reconeixement d'argumentacions associades als registres emprats s'associa al que a la taula anterior figura com 3.2. L'ús adient de diferents tipus de registres a la taula s'expressa a la columna 3.3; mostrar amb claredat l'estructura del procés realitzat figura a la columna 3.5. Es pot observar a les taules que les columnes 3.2, 3.3, i 3.5 dels tres grups d'alumnes mostren valors similars, tot i que el grup GE sempre està una mica per sota dels altres.

La columna quarta de les taules encapçalada per 3.4 es refereix a mostrar els nivells competencials des alumnes en aconseguir que els diferents registres emprats posin de manifest l'organització del treball i expliquin el model. Tots els alumnes de l'estudi mostren dificultats en aquesta subcompetència, però els dels alumnes del grup GE són més acusades, tal com es pot veure a la taula.

La columna 3.6 de les taules anteriors es refereix a la competència per expressar el significat i valor dels diferents moments del procés de modelització. Es pot observar que tots els alumnes de l'estudi mostren moltes dficultats en l'assoliment d'aquesta subcompetència perquè no hem pogut reconèixer evidències en aquest sentit.

Analitzant qualitativament els projectes segons aquesta competència veiem el següent resultat.

Resultat 6.7.9 Els alumnes del grup GE tenen més dificultats que els altres alumnes en aconseguir que els diferents registres emprats posin de manifest l'organització del treball i expliquin el model..

En el projecte realitzat per Raimon i Max del Grup GC2 (Vols econòmics) podem veure:

Esperem que aquest treball... doni a conèixer aquestes noves companyies que fan uns bitllets d'avió molt més asquibles per als ciutadans. (Projecte 8, pàg 2, 8-11)

Hem ressaltat de color blau l'oferta més barata, que en el cas de la taula reservada amb pocs dies d'antelació, és l'oferta que ens ofereix Ryanair i Easyjet. (Projecte 8, pàg 11, 2-4)

De color vermell hem ressaltat l'oferta més cara, la d'Ibèria. (Projecte 8, pàg 11, 14)

Si al començament del treball han anunciat que pretenien posar de relleu les companyies amb els preus més econòmics, quan arriben al final fan un canvi de registre com és el canvi de color per ressaltar i diferenciar de la resta de dades que apareixen a la pàgina i a la taula aquelles que eren l'objecte del treball. Interpretem que aquesta distinció situa al lector al final d'un procés que s'havia iniciat anunciant l'interès d'obtenir aquestes dades.

Aquest ús dels canvis de registres no els trobem en els treballs que han realitzat els alumnes del grup d'estudi.

CC4. Ser capaç d'aplicar tècniques i principis adients i explicitar-les adequadament

Després d'analitzar els textos presentats, podem veure el següent.

Resultat 6.7.10 Els alumnes del grup d'estudi mostren un baix nivell d'assoliment d'aquesta competència. Aquests alumnes tenen més dificultats que els alumnes dels altres grups en aplicar tècniques i principis adients i explicitar-los adequadament. Els alumnes amb millor assoliment d'aquesta competència són els del grup GC2 i, una mica per sota, estan els alumnes del grup GC4.

En efecte, als quadres següents es veuen les assignacions de grau d'assoliment que mostren. (Els codis de les columnes es refereixen als de la taula 2.13).

Taula 6.32: Aplicació tècniques i principis grup GE

Grup GE	Grau assolit en cada una de les subcompetències					
	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
Estudiant / Projecte						
1.-Mohamed(El parc de les aus)	-	1	1	0	0	0
2.- Fàtima i ruth (Disseny d'un pàrquing al voltant de l'institut)	-	0	0	1	0	0
3.- Irene (Pastissos i cultures)	-	1	1	0	1	1
4.- Alcía (El bar de l'institut)	-	0	1	0	0	0
5.- Georgina (El parc de les aus)	-	0	1	0	0	0
Mitjanes		0,4	0,8	0,2	0,2	0,2

Taula 6.33: Ús de tècniques i principis grup GC2

Grup GC2	Grau assolit en cada una de les subcompetències					
	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
Estudiant / Projecte						
7.- Sibila i Carina (Les companyies de vol econòmic)	-	1	1	1	0	1
8.- Ada i Hilda (Les llaunes de conserves)	-	1	1	0	1	1
9.- raimon i Max (Vols econòmics)	-	1	1	1	1	1
10.- Almudena i Carol (Pàrquing al voltant de l'institut)	-	1	1	0	0	0
Mitjanes		1	1	0,5	0,5	0,75

Taula 6.34: Ús de tècniques i principis grup GC4

Grup GC4	Grau assolit en cada una de les subcompetències					
	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
Estudiant / Projecte						
11.- Carmelo i Wenceslao (Optimització de llaunes de conserves)	-	1	1	0	0	1
12.- Roldan, Gustau, Damià (La despesa de l'aigua)	-	1	1	0	0	0
13.- Mar, Heribert, German (El pàrquing al voltant de l'institut)	-	1	1	0	0	0
14.- Mateu, Imma, Camila (Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o amb ATM)	-	1	2	1	0	0
Mitjanes		1	1,25	0,25	0	0,25

Si observem les mitjanes de cada una de les subcompetències de la taula veurem que el grau d'assoliment d'aquesta competència dels alumnes del grup d'estudi és baix i està per sota de la dels altres grups en totes les subcompetències de la taula. Això indica que tenen dificultats en actuar de manera competent en l'aplicació de tècniques i principis adients. Els nivells assolits pels alumnes dels grups GC2 i GC4 no difereixen gaire entre ells.

I, analitzant qualitativament els projectes segons aquesta competència veiem el següent.

Resultat 6.7.11. Els alumnes del grup d'estudi tenen moltes dificultats en explicitar amb precisió la finalitat de certes tècniques i en posar exemples que mostrin la relació entre el que és particular amb el que és general en el cas del seu model. Tampoc mostren la rellevància d'algunes de les tècniques emprades en el model en el que treballen.

Veiem per exemple en el projecte de Georgina (El parc de les aus) del grup d'estudi, el que diu a les seves conclusions.

Hem arribat a la conclusió de que proporcionalment menja més en Tico, perquè pesa 60 kg i menja 10 kg diaris. En Tico menja un 16,6% del que pesa: $10/60 \times 100 = 16,6\%$. Si mengés el mateix que l'ànec de les Bahames menjaria un 3,33% del que pesa. (Projecte 5, pàg 4, 2-5)

No dona cap explicació de per què fa servir el % i no el tant per ú , per exemple. No resalta en cap moment l'interès d'aplicar en aquest cas el %. A aquestes conclusions, no fa cap intent de generalitzar els resultats que ha obtingut; és limita a destacar el cas de l'animal que en proporció menja més. Tracta de posar un exemple que pugui il·lustrar més la seva conclusió però només es refereix a que si mengés com un altre animal, menjaria la proporció de l'altre animal, és a dir no sap resaltar l'interès que té en fer servir el % per treure conclusions, segurament no està entenent clarament el que fa.

En canvi, podem contrastar-ho amb el cas de Ada i Hilda del grup GC2 que, en el seu projecte Els recipients de la Dani, donen explicacions detallades de les qüestions tècniques del seu procés de càlcul:

Explicació de la relació de dependència de radi i altura, perquè el volum sigui el mateix:

Prisma de base rectangular: Les dades de la base i de l'amplada, les hem posat nosaltres, i amb aquestes dades i el volum (que sempre és el mateix), ja podem saber les altres dades (altura, S. base, S. lateral i S TOTAL).

Explicacions dels càlculs de volum de les caixes que tenen forma de prisma de base rectangular:

Perquè el volum sigui sempre el mateix, hem agafat unes mides de base i amplada, i amb aquestes dades ja podem saber:

*L'altura: $V: S. Base$ S.Base: $Base * Amplada (b * a)$ S. Lateral: $Base * Altura (b * h)$ S. Total: $S. Base * 2 + S.lateral * 4$*

a=amplada b=base h=altura

Primer es té que calcular la S.base, després l'altura, seguidament la S.lateral i, per últim la S.TOTAL

(Projecte 7, pàg 4, 12-22)

S'ha de tenir en compte que, en el moment de realitzar el projecte a classe, aquests alumnes no havien treballat l'àlgebra i per tant la manipulació de les fórmules les van anar deduint; això pot explicar la notació que fan servir. En el tros extret es veu com dediquen un apartat del seu treball a explicar detalladament com han realitzat els càlculs. A continuació del tros extret es veuen unes taules que recullen els càlculs realitzats amb full de càlcul, referits a diferents tipus de llunes.

CC5 Ser capaç de fer argumentacions matemàtiques adients en explicitar el treball

Després d'analitzar els textos presentats, es pot veure el següent.

Resultat 6.7.12 Els alumnes del grup d'estudi mostren més dificultats que els alumnes dels altres grups en emprar argumentacions matemàtiques adients per explicitar el model del seu treball.

En efecte, als quadres següents es veuen les assignacions de grau d'assoliment que mostren que els nivells competencials dels alumnes del grup GE estan per sota dels altres. (Els codis de les columnes es refereixen als de la taula 2.13).

Taula 6.35: Argumentació matemàtica grup GE

Grup A	Subcompetències					
Estudiant / Projecte	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6
1.- Mohamed Ovidi, Claudio (El parc de les aus)	-	1	1	0	0	0
2.- Fàtima i Ruth (Disseny d'un pàrquing al voltant de l'institut)	-	0	0	0	0	0
3.- Irene Marina (Pastissos i cultures)	-	1	1	0	1	1
4.- Alícia Clara (El bar de l'institut)	-	0	0	0	0	0
5.- Georgina Laura i Tatiana (El parc de les aus)	-	1	1	0	0	0
Mitjanes		0,6	0,6	0	0,2	0,2

Taula 6.36: Argumentacions matemàtiques grup GC2

Grup GC2	Subcompetències					
Estudiant / Projecte	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6
7.- Sibila i Carina (Les companyies de vol econòmic)	-	1	1	1	0	1
8.- Ada i Hilda (Les llaunes de conserves)	-	1	0	0	0	1
9.- Raimon i Max (Vols econòmics)	-	1	2	1	1	1
10.- Almudena i Carol (Pàrquing al voltant de l'institut)	-	1	0	0	0	0
Mitjanes		1	0,75	0,5	0,25	0,75

Taula 6.37: Argumentacions matemàtiques grup GC4

Grup GC4	Subcompetències					
Estudiant / Projecte	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6
11.- Carmelo i Wenceslao (Optimització de llaunes de conserves)	-	1	1	0	0	0
12.- Roldan, Gustau Damià (La despesa de l'aigua)	-	1	1	0	0	0
13.- Mar, Heribert German (El pàrquing al voltant de l'institut)	-	1	0	0	0	0
14.- Mateu, Imma, Camila (Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o amb ATM)	-	1	1	1	1	1
Mitjanes		1	0,75	0,25	0,25	0,25

Analitzant qualitativament els projectes segons aquesta competència veiem aquests altres resultats.

Resultat 6.7.13 Els alumnes del grup d'estudi mostren més dificultats que els altres en explicitar les idees generals del procés i els seus elements clau.

En els treballs dels alumnes del grup GE no hem trobat evidències que mostrin com expliciten les idees generals del procés. En canvi, en el projecte de Sibila i Carina (Grup GC2 Les diferents companyies de vol) sí que les trobem, per exemple:

Passos seguits per elaborar el projecte matemàtic...:

1. *Escollir les companyies adequades*
2. *Buscar dues destinacions de vol*
3. *Buscar a internet els preus dels diferents viatges amb les destinacions anteriors.*
 - (a) *Diferents dades de vols a París*
 - (b) *Diferents dades de vols a Liverpool.*
 - (c) *Comparar els preus de les diferents dates i destinacions, fer el % i quantificar les diferències.*
 - (d) *Gràfiques dels preus de les diferents agències per observar les diferències de preus.*
4. *Fer els euros/km i el seu respectiu %*
5. *Buscar informació sobre el sobrepes dependent de la companyia de vol*
6. *Fer les taules del sobrepes*
7. *Per últim elaborarem les conclusions de tots els resultats obtinguts.*

(Projecte 6, pàg 2, 12-25)

Aquí es pot veure la seqüència del seu treball mostrant els elements importants i les idees generals del procés seguit en la realització del seu treball.

Resultat 6.7.14 Tots els alumnes de l'estudi mostren un nivell molt baix en expressar argumentacions que visualitzin el conjunt del procés realitzat diferenciant els elements que el componen.

Els alumnes del grup GE tenen un nivell baix en aquesta subcompetència però difereixen molt poc amb els alumnes dels altres grups. Podem veure un exemple del grup d'estudi:

El nostre projecte, com ja hem dit anteriorment, l'hem anomenat "pastissos i cultures", la pregunta guia o orientació que hem fet servir és: "Compara els diferents pastissos, tan els ingredients, com els preus". Ho hem fet a partir de tres apartats: 1.- Les receptes i els preus. 2.- Gràfics i taules dels pastissos i els seus preus. 3.- Gràfics i taules dels ingredients. (Projecte 3, pàg 5, 1-7)

És l'únic cas de treball realitzat per alumnes del grup de GE en el que mostren el procés realitzat. En el grup GC2 hem trobat un cas en el que podem veure el següent:

Amb aquest treball hem volgut informar al lector sobre el preu, confiança i quantitat de vols tan barats que ofereixen companyies com Vueling, Ryanair, Easy Jet etc. Per això hem elaborat taules, hem formulat entrevistes, hem buscat hotels, hem comparat preus i finalment hem pogut fer el preu d'un viatge bastant complert. (Projecte 8, pàg 16, 1-7)

És una manera molt breu de reconèixer el procés que han seguit. En el grup GC4 podem veure un altre cas en el que mostra el procés amb més detall.

Des del principi en aquest projecte ens vam proposar esbrinar quin és el sistema tarifari (Renfe/Atm) més adient en cada cas. Per fer això vam seguir uns passos (l'un esdevé de l'altre) que ara resumim (per orientar-nos millor).

- Primer hem separat cada estació i agrupat en zones segons si pertanyen a Renfe o Atm, per poder analitzar-les millor. - Una vegada varem calcular aspectes com el preu per estació i el preu/km que paguem, vam proposar-nos analitzar aquestes diferències de preu entre els dos sistemes quantificant-les en %. - Varem esbrinar quina era l'estació més llunyana a la que podem anar, en cada zona. - Per últim vam voler destacar l'estació que ens sortiria més econòmica la més cara per cada zona, tenint en compte el cost del preu/km. Una vegada hem pogut completar els nostres càlculs sobre els dos mètodes hem extret certes conclusions de cada apartat. (Projecte 13, pàg 19, 1-14)

Tot i que és més detallat, és molt descriptiu sense entrar en valoracions ni de les matemàtiques emprades ni de la importància de cada moment en el conjunt del problema treballat.

CC6. Fer servir eines i recursos adients en l'exposició del treball de modelització

Després d'analitzar els textos presentats, podem veure el següent.

Resultat 6.7.15 Tots els alumnes de l'estudi mostren que el nivell competencial assolit en aquesta competència és el més baix, de totes les altres competències analitzades.

En efecte, als quadres següents es veuen les assignacions de grau d'assoliment que mostren que el nivell en cada grup és més baix que a les altres subcompetències. (Els codis de les columnes es refereixen als de la taula 2.13).

Taula 6.38: Ús d'eines i recursos grup GE

Grup GE	Subcompetències					
	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6
Estudiant / Projecte						
1.- Mohamed Ovidi Claudio (El parc de les aus)	-	1	1	-	0	0
2.- Fàtima i Ruth (Disseny d'un pàrquing al voltant de l'institut)	-	0	0	-	0	0
3.- Irene Marina (Pastissos i cultures)	-	1	1	-	0	0
4.- Alcía Clara (El bar de l'institut)	-	0	1	-	0	0
5.- Georgina Laura i Tatiana (El parc de les aus)	-	1	1	-	0	0
Mitjana		0,6	0,8		0	0

Taula 6.39: Ús d'eines i recursos grup GC2

Grup GC2	Subcompetències					
	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6
Estudiant / Projecte						
7.- Sibila i Carina (Les diferents companyies de vol)	-	1	1	0	1	0
8.- Ada i Hilda (Els recipients de la Dani)	-	1	1	0	1	0
9.- Raimon i Max (Vols econòmics)	-	1	1	0	1	0
10.- Almudena i Carol (Pàrquing al voltant de l'institut)	-	0	0	0	0	0
Mitjanes		0,75	0,75	0	0,75	0

Taula 6.40: Ús d'eines i recursos grup GC4

Grup GC4	Subcompetències					
	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6
Estudiant / Projecte						
11.- Carmelo i Wenceslao (Optimització de llaunes de conserves) (-	1	1	0	1	0
12.- Roldan, Gustau, Damià (La despesa de l'aigua)	-	1	1	0	0	0
13.- Mar, Heribert, German (El pàrquing al voltant de l'institut)	-	0	1	0	0	0
14.- Mateu, Imma, Camila (Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o amb ATM)	-	1	1	0	0	0
Mitjana		0,75	1	0	0,25	0

Observem, amb una certa sorpresa, com la incorporació de les tècniques en el treball matemàtic dels nostres alumnes presenta dificultats. Diem amb certa sorpresa perquè sembla

que a nivell de la vida quotidiana els joves i adolescents han incorporat amb facilitat algunes noves tècnologies com l'ús de mòbils, reproductors de música MP3, o l'ordinador per l'oci. En canvi, l'estudi ens mostra que pel treball matemàtic no les integren amb la mateixa facilitat. Interpretem que, per millorar aquesta competència, caldrà incorporar-la al treball ordinari a l'aula.

Analitzant qualitativament els projectes segons aquesta competència veiem el següent resultat:

Resultat 6.7.16 Els alumnes del grup d'estudi mostren un nivell competencial pròxim als dels altres grups en l'ús de les eines per comunicar-se amb claredat i precisió. Però en canvi no han mostrat generalitat i variabilitat en els seus treballs mentre que els altres grups sí que ho han fet.

Això es pot veure comparant les columnes segona i tercera dels quadres anteriors. Les diferències que es mostren són molt petites i no les considerem significatives. En el projecte de Sibila i Carina sobre "Les diferent companyies de vol" han descobert la variació en els preus dels bitllets d'avió segons les dates per a les que es compraven els bitllets. A través de les diferents pàgines web de les companyies han simulat diferents dates de vol i així han obtingut els preus i han pogut calcular les variacions que es produeixen. Elles ho han comunicat de la següent manera:

Una cosa molt curiosa és que els preus dels bitllets varien segons el temps d'antelació amb que compris el bitllet. Ex: Si tu compres un bitllet per una setmana més tard i compres el mateix bitllet per dintre d'un mes, et sortirà força més barat el bitllet d'un mes més tard. (Projecte 6, pàg 5, 6-12)

En aquest cas l'ús de l'ordinador a través de la simulació que han fet els ha permès adonar-se de la variabilitat del preu dels bitllets.

Resultat 6.7.17 Cap alumne dels diferents grups de l'estudi no ha sigut capaç de fer servir eines i recursos tècnics per mostrar generalitzacions importants del seu model

No s'ha observat que els alumnes siguin capaços d'elaborar alguna aplicació informàtica que mostrés com varien les variables o com es generalitza algun resultat. No sorprèn perquè ja s'ha vist que l'ús dels recursos tècnics no estan gaire incorporats al treball matemàtic i se sap que fer aquestes aplicacions requereix dedicació i coneixement, cosa que als alumnes del nostre estudi encara els hi falta.

6.8 Resum

En aquest capítol s'han analitzat els nivells competencials que els alumnes han mostrat en els projectes realitzats. Alguns resultats de les anàlisis que es poden destacar són que els alumnes del grup GE, amb dificultats d'aprenentatge, mostren competència matemàtica en els tres blocs que s'han considerat. Així s'ha observat com són capaços de qüestionar-se sobre el canvi, la proporció, la mesura o bé fer petites generalitzacions, per exemple. En general es mostren a un nivell inferior al dels altres grups.

El bloc competencial que ha resultat més difícil per a tots els alumnes ha sigut el de la comunicació d'idees matemàtiques. En aquest bloc el grup que s'ha mostrat més competent ha sigut el GC2. Les principals dificultats que han mostrat el grup GE ha estat en la decodificació de formalismes. En general han mostrat una dificultat similar en fer argumentacions referides al conjunt del procés realitzat.

Tots els alumnes tenen dificultats en plantejar-se problemes generals, més aviat reconeixen diferents problemes concrets. En general no es mostren conscients de treballar amb models matemàtics ni de que les seves actuacions formen part d'un procés ampli.

Capítol 7

Conclusions. Limitacions i perspectives.

7.1 Introducció

7.2 Conclusions sobre els PMR i les competències associades

7.3 Conclusions sobre l'estudi pilot

7.4 Conclusions sobre l'anàlisi de competències en un grup d'estudi

7.5 Conclusions sobre l'anàlisi del desenvolupament del procés de modelització

7.6 Aportacions de la recerca

7.7 Sugeriments per altres línies de recerca

7.1 Introducció

La recerca realitzada ha estudiat les competències matemàtiques desenvolupades en la realització de projectes matemàtics realistes al primer cicle de l'ESO en un grup classe amb alumnes amb dificultats d'aprenentatge. Es considera que els PMR són activitats de modelització i aplicació de les matemàtiques en situacions reals. Aquesta recerca es situa en la línia de les recerques que s'han realitzat sobre modelització matemàtica a nivell no universitari. Aquesta línia de recerca ha tingut una especial rellevància a l'educació matemàtica en els darrers anys, com es pot veure en la seva presència a les publicacions especialitzades i a les conferències internacionals.

Considerem que la recerca realitzada resulta especialment interessant perquè ha tingut en compte una aula heterogènia i ha tractat amb especial èmfasi l'alumnat amb dificultats d'aprenentatge enfront d'activitats de modelització matemàtica des d'una perspectiva competencial, aportant resultats que poden ser útils tant pels docents com per l'alumnat de secundària obligatòria. Fins ara no s'havia realitzat un estudi d'aquestes característiques.

En aquest darrer capítol es presenten les conclusions a partir dels resultats obtinguts a la recerca i altres aportacions que s'han produït en el desenvolupament de l'estudi.

Als primers apartats del capítol es presenten les conclusions referides als PMR i a les competències matemàtiques associades que donen resposta als objectius plantejats a la recerca.

La metodologia emprada ens ha exigut el disseny d'alguns instruments (com la prova diagnòstica o les graelles per analitzar les competències) per portar a terme determinats processos de la recerca. Aquests instruments poden considerar-se com aportacions teòriques del nostre treball, tot i que aquests no hagin estat un objectiu explícit de la recerca.

El nostre treball s'ha realitzat amb voluntat de que pugui ser aplicable a les aules dels nostres alumnes de l'ESO. Per això, tot i que el paper del professorat i de l'alumnat no hagin estat objecte central de la recerca, considerem que el treball realitzat ens permet poder donar alguna recomanació als ensenyants que vulguin portar a la pràctica les activitats de projectes.

Per una altra banda som conscients de les limitacions i mancances en la recerca al voltant de la modelització amb alumnes amb dificultats. Explicar-les, delimitar-les i indicar línies per on podria continuar la recerca és útil i per això les considerem que formen part de les conclusions.

La recerca ha suposat molts anys d'estudi i reflexió que no pot deixar-me indiferent com a recercador ni com a professor de matemàtiques a l'ESO. Per això, a l'apartat d'aportacions de la recerca es dedica un espai per mostrar les aportacions didàctiques que es poden deduir del treball. Seria el nostre desig que aquestes aportacions contribuïssin a millorar, en alguna mesura, el sistema educatiu.

7.2 Conclusions sobre els PMR i les competències associades

Aquest treball es proposava caracteritzar els projectes matemàtics realístics (PMR) de forma acurada reconeixent les competències matemàtiques que interveuen (objectiu 1).

En efecte, en el capítol 2 es caracteritzen els PMR com a activitat matemàtica de resolució de problemes, realista, intencional, oberta, llarga en el temps, on el protagonista és l'alumne, en la que es valora específicament la comunicació matemàtica; bona part del treball es realitza fora de l'aula. Si bé en un principi es demana la resolució d'un problema real des d'un enfocament matemàtic, el procés que es desenvolupa comporta una aproximació a la modelització.

Es presenten els projectes com una activitat complementària a la resolució de problemes tradicional. Tenen com element característic que estan situats en contextos realistes i en els que es plantegen diferents preguntes o problemes en una mateixa situació.

Un altre element pròpi dels projectes és el marge de llibertat i autonomia per a que l'alumne sigui el protagonista de la tasca. Això significa que es deixa que l'alumne prengui decisions sobre l'activitat que fa. Aquestes decisions es refereixen a la selecció del tema, al plantejament del problema, al procés que seguirà, a l'aprofundiment que li donarà i sobre les solucions que aconseguirà.

També es caracteritzen per la llarga durada en el temps i pel fet de que no es poden fer completament a dins de l'aula, ja que caldrà obtenir informacions, prendre mesures, etc que necessàriament s'ha de fer fora de l'aula i sovint en temps que no és de classe.

Són activitats obertes perquè al plantejament de l'activitat no es donen totes les dades ni es defineix completament el que es demana. És l'alumne qui ha de concretar-ho.

Es valora especialment la comunicació matemàtica i per això es demana als alumnes l'elaboració d'un informe i una exposició oral del treball que han realitzat .

A partir de l'anàlisi teòrica realitzada es consideren tres blocs competencials associats a l'activitat de PMR: bloc de pensament i raonament matemàtic, bloc de modelització i resolució de problemes, i el bloc de comunicació d'idees matemàtiques. Sobre aquests tres blocs se centrarà l'estudi competencial.

Dins de cada un dels blocs, reconeixem diferents competències específiques que es caracteritzen per mitja d'indicadors d'assoliment.

A partir de la reflexió teòrica sobre els processos de modelització i la caracterització anterior dels PMR s'elaboren uns instruments d'anàlisi de les competències per a cada un dels tres blocs que es poden veure als apartats 2.6.4, 2.6.5 i 2.6.6 d'aquesta memòria.

7.3 Conclusions sobre l'estudi pilot

El segon objectiu que ens plantejarem a la recerca era dissenyar i implementar un treball de PMR com a estudi pilot a primer cycle d'ESO, fent èmfasi especial en la elaboració d'una prova diagnòstica.

En el capítol 4 es mostra i justifica el disseny d'una prova de diagnòsi i la seva fiabilització. Es selecciona un grup d'estudi integrat per alumnes amb baix nivell competencial en matemàtiques i s'explica el procés d'implementació del treball realitzat.

Aquesta prova diagnòstica ha estat fiabilitzada contrastant els resultats de diferents grups d'alumnes. Els resultats obtinguts han mostrat molta coherència i per tant entenem que els indicadors establerts són molt vàlids per a reconèixer el grau d'assoliment de cada un dels tres blocs competencials considerats, pensament i raonament matemàtic, modelització i resolució de problemes, i comunicació d'idees matemàtiques.

7.4 Conclusions sobre l'anàlisi de competències en un grup d'estudi

El tercer objectiu que ens plantejàvem a la recerca era redissenyar el procés de realització dels PMR i identificar el nivell de competències matemàtiques assolides en el desenvolupament del treball en un grup classe. Ens interessava especialment reconèixer el que succeeix en un grup d'alumnes amb dificultats.

De l'anàlisi de l'estudi pilot realitzada es treuen les següents conclusions que afecten al disseny del procés de realització dels PMR en la nostra recerca tal com es pot veure al capítol 5 d'aquesta memòria.

A) S'ha de garantir que els alumnes del grup d'estudi responguin al perfil que es necessita a la recerca. Per aconseguir-ho, la composició del grup la decidirà l'equip recercador a partir de les dades obtingudes a la prova diagnòstica i també dels resultats del test IGF i les entrevistes semiestructurades realitzades al professorat dels candidats.

B) Els alumnes no mostren consciència del procés en el que s'hi troben quan realitzen els projectes i per tant cal promoure processos metacognitius dels alumnes per aconseguir aquest reconeixement. Per això es farà una entrevista inicial per ajudar a conscienciar l'alumnat de l'envergadura del treball a realitzar i dels processos que caldrà desenvolupar. També es farà una entrevista de seguiment, amb la realització d'un qüestionari previ, per revisar el procés realitzat i el que queda per endavant. Es promouran i facilitaran les consultes amb el professorat al llarg de tot el procés, ja sigui directament en algun moment durant la jornada lectiva o ja sigui virtualment, via telemàtica.

C) Els alumnes tenen grans dificultats en els processos comunicatius. Per superar-les cal que els alumnes practiquin i, per tant, es decideix de demanar-lis una exposició oral del treball realitzat a més a més de l'informe escrit. Per tal d'ajudar-los en aquestes tasques s'elaboren unes pautes d'orientació per a la creació del dossier escrit i unes altres per a preparar l'exposició oral.

Sobre els nivells competencials de matemàtiques assolits en el desenvolupament del treball en un grup classe i en especial el que succeeix en un grup d'alumnes amb dificultats s'ha arribat a conclusions per a cada un dels tres blocs de competències considerats.

Conclusions respecte a les competències en pensament i raonament matemàtic

Dels resultats obtinguts de les anàlisi realitzades amb les graelles que s'han dissenyat amb aquesta finalitat s'obtenen les següents conclusions:

1. Els alumnes amb dificultats d'aprenentatge es mostren competents per realitzar raonaments matemàtics. Dels diferents identificadors emprats podem veure que en alguns casos mostren nivells similars als dels altres alumnes dels grups de contrast, mentre que en la majoria mostren competència per realitzar pensaments i raonaments matemàtics però a un nivell inferior als nois i noies dels grups de contrast.
2. Els alumnes del grup d'estudi s'han mostrat competents per a plantejar-se qüestions sobre el canvi, la proporció, la mesura, la optimització i altres qüestions matemàtiques però sense referir-se a l'interès social que puguin tenir. Els altres alumnes de l'estudi si que es plantegen sobre aquestes qüestions però relacionades amb l'interès social que puguin tenir.
3. Els alumnes del grup d'estudi es mostren competents en utilitzar expressions algèbriques com una forma d'expressió i generalització, comprenen i avaluen els arguments posats per altres i es mostren capaços per a reconèixer les idees matemàtiques bàsiques a una línia argumental donada.
4. Els alumnes dels grups GC2 i GC4 han mostrat competència per a fer servir continguts matemàtics que no havien estat treballats a classe prèviament.
5. Els alumnes del grup d'estudi GE, tenen més dificultats que els altres en aquelles situacions en les què es necessiten més coneixements matemàtics, per exemple, per fer suposicions o restringir els valors de les variables. No mostren una actitud de preocupació per fer comprovacions, ni per inventar arguments matemàtics formals o informals que justifiquin l'enfoc que donen al seu problema.
6. Els alumnes dels grups GC2 i GC4 mostren indicis de tenir preocupacions per a fer comprovacions.

7. Tots els alumnes es mostren competents per a comprendre i avaluar arguments posats per altres.
8. Tots els alumnes han mostrat tenir dificultats en ser conscients de l'abast i aprofundiment del problema que es plantegen. Tanmateix, han mostrat consciència de les limitacions de les propietats matemàtiques.
9. Tots els alumnes han mostrat dificultats en reconèixer les diferències entre diferents tipus d'enunciat matemàtic.

Conclusions respecte a les competències en comunicació d'idees matemàtiques

En aquest bloc els alumnes del grup de seguiment han mostrat més dificultats que els alumnes dels altres grups. És més, el nivell competencial en comunicació d'idees matemàtiques dels alumnes de l'estudi decreix progressivament des de la competència 1 a la 6. Aquestes dificultats es concreten en fer explícites les relacions entre el món real i el matemàtic, i en la precisió terminològica. Però la principal dificultat que han mostrat els alumnes en comparació amb els altres grups ha estat en la seva competència per a descodificar formalismes. Això sembla coherent amb les característiques que tenen els alumnes del grup de seguiment ja que una de les seves dificultats està en la llengua i aquesta és un sistema de codis. Mostren confusió entre conceptes i processos. No fan servir els registres per a remarcar l'estructura del treball.

Els alumnes del GE també mostren més dificultats que els altres en l'aplicació de tècniques i principis matemàtics, en explicitar amb precisió la finalitat de certes tècniques, en posar exemples per mostrar la relació entre el què és particular i el què és general, en el cas del seu model.

Els alumnes del grup d'estudi són capaços de fer argumentacions matemàtiques per explicar el seu model, explicar les idees generals del seu procés i destacar els seus elements clau. Aquestes argumentacions són més pobres que les que fan els alumnes dels grups de contrast. En canvi, tots els alumnes mostren dificultats en donar una visió de conjunt del procés realitzat.

En quant a l'ús d'eines i recursos adients en l'exposició del treball, tots els grups coincideixen en mostrar un nivell competencial molt baix.

Pel que fa a claredat i precisió, tots mostren un nivell similar, però els alumnes del grup de seguiment mostren menys la generalitat i la variabilitat que els dels altres grups.

Els alumnes dels tres grups de l'estudi no han sigut capaços d'aprofitar els recursos tècnics per a mostrar generalitzacions importants del seu model.

Tots els alumnes han mostrat dificultats en fer argumentacions associades als diferents tipus de registres emprats i no mostren la relació amb el procés realitzat. Tenen moltes

dificultats per a que els diferents registres emprats expressin el significat i valor dels diferents moments en els que van associats.

Els alumnes del grup GE han mostrat més dificultats que els altres en aconseguir que els diferents registres emprats posin de manifest l'organització del treball i expliquin el seu model.

Conclusions respecte a les competències de modelització i resolució de problemes

En aquest bloc competencial es reconeixen sis subcompetències. En algunes d'elles les dificultats que troben els alumnes del grup GE són tant grans com les que mostren els altres grups de contrast. En altres, tot i mostrar-se competents, mostren una diferència respecte als grups de contrast.

A la primera subcompetència, els alumnes del grup de seguiment mostren moltes dificultats per comprendre situacions problemàtiques a la realitat. Això és, tracten de plantejar un problema matemàtic concret sense analitzar relacions amb elements de la realitat i el significat que pugui tenir. Els altres grups comencen per fer una exploració de la realitat per després passar a plantejar un problema.

Als alumnes del grup de seguiment els costa reconèixer les relacions entre objectes de la realitat i les matemàtiques. Una vegada situats en el model en què treballen seleccionen bé les variables matemàtiques que intervenen i mostren les relacions entre elles. Això fa que tendeixin a resoldre casos particulars i els costi fer el pas cap a la generalització, procés que els altres grups sí que tendeixen a fer, i arriben a mostrar les relacions entre variables mitjançant expressions algèbriques.

En general tots els alumnes de l'estudi mostren dificultats en plantejar-se una hipòtesi i encara més en explicitar-la amb una bona formulació. Els alumnes del grup de seguiment tenen moltes dificultats en formular un problema a partir d'una situació real. En els altres grups d'alumnes també tenen la dificultat de formular un problema matemàtic però són més competents en reconèixer una situació problemàtica que els permet de desenvolupar el seu projecte matemàtic.

Els alumnes de tots els grups no es mostren capaços de fer una formulació inicial del problema tractat en termes generals que després podrien esmicolar en els que han estat resolent realment al llarg del treball. A la pràctica el que realment fan és formular problemes concrets a mida que van desenvolupant el seu treball. Aquests problemes són similars als que es resolen a l'aula ordinària.

Els alumnes de tots els grups no són capaços de formular amb claredat els problemes concrets que es plantegen. En general fan formulacions ambigües i amb poca precisió, ja que no fan referència al que es coneix, al que es pot esbrinar, ni es refereixen a les variables, ni a condicions de la situació. Tampoc fan referència als diferents elements de la realitat que

defineixen el problema real. De vegades no els expliciten a l'enunciat del problema però en canvi sí que tenen consciència d'ells ja que els fan servir en el desenvolupament del treball.

Els alumnes no es mostren conscients d'estar treballant dins d'un procés de modelització. Normalment tenen tendència a treballar sobre aspectes concrets i no veuen que les diferents actuacions formen part d'un procés més general. Mostren una falta de visió de conjunt del problema i de direccionalitat, és a dir, de tenir clar cap a on han d'anar per aconseguir els seus objectius.

En general tots els alumnes resolen els problemes, però podem observar diferències entre ells. Els alumnes del grup de seguiment justifiquen poc el que fan, de vegades diuen el que han fet però no mostren els processos de càlcul i simplement donen els resultats. Els costa generalitzar les solucions. En alguns casos mostren mètodes heurístics per trobar les solucions.

Els alumnes del grup de seguiment mostren més dificultats que els altres per a interpretar matemàticament els resultats trobats en la resolució de problemes. Aquesta manca d'interpretació també va lligada a la manca de generalització, de manera que, en el millor dels casos, el que s'interpreta són les solucions als casos particulars que han resolt.

Finalment s'observa que cap dels alumnes fa una validació del model que han elaborat. Potser és degut a la falta d'hàbit en les activitats matemàtiques escolars.

7.5 Conclusions sobre l'anàlisi del desenvolupament del procés de modelització

Les anàlisis s'han realitzat tenint com a referència el model de modelització de 16 accions (figura 6.3) elaborat a la nostra recerca. Els resultats de les anàlisis ens han mostrat que els alumnes del grup d'estudi, caracteritzats per les seves dificultats d'aprenentatge de les matemàtiques, són capaços de realitzar processos de modelització sobre situacions de la realitat. Fan servir processos més senzills que els altres grups estudiats, això és, realitzen menys accions diferents que els altres grups i a més, cada una d'aquestes accions la realitzen menys vegades que els alumnes dels altres grups de l'estudi.

Els alumnes del GE han mostrat més dificultats en identificar característiques matemàtiques a la realitat, en explicitar les relacions entre objectes reals i continguts matemàtics i en validar el model elaborat.

Els alumnes del grup GE han tingut més facilitat en la resolució de problemes (acció 11) i en reconèixer el significat i abast que les solucions i conclusions obtingudes tenen a la situació real inicial (acció 13). En això coincideixen amb els altres grups. L'explicació pot ser que aquestes accions són les que més s'identifiquen amb les activitats que es fan normalment en el treball d'aula.

Es reconeixen tres accions del procés que no les han realitzat cap dels alumnes de l'estudi. Aquestes accions són les d'identificar i explicitar els àmbits matemàtics en els que es situa el model, la de controlar les relacions matemàtiques establertes i la de refer el procés de modelització en el cas de que no es pugui validar el model elaborat inicialment. Totes estan relacionades amb la reflexió sobre el que s'ha fet i, per tant, es pot assenyalar aquesta com una de les dificultats més destacables.

A l'estudi de Kaiser i Schwarz (2006) destaquen que a les activitats de modelització els alumnes passen per una fase, característica del procés de modelització, de inseguretat i incertesa, i els resultats del seu treball mostren que van superar aquesta dificultat gràcies al treball en grups, que, entre d'altres coses, els va permetre intentar un nombre més gran de solucions.

7.6 Aportacions de la recerca

Per a poder realitzar la recerca ha sigut necessari l'elaboració d'eines que ens permetessin d'obtenir dades i analitzar-les. De l'estudi realitzat es desprenen reflexions en torn al disseny de l'activitat de projectes. Tot això és el que considerem que són aportacions de la tesi, tot allò que sense estar explícit als objectius de la recerca però que ha sigut imprescindible la seva elaboració per a poder portar a terme l'estudi.

En aquest apartat presentem les aportacions que s'ha fet reconeixent diferents tipus d'aportacions, les teòriques, les instrumentals, les de disseny didàctic del treball de projectes i els resultats originals del nostre treball.

Aportacions teòriques

Hem definit els projectes matemàtics realistes com una activitat matemàtica en la que es desenvolupa el procés de modelització de forma rica, que inclou la proposta i resolució de problemes, realista, intencional, reflexiva, oberta, llarga en el temps, on el protagonista és l'alumne i es valora específicament la comunicació matemàtica i el foment de la interdependència. Bona part del treball es realitza fora de l'aula. El procés que es desenvolupa comporta una aproximació a la modelització.

Hem elaborat un model de modelització (figura 6.3) a partir de les lectures realitzades i de les nostres experiències amb aquest tipus d'activitat, que consta de 16 accions.

A més s'ha identificat les competències modelitzadores permetjà d'indicadors d'assoliment (apartats 2.6.4, 2.6.5 i 2.6.6)

Aportacions instrumentals

Per a la realització de l'estudi ha sigut necessari elaborar instruments específics de recollida i anàlisi de dades propis de la metodologia empírica, adequats a les característiques i edats dels alumnes estudiats. L'orientació de la recerca és d'aplicació i considerem que aquests instruments es poden utilitzar en altres situacions de recerca i/o escolars en les que es necessiti obtenir dades per a les que han estat dissenyades. Aquests instruments són:

1. Prova diagnòstica dels nivells competencials inicials dels alumnes.
2. Graelles d'anàlisi de cada un dels tres blocs competencials: pensament i raonament matemàtic, modelització i resolució de problemes, i comunicació d'idees matemàtiques.
3. Programa elaborat amb llenguatge Pascal per a la correcció de la prova diagnòstica emprada a l'estudi pilot. Aquest programa dóna la puntuació per a cada una de les habilitats que la prova mesura.
4. Programa elaborat amb la base de dades File Maker per a la correcció de la prova diagnòstica definitiva. El programa dóna els nivells competencials per a cada un dels tres blocs que han mostrat els alumnes a la prova diagnòstica.
5. Programa elaborat amb la base de dades File maker per a la correcció del test IGF. El programa dóna els punts que corresponen per a cada un dels indicadors del test, d'acord amb les instruccions donades pel disseny del propi test.

Aportacions a la formació del professorat

L'estudi pilot va posar de manifest les dificultats que els alumnes trobaven en el desenvolupament dels projectes. Per establir una estratègia que permetès superar aquestes dificultats ens hem basat en la teoria de l'educació matemàtica realística i, en coherència amb aquesta teoria, també hem tingut en compte els criteris de Barnes exposats a l'apartat 2.4.2 (pàg 58). D'aquesta manera vam introduir algunes millores al procés de realització dels projectes. Fonamentalment consisteix en donar importància al caràcter interactiu del procés d'ensenyament, és a dir, a la interacció entre els alumnes i la dels alumnes amb el professorat. La interacció entre els alumnes està assegurada, ja que el treball es realitza per parelles o tríos. La interacció amb el professorat s'ha assegurat amb el seguiment que es realitza al llarg del procés a través de les entrevistes inicials i de seguiment. D'aquesta manera el procés de realització de projectes que s'ha seguit a l'estudi (Taula 5.1) es mostra eficient en la realització d'aquests treballs i constitueix un resultat de la nostra recerca.

Una de les dificultats que s'ha observat és la poca consciència que mostren els alumnes d'estar seguint un procés més ampli que el que es segueix en altres activitats que es fan a l'aula.

A partir dels resultats observats al capítol 6 destaquem algunes dificultats observades i proposem les següents millores del procés de realització dels projectes:

1. S'ha mostrat la dificultat de formular un problema a partir d'una situació real. Aquest procés, que a l'esquema hem anomenat de simplificació, inclou la comprensió del sistema que ens proposem, identificar les variables, trobar els seus rangs de validesa, trobar les relacions entre elles. Per portar-ho a la pràctica es recomanable dedicar-li temps suficient i donar-li la importància que realment té en el bon desenvolupament de l'activitat. La formulació d'aquests problemes és important ja que condiciona la realització de tot el treball posterior. No és necessària una formulació perfecta o complexa, és suficient una qüestió simple, ja que aquests problemes poden evolucionar i transformar-se en altres o aparèixer de nous a mida que vas construint el model. Han de servir per iniciar l'activitat, però per això cal que estiguin ben plantejats. En aquest moment no han de preocupar-se en pensar com els resoldran - això ja ho faran després - és suficient algunes preguntes que s'ajustin bé a l'àmbit o al tema que han triat. S'hauran d'emprar estratègies que permetin recollir el major nombre d'aportacions dels alumnes.
2. Els alumnes tenen moltes dificultats per començar el desenvolupament de l'activitat. En aquest començament necessiten organitzar la informació, prendre mides, fer càlculs i dibuixos. També han de seleccionar variables, determinar el rang de valors o, en alguns casos, fixar-los, esbrinar les relacions o fer conjectures sobre elles. Per buscar la formulació matemàtica del problema caldrà relacionar objectes reals del model amb les matemàtiques. Una de les principals dificultats amb què es troben és posar ordre entre les seves idees, dades, informacions, impressions, mesures, cosa que els fa perdre de vista el seu objectiu de resoldre els problemes que s'han plantejat inicialment. Entenem que caldrà dedicar-hi temps i ajuda per a superar aquestes dificultats.
3. Considerem que els criteris d'avaluació dels projectes no són si responen correctament o no als problemes que s'han plantejat. Les solucions donades a aquests problemes normalment no seran ni correctes ni equivocades, sinó més o menys útils, més o menys ben argumentades, mostraran un cert grau de comprensió del problema abordat. Això marca diferències substancials respecte a l'avaluació de les activitats tradicionals en l'aprenentatge de les matemàtiques.
4. Els resultats també han posat de manifest que l'habilitat dels alumnes per a resoldre els projectes i la qualitat que mostren en les seves produccions no tenen correlació amb les produccions realitzades en les activitats desenvolupades en sessions de treball ordinari a l'aula de matemàtiques. Per tant, el professor no ha d'esperar que els que millor treballen a l'aula siguin els que realitzin els millors projectes.
5. Cap dels estudiants que ha intervingut a l'estudi ha realitzat cap tipus de validació del model construït. Això ha quedat recollit en el resultat de la competència CM6. Per tant caldrà prendre alguna mesura per tal de promoure aquesta preocupació quan ja hagin acabat de resoldre el seu problema. Se'ls haurà de demanar explícitament que al final del seu informe argumentin per què consideren que és vàlida la solució que han trobat. Segurament això és així per manca d'hàbit ja que en les activitats que es fan a l'aula

normalment no se'ls demana fer comprovacions. Per tant seria bo fomentar aquest hàbit en qualsevol activitat que es realitzi a l'aula de matemàtiques i no només als projectes.

6. Tots els alumnes de l'estudi han mostrat moltes dificultats en la comunicació dels resultats del seu pròpi treball, en especial les argumentacions i l'ús de tècniques i recursos. Suggerim de superar aquesta dificultat portant-la més a la pràctica, això és, incorporant aquesta exigència a qualsevol altra activitat que es realitzi a l'aula durant les classes de matemàtiques. Segurament també serà convenient incorporar a les classes ordinàries activitats obertes on els alumnes hagin de prendre decisions; activitats d'aplicació a la realitat, no necessàriament de l'amplitud dels projectes. Cal que tinguin hàbit en mostrar els raonaments que fan davant de qualsevol activitat matemàtica, cal justificar les opcions i decisions que prenen.
7. En general tots els alumnes han mostrat una falta de visió general del procés de modelització seguit i per això podem deduir la falta de reflexió sobre els propis pensaments, sobre les decisions preses, sobre els procediments emprats. Amb això podem reconèixer el que Sjuts anomena la metacognició. En aquesta línia adoptem les suggerències de Maaβ (2006):
 - Impartir metaconeixement sobre el procés de modelització. Per això pot ser útil explicar i fer que els alumnes s'apropriïn d'un cert model del procés de modelització.
 - Realitzar a la classe discussions entre els alumnes sobre les diferents percepcions del procés de modelització.
 - Tractar els errors dels alumnes i analitzar-los.
 - Demanant als alumnes que facin planificació del seu treball, que supervisin i validin les seves pròpies accions. Aquí també l'esquema del procés de modelització els pot ajudar.
 - Comparar i discutir diferents solucions reflectin les diferents raons emprades.
 - Destacar exemples positius d'auto-supervisió en el procés de modelització.
 - Supervisió externa del professor.
8. En la classificació de les tasques que fa Ponte (2004) advertia que, en el cas dels projectes, hi ha molts riscos de que els alumnes abandonin l'activitat sense arribar al final per diferents motius. La nostra experiència confirma aquests riscos i per això donem molta importància al seguiment que fa el professor al llarg de tot el procés i molt en especial en els moments inicials quan s'ha de donar un acompanyament i un diàleg del professor amb els alumnes. D'aquesta manera es pretén garantir la participació de tot l'alumnat i per tant és una activitat d'integració. Aplicant els criteris de Clarke i Higgins (Mason et al. 2004) podem afirmar que els projectes són una tasca possible perquè s'assegura que els alumnes puguin arribar al final del procés amb èxit.
9. També s'ha de destacar els canvis que la gestió de l'activitat representa pel professorat. Ja s'ha dit que ha d'estar preparat per mostrar-se davant dels alumnes exercint un paper que no és l'habitual a la classe ordinària de matemàtiques. Amb els projectes, especialment al començament, ha de mentalitzar-se de que no pot saber-ho tot i que pot

estar equivocats en alguns plantejaments. Haurà d'estar preparat per a seguir els models que proposin els alumnes tot i que la seva validesa sigui dubtosa. Hauria de inclinar-se cap a la observació i el sentit comú per decidir-se sobre el que és correcte i el que no ho és en la formulació i validació de models. El paper d'ajuda a l'alumnat que ha de fer el professorat ha de situar-se en un equilibri entre la intervenció justa per a que l'estudiant no es bloquegi i tampoc facilitar-li res que pugui aconseguir pel seu pròpi esforç en el grup de treball. De vegades es mostrarà com un col·laborador que confirma les bones idees que li presentin els estudiants i qüestioni les que no ho són tant. En aquest procés es dona una complicitat i confiança mutua que també és una característica d'aquests tipus de treballs.

El professorat ha d'assegurar que tots els alumnes arriben al final de l'activitat. En el cas de que les dificultats amb que es trobin els alumnes arribin a bloquejar-los, el paper del professorat és el de suggerir-los de buscar més dades i informacions o bé simplificar el model sobre el que es treballa, reduint complexitat i abstracció per a fer-lo més asequible.

10. La realització de la recerca també ha tingut aportacions personals. Ha suposat l'adquisició de coneixements i la vivència d'experiències que esperem millorin la meua competència com a professor investigador.

A més a més d'aquestes suggerències didàctiques adreçades a professors interessats en portar a terme els projectes també, com a resultat de la recerca, podem fer suggeriments per a altres línies de recerca que es poden desenvolupar en un futur.

7.7 Suggeriments per altres línies de recerca

Al llarg de la recerca ens hem trobat amb limitacions metodològiques; els problemes que ens plantejàvem es podien fer molt amplis fins a desbordar les possibilitats del recercador i hem hagut de prendre decisions per prioritzar uns aspectes i deixar-ne de banda uns altres. Uns resultats són rellevants, tant des del punt de vista de la recerca com de la seva aplicació a la pràctica; uns altres no han sigut tant clars, però han servit per plantejar-nos nous interrogants. Tots aquests aspectes han estat recollits al llarg d'aquesta memòria que, en aquestes pàgines, arriba al final. Però seria desaprofitar part del treball realitzat el fet de no recollir totes aquestes reflexions, problemes idees i qüestions que se'ns han plantejat i hem hagut de deixar. Voldriem mostrar-les per què podrien orientar noves recerques en aquesta línia i avançar en el coneixement de la didàctica de la matemàtica i millorar l'educació matemàtica dels nostres alumnes.

Dins del mateix marc teòric i metodològic del nostre estudi suggerim les següents línies de recerca:

1. Plantejar el mateix estudi a grups d'alumnes amb dificultats d'aprenentatge categoritzades.

Això permetria estudiar la influència de determinades dificultats en el desenvolupament de determinades competències matemàtiques.

2. Plantejar el mateix estudi a alumnes dels altres cursos de l'ESO i també a batxillerat. Podria mostrar les dificultats que es troben els alumnes en aquests diferents moments.
3. Plantejar un estudi quantitatiu sobre una mostra ampla que permetés de generalitzar els resultats obtinguts.
4. Plantejar un estudi longitudinal que permetés veure la incidència de la realització dels projectes matemàtics en l'evolució dels nivells competencials dels alumnes amb dificultats.
5. Estudiar el treball que realitzen els alumnes en el grup de treball quan es troben fora de l'institut per estudiar quins són els processos que serveixen per a superar les dificultats, generar idees i seguir el procés de modelització.
6. Els resultats han mostrat que les principals dificultats dels alumnes han estat en iniciar i acabar el treball. És a dir, des de que han seleccionat un àmbit sobre el que fer el projecte fins a formular el problema matemàtic. Al final han mostrat grans dificultats en la comunicació tant escrita com oral. Seria pertinent, per tant, una recerca sobre com els alumnes poden millorar aquests dos moments del procés de modelització. Igualment és interessant per a millorar el procés de modelització analitzar com es pot fomentar la metacognició dels alumnes sobre el procés que segueixen.
7. Quins treballs preliminars en el treball ordinari a l'aula poden afavorir la realització de projectes. O quina metodologia de treball durant les activitats ordinaries al llarg del curs pot afavorir la realització dels projectes?
8. En tota activitat d'educació matemàtica la motivació de l'alumnat és un element clau en el seu desenvolupament i èxit. En el cas dels projectes és especialment important aquest factor ja que té una duració més llarga que altres tipus d'activitats, és més exigent en quant a dificultat, ja que aborda diferents problemes relacionats entre ells, i ha de recórrer a totes les matemàtiques que ha estudiat fins aleshores. A més a més, l'alumnat té un gran protagonisme i responsabilitat en la conducció i desenvolupament de l'activitat ja que ha de prendre decisions. De vegades les dificultats que apareixen a mig camí els poden portar cap al desànim o a acabar l'activitat desaprofitant bona part del treball realitzat fins aleshores. Per totes aquestes raons, el factor de la motivació resulta important tenir-ho present per a que els alumnes tinguin èxit en la realització de l'activitat i per tant sembla adequat plantejar-se una recerca sobre quins són els elements que poden promoure i mantenir una alta motivació cap a l'activitat de projectes.
9. El nostre estudi l'hem centrat en l'alumne, però, com ja hem dit, el paper del professor és molt diferent al que exerceix habitualment a les aules. Per altra banda, hem destacat la importància de la interacció en el bon desenvolupament de l'activitat. Per això creiem que podria ser interessant investigar aquest rol del professor en les diferents fases de realització del treball per a millorar el desenvolupament de les competències dels alumnes.

10. Ja s'ha dit que la nostra recerca està orientada a l'aplicació. D'altra banda també s'ha vist l'interès educatiu dels projectes i els canvis de rol que implica al professor en la implementació d'aquestes activitats. Igualment són coneguts els estudis realitzats per Blum i Niss (1991), Blum (2002), Burkhardt (2006), Kaiser i Maaß (2006) sobre els obstacles (creences, actituds, formació) que troben els professors en portar a les aules les activitats de modelització. Per tant considerem que seria escaient fer recerques per a conèixer les dificultats que representen pel professorat del nostre país la realització d'aquestes activitats i en trobar la millor manera de superar-les.

Al llarg de la recerca hem hagut d'elaborar uns instruments per analitzar els nivells competencials. Considerem que els que hem fet servir són adequats a les finalitats que ens proposàvem. Però també és cert que l'abast de les implicacions del treball per competències a l'aula de matemàtiques té molts aspectes encara per estudiar i que, per tant, es podria plantejar la millora d'alguns dels instruments que hem emprat i, si més no, complementar-los amb d'altres. Per tant creiem que podrien ser objectius de noves recerques:

1. Millorar la prova diagnòstica dels nivells competencials de matemàtiques, en el sentit d'ampliar la seva precisió i aprofundiment o ampliar el ventall de competències avaluades.
2. Millorar els instruments d'anàlisi de les competències emprades en la realització de projectes, orientada a ampliar la seva precisió i aprofundiment.

Els resultats que hem obtingut a la recerca són prou rellevants com per sentir-se recompensat en l'esforç realitzat. Estem convençuts de que val la pena realitzar projectes amb l'alumnat de l'ESO. Les noves recerques que hem presentat contribuiran, sense dubte, a millorar la seva realització. Creiem que valdria la pena generalitzar la realització dels projectes a tots els alumnes de tots els nivells de l'ESO, tot i què això podria plantejar problemes d'organització de curriculum i també en l'organització dels centres.

Referències bibliogràfiques

Abel, T.M. (1983). Women and mathematics: research vs achievement in education. Paper presented at the 9th *Annual Midyear Conference of the American Educational Research Association (AERA)* Tempe

Abrantes, P. (1991). The role of applications in a curriculum project for school mathematics. A M. Niss, W. Blum, i I. Huntley (eds.) *Teaching of mathematical modelling and applications* Chichester: Ellis Horwood. 128-136

Abrantes, P. (1994). *O Trabalho de Projecto e a Relação dos Alunos com a Matemática. a experiência do Projecto MAT789*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. Tesi doctoral.

Alsina, C. Fortuny, J.M. Giménez, J (1994). *Bon dia mates*. Barcelona. Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. Servei de difusió i publicacions.

Alsina, C. (1998). Neither a Microscope Nor a Telescope. A P. Galbraith, W. Blum, G. Booker, and Ian.D. Huntley *Mathematical Modelling. Teaching and Assessment in a Technology-Rich World* (pp 3-10) Chichester: Horwood Publishing.

Alsina, C. (2001). Mathematical modelling by means of functional equations: The missing link in the learning of functions. A J.F. Matos, W. Blum, K. Houston, Carreira, S. P. (eds.) *Modelling and mathematics education: ICTMA 9 Applications in Science and technology*. (pp 300-310). Chichester: Horwood Publishing Limited.

Alsina, C. (2007). Less chalk, less words, less symbols...more objects, more context, more actions. A W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn i M. Niss *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*. (pp 35-44) Springer.

Alsina, C. (2007). Teaching applications and modelling at tertiary level. A W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn, M.Niss (eds.) *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*. Springer.

Ahmed, A. i Williams, H. (1998). Applications, Modelling and Communication in Secondary School. A P. Galbraith, W. Blum, G. Booker, and Ian.D. Huntley *Mathematical*

Modelling. Teaching and Assessment in a Tecnology-Rich World Chichester: Horwood Publishing

Aravena, M. (2002). *Evaluación de proyectos de ingeniería. Un estudio de caso basado en la modelización polinómica*. Universidad de Barcelona. Tesis doctoral no publicada.

Barbosa, J.C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 293-301.

Bacon, F. (1960). *The new organum*. Indianapolis. Bobbs-Merrill. (Versió original 1620).

Barkley, E. F. Cross, K. P. Major, C. H. (2007). *Técnicas de aprendizaje colaborativo*. Madrid: Morata.

Barnes, H.E. (2004). *A developmental case study: implementing the theory of realistic mathematics education with low attainers*. Master's Dissertation University of Pretoria. [En línia.] Disponible a: <http://upetd.up.ac.za/thesis/available/etd-12032004-103122/> [Consulta: 14 desembre 2008].

Baroody A.J. i Hume, J. (1991). Meaningful mathematics instruction: The case of fractions. *Remedial and Special Education*, 12(3) 54-68.

Bisquerra, R (coord.) (2004). *Metodologia de la investigació educativa*. Madrid: Editorial La Muralla, S.A.

Blake, R.M., Ducasse, C.J. i Madden, E.H. (1960). *Theories of scientific method*. Seattle. University of Washington Press.

Blomhoj, M. Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planing. *Teaching mathematics and its applications*, 22, 123-139

Blomhoj, M. i Kjeldsen, T.H. (2006). Teaching mathematical modelling through project work - experiences from an in-service course for upper secondary teachers. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38, 163-177.

Blomhoj, M. Jensen, T.H. (2007). What's all the fuss about competencies? A W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn i M. Niss *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*, 45-56 Springer.

Blum,W. i Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to other subjects - State, Trends and Issues in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics* 22, 37-68

Blum, W. Et al. (2002). ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics

Education - Discussion Document. *Educational Studies in Mathematics* 51, 149-171

Borasi, R. (1991). *Learning Mathematics through Inquiry*. Portsmouth (USA): Heinemann Educational Books, Inc.

Borromeo, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 86-95.

Brown, S.I. i Walter; M. I. (1983). *The art of problem posing*. Philadelphia: The Franklin Institute Press.

Brownell, W.A. (1942). Problem solving. *The Psychology of learning*, (41st NSSE Yearbook, Part II), Chicago, National Society for the Study of Education.

Burghes, D. N. Huntley, I. McDonald, J. (1982). *Applying Mathematics. A course in mathematical modelling* Chichester: Ellis Horwood Limited

Burkhardt, H. (1989). Mathematical Modelling in the Curriculum. A W. Blum, J. S. Berry, R. Biehler, I.D. Huntley, G. Kaiser. L. Profke (eds.) *Applications and Modelling in learning and teaching mathematics* Chichester: Ellis Horwood Limited.

Burkhardt, H. (1981). *The real world and mathematics* Londres: Blackie and Son Limited.

Burkhardt, H. (2006). Modelling in Mathematics Classroom: reflections on past developments and the future. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38, 178-195.

Burkhardt, H i Pollack, H. (2006). Modelling in Mathematics Classrooms: reflections on past developments and the future. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 178-195.

Burton, L. (1984). *Thinking Things Through*. Oxford. Blackwell.

Carey, D.A., Fennema, E. Carpenter, T. Franke, M.L. (1995). La equidad y la educación matemática. A W.G. Secada, E. Fennema, L.B. Adajian, (comps.) *Equidad y enseñanza de las matemáticas: Nuevas tendencias*. Madrid: Ediciones Morata, S.L. i Ministerio de educación y cultura.

Castelnuovo, E. (1982). *Didáctica de la matemática moderna* Mexico D.F.: Editorial Trillas. (Versió original 1963).

Christiansen, I. (2001). The effect of task organisation on classroom modelling activities. A J. Matos, W. Blum, K. Houston i S. Carreira (eds.) *Modelling and Mathematics Education Ictma 9: Applications in Science and Technology*. 311-320. Chichester. Horwood Publishing.

Clements, M. A. (K). (1999). Planteamiento y resolución de problemas: ¿es relevante Polya para las matemáticas escolares del siglo XXI? *SUMA Revista sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* 30, 27-36

Cockroft, W.H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockroft*. Madrid. MEC (Versión original en inglés: *Mathematics Counts*. Crown. 1982).

Comision CIEAEM (2001). Manifiesto 2000 para el Año de las Matemáticas. En J. Giménez (coord.) *Matemáticas en Europa: diversas perspectivas*, 13-27. Biblioteca de UNO 163. Barcelona. Ed. Graó.

Consell Europeu (2001). *Common European Framework of reference for Languages: Learning, teaching, assessment*. Cambridge. Cambridge University Press. (Trad. castellana Marco común europeo de referencia para las lenguas: aprendizaje, enseñanza, evaluación. Madrid. Instituto Cervantes 2002).

Crouch, R. i Haines, C. (2004a). Emergent commonalities and differences: evaluating behaviours in mathematics. A J. Giménez, G.E. Fitz Simons i C. Hahn (eds.) *A challenge for mathematics education: To reconcile commonalities and differences*. Barcelona: Graó. 219-224

Crouch, R. i Haines, C. (2004b). Entao, quem e bom em modelos matematicos e como nos sabemos? (So, who is a good modeller and how do we know?) *Vetor Neteclém: Fundação Cultural de Campos*, 2, 65-87. Faculdade de Filosofia de Universidade de Campos, Brazil.

Crouch, R. i Haines, C. (2004c). Mathematical modelling: transitions between the real world and the mathematical model. *International Journal of Mathematics Education in Science and technology* 35, 2, 197-206.

Crouch, R. i Haines, C. (2007). Exemplar Models: Expert-Novice Student Behaviours. A C. Haines, P. Galbraith, W. Blum i S. Khan (eds.) *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics*. Chichester: Horwood Publishing. 90-100.

D'Ambrosio, U. (1989). Historical and Epistemological Bases for Modelling and Implications for the Curriculum. A W. Blum, M. Niss, I. Huntley (eds.) *Modelling, Applications and Applied Problem Solving. Teaching mathematics in a real context*. 22-27 Chichester. E. Horwood, Halsted Press.

Daniels, H. i Anghileri, J. (1995). *Secondary mathematics and special educational needs* Londres: Casell

De Lange, J. (1996). Using and Applying Mathematics in Education. A A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick i C. Laborde (eds.) *International Handbook of Mathematics Education*, 49-98. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Denvir, B. Stolz, C. i Brown, M. (1982). *Low attainers in mathematics 5-16: policies and practices in school* Londres: Methuen Educational.

Descartes, R. (1984). *Discurso del método: Reglas para la dirección de la mente*. México. Editorial Orbis press. (Versió original 1628).

Doerr, H.M. i Lesh, R.A. (2003). A modelling perspective on teacher development. A R.A. Lesh i H.M. Doerr (eds.) *Beyond constructivism: Models and modelling perspective in mathematics problem solving, learning and teaching*. 125-139. Mahawah, N.J. Lawrence Erlbaum Associates.

DOGC 4915 pp 21873 i 21927.

Einstein, A. i Infeld, L. (1938). *The evolution of physics* Nova York. Simon and Schuster.

Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education* Londres: The Falmer Press.

Ernest, P. (1996). Investigações, resolução de Problemas e Pedagogia. A P. Abrantes, L. Cunha, J.P. Ponte *Investigar para aprender Matemática. Textos seleccionados*. Lisboa: Associação de professores de matemática i Matemática para todos. investigações na sala de aula.

Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics* 1, 3-8.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht. Reidel.

Freudenthal, H. (1978). *Weeding and sowing: preface to a science of mathematical education*. Dordrecht, Holanda. D. Reidel.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, Holanda. D. Reidel.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht, Holanda. Kluwer Academic.

Friedlander, A. (1996). Superproblems in Spreadsheet-Based Algebra. A J. Giménez, R. Lins, B. Gómez (eds.) *Arithmetics and algebra education* Tarragona:URV 55-60

Galbraith, P. Stillman, G. (2001). Assumptions and Context: Pursuing their Role in modelling activity. A J.F. Matos, W. Blum, K. Houston, Carreira, S. P. (eds.) *Modelling and mathematics education: ICTMA 9 Applications in Science and technology*. 300-310. Chichester: Horwood Publishing Limited.

Galbraith, P. Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38, 143-162.

García, F.J. Gascón, J. Ruiz, L. Bosch, M. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 226-246

Generalitat de Catalunya, Departament d'Educació, Consell Superior d'Avaluació del sistema Educatiu (2004). *Quaderns d'avaluació 1*.

Giménez, J. (1997). *Evaluación en matemáticas. Una integración de perspectivas*. Madrid: Ed. Síntesis.

Giménez, J. i Sol, M. (2005). Student's difficulties when starting with mathematical projects. A *Mathematics Education: Paths and crossroads. International meeting in honour of Paulo Abrantes*. 217-229. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Giménez, J. Díez-palomar, J. Civil, M. (coords.) (2007). Exclusión y matemáticas. Elementos que explican la investigación actual en el área. A Giménez, J. Díez-palomar, J. Civil, M. (coords.) *Educación matemática y exclusión* Barcelona: Editorial Graó.

Gómez, J. (1998). *Contribució a l'estudi dels processos de modelització a l'ensenyament/aprenentatge de les matemàtiques a nivell universitari*. UAB. Tesis doctoral.

Gómez, J. (2002). *De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas* Barcelona: Paidós.

Gómez, J. i Fortuny, J.M. (2002). Contribución al estudio de los procesos de modelización en la enseñanza de las matemáticas en escuelas universitarias. *UNO Revista de Didáctica de las matemáticas*. 31, 7-23.

Gravejmaier, K. i Doorman, M. (1999). Context Problems in Realistic Education: A calculus Course as an Example. *Educational Studies in Mathematics* 39, 111-129.

Gravemeijer, K. (2007). Emergent Modeling as a precursor to mathematical modeling. A W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn i M. Niss *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*. 137-144. Springer.

Grup Vilatzara (2001 a). Proyectos en la ESO. Una actividad rica. *UNO Revista de didáctica de las matemáticas*, 27, 21-36.

Grup Vilatzara (2001 b). Experiencias sobre proyectos e investigaciones matemáticas en secundaria. *Revista Números. Revista de didáctica de las matemáticas. Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas* 46, 29-46.

Grup Vilatzara (2002). La acción tutorial en los trabajos de investigación en el Bachillerato.

SUMA. Revista sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas 40, 7-17

Guzmán, M. (1983). Sobre la educación matemática. *Revista de Occidente*, 26, 37-48.

Haines, C. R. Crouch, R.M. Davis, J. (2001). Understanding Students' Modelling Skills. A J.F. Matos, W. Blum, K. Houston, Carreira, S. P. (eds.) *Modelling and mathematics education: ICTMA 9 Applications in Science and technology*. 300-310. Chichester: Horwood Publishing Limited.

Haines, C. R. i Crouch, R.M. (2001). Recognising Constructs within Mathematical Modelling. A *Teaching Mathematics and its Applications* 20,3, 129-138

Haines, C. R. Crouch, R.M. i Fitzharris, A. (2003). Deconstructing mathematical modelling: Approaches to problem solving. A Q.Ye, w. Blum, S.K. Houston i J. Jiang (eds.) *Mathematical Modelling in education and Culture*, 41-53. Chichester: Horwood Publishing.

Haines, C. R. i Crouch, R.M. (2005a). Applying mathematics: making multiple choice questions work. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24, 107-113.

Haines, C.R. Crouch, R.M. (2005b). Getting to grips with real world contexts: developing research in mathematical modelling. A M. Bosch (ed.) *Proceedings of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 4 (2005)*, 1655-1665. IQs Fundiem Business Institute www.fundemi.url.edu.

Haines, C. R. i Crouch, R.M. (2007). Ability and competence frameworks for mathematical modelling and applications. A H-W. Henn i W. Blum (eds.) *ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education*, 417-424. Dortmund: Universitat Dortmund.

Hart, K. (1981). (ed.) *Children's understanding of mathematics 11-16*. Oxford. Murray.

Henning, H. i Keune, M. (2005). Levels of modelling competencies. A M. Bosch (ed.) *Proceedings of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 4 (2005)*. IQs Fundiem Business Institute www.fundemi.url.edu,

Henry, J. (1989). Meaning and practice in experiential learning. A S. Weil i I. McGill (eds.) *Making sense of experiential learning - diversity in theory and practice*, 25-37. Open University Press.

Hodgson, T. (1997). On the use of open-ended, real-world problems. A K. Houston, W. Blum, I. Huntley, N.T. Neill (eds.) *Teaching and learning mathematical modelling* 211-218. Chichester. Albion Publishing Limited.

Howson, A.G. Keitel, C. Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum Development in Mathematics* Cambridge: Cambridge University Press

Iversen, S. M. Larson, C. J. (2006). Simple Thinking using Complex Math vs. Complex thinking using Simple Math. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38, 281-292.

Izard, J. Haines, C.R. Crouch, R. Houston, K. i Neil, N. (2003). Assessing the impact of teaching modelling: some implications. A S. J. Lamon, W.A. Parker i S. K. Houston (eds.) *Mathematical Modelling: A way of life: ICTMA11*, 165-178. Chichester: Horwood Publishing.

Johnson, D. W. Johnson, R. T. holubec, E.J. (1999). *El aprendizaje colaborativo en el aula* Barcelona: Paidós

Jorba, J. Casellas E. (eds.) (1996). *La regulació i l'autoregulació dels aprenentatges*. Barcelona. ICE UAB.

Julie, C. (2002). Making relevance relevant in mathematics teacher education. A I. Vakalis, D. Hughes Hallett, D. Quinney, i C. Kourounionitis (comp.) *Proceedings of 2nd International onference on the Teaching of Mathematics: (ICTM-2)* Nova York: Wiley [CD-ROM]

Kaiser, G. (2006). Modelling and Modelling competencies in school. A C.P. Haines, P. Galbraith i W. Blum (eds.) *Proceedings of the 12th International Conference on the Tteaching of Mathematical Modelling and Applications*. Chichester. Ellis Horwood Erscheint.

Kaiser, G. Blomhoj, M. Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 82-85.

Kaiser, G. i Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38, 196-208.

Kaiser, G. Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38, 302-310.

Kaiser, G. i Maaß, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom - problems and opportunities. A W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn i M. Niss *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*. 99-108. Springer.

Kegan, R. (2004). Las competencias que funcionan como epistemologías: cómo queremos que los adultos sepan. A D.S. Rychen, L.H. Salganik *Definir y seleccionar las competencias fundamentales para la vida*. México. FCE.

Keitel, C. (2001). Evaluación, globalización, diversidad y cambios en educación matemática. El caso de Alemania. A J. Giménez (coord.) *Matemáticas en Europa: Diversas perspectivas*, 29-50. Barcelona: Editorial Graó.

Kilpatrick, W. (1918). The Project Method. *Teachers College Record*, vol. XIX, n.4 319-335

Latorre, A. Rincón, D. i Arnal, J. (1997). *Bases Metodológicas de la Investigación Educativa*. Barcelona: Hurtado ediciones.

Lesh, R., Doerr, H. (2003). Foundations of a Models and Modelling Perspective on Mathematics Teaching, Learning and Problem Solving. A R. Lesh i H. Doerr (eds.) *Beyond constructivism. Models and Modelling Perspectives on Mathematical Problem Solving, Learning and Teaching*, 3-33. Mahwah. Lawrence Erlbaum Associates.

Lingefjärd, T. Holmquist, M. (2005). To assess student's attitudes, skills and competencies in mathematical modeling. *Teaching Mathematics and its applications*, 24, 123-133.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 113-142.

Marshall, C. i Rossman, G.M. (1989). *Designing qualitative research*. Londres. Sage.

Mason, J. Burton, L. i Stacey, K. (1992). *Pensar matemáticamente*. Barcelona. Ed. Labor i MEC.

Mason, J. i Johnston-Wilder, S. (editors)(2004). *Fundamental Constructs in Mathematics Education*. Londres: Open University. Nova York: RoutledgeFalmer

Ministerio de Educación i Ciencia i INECSE (2005). *PISA 2003 Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas* Madrid: 2005

Montero, J. A. (2008). *Hacia una metodología docente basada en el aprendizaje activo del estudiante presencial de ingeniería, compatible con las exigencias del E.E.E.S*. Tesis doctoral.

Natasi, B.K. i Clements, D.H. (1991). Research on cooperative learning: implications for practice. *School Psychology Review*, 20, (1), 110-131.

National Council of Supervisors of Mathematics (1978). Position statement on basic skills. *Mathematics Teacher*, 73, 147-152.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston. NCTM

National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Granada Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES. (Versión original en inglés: Principles and standards for school mathematics. 2000.)

Niss, M. (1989). Aims and scope of Applications and Modelling in Mathematics Curricula a Blum, W. Huntley, I. Berry, J. Kaiser-Messmer, G. Biehler, R. i Pofke, L. (eds.) *Applications and Modelling in learning and teaching mathematics*. Chichester. Ellis Horwood.

Niss, M. (1995). Las matemáticas en la sociedad. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 6, 45-58.

Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics* 40, 1-24.

Niss, M. (2003). Mathematical Competencies and the learning of Mathematics : The Danish KOM Project. A. A. Gagatsis & S. Papastavridis (Eds.). *3rd Mediterranean Conference on Mathematics Education*, 115-124. Athens - Hellas 3-5 January 2003. Athens: The Hellenic Mathematical Society

OCDE (2002). *Definition and selection of competences (DeSeCo): Theoretical and conceptual foundations*. Strategy paper. Annual Report 2001/Spring 2002. [En línia]. Disponible a: <http://www.deseco.admin.ch/> [Consulta: 14 de desembre de 2008]

Parlamento Europeu (2006). *Propuesta de recomendación del parlamento europeo y del consejo sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente*. [En línea]. Disponible en: www.europarl.europa.eu/sides/getDoc.do?pubRef=-//EP//TEXT+TA+P6-TA-2006-0365+0+DOC+XML+V0//ES [Consulta: 14 de desembre de 2008]

Parmar, R.S. i Cawley, J.F. (1991). Challenging the routines and passivity that characterise arithmetic instruction for children with mild handicaps. *Remedial and Special Education* 12, (5), 23-32

Patton, M.Q. (1990). *Qualitative evaluation methods*. Beverly Hills, CA: Sage.

Perrenoud, Ph. (1997). *Construire des compétences dès l'école. Pratiques et enjeux pédagogiques*. Paris. ESF.

Pierce, R. i Stacey, K. (2006). Enhancing the image of mathematics by association with simple pleasures from real world contexts. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38, 214-225.

Planas, N. Vilella, X. Gorgorió, N. Fontdevila, M. (1999). Fiayaz en la clase de matemáticas: ambiente de resolución de problemas en un aula multicultural. *SUMA Revista sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática* 30, 65-75. FESPM

Pollak, H.O. (1997). Solving Problems in Real World. A L.A. Steen (ed.) *Why numbers count: Quantitative Literacy for tomorrow's America*. New York. The College Board.

Pollak, H. (2007). Mathematical modelling - A conversation with Henry Pollak. A W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn i M. Niss *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*. 109-120. Springer.

Polya, G. (1990). *Cómo plantear y resolver problemas*. México. Ed. Trillas. (versió

original en anglès: *How to solve it*. Princeton, New Jersey. Princeton University Press.)

Ponte, J.P. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. A J. Gimenez, L. Santos, J.P.Ponte (Coords.) *La actividad matemática en el aula. Homenaje a Paulo Abrantes*, 25-34. Barcelona: Graó Editorial. Biblioteca de UNO 204.

Resnick, L. (1987). *Education and learning to think*. Washington, DC. National Academy Press.

Reusser, K. (2000). Success and failure in school mathematics: effects of instruction and school environment *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9, (2), 17-26.

Rico, L. (coord.) (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria* Barcelona: ICE-UB, Horsori.

Rico, L. (ed.) (2007). *Bases teòriques del currículum de matemàtiques en educació secundària*. Madrid: Editorial Síntesis.

Schoenfeld, A. (1987). What's all the fuss about metacognition? a A. Schoenfeld (ed.) *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale, N.J. Lawrence Erlbaum Associates.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Metacognition and sense making in Mathematics. A D.A. Grouws (ed.) *Handbook of research in mathematics teaching and learning* 334-370. Nova York: Macmillan.

Secada, W. G. Fennema, E. Adajian, L.B. (1995). *Equidad y enseñanza de las matemáticas: Nuevas tendencias*. Madrid: Ediciones Morata, S.L. i Ministerio de educación y cultura.

Sierra R. (1991). *Técnicas de Investigación Social. Teoría y ejercicios*. Madrid: Paraninfo.

Silver, E.A., Smith, M.S., i Nelson, B.S. (1995). El proyecto QUASAR: los problemas de la equidad en la reforma de la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria. A W.G. Secada, E. Fennema, L.B. Adajian, (comps.) *Equidad y enseñanza de las matemáticas: Nuevas tendencias*. Madrid: Ediciones Morata, S.L. i Ministerio de educación y cultura.

Skemp, R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics* Harmondsworth (UK): Penguin

Skemp, R. (1989). *Mathematics in Primary School* Londres: Routledge

Slavin, R.E. (1996). *Education for all*. Exton, PA: Swets & Zeitlinger.

Smith, K.A. (1996). Cooperative learning: Making "group work" work. A T.E. Sutherland i C.C. Bonwell (eds.) *Using active learning in college classes: A range of options for faculty*

71-82. *New directions for Teaching and learning*, num. 67. San Francisco. Jossey-Bass.

Sriraman, B. Lesh, R. (2006). Modeling conceptions revisited. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38, 247-254

Societat Catalana de Matemàtiques (2003). *Butlletí de notícies*, 19.

Sol, M. (1998). Proyectos matemáticos en la ESO: Cómo los evaluamos. *UNO Revista de didáctica de las matemáticas*, 17, 105-114.

Sol, M. Giménez, J. (2004). Proyectos matemáticos realistas y resolución de Problemas. A J. Gimenez L. Santos, J. Pedro da Ponte (coords). *La actividad matemática en el aula. Homenaje a Paulo Abrantes*, 35-57. Barcelona: Graó Editorial. Biblioteca de Uno 204.

Sol, M. (2006). *Les competències en els treballs de projectes matemàtics per una educació equitativa a l'ESO*. (Memòria del treball realitzat a la llicència d'estudis) Disponible a: <http://phobos.xtec.es/sgfprp/cerca.php> [Consulta: 13/09/07]

Sol, M. (2007). Les competències en els treballs de projectes matemàtics per una educació equitativa a l'ESO. *Butlletí La Recerca*. ICE UB secció recerca. Disponible a: <http://161.116.7.34/recerca/butlleti/llicitat.htm> [Consulta: 30/09/07]

Sol, M. Giménez, J. Rosich, N. (2007). Competencias y proyectos matemáticos en la ESO. *UNO Revista de didáctica de las matemáticas*, 46, 43-59.

Suwarsono, S. (1982). *Visual imagery in the Mathematical Thinking of Seven Grade Student*. Yogiakarta: IKIP [tesi]

Tanner, H. Jones, S. (1995). Developing metacognitive Skills in mathematical modelling - a socio-constructivist interpretation. A C. Sloyer, W. Blum, I. Huntley, (eds.) *Advances and perspectives in the teaching of mathematical modelling and applications* Yorklyn: Water Street Mathematics. 61-70.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction-the Wiskobas Project*. Dordrecht. Kluwer Academic.

Van Dalen, D.B. i Meyer, W.J. (1983). *Manual de técnica de investigación educacional*. Buenos Aires. Paidós

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1998). *Realistic Mathematics Education* NORMA Lecture held in Kristiansand Norway. [En línia]. Disponible a: <http://www.fi.ruu.nl/en/rme> [Consulta:14/12/08]

Watson, A. (2006). *Raising Achievement in Secondary Mathematics* Anglaterra: Open University Press.

Yuste, C. (2001). *Manual IGF Inteligencia General y factorial*. Madrid. TEA Ediciones.

Zabala, A. Arnau, L. (2007). *11 ideas clave. Como aprender y enseñar competencias*. Barcelona: Editorial Graó.

Apèndix A

Prova Diagnòstica

F1 Prova diagnostica

A.1 Els tres salts de Yago Lamela

A continuació et mostrem un dibuix que va aparèixer al diari El País durant les olimpíades a Sydney l'any 2000.

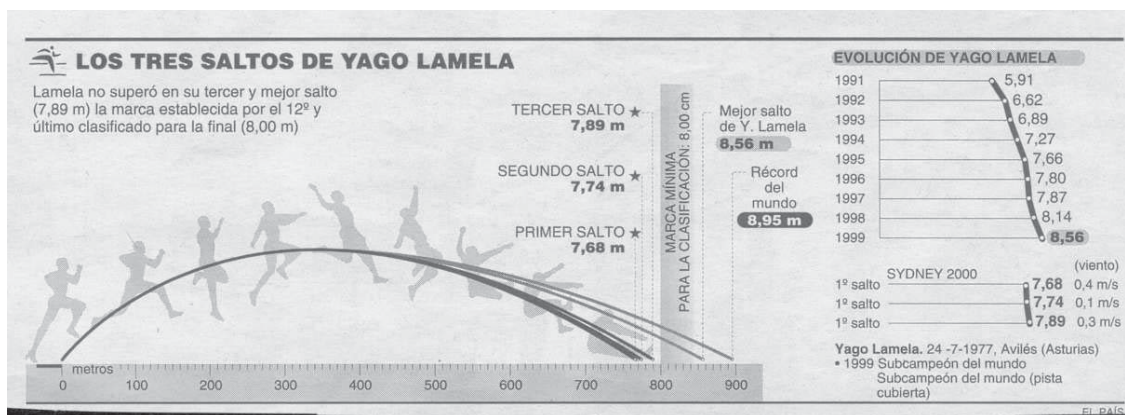


Figura A.1. Notícia del salt de Y. Lamela a Sydney 2000

A.1.1

A partir de les dades que apareixen a la notícia digues el que era previsible que saltés en Y. Lamela a les Olimpíades de Sydney? Explica els teus càlculs aquí mateix.

A.1.2

Digues quins dels següents enunciats, es poden deduir només de les dades de la notícia i quins no. Marca amb una creu la casella corresponent. Justifica la resposta. Fixa't en els dos exemples fets que estan posats a continuació.

SI NO
es dedueix es dedueix

Exemple 1)

2 i 2 fan quatre

Perquè: Tot i que és veritat que dos i dos fan quatre, però no es dedueix de la notícia.

Exemple 2)

El 3t salt del Y. Lamela va superar al 2n en un 1,93%.

Perquè: La diferència entre el 3r i 2n salt és de 15 cm que realment és un 1,93% de més que el 2n salt.

	SI es dedueix	NO es dedueix
a) Segons l'escala del dibuix el rècord del món és aproximadament 1 km. Perquè _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) El seu millor salt a Sydney va ser com el seu millor salt de l'any 1997. Perquè _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) La trajectoria dels salts de Yago Lamela descriu una forma de paràbola. Perquè _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) La velocitat mitjana dels tres salts ha sigut de 6,5 Km/h. Perquè _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) La mitjana dels tres salts de Yago Lamela a les Olimpíades de Sydney va ser de 7,77 m. Perquè _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f) La mitjana dels seus tres salts de Sydney va ser inferior a la mitjana dels seus salts al Campionat del món de 1999. Perquè _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g) El millor salt de Y. Lamela a Sydney ha quedat a 67 cm del seu millor salt. Perquè _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
h) El millor salt de Bob Beamon va ser de 8,90 m Perquè _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

A.2 Les tarifes de Jazztel

Observa aquest fulletó d'informació de les tarifes de Jazztel.

Tarifas

Recuerda que te aseguramos la factura más baja a fin de mes.
Si no, te devolvemos la diferencia.*

Si perteneces a **JAZZCLUB** podrás beneficiarte de unas **tarifas más económicas.**

Coste de establecimiento de llamada 0 ptas.

	de lunes a viernes		sábados, domingos y festivos	
LLAMADAS PROVINCIALES	hora 8	19	8	8
	10		6	
LLAMADAS INTERPROVINCIALES	hora 8	19	8	8
Tarifa Regular	20		9	
Tarifa Jazzclub entre clientes de Jazzclub	9 ptas./min.			
Tarifa Jazzclub entre no clientes de Jazzclub	15 ptas./min.		9 ptas./min.	
LLAMADAS de FIJO A MÓVIL	hora 8	22	8	8
	45	25	45	25

de lunes a viernes sábados, domingos y festivos

de lunes a viernes sábados domingos y festivos

Precios por minuto de conversación válidos desde el 1 de febrero de 2000.

Las llamadas a teléfonos de Portugal se tarifican como nacionales (teléfonos fijos y móviles) a partir del 1 de marzo.
La tarificación es por segundos, y en las llamadas de fijo a móvil por segundos a partir del primer minuto.

* Válido para llamadas provinciales, interprovinciales y de fijo a móvil con Telefónica, Retevisión, Uni2, BT, Aló y Airtel.

Fig. A.2 Publicidad Tarifas.

A.2.1

Selecciona, a partir de la informació donada, de què depèn el preu de la trucada telefònica feta amb aquesta empresa. Marca amb una creu les opcions que consideris que influeixen en el preu de la trucada.

- a) Tipus de trucada.
- b) Marca del telèfon.
- c) Dia de la setmana.
- d) Mes en el que es fa la trucada.
- e) Hora a la que es fa la trucada.
- f) Si és època de vacances.
- g) Durada de la trucada.
- h) Ofertes de la competència.
- i) Distància en km entre les dues persones que parlen.

A.2.2

A partir de la informació que hi figura, omple les següents taules, posant a cada casella el cost de la trucada.

Trucades Provincials

Hores	Dilluns	Dimarts	Dimecres	Dijous	Divendres	Dissabte	Diumenge
8 a 19							
19 a 8							

Trucades Interprovincials. Tarifa regular.

Hores	Dilluns	Dimarts	Dimecres	Dijous	Divendres	Dissabte	Diumenge
8 a 19							
19 a 8							

A.2.3

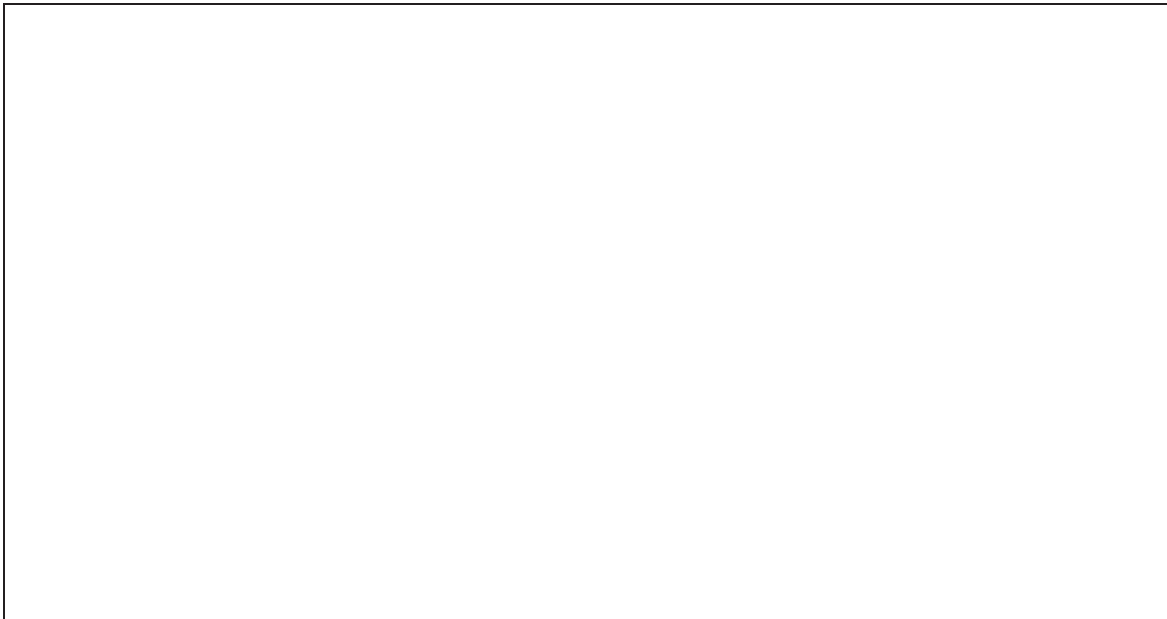
Per parlar amb un amic que viu a un poble de la província de Barcelona, quan el trucaries per gastar menys diners? Justifica la resposta.

**A.2.4**

Per parlar amb un amic que viu a Càdis, quan el trucaries per gastar menys diners? Justifica la resposta.

**A.2.5**

Imagina't que t'encarreguen de fer la propaganda de les tarifes d'aquesta empresa, digues quin eslogan i quina imatge hi posaries.



A.3

El circuit de Montmeló

A continuació et mostrem un esquema del circuit de Montmeló.

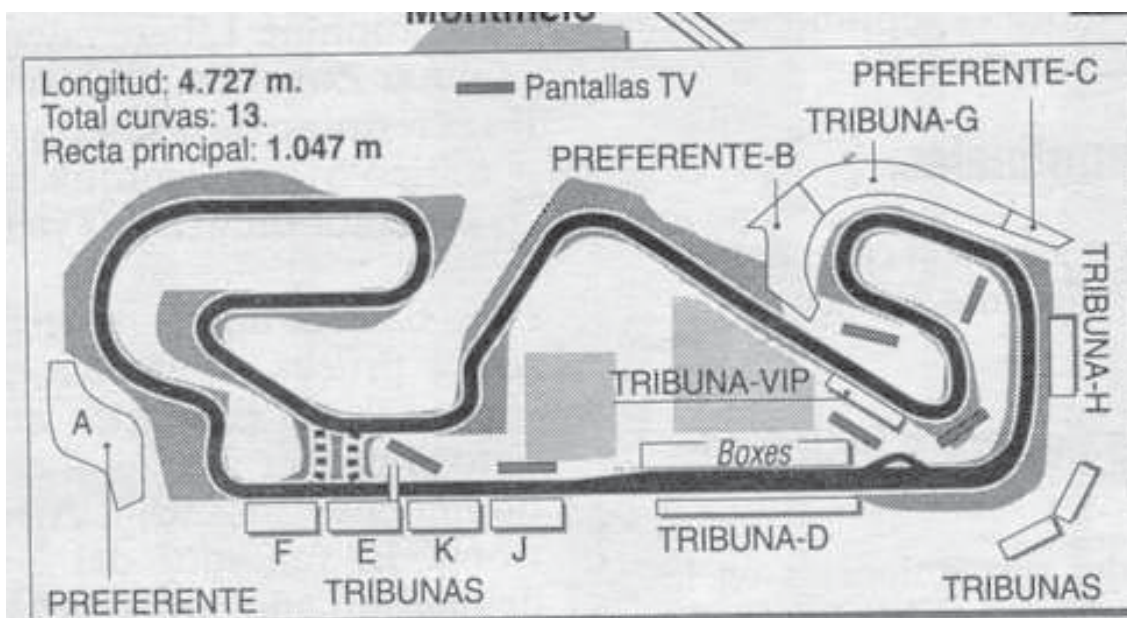
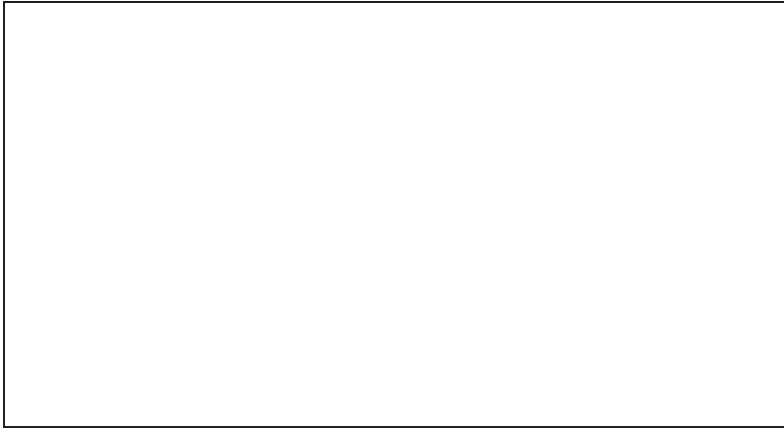


Figura A.3 Circuit de Montmeló

A.3.1

Des de que es va inaugurar el circuit, el nombre de tribunes s'ha anat augmentant per poder atendre la gran demanda del públic. Si s'hagués d'ampliar en dues tribunes més les del planol adjunt, dibuixa sobre el mateix plànol a on les posaries. Justifica la teva resposta.



A.3.2

Si una entrada a la tribuna F val 60 euros, quant hauria de costar una entrada a les tribunes que tu has posat? Justifica la resposta.



A.3.3

Fes una estimació del temps que es trigaria:

- a) En dibuixar, a escala, el mapa del circuit, partint de la realitat, no d'un altre plànol.
- b) En construir tot el complex de Montmeló.
- c) Construcció de les tribunes.
- d) Construcció del que és la pista.
- e) Elaborar el projecte per part dels arquitectes.

A.4

Pensant en els Projectes

Les activitats anteriors sobre les que has pensat una mica al respondre a les qüestions ens poden suggerir diferents idees de projectes. Digues dues possibles idees per fer projectes que se't puguin acudir a partir d'alguna de les activitats anteriors. Per exemple de la primera activitat se'ns podria acudir:

- Estudi de la velocitat del xut de Riquelme o de Roberto Carlos.
- Estudi sobre quan s'espera que es superi l'actual record de la prova de la Maraton.

A.4.1

A partir de la segona activitat, *Les tarifes de Jazztel*:

-
-

A.4.2

A partir de la tercera activitat, *El circuit de Montmeló*:

-
-

Apèndix B

Codificació de la prova diagnòstica

C1 Graella de codificació i baremació de la prova

B.1 Graella de codificació i baremació de la prova

Pregunta 1.1

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Dóna argumentació absurda o errònia o sense basar-se en l'augment de les quantitats.	- Era previsible que saltés 7,5 metres perquè sempre rondava les mateixes puntuacions. - He fet la mitjana i és 8,25.	0
2	Argumentació de que no es pot saber perquè no hi ha una diferència constant.	- No sé com ho he de fer ... - No es podrà saber. - La diferència és diferent	0
3	Argumenta raonablement una quantitat sense parlar de les diferències.	Saltarà 8 m i escaig i menys de 8,95	1
4	Diu que ha de ser més gran, o bé dóna una quantitat raonablement més gran (no superior a 8,75) sense explicacions de l'augment o bé una explicació d'augment erronia	Es preveia que augmentés 8,60	1
5	Argumentació fixant-se en l'augment progressiu amb alguna equivocació (no explicat)		2
6	Argumenta bé donant una quantitat més gran basant-se en coneixements d'atletisme	8,62 perquè és una mica més de 8,56	2
7	Raona basant-se en les dades numèriques per algún tipus de diferència. Tot i dir que pot ser 8,98 que és absurd.	8,70 perquè al 97 va fer 7,87 i al 99 8,56	2
8	Explicita argumentació basada en l'aproximació de les dades i justificant amb certa precisió que no pot ser molt més que el rècord mundial, que veu la correlació.	Ell acostuma a pujar de 30 cm a 40 cm cada any .. per tant 8,70 o 8,80m	3

Pregunta 1.2.a

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca malament sense argument		0
2	Marca bé o malament però amb argument erroni.		0
3	Diu que no i parla d'error d'escala		0
4	Marca bé sense explicacions o explicacions molt pobres.		1
5	Respon correctament sense referir-se a les dades numèriques	o diu que són 900 cm i no 1 km	1
6	Raona correctament, introduint el fet que l'aproximació de la gràfica numèricament s'hi acosta.	- A l'escala falten 100 m per arribar. - Mirant l'escala veiem que queda molt aprop dels 900.	2
7	Explicita argumentació basada en una observació acurada de la gràfica i el fet que està incorrecta i mostrant a més la impossibilitat del fet.		3

Pregunta 1.2.b

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca sense argument		0
2	Marca amb argument erroni		0
3	Marca bé sense explicació o explicació absurda. Incoherència entre resposta i argument		0
4	Diu que sí sense referir-se a les dades numèriques o diu que no amb argument pobre	Podem saber-ho tot i que no sigui cert	1
5	Diu que sí o que no es dedueix però raona amb certa correcció basant-se raonablement en les dades numèriques.	- Va ser 7,87 i l'altre 7,89. - Va fer menys (7,87;7,89).	2
6	Diu que no es dedueix perquè no posa que és el millor salt		2
7	Explicita argumentació basada en l'aproximació de les dades o indica explícitament que la diferència és molt petita per tenir-la en compte.	- Són practicamente iguals. - Es més o menys el mateix.	3

Pregunta 1.2.c

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca malament sense argument.		0
2	Marca bé o malament però amb argument erroni.		0
3	Marca bé sense explicació o explicació pobre.		1
4	Diu que sí sense referir-se a la forma visible		1
5	Diu que sí perquè s'enuncia la semblança amb aquesta forma quan les coses es mouen.		2
6	(Diu sí o no) Explicita argumentació basada en el fet que la corba visualment és una paràbola (per manca de simetria, s'allarga cap a la dreta..)		3

Pregunta 1.2.d

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca malament sense argument.		0
2	Marca malament amb argument erroni.		0
3	Diu que es dedueix, o no, però amb un argument absurd (citant per ex. la velocitat del vent) o erroni	- Podem saber la velocitat mitjana amb la velocitat del vent. - Només et diuen la velocitat del primer salt	0
4	Marca bé que no es dedueix sense explicació		1
5	Respon correctament que no es dedueix sense referir-se a cap de les variables numèriques que falten, o s'argumenta a partir del que hi ha i no del que falta.	No hi posa velocitats	1
6	Raona amb certa correcció basant-se en la manca de la variable temps	- No et diu el temps que tarda en fer el salt.	3

Pregunta 1.2.e

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca malament sense argument.		0
2	Marca bé o malament però amb argument erroni.	- No perquè dóna 7,4. - No ho diu i no hi ha càlculs per saber-ho.	0
3	Marca bé sense explicació (o amb alguna incorrecció)	- Sí perquè et diuen les tres velocitats. - Si divideixes els tres salts et dóna això.	1
4	Respon correctament sense referir-se a les dades numèriques. Només explica que es pot.	Pots calcular-ho.. perquè estan escrits	1
5	Raona amb certa correcció basant-se raonablement en dades numèriques, o al menys explícita el funcionament.	- Si fem la mitjana dóna 7,77. - Perque m'ha sortit igual la mitjana. - Si sumes i divideixes per 3 et surt la mitjana	2
6	Resposta coherent de que no es dedueix per error de càlcul.		2
7	Explicita argumentació basada en l'aproximació de les dades i indica explícitament algun altre argument correcte.		3

Pregunta 1.2.f

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca malament sense argument.		0
2	Marca bé o malament però amb argument erroni.	- L'has de deduir fent càlculs. - Sí perquè ho posa la primera plana	0
3	Marca bé, que no es pot deduir, sense explicació.		1
4	Respon correctament, que no es pot deduir, sense referir-se a les dades numèriques.	-No et diu els salts del campionat del món. - Coneix la dada del campionat del món.	1
5	Raona amb certa correcció basant-se en que només et diuen el millor salt.	Del 1999 només et diuen el seu millro salt.	2
6	Explicita argumentació més acurada basada en quelcom més que només et diuen el millor salt.		2

Pregunta 1.2.g

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca malament sense argument.		0
2	Marca malament o hi ha argument erroni, o sense explicació.	- Sí, però faltarien més de 67 cm. - Pots saber-ho, però no és de 67 cm.	0
3	Marca bé sense explicació o absurda.		1
4	Respon correctament sense referir-se a les dades numèriques i argument pobre.	Pots mirar el gràfic i calcular.	1
5	Raona amb certa correcció basant-se raonablement en les dades numèriques, indicant alguna referència.	El seu millor salt és de 8,56m.	2
6	Respon que no són 67 cm (per error de càlcul) per tant no es pot deduir.		2
7	Explicita argumentació matemàtica basada en l'operació de substracció de les dades.	Restes el millor amb el millor de Sydney.	3

Pregunta 1.2.h

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Marca malament sense argument.		0
2	Marca bé o malament però amb argument erroni.		0
3	Marca bé sense explicació.		1
4	Respon correctament sense referir-se al fet que no està a la gràfica (per ex. per coneixements atlètics) amb arguments pobres.	No es dedueix a la notícia	1
5	Raona amb certa correcció basant-se raonablement en el fet que no es troba la dada.	Només et parlen del Y Lamela.	2

Pregunta 2.1.a

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament.		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.b

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament.		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.c

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament.		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.d

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament.		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.f

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament.		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.g

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament.		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.h

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament.		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.i

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament.		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.2.1

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament.		0
2	Malinterpreta el bloc de cap de setmana.		1
3	Malinterpreta el bloc de tarda/nit.		1
4	Malinterpreta el bloc de matins.		1
5	Està completament bé.		2

Pregunta 2.2.2

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament.		0
2	Malinterpreta el bloc de cap de setmana.		1
3	Malinterpreta el bloc de cap de tarda/nit.		1
4	Malinterpreta el bloc de cap de matins.		1
5	Està completament bé.		2

Pregunta 2.3

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Resposta incorrecte amb argument mal escrit.		0
2	Argument clarament erroni.		0
3	Resposta correcte amb argument mal escrit o sense referir-se a les dades, o parcialment correcte.		1
4	Resposta incomplerta o imprecisa on el que es diu és correcte.		1
5			
6	Raona correctament, introduint una explicació acurada.		3

Pregunta 2.4

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Resposta incorrecte amb argument mal escrit.		0
2	Argument clarament erroni.		0
3	Resposta correcte amb argument mal escrit o sense referir-se a les dades.		1
4	Resposta incomplerta o imprecisa on el que es diu és correcte.		1
5	Raona amb certa correcció basant-se raonablement en el que es veu.		2
6	Raona correctament, introduint una explicació acurada.		3

Pregunta 2.5

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Resposta incoherent amb argument mal escrit.	No m'ho han proposat.	0
2	Resposta llarga o no adequada perquè no centra la informació demandada.	De lunes a viernes de 19 a 8 horas y sábados y domingos porque es llamada interprovincial.	0
3	Resposta correcte amb argument correcte però mal escrit o sense referir-se a les dades. Resalta elements clau.	- Mira que és barat trucar amb Jazztel.	1
4	Frase amb certa correcció basant-se raonablement en el que es veu.	Llama más barato durante más tiempo y sin cambiar de teléfono.	2
5	Raona correctament, introduint una explicació acurada.		3

Pregunta 3.1

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Resposta incorrecte amb argument mal escrit.		0
2	Resposta incorrecte amb argument erroni o sense justificacions.		0
3	Resposta adient, dibuixada o no, amb argument correcte però mal escrit o sense referir-se a les dades.	- Perquè son grans i tindrien molta capacitat. -Perquè es veuria força bé	1
4	Raona amb certa correcció dibuixant o no, basant-se raonablement en el que es veu.	Perquè es veu un bon tros de la posta i al revol es pot veure varies coses.	2
5	Raona correctament, introduint una explicació acurada per a cada tribuna colocada. (parlant d'angles en relació entre llocs possibles).		3

Pregunta 3.2

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Resposta incoherent sense argumentació o amb argument mal escrit.		0
2	Resposta amb argument que no té a veure amb la funció de la tribuna o sense argument.	Perquè està millor conservada	0
3	Resposta raonable, amb argument mal escrit o sense referir-se a la millor vista.	65 Euros perquè són més grans i estan millor situades	1
4	Raona amb certa correcció al menys en un dels dos casos basant-se raonablement en el que es veu.	60 Euros també perquè té la mateixa visibilitat.	2
5	Raona correctament als dos casos indicats, introduint un explicació acurada o càlcul acurat.		3

Pregunta 3.3

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon o diu un disbarat.		0
1	Resposta coherent globalment, però algunes dades equivocades.		1
2	Resposta coherent globalment però alguna dada equivocada.		2
3	Resposta molt correcte.		3

Pregunta 4.1

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon o dóna una frase molt pobre.		0
1	Frase incoherent (o fins i tot correcte) que és molt general o no es veu una pregunta interessant, tot i que la idea és prou bona.	- Busca la millor companyia de telèfon. - Les tarifes per fer trucades a mòbils. - Les tarifes del gimnàs.	0
2	Problema que podria ser de classe però no evoca un projecte.	Quan es gasta en un dia entre setmana les 24 hores del dia.	1
3	Títol correcte amb idea bona però mal escrit o sense claredat perquè duu a moltes coses diferents i és poc explícit (introdueix variables, tot i que de forma senzilla).	Els preus de les tarifes segons l'hora i el dia.	1
4	Títol correcte amb idea bona, ben escrit però poc explícit.		2
5	Títol correcte amb idea bona, ben dita amb visió clara de què es tarballaria.	Tarifes normals o ADSL?	3

Pregunta 4.2

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon o dóna una frase molt pobre.		0
1	Frase incoherent (o fins i tot correcte) que és molt general o no es veu una pregunta interessant, tot i que la idea és prou bona.	- Mirar les diferències que hi ha en un altre circuit. - Esquema de la ciutat esportiva. - Estudi del circuit i les tribunes.	0
2	Problema que podria ser de classe però no evoca un projecte.	- Quan es triga a fer el recorregut en cotxe a una velocitat exacte. - El tamany de Manresa. - El camp del Barça (la capacitat).	1
3	Títol correcte amb idea bona però mal escrit o sense claredat perquè duu a moltes coses diferents i és poc explícit (introdueix variables, tot i que de forma senzilla).	- La possibilitat d'ampliar el circuit.	1
4	Títol correcte amb idea bona, ben escrit però poc explícit.	- La velocitat que pot agafar un motorista	2
5	Títol correcte amb idea bona, ben dita amb visió clara de què es tarballaria		3

Apèndix C

Relació entre la prova diagnòstica definitiva i les capacitats i habilitats que intervenen

Graells de relació entre la prova diagnòstica i les capacitats i habilitats.

C.1 Relació entre capacitats i habilitats referides a la realització de Projectes amb les respostes codificades de la prova diagnòstica

C.1.1 Pregunta 1

Capacitats/habilitats	1.1	1.2.a	1.2.b	1.2.c	1.2.d	1.2.e	1.2.f	1.2.g	1.2.h
Selecció i valor d'informacions									
Saber seleccionar informació útil de diverses informacions.	3,4,5,6,7,8	4,5,6,7	4,5,6,7		4,5,6,7	3,4,5,6,7	3,4,5,6	3,4,5,6,7	3,4,5
Destriar graus d'importància de diferents informacions.									
Saber formular-se preguntes a partir de les informacions rebudes (per observació visual, escrita, internet, etc.) Fomentant la imaginació i la intuïció.									
Saber trobar fonts d'informació adequades a un problema.									
Argumentació, raonament i anàlisi crítica de les informacions									
Reconèixer informacions que es dedueixen d'altres.	3,4,5,6,7,8					3,4,5,6,7	3,4,5,6		
Grau de certesa de certes afirmacions de cara a fer bons judicis i argumentacions.									
Interpretar correctament una situació d'acord amb les variables de cert problema.	8								
Anàlisi crítica de les informacions.		4,5,6,7	4,5,6,7	6	6		3,4,5,6		3,4,5

Pregunta 3

Capacitats/habilitats	3.1	3.2	3.3.a	3.3.b	3.3.c	3.3.d	3.3.e
Selecció i valor d'informacions							
Saber seleccionar informació útil de diverses informacions.							
Destriar graus d'importància de diferents informacions.							
Saber formular-se preguntes a partir de les informacions rebudes (per observació visual, escrita, internet, etc.) Fomentant la imaginació i la intuïció.							
Saber trobar fonts d'informació adequades a un problema.							
Argumentació, raonament i anàlisi crítica de les informacions							
Reconèixer informacions que es dedueixen d'altres.							
Grau de certesa de certes afirmacions de cara a fer bons judicis i argumentacions.							
Interpretar correctament una situació d'acord amb les variables de cert problema.	3,4,5	3,4,5					
Anàlisi crítica de les informacions.							

C.1.8 Pregunta 3

Capacitats/habilitats	3.1	3.2	3.3.a	3.3.b	3.3.c	3.3.d	3.3.e
Reconeixement de variables i relacions							
Identificar les diferents variables que intervenen.	4,5	4,5					
Saber esbrinar les relacions que es donen entre les diferents variables que intervenen en una determinada situació.	4,5	4,5					
Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic							
Saber interpretar diferents tipus de llenguatge: natural, algebraic, estadístic, taules de valor.							
Saber passar a llenguatge algebraic el llenguatge natural, gràfic, o de taules de valor.							
Saber passar el llenguatge algebraic a llenguatge natural, gràfic o taula de valors.							
Saber passar de llenguatge natural a llenguatge gràfic.							
Saber passar de llenguatge gràfic a llenguatge natural.							
Saber passar de llenguatge natural a taula de valors.							
Saber passar de una taula de valors a llenguatge natural.							
Saber passar de gràfic a taula de valors.							
Saber passar de taula de valors a gràfic.							
Saber fer ús del llenguatge estadístic.							
Ús de recursos tecnològics (calculadores, ordinadors)							

C.1.9 Pregunta 3

Capacitats/habilitats	3.1	3.2	3.3.a	3.3.b	3.3.c	3.3.d	3.3.e
Ús d'elements matemàtics							
Generar dades noves amb arguments i càlculs, a partir de les dades donades a la informació inicial.							
Saber diferenciar entre les dades conegudes, les que podem estimar, i les que podem calcular.							
Reconèixer les limitacions que suposen algunes de les decisions que es prenen i la del propi temps que es té per realitzar el treball.			1,2,3				
Obtenir noves dades per mesura indirecte.							
Saber fer estimacions raonades.		3,4,5					
Saber recollir dades de manera planificada, amb taules i graells.							
Prendre consciència de diferents maneres de resoldre o calcular les coses.							
Descriu i reconeix la necessitat d'interpol·lar.							
Reconeix l'ajust com una aproximació per interpretar la situació.							
Planificació i coherència							
Establir coherència entre una demanda i els passos possibles per aconseguir-la.							
Claredat i consistència en el procés matemàtic-problema real. No perd de vista el problema respecte de l'idea matemàtica.							
Generació i selecció d'idees. Fomentant la imaginació i la intuïció.	3,4,5	3,4,5					
Establir hipòtesis.							
Saber explicar i argumentar.	3,4,5	3,4,5					
Saber emprar els termes amb precisió.							
Comunicació correcta de les idees seleccionades i generades.	3,4,5	3,4,5					
Saber generalitzar a partir dels resultats concrets.							
Saber enunciar conclusions que es poden deduir a partir del que han descobert.							
Saber fer prediccions.							

C.1.10 Pregunta 4

Capacitats/habilitats	4.1	4.2
Selecció i valor d'informacions		
Saber seleccionar informació útil de diverses informacions.		
Destriar graus d'importància de diferents informacions.		
Saber formular-se preguntes a partir de les informacions rebudes (per observació visual, escrita, internet, etc..) Fomentant la imaginació i la intuïció.	3,4,5	3,4,5
Saber trobar fonts d'informació adequades a un problema.		
Argumentació, raonament i anàlisi crítica de les informacions		
Reconèixer informacions que es dedueixen d'altres.		
Grau de certesa de certes afirmacions de cara a fer bons judicis i argumentacions.		
Interpretar correctament una situació d'acord amb les variables de cert problema.	2,3,4,5	2,3,4,5
Anàlisi crítica de les informacions.		

C.1.11 Pregunta 4

Capacitats/habilitats	4.1	4.2
Reconeixement de variables i relacions		
Identificar les diferents variables que intervenen.		
Saber esbrinar les relacions que es donen entre les diferents variables que intervenen en una determinada situació.		
Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic		
Saber interpretar diferents tipus de llenguatge: natural, algèbric, estadístic, taules de valor.		
Saber passar a llenguatge algèbric el llenguatge natural, gràfic, o de taules de valor.		
Saber passar el llenguatge algèbric a llenguatge natural, gràfic o taula de valors.		
Saber passar de llenguatge natural a llenguatge gràfic.		
Saber passar de llenguatge gràfic a llenguatge natural.		
Saber passar de llenguatge natural a taula de valors.		
Saber passar de una taula de valors a llenguatge natural.		
Saber passar de gràfic a taula de valors.		
Saber passar de taula de valors a gràfic.		
Saber fer ús del llenguatge estadístic.		
Ús de recursos tecnològics (calculadores, ordinadors)		

C.1.12 Pregunta 4

Capacitats/habilitats	4.1	4.2
Ús d'elements matemàtics		
Generar dades noves amb arguments i càlculs, a partir de les dades donades a la informació inicial.		
Saber diferenciar entre les dades conegudes, les que podem estimar, i les que podem calcular.		
Reconèixer les limitacions que suposen algunes de les decisions que es prenen i la del propi temps que es té per realitzar el treball.		
Obtenir noves dades per mesura indirecte.		
Saber fer estimacions raonades.		
Saber recollir dades de manera planificada, amb taules i graells.		
Prendre consciència de diferents maneres de resoldre o calcular les coses.		
Descriu i reconeix la necessitat d'interpolar.		
Reconeix l'ajust com una aproximació per interpretar la situació.		
Planificació i coherència		
Establir coherència entre una demanda i els passos possibles per aconseguir-la.		
Claredat i consistència en el procés matemàtic-problema real. No perd de vista el problema respecte de l'idea matemàtica.		
Generació i selecció d'idees. Fomentant la imaginació i la intuïció.	2,3,4,5	2,3,4,5
Establir hipòtesis.		
Saber explicar i argumentar.		
Saber emprar els termes amb precisió.		
Comunicació correcta de les idees seleccionades i generades.	2,3,4,5	2,3,4,5
Saber generalitzar a partir dels resultats concrets.		
Saber enunciar conclusions que es poden deduir a partir del que han descobert.		
Saber fer prediccions.		

C.2 Valoració de les competències a la prova diagnòstica

C.2.1 Competència pensament i raonament matemàtic

Recordem que reconeixiem la competència en pensament i raonament matemàtic a través de les següents accions:

1. Plantejar qüestions matemàtiques
2. comprèn i manipula les limitacions i l'abast de conceptes donats.
3. Extensió de l'abast d'un concepte per abstracció d'algunes de les seves propietats; generalització de resultats al major nombre de classes d'objectes.
4. Distinció entre diferents tipus d'estaments matemàtics.
5. Comprendre i avaluar arguments encadenats posats per altres.
6. Saber el que és una comprovació matemàtica i en que es diferencia d'altres tipus de raonaments matemàtics per exemple heurístics.
7. Reconèixer les idees bàsiques d'una línia argumental donada, distingint les idees principals dels detalls i tecnicismes.
8. Inventar arguments matemàtics formals i informals, i transformant arguments heurístics en roves vàlides.

Les taules que segueixen mostren les diferents tipus de resposta codificades amb la puntuació assignada a cada tipus de competència. A cada competència ens hem referit per un nombre amb dues xifres. La primera indica la competència i la segona la subcompetència. Així, quan, per exemple, ens referim a la competència 32 de modelització, hem d'entendre que és la 2a subcompetència de la competència 3a que és *Formular un problema* (veure l'annex K.2)

Taula C.1: Puntuació Comp. Pensament i raonament mat.

Codi	Pregunta 1.1								Pregunta 1.2.a								Pregunta 1.2.b							
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
3					1		1																	
4					1		1																	
5		1			2		1			1			1		1	1		1			1		1	1
6		1			2		1			1			1		1	1		1			1		1	1
7		2			2		3	1		2			2		2	1		1			2		1	1
8		3			2		2	1																

Taula C.2: Puntuació Comp. Pensament i raonament mat.

Codi	Pregunta 1.2.c								Pregunta 1.2.d								Pregunta 1.2.e								
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	
4																	1				1				
5		1			1				1				1		1	1	2				2			1	1
6		1			2				2				2		1	1	2				2			1	1
7																	2				2			2	1

Taula C.3: Puntuació Comp. Pensament i raonament mat.

Codi	Pregunta 1.2.f								Pregunta 1.2.g								Pregunta 1.2.h								
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	
4		1			1			1	1				1		1	1	1				1			1	1
5		1			1		1	1	1				1		1	1	2				2			1	1
6		2			2		1	1	1				1		1	1									
7									2				2		1	1									

Taula C.4: Puntuació Comp. Pensament i raonament mat.

Codi	Pregunta 2.1								Pregunta 2.2.1								Pregunta 2.2.2							
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
2					1								1								1			
3													1								1			
4													1								1			
5													1								1			

Taula C.5: Puntuació Comp. Pensament i raonament mat.

Codi	Pregunta 2.3								Pregunta 2.4								Pregunta 2.5							
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
3							1								1		1							
4					1		1						1		1		2							
5					1		1						1		1		2							
6					2		1						2		1									

Taula C.6: Puntuació Comp. Pensament i raonament mat.

Codi	Pregunta 3.1								Pregunta 3.2								Pregunta 3.3							
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
2																	1							
3		1							1				1		1		2							
4		1			1		1		1				1		1									
5		2			2		1		2				2		1									

Taula C.7: Puntuació Comp. Pensament i raonament mat.

Codi	Comp. Pregunta 4.1								Comp. Pregunta 4.2							
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
2	1								1							
3	1								1							
4	1								1							
5	2	1							2	1						

C.2.2 Competència en modelització i resolució de problemes

Recordem que reconeixem la competència en modelització matemàtica a través de les 6 competències següents. Dintre de cada una d'elles diferenciem altres sub-competències tal com es

mostra a l'annex K.2.

1. Ser capaç de comprendre situacions problemàtiques abordables matemàticament.
2. Ser capaç de d'enunciar un model associat a una situació proposada.
3. Ser capaç de fer formulacions matemàtiques de la situació problemàtica dins del model.
4. Ser capaç de trobar solucions matemàtiques dins del model.
5. Ser capaç d'interpretar resultats associats a la situació proposada.
6. Ser capaç de comparar el resultat obtingut amb la realitat original.

Taula C.8: Puntuació Comp. Modelització i resolució de problemes.

Codi	Comp. Pregunta 1.1							
	11	21	22	23	24	26	41	51
3						1		
4						1		
5	1	1				1		
6	1	1				1		1
7	1	1	1		1	1	1	1
8	2	2	2	2	2	2	1	2

Taula C.9: Puntuació Comp. Modelització i resolució de problemes.

codi	Comp. Pregunta 1.2.a							Comp. Pregunta 1.2.b						
	11	21	22	23	24	51	52	61	11	21	22	24	51	52
3														
4	1		1	1	1				1					
5	1		1	1	1				2	1	1	1	1	1
6	2		2	2	2	1	1	1	2	1	1	1		
7	2	1	2	2	2	1	1	1	2	1	1	2	1	1
8														

Taula C.10: Puntuació Comp. Modelització i resolució de problemes.

Codi	1.2.c		1.2.d			Comp. Pregunta 1.2.e						1.2.f			
	11	23	11	21	22	11	21	22	23	24	41	51	11	21	22
3						1			1				1		
4						1			1				1		
5	1	1	1	1	1	2	1	1	2		1		2	1	1
6	1	1	2	2	2	2	1	1	2		1		2	1	1
7						2	1	1	2	2	1	1			

Taula C.11: Puntuació Comp. Modelització i resolució de problemes.

Codi	1.2.g							1.2.h	
	11	21	22	23	24	41	51	11	21
4	1								
5	1	1	1		1		1	1	1
6	2	1	1	1	1		1		
7	2	1	1	2	2	1	1		

Taula C.15: Puntuació Comp. Comunicació d'idees matemàtiques

codi	Comp. Comunicació Preg. 1.2.a						Comp. Comunicació Preg 1.2.b						
	12	13	16	22	32	56	12	13	16	23	32	42	56
5							1	1		1	1		
6	1	1		1	1	1	1	1		1	1		
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8													

Taula C.16: Puntuació Comp. Comunicació d'idees matemàtiques

Codi	1.2.c		Comp. Comunicació Preg. 1.2.d					Comp. Comunicació Preg 1.2.e								Comp. Preg 1.2.f					
	12	23	12	13	16	23	32	56	12	13	16	23	32	42	43	52	56	12	16	32	56
4									1									1		1	
5	1	1	1			1			1	1								1		1	
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7									1	1	1	1	1	1	1	1	1				

Taula C.17: Puntuació Comp. Comunicació d'idees matemàtiques

Codi	Comp. Comunicació 1.2.g							Comunicació Preg. 1.2.h				
	12	16	23	32	42	43	56	12	16	22	32	56
4	1							1		1		
5	1		1	1				1	1	1	1	1
6	1	1	1	1								
7	1	1	1	1	1	1	1					

Taula C.18: Puntuació Comp. Comunicació

Codi	2.1	2.2.1			2.2.2		
	12	12	13	23	12	13	23
2	1	1			1		
3		1			1		
4		1			1		
5		1	1	1	1	1	1
6							

Taula C.19: Puntuació Comp. Comunicació d'idees matemàtiques

codi	2.3						2.4						2.5		
	12	13	23	32	52	56	12	13	23	32	52	56	12	13	32
2															
3													1		
4	1						1						1		1
5	1		1	1			1		1	1			1	1	1
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			

Taula C.20: Puntuació Comp. Comunicació d'idees matemàtiques

Codi	3.1							3.2						3.3		4.1		4.2	
	12	13	16	23	32	52	56	12	13	32	52	53	56	12	16	12	13	12	13
1														1					
2														1		1		1	
3	1							1						1	1	1	1	1	1
4	1	1			1			1		1	1					1	1	1	1
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1

Apèndix D

Programa realitzat per avaluar la
prova diagnòstica

Per fer el recompte de punts de cada capacitat de cadascun dels alumnes hem dissenyat un programa informàtic escrit en Pascal. Aquest programa requereix introduir-li les dades dels alumnes en un arxiu de text on s'hagi reservat en primer lloc un espai de 15 caràcters pel cognom, i 15 més pel nom. A continuació els codis que corresponen a les respostes de la prova separats per un espai en blanc. El nom d'aquest arxiu cal especificar-ho a la línia 728 del programa. Cal especificar igualment el nombre d'estudiants que té l'arxiu a la línia 10 a la variable Maxestudiants.

També s'ha d'assignar a l'arxiu de sortida un nom a la línia . Aquest arxiu de sortida també serà de text. El fet que el format sigui el d'arxius de text permet tractar-ho amb qualsevol processador de text per donar-li el format definitiu que interressi.

El programa està format per un programa principal i unes rutines o subprogrames. La rutina Obtenircadena es fa servir per obtenir les dades de nom i cognom. A continuació es llegeixen els codis que corresponen a cada pregunta, i a continuació la rutina Obtenirresultat s'ocupa de comptabilitzar els punts a cada una de les capacitats establertes mitjançant uns comptadors definits a tal efecte.

(* Aquest programa Avalua la prova diagnostica per fer projectes a l'ESO A l'inici del programa cal assignar el nom de l'arxiu de lectura de les dades d'entrada (línia 728), Fixar el nombre d'estudiants que té l'arxiu d'entrada (línia 10).*)

Program LecturaCognom (Input, Output, Arxiuent, Arxiusort);

Const

Longnom = 15 ;

Maxestudiants = 52 ;

Blancos = ' ';

Type

puntuacio= 1..8;

Indexnom = 1..Longnom ;

Indexestudiant =1..Maxestudiants ;

Cadenanom = PACKED ARRAY [Indexnom] OF char;


```
Registrestudiant = RECORD
    Nom,
    Cognom: Cadenanom;
    Prg1-1,
    Prg1-2a,
    Prg1-2b,
    Prg1-2c,
    Prg1-2d,
    Prg1-2e,
    Prg1-2f,
    Prg1-2g,
    Prg1-2h,
    Prg2-1a,
    Prg2-1c,
    Prg2-1e,
    Prg2-1g,
    Prg2-21,
    Prg2-22,
    Prg2-3,
    Prg2-4,
    Prg2-5,
    Prg3-1,
    Prg3-2,
    Prg3-3,
    Prg4-1,
    Prg4-2: Puntuacio;
END; (* Record *)
```

```
Estudiants = ARRAY [Indexestudiant] OF Registrestudiant;
```

```
Registreavaluacio = RECORD
  Nom,
  Cognom: Cadenanom;
  Cap1, Cap2, Cap3, Cap4, Cap5, Cap6: Real;
  Cap1-1,
  Cap1-2,
  Cap1-3,
  Cap1-4,
  Cap2-1,
  Cap2-2,
  Cap2-3,
  Cap2-4,
  Cap3-1,
  Cap3-2,
  Cap4-1,
  Cap4-2,
  Cap4-3,
  Cap4-4,
  Cap4-5,
  Cap4-6,
  Cap4-7,
  Cap4-8,
  Cap4-9,
  Cap4-10,
  Cap4-11,
  Cap5-1,
  Cap5-2,
  Cap5-3,
  Cap5-4,
  Cap5-5,
  Cap5-6,
  Cap5-7,
  Cap5-8,
  Cap5-9,
  Cap6-1,
  Cap6-2,
  Cap6-3,
  Cap6-4,
  Cap6-5,
  Cap6-6,
  Cap6-7,
  Cap6-8,
  Cap6-9,
  Cap6-10: Integer;
END; (*Record *)
```

```
Aval = ARRAY [Indexestudiant] OF Registreevaluacio;
```

```
Var  
Arxiuent,  
Arxiusort: Text;  
Taula:Estudiants;  
Caracter:Char;  
Index:0..Longnom;  
ContEstud:1..Maxestudiants;  
Cont:Integer;  
Cadena: Cadenanom;  
Result: Aval;
```

```
(*****)
```

```
Procedure ObtenirSortida (Result: Aval);
```

```
Begin
```

```
For Cont:=1 to Maxestudiants do
```

```
Begin
```

```
Writeln (Arxiusort, 'En ', Result[Cont].Nom , Result[Cont].Cognom);
```

```
Writeln (Arxiusort, 'ha obtingut els següents resultats a la prova d'avaluació inicial ');
```

```
Writeln (Arxiusort, 'Selecció i valor de la informació ', Result[Cont].Cap1:3:1, ' ');
```

```
Writeln (Arxiusort, 'Argumentació, raonament i anàlisi crítica de les informacions ', Re-  
sult[Cont].Cap2:3:1, ' ');
```

```
Writeln (Arxiusort, 'Reconeixement de variables i relacions ', Result[Cont].Cap3:3:1, ' ');
```

```
Writeln (Arxiusort, 'Interpretació i recursos de llenguatge matemàtic ', Result[Cont].Cap4:3:1,  
' ');
```

```
Writeln (Arxiusort, 'Ús d'elements matemàtics ', Result[Cont].Cap5:3:1, ' ');
```

```
Writeln (Arxiusort, 'Planificació i coherència ', Result[Cont].Cap6:3:1);
```

```
Writeln (Arxiusort, ' ');
```

```

Writeln (Arxiusort, '
');

End; (* Final del bucle *)

End; (* Final del procediment *)

*****

Procedure ObtenirResultat (Var Taula: Estudiants;

Var Result: Aval);

Begin

FOR Cont:= 1 TO Maxestudiants DO

WITH Taula[Cont] do

BEGIN

Result[Cont].Nom := Nom;

Result[Cont].Cognom := Cognom;

Case Prg1-1 OF

3,4: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap2-1 := Result[Cont].Cap2-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap5-1 := Result[Cont].Cap5-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap6-2 := Result[Cont].Cap6-2 + 1 ;

Result[Cont].Cap6-10 := Result[Cont].Cap6-10 + 1 ;

END ;(* Case 3,4 *)

5,6,7: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 2 ;

```

```
Result[Cont].Cap2-1 := Result[Cont].Cap2-1 + 2 ;  
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;  
Result[Cont].Cap5-1 := Result[Cont].Cap5-1 + 2 ;  
Result[Cont].Cap5-5 := Result[Cont].Cap5-5 + 2 ;  
Result[Cont].Cap6-2 := Result[Cont].Cap6-2 + 2 ;  
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 2 ;  
Result[Cont].Cap6-10 := Result[Cont].Cap6-10 + 2 ;  
END ;(* Case 5,6,7 *)
```

```
8: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 3 ;  
Result[Cont].Cap2-1 := Result[Cont].Cap2-1 + 3 ;  
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 3 ;  
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 3 ;  
Result[Cont].Cap5-1 := Result[Cont].Cap5-1 + 3 ;  
Result[Cont].Cap5-5 := Result[Cont].Cap5-5 + 3 ;  
Result[Cont].Cap6-2 := Result[Cont].Cap6-2 + 3 ;  
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 3 ;  
Result[Cont].Cap6-10 := Result[Cont].Cap6-10 + 3 ;  
END; (* Case 8 *)
```

```
END ;(* Case Prg1-1 *)
```

```
Case Prg1-2a OF
```

```
4,5: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;
```

```
END ;(* Case 4,5 *)
```

```
6 : BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 2 ;
```

```
END; (* Case 6 *)
```

```
7: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 3 ;
```

```
END; (* Case 7 *)
```

```
END ;(* Case Prg1-2a *)
```

```
Case Prg1-2b OF
```

```
4: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;
```

```
END; (* Case 4 *)
```

```
5,6: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 2 ;
```

```
END; (* Case 6 *)
```

```
7: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap5-9 := Result[Cont].Cap5-9 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 3 ;
```

```
END; (* Case 7 *)
```

```
END ;(* Case Prg1-2b *)
```

```
Case Prg1-2c OF
```

```
3,4 : Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;
```

```
5 : BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 2 ;
```

```
END; (* Case 5 *)
```

```
6 : BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 3 ;
```

```
END; (* Case 6 *)
```

```
END ;(* Case Prg1-2c *)
```

```
Case Prg1-2d OF
```

```
4: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap5-2 := Result[Cont].Cap5-2 + 1 ;
```

```
END; (* Case 4 *)
```

```
5: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap5-2 := Result[Cont].Cap5-2 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 1 ;
```

```
END; (* Case 6 *)
```

```
6: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap5-2 := Result[Cont].Cap5-2 + 3 ;
```



```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 3 ;
```

```
END; (* Case 6 *)
```

```
END ;(* Case Prg1-2d *)
```

```
Case Prg1-2e OF
```

```
3,4: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-1 := Result[Cont].Cap2-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;
```

```
END; (* Case 3,4 *)
```

```
5,7: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-1 := Result[Cont].Cap2-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap5-1 := Result[Cont].Cap5-1 + 3 ;
```

```
END; (* Case 5,7 *)
```

```
6: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-1 := Result[Cont].Cap2-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap5-1 := Result[Cont].Cap5-1 + 2 ;
```

```
END; (* Case 6 *)
```

```
END ;(* Case Prg1-2e *)
```

```
Case Prg1-2f OF
```

3: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap2-1 := Result[Cont].Cap2-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 1 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap5-2 := Result[Cont].Cap5-2 + 1 ;

END; (* Case 3 *)

4: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap2-1 := Result[Cont].Cap2-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 1 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap5-2 := Result[Cont].Cap5-2 + 1 ;

Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 1 ;

END; (* Case 4 *)

5,6: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 2 ;

Result[Cont].Cap2-1 := Result[Cont].Cap2-1 + 2 ;

Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 2 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;

Result[Cont].Cap5-2 := Result[Cont].Cap5-2 + 2 ;

Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 2 ;

END; (* Case 5,6 *)

```
END ;(* Case Prg1-2f *)

Case Prg1-2g OF

3: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;

END ;(* Case 3 *)

4: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 1 ;

END; (* Case 4 *)

5,6: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 2 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;

Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 2 ;

END; (* Case 5,6 *)

7: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 3 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 3 ;

Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 3 ;

END; (* Case 7 *)

END; (* Case Prg1-2g *)

Case Prg1-2h OF
```

3: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 1 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap5-2 := Result[Cont].Cap5-2 + 1 ;

END ;(* Case 3 *)

4: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 1 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap5-2 := Result[Cont].Cap5-2 + 1 ;

Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 1 ;

END; (* Case 4 *)

5: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 2 ;

Result[Cont].Cap2-4 := Result[Cont].Cap2-4 + 2 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;

Result[Cont].Cap5-2 := Result[Cont].Cap5-2 + 2 ;

Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 2 ;

END; (* Case 5 *)

END; (* Case Prg1-2h *)

Case Prg2-1a OF

2: Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 1 ;

```
END; (* Case Prg2-1a *)

Case Prg2-1c OF

2: Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 1 ;

END; (* Case Prg2-1c *)

Case Prg2-1e OF

2: Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 1 ;

END; (* Case Prg2-1e *)

Case Prg2-1g OF

2: Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 1 ;

END ;(* Case Prg2-1g *)

Case Prg2-21 OF

2,3,4: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap4-8 := Result[Cont].Cap4-8 + 1 ;

END; (* case 2,3,4 *)

5: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 2 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;

Result[Cont].Cap4-8 := Result[Cont].Cap4-8 + 2 ;

END; (* case 2,3,4 *)

END ; (* CASE Prg2-21 *)

Case Prg2-22 OF
```

2,3,4: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap4-8 := Result[Cont].Cap4-8 + 1 ;

END; (* case 2,3,4 *)

5: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 2 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;

Result[Cont].Cap4-8 := Result[Cont].Cap4-8 + 2 ;

END; (* case 5 *)

END; (* CASE Prg2-22 *)

Case Prg2-3 OF

3: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 1 ;

Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;

END; (* case 3 *)

4: BEGIN

Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 1 ;

Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 1 ;

Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 1 ;

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 1 ;
```

```
END; (* case 4 *)
```

```
5: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 2 ;
```

```
END; (* case 5 *)
```

```
6: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 3 ;
```

```
END; (* case 6 *)
```

```
END ; (* CASE Prg2-3 *)
```

```
Case Prg2-4 OF
```

```
3: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 1 ;  
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 1 ;  
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;  
END; (* case 3 *)
```

4: BEGIN

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;  
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 1 ;  
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 1 ;  
Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 1 ;  
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;  
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 1 ;  
END; (* case 4 *)
```

5: BEGIN

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 2 ;  
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 2 ;  
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 2 ;  
Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 2 ;  
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;  
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 2 ;  
END; (* case 5 *)
```

6: BEGIN

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 3 ;  
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 3 ;
```



```
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 3 ;
```

```
END; (* case 6 *)
```

```
END; (* CASE Prg2-4 *)
```

```
Case Prg2-5 OF
```

```
3: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 1 ;
```

```
END ;(* case 3 *)
```

```
4: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 2 ;  
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 2 ;  
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 2 ;  
END; (* case 4 *)
```

```
5: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-1 := Result[Cont].Cap1-1 + 3 ;  
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 3 ;  
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 3 ;  
Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 3 ;  
Result[Cont].Cap4-1 := Result[Cont].Cap4-1 + 3 ;  
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 3 ;  
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 3 ;  
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 3 ;  
END; (* case 5 *)
```

```
END; (* CASE Prg2-5 *)
```

```
Case Prg3-1 OF
```

```
3: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 1 ;  
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 1 ;  
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 1 ;  
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 1 ;  
END; (* case 3 *)
```

```
4: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 2 ;  
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 2 ;  
Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 2 ;  
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 2 ;  
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 2 ;  
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 2 ;  
END; (* case 4 *)
```

```
5: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 3 ;  
Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 3 ;  
Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 3 ;  
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 3 ;  
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 3 ;  
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 3 ;  
END (* case 5 *)  
END; (* CASE Prg3-1 *)
```

```
Case Prg3-2 OF
```

```
3: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 1 ;  
Result[Cont].Cap5-5 := Result[Cont].Cap5-5 + 1 ;  
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 1 ;  
Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 1 ;  
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 1 ;
```

END; (* case 3 *)

4: BEGIN

Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 2 ;

Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 2 ;

Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 2 ;

Result[Cont].Cap5-5 := Result[Cont].Cap5-5 + 2 ;

Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 2 ;

Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 2 ;

Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 2 ;

END; (* case 4 *)

5: BEGIN

Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 3 ;

Result[Cont].Cap3-1 := Result[Cont].Cap3-1 + 3 ;

Result[Cont].Cap3-2 := Result[Cont].Cap3-2 + 3 ;

Result[Cont].Cap5-5 := Result[Cont].Cap5-5 + 3 ;

Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 3 ;

Result[Cont].Cap6-5 := Result[Cont].Cap6-5 + 3 ;

Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 3 ;

END (* case 5 *)

END ; (* CASE Prg3-2 *)

Case Prg3-3 OF

1: Result[Cont].Cap5-3 := Result[Cont].Cap5-3 + 1 ;

2: Result[Cont].Cap5-3 := Result[Cont].Cap5-3 + 2 ;

```
3: Result[Cont].Cap5-3 := Result[Cont].Cap5-3 + 3 ;
```

```
END; (* CASE Prg3-3 *)
```

```
Case Prg4-1 OF
```

```
2: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 1 ;
```

```
END; (* case 3 *)
```

```
3: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-3 := Result[Cont].Cap1-3 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 1 ;
```

```
END ;(* case 3 *)
```

```
4: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-3 := Result[Cont].Cap1-3 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 2;
```

```
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 2 ;
```

```
END; (* case 4 *)
```

```
5: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-3 := Result[Cont].Cap1-3 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 3;
```

```
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 3 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 3 ;
```

```
END (* case 5 *)
```

```
END; (* CASE Prg4-1 *)
```

```
Case Prg4-2 OF
```

```
2: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 1 ;
```

```
END; (* case 3 *)
```

```
3: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-3 := Result[Cont].Cap1-3 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 1 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 1 ;
```

```
END; (* case 3 *)
```

```
4: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-3 := Result[Cont].Cap1-3 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 2 ;
```

```
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 2 ;
```

```
END; (* case 4 *)
```

```
5: BEGIN
```

```
Result[Cont].Cap1-3 := Result[Cont].Cap1-3 + 3 ;
Result[Cont].Cap2-3 := Result[Cont].Cap2-3 + 3;
Result[Cont].Cap6-3 := Result[Cont].Cap6-3 + 3 ;
Result[Cont].Cap6-7 := Result[Cont].Cap6-7 + 3 ;
END ;(* case 5 *)
END; (* CASE Prg4-2 *)
Result[Cont].Cap1 := (Result[Cont].Cap1-1 + Result[Cont].Cap1-2 +
Result[Cont].Cap1-3 + Result[Cont].Cap1-4)*10/41 ;
Result[Cont].Cap2 := (Result[Cont].Cap2-1 + Result[Cont].Cap2-2 +
Result[Cont].Cap2-3 + Result[Cont].Cap2-4)*10/48 ;
Result[Cont].Cap3 := (Result[Cont].Cap3-1 + Result[Cont].Cap3-2 )*10/31;
Result[Cont].Cap4 := (Result[Cont].Cap4-1 + Result[Cont].Cap4-2 +
Result[Cont].Cap4-3 + Result[Cont].Cap4-4 + Result[Cont].Cap4-5 +
Result[Cont].Cap4-6 + Result[Cont].Cap4-7 + Result[Cont].Cap4-8 + Result[Cont].Cap4-
9 + Result[Cont].Cap4-10 + Result[Cont].Cap4-11)*10/42 ;
Result[Cont].Cap5 := (Result[Cont].Cap5-1 + Result[Cont].Cap5-2 +
Result[Cont].Cap5-3 + Result[Cont].Cap5-4 + Result[Cont].Cap5-5 + Result[Cont].Cap5-
6 + Result[Cont].Cap5-7 + Result[Cont].Cap5-8 + Result[Cont].Cap5-9)*10/25 ;
Result[Cont].Cap6 := (Result[Cont].Cap6-1 + Result[Cont].Cap6-2 + Result[Cont].Cap6-3
+ Result[Cont].Cap6-4 + Result[Cont].Cap6-5 + Result[Cont].Cap6-6 + Result[Cont].Cap6-7
+ Result[Cont].Cap6-8 + Result[Cont].Cap6-9 + Result[Cont].Cap6-10)*10/73 ;
END ; (* Final del bucle del càlcul dels valors de cada capacitat *)
END ; (* Final del Procediment *)
(*****
Procedure Obtenircadena (Var Cadena: Cadenanom) ;
```

```
Var
Index: 0..Longnom;
Character : Char;
Begin
Index:=0;
While (Index < Longnom) DO
Begin
Index := Index +1;
Read (Arxiuent, Character);
Cadena[Index] := Character;
End;
End; (* Final procediment Obtenircadena *)
(*****)
BEGIN (* Inici del programa *)
Assign(Arxiuent, 'entbad-7.txt');
Assign(Arxiusort, 'sortbad7.txt');
Reset(Arxiuent);
Rewrite(Arxiusort);
For Cont:=1 to Maxestudiants do
Begin
Obtenircadena(Cadena);
Taula[Cont].Cognom:=Cadena;
Obtenircadena(Cadena);
```


Taula[Cont].Nom:=Cadena;

Read(Arxiuent,

Taula[Cont].Prg1-1,

Taula[Cont].Prg1-2a,

Taula[Cont].Prg1-2b,

Taula[Cont].Prg1-2c,

Taula[Cont].Prg1-2d,

Taula[Cont].Prg1-2e,

Taula[Cont].Prg1-2f,

Taula[Cont].Prg1-2g,

Taula[Cont].Prg1-2h,

Taula[Cont].Prg2-1a,

Taula[Cont].Prg2-1c,

Taula[Cont].Prg2-1e,

Taula[Cont].Prg2-1g,

Taula[Cont].Prg2-21,

Taula[Cont].Prg2-22,

Taula[Cont].Prg2-3,

Taula[Cont].Prg2-4,

Taula[Cont].Prg2-5,

Taula[Cont].Prg3-1,

Taula[Cont].Prg3-2,

Taula[Cont].Prg3-3,

Taula[Cont].Prg4-1,

Taula[Cont].Prg4-2);

End; (* Final del bucle de lectura *)

ObtenirResultat (Taula, Result);

Obtenirsortida (Result);


End. (* Final del Programa *)

Apèndix E

Test IGF i resultats

E.1 Test IGF

Nº 198



IGF - M

*No abra este CUADERNILLO hasta que se le indique.
Anote todas sus contestaciones en la HOJA DE RESPUESTAS.
Espere nuevas instrucciones.*

NO ESCRIBA NADA EN ESTE CUADERNILLO

TEA

Autor: C. Yuste Hernanz.
Copyright © 1991 by C. Yuste Hernanz - Prohibida la reproducción total o parcial. Todos los derechos reservados - Edita: TEA Ediciones, S.A.; F.ay Bernardino de Sahagún, 24; 28036 MADRID - Este ejemplar está impreso en tinta azul. Si se presentan otro en tinta negra, es una reproducción ilegal. En beneficio de la profesión y en el suyo propio, NO LA UTILICE - Printed in Spain. Impreso en España por Aguirre Campano; Daganzo, 15 dpdo.; 28002 MADRID - Depósito legal: M - 331 - 1991.

EJEMPLOS:

V-1

A B C D E

V-2

--	--	--

A B C D E

NISMAS CARACTERISTICAS QUE LOS TRES PRIMEROS DIBUJOS

V-3

	ES		COMO		ES		?
--	----	--	------	--	----	--	---

A B C D E

X-1

	A	B	C	D	E
--	---	---	---	---	---

Ninguna de las anteriores es la verdadera

X-2

	A	B	C	D	E
--	---	---	---	---	---

Ninguna de las anteriores es la verdadera

Y-1 La buena marcha de una?..... depende tanto del?..... como del director

- A Decisión - subordinado
- B Colectividad - propietario
- C Ciudad - jornalero
- D Hazaña - criado
- E Empresa - empleado

Y-2 Enero Marzo Mayo?..... Septiembre

- A Junio
- B Agosto
- C Julio
- D Mes
- E Verano

Y-3 Aeropuerto es a avión como?..... es a?.....

- A Carretera - bicicleta
- B Camino - autopista
- C Arbol - pájaro
- D Puerto - barco
- E Terraza - helicóptero

A B C D E

Z-1	$\frac{30 - 20 + 4}{2} = ?$	6,2	7.2	$\frac{21}{3}$	14 : 7	Ninguna de las anteriores es la verdadera
-----	-----------------------------	-----	-----	----------------	--------	---

A B C D E

Z-2	Mi hermano tiene la mitad de años que yo. Yo hace 6 años tenía 10. ¿Cuántos años tiene ahora mi hermano?	5 años	No se puede resolver, faltan datos	6 años	7 años	Ninguna de las anteriores es la verdadera
-----	--	--------	------------------------------------	--------	--------	---

NO PASES A LA PAGINA SIGUIENTE HASTA QUE TE LO INDIQUEN

SIGUE

SIGUE

Y-1 La buena marcha de una?..... depende tanto del?..... como del director

- A Decisión - subordinado
- B Colectividad - propietario
- C Ciudad - jornalero
- D Hazaña - criado
- E Empresa - empleado

Y-2 Enero Marzo Mayo?..... Septiembre

- A Junio
- B Agosto
- C Julio
- D Mes
- E Verano

Y-3 Aeropuerto es a avión como?..... es a?.....

- A Carretera - bicicleta
- B Camino - autopista
- C Arbol - pájaro
- D Puerto - barco
- E Terraza - helicóptero

	A	B	C	D	E
Z-1	$\frac{30 - 20 + 4}{2} = ?$				
	6,2	7.2	$\frac{21}{3}$	14 : 7	Ninguna de las anteriores es la verdadera

	A	B	C	D	E
Z-2	Mi hermano tiene la mitad de años que yo. Yo hace 6 años tenía 10. ¿Cuántos años tiene ahora mi hermano?				
	5 años	No se puede resolver, faltan datos	6 años	7 años	Ninguna de las anteriores es la verdadera

NO PASES A LA PAGINA SIGUIENTE HASTA QUE TE LO INDIQUEN

SIGUE

SIGUE

7?..... Pantano Estanque Depósito Charca

A Riachuelo B Lago C Piscina D Río E Pozo

8 *Arbol* es a *raíces* como?..... es a?.....

A Elefante - patas C Montaña - valle E Edificio - cimientos
 B Tronco - corteza D Casa - sótano

9

$\frac{12 \cdot 2}{6} = ?$	A $\frac{6 \cdot 6}{2}$	B $\frac{8 \cdot 2}{6}$	C $\frac{6 \cdot 2}{3}$	D $\frac{4 \cdot 6}{8}$	E Ninguna de las anteriores es la verdadera
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	--

10

Si cada mes tiene 4 semanas, ¿Cuántas semanas habrá en 12 meses ?	A 48 semanas	B 36 semanas	C 46 semanas	D 16 semanas	E Ninguna de las anteriores es la verdadera
---	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	--

11

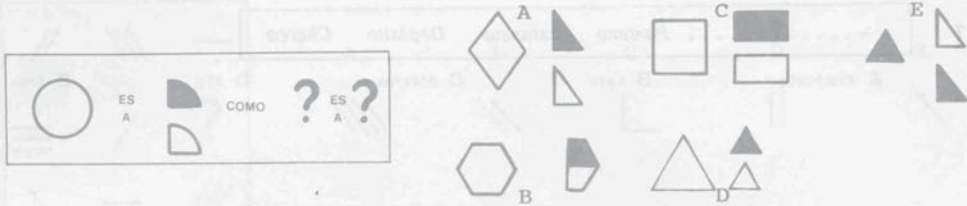
	A 	B 	C 	D 	E
--	-------	-------	-------	-------	-------

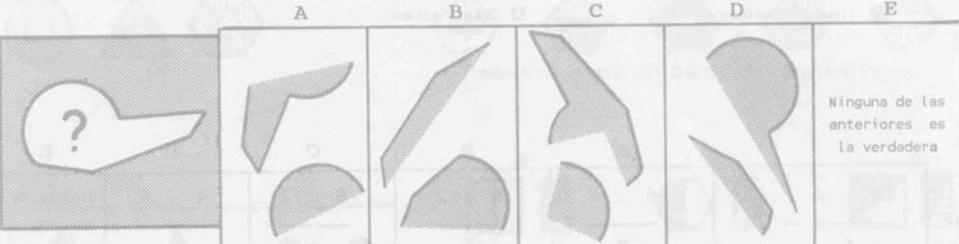
12

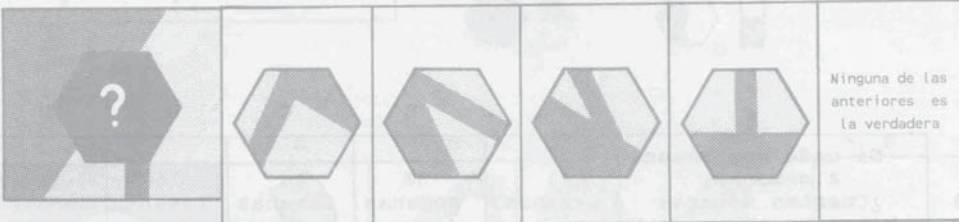
	A 	B 	C 	D 	E
--	-------	-------	-------	-------	-------

MISMAS CARACTERISTICAS QUE LOS TRES PRIMEROS DIBUJOS.

SIGUE ■■■

13 

14 

15 

16 *Las leyes sirven para?..... la convivencia en?.....*

A Animar - una sociedad C Declarar - pacificación E Ordenar - una reunión
 B Regular - un país D Destacar - una prisión

17 *Enorme Grande Mediano Pequeño?.....*

A Débil B Moderado C Minúsculo D Reducido E Escaso

18 *Entremeses es a aperitivo como?..... es a?.....*






A Fruta - postre C Carne - alimento E Plato - cubiertos
 B Sal - condimento D Caramelo - chuchería

SIGUE ■■■

		A	B	C	D	E
19	0,2 Kg. - 150 g. = ?	0,0050 Kg.	50 gramos	0,50 Kg.	1850 gramos	Ninguna de las anteriores es la verdadera
A B C D E						
20	¿ Cuántos gramos hay en 3/4 de Kilo ?	250 gramos	750 gramos	75 gramos	800 gramos	Ninguna de las anteriores es la verdadera
A B C D E						
21		A	B	C	D	E
22		A	B	C	D	E
MISMAS CARACTERISTICAS QUE LOS TRES PRIMEROS DIBUJOS						
23		A	B	C	D	E
24		A	B	C	D	Ninguna de las anteriores es la verdadera

SIGUE ■■■

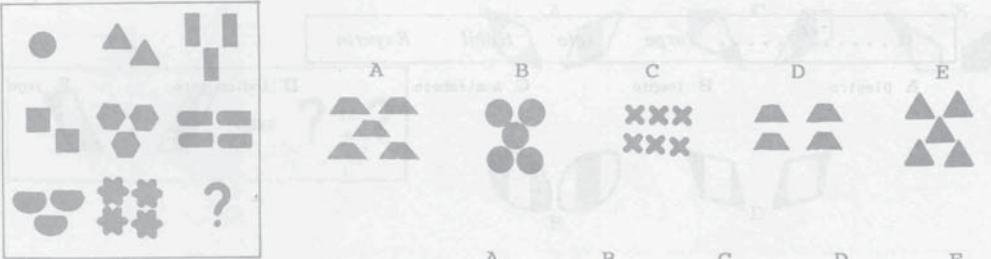
SIGUE ■■■

		A	B	C	D	E
25						Ninguna de las anteriores es la verdadera
26	<i>Cuando un ? bueno ayuda a cometer un crimen, sigue siendo hombre, pero deja de ser ? . . .</i>					
	A Ladrón - respetable B Hombre - bueno	C Señor - admirado D Trabajador - persona				E Criminal - libre
27	<i>Cordillera ? Montaña Colina Promontorio</i>					
	A Desfiladero	B Peñasco	C Sierra	D Valle	E Meseta	
28	<i>Inicio es a final como ? es a ?</i>					
	A Prólogo - epílogo B Vida - muerte	C Antes - terminación D Previo - principio				E Principio - segundo
29	$2^3 + \sqrt{9} = ?$	$\frac{(6 \cdot 4) + 10}{3}$	$3^2 + 3$	$(1^2 \cdot 10) - 1$	$\frac{23}{\sqrt{4}}$	Ninguna de las anteriores es la verdadera
30	<i>¿Cuántos grados centígrados de temperatura hay entre -23° y $+33^\circ$?</i>	A 56°	B 55°	C 10°	D 11°	Ninguna de las anteriores es la verdadera


SIGUE ■ ■ ■

SIGUE ■ ■ ■

31




32

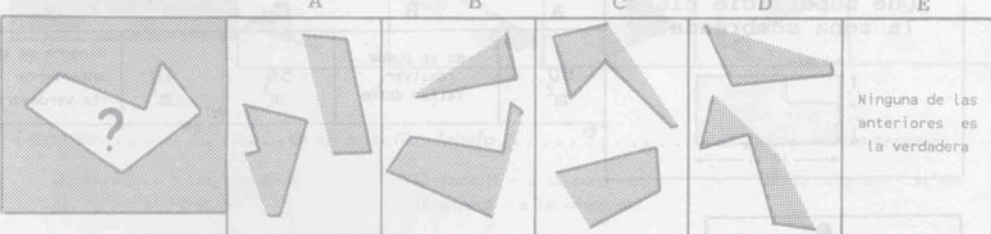


MISMAS CARACTERISTICAS QUE LOS TRES PRIMEROS DIBUJOS

33

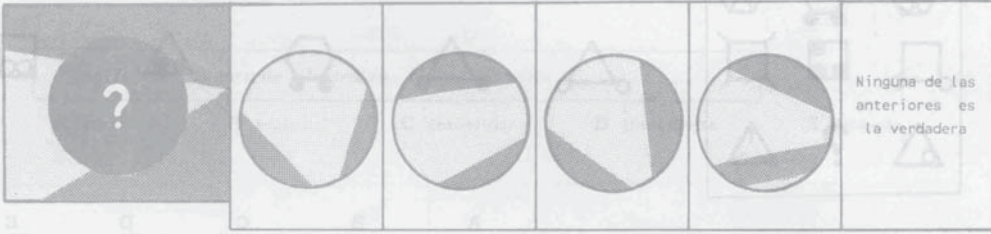


34



Ninguna de las anteriores es la verdadera

35



Ninguna de las anteriores es la verdadera

36 *Aquello que todavía no hemos conseguido, podemos?..... pero no?.....*

A Desearlo · tenerlo C Cambiarlo · usarlo E Preverlo · tomarlo
 B Dejarlo · tirar D Quererlo · prestarlo

SIGUE ■■■

37?..... Torpe Apto Hábil Experto

- A Diestro B Inepto C Analfabeto D Indispuesto E Vago

38 *Inexperiencia* es a *novato* como?..... es a?.....

- A Desentrenamiento - debilidad C Experiencia - costumbre E Pericia - veterano
 B Ignorancia - desinteresado D Habilidad - viejo

39

	A	B	C	D	E
$\frac{\sqrt{81}}{2} = ?$	$\sqrt{16}$	$\frac{9^2}{2}$	$\frac{\sqrt{9}}{2}$	9	Ninguna de las anteriores es la verdadera

40 ¿Qué superficie tiene la zona sombreada?

A	B	C	D	E
60 m ²	No se puede resolver, faltan datos	56 m ²	40 m ²	Ninguna de las anteriores es la verdadera

41

A	B	C	D	E
Triangle with 2 circles	Triangle with 3 circles	Hexagon with 2 circles	Triangle with 4 circles	Rectangle with 2 circles

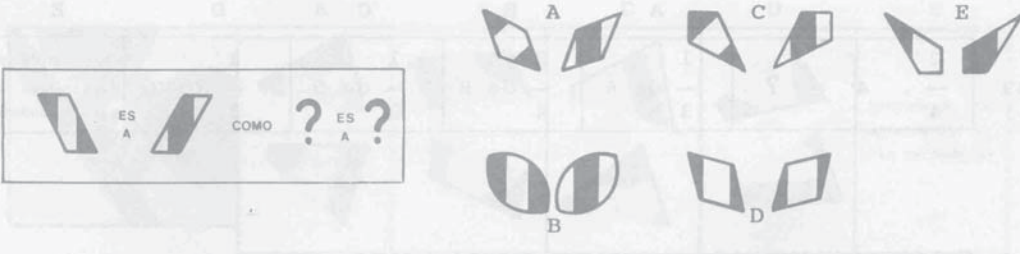
42

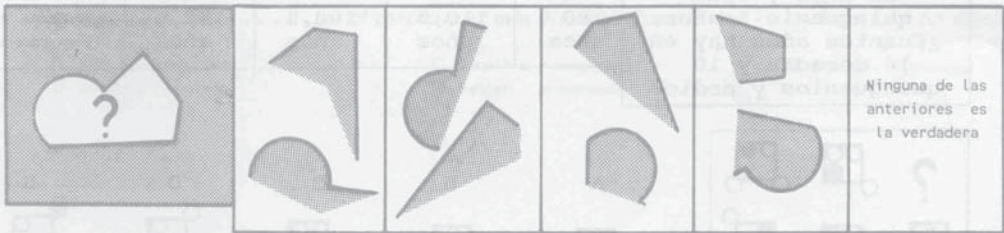
A	B	C	D	E
Circle with diagonal line and shaded half	Rectangle with diagonal line and shaded half	Hexagon with diagonal line and shaded half	Hexagon with diagonal line and shaded half	Circle with diagonal line and shaded half

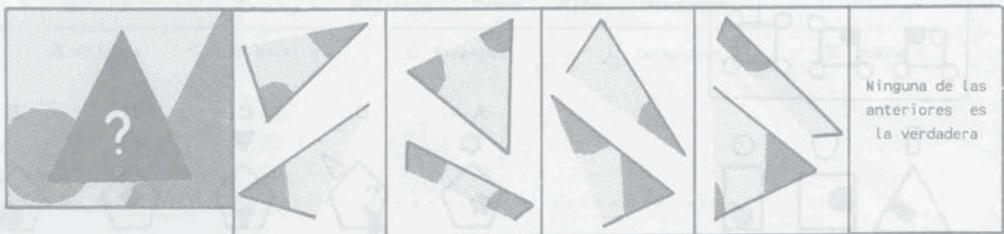
MISMAS CARACTERÍSTICAS QUE LOS TRES PRIMEROS DIBUJOS

SIGUE ■■■

SIGUE ■■■

43 

44  Ninguna de las anteriores es la verdadera

45  Ninguna de las anteriores es la verdadera

46 *La barca.....?.....en un arrecife, debido.....?..... y al fuerte viento reinante*

A Resbaló - a las tinieblas C Encalló - a la oscuridad E Se desplazó - al mar
 B Viró - al huracán D Atracó - a la tempestad

47 *Analfabeto Ignorante Instruído Culto Erudito.....?.....*

A Sabio B Necio C Entendido D Inteligente E Filósofo

48 *Estudiar es a saber como?..... es a?*

A Querer - amar C Aprobar - apremiar E Perseguir - huir
 B Sembrar - cosechar D Trabajar - esforzarse

SIGUE ■■■

	A	B	C	D	E
49	$\frac{2}{4} \cdot 4 = ?$	$\frac{1}{3}$ de 6	$\frac{2}{4}$ de 8	$\frac{1}{2}$ de 5	$\frac{1}{3}$ de 9
					Ninguna de las anteriores es la verdadera

	A	B	C	D	E
50	Si cada década tiene 10 años y cada quinquenio 5 años, ¿Cuántos años hay en 10 décadas y 10 quinquenios y medio?				
	150 años	110,5 años	200,5 años	152,5 años	Ninguna de las anteriores es la verdadera

	A	B	C	D	E
51					

	A	B	C	D	E
52					
	MISMAS CARACTERISTICAS QUE LOS TRES PRIMEROS DIBUJOS				

	A	B	C	D	E
53					

	A	B	C	D	E
54					
					Ninguna de las anteriores es la verdadera

■ ■ ■ SIGUE ■ ■ ■

SIGUE ■ ■ ■

55

A	B	C	D	E
				Ninguna de las anteriores es la verdadera

56 *Criticar es?....., por el contrario es más difícil realizar lo que?..... en los demás*

A Fácil - censuramos	C Sencillo - aceptamos
B Posible - queremos	D Hablar - proponemos
E Difícil - deseamos	

57 *Guerra?..... Refriega Pelea Riña Discusión*

A Disputa	B Batalla	C Forcejeo	D Catástrofe	E Choque
-----------	-----------	------------	--------------	----------

58 *Oscuro es a claro como?..... es a?.....*

A Distanciado - lejano	C Dócil - terco	E Noche - tarde
B Obrero - dueño	D Largo - estrecho	

59

A	B	C	D	E	
$\sqrt{20^2} = ?$	$\sqrt{40}$	$\frac{20^2}{2}$	200	$\frac{40}{2}$	Ninguna de las anteriores es la verdadera

60

¿Qué distancia hay entre A y E si entre cada punto va habiendo progresivamente el doble de distancia?

A	B	C	D	E
145 metros	No se puede resolver, faltan datos	150 metros	160 metros	Ninguna de las anteriores es la verdadera

← 80 m. →

A B C D E

FIN DE LA PRUEBA

SIGUE ■ ■ ■

13

61

	A	B	C	D	E

62

	A	B	C	D	E

MISMAS CARACTERISTICAS QUE LOS TRES PRIMEROS DIBUJOS

63

	A	C	E
	B	D	

64

	A	B	C	D	E

Ninguna de las anteriores es la verdadera

65

	A	B	C	D	E

Ninguna de las anteriores es la verdadera

SIGUE ■■■

14

66 *Toda aspiración?..... tiene una motivación, como todo hecho tiene una?.....*

- A Sana · recompensa C Humana · causa E Perfecta · apariencia
 B Posible · realidad D Alta · predicción

67 *.....?..... Matrimonio Familia Tribu Raza*

- A Unidad B Varón C Soledad D Hijo E Individuo

68 *Animar es a obligar como?..... es a?.....*

- A Ayudar · proteger C Estropear · destrozar E Mandar · obedecer
 B Enseñar · aprender D Dialogar · dogmatizar

	A	B	C	D	E
69 $\frac{30 - 14}{4} <$	16-13	$\sqrt{49-3}$	$\frac{5}{2}$	10:2	Ninguna de las anteriores es la verdadera

	A	B	C	D	E
70 $\frac{(60 - X) \cdot 2}{4} = 20$	30	No se puede resolver, faltan datos	40	10	Ninguna de las anteriores es la verdadera

FIN DE LA PRUEBA

E.2 Barems de 2n d'ESO del test IGF

IGF INTELIGENCIA GENERAL Y FACTORIAL

IGF-M

BAREMOS de 2º ESO (antiguo 8º EGB)

Pc	Puntuaciones directas									
	IG	INV	IV	RA	ApE	RV	ApN	RAP	EFI	S
99	58-70	31-35	29-35	20-21	13-14	18-21	13-14	87-150	97-100	97
98	56-57	30	27-28	19	-	17	12	85-86	93-96	91
97	54-55	29	26	18	12	16	-	82-84	90-92	87
96	53	-	-	-	-	-	11	81	89	85
95	51-52	27-28	25	17	-	15	-	78-80	85-88	83
90	48-50	26	23-24	16	11	14	10	74-77	80-84	76
85	46-47	25	22	15	10	13	-	71-73	77-79	71
80	44-45	24	21	-	-	-	9	69-70	74-76	67
75	42-43	23	20	14	9	12	-	67-68	71-73	63
70	41	22	19	-	-	-	8	65-66	69-70	60
65	40	-	-	13	-	11	-	63-64	67-68	58
60	38-39	21	18	-	8	-	-	61-62	65-66	55
55	37	20	17	-	-	10	7	60	63-64	52
50	36	-	-	12	-	-	-	58-59	61-62	50
45	35	19	16	-	-	-	-	56-57	58-60	48
40	33-34	18	15	11	7	9	6	55	56-57	45
35	32	-	-	-	-	-	-	53-54	54-55	42
30	30-31	17	14	10	-	8	-	51-52	52-53	40
25	29	16	13	-	6	-	5	49-50	49-51	37
20	27-28	15	12	9	-	7	-	47-48	46-48	33
15	25-26	14	11	-	5	6	4	44-46	43-45	29
10	22-24	12-13	9-10	8	4	5	-	40-43	38-42	24
5	19-21	11	8	7	-	-	3	36-39	34-37	17
4	18	-	7	6	-	4	-	35	32-33	15
3	17	10	-	-	3	-	2	33-34	30-31	12
2	15-16	9	6	5	-	3	-	30-32	26-29	9
1	0-14	0-8	0-5	0-4	0-2	0-2	0-1	0-29	0-25	3
N	694	694	694	694	694	694	694	694	694	N
Med.	35,93	19,38	16,54	11,88	7,50	9,79	6,75	58,36	61,07	Med.
D.t.	10,02	5,17	5,31	3,30	2,46	3,40	2,49	13,18	16,23	D.t.

E.3 Resultats test IGF alumnes de 2n d'ESO Curs 2004-05

Aquests resultats del test IGF estan expresats en l'escala dels centils. Expresen el tant per cent del grup normatiu al que un subjecte és superior en el tret apreciat per la variable. El grup d'alumnes que ha realitzat el test són 40 alumnes de 2n d'ESO.

Codi alumne	Intel·ligència Verbal	Intel·ligència No Verbal	Intel·ligència General
2	85	90	90
3	70	2	20
4	10	55	25
5	20	1	4
6	4	2	2
7	30	30	30
8	90	95	95
9	97	98	98
10	75	75	75
12	2	1	1
15	80	90	85
17	85	75	80
18	10	60	30
19	20	45	30
20	85	10	85
21	30	40	35
22	25	1	5
23	80	60	75
24	90	60	80
25	10	3	5
26	45	80	65
27	10	20	10
28	99	80	97
29	40	55	45
30	45	10	20
31	15	55	30
32	55	80	70
33	40	40	40
35	30	60	45
36	98	99	99
37	85	75	80
38	30	15	20
200	20	1	5
201	25	25	25
202	10	40	20
203	70	30	50
204	90	80	85
205	45	20	30
206	20	1	5
207	70	45	60

Apèndix F

Resultats prova diagnòstica en la fase experimental

B1 Resultats prova diagnòstica d'alumnes de 2n d'ESO

B2 Resultat prova diagnòstica d'alumnes de 3r d'ESO

B3 Resultats prova diagnòstica d'alumnes de 4t d'ESO

B4 Resultats prova diagnòstica grup d'alumnes repetidors 4t d'ESO

B5 Resultats prova diagnòstica del grup d'alumnes ESO-1

F.1 Resultats prova diagnòstica d'alumnes de 2n d'E-SO

Taula F.1: Resultats Prova Diagnòstica Grup de 2n d'ESO

Codi Alumne	Pen i Rao.	Modelit.	Comunic.	General.
133	4,69	5,34	3,96	4,66
134	1,36	1,64	1,04	1,35
135	3,46	3,28	2,50	3,08
136	3,46	3,45	2,92	3,27
137	3,33	3,28	3,02	3,21
138	5,06	4,91	3,75	4,58
139	0,37	0,69	0,63	0,56
140	7,16	7,50	5,94	6,87
141	0,12	0,17	0,10	0,13
142	3,58	3,53	2,08	3,07
143	2,96	2,67	2,29	2,64
144	5,19	5,09	3,75	4,67
145	2,35	2,16	1,67	2,06
146	4,07	4,05	3,65	3,92
147	3,58	3,53	3,13	3,41
148	2,22	1,47	1,15	1,61
149	2,22	2,16	1,56	1,98
150	1,11	0,86	0,83	0,94
151	1,11	1,90	1,15	1,38
152	2,10	3,28	1,88	2,42
153	3,46	3,28	2,71	3,15
154	4,57	4,66	4,06	4,43
155	6,54	6,21	5,21	5,99
156	1,48	1,29	1,15	1,31
157	1,36	2,16	1,46	1,66
158	4,20	5,52	4,17	4,63
159	2,47	2,84	1,98	2,43
160	0,62	1,29	0,83	0,91
161	4,44	3,71	2,71	3,62
162	4,32	4,05	2,60	3,66
163	0,86	1,29	0,42	0,86
164	3,33	2,93	2,50	2,92
165	5,06	4,40	4,38	4,61
166	4,07	4,05	3,54	3,89
167	1,36	2,33	1,04	1,58
168	5,56	6,21	4,58	5,45
169	4,94	4,40	4,48	4,60
170	1,85	3,53	1,98	2,46
171	0,62	1,12	0,63	0,79
172	6,05	6,21	5,21	5,82
173	3,33	3,28	1,67	2,76
174	1,73	1,81	1,46	1,67
175	0,25	0,69	0,00	0,31

F.2 Resultats prova diagnòstica grup d'alumnes de 3r d'ESO

Taula F.2: Resultats Prova Diagnòstica Grup de 3r d'ESO

Codi Alumne	Pen i Rao.	Modelit.	Comunic.	General.
41	2,84	3,53	2,92	3,10
42	3,46	4,48	3,13	3,69
45	4,32	4,14	3,33	3,93
47	5,80	6,47	4,69	5,65
64	1,73	2,07	0,94	1,58
65	4,69	4,40	3,75	4,28
66	4,57	4,48	3,85	4,30
71	5,31	5,52	3,96	4,93
82	2,59	2,67	1,98	2,41
83	4,57	3,79	3,23	3,86
84	4,07	4,05	3,75	3,96
85	4,57	3,53	3,13	3,74
73	4,20	5,09	3,65	4,3
86	2,59	2,93	1,67	2,40
87	3,83	3,88	3,23	3,65
88	6,30	5,52	4,48	5,43
89	1,98	2,16	1,46	1,86
90	3,70	3,53	2,19	3,14
91	4,44	3,71	3,02	3,72
92	5,43	3,88	3,85	4,39
93	5,43	3,88	3,75	4,35
94	4,57	3,45	3,02	3,68
95	2,72	3,10	1,98	2,60
96	0,00	0,00	0,00	0,00
97	2,22	2,76	1,77	2,25
98	0,86	1,38	0,52	0,92
99	5,31	4,66	3,85	4,61
100	3,09	3,45	2,50	3,01
101	4,81	3,62	3,23	3,89
102	4,57	3,53	2,81	3,64
103	2,96	3,19	2,50	2,88
104	3,46	3,02	2,71	3,06
105	5,19	5,00	3,65	4,61
106	4,81	4,40	4,38	4,53
107	3,21	3,53	1,98	2,91
108	5,06	4,83	3,54	4,48
109	6,30	5,60	4,90	5,60
110	4,69	3,79	3,13	3,87

Continua a la pàgina següent

Continuació

Codi Alumne	Pen i Rao.	Modelit.	Comunic.	General.
111	3,83	4,14	2,92	3,63
112	2,96	2,33	1,98	2,42
123	0,25	0,09	0,00	0,11
114	4,81	4,57	3,85	4,41
115	3,21	2,93	1,98	2,71
116	0,00	0,00	0,00	0,00
117	5,68	4,66	3,75	4,69
118	0,00	0,00	0,00	0,00
119	0,74	1,29	0,42	0,82
120	3,70	4,14	2,81	3,55
121	2,96	3,62	2,19	2,92
122	3,58	2,93	2,71	3,07
123	0,25	0,09	0,00	0,11
124	1,36	1,98	1,56	1,63
125	5,06	4,22	3,54	4,28
126	4,20	3,28	2,81	3,43
127	6,42	5,60	4,48	5,50
128	3,09	2,93	2,40	2,80
129	1,23	2,24	1,98	1,82
130	4,81	3,79	3,13	3,91
131	0,00	0,00	0,00	0,00
132	4,94	4,74	3,54	4,41

F.3 Resultats prova diagnòstica grup d'alumnes 4t d'ESO

Taula F.3: Resultats Prova Diagnòstica Grup de 4t d'ESO

Codi Alumne	Pen i Rao.	Modelit.	Comunic.	General.
43	6,17	6,81	4,69	5,89
44	3,33	3,71	3,23	3,42
46	3,58	3,79	2,92	3,43
50	4,44	4,57	3,13	4,05
51	4,20	4,31	3,02	3,84
52	3,95	4,91	3,23	4,03
53	4,57	4,14	3,85	4,19
54	3,58	3,62	2,71	3,30
56	4,81	3,62	2,81	3,75
58	2,96	4,14	3,33	3,48
59	4,07	4,66	3,23	3,99
60	4,81	4,22	3,02	4,02
62	3,46	3,97	2,50	3,31
69	2,96	3,97	3,65	3,52
70	3,09	3,53	2,50	3,04
72	4,69	5,17	4,06	4,64
74	4,32	4,14	2,92	3,79
75	5,06	5,60	3,75	4,81
77	4,20	3,88	3,23	3,77
78	4,69	4,57	3,33	4,20
79	6,54	6,90	5,52	6,32
80	5,80	5,95	4,17	5,31

F.4 Resultats prova diagnòstica grup d'alumnes repetidors de 4t d'ESO

Taula F.4: Resultats Prova Diagnòstica Grup de repetidors de 4t d'ESO

Codi Alumne	Pen i Rao.	Modelit.	Comunic.	General.
40	5,19	4,22	2,08	3,83
48	2,96	2,59	2,29	2,61
49	2,22	2,50	1,46	2,06
55	3,95	4,14	3,44	3,84
57	2,35	2,07	1,46	1,96
61	1,48	2,24	1,15	1,62
63	2,10	2,07	1,46	1,88
67	3,83	3,97	2,19	3,33
68	3,33	3,71	2,81	3,28
76	1,48	1,98	1,15	1,54
81	2,22	3,19	1,88	2,43

F.5 Resultats prova diagnòstica del grup ESO-1

Taula F.5: Resultats Prova Diagnòstica ESO-1

Codi Alumne	Pen i Rao.	Modelit.	Comunic.	General.
1	0,37	0,52	0,73	0,54
2	2,35	2,50	2,19	2,34
3	0,86	0,86	0,42	0,71
4	1,48	1,38	0,83	1,23
5	1,98	2,24	1,77	2,00
6	0,62	0,78	0,42	0,60
7	2,10	1,72	1,35	1,73
8	3,58	3,02	3,13	3,24
9	4,69	4,74	4,38	4,60
10	1,85	1,55	1,77	1,72
11	0,62	0,78	0,63	0,67
12	0,99	0,60	0,63	0,74
13	1,48	1,64	1,56	1,56
14	0,25	0,52	0,10	0,29
15	3,21	3,02	3,02	3,08
16	0,00	0,00	0,00	0,00
17	2,96	2,76	2,08	2,60
18	3,58	3,88	2,81	3,42
19	2,96	3,10	2,08	2,72
20	5,31	4,57	3,65	4,51
21	1,73	1,81	1,35	1,63
22	1,98	2,67	2,19	2,28
23	2,72	3,28	2,19	2,73
24	2,22	2,16	1,98	2,12
25	0,99	0,52	0,52	0,68
26	2,10	2,59	1,98	2,22
27	2,22	2,50	2,81	2,51
28	2,72	2,50	1,15	2,12
29	3,58	3,36	2,29	3,08
30	2,22	2,16	1,77	2,05
31	2,22	2,33	1,88	2,14
32	1,23	1,29	0,94	1,16
33	4,07	3,45	3,75	3,76
34	0,00	0,00	0,00	0,00
35	2,35	2,76	2,29	2,47
36	4,20	4,05	3,13	3,79
37	3,83	3,88	3,65	3,78
38	0,86	0,95	0,31	0,71
39	3,21	3,28	3,02	3,17

Apèndix G

Resultats prova diagnòstica alumnes de 1r d'ESO Curs 2003-04

G.1 Resultats prova diagnòstica alumnes de 1r d'E- SO Curs 2003-04

Codi Al	Comp Pen.	Com. Model	Com. Com	GLOBAL
1	0,37	0,52	0,73	0,54
2	2,35	2,50	2,19	2,34
3	0,86	0,86	0,42	0,71
4	1,48	1,38	0,83	1,23
5	1,98	2,24	1,77	2,00
6	0,62	0,78	0,42	0,60
7	2,10	1,72	1,35	1,73
8	3,58	3,02	3,13	3,24
9	4,69	4,74	4,38	4,60
10	1,85	1,55	1,77	1,72
11	0,62	0,78	0,63	0,67
12	0,99	0,60	0,63	0,74
13	1,48	1,64	1,56	1,56
14	0,25	0,52	0,10	0,29
15	3,21	3,02	3,02	3,08
16	0,00	0,00	0,00	0,00
17	2,96	2,76	2,08	2,60
18	3,58	3,88	2,81	3,42
19	2,96	3,10	2,08	2,72
20	5,31	4,57	3,65	4,51
21	1,73	1,81	1,35	1,63
22	1,98	2,67	2,19	2,28
23	2,72	3,28	2,19	2,73
24	2,22	2,16	1,98	2,12
25	0,99	0,52	0,52	0,68
26	2,10	2,59	1,98	2,22
27	2,22	2,50	2,81	2,51
28	2,72	2,50	1,15	2,12
29	3,58	3,36	2,29	3,08
30	2,22	2,16	1,77	2,05
31	2,22	2,33	1,88	2,14
32	1,23	1,29	0,94	1,16
33	4,07	3,45	3,75	3,76
34	0,00	0,00	0,00	0,00
35	2,35	2,76	2,29	2,47
36	4,20	4,05	3,13	3,79
37	3,83	3,88	3,65	3,78
38	0,86	0,95	0,31	0,71
39	3,21	3,28	3,02	3,17

Mitjana	2,20	2,20	1,81	2,07
Mediana	1,79	1,90	1,88	1,85
Desv. tipus	1,32	1,26	1,15	1,23
min.	0,00	0,00	0,00	0,00
MAX.	5,31	4,74	4,38	4,60
Q1	1,11	1,12	0,78	0,95
Q3	3,09	3,06	2,55	2,90

Taula G.1: Competència global 1r

Clase	F	f
[0-0,5)	3	7,69
[0,5-1,5)	9	23,08
[1,5-2,5]	13	33,33
[2,5-3,5)	9	23,08
[3,5-4,5)	3	7,69
[4,5-5,5)	2	5,13
[5,5-6,5)	0	0,00
[6,5-7,5)	0	0,00
[7,5-8,5)	0	0,00
[8,5-9,5)	0	0,00
[9,5-10,5)	0	0,00

Taula G.2: Competència Pensament i raonament

Clase	F	f
[0-0,5)	4	10,26
[0,5-1,5)	9	23,08
[1,5-2,5]	12	30,77
[2,5-3,5)	6	15,38
[3,5-4,5)	6	15,38
[4,5-5,5)	2	5,13
[5,5-6,5)	0	0,00
[6,5-7,5)	0	0,00
[7,5-8,5)	0	0,00
[8,5-9,5)	0	0,00
[9,5-10,5)	0	0,00

Taula G.3: Competència Modelització i resolució de problemes

Clase	F	f
[0-0,5)	2	5,13
[0,5-1,5)	10	25,64
[1,5-2,5]	8	20,51
[2,5-3,5)	14	35,90
[3,5-4,5)	3	7,69
[4,5-5,5)	2	5,13
[5,5-6,5)	0	0,00
[6,5-7,5)	0	0,00
[7,5-8,5)	0	0,00
[8,5-9,5)	0	0,00
[9,5-10,5)	0	0,00

Taula G.4: Competència Comunicació idees matemàtiques

Clase	F	f
[0-0,5)	6	15,38
[0,5-1,5)	9	23,08
[1,5-2,5]	14	35,90
[2,5-3,5)	6	15,38
[3,5-4,5)	4	10,26
[4,5-5,5)	0	0,00
[5,5-6,5)	0	0,00
[6,5-7,5)	0	0,00
[7,5-8,5)	0	0,00
[8,5-9,5)	0	0,00
[9,5-10,5)	0	0,00

Apèndix H

Enquesta professorat

D1 Entrevista al professorat

D2 Entrevista al professorat tutor/a

H.1 Entrevista al professorat

Alumne:

Data:

1. Llengua vehicular per relacionar-se amb el professorat:
2. Creus que té dificultats de llenguatge a la teva classe? Quin tipus de dificultats?
3. Creus que tenia un bon llenguatge oral?
 - vocabulari extens o reduït,
 - construccions gramaticals pobres o riques,
 - sap expressar bé les seves idees de forma clara i concisa, o bé fa explicacions llargues i complicades o no sap expressar-les.
 - participa a les classes, formula les intervencions correctament.
4. Creus que tenia un bon llenguatge escrit?
 - a les activitats d'aula (redaccions, exercicis...)
 - als exàmens
5. Creus que tenia procediments de treball?
 - sap organitzar-se la feina.
 - sap buscar la informació.
 - presenta els treballs al dia.
 - porta els estris necessaris.
 - cuida els aspectes formals en els treballs.
 - és curós amb el seu material.
 - quan temps dedicava als estudis.
 - fa servir tècniques d'estudi com fer resums, gràfics, explicacions i justificacions.
6. Comprensió escrita. Entén el que llegeix?
7. Actitud a classe.
 - es mostrava atenta quan el professor explicava o bé es distreu amb facilitat?
 - es mostra motivada a les classes?
 - com era el seu ritme de treball, (constant, lent, sovint no arribava ni a presentar les feines encomanades).
8. Actitud davant la matèria.

- mostrava interès per la seva matèria (si feia lectures optatives a més de les obligades).
- es col·laboradora amb els companys i el professorat?
- mostra rebuig o entusiasme per l'assignatura.

9. Aptitud.

- té bones capacitats en vers el llenguatge, oral o escrit?
- té un bon nivell d'abstracció?
- té un bon nivell de generalització?
- creus que té un bon nivell intel·lectual?

10. Sentiments.

- És una persona que es desmotiva amb facilitat?
- Té un bon autoconcepte de si mateixa?
- És segura amb sí mateixa?

Alguna cosa que no t'he preguntat i vols afegir?

H.2 Entrevista pel professorat tutor/a

Especificar la matèria que imparteix el professorat tutor/a:

Alumne:

Data:

1. La família.

- Origen de procedència.
- Quant anys porten visquen aquí els diferent membres de la família.
- Membres que conviuen junts.
- Relació que es dona entre els membres.
- Llengua per relacionar-se entre ells.
- Nombre de germans i posició que ocupa.
- Estudis del pare i de la mare.
- Ocupació del pare i de la mare.
- Té amics/gues que no sigun del seu grup ètnic?

2. En concret sobre l'alumne.

- Ocupació del temps d'oci de l'alumne.
- Expectatives d'estudi de l'alumne
- Expectatives de feina i de lloc de viure.
- Quines activitats extraescolars fa.
- Participa en alguna activitat específica del seu grup ètnic?
- Es relaciona bé amb la majoria de companys de la classe o més aviat es relaciona amb pocs i sempre els mateixos.
- Té un bon autoconcepte de sí mateixa?

3. La família ha respost quan els has cridat?

4. Quins tipus de demandes han fet els professors? i els pares?

5. Creus que tenia procediments de treball?

- Sap organitzar-se la feina.
- Sap organitzar-se el temps.
- Sap buscar la informació.
- Presenta els treballs al dia.

- Porta els estris necessaris.
 - Cuida els aspectes formals en els treballs.
 - És curós amb el seu material.
 - Quan temps dedicava als estudis.
 - Fa servir tècniques d'estudi com fer resums, gràfics, explicacions i justificacions.
6. Integració en el grup. Ha estat ben acollida en el grup. Si ella està ben predisposada a participar en el conjunt de la classe
7. Aptitud.
- Creus que té bones capacitats en vers el llenguatge, oral o escrit.
 - Creus que té un bon nivell d'abstracció, i un bon nivell de generalització?
 - Té facilitat amb les llengües.
 - Creus que té un bon nivell intel·lectual?
8. Sentiments.
- (a) És una persona que es desmotiva amb facilitat?
 - (b) Té un bon autoconcepte de si mateixa?
 - (c) És segura amb sí mateixa?

Apèndix I

Documents lliurats

A1 Llistat de propostes per fer projectes el curs 2004-05

A2 Proposta de projecte matemàtic. Curs 2004-05

A3 Entrevista de seguiment del projecte

A4 Orientacions per a la presentació del projectes

A5 Consells per a la presentació oral dels projectes

A6 Avaluació del projecte

A7 Autoavaluació

A8 Carta a un amic

A continuació es presenten els documents que s'han lliurat als alumnes durant el procés de realització dels projectes.

Els documents lliurats són els següents:

- Llistat de temes proposats.
- Full d'inici. Proposta de Projecte Matemàtic.
- Entrevista de seguiment del projecte.
- Orientacions per a la presentació dels Projectes.
- Consells per a la presentació oral dels projectes.
- Avaluació del projecte.
- Autoavaluació.
- Carta a un amic.

I.1 Llistat de propostes per fer projectes el curs 2004-05

Esports.- Saps quan terreny té per moure's un futbolista? I un jugador de bàsquet? I un de handbol?

Et proposem que mesuris l'àrea dels camps de diferents esports. Sabent quans jugadors participen en aquell esport sabràs quina àrea de terreny ha de controlar cada jugador. Podries dir si té alguna cosa a veure amb l'edat de retirar-se, o amb les lesions que pateixen...

Les antenes.- T'has fixat que al capdemunt de moltes muntanyes hi ha una antena? És el que anomenem repetidors. Hi són perquè cada racó del país pugui veure la televisió, escoltar la ràdio..

Imagina't que ets el Conseller d'Obres Públiques i vols distribuir els repetidors de TV3 de la millor manera possible. Cada repetidor serveix per cobrir la part de terreny que és a menys de 100 Km d'ell. Quants repetidors necessites perquè tot Catalunya pugui veure TV3?

Les Teulades.- T'has fixat que les teulades de la majoria d'edificis no són planes? La majoria tenen una forma ondulada, però també n'hi ha amb formes més curioses. En saps algún?

Et proposem que agafis diferents edificis i mesuris quan fa realment l'àrea de la teulada. Series capaç de calcular quan fa l'àrea del Palau d'Esports de la ciutat de Sidney? És un edifici molt bonic, intenta'n buscar alguna fotografia. i del Palau St Jordi?

La pintura del carer.- Et deus haver adonat que han repintat els pasos zebra que hi ha al davant de l'Institut. Saps quanta pintura han gastat. I quan ha costat? Tracta de mesurar l'àrea de la zona que han pintat (compte! els cotxes també tenen dret a passar) i intenta averiguar quants quilos de pintura es necessiten per cobrir aquesta àrea i quant costa.

Els enrajolats dels carrers.- T'has fixat mai en les formes de les rajoles dels carrers? Normalment són rectangulars. Però no sempre. Coneixes algún carrer a Vilassar que tingui rajoles amb alguna altra forma?

Sabries dissenyar tú un enrajolat curiós, amb formes de les rajoles no habituals? No cal que totes les rajoles siguin iguals, podries combinar rajoles de dos o tres formes diferents.

Els Hospitals.- Imagina't que ets el Conseller de Sanitat i vols que a Catalunya hi hagi un total de 20 hospitals grans.

On els posaries? Mira de repartir-los bé. Cal que tothom en tingui un el més a prop possible. Quina àrea de Catalunya cobreix cada hospital?

Fem samarretes.- Saps quanta roba es necessiten per fer una samarreta? I quanta es llença? Pensa que les peces de roba tenen una forma rectangular i cal tallar-les de forma que es llenci la mínima quantitat de roba possible.

En aquest projecte et proposem que t'imaginis que ets un empresari del sector tèxtil, i que vols fer samarretes. Has de veure quanta roba necessites per samarreta i com tallaries la peça. Pensa que no tota la samarreta s'ha de tallar alhora: fixa't amb les mànigues.

El nou bus de Vilassar.- Ara fa pocs mesos s'ha posat en funcionament un servei de'autobús a Vilassar. Podries fer una valoració de com queden distribuïdes les parades, dels preus del bitllet normal i del bitllet integrat amb el de Renfe. Quant autobusos es necessiten per donar aquest servei? com organitzaries els horaris dels conductors? Si es posés una autobús més, com repercutiria en el temps d'espera de la gent a les parades? i si en posessis dos? El teu projecte no cal que contesti a totes aquestes preguntes serà suficient que contestis a alguna d'elles o a alguna altre que se't acudeixi a tú.

El PaP a Vilassar.- Fa pocs mesos que s'ha inaugurat el sistema de recollida de la brosa porta a porta (PaP). Que suposa? S'estalvia diners? Què guanyem amb aquest sistema? Podries donar una opinió argumentada amb xifres i càlculs del PaP?

L'aigua a Vilassar.- La majoria de pobles del Maresme tenen mines d'aigua que s'utilitzen per subministrar aigua als veïns. Vilassar en té moltes, però a més a més rep aigua de fora del poble. Al voltant d'aquest tema hi ha moltes coses curioses (has visitat el museu de la Mina Vella?) com quanta aigua es consumeix a Vilassar, quanta surt de les mines d'aquí, si hagués problemes amb el subministrament de fora quants dies podríem resisitir? Com es mesura l'aigua? I en el temps dels nostres avis? L'aigua es pot reciclar? Podries triar algunes qüestions i fer algun projecte.

El cost d'una piscina.- Vivim en una zona que l'estiu fa molta calor i molta gent té piscina a casa seva o a la comunitat, per poder-se banyar. Saps el que costa el seu manteniment al llarg de l'any? Podries fer un projecte que l'estudies i fer propostes de millores si se t'acudeixen.

El Manga.- T'agraden els dibuixos del Manga? Et resulta fàcil trobar-los? A Barcelona hi ha llibreries especialitzades en aquest tema. Et proposem que facis un projecte per recomanar l'itinerari més ràpid i més econòmic per aquestes botigues de Barcelona per aconseguir el darrer llibre.

Les motxilles.- Cada dia per venir a classe molts nois i noies porten una motxilla l'esquena. T'has preguntat mai quant pesa? Al final del curs quant pes han carregat? Té alguna repercussió a la salut? Què diuen els metges? Si això et suggereixen idees podries fer un projecte.

Sistemes tarifaris de RENFE i de l'ATM Renfe i l'ATM (Autoritat del Transport Metropolità) ofereixen per viatjar en tren de rodalies de Vilassar tarifes diferents. Les dues institucions tenen la xarxa viària dividida en zones. Però les zones són diferents i els preus per viatjar entre les zones també són diferents. Es tracta d'analitzar aquests sistemes i veure en quins casos et convé viatjar amb bitllet de Renfe i quins amb bitllet de l'ATM. Quin és el trajecte més econòmic en cada cas. Per un mateix preu quina distància pot recórrer amb cada tipus de bitllet.

La discoteca 759 Aquests tipus de locals atreuen a molt joves que pugen cada setmana. Però creieu que és prou segura en cas d'emergència? Quant de temps es necessita per evacuar-la? Pots considerar un altre aspecte com per exemple quin tipus de gent hi va segons edat, sexe. Com s'ocupen els espais a l'interior? quin espai pertoca a cadascú per ballar, per descansar. etc..

El Carrefour Pots analitzar diferents aspectes, des de la distribució dels productes, els espais destinats a cada tipus. Quanta gent hi cap. Tipus de gent per edat i sexe. Temps que s'haurà d'esperar per pagar etc..

Els empaquetaments i les caixes Et proposem de fer un estudi de l'aprofitament de les caixes i envoltures dels productes que consumim normalment. Pensa per exemple en com venen empaquetades les galetes o els bombons, si es possessin d'una altra manera la caixa podria necessitar menys material. Estudia alguns cassos.

Els recipients Et proposem d'estudiar els recipients que es fan servir per productes de consum habitual, per exemple una llauna de tomàquet. Per què té aquesta forma? Podria ser millor una altra forma de manera que es gastès menys material i així estalviar despeses?

Quant s'estalvia Vilassar amb el canvi horari Ara fa poc s'ha fet el canvi d'horari per aprofitar millor la llum del dia. Podries fer una estimació del que s'estalvia el poble de Vilassar?

El menjar dels animals Normalment es diu que els animals petits mengen més que els grans. És cert? Considereu diferents animals de tamany diferent (per exemple gossos de races diferents), gats, hamster, ...i estudeu el pes total de menjar ingerida en una setmana. Feu comparacions i traieu-ne conclusions.

Els sistemes de tarifes dels mòbils Existeixen actualment diferents companyies que donen serveis de telefonia mòbil amb diferents sistemes de tarifes. Analitza'ls i proposa a quin tipus de persona li convé cada tarifa.

L'aigua a Vilassar Quanta aigua gasta el poble de Vilassar cada dia? D'on vé? En cas de sequera quins mecanismes existeixen per afrontar-la? O pots orientar el treball des del punt de vista històric, Com es sumministrava l'aigua antigament, com es mesuraven els consums? quina picaresca es donava?

La casa ecològica Quina energia es consumeix en una casa actualment? Seria possible aprofitar els recursos naturals com el sol i el vent per cobrir aquestes necessitats? Seria rentable?

L'entorn de l'Institut Et proposem de fer un estudi matemàtic dels espais i de la circulació de vehicles de motor i de vianants a la zona de l'Institut.

L'aparcament al voltant de l'Institut Actualment a la zona de l'Institut i el camp de fútbol hi ha molts cotxes que aparquen sobre la vorera. Proposa de fer un pàrquing més estable i no tant improvisat

El poble de Vilassar vist matemàticament El poble te'l pots mirar des del punt vista de l'urbanisme, analitzar població distribució de les densitats, serveis i equipaments, zones verdes etc. Un altre aspecte és l'estudi matemàtic segons les característiques geomètriques dels diferents estils arquitectònics que es donen al poble.

Els sistemes de representació Vivim en una democràcia i això fa que cada 4 anys votem per elegir als nostres representants pel poble o pel govern de la Generalitat, o de l'estat. Ara també hem de votar pel Parlament europeu. Analitza els sistemes que hi ha per repartir els vots en escons. Com és que qui treu més vots no sempre és qui té més escons al parlament?

Els esports i les mates Hi ha molta relació entre els esports i les mates, des de la manera de puntuar, l'organització d'un campionat, les dimensions dels estadis i pistes, seqüència de records al llarg del temps, mecanismes per donar sortides i controlar les arribades...

La proporció àurea Els grecs assignaven el patró de la bellesa a l'aparició de la proporció àurea. Estudieu diferents llocs on apareix. Establiu també alguna de les seves propietats matemàtiques.

Les mates i els jocs Hi ha jocs d'estratègia amb contingut matemàtic, des del tres en ratlla fins als escacs. Estudia'ls per trobar estratègies guanyadores.

La mesura del meridià Durant la revolució francesa es va mesurar l'arc de meridià de Dunquerque a Barcelona. L'objectiu era definir el metre com la deumilionèsima part d'un quart de meridià. Però la mesura va haver de superar moltes dificultats, perquè els camperols es pensaven que els que estaven fent les mesures eren espies. Si us interessa la història, en especial els fets que van envoltar la revolució francesa aquest treball us pot interessar.

Les loteries i les mates Hi ha diferents jocs d'atzar que s'ofereixen al ciutadà des de les màquines dels bars fins a les loteries. Analitza-les, totes costen el mateix? Totes donen els mateixos premis? Quina recomanaries per jugar i per què? Realment val la pena jugar?

Tècniques per mesurar i medir Hi ha moltes vegades que no es pot mesurar directament alguna distància o alçada. Des d'antic que els homes s'han ocupat del problema i enginyat estris per resoldre'l. Et proposem que en facis un recull i justifiquis els estris matemàticament.

Vacances organitzades Que costen unes vacances familiars? Fes un pressupost sobre un cas real.

Són les olímpiques massa grans? Quanta gent participa entre esportistes, entrenadors, organitzadors, periodistes, públic, etc. Que suposa per una ciutat aquest increment de gent? Pot assumir-ho? Quin increment suposa de consum, de desplaçaments, de brosa? etc

4	9	2
3	5	7
8	1	6

I.E.S. Vilatzara

Departament de Matemàtiques

I.2 Proposta de projecte matemàtic. Curs 2004/05

Nom dels membres del grup:

Títol provisional:

Preguntes guia:

Data:

Vist i plau del professor:

Aquest full s'ha de tornar el dia:

I.3 Entrevista de seguiment del projecte

Nom:

Títol del projecte:

Membres del grup:

Data de l'entrevista:

Ara ja porteu molts dies amb el treball i el teniu a mig fer. Amb la finalitat de poder ajudar-vos en les dificultats que tingueu i per avaluar el treball fet fins ara contesteu individualment i per escrit a les següents preguntes i lliureu-les al professor en el moment de l'entrevista.

1. Des de l'inici fins a com ho teniu ara, hi ha hagut canvis importants en el vostre projecte?

2. Heu resolt, ni que sigui en part, els problemes plantejats? Quin és l'aspecte o els aspectes principals aconseguits fins ara?

3. Podries dir quins conceptes matemàtics intervenen en el projecte?

4. Què és el que consideres que falta per acabar el projecte? Quina informació necessitaràs? a on la trobaràs? Què has de calcular? Quina dificultat preveus?
5. Quines limitacions preveus? És a dir, hi haurà alguna part del problema que no quedarà resolta?
6. Omple el següent quadre indicant quin tipus de documentació has consultat (pàgina web, llibres, institucions com ajuntament o altres, entrevistes...) i què és el que realment has utilitzat al projecte.

He consultat	He fet servir

4	9	2
3	5	7
8	1	6

I.E.S. Vilatzara

Departament de Matemàtiques

I.4 Orientacions per a la presentació dels Projectes

Els projectes es poden presentar de diferents maneres. La més tradicional és en forma de dossier, però també es pot presentar d'altres com pòster, video, programa d'ordinador... En qualsevol cas, a la presentació del treball han de figurar els següents elements:

Títol, autors, data, curs

Introducció o presentació: És on es dona una visió panoràmica del treball, s'explica quines motivacions heu tingut per fer aquest treball, quins objectius preteníeu assolir, quines preguntes clau us heu formulat i quines, realment, heu aconseguit respondre. També cal explicar com heu planificat la feina, com heu abordat el o els problemes. Si voleu es pot afegir alguna anècdota.

Recollida de dades: S'ha de justificar quines dades necessitàveu i explicar com les heu aconseguit, per exemple consultant taules, mesurant, observant.. També cal dir quan i on s'han obtingut. Cal dir alguna cosa sobre l'exactitud de les dades obtingudes.

Tractament de les dades: A partir de les dades obtingudes s'ha d'explicar el que s'ha fet amb elles, per exemple s'han deduït noves dades, quins càlculs heu fet i per què? Les justificacions no han de perdre de vista que s'ha de donar resposta a les preguntes clau del començament. Recordeu de fer servir els diferents tipus de llenguatge, el natural, l'algèbric, les taules, i els gràfics. No oblidis tampoc que sempre que facis un càlcul digues primer què és el que vols calcular. També és important si podeu fer prediccions a partir de les dades obtingudes. És a dir, si amb el que heu fet podeu dir que passaria en altres situacions similars pero que no coincideixen exactament amb la que heu estudiat.

Conclusions: Aquesta és una de les parts més importants. Repasseu què us havíeu plantejat. Què heu fet i què heu obtingut. Expliqueu que heu après en relació al problema que us havíeu plantejat. Segurament us trobareu que el vostre treball és incomplet, per limitacions de temps o perquè si es fes millor es complicaria moltíssim. Expliqueu com el podríeu completar, suggeriu altres treballs relacionats amb el vostre i que seria interessant de plantejar-se en aquests.

Fonts de consulta: S'ha de citar els llocs d'on s'ha obtingut informació: llibres, adreces d'Internet, CD-rom etc.

Agraïments: És costum posar en algun lloc del treball una llista amb agraïments, si és que ho heu de fer. No vol dir “fer la pilota” i agrair al professor, si no agrair aquella gent que no tenia perquè donar-vos un cop de mà i ho han fet. Per exemple si heu anat a preguntar dades a alguna entitat o alguna persona us ha facilitat l'accés a algun lloc.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

I.E.S. Vilatzara

Departament de Matemàtiques

I.5 Consells per a la presentació oral dels projectes

Una vegada fet el projecte s'ha de comunicar als vostres companys de classe. Serà suficient fer servir 4 ó 5 diapositives (power-point) o transparències. Tota la presentació no pot durar més de 5 minuts i per tant s'ha de fer un esforç de síntesis. Precisament el que es valora és la vostra capacitat de seleccionar el que és important del que no ho és tant i com ho presenteu de manera coherent.

1a diapositiva: Títol i autors. Si voleu podeu posar una foto com si es tractés d'un titular d'un diari. A la presentació s'ha d'explicar la idea que motiva socialment el treball. No val dir *“hem fet tal... perquè és important”*. Cal dir l'interès del tema. *“Voliem saber ... perquè...”*

2a diapositiva: Problema. El problema s'ha d'enunciar en una o dues frases ben enunciadades. Penseu-les dues vegades abans d'escriure-les. Si n'hi ha subpreguntes es poden posar aquí. Es valora la capacitat de saber distingir el problema no matemàtic del problema matemàtic.

3a diapositiva: Contingut matemàtic. Resalteu les idees més importants que heu tingut per resoldre el o els problemes. Elaboreu un breu llistat de 3 ó 4 continguts bàsics i procediments generals emprats. No s'ha de dir hem fet operacions. Sí que s'ha de dir que s'han calculat proporcions, àrees, volums, relacions funcionals o que s'han fet servir procediments diversos (geomètrics, aritmètics, gràfics, estadístics). Es valorarà molt si sou capaços d'explicar per a què s'han fet servir. *“Hem utilitzat proporcions per a ... “ o bé ”Hem representat... per tal de que es vegi...”*

4a diapositiva: Exemple Exemplifiqueu un moment clau de tot el procés que heu seguit. Es tracta de destacar un càlcul, un raonament, una taula de valors una predicció... que sigui rellevant en el treball.

5a diapositiva: Conclusió. Han de posar-se una o dues frases per tornar al problema social i se li dona resposta. Si arribeu a alguna conclusió important a nivell social, cal dir-ho. Per exemple *Amb el que hem trobat com a resultat, pensem que es podria fer...*

Com veieu, el que s'espera d'aquesta presentació no es pot improvisar. Cal preparar-ho i pensar que s'ha de fer en cinc minuts. Aquesta presentació també s'avalua, val la pena fer-la bé.

I.6 Avaluació del projecte

Realitzat per:

Curs

Nivell d'aprofundiment del projecte: Idea inicial 1 2 3

Resultat 1 2 3

Disseny	Ent. inicial	Treball final	Pres. oral
Informació recollida: 0.-No es veu d'on s'ha tret. 1.-Es veu però no s'explica. 2.-S'explica però no del tot o és insuficient. 3.-Suficient i distingeix informació de resultats.			
Plantejament coherent: 0.- No queda clar els objectius que es planteja el treball. 1.- Explicita els objectius però sense mostrar la rellevància social del problema. 2.- Explicita bé i fa referència bàsica a la seva rellevància. 3.- Explicita bé els objectius i la seva rellevància.			
Extensió i aprofundiment 0.- No arriba a resoldre el problema. 1.- Resol el problema però molt simplificat. 2.- Resol el problema una mica simplificat. 3.- Resol el problema en tota la seva complexitat i la màxima obertura de mires.			
Observacions:			

Contingut matemàtic	Ent. inicial	Treball final	Pres. oral
Plantejament matemàtic general: 0.- Fa un plantejament incorrecte. 1.- Fa un plantejament senzill de nivell matemàtic inferior a l'habitual. 2.- Fa un plantejament correcte a nivell habitual. 3.- Fa un plantejament globalment correcte i de nivell matemàtic per damunt de l'habitual.			
Ús de llenguatge matemàtic 0.- Amb moltes errades d'expressió. 1.- Poques errades d'expressió i representació única. 2.- Sense errades i representació única o poques errades i representacions múltiples. 3.- Sense errades i amb representacions múltiples.	No s'avalua		
Correcció en el procés i els resultats 0.- Errors greus de procés i/o resultats absurds que no responen al problema. 1.- Errors de procés i/o resultats parcials correctes però amb errors finals. 2.- Procés i resultat correcte però no responen totalment al problema plantejat o sense relacionar-ho amb la realitat. 3.- Procés i resultat correctes i d'acord amb el plantejament del problema i ben relacionat amb la realitat.	No s'avalua		
Observacions:			

Claredat i comunicació	T. final	Presentació
<p>Estructuració:</p> <p>0.- Escrit deslligat, gens relacionat entre ell.</p> <p>1.- Poc coherent.</p> <p>2.- Força coherent però no del tot perquè hi ha algun aspecte que queda despenjat o bé que falta.</p> <p>3.- Molt coherent, totes les parts ben relacionades des del començament fins al final.</p>		
<p>Explicacions clares</p> <p>0.- Escrit desconectat entre llengua i mates.</p> <p>1.- Discurs amb poques interpretacions i relacions de les mates amb el problema real.</p> <p>2.- En el discurs explica el que fa i el per què, relacionant les mates amb la realitat però de manera senzilla.</p> <p>3.- Raona i justifica el que fa relacionant les mates amb la realitat amb profunditat.</p>		
<p>Ús de gràfiques i taules</p> <p>0.- No en fa servir.</p> <p>1.- Fa servir algunes taules o gràfics sense interpretar ni comentar.</p> <p>2.- Fa servir taules i gràfics de manera sistemàtica sense interpretar o amb comentaris senzills.</p> <p>3.- Fa servir de manera sistemàtica taules i gràfics amb bones interpretacions i comparacions.</p>		
<p>Observacions:</p>		

Aspectes formals	T. final	Presentació
<p>Presentació:</p> <p>0.- No segueix l'estructura d'introducció, desenvolupament, conclusions.</p> <p>1.- Hi són les diferents parts però barrejades o desordenades.</p> <p>2.- Hi són les diferents parts però desequilibrades o desconnectades entre elles.</p> <p>3.- Hi són les diferents parts ben equilibrades i relacionades.</p>		
<p>Originalitat</p> <p>0.- No és original. En el fonamental ha estat ajudat per altres.</p> <p>1.- Aporta algunes idees noves.</p> <p>2.- Hi ha idees originals en l'enfoc del problema o en la forma de presentar-ho.</p> <p>3.- Molt original en la idea i en la forma.</p>		
<p>Ortografia - Construcció</p> <p>0.- Construccions poc enetenedores i moltes errades ortogràfiques.</p> <p>1.- Errors de construcció i ortografia correcte.</p> <p>2.- Construccions i ortografies correctes.</p> <p>3.- Construcció molt bona i ortografia correcta.</p>		No s'avalua
<p>Puntualitat</p> <p>0.- No ha respectat el terminis previstos a la presentació.</p> <p>1.- No ha respectat els terminis intermedis o finals.</p> <p>2.- Ha respectat els terminis ajustant-se als límits del temps.</p> <p>3.- Ha respectat els terminis sense esgotar-los.</p>		No s'avalua
<p>Observacions:</p>		

4	9	2
3	5	7
8	1	6

I.E.S. Vilatzara

Departament de Matemàtiques

I.7 Valoració del projecte una vegada fet

Una vegada entregat el treball us demano una petita reflexió sobre el que heu fet. Contesta raonadament aquestes 5 preguntes. Si et falta espai pots escriure al darrera.

1. Us ha costat trobar les preguntes guia?
2. Us ha faltat ajuda? En quin moment?
3. El considereu un bon treball? Com ho valoreu?
4. Considereu que la vostra conclusió està ben formulada i argumentada?
5. Creieu que el projecte modifica la visió que teniu de les mates?

4	9	2
3	5	7
8	1	6

I.E.S. Vilatzara

Departament de Matemàtiques

I.8 Carta a un amic

Després de l'experiència d'haver fet un projecte et demanem que escriguis una carta a un amic per explicar-li en que consisteix aquesta experiència. De manera orientativa et suggerim que el teu escrit doni resposta a les següents qüestions:

1. Què són els projectes per tu?
2. Com has viscut l'experiència de fer projectes?
3. Què has après de matemàtiques amb els projectes?

Apèndix J

Cartes a un amic per explicar el que és un projecte

- 1- Cartes del grup d'estudi (GE)
- 2.- Cartes del grup de contrast (GC2)

J.1 Cartes del alumnes del grup d'estudi GE

Carta de Mohamed

Projecte

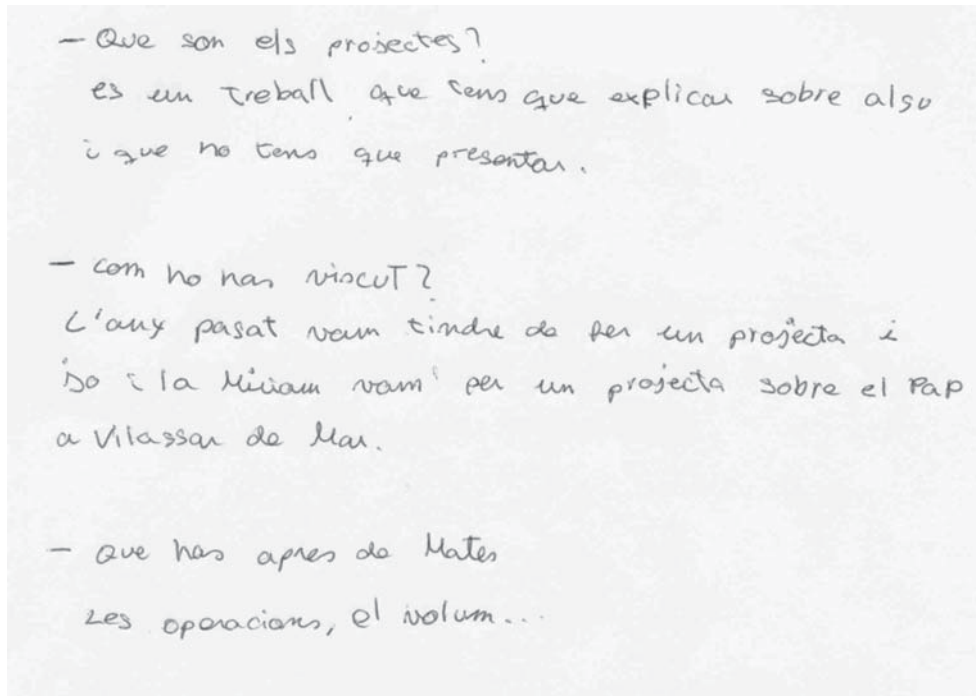
estimat amic et contare que és el projecte
 el projecte és un treball de penelles que tens que
 un treball de alguna activitat com per exemple el
 el autobus de Bus de Vilassa de matos et
 o veig veint malament perquè m'ha costat
 mol perquè si no feia be Sanyona les males
 que vats veis la suma la multiplicacio ect.

Carta d'Àlícia

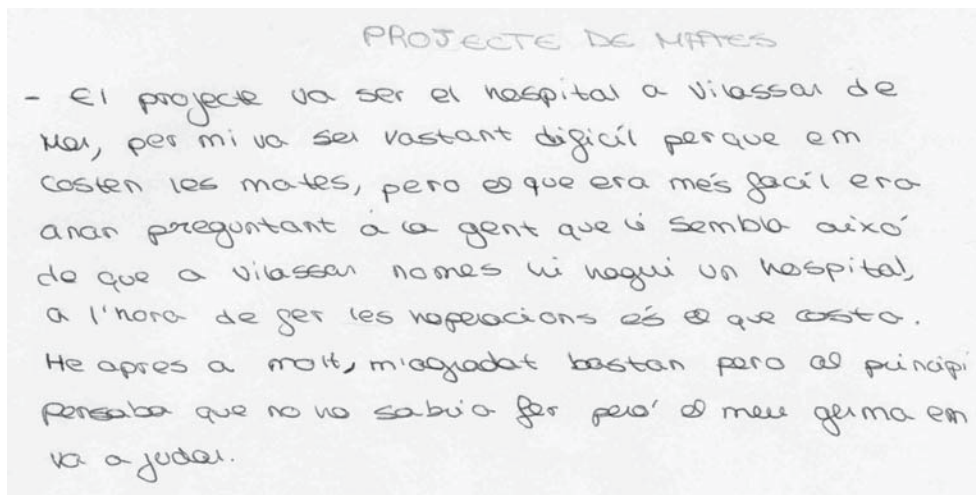
Estimat company;

He arribat a la conclusió de que un projecte és
 un metode de treball que ha de consistir, en una o
 unes preguntes i amb ~~per~~ calculs respondre-la.
 D'això s'ha de treure una conclusió.
 Jo al començament pensava que seria complicat
 però s'hi sap organitzant et's més facil.
 Vaig aprendre... a respondre una pregunta de diferents
 maneres.

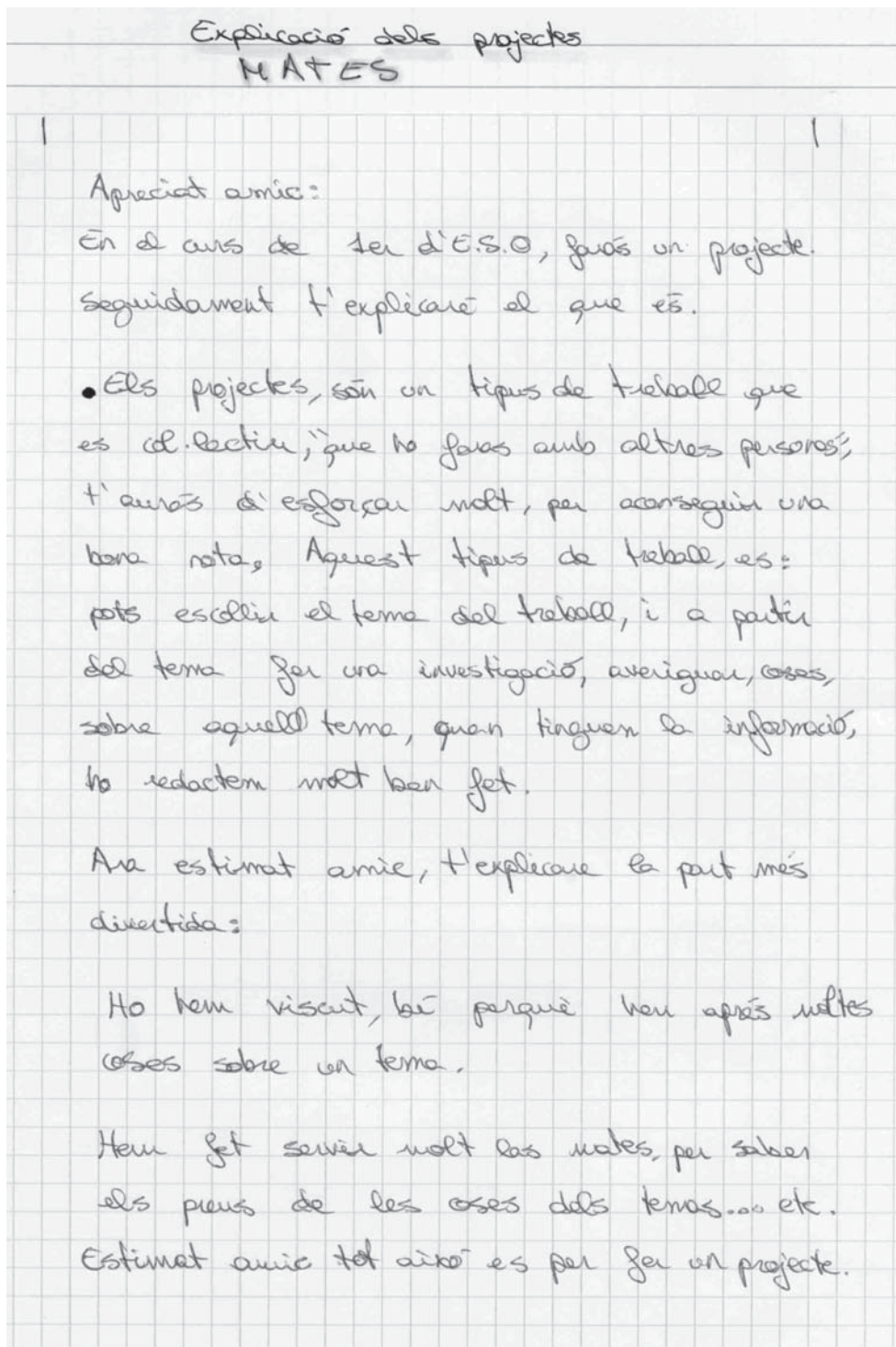
Carta de Irene



Carta de Fàtima



Carta de Ruth



Carta de Georgina

Bon dia company, l'any passat vam fer un projecte i ara te l'explicare.

Mira el projecte és un treball que es tracta de buscar informació sobre el tema i fer operacions fins resoldre'l.

El principi no sabíem com enfocar-el perquè no s'havíem com començar, però després vam començar a buscar informació per Internet i presentat a la gent de que en pensava del pes de les matxilles perquè vam fer un projecte que treuava d'això. He après que les matemàtiques es fan servir per tot!

J.2 Cartes del grup de contrast GC2

Carta d'Ada

Apreciat amic els projectes de matemàtiques són treballs que es tenen que elaborar basats en les matemàtiques, que tenen que fer fórmules, equacions, etc... no es un treball que s'ompli pàgines per omplir.

Però que els projectes són bastant complicats i una mica estranyos, perquè veig per moltes modificacions al projecte perquè no va dir el Hamel, jo creia que el projecte estava bastant bé, perquè em ho va dir ell, però al final va resultar que el mateix treball era fàcil i vam treure un resultat, encara que més perquè.

Per elaborar els nostres projectes vam fer servir els elements de geometria i angles, també algunes operacions per acabar de acabar-ho.

Carta de Carol

PROJECTE MATEMÀTIC

L'experiència de realitzar el projecte per a mi ha estat positiva. Un projecte és un treball en grup de 2 o 3 persones, un treball sobre alguna qüestió en que es necessitin les matemàtiques, tant com per calcular el preu, el cost, les mides etc...

A estat una experiència realment positiva, consisteix en una constant col·laboració dels dos membres i constància, buscar informació, redactar, pensar, calcular són algunes de les accions que has de realitzar per fer el projecte. Una de les operacions que has de tenir en compte segons el projecte són fer mitjanes del pes de les matrilles, del pes dels alumnes comparar-ho amb la opinió mèdica, i finalment fer un pressupost de pesar taquilles.

Carta de Sibila

Benvolgut company!

Al veip de l'any passat estem començant a fer un projecte.

L'Alta Vega i jo vam triar de fer un projecte sobre "Les antenes de TV3" i consistia en buscar informació i calcular sobre les antenes de TV3 que s'havien de ficar a Catalunya perquè aquesta tingui TV3 a tot arreu.

Jo m'ho vaig pensar bastant bé, i veig que la meua companya també, encara que hi havia trobat moltes altres pitjors.

Ens va sortir bastant bé, encara que ens vam "embolar" molt amb l'informació i de característiques i hi havia poques.

Vaug aprenent que per tot es necessiten les veistes.

Carta de Carina

Que són els projectes.

Estimat amic ara em toca explicar-te que és un projecte. Un projecte és tot el que treballa una solució a algun problema a partir d'una sèrie de passos i exercicis.

➤ A partir dels resultats obtinguts i després d'hores d'arribar a una conclusió, que et faran arribar al teu objectiu; solucionar el problema.

Seia una bona experiència ja que disfrutaves i al mateix moment aprendes moltes coses dins del món de les matemàtiques.

ja una de les coses que vaig aprendre va ser a representar un mateix exercici de diferents maneres

EXEMPLE:

①

- el 15% de jugadors són esportistes
- el altre 15% de jugadors són joves
- i el 50% de jugadors són treballadors de 30 a 45 anys

②

Categoria	Porcentatge
treballadors	50%
esportistes	15%
joves	15%

representeu el mateix pes escrit i per gràfic

1- escrit i per gràfic

2- gràfic

Carta de Hilda

CARTA A UNA...
APRECIADA/AMIGA

Apreciada amiga,

Sé que aquest curs fares projectes i et vull explicar de què va perquè així t'auria millor començar-lo.

Un projecte és un treball de matemàtiques sobre una temàtica que t'és volgoria, per exemple, jo vaig tenir el cost d'una piscina. I tens que fer totes les operacions per saber el cost d'una piscina.

El principi costa, però quan agafes l'iniciativa es veu fàcil, però, tot i això és difícil.

Després tens una avaluació a través de notes, encara que no t'agrada molt, per exemple jo vaig aprendre a comprendre les de les més millor, no ho tenia molt clar, per fer-ho vaig fer servir la multiplicació, la suma, la resta i alguna que altra divisió.

Bé, ja he acabat fins una altra carta.

Adéu!!!

Per a

~~Una apreciada amiga...~~

De
Melma.

Carta de Raimon

VICASSOR DE MAR. 16 / 9 / 2004.

Apreciat amic, L'any passat, a primer, al
curs que tu ara començaves. Fares un projecte
matemàtic. Si vols t'explico com ho vivies i
que és. Primerament tindries que elegir en un
tema. Ho fareu per parelles. tindries molts temes
per triar, com el Manga, les motxilles, la
Publicitat... etc Jo, per exemple, amb dos
compañys veig triar el del Manga. Junts amb
un mapa, havrem de buscar l'itinerari més
adequat per anar a cançons canics a Barcelona
amb el temps i els diners mes reduïts possibles.
Al de les motxilles, per exemple aprendres a fer
la mitjana del pes total de la motxilla en els
 cinc dies de la setmana. també hi hauria de
la Publicitat. Havrem de resoure el temps en
la televisió dels anuncis. en definitiva hi farem
mapes. t'ho passava he sent aquest projecte
i quedaries moltes cares.

Carta d'Almudena

"ELS PROJECTES"

Jo penso que els projectes són treballs que estan relacionats amb la realitat. Són treballs que es fan per donar resposta a problemes, a vegades insignificants, a través de processos matemàtics (amb el degut llenguatge matemàtic), que després hi troben una solució.

La veritat jo ho he viscut una mica estressada perquè t'ho has de treballar molt i buscar moltes dades i informació (després de plantejar el problema), abans de fer tots els processos per poder trobar una bona resposta i completa.

Amb aquests projectes aprens que les mates es necessiten per tot. Que has de fer servir tot el llenguatge apropiat, i en el meu cas, he après nombres, altres operacions i raonaments que no recordava gaire. També aprens a saber buscar informació i només extreure les dades necessàries per poder fer el projecte.

Carta de Max

Apreciat amic, t'explicaré de que va això dels projectes. Un projecte és com una sèrie de preguntes que has de resoldre sobre un tema; per exemple l'any passat vam triar "les motricelles". A partir del tema, t'has de fer preguntes com; quan portem de pes? etc... i després vas descobrint altres fins que surgen unes molt interessants que es tracta com resoldre-les amb les matemàtiques.

En resum es com molts problemes interessants, útils de pes delo que quere sobre un tema determinant i com més interessant és, arribes a millors solucions.

Crec que va ser una bona experiencia perquè en canvi de fer problemes amb poc sentit, fas una cosa interessant i molt motivadora. Fas de tot, multiplicacions, divisions, sumes, restes etc.. en resum coses com les que fem a classe.

Ta ho veuràs, si ho has de fer t'ho passarà bé i aprendràs a resoldre coses útils de sentat
Del teu amic: Max

Apèndix K

Instrument d'anàlisi dels blocs competencials

K1 Competències i subcompetències de pensament i raonament matemàtic

K2 Competències i subcompetències en modelització matemàtica

K3 Competències i subcompetències de comunicació matemàtica

K.1 Competències i subcompetències de pensament i raonament matemàtic

Taula K.1 *Competències i subcompetències de pensament i raonament matemàtic*

Competències	Subcompetències considerades
1. Plantejar qüestions matemàtiques	11.- Ser capaç de qüestionar-se matemàticament el treball. 12.- Identificar propietats rellevants matemàtiques en el decurs del treball.
2. Comprén i manipula les limitacions i l'abast de conceptes donats.	21.- Identificar rangs de validesa de propietats. 22.- Reconèixer conceptes matemàtics en situacions reals i les relacions que puguin donar-se entre ells. 23.- Reconèixer variables rellevants per la construcció del model. 24.- Saber fer raonadament suposicions sobre les condicions del problema o fixar valors de variables que intervenen o restringir-los en funció de la naturalesa del problema real plantejat. 25.- Reconèixer l'abast i aprofundiment del problema plantejat. 26.- Reconèixer limitacions vinculades a les propietats matemàtiques dels conceptes implicats.(precisió matemàtica)
3.- Extensió de l'abast d'un concepte per abstracció d'algunes de les seves propietats; generalització de resultats al major nombre de classes d'objectes.	31.- Reconeixement i ús de propietats matemàtiques necessàries per a resoldre la situació. 32.- Reconeixement i ús de formes de resoldre per mitjà de generalitzacions. 33.- Fa servir un contingut nou per deducció o abstracció d'algunes de les relacions observades.
4.- Distinció entre diferents tipus d'estaments matemàtics	41.- Saber justificar les matemàtiques que fa servir. 42.- Distinguir entre processos analítics, geomètrics, etc.-
5.-Comprendre i avaluar arguments encadenats posats per altres.	51.- Identificar informacions matemàtiques necessàries. 52.- Establir argumentacions sobre els elements matemàtics del problema.
6.- Saber el que és una comprovació matemàtica i en que es diferencia d'altres tipus de raonaments matemàtics per exemple heurístics.	61.- Realitzar comprovacions. 62.- Identificar processos de prova deductiva. 63.- Identificar processos d'assaig/millora.
7.- Reconèixer les idees bàsiques d'una línia argumental donada, distingint les idees principals dels detalls, les idees dels tecnicismes.	71. Explicitar de forma distingida elements matemàtics emprats. 72.- Representar argumentadament per mitjà d'expressions matemàtiques.
8.Inventant arguments matemàtics formals i informals, i transformant arguments heurístics en proves vàlides	81.- Evidenciar arguments heurístics. 82.- Introduir raonaments informals. 83.- Realitzar proves.

K.2 Competències i subcompetències en modelització matemàtica

1.- Ser capaç de comprendre situacions problemàtiques abordables matemàticament.

Taula K.1 *Comprendre situacions problemàtiques*

Sub-competències	Accions
Identificar característiques de la realitat (matematitzables) al voltant d'una situació problemàtica.	N1.- Reconèixer elements matemàtics (quantitats, proporcions, formes, canvis, mesures, etc) que influeixen a la situació o identifica aspectes clau. Veu els possibles elements que implicats a la situació tot i que no els descriu com a variables. Reconeix dependències, tot i que no les defineixi com a tals. Expressen o enuncien relacions entre les aspectes importants que han considerat. N2.- Reconèixer el valor (importància) de seleccionar informació rellevant per concretar la situació problemàtica, mostrant consciència que ha de fer suposicions sobre la situació inicial proposada per a simplificar-la. Plantejar qüestions associades a la situació que porten interès matemàtic. Identifica un cert grau de rellevància de les informacions necessàries per enfrontar la situació.
12.- Concretar una finalitat problemàtica i mitjans per resoldre-la.	N1.- Saber qüestionar-se sobre el canvi, proporció, mesura, optimització, patrons, forma etc.. davant d'una situació real. N2.- Saber identificar l'interès social que té analitzar el canvi, la proporció, mesura, optimització patrons etc... a més de saber plantejar-se qüestions davant d'una situació real.

2.- Ser capaç d'enunciar (adoptar) un model associat a una situació proposada.

Taula K.2. *Enunciar un model associat a una situació proposada*

Sub-competències	Accions
21.- Identificar objectes i relacions rellevants per l'objectiu que ens proposem.	N1.- Mostrar consciència dels elements reals que afecten a la situació seleccionada. Fer suposicions sobre la situació o simplifica la situació real. (en el bar de l'institut fixa un espai perquè la gent pugui accedir a la barra, a partir d'aquí es fixa l'espai dedicat a les taules) N2.- A més de l'anterior, sap identificar prediccions adients a l'enunciat proposat.
22.- Seleccionar variables, parametres i constants de la situació adients a la finalitat que ens proposem	N1.- Mostrar consciència del conjunt de variables que intervenen, dels paràmetres i de les constants (al bar de l'institut les han fixat que la forma de la taula serà rodona, i que el tamany depèn de la variable radi, però han de fixar el valor constant de l'espai que ocupa una persona). N2.- Mostrar consciència del diferent abast o rellevància de les variables considerades
23.- Identificar i explicitar els àmbits matemàtics en els que es situa el model	N1.- Saber reconèixer i explicitar un o uns models matemàtics coneguts que regula la situació (proporcionalitat, mesura). N2.- Adoptar explícitament models matemàtics coneguts a la situació proposada.
24.- Explicitar relacions entre objectes reals i continguts matemàtics.	N1.- Saber identificar els objectes reals amb les variables que intervenen i escriure les relacions corresponents amb l'ús de les matemàtiques. N2. A més, explicita les relacions de forma lingüísticament acurada.
25.- Controlar el conjunt de relacions matemàtiques establertes.	N1.-Mostrar que se sap comprovar que els diferents sistemes de relacions són coherents en la situació que ens plantegem. N2.- Reconèixer la importància de representar la relació de formes diverses.
26- Explicitar la dependència entre les variables matemàtiques, així com les suposicions i propietats d'aquestes variables.	N1.- Explicitar la dependència entre les variables matemàtiques de manera raonada amb llenguatge natural. N2.- Explicitar la dependència entre les variables matemàtiques així com les suposicions i propietats d'aquestes variables fent ús del llenguatge matemàtic adient.

3.- Ser capaç de fer formulacions matemàtiques de la situació problemàtica dins del model.

Taula K.3. *Fer formulacions matemàtiques de la situació problemàtica*

Sub-competències	Accions
31.- Formular una hipòtesis.	N1.- Plantejar una hipòtesis matemàtica sobre aspectes parcials de la situació que tracten de modelitzar. N2.- Plantejar una hipòtesis matemàtica com a focus central de la situació que tracten de modelitzar.
32.- Formular un problema	N1.- Formular un problema matemàtic en relació a un model adoptat. N2.- Mostrar consciència d'estar adaptant un model conegut

4. Ser capaç de trobar solucions matemàtiques dins del model

Taula K.4. *Trobar solucions matemàtiques dins del model*

Sub-competències	Accions
41.- Resoldre el problema	N1.- Emprar alguna estratègia per resoldre el problema: heurística, assaig-error, tempteig, particularitzant i generalitzant, fent conjectures. Usar coneixement matemàtic, fent servir propietats, relacionant diferents parts de la matemàtica. N2.- Emprar diverses estratègies, valorar-les i mostrar indicis de planificació del procés.

5.- Ser capaç d'interpretar resultats associats a la situació proposada.

Taula K.5. *Trobar solucions matemàtiques dins del model*

Sub-competències	Accions
51.- Interpretar matemàticament les solucions dels problemes	N1.- Mostrar indicis que se sap explicitar apropiadament el resultat matemàtic observat. N2.- Mostrar indicis que se sap fer generalitzacions dels resultats.

6.- Ser capaç de comparar el resultat obtingut amb la realitat original.

Taula K.6. *Comparar el resultat obtingut amb la realitat original*

Sub-competències	Accions
61.- Validar el model contrastant la validesa i coherència de les solucions matemàtiques i de les prediccions en el context de la situació real inicial.	N1.- Comprovar críticament i reflexionar en el context real la solució matemàtica trobada i reconèixer el grau de validesa del model construït. N2.- Generar prediccions, noves propostes de problemes associats a la situació inicial.
62.- Revisar parcial o completament el model construït.	N1.- Si la comprovació de 14 no resulta satisfactòria, ser capaç de revisar el model. N2.- Revisar el model per afinar la solució per ajustar-la a nous de les variables. Ser capaç de comparar models, no només resultats, diferents.
63.- Reconèixer el significat i l'abast que les solucions i conclusions tenen a la situació real inicial.	

K.3 Competències i subcompetències de comunicació matemàtica

Taula K.7. *Competències i subcompetències de comunicació matemàtica*

Competència	Subcompetències
1.- Ser capaç de fer us explícit de representacions d'objectes matemàtics i la seva interpretació en el model.	<p>11.- Captar l'atenció de l'auditori en els objectes matemàtics i en la seva interpretació associats a l'activitat.</p> <p>12.- Mostrar indicis de reflectir i interpretar amb claredat els objectes matemàtics que apareixen al model.</p> <p>13.- Representar i interpretar amb un cert grau de precisió les variables que intervenen en el model i les seves relacions.</p> <p>14.- Mostrar de forma adient, un bon sistema de relacions entre objectes matemàtics associats al model.</p> <p>15.- Representar de forma precisa les relacions entre realitat i objectes matemàtics associats al llarg de tot el treball.</p> <p>16.- Manifestar judicis adients per a mostrar informacions rellevants del model.</p>
2.- Ser capaç de descodificar formalismes mitjançant l'ús de sistemes de signes matemàtics adients.	<p>21.- Mostrar i exemplificar explícitament els processos realitzats, i els objectius de manera comprensible i empàtica.</p> <p>22.- Explicitar i assumir les accions de descodificació en el model, transmetent aquest procés de manera coherent.</p> <p>23.- Descodificar amb precisió i correcció interpretativa, fent servir els sistemes de signes adients.</p> <p>24.- Mostrar exemples de manera sistemàtica en els moments de descodificació.</p> <p>25.- Separar amb coherència els objectius del problema, i justificar el procés de descodificació de manera adient. Si es possible, més enllà de identificar els instruments matemàtics emprats.</p> <p>26.- Expressar amb fidelitat i precisió els elements de descodificació rellevants per a captar el model. En la mesura del possible saber explicitar la distinció entre particularització i generalització a la comprensió del model.</p>
3.- Ser capaç de fer servir registres diferenciats a les explicacions del procés de modelització	<p>31.- Fer servir diferents registres comunicatius per a expressar les fases que componen el procés de modelització adoptat.</p> <p>32.- Reconèixer argumentacions associades als registres utilitzats, de manera que expliquin de manera comprensiva moments (al menys un d'ells) claus del model.</p> <p>33.- Fer servir registres diferents de manera adient, amb esforç per a esgotar les possibilitats de fer-ho. En especial, fer servir els registres simbòlics de manera adient.</p> <p>34.- Fer servir registres diferents per posar en evidència l'organització del treball realitzat per tal d'explicar millor el model.</p> <p>35.- Expressar amb claredat l'estructura del procés realitzat relacionant els registres corresponents. Més especialment, en l'explicitació dels objectius i conclusions.</p> <p>36.- Fer servir registres diferents associats als diferents moments del procés de modelització. Expressar el seu significat i valor</p>

Continua a la pàgina següent

Taula K.7. *Continuació competències i subcompetències de comunicació matemàtica*

Competència	Subcompetències
4.- Ser capaç d'aplicar tècniques i principis adients i explicitar-los de manera adient.	41.- Mostrar de manera coherent les tècniques matemàtiques emprades en el procés de matematització vertical en el model. 42.- Explicitar els procediments matemàtics i el seu interès per a la descripció del model. 43.- Fer servir operacions, càlculs, i principis correctes i variats per a la justificació del model. 44.- Explicitar amb precisió la finalitat de certes tècniques que s'han fet servir en un moment determinat. 45.- Incorporar a les explicacions del procés, les tècniques utilitzades a cada una de las fases, y sempre que sigui possible introduir exemples adients que mostrin la relació particular-general pròpia del model. 46.- Introduir explicacions que mostrin la rellevància de certes tècniques emprades en el model, per damunt d'altres menys rellevants.
5.- Explicitar el model emprat al llarg del treball fent servir argumentacions matemàtiques adients.	51.- Comunicar el treball realitzat, reconeixent el valor social i de descobriment emprant arguments convinents. 52.- Descriure les parts importants del procés fent servir arguments concisos i fonamentant-se amb exemples particulars. 53.- Fer servir argumentacions inferencials i comparatives per a expressar i justificar els elements del procés que es descriuen. 54.- Explicitar les principals idees del procés mitjançant recursos comunicatius estructurats. 55.- Expressar argumentacions adequades que permetin visualitzar el conjunt del procés realitzat i distingir-lo dels elements que l'integren. 56.- Exposar arguments que posin en evidència els elements claus del procés realitzat.
6.- Exposar el treball de modelització fent servir eines i recursos adients.	61.- Mostrar aspectes del treball realitzat, si pot ser els més rellevants, mitjançant recursos comunicatius atractius. 62.- Utilitzar eines visuals diverses a la presentació, oral o escrita, del treball, de manera que fa veure més enllà del que estrictament s'ha presentat. 63.- Fer servir eines per aconseguir exactitud i precisió en els càlculs i figures. 64.- 65.- Mostrar generalitat i variabilitat mitjançant recursos adients als moments oportuns del treball. 66.- Expressar tècnicament la variabilitat del fenomen, més enllà del dossier o ppt, per a mostrar la seva importància. Mostrar las generalitzacions amb tecnologia per a resaltar la seva importància.

K.4 Resultats anàlisi competència pensament i raonament matemàtic als projectes

Els resultats de les anàlisis realitzades es presenten en una taula on es recull la subcompetència (taula K.1) la pàgina, i la línia del projecte analitzat, el nivell reconegut i la evidència que es reconeix.

K.4.1 Alumnes del grup d'estudi GE

Mohamed. *El parc de les aus (a)*

Taula K.8. *Competència en pensament i raonament matemàtic de Mohamed*

SubC	Pàg	Lín	nivell	Evidència
1.1	2	1-4	1	El problema que ens plantejem és saber el percentatge...
2.2	2	10	1	Per calcular el percentatge del que menja cada animal.
2.3	2	6	1	Els Kg que pesen i els Kg que mengen.
3.1	4	tota	1	Imaginem que tots els animals mengessin la mateixa proporció.
5.1	Ent. inicial		1	A l'entrevista inicial es pot veure com van descobrint com aplicar les mates al seu problema i com el van fer seu.
7.1			1	El dossier segueix amb coherència el procés que han seguit. Tot i que hi ha algun error al procés.
7.2	5	1-7	2	Fa una interpretació matemàtica.
	6		2	Fa una interpretació matemàtica dels resultats.

Fátima i Ruth. *Disseny d'un pàrquing al voltant de l'institut*

Taula K.9. *Competència en pensament i raonament matemàtic de Fatima i Ruth*

SubC	Pàg	Lín	nivell	Evidència
1.1	2	8-16	1	Hem fet un planol, dibuixant-hi en ell.
2.3	3	2-9	1	Teníem que mesurar els metres del terreny, he pensat com treure els cotxes que hi ha en el tros de terra, hem calculat les distàncies dels vehicles...

Irene. *Pastissos i cultures*Taula K.10. *Competència en pensament i raonament matemàtic de Irene*

SubC	Pàg	Lín	nivell	Evidència
1.1	3	5 i 6	1	Aquest treball té com a objectiu comparar els diferents preus i ingredients dels diferents pastissos.
2.2	6	26 i 27	1	..passant totes les receptes a 8 persones, és a dir, multiplicant tots els ingredients de totes les receptes...
2.2	6	29 a 35	1	..amb una bàscula vam pesar un got i després vam ficar l'ingredient, el resultat el restavem del pes del got, fent això vam poder saber les equivalències següents...
2.2	9	7 a 15	1	Per poder fer els preus dels pastissos hem de dividir el preu de l'ingredient que necessitem per la quantitat que té aquest ingredient, (això dona el preu d'un gram, després ho hem de multiplicar per la quantitat que necessitem...
2.3	6	24 i 25	1	Com heu pogut veure cada recepte té un nombre diferent de persones i per un mateix ingredient fan servir diferents mesures..
2.3	9	7	1	Per poder fer els preus...
3.2	9	7-15	2	Explica en general com es calcula el preu de la quantitat de cada ingredient a partir del preu que tenen del producte al mercat, i després donen un exemple concret. No ho expresen en forma simbòlica.
5.1	Entrevistes		1	A l'entrevista inicial es pot veure com van descobrint com aplicar les mates al seu problema i com el van fer seu.
7.1	Memòria		1	És coherent i no perden de vista la situació real inicial.
7.2	6	32 a 35	2	1 got o tassa de farina i de sucre és igual a 130 grams...

Alícia. *El bar de l'institut*Taula K.11. *Competència en pensament i raonament matemàtic d'Alícia*

SubC	Pàg	Lín	nivell	Evidència
1.1	2	1-8	1	De quina manera hem de col·locar les taules per aprofitar més l'espai del bar de manera que hi capiga més gent?.....
2.2	8	5-8	1	Està relacionant la fórmula per calcular la longitud de la circumferència amb les taules rodones i calcular la seva longitud i quant ocuparien.
2.2	6	4-10	1	Està relacionant la fórmula per calcular la longitud de la circumferència amb les taules rodones i calcular les seves dimensions per a 8 persones.
2.3	6	1-10	1	Mostra que té present totes les variables que intervenen a la situació.
2.4	3	15, 16	1	Mostren com fixen determinats valors, l'espai que necessita una persona a la taula, el nombre de persones per taula.
3.1			1	No ho expliciten però es nota que es basen en aquesta idea per a desenvolupar el seu treball.
3.2	6	4-10	2	Fa servir la fórmula de la longitud de la circumferència per calcular el radi.
5.1	Entrevista inicial		1	A l'entrevista inicial es pot veure com van descobrint com aplicar les mates al seu problema i com el van fer seu.
7.1			1	En el seu treball hi ha problemes de coherència.
7.2	8	9-15	2	Interpreten la solució que han trobat per retocar-la i millorar la solució del seu problema.

Georgina. *El parc de les aus (b)*

 Taula K.12. *Competència en pensament i raonament matemàtic de Georgina*

SubC	Pàg	Lín	nivell	Evidència
1.1	2	1 i 2	1	..ens hem plantejat saber qui menja més, un animal petit o un animal gran.
2.2	3	8 i 9	1	Per calcular la proporció hem fet la següent proporció: el menjar que mengen entre el seu pes per 100.
2.3	3	3	1	A la taula que mostren es veuen les variables que consideren.
3.1	4	4 i 5	1	Si menges el mateix que l'anec de les Bahames menjaria un 3,33% del que pesa.
5.1	Entrevistes		1	A les entrevistes inicials es poden veure com van descobrint com aplicar les mates al seu problema i com el van fer seu.
7.1	Memòria		1	És coherent i no perden de vista la situació real inicial.
7.2	3	13	2	Expressa amb un gràfic la solució trobada. Canvi de representació de la solució trobada.
	4	2 a 8	2	Hem arribat a la conclusió de que proporcionalment menja més en Tico, perquè pesa ... Mostra un gràfic que fa una generalització d'aquests resultats i permet de predir aquesta proporció que busquen.

K.4.2 Alumnes del grup de contrast de 2n d'ESO (GC2)

 Carina i Sibila. *Les companyies de vol econòmic*

 Taula K.13. *Competència en pensament i raonament matemàtic Carina i Sibila*

SubC	Pàg	Lín	nivell	Evidència
1.1	2	4-6	1	Ja que les companyies de vol tenen moltes branques, ens hem dedicat a comparar els preus dels viatges de dos companyies de baix cost i una de tradicional.
1.1	5	2-5	2	El que nosaltres ens proposem és de quantificar el que es pot arribar a estalviar en viatges, depenent de les diferents companyies de baix cost que tu tries.
2.3	5	6-8	1	Una cosa molt curiosa és que els preus dels bitllets varien segons el temps d'antelació amb que tu compres un bitllet.
2.3	2	7-11	1	Hem decidit que treballaríem amb les companyies Ryanair i Easyjet com exemple de companyies de baix cost i amb Iberia com a companyia tradicional. Seguidament hem escollit dues destinacions (París i Liverpool) amb les quals treballaríem durant aquest projecte.
3.2	15,16,17		2	Mostren en un gràfic la relació entre el preu del bitllet de l'avió i el pes de l'equipatge.
5.1	Entrevistes		1	A les entrevistes inicials es poden veure com van descobrint com aplicar les mates al seu problema i com el van fer seu.
7.1	Memòria		1	És coherent i no perden de vista la situació real inicial.
7.2	8	10 a 12	2	Aquí hem aconseguit saber quants euros hem de pagar de més si anem amb Iberia que si anem amb Ryanair.

Ada i Hilda. *Les llaunes de conserves*Taula K.14. *Competència en pensament i raonament matemàtic d'Ada i Hilda*

SubC	Pàg	Lín	nivell	Evidència
1.1	2	9-19	1	Volíem saber perquè tots els envasos dels productes de les conserves tenen aquesta forma..
2.2	2-4		1	
2.3	2	27	1	En els cilindres el radi i l'altura...
2.4	4	5-7 8-10	1	Les dades de la base i de l'amplada les hem posat nosaltres .. Les dades del radi les posavem nosaltres i amb aquestes dades...
3.3	4	12-32	3	Sense haver treballat les equacions a classe aïlla l'altura de la fórmula del volum del cilindre i la utilitza per calcular l'àrea.
5.1	Entrevistes		1	A les entrevistes inicials es poden veure com van descobrint com aplicar les mates al seu problema i com el van fer seu.
7.1	Memòria		1	És coherent i no perden de vista la situació real inicial. Tot i que també observem alguna incoherència.
7.2	6	1	2	Hem comprovat que es poden fer envasos amb menys superfície.
		1 a 8	2	Però aleshores l'aliment es deterioraria, perquè l'envàs no s'adaptaria al producte de manera que...

Raimon i Max. *Vols econòmics*Taula K.15. *Competència en pensament i raonament matemàtic Ricard i Marc*

SubC	Pàg	Lín	nivell	Evidència
1.1	2	2	1	..vam veure que era bastant útil, que així podríem apropar una mica més això dels "vols de baix cost"...
2.2	4	2	1	Per saber al confiança de la gent hem elaborat una enquesta...
2.3	11		1	Al llarg de la pàgina mostren que tenen molt clar les variables que inter-venen.
3.2	12	24	2	Fa ús d'una expressió simbòlica quan a classe això no s'havia treballat i ho fan servir com una generalització del procés que segueixen.
3.3	12	24	3	
5.1	Entrevistes		1	A les entrevistes inicials es poden veure com van descobrint com aplicar les mates al seu problema i com el van fer seu.
7.1	Memòria		1	És coherent i no perden de vista la situació real inicial. Tot i que també observem alguna incoherència.
7.2	11	2 i 14	2	Interpreten el resultat.
	11	15 a 24	2	Interpreten els resultats entre les diferents companyies.

Carol, Almudena *Pàrquing al voltant de l'institut*

 Taula K.16. *Competència en pensament i raonament matemàtic Carol Almudena*

SubC	Pàg	Lín	nivell	Evidència
1.2	2	5 i ss	2	Per el motiu de que hi ha molts cotxes..
2.1	10	33 a 35	1	..que necessitem 2,90 m (3m arrodonint a 3 m per no fer-ho tant just.
2.2	9	17 a 27	1	.. al girar la roda totalment hem observat l'angle que fa.
2.3	9	15	1	.. un cotxe fa 2,50 x 4,60 metres.
	10	27 i 28	1	L'angle a és de 60° i la distància que necessitem entre plaça i plaça és de 2,90 m.
2.4	12	11	1	$6,90:2,50 = 2,76$ és a dir que tenim dos carrils.
2.5	25	8 a 13	1	El nostre treball es podria haver complicat molt més..
3.1	10		1	Al llarg de la pàgina mostren, sense explicitar-ho, que l'angle entre rectes en un plànol i la realitat es conserva.
5	9	10	1	Conversant , vàrem arribar a la conclusió de que...
6.1	13	4 a 16	1	..tenim 3,15 d'espai per que passi el cotxe. Per tant està bé (perquè és un espai superior als 2,90 que han calculat abans que és l'espai mínim que han fixat que necessiten per fer les maniobres.
	22	6 a 18	1	..Per tant fent la prova ens hem adonat que no podem col·locar cotxes en el mig.
7.2	12	27	2	.. per lo tant 25,6 places és a dir 25 places. (Al llarg de tot el treball tots els càlculs estan molt justificats i interpretats en funció de la realitat)
8.1	10	27 a 29	1	Ha construït un argument matemàtic per justificar una decisió que prenen i serà bàsica en la construcció del seu model.

K.4.3 Alumnes del grup de contrast de 4t d'ESO (GC4)

 Carmelo, Wenceslao. *Optimització de llaunes de conserves*

 Taula K.17. *Competència en pensament i raonament matemàtic Carmelo i Wenceslao*

SubC	Pàg	Lín	nivell	Evidència
1.2	2	2 a 6	2	Nosaltres volíem resoldre una qüestió molt simple: per què els fabricants de conserves utilitzen..
2.2	3	7 a 9	1	El radi és 4,9 cm, l'alçada és de 2,4 cm i el volum de 181,03 cm ³ amb aquestes dades vam calcular...
2.3	4	3 a 14	1	En aquest quadre s'hi pot apreciar la variació de la superfície total exterior...
2.4	4	3 a 14	1	.. a partir d'un radi posat per nosaltres i un volum fix..
3.3	8 i ss		3	Han fet tot el càlcul d'optimització amb una llauna el·líptica, cosa que no s'ha treballat a classe.
5.1	Entrevistes		1	A les entrevistes inicials es poden veure com van descobrint com aplicar les mates al seu problema i com el van fer seu.
7.1	Memòria		1	A tota la memòria mostren coherència en el procés matemàtic sense perdre de vista la situació real.
7.2	4		2	En el quadre destaquen els valors que dona la llauna de superfície mínima.
	6	5 a 11	2	Interpreten detalladament les dimensions de la llauna òptima que estan buscant.
8.1	4 i 5	Quadre i gràfic	1	No ho expliciten però construeixen una taula i fan un gràfic per tractar d'optimitzar la solució que busquen.

Roldan, Gustau i Damià. *La despesa de l'aigua*Taula K.18. *Competència en pensament i raonament matemàtic Roldan, Gustau i Damià*

SubC	Pàg	Lín	nivell	Evidència
1.1	3	3 a 11	1	Amb aquest treball el que volem aconseguir és:..
2.2	4,6,9		1	En aquestes pàgines trobem diferents situacions on es dona.
2.3	4	9	1	En aquest cas el que fem és..
2.4	10 i 11		1	Han dissenyat uns dipòsits.
3.2	10		2	Far servir l'àlgebra en el disseny del dipòsit.
5.1	Entrevistes		1	A les entrevistes inicials es poden veure com van descobrint com aplicar les mates al seu problema i com el van fent seu.
6.1	6	5 a 22	1	A partir de les dades que ens va donar el Museu de la Mina vella.. nosatres el que farem serà comprovar si les dades que ens va donar coincideixen amb els resultats.
7.2	10		2	Interpreta les solucions trobades matemàticament així com la seva coherència amb la situació real.

Mar, Heribert, German. *El parking al voltant de l'institut*Taula K.19. *Competència en pensament i raonament matemàtic Mar, Heribert i German*

SubC	Pàg	Lín	nivell	Evidència
1.2	2	2	2	La nostra intenció a l'hora de..
2.2	5		1	Estableix la relació entre l'angle d'inclinació del cotxe aparcad amb l'amplada que queda del carrer.
2.3			1	
2.4			1	
3.2	5		2	Fa servir la trigonometria per trobar la relació entre els elements que intervenen.
5.1	Entrevistes		1	A les entrevistes inicials es poden veure com van descobrint com aplicar les mates al seu problema i com el van fent seu.

Mateu, Imma, i Camila. *Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o amb ATM*Taula K.20. *Competència en pensament i raonament matemàtic de Mateu, Imma i Camila*

1.2	1	4 a 11	2	Ens proposem esbrinar quina diferència i quina semblança hi ha entre dues modalitats..
2.2	3	18 a 20	1	... Per així obtenir el preu d'un viatge. També han calculat les diferències en termes absoluts i relatius.
2.3	3	7 a 23	1	Per comparar els diferents sistemes tarifaris de renfe i Atm, ens hem basat en una determinada línia ferroviària. Les estacions pertanyents a aquesta línia.. Hem considerat l'estació de Cabrera com a punt de partida. Hem analitzat les estacions ...A partir d'aquí hem calculat la distància de cada estació..
5.1	Memòria		1	Han fet una bona comprensió de les informacions amb les que han treballat.
7.2	9	11 a 15	2	.. I per això ara volem demostrar-ho per veure si és cert, analitzant...

Tots aquests resultats es presenten de manera resumida a la taula K21

Taula K.21. Resum competències en pensament i raonament matemàtic

Identificadors competencials	COMPETÈNCIES DE PENSAMENT I RAONAMENT MATEMÀTIC																		
	1		2						3			4	5	6		7		8	
Descriptors dels identificadors	1	2	1	2	3	4	5	6	1	2	3	1	1	1	2	1	2	1	2
1.- Mohamed <i>El parc de les aus (a)</i>	1			1	1				1				1			1	2		
2.- Fatima i Ruth <i>Disseny d'un pàrquing al voltant de l'institut</i>	1				1														
3.- Irene <i>Pastissos i cultures</i>	1			1	1					2			1				1	2	
4.- Alícia <i>El bar de l'institut</i>	1			1	1	1			1	2			1				1	2	
5.- Georgina <i>El parc de les aus (b)</i>	1			1	1				1				1				1	2	
7.- Carina i sibila <i>Les companyies de vol econòmic</i>		2			1					2			1				1	2	
8.- Ada i Hilda <i>Les llaunes de conserves</i>	1			1	1	1					3		1				1	2	
9.- Max i Raimon <i>Vols econòmics</i>	1			1	1					2	3		1				1	2	
10.- Carol, Almudena <i>Pàrquing al voltant de l'institut</i>		2	1	1	1	1	1		1				1	1			2	1	
11.- Carmelo i Wenceslao <i>Optimització de llaunes de conserves</i>		2		1	1	1					3		1				1	2	1
12.- Roldan, Gustau, Damià <i>La despesa de l'aigua</i>	1			1	1	1				2			1	1			2		
13.- Mar, German, Heribert <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>		2		1	1	1				2			1						
14.- Mateu, Camila i Imma <i>Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o ATM</i>		2		1	1								1				2		

K.5 Resultats anàlisi competència modelització i resolució de problemes

Els resultats de les anàlisis realitzades es presenten en una taula on es recull el pas que es reconeix del procés de modelització, la pàgina del projecte on es reconeix, i la línia del projecte analitzat i l'evidència que es reconeix.

K.5.1 Alumnes del grup d'estudi GE

Anàlisi del procés de modelització en el treball de Mohamed *El parc de les aus* (a)

Taula K.22. Anàlisi del procés de modelització seguit per Mohamed

Pas	Pàg	Línia	Evidència
10	2	1-4	Es plantegen un problema.
4	2	5-9	Donen seleccionades les variables que intervenen al seu problema.
11	2	10-22	Resolució del seu problema per mitjà d'una taula.
8	2	10 a 13	Expliciten pel cas particular del Marabú com buscar la proporció menjar/pes.
13	2	15	Interpreta els resultats de la última columna de la taula.
	3	1 a 3	Fan un canvi de representació de les solucions per fer una interpretació.
	3	4 a 12	Fan explícita la interpretació dels resultats.
10	4	2-5	Formulació nou problema.
8	4	6-9	Expliciten pel cas particular del Marabú el que hauria de menjar si la proporció fos del 133%.
11	4	10 a 18	Resolen i donen solucions.
13			Interpreten el significat dels resultats que obtenen.
10	4	19-20	Plantejament del 2n cas del nou problema.
11	4	21-33	Solució problema.
8		21 a 24	Expliciten pel cas particular el càlcul de la proporció.
13	5	1-11	Interpretació i contrast a la realitat de les solucions obtingudes.
	6	sencera	Interpretació dels tres resultats.

Anàlisi del procés de modelització seguit per Fatima i Ruth

Taula K.23. Anàlisi del procés de modelització seguit per Fàtima i Ruth

Pas	Pàg	Línia	Evidència
2	2	2 a 7	Aquest treball es tracta de...
4	3	2-9	Identifiquen objectes i relacions rellevants per l'objectiu que es proposen.
11	4	Sencera	Donen la seva solució al problema.
4	5		Estableixen la mida de la plaça de pàrquing i calcula alguna mida del plànol.
11	6	1 a 16	Mostra una seqüència del seu treball que pretén mostrar com ho resolen. Identifica alguns objectes rellevants.
	7	1 a 7	Diuen que han calculat la "distància" d'un cotxe.

Anàlisi del procés de modelització seguit per Irene

Taula K.24. Anàlisi del procés de modelització seguit per Irene

Pas	Pàg	Línia	Evidència
2	3	5-6	Diuen que l'objectiu és: comparar preus i ingredients dels diferents pastissos i ho hem fet de les tres maneres possibles...
	4	2 a 5	Les dades les hem recollit... També ho hem fet observant les receptes i passant-les al mateix nombre de persones...
(10)	5		No ho expliciten clarament però elles tenen clar que el seu problema és calcular els preus dels diferents pastissos per poder-los comparar.
3	5	sencera	Recull receptes.
	6	1 a 23 24 i 25	Recull de receptes. ..cada recepte té un nombre diferent de persones i per un mateix ingredient fa servir diferents mesures.
(10)	6		No ho expliciten clarament però es desprèn de l'observació anterior que necessiten unificar les receptes en quant al nombre de persones i les unitats de mesura dels ingredients.
11	6	26 a 31	El primer problema el vam resoldre, passant totes les receptes a 8 persones, és a dir, multiplicant tots els ingredients de totes les receptes (excepte l'italià i argentí pel doble. El segon problema el vam resoldre amb una bàscula...
13	6	32 a 35	1 got o tassa de farina i de sucre és igual a 130 grams..
11	7	Sencera	Dóna les receptes amb les quantitats expresades per a 8 persones.
4	8	17-35	Dóna els preus dels ingredients per a una determinada quantitat.
	9	1 a 6	
8	9	7-15	Explicitar com calcular el preu de l'ingredient que es fa servir a la recepta.
11	10	2 a 15	Fan els càlculs i dóna els resultats del que valen els ingredients del pastís italià.
13	10	16 a 18	Destaquen aspectes dels resultats obtinguts com l'ingredient en major quantitat en el pastís italià és la farina i el de menor són els ous.
11	11	2 a 9	Fan els càlculs i dóna els resultats del que valen els ingredients del pastís argentí.
13	11	10 a 12	Destaquen aspectes dels resultats obtinguts com l'ingredient en major quantitat en el pastís argentí és el caramel i el de menor són la llet i les natilles.
11	11	14 a 19	Fan els càlculs i dóna els resultats del que valen els ingredients del pastís àrab.
13	12	1 a 3	Destaquen aspectes dels resultats obtinguts com l'ingredient en major quantitat en el pastís àrab és la farina i el de menor són els ous.
11	12	5 a 15	Fan els càlculs i dóna els resultats del que valen els ingredients del pastís anglès.
13	12	16 i 17	Destaquen aspectes dels resultats obtinguts com l'ingredient en major quantitat en el pastís anglès és la llet i el de menor són els ous.
	13	1	
11	13	2 a 10	Fan els càlculs i dóna els resultats del que valen els ingredients del pastís equatorià.
13	13	12 a 14	Destaquen aspectes dels resultats obtinguts com l'ingredient en major quantitat en el pastís equatorià és el coco ratllat i el de menor són els ous.
	14	1 a 10	Es donen preus i es destaquen els més cars i els més econòmics. També es comparen quantitats dels ingredients als diferents pastissos.
	14-19	senceres	
(10)	19		Es planteja quantificar les diferències tot i que no queda ben explicat.
11	19	15 a 20	Si volem fer la diferència només...Per saber quantes vegades hauríem d'agafar la quantitat del pastís...
13	19	21 i 22	Hauríem d'agafar, aproximadament, 6,9 vegades la farina del pastís anglès perquè fos igual a l'àrab.
11	20	1-4	Per fer la diferència restarem...
13	20	4 a 6	I 7,5 vegades la quantitat del pastís...
11	20	7 a 9	...la diferència és de 25 grams.
13	20	9 i 10	..S'hauria d'agafar 1,1 més del pastís italià...
11	20	11 a 13	...la seva diferència és de...
13	20	13 a 15	...es necessiten 4 vegades...
11	20	16 a 18	..la diferència d'ous..
13	20	18 i 19	..necessita 2,6 ous més per...
13	21	1-15	Dóna un resum de resultats que responen a les qüestions inicials.

Anàlisi del procés de modelització a la entrevista inicial de Alícia

Taula K.25. Anàlisi del procés de modelització a la entrevista amb Alícia

Pas	Pàg	Línia	Evidència
1,2			Entrevistes informals realitzades abans.
3	1	23	Identifica el tamany de la taula.
4	1	25	Parla del radi de la taula.
10	3	4-6	Fa una primera formulació del problema.
3	3	18-19	Identifica com objecte d'interès l'espai que ocupa una persona a la taula.
6	4	25	Fixen, després de diferents proves, l'espai que necessita una persona a la taula en 55 cm.
10	7	9-12	Formulació del problema.
10	7	29-30	Una altra formulació del problema.
10	8	13-15	Una altra formulació del problema.
6	9	9	Fixen l'espai entre la barra i la zona de les taules.
10	10	7-13	Fan una altra reflexió sobre el problema.
6	13	39	Confirmen l'espai de 55 cm que necessita una persona per seure a la taula.
8	15,16		Analitzen com quedarien les taules.
11	17	7-8	Donen el resultat d'una primera part del problema.
10	20	2-3	

Anàlisi del procés de modelització al treball d' Alícia

Taula K.26. Anàlisi del procés de modelització de Alícia

Pas	Pàg	Línia	Evidència
10	2	1-8	Formula preguntes.
1	3	1-4	Primer prenen mides del Bar i pensen en quin tipus de taula els interessa.
2	3	5-7	Decideixen dissenyar taules rodones.
3	3	11-16	Decideixen dissenyar dos tipus de taula rodona, una amb la mateixa àrea que les actuals i una altra diferent. Fixen que l'espai per persona son 55 cm i la taula per 8 persones.
	4	1-2	Fixen l'àrea de la taula amb la mateixa que l'actual.
12	4	2-7	Donen la solució del seu problema.
9	4	9-17	Posa un exemple amb plastilina per expressar la hipòtesis.
3	5	1-3	Diuen que fan un nou disseny perquè hi capiga més gent.
		4-5	Parla de que el nou disseny és rodó.
12	5	6-9	dóna la solució del problema.
3	5	15-17	Expliquen que les mides donades estan pensades per menjar comodament i aprofitar l'espai.
4	6	Plànol	Presenten un plànol, no a escala, del Bar i taules del 1r cas amb les mides fixades.
		2-3	Donen les dades que hem fixat.
8	6	4 i 8	Calcula el radi en el 1r cas.
6	6	2a figura	Dibuixa la taula i representa el radi i el diàmetre.
11	6	4-10	Resol una part del problema.
4	8	plànol	Presentem un plànol, no a escala, del Bar i taules del 2n cas amb les mides fixades.
		3-4	Donen les dades que han fixat.
11	8	5 a 8	Resolen elseu problema.
8	8	6 i 7	Expliciten relacions i calcula la longitud de la taula.
13	8	9-15	Justifiquen modificar alguns resultats per millorar la solució del problema.

Anàlisi del procés de modelització en el treball de Georgina *El parc de les aus*

Taula K.27. Anàlisi del procés de modelització de Georgina

Pas	Pàg	Línia	Evidència
2	2	1,2	Ens hem plantejat saber qui menja més un animal petit o un animal gran.
4	2	3,4	Hem hagut d'anar al Parc de les aus per recollir informació sobre els animals, saber quants kg pesen, quants kg mengen.
10	2	5,6	Vam haver de fer una serie d'operacions per saber la proporció que mengen segons el seu pes. No està ben formulat però ens informen del problema que es plantegen.
11	3	3 a 13	Mostren com han resolt el seu problema.
13	3	4 ^a col	A aquesta columna s'indica la proporció que busquen.
8	3	8 a 10	Expliquen els càlculs fets per trobar la proporció.
12	3	13	Expressa amb un gràfic la solució trobada. Canvi de representació de la solució trobada.
13	4	2 a 8	Hem arribat a la conclusió de que proporcionalment menja més en Tico, perquè pesa... Mostra un gràfic que fa una generalització d'aquests resultats i permet de predir aquesta proporció que busquen.

K.5.2 Projectes d'alumnes del grup de contrast de 2n d'ESO GC2

 Anàlisi del procés de modelització en el treball de Sibila i Carina *Les companyies de vol econòmic*

Taula K.28. Anàlisi del procés de modelització de Sibila i Carina

Pas	Pàg	Línia	Evidència
1	2	1 a 6	"...ens hem dedicat a comparar els preus de viatges de dos companyies de baix cost i una de tradicional".
2	2	14 a 25	Fan una exposició dels passos que han seguit en el desenvolupament del projecte.
3	2	10	"Seguidament hem escollit dues destinacions (París i Liverpool) amb les quals treballaríem durant aquest projecte. "li poso nivell 1 perquè no està massa justificat el perquè necessiten aquesta concreció.
4	3	2 i 3	"...segons amb els dies d'antelació amb que agafis els bitllets"
10	5	2,3,4,5	"El que nosaltres ens proposem és de quantificar el que es pot arribar a estalviar en viatges, depenent de les diferents companyies de baix cost reduït que tu esculleixes".
11	8	7,8,9,10,12 a 20	
11	9	4 a 23	Hi unes taules que resumeixen els resultats.
12	8	10,11,12	Aquí hem aconseguit saber quants euros hem de pagar de més si anem amb Iberia que si anem amb Ryanair.
13	10,11	Tota la pàgina	Fan interpretacions i representacions gràfiques del resultat calculen els %.
12/13	12,13	Tota la pagina.	Continuen mostrant les diferències considerant els preus per Km.
4	14	4,5	En les tres taules hem volgut representar l'augment de preu degut al sobrepes.
6	14	13 a 22	Fan l'explicació de com varia el preu del viatge segons el pes que es porti.
8	15 a 17	Tota la pagina	Fa gràfiques que relacionen pes i preu.

Anàlisi del procés de modelització en el treball de Ada i Hilda *Les llaunes de conserves*

Taula K.29. *Anàlisi del procés de modelització de Ada i Hilda*

Pas	Pàg	Línia	Evidència
1	2	7-10	Vam triar aquest projecte perquè ens va agradar molt el tema del volum i vam decidir que aquest tema seria el principal. Volíem saber, perquè tots els envasos dels productes de les conserves tenen aquesta forma (de totes les marques/empreses).
2	2	11-19	Teníem pensat formular les següents preguntes: 1.- Per què els recipients de conserva tenen aquesta forma... Però al final, vam pensar que podíem formular aquestes tres preguntes en una de sola i després anar ampliant-la. Pregunta base: Per què tots els recipients (de totes les marques) tenen la mateixa forma?
3	2	25-26	Les dades que necessitavem eren els volums i les superfícies dels envasos. Això ho hem aconseguit..
4	2	26-28	Amb el regle hem mesurat: e els cilindres el radi i l'altura; i en el prisma de base rectangular..
11	3	Tota la pàg	Calcula els volums de diferents llaunes per després comprovar si la quantitat del material emprat és òptim.
10	4	1-2	Estem buscant més possibles superfícies per demostrar que la DANI i les altres...
6	4	3-11	Expliquen buscant noves dimensions de la llauna que conservin el volum. Elles fixen el radi i poden calcular les altres magnituds, altura superfícies etc..
8	4	14-20 i 27-32	Donen l'expressió matemàtica per calcular l'altura la superfície aïllant de les fórmules conegudes de volum i superfície. (A classe no han treballat les equacions).
12	6	1	Hem comprovat que es poden fer envasos amb menys superfície.
13	6	1-8	Però aleshores l'aliment es deterioraria, perquè l'envàs no s'adaptaria al producte de manera que...

Anàlisi del procés de modelització en el treball de Max i Raimon *Vols econòmics*

Taula K.30. *Anàlisi del procés de modelització de Max i Raimon*

Pas	Pàg	Línia	Evidència
1	2	1-4	No varem dubtar en triar...
2	2	5-7	El treball es basa en una enquesta, taules de vol.
3	4-6		Dissenyen una enquesta per obtenir dades sobre el seu treball.
11	4-6		Calculen % i fan gràfics i interpreten els resultats. Tot això forma part de la solució del seu problema.
4	8 i 10		Mostren els diferents preus de vol de diferents companyies segons l'antelació amb que s'agafin.
11	11		Fan els càlculs per saber quina companyia és realment la més econòmica.
8	12	24	Expresen mitjançant una expressió algebraica el preu per Km del viatge.
12	11	2 i 14	Interpreten el resultat.
13	11	15-24	Interpreten els resultats entre les diferents companyies.
	15		Donen la solució al problema que s'havien plantejat inicialment d'organitzar un viatge a París econòmic.

Anàlisi del procés de modelització en el treball de Carol i Almudena *Pàrquing al voltant de l'institut*

Taula K.31. Anàlisi del procés de modelització de Carol i Almudena

Pas	Pàg	Línia	Evidència
1	2	4,5 i 6	Consisteix en formar un pàrquing al voltant de l'institut, pel motiu de que hi ha molts cotxes, sobre tot en hores d'entrenament de fútbol...
		12 i 13	És a dir el nostre objectiu és organitzar l'espai al voltant de l'institut.
2	3	1 a 9	Les preguntes clau que varem formular per dur a terme aquest treball varen ser: Com s'organitza l'espai al voltant de l'institut i el camp de fútbol perquè hi capiguen els cotxes? Quina superfície ha de tenir...
3	9	2 i ss	..vam pensar que hauríem de calcular l'espai que necessita un cotxe per poder fer la maniobra...
10	9	6	Així doncs, hem de calcular l'espai que hi ha d'haver entre plaça de pàrquing i plaça de pàrquing (entre cotxe i cotxe).
11	10	27 a 29	Així que podem dir que l'angle a és de 60° i a distancia que necessitem entre plaça i plaça és de 2,90 m (3m).
3	11	4 a 33	El primer que vam fer va ser observar la zona ...varem arribar a les següents conclusions que havíem de tenir present a l'hora de fer la clo-locació dels cotxes...
4	12	2,3 i 4	Distància entre plaça i plaça 2,90 és a dir 3m, per fer la maniobra. Mesures de la plaça 2,5x4,6
11	12	5 i ss	Mostren els càlculs que fan per inquirir els cotxes en l'espai 1.
12	12	18	Per lo tant caben 25,6 cotxes.
13	12	18 a 23	..és dir 25 cotxes... però hi ha un problema: al final d'aquesta paret ens trobem la porta que hem dit... Perdem una plaça. És a dir ja no tenim 25 places sinò 24.
11	12	24 a 27	Costat camp de fútbol: la paret està...
12	12	27	Per lo tant 25,6 places.
13	12	27 a 30	..és a dir 25 places però com hem dit que treiem 2, 5 per tal de que no xoquin, i al pensar que una plaça és de 2,50 perdem una plaça per tant ens quedem amb 24 places.
13	13	1 a 16	..vam arribar a la conclusió de que els posariem en vertical ja que si els posessim horitzontalment no ens quedarien els 2,9 m per fer la maniobra. Ho comprovem de la següent manera:...
3	13	17 a 25	I un últim punt...Hem arribat a la conclusió de que deixem 4 metres.. per tal de que sobri una mica d'espai..
11	13	26 a 32	Calculen el nombre de cotxes que hi caben en aquest sector.
12	13	32	Així hi caben 12,39 places.
13	13	32 i 34	..és a dir 12 places. En total hi caben 24+24+12 = 60 places en total.
13	14	tota	Hi ha una representació gràfica de la solució.
3	15	2 a 10	Comença el mateix procés pel pàrquing 2.1. En observar la zona vam veure que hauríem de tenir en compte..
4	15	12 a 16	..la plaça..4,6 de llargada i 2,50 d'amplada els autocars fan 12 metres de llargada i 2,50 d'amplada.
11	15	18 a 26	Fan els càlculs per saber els cotxes que hi caben.
12	15	27	..lo qual vol dir que hi caben 10,69 places.
13	15	27 i 28	..és a dir 10 places.
11	15	29 a 33	Inicien els càlculs per calcular la quantitat d'autocars.
4	15	33 i 34	Però hem de tenir en compte que la plaça ha de ser més gran i llavors la posem de 13 m per 3.
3	16	1 a 4	El següent pas serà observar la recta i veure que fa 18 metres, la parada de bus...
11	16	5	Fan els càlculs dels autobusos.
12	16	5	..és a dir hi caben 1,3 autobusos.
13	16	5	..és a dir un autobús.
11	16	6 a 8	Fan els càlculs per una altre part del pàrquing.
12	16	8	Hi caben 2,3 autobusos.
13	16	8	.. és a dir 2 autobusos.
11	16	9 a 12	Calculen l'amplada del carril de circulació del pàrquing.
12	16	12	..ens queda 4,5

Continua a la pàgina següent

Continuació de la taula K.31

Pas	Pàg	Línia	Evidència
13	16	13 i 14	I ens va bé .. ja que lo necessari és de 2,90..
13	17	Tota	Hi ha una representació gràfica de la solució.
3	18	2 a 12	Comença el mateix procés pel pàrquing 2.2. "En aquest també té una forma bastant regular. El primer pas va ser com ja hem fet abans observar la zona...
11	18	13 a 18	Fan els càlculs del nombre de places.
12	18	18	.. és a dir hi caben 9,28 places.
13	18	18	..és a dir 9 places de cotxes i sobren 0,28 ...
11	18	19 a 22	Fan els càlculs d'un altre trosset de paret.
12	18	22	Donen el resultat 1,88.
13	18	22	..és a dir una plaça de cotxe.
11	18	23 i 24	Un altre càlcul.
12	18	24	Nou resultat 8,28.
13	18	24	..és a dir 8 places de cotxes i sobra ..
11	18	25 a 28	Nous càlculs.
12	18	28	Obtenen nou resultat 2,28.
13	18	28	..és a dir 2 places.
11	18	29 a 31	Nous càlculs d'una altra zona.
12	18	31	Obté el resultat 4,47.
13	18	31	.. és a dir 4 places.
11	19	1 a 4	Nous càlculs en el darrer tros que els hi queda.
12	19	4	Nou resultat .. 5,84
13	19	4 a 11	..és a dir hi caben 5 places i sobren..
13	20	Tota	Fan la representació gràfica de la solució.
3	21	2 a 18	Comença el mateix procés pel pàrquing 3 "En aquest pàrquing haurem de tenir en compte unes coses:...
11	21	19 a 24	Fan els càlculs per la primera paret.
12	21	24	Arriben al resultat de 9,16.
13	21	24	..és a dir 9 places.
11	21	25 a 38	Fan els càlculs d'aquest tros.
	22	1 i 2	
12	22	2	Arriben a la solució de 6,52.
13	22	2	... és a dir cabren 6 places.
11	22	3 a 7	Pel mètode d'assaig-error tracten d'inquirir més cotxes en el mateix pàrquing.
12	22	7	Calculen l'espai per fer maniobres posant els cotxes horitzontals.
13	22	8 i 9	Comproven que no els és suficient.
11	22	10 a 15	Calculen l'espai per fer maniobres posant els cotxes en vertical.
12	22	15	Troben l'espai que queda.
13	22	16 a 18	..Per tant fent la prova ens hem adonat que no podem col·locar cotxes en mig.
11	22	19 i 20	Nous càlcul per l'última paret.
12	22	20	Nou resultat 40,08.
13	22	20 a 23	.. és a dir 40 places i sobren... Per tant resumint...
13	23	Tota	Representació gràfica pel pàrking num 3.
14	24	1 a 24	Contrasten els resultats obtinguts amb la estimació de les necessitats reals de places.

Anàlisi del procés de modelització en el treball de Carmelo i Wenceslao *Optimització de llaunes de conserves*

Taula K.32. Anàlisi del procés de modelització de Carmelo i Wenceslao

Pas	Pàg	Línia	Evidència
1	2	2 a 6	Nosaltres volíem resoldre una qüestió molt simple : per què els fabricants de conserves utilitzen unes mides de llauna mantenint un volum determinat i no pas unes altres? ...
2/10	2	7, 8 i 9	Totes aquestes qüestions les vam intentar resoldre...amb dos tipus de llaunes una cilíndrica i una altra el·líptica.
3	3	2 a 6	Vam anar a buscar diferents tipus de llaunes a un supermercat...
4	3	7,8 i 9	El radi és 4,9 l'alçada és 2,4i el volum 181,03 cm ³ .
6	4	3 a 14	Expliciten relacions entre la superfície que busquen, el volum que és fix, i el radi que el van donant ells. "En aquest quadre s'hi pot apreciar la variació de la superfície total exterior de la llauna a partir d'un radi posat per nosaltres i un volum fix. "
11	4	taula	Hi ha un quadre fet amb full de càlcul on es mostren tots els resultats.
12	4		En el quadre destaquen els valors que dona la llauna de superfície mínima.
11	5	2 a 7	Mostren un gràfic de la taula anterior.
13	6	5 a 11	Interpreten detalladament les dimensions de la llauna òptima que estan buscant.
8	6	12 a 20	Escriuen totes les expressions algèbriques que han fet servir i com han deduït unes variables a partir de les altres.
13	7	Tota	Fan una representació gràfica de la llauna solució i expresen els valors de les seves dimensions.
3	8	2 i 3	Vam escollir una llauna el·líptica de la marca CUCA, la vam mesurar i dibuixar.
4	8	4, 5 i 6	El radi gran és de 3,2 cm, l'alçada és de 2,99 cm i el volum 156,22 amb aquestes dades vam calcular la superfície total de la part exterior de la llauna i ens va donar 185,92 cm ²
11	9	Tota	"En aquest quadre s'hi pot apreciar la variació de la superfície total exterior de la llauna a partir d'un radi posat per nosaltres i un volum fix. " Hi ha un quadre fet amb full de càlcul on es mostren tots els resultats.
12	9		En el quadre destaquen els valors que dona la llauna de superfície mínima.
11	10	Tota	Mostren un gràfic de la taula anterior.
10	11	2 i 3	Tornen a escriure el seu problema.
13	11	7 a 16	Interpreten detalladament les dimensions de la llauna òptima que estan buscant.
8	12	1 a 15	Escriuen totes les expressions algebriques que han fet servir i com han deduït unes variables a partir de les altres.
13	13	Tota	Fan una representació gràfica de la llauna solució i expresen els valors de les seves dimensions.
14	14	2 a 7	Comparant el resultat d'optimització de la llauna cilíndrica amb la llauna el·líptica hem tret una conclusió. Les empreses de conserves no utilitzen unes llaunes d'una certa mida per estalviar costos i material, simplement ho fan per una qüestió d'estètica o per emmagatzematge.

Anàlisi del procés de modelització en el treball de Roldan, Gustau i Damià

La despesa de l'aigua

Taula K.33. Anàlisi del procés de modelització de Roldan, Gustau i Damià

Pas	Pàg	Línia	Evidència
1	1	1	La despesa de l'aigua (és el pròpi títol del treball).
2	3	1 a 11	Plantejament del treball...
10	4	3 a 7	Plantejament: L'aigua pròpia de Vilassar la rebem des de diferents punts,..
8	4	8 a 13	Expliquen com es relacionen les variables i com calcular la que ens interessa.
11	4	15 i 16	Mostra una taula amb els càlculs fets.
12	4	15 i 16	Dóna els resultats en una taula.
13	4	17	S'interpreten a la realitat.
	5	1 a 5	
10	6	4 a 8	Plantejament: A partir de les dades que ens va donar el museu de la Mina Vella...
8	6	9 a 14	Expliquen com es relacionen les variables i com calcular la que ens interessa.
11	6	15 a 22 (taula)	Mostren els càlculs.
12	6	15 a 22 (taula)	Donen els resultats.
13	6	15 a 22	Aquest resultats s'interpreten en el context del problema.
	7	1 a 6	Interpreten el conjunt de solucions en el context del problema plantejat.
10	8	4 a 6	Plantejament d'un nou problema.
11	8	7 a 13	Realitza els càlculs.
12	8	7 a 13	Troba les solucions.
13	8	7 a 13	Interpreta les solucions en el context del problema real.
10	9	3 a 6	Plantejament d'un nou problema.
8	9	12, 15, 17, 19	Explicita la dependència entre les variables.
11	9	7 a 19	Realitza els càlculs.
12	9	12, 15,17,19	Arriba a resultats.
6	9	11 a 19	Identifica els volums de les aules de l'institut amb el volum dels pous que ha calculat.
13	9	13,16,18	Dóna significat i interpreta aquests resultats en el context de treball.
10	10	3 a 6	Plantejament d'un nou problema.
8	10	15, 17, 18, 19	Explicita la dependència entre les variables.
4	10	12 a 19 i figura	Mostra les variables que intervenen en el disseny del dipòsit.
11	10	7 a 20	Resol el problema.
12	10	16,17,18,19	Troben resultats.
8	11	3, 4,5,6	Explicita la dependència entre les variables.
11	11	2 a 21	Resol el problema.
12	11	7	Arriba a un resultat.
13	11	22 a 25	Interpreten el resultat.
10	12	3 a 8	Plantejament d'un nou problema.
3	12	21 a 28	Selecciona els objectes que intervenen en la situació que estudien com per exemple les dutxes, rentadora, rentavaixelles.
4	12	10 a 19	selecciona el cabal d'aigua i el temps que són les variables que determinen el consum.
8	12	10 a 14 21, 23, 24	Explicita la dependència entre les variables.
11	12	10 a 28	Resol el problema.
12	12	28	Arriba a una solució.
10	13	2 a 6	Planteja un nou problema.
8		2 a 6	Explicita el model que farà servir.
11		7,9,11,13, 14, 15	Resol el problema.
12		8,10,12,14	Arriba a solucions.

Anàlisi del procés de modelització en el treball de Mar, German i Heribert *El pàrquing al voltant de l'institut*

Taula K.34. Anàlisi del procés de modelització de Mar, German i Heribert

Pas	Pàg	Línia	Evidència
1	1	2 a 6	La nostra intenció a l'hora d'elaborar aquest projecte..
1	1	9 i 10	..també cal mirar la manera de construir-lo per tal d'aprofitar millor l'espai i elmés difícil és construir-lo d'un manera detreminada perquè sigui fàcil entrar i sortir als cotxes.
3	1	12 a 20	Presenten una taula amb el nombre de cotxes estacionats al llarg de la setmana.
10	3	1	Plantegen el problema "Quant costa asfaltar el nostre pàrking?"
11	3	2 a 12	Resolen el problema.
10	4	1,2	Plantegen un nou problema "De quina manera es pot aprofitar millor aquest tros de pàrquing?"
4	4	4 a 10	Fixen el valors que faran servir per cada plaça de pàrquing i donen les dimensions del terreny destinat al pàrquing.
11	4	11 a 18	Resolen el problema.
12	4	13 i 18	Donen les solucions del problema que es plantegen.
10	5	1	Es plantegen un nou problema "Quant ocupa un cotxe aparcad en diagonal?"
3	5	2	En un gràfic mostra la situació d'un cotxe aparcad i els elements que intervenen.
8	5	3 a 7	Mostren les expresions algebriques que faran servir per els càlculs.
11	6	2 i ss	Presenta el resultat d'un full de càlcul a on calculen el nombre de cotxes en funció de l'angle d'inclinació a l'aparcad.
10	7		Nou problema l'angle de gir de les rodes delanteres del cotxe.
11	7		Hi ha un càlcul mal fet.
10	8		Es plantegen el mateix en una altra part del pàrquing.
11	8	20 a 23	Descriuen una solució sense justificar massa.

Anàlisi del procés de modelització en el treball de Mateu, Camila i Imma *Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o amb ATM*

(

Taula K.35. Anàlisi del procés de modelització de Mateu, Camila i Imma

Pas	Pàg	Línia	Evidència
2	1	4,5	Amb què ens surt més a compte viatjar, amb el títol de Renfe o amb el de l'Atm?
10	1	6,7,8	Ens proposem esbrinar quina diferència i quina semblança hi ha entre aquestes dues modalitats i així poder comparar-les i esbrinar en quins casos ens seria més adient utilitzar un títol o un altre i per què.
3	1	14 i ss	S'ocupen de dividir l'espai en zones per poder dictar el preu dels recorreguts...
		21 i ss	Tota la xarxa ferroviària de Renfe i Atm està dividida per 6 zones. Cada una d'aquestes té un cost específic; de manera que segons les zones que es recorrin, el preu total del desplaçament variarà.
		29 i ss	Amb això volem remarcar, que per cada sistema tarifari hi ha diverses combinacions de bitllet, que faran que el passatger tingui a l'abast diverses maneres de viatjar més econòmicament i segons les seves necessitats.
		35 i ss	..les zones en que es divideixen els trams no són les mateixes en els dos casos, i per tant, el preu varia. Una altra és que no mantenen el mateix preu per cada zona, de manera que tampoc el mateix preu per km.
2	2	2 i ss	Reconeix mitjans per resoldre el problema plantejat. Ens proposem fer un estudi profunditzat dels dos sistemes, per treure quin és el sistema més rentable en cada cas, fer un conjunt de taules que remarquin les diferències, i conjuntament amb aquestes taules fer algun gràfic. Una vegada tenim les primeres conclusions comprovarem si aquestes són certes estudiant una altra línia ferroviària. Per finalitzar,...
4	3	7 i ss	.. ens hem basat (per fer les taules) en una determinada línia ferroviària. Les estacions pertanyents a aquesta línia les hem separat per zones i agrupat en taules.. Hem considerat l'estació de Cabrera de Mar com a punt de partida.
		13	..hem calculat la distància de cada estació..
8	3	15	El preu/km l'hem obtingut dividint el preu de la zona al qual pertany l'estació entre els km recorreguts.
4	3	18	El preu de l'Atm l'hem obtingut a partir del bitllet T-10.
8	3	18,19,20	Hem agafat el preu que val cada T-10 segons la zona, i l'hem dividit entre 10..per així obtenir el preu d'un viatge.
		21 i ss	El preu del bitllet de Renfe, l'hem obtingut d'un bonotren..
11	3	25 a 34	
	4	Sencera	Taules de resultats a tota la pàgina.
	5	Sencera	Taules de resultats a tota la pàgina.
13	6	2 a 13	Primerament observem la diferència de preus que hi ha per cada km. Això és degut... Això ens ha portat a valorar que pot arribar a haver una gran diferència entre cada eu/km...
8	6	14 a 23	Explica els models que farà servir per resoldre el seu problema.
11	6	14 a 18	Ara a partir d'unes altres taules, volem comprovar les diferències de preu i de preu/km.
13	6	18 a 23	A continuació hi haurà una columna de conveniència.
11	6	23 a 25	La diferència %. L'hem calculat de la següent manera:...
	7	sencera	Tota la pàgina està dedicada a taules de càlculs i resultats.
	8	1 a 37	Són taules amb càlculs i resultats
13	8	39 a 45	Interpretació del significat dels resultats a la realitat.
	9	1 a 10	
9	9	11 a 14	Aquesta última observació ens ha cridat l'atenció i per això ara volem demostrar-ho..
11	9	16 a 24	Mostra taules amb càlculs i resultats.
	10, 11, 12	Senceres	
	13	1 a 36	
13	13	38 a 47	La teoria que ens havíem plantejat és incorrecte.
10	14	2 a 9	...Hem volgut calcular quin és el trajecte més econòmic de tota la línia..
11	14	10 a 40	Per fer-ho hem fet..(mostra taules amb càlculs i resultats).
	15	1 a 38	
13	15	38 i 39	El trajecte més econòmic és aquell que està més lluny del punt de sortida.
10	15	40 i 41	Una vegada hem calculat el trajecte més econòmic, hem pensat calcular també el més car.
11	16	Sencera	Per fer-ho hem fet el mateix sistema que ..(mostra taules amb càlculs i resultats)
	17	1 a 18	
13	17	19 a 26	Per destacar quins són...
	18	sencera	

Aquestes dades es poden resumir en les següents taules:

Taula K.36. *Competència modelitzadora grup GE*

	Grau assolit a les subcompetències en modelització grup GE															
	1		2						3		4	5			6	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1.- Mohamed (El parc de les aus)	(1)	(1)	(1)	1					1		1	1		1		
2.- Fàtima i Ruth (Disseny d'un pàrquing al voltant de l'Institut)	(1)	1		1							1		1			
3.- Irene (Pastissos i cultures)		1	1	1				1			1	1	1			
4.- Alcía (Les taules del bar de l'Institut)	1	1	1	1				1	1	1	1	1	1			
5.- Georgina (El parc de les aus)		1	1					1		1	1	1	1			

Taula K.37. *Competència modelitzadora grup GC2*

Grup B Alumnes de 2n d'ESO amb bons resultats acadèmics	Grau assolit a les subcompetències en modelització grup GC2															
	1		2						3		4	5			6	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
7.- Sibila i Carina (Les companyies de vol econòmic)	1	1	1	1		1		1		1	1	1	1			
8.- Ada i Hilda (Les llaunes de conserves)	1	1	1	1		1		1		1	1	1	1			
9.- Max i Raimon (Vols econòmics)	1	1	1	1				1		(1)	1	1	1			
10.- Carol i Almudena (Pàrquing al voltant de l'Institut)	1	1	1	1					1	1	1	1	1			

Taula K.38. Competència modelització grup GC4

Grup C Alumnes de 4t d'ESO	Grau assolit a les subcompetències en modelització grup GC4															
	1		2						3		4	5			6	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
11.- Carmelo i Wenceslao (Optimització de llaunes de conserves)	1	1	1	1		1		1		1	1	1	1			
12.- Roldan, Gustau, Damià (La despesa de l'aigua)	1	1						1		1	1	1	1			
13.- Mar, German, Heribert (El pàrquing al voltant de l'institut)	1		1	1				1		1	1	1				
14. Mateu, Camila, Imma (Amb quin sistema tarifari surt més a compte viatjar, amb Renfe o amb ATM)		1	1	1		1		1	1	1	1	1	1			

Les seqüències modelitzadores es poden veure a la taula següent:

Taula K.39. Seqüències modelitzadores

Projecte	Autors	Seqüència
El Parc de les Aus	Mohamed	10, 4, 11, 8, 13, 13, 13, 10, 8, 11, 13, 10, 11, 8, 13, 13
El Pàrquing al voltant de l'institut	Fàtima i Ruth	2, 4, 11, 4, 11, 11
Pastissos i Cultures	Irene	2, 2, (10), 3, 3, 3, (10), 11, 13, 11, 4, 4, 8, 11, 13, 11, 13, 11, 13, 11, 13, 13, 11, 13, 13 (10), 11, 13, 11, 13, 11, 13, 11, 13, 11, 13, 13
El Bar de l'Institut	Alícia	10, 1, 2, 3, 3, 12, 9, 3, 3, 12, 3, 4, 4, 8, 6, 11, 4, 4, 11, 8, 13
El Parc de les Aus	Georgina	2, 4, 10, 11, 13, 8, 12, 13
Vols econòmics	Síbila i Carina	1, 2, 3, 4, 10, 11, 11, 12, 13, 13, 13, 13, 12, 13, 4, 6, 8, 8, 8,
Les llaunes de conserves	Ada i Hilda	1, 2, 3, 4, 11, 10, 6, 8, 8, 12, 13
Companyies de vols econòmics	Max i Raimon	1, 2, 3, 11, 4, 11, 8, 12, 13, 13
El pàrquing al voltant de l'institut	Carol i Almudena	1, 1, 2, 3, 10, 11, 3, 4, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 13, 3, 11, 12, 13, 13, 3, 4, 11, 12, 13, 11, 4, 3, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 13, 3, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 13, 3, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 13, 13, 14
Les llaunes de conserves	Carmelo i Wenceslao	1, 2, 10, 3, 4, 6, 11, 12, 11, 13, 8, 13, 3, 4, 11, 12, 11, 10, 13, 8, 13, 14
La despesa de l'aigua	Roldan, Gustau, Damià	1, 2, 10, 8, 11, 12, 13, 13, 10, 8, 11, 12, 13, 13, 10, 11, 12, 13, 10, 8, 11, 12, 6, 13, 10, 8, 4, 11, 12, 8, 11, 12, 13, 10, 3, 4, 8, 8, 11, 12, 10, 8, 11, 12
El Pàrquing	Mar, German i Heribert,	1, 1, 3, 10, 11, 10, 4, 11, 12, 10, 3, 8, 11, 10, 11, 10, 11
Les tarifes Renfe i ATM	Mateu, Camila, Imma	2, 10, 3, 3, 3, 3, 2, 4, 4, 8, 4, 8, 8, 11, 11, 11, 13, 8, 11, 13, 11, 11, 11, 13, 13, 9, 11, 11, 11, 13, 10, 11, 11, 13, 10, 11, 11, 13, 13

K.6 Resultats de les anàlisis de la competència en comunicació d'idees matemàtiques

Competència 1.- Ser capaç de fer us explícit de representacions d'objectes matemàtics i la seva interpretació en el model.

En aquesta competència podem distingir diferents subcompetències. A cada subcompetència podem reconèixer diferents nivells d'assoliment. Aquestes subcompetències i nivells d'assoliment són els que mostrem a la taula K.40

Taula K.40. *Representació d'objectes matemàtics*

Subcompetències	Nivells d'assoliment
Mostrar indicis de reflectir i interpretar amb claredat els objectes matemàtics que apareixen al model.	1.- Mostra indicis de veure els objectes matemàtics associats al problema de forma coherent. 2.- A més fa interpretacions dels objectes matemàtics de forma concisa i clara.
Representar i interpretar amb un cert grau de precisió les variables que intervenen en el model i les seves relacions.	1.- Es volen dir coses interessants, i es diuen de debó. Fa bon ús de les gràfiques. 2.- Valora les relacions entre variables i interpreta bé.
Mostrar de forma adient, un bon sistema de relacions entre objectes matemàtics associats al model.	1.-Estableix relacions entre objectes matemàtics que explica. 2.-Les relacions entre els objectes matemàtics són bones i justifiquen la seqüència organitzativa de tot el treball amb explicacions adients. Diu el que fa i mostra com ho fa.
Representar de forma precisa les relacions entre realitat i objectes matemàtics associats al llarg de tot el treball.	1.- En la globalitat del treball (no només en un lloc) mostra relacions acurades entre realitat i objectes matemàtics.
Manifestar judicis adients per a mostrar informacions rellevants del model.	1.- Afegeix al ppt elements matemàtics o del model no previstos. 2.- Fa judicis acurats per a mostrar informacions rellevants sobre el model.

Els resultats de l'anàlisi de la competència de representar objectes matemàtics pels alumnes del grup d'estudi (GE) estan recollits a la taula K.41

Taula K.41. Representació d'objectes matemàtics del grup d'estudi GE

Subcompetència	Mohamed <i>El parc de les aus (a)</i>	Fatima Ruth. <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	Irene Pastissos i cultures	Alicia. <i>El bar de l'institut</i>	Georgina. <i>El parc de les aus (b)</i>
Mostrar indicis de reflectir i interpretar amb claredat els objectes matemàtics que apareixen al model.	1	1	2	1	1
Representar i interpretar amb un cert grau de precisió les variables que intervenen en el model i les seves relacions.	1	0	2	1	1
Mostrar de forma adient, un bon sistema de relacions entre objectes matemàtics associats al model.	1	0	1	1	1
Representar de forma precisa les relacions entre realitat i objectes matemàtics associats al llarg de tot el treball.	1	0	1	1	1
Manifestar judicis adients per a mostrar informacions rellevants del model.	0	0	0	0	0

Taula K.42. Representació d'objectes matemàtics del grup de contrast GC2

Subcompetència	Sibila i Carina. <i>Les companyies de vol econòmic</i>	Ada i Hilda. <i>Les llaunes de conserves</i>	Raimon i Max. <i>Vols econòmics</i>	Carol, Almudena <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>
Mostrar indicis de reflectir i interpretar amb claredat els objectes matemàtics que apareixen al model.	2	2	2	1
Representar i interpretar amb un cert grau de precisió les variables que intervenen en el model i les seves relacions.	2	2	2	1
Mostrar de forma adient, un bon sistema de relacions entre objectes matemàtics associats al model.	2	0	1	1
Representar de forma precisa les relacions entre realitat i objectes matemàtics associats al llarg de tot el treball.	1	1	1	1
Manifestar judicis adients per a mostrar informacions rellevants del model.	0	0	0	0

Taula K.43. Representació d'objectes matemàtics del grup de contrast GC4

Subcompetència	Carmelo i Wenceslao. <i>Optimització de llaunes de conserves</i>	Roldan Gustau i Damià. <i>La despesa de l'aigua</i>	Mar, Heribert i German. <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	Mateu, Camila i Imma. <i>Sistemes tarifaris de Renfe i ATM</i>
Mostrar indicis de reflectir i interpretar amb claredat els objectes matemàtics que apareixen al model.	1	1	1	1
Representar i interpretar amb un cert grau de precisió les variables que intervenen en el model i les seves relacions.	2	2	2	2
Mostrar de forma adient, un bon sistema de relacions entre objectes matemàtics associats al model.	1	1	0	2
Representar de forma precisa les relacions entre realitat i objectes matemàtics associats al llarg de tot el treball.	1	1	1	1
Manifestar judicis adients per a mostrar informacions rellevants del model.	0	0	0	0

Competència 2.- Ser capaç de descodificar formalismes mitjançant l'ús de sistemes de signes matemàtics adients.

Les subcompetències que distingirem i els seus diferents nivells d'assoliment són els que mostrem a la taula K.44

Taula K.44. *Descodificació de formalismes*

Subcompetències	Indicadors de l'acció comunicativa
Explicitar i assumir les accions de descodificació en el model, transmetent aquest procés de manera coherent.	<ul style="list-style-type: none"> 1. - Interpretar i justificar els canvis de codis. 1.- Explicitar i assumir en 1a persona les accions de descodificació de manera que es transmet (sobretot a la conclusió) la comprensió del moment decodificador del treball .
Descodificar amb precisió i correcció interpretativa, fent servir els sistemes de signes adients.	<ul style="list-style-type: none"> 1.- Quan fa descodificacions matemàtiques, ho fa de forma acurada i ben expressada 2.- Les formes matemàtiques usades són correctes i amb bones relacions interpretatives.
Mostrar exemples de manera sistemàtica en els moments de descodificació.	<ul style="list-style-type: none"> 1.- Sap col.locar exemples acompanyant idees matemàtiques en el moment de descodificació de forma sistemàtica.
Separar amb coherència els objectius del problema, i justificar el procés de descodificació de manera adient. Si es possible, més enllà de identificar els instruments matemàtics emprats.	<ul style="list-style-type: none"> 1.- Separa coherentment els objectius del problema i al final explica l descodificació realitzada dels càlculs de forma clara i contundent. 2.- A més explicita els elements matemàtics emprats més enllà de simples procediments de càlcul. I fa veure la seva importància en la resolució del model. 3.- Els exemples que es posen il.lustren el que és realment important en la descodificació.
Expressar amb fidelitat i precisió els elements de descodificació rellevants per a captar el model. En la mesura del possible saber explicitar la distinció entre particularització i generalització a la comprensió del model.	<ul style="list-style-type: none"> 1.- Expressa amb fidelitat i cura, elements de descodificació rellevants per a copsar el model. 2.- Afegeix rangs de precisió. Identifica objectius lligats amb la descodificació del procés modelitzador. Distingeix el particular del general de forma adient. 3.- Sap integrar coneixements diferents del procés de descodificació.

Els resultats de l'anàlisi de la competència de descodificar formalismes del grup d'estudi els veiem a la taula K.45.

Taula K.45. Descodificació de formalismes del grup d'estudi GE

Subcompetències	Mohamed <i>El parc de les aus</i>	Fatima i Ruth <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	Irene <i>Pastissos i cultures</i>	Alicia <i>El bar de l'institut</i>	Georgina <i>El parc de les aus</i>
Explicitar i assumir les accions de descodificació en el model, transmetent aquest procés de manera coherent.	0	0	1	1	1
Descodificar amb precisió i correcció interpretativa, fent servir els sistemes de signes adients.	1	0	1	1	1
Mostrar exemples de manera sistemàtica en els moments de descodificació.	1	0	1	0	1
Separar amb coherència els objectius del problema, i justificar el procés de descodificació de manera adient. Si és possible, més enllà de identificar els instruments matemàtics emprats.	0	0	2	0	0
Expressar amb fidelitat i precisió els elements de descodificació rellevants per a captar el model. En la mesura del possible saber explicar la distinció entre particularització i generalització a la comprensió del model.	0	0	0	0	0

Taula K.46. Descodificació de formalismes del grup de contrast GC2

Subcompetències	Sibila i Cristina <i>Carina Les companyies de vol econòmic</i>	Ada i Hil-da <i>Les llaunes de conserves</i>	Raimon i Max. <i>Vols econòmics</i>	Almudena <i>Carol. El pàrquing al voltant de l'institut</i>
Explicitar i assumir les accions de descodificació en el model, transmetent aquest procés de manera coherent.	1	1	1	1
Descodificar amb precisió i correcció interpretativa, fent servir els sistemes de signes adients.	2	2	2	1
Mostrar exemples de manera sistemàtica en els moments de descodificació.	1	1	1	1
Separar amb coherència els objectius del problema, i justificar el procés de descodificació de manera adient. Si és possible, més enllà de identificar els instruments matemàtics emprats.	1	0	2	1
Expressar amb fidelitat i precisió els elements de descodificació rellevants per a captar el model. En la mesura del possible saber explicar la distinció entre particularització i generalització a la comprensió del model.	0	1	0	0

Taula K.47. Descodificació de formalismes del grup de contrast GC4

Subcompetències	Carmelo i Wenceslao. <i>Optimització de llaunes de conserves</i>	Roldan, Gustau i Damià <i>La despesa de l'aigua</i>	Mar Heribert i Gustau <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	Mateu, Camila i Imma. <i>Sistemes tarifaris de Renfe i ATM</i>
Explicitar i assumir les accions de descodificació en el model, transmetent aquest procés de manera coherent.	1	1	1	1
Descodificar amb precisió i correcció interpretativa, fent servir els sistemes de signes adients.	2	2	2	1
Mostrar exemples de manera sistemàtica en els moments de descodificació.	0	1	0	1
Separar amb coherència els objectius del problema, i justificar el procés de descodificació de manera adient. Si és possible, més enllà de identificar els instruments matemàtics emprats.	1	0	0	0
Expressar amb fidelitat i precisió els elements de descodificació rellevants per a captar el model. En la mesura del possible saber explicar la distinció entre particularització i generalització a la comprensió del model.	1	0	0	0

Competència 3.- Ser capaç de fer servir registres diferenciats a les explicacions del procés de modelització.

Les subcompetències que distingirem i els seus diferents nivells d'assoliment són els que mostrem a la taula K.48.

Taula K.48. Ús de registres diferenciats

Subcompetències	Indicadors de l'acció comunicativa
Reconèixer argumentacions associades als registres utilitzats, de manera que expliquin de manera comprensiva moments (al menys un d'ells) claus del model.	1.- Fa referències a dibuixos per donar informacions en lloc de frases. Posa un percentatge en lloc d'una frase, parla donant una idea que es veu amb un dibuix o taula.
Fer servir registres diferents de manera adient, amb esforç per a esgotar les possibilitats de fer-ho. En especial, fer servir els registres simbòlics de manera adient.	1.- Usa registres diferents per explicar diversos aspectes del treball i quan ho fa, sempre està bé. 2.- Quan es fan representacions diferents es cuida d'esgotar possibilitats. Per exemple, es posen percentatges en les gràfiques, es posen bé els valors dels diagrames...
Fer servir registres diferents per posar en evidència l'organització del treball realitzat per tal d'explicar millor el model.	1.- Reconeix les diferents parts del treball i com es relacionen. 2.- L'índex compleix la missió de comunicar l'esquema de model realitzat. 3.- Estructura hipertextual.
Expressar amb claredat l'estructura del procés realitzat relacionant els registres corresponents. Més especialment, en l'explicitació dels objectius i conclusions.	1.- Trasllada convenientment representacions per a mostrar idees importants del model. Més enllà de simplement fer un dibuix al costat del text diu coses del tipus "Aqui podeu veure..." al llarg de tot el treball i no només en una transparència. 2.- A més, per mostrar les conclusions, usa formes i registres diferents, reconeixent el valor de la informació que ofereix cada un.
Fer servir registres diferents associats als diferents moments del procés de modelització. Expressar el seu significat i valor	1.- Usa registres diferents per a mostrar processos que indiquen característiques dels moments de modelització i expressa el seu significat i valor.

Taula K.49. Ús de registres diferenciats grup d'estudi GE

Subcompetències	Mohamed <i>El parc de les aus</i>	Fatima i Ruth <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	Irene Pastissos <i>i cultures</i>	Alicia El bar de l'institut	Georgina. <i>El parc de les aus</i>
Reconèixer argumentacions associades als registres utilitzats, de manera que expliquin de manera comprensiva moments (al menys un d'ells) claus del model.	1	1	1	0	1
Fer servir registres diferents de manera adient, amb esforç per a esgotar les possibilitats de fer-ho. En especial, fer servir els registres simbòlics de manera adient.	2	0	1	1	1
Fer servir registres diferents per posar en evidència l'organització del treball realitzat per tal d'explicar millor el model.	0	0	0	0	0
Expressar amb claredat l'estructura del procés realitzat relacionant els registres corresponents. Més especialment, en l'explicitació dels objectius i conclusions.	0	0	1	1	1
Fer servir registres diferents associats als diferents moments del procés de modelització. Expressar el seu significat i valor	0	0	0	0	0

Taula K.50. Ús de registres diferenciats grup de contrast GC2

Subcompetències	Sibila i Carina. <i>Les companyies del vol econòmic</i>	Ada i Hilda. <i>Les llaunes de conserves</i>	Raimon i Max. <i>Vols econòmics</i>	Almudena, Carol. <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>
Reconèixer argumentacions associades als registres utilitzats, de manera que expliquin de manera comprensiva moments (al menys un d'ells) claus del model.	1	1	1	1
Fer servir registres diferents de manera adient, amb esforç per a esgotar les possibilitats de fer-ho. En especial, fer servir els registres simbòlics de manera adient.	2	1	1	1
Fer servir registres diferents per posar en evidència l'organització del treball realitzat per tal d'explicar millor el model.	1	0	1	0
Expressar amb claredat l'estructura del procés realitzat relacionant els registres corresponents. Més especialment, en l'explicitació dels objectius i conclusions.	1	1	1	1
Fer servir registres diferents associats als diferents moments del procés de modelització. Expressar el seu significat i valor	0	1	0	0

Taula K.51. Ús de registres diferenciats grup de contrast GC4

Subcompetències	Carmelo i Wenceslao. <i>Optimització de llaunes de conserves</i>	Roldan, Gustau i Damià. <i>La despesa de l'aigua</i>	Mar, Heribert i German. <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	Mateu, Camila i Imma. <i>Sistemes tarifaris de Renfe i ATM</i>
Reconèixer argumentacions associades als registres utilitzats, de manera que expliquin de manera comprensiva moments (al menys un d'ells) claus del model.	1	1	1	1
Fer servir registres diferents de manera adient, amb esforç per a esgotar les possibilitats de fer-ho. En especial, fer servir els registres simbòlics de manera adient.	1	2	1	2
Fer servir registres diferents per posar en evidència l'organització del treball realitzat per tal d'explicar millor el model.	1	0	0	1
Expressar amb claredat l'estructura del procés realitzat relacionant els registres corresponents. Més especialment, en l'explicitació dels objectius i conclusions.	1	0	0	1
Fer servir registres diferents associats als diferents moments del procés de modelització. Expressar el seu significat i valor	0	0	0	0

Competència 4.- Ser capaç d'aplicar tècniques i principis adients i explicitar-los de manera adient.

Les subcompetències que distingirem i els seus diferents nivells d'assoliment són els que mostrem a la taula K.52.

Taula K.52. *Tècniques*

Subcompetències	Indicadors de l'acció comunicativa
Explicitar els procediments matemàtics i el seu interès per la descripció del model..	1.- Explicita els procediments matemàtics en el seu just interès per a la descripció del model. No es queda només en la mera enunciació de tècniques.
Fer servir operacions, càlculs, i principis correctes i variats per a la justificació del model.	1.- Usa operacions i càlculs variats de forma correcta i amb expressió matemàtica correcta. 2.- A més, usa diferents formes matemàtiques per contrastar els resultats. 3.- Fer servir tècniques diferents per resoldre un mateix problema i es valora per què una ha estat millor que l'altra.
Explicitar amb precisió la finalitat de certes tècniques que s'han fet servir en un moment determinat.	1.- Indica acuradament els passos temporals vinculats amb procediments/mètodes matemàtics del procés.
Incorporar a les explicacions del procés, les tècniques utilitzades a cada una de las fases, y sempre que sigui possible introduir exemples adients que mostrin la relació particular-general pròpia del model.	1.- Es mostra el procés de modelització amb les tècniques - mètodes matemàtiques associades sabent explicitar on es fa servir cada una. 2.- A més, els exemples s'adequen en tot moment a explicitar la relació particular/general pròpia del model. 3.- A més s'incorpora una forma explícita de mostrar-ho (diagrama, esquema.
Introduir explicacions que mostrin la rellevància de certes tècniques emprades en el model, per damunt d'altres menys rellevants.	1.- Explicita tècniques utilitzades amb exemples rellevants, de manera que es veuen els elements generals. 2.- Mostra un bon domini de les tècniques matemàtiques associades.

Taula K.53. *Tècniques grup d'estudi GE*

Subcompetències	Mohamed <i>El parc de les aus</i>	Fatima i Ruth <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	Irene <i>Pastissos i cultures</i>	Alicia El <i>bar de l'institut</i>	Georgina. <i>El parc de les aus</i>
Explicitar els procediments matemàtics i el seu interès per la descripció del model..	1	0	1	0	0
Fer servir operacions, càlculs, i principis correctes i variats per a la justificació del model.	1	0	1	1	1
Explicitar amb precisió la finalitat de certes tècniques que s'han fet servir en un moment determinat.	0	1	0	0	0
Incorporar a les explicacions del procés, les tècniques utilitzades a cada una de las fases, y sempre que sigui possible introduir exemples adients que mostrin la relació particular-general pròpia del model.	0	0	1	0	0
Introduir explicacions que mostrin la rellevància de certes tècniques emprades en el model, per damunt d'altres menys rellevants.	0	0	1	0	0

Taula K.54. *Tècniques grup de contrast GC2*

Subcompetències	Sibila i Carina. <i>Les companyies ded vol econòmic</i>	Ada i Hilda. <i>Les llaunes de conserves</i>	Raimon i Max. <i>Vols econòmics</i>	Almudena, Carola El <i>pàrquing al voltant de l'institut</i>
Explicitar els procediments matemàtics i el seu interès per la descripció del model.	1	1	1	1
Fer servir operacions, càlculs, i principis correctes i variats per a la justificació del model.	1	1	1	1
Explicitar amb precisió la finalitat de certes tècniques que s'han fet servir en un moment determinat.	1	0	1	0
Incorporar a les explicacions del procés, les tècniques utilitzades a cada una de las fases, y sempre que sigui possible introduir exemples adients que mostrin la relació particular-general pròpia del model.	0	1	1	0
Introduir explicacions que mostrin la rellevància de certes tècniques emprades en el model, per damunt d'altres menys rellevants.	1	1	1	0

 Taula K.55. *Tècniques grup de contrast GC4*

Subcompetències	Carmelo i Wenceslao. <i>Optimització de llaunes de conserves</i>	Roldan, Gustau i Damia. <i>La despesa de l'aigua</i>	Mar, Heribert i German. <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	Mateu, Camila i Imma. <i>Sistemes tarifaris de Renfe i ATM</i>
Explicitar els procediments matemàtics i el seu interès per la descripció del model.	1	1	1	1
Fer servir operacions, càlculs, i principis correctes i variats per a la justificació del model.	1	1	1	2
Explicitar amb precisió la finalitat de certes tècniques que s'han fet servir en un moment determinat.	0	0	0	1
Incorporar a les explicacions del procés, les tècniques utilitzades a cada una de las fases, y sempre que sigui possible introduir exemples adients que mostrin la relació particular-general pròpia del model.	0	0	0	0
Introduir explicacions que mostrin la rellevància de certes tècniques emprades en el model, per damunt d'altres menys rellevants.	1	1	0	0

Competència 5.- Explicitar el model emprat al llarg del treball fent servir argumentacions matemàtiques adients.

Les subcompetències que distingirem i els seus diferents nivells d'assoliment són els que mostrem a la taula K.56.

Taula K.56. *Argumentacions*

Subcompetències	Indicadors de l'acció comunicativa
Descriure les parts importants del procés fent servir arguments concisos i fonamentant-se amb exemples particulars.	1.- Reflexions argumentades que s'entenen i no es compliquen. Una frase més curta, millor. Usa arguments sobre els exemples particulars per il·lustrar clarament el que es vol afirmar.
Fer servir argumentacions inferencials i comparatives per a expressar i justificar els elements del procés que es descriuen.	1.- Les frases matemàtiques que hi ha estan ben dites i es justifiquen dins la presentació general del model 2.- A més, fa servir inferències de forma adequada. 3.- A més, la generalització es formula i explica a partir dels casos particulars mostrant el procés inductiu generat.
Explicitar les principals idees del procés mitjançant recursos comunicatius estructurats.	1.- Explicita els salts de diapositives per què indiquen salts d'idees. 1.- Hi ha frases que expliquen o justifiquen la seqüència de passos del treball.
Expressar argumentacions adequades que permettin visualitzar el conjunt del procés realitzat i distingir-lo dels elements que l'integren.	1.- Hi ha frases inferencials de forma global, que fan veure el conjunt. Fan referència a un objectiu més ampli que el concret en cada cas. 2.- A més es mostren frases argumentals que volen que qui escolta entengui l'estructura general del treball.
Exposar arguments que posin en evidència els elements claus del procés realitzat.	1.- Identifica raonaments que permeten justificar punts claus del procés modelitzador. 2.- A més procura fer servir explicacions amb arguments basats amb exemples i mostra idea que els exemples són només part d'un cas general. Identifica relacions respecte el fons del problema. 3.- Fa servir un estil argumentatiu tendent a ser formalitzador, planteja raonaments hipotètics, insisteix en rangs de validesa de les afirmacions fetes...Afegeix elements importants del model justificant-los deductivament.

Taula K.57. Argumentacions grup d'estudi GE

Subcompetència	Mohamed <i>El parc de les aus</i>	Fatima i Ruth <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	Irene <i>Pastissos i cultures</i>	Alicia <i>El bar de l'institut</i>	Georgina. <i>El parc de les aus</i>
Descriure les parts importants del procés fent servir arguments concisos i fonamentant-se amb exemples particulars.	1	0	1	0	1
Fer servir argumentacions inferencials i comparatives per a expressar i justificar els elements del procés que es descriuen.	1	0	1	0	1
Explicitar les principals idees del procés mitjançant recursos comunicatius estructurats.	0	0	0	0	0
Expressar argumentacions adequades que permettin visualitzar el conjunt del procés realitzat i distingir-lo dels elements que l'integren.	0	0	1	0	0
Exposar arguments que posin en evidència els elements claus del procés realitzat.	0	0	1	0	0

Taula K.58. Argumentacions grup de contrast GC2

Subcompetència	Sibila i Carina <i>Les companyies ded vol econòmic</i>	Ada i Hilda. <i>Les llaunes de conserves</i>	Raimon i Max. <i>Vols econòmics</i>	Almudena, Carol. <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>
Descriure les parts importants del procés fent servir arguments concisos i fonamentant-se amb exemples particulars.	1	1	1	1
Fer servir argumentacions inferencials i comparatives per a expressar i justificar els elements del procés que es descriuen.	1	0	2	0
Explicitar les principals idees del procés mitjançant recursos comunicatius estructurats.	1	0	1	0
Expressar argumentacions adequades que permettin visualitzar el conjunt del procés realitzat i distingir-lo dels elements que l'integren.	0	0	1	0
Exposar arguments que posin en evidència els elements claus del procés realitzat.	1	1	1	0

Taula K.59. Argumentacions grup de contrast GC4

Subcompetència	Carmelo i Wenceslao. <i>Optimització de llaunes de conserves</i>	Roldan, Gustau i Damià. <i>La despesa de l'aigua</i>	Mar, Heribert i German. <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	Mateu, Camila i Imma. <i>Sistemes tarifaris de Renfe i ATM</i>
Descriure les parts importants del procés fent servir arguments concisos i fonamentant-se amb exemples particulars.	1	1	1	1
Fer servir argumentacions inferencials i comparatives per a expressar i justificar els elements del procés que es descriuen.	1	1	0	1
Explicitar les principals idees del procés mitjançant recursos comunicatius estructurats.	0	0	0	1
Expressar argumentacions adequades que permettin visualitzar el conjunt del procés realitzat i distingir-lo dels elements que l'integren.	0	0	0	1
Exposar arguments que posin en evidència els elements claus del procés realitzat.	0	0	0	1

Competència 6.- Exposar el treball de modelització fent servir eines i recursos adients.

Les subcompetències que distingirem i els seus diferents nivells d'assoliment són els que mostrem a la taula K.60.

Taula K.60. *Eines i recursos*

Subcompetències	Indicadors de l'acció comunicativa
Utilitzar eines visuals diverses a la presentació, oral o escrita, del treball, de manera que fa veure més enllà del que estrictament s'ha presentat.	1.- Es mostra algun element visual que fa veure més enllà del disseny de la presentació del treball realitzat.
Fer servir eines per aconseguir exactitud i precisió en els càlculs i figures.	1.- Fa servir mitjans i eines que donen precisió en els càlculs i figures en els textos i al propi text.
Mostrar generalitat i variabilitat mitjançant recursos adients als moments oportuns del treball.	1.- Incorpora elements que tracten de mostrar generalitat i variabilitat.
Expresar tècnicament la variabilitat del fenomen, més enllà del dossier o ppt, per a mostrar la seva importància. Mostrar las generalitzacions amb tecnologia per a resaltar la seva importància.	1.- Utilitza en algun moment recursos paral·lels al ppt per a mostrar variabilitats. 2.- Sap que és important la variabilitat del fenomen, i ho expressa tècnicament. 3.- Mostra agudeses modelitzadora, i il·lustra generalitzacions amb tecnologia.

Taula K.61. *Eines i recursos grup d'estudi*

Subcompetències	Mohamed <i>El parc de les aus</i>	Fatima i Ruth <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	Irene Pastissos <i>i cultures</i>	Àl·lcia El <i>bar de l'institut</i>	Georgina. <i>El parc de les aus</i>
Utilitzar eines visuals diverses a la presentació, oral o escrita, del treball, de manera que fa veure més enllà del que estrictament s'ha presentat.	0	0	0	0	0
Fer servir eines per aconseguir exactitud i precisió en els càlculs i figures.	0	0	0	0	0
Mostrar generalitat i variabilitat mitjançant recursos adients als moments oportuns del treball.	0	0	1	0	0
Expresar tècnicament la variabilitat del fenomen, més enllà del dossier o ppt, per a mostrar la seva importància. Mostrar las generalitzacions amb tecnologia per a resaltar la seva importància.	0	0	0	0	0

Taula K.62. *Eines i recursos grup de contrast GC2*

Subcompetències	Sibila i Carina. <i>Les compa-nyies ded vol econòmic</i>	Ada i Hilda <i>Les llaunes de conserves</i>	Raimon i Max. <i>Vols econòmics</i>	Almudena, Carol. <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>
Utilitzar eines visuals diverses a la presentació, oral o escrita, del treball, de manera que fa veure més enllà del que estrictament s'ha presentat.	0	0	0	0
Fer servir eines per aconseguir exactitud i precisió en els càlculs i figures.	0	0	0	0
Mostrar generalitat i variabilitat mitjançant recursos adients als moments oportuns del treball.	0	1	0	0
Expresar tècnicament la variabilitat del fenomen, més enllà del dossier o ppt, per a mostrar la seva importància. Mostrar las generalitzacions amb tecnologia per a resaltar la seva importància.	0	0	0	0

Taula K.63. *Eines i recursos grup de contrast GC4*

Subcompetències	Carmelo i Wenceslao. <i>Optimització de llaunes de conserves</i>	Roldan, Gustau i Damià. <i>La despesa de l'aigua</i>	Mar, Heribert i German. <i>El pàrquing al voltant de l'institut</i>	Mateu, Camila i Imma. <i>Sistemes tarifaris de Renfe i ATM</i>
Utilitzar eines visuals diverses a la presentació, oral o escrita, del treball, de manera que fa veure més enllà del que estrictament s'ha presentat.	0	0	0	0
Fer servir eines per aconseguir exactitud i precisió en els càlculs i figures.	1	1	0	1
Mostrar generalitat i variabilitat mitjançant recursos adients als moments oportuns del treball.	0	0	0	0
Expresar tècnicament la variabilitat del fenomen, més enllà del dossier o ppt, per a mostrar la seva importància. Mostrar las generalitzacions amb tecnologia per a resaltar la seva importància.	0	0	0	0

Apèndix L

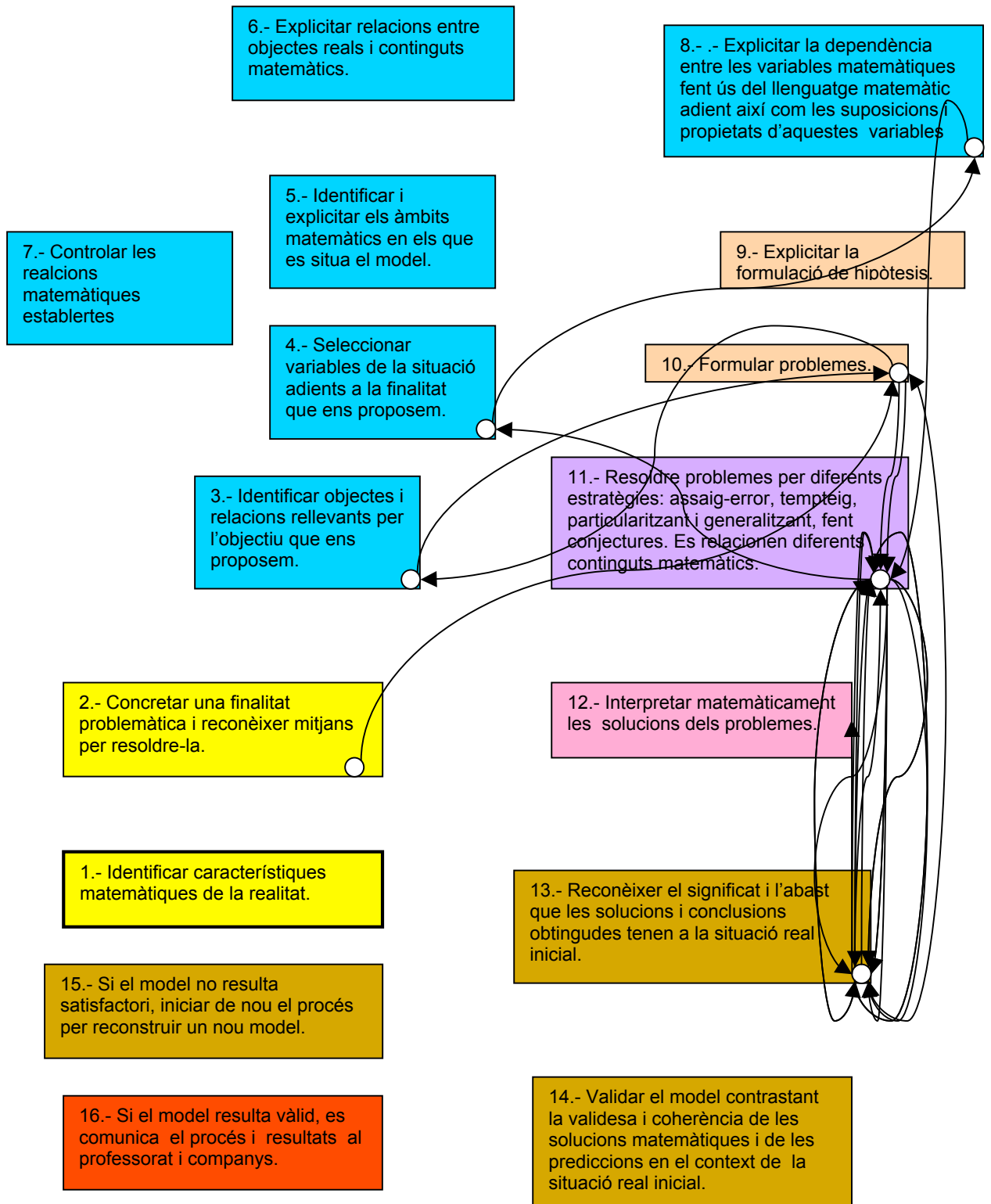
Anàlisi procés de modelització

L Anàlisi procés de modelització

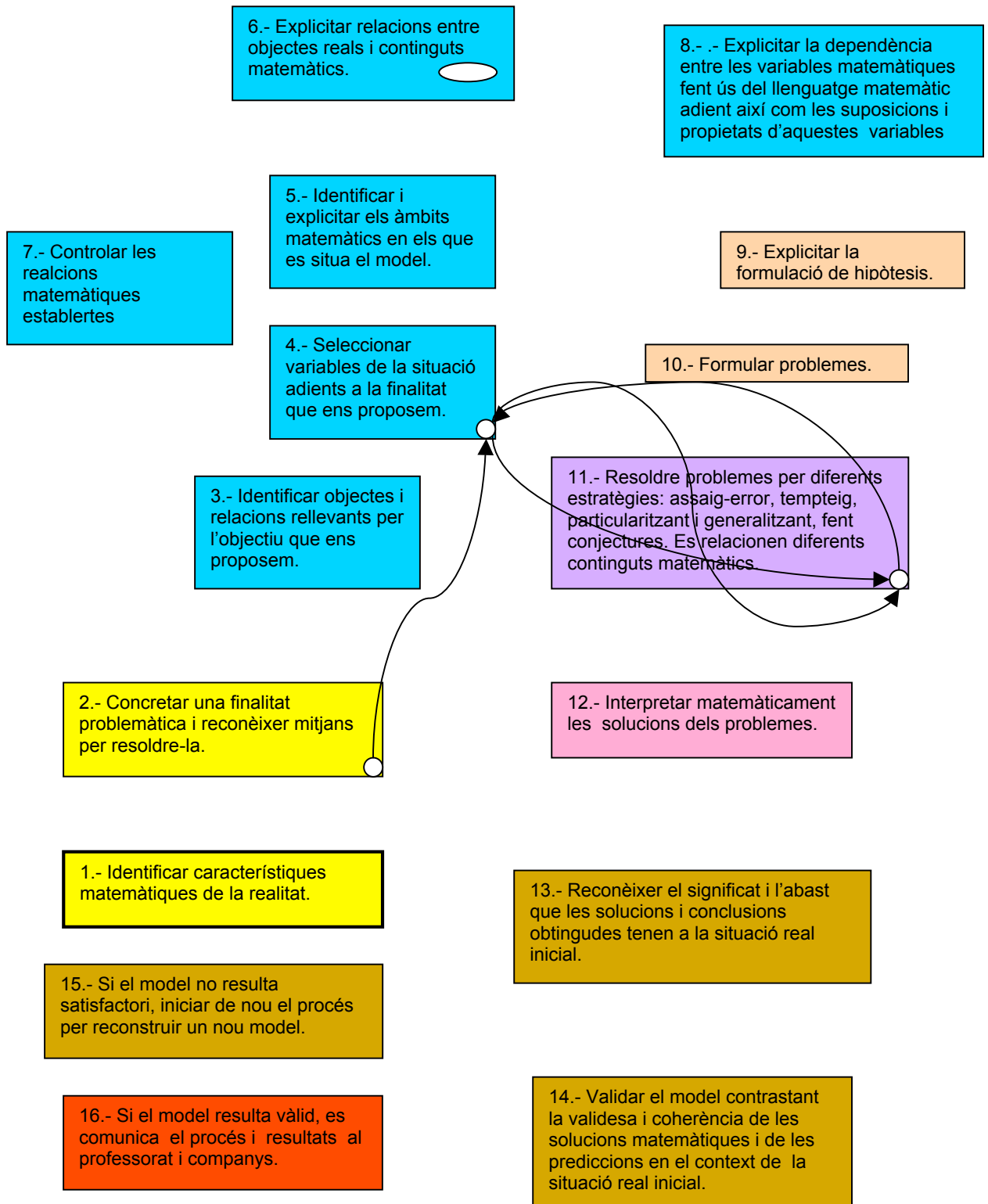
L.1 Introducció

Presentem les anàlisis del procés de modelització seguit per alguns alumnes del grup d'estudi (GE). Les anàlisis s'han realitzat mirant per quins passos i en quina seqüència s'ha desenvolupat el procés seguit pels alumnes. El procés de referència és el que s'ha presentat a la figura 6.3.

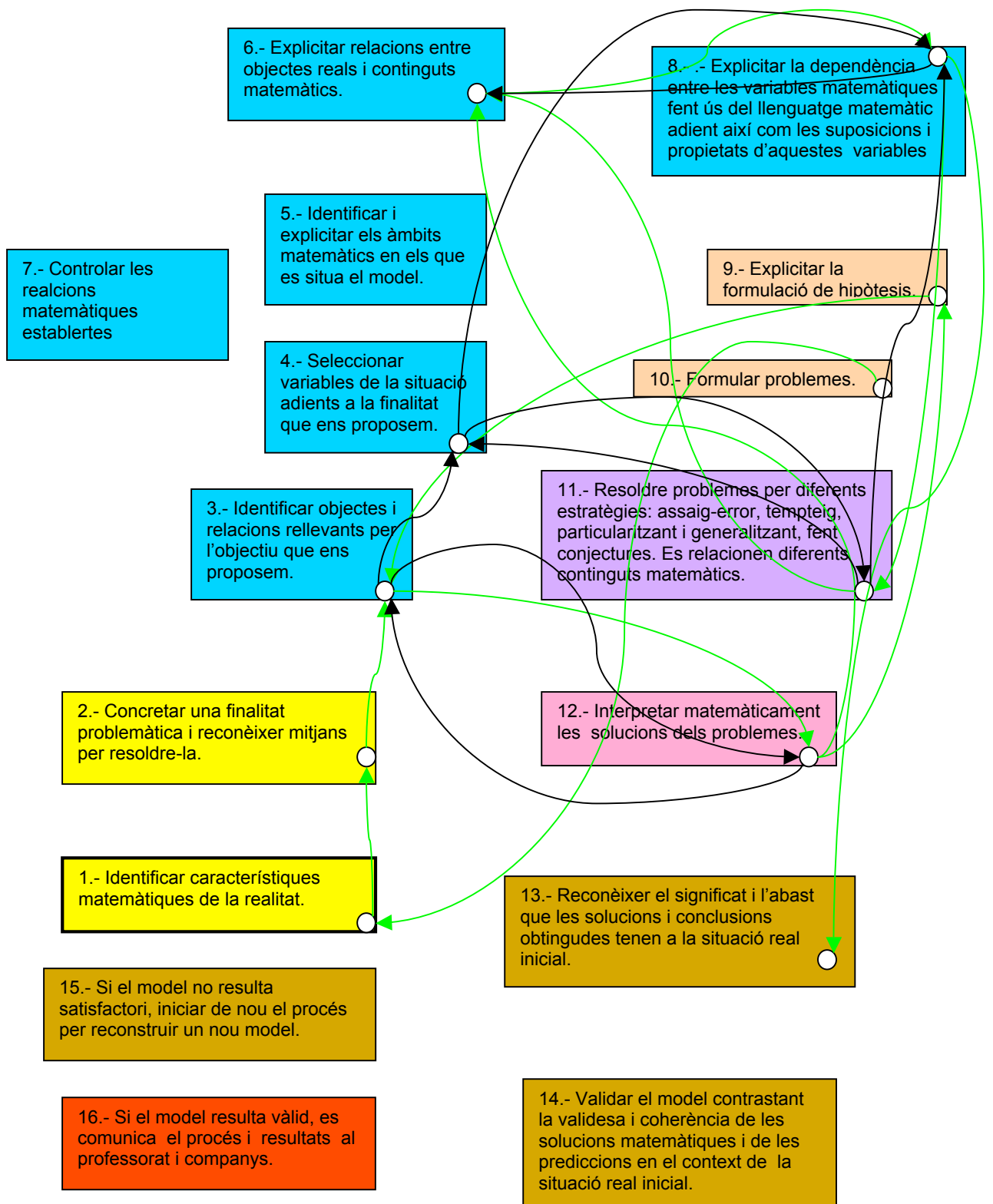
Anàlisi del procés de modelització de Irene a partir del projecte



Anàlisi del procés de modelització de Fatima i Ruth a partir del projecte



Anàlisi del procés de modelització de Àlicia a partir del projecte



Anàlisi del procés de modelització de Mohamed a partir del projecte

