

Capítulo 6

Estimación núcleo y métodos de posicionamiento de los países

6.1. Introducción

En el capítulo 4 se ha descrito como estimar la estructura de tipos de interés asociada a una frecuencia temporal, en este caso la semana, y para cada uno de los seis países analizados. Para representar el comportamiento semanal de la estructura de tipos de interés se han seleccionado varios plazos: tipo de interés instantáneo, que equivale a la suma de parámetros ($\beta_0 + \beta_1$) del modelo de Nelson y Siegel, a tres meses, a un año, a cinco años, a diez años, a quince años y a muy largo plazo, que equivale al parámetro β_0 . Sin embargo, como ya se ha comentado anteriormente, el estudio se centra en el tipo de interés instantáneo, como representativo del corto plazo, y el tipo a quince años, como referente del largo plazo.

Una vez estimados los tipos de interés semanales para un plazo determinado, debe establecerse cuál es la metodología que se utiliza para comparar como han evolucionado éstos a lo largo del período analizado (1992-2004) y en los distintos países. Para ello se puede elegir entre dos formas alternativas. Por un lado, puede suponerse que la evolución de los tipos se ajusta a un modelo paramétrico, sea éste del tipo una tendencia más un error aleatorio distribuido normalmente, un modelo ARIMA, etcétera. Por otro lado, puede suponerse que la evolución de los tipos de interés no se ajusta a ningún patrón de comportamiento, dejando que sea la propia información muestral (en este caso la información semanal estimada) la que dibuje dicha evolución. Esto es lo que se denomina estimación no paramétrica.

En este trabajo se ha optado por realizar una estimación no paramétrica de la evolución de los tipos de interés en cada país, para posteriormente comparar las formas estimadas mediante medidas de distancia entre curvas.¹ En concreto, se utiliza la estimación núcleo de la regresión como método no paramétrico. Se ha descartado la opción paramétrica por varios motivos. El primero es que la evolución de los tipos no posee una forma fácil de ajustar con un único modelo paramétrico, es decir, no puede plantearse el ajuste de un único modelo sencillo a lo largo del período considerado (existen cambios de tendencia, cambios en la dispersión, etcétera). La segunda dificultad está en cómo comparar dos modelos paramétricos que pueden ser distintos, para obtener una matriz de distancias entre países. Una tercera dificultad es la posible falta de flexibilidad en la especificación paramétrica, que puede traducirse en una pérdida de información relevante en el cálculo de las distancias.

Una vez estimada la evolución del tipo de interés para un plazo determinado y calculadas las distancias, se dispone de una matriz de distancias entre países. El siguiente paso consiste en analizar e interpretar los resultados de dicha matriz. Para ello se realiza el análisis de coordenadas principales. Este análisis es similar al de componentes principales, pero en lugar de utilizar una matriz de varianzas y covarianzas entre variables cuantitativas, parte de una matriz de distancias entre casos, la cual puede calcularse bajo criterios cuantitativos o de tipo cualitativo.

A continuación, en la segunda sección se describe en que consiste la estimación núcleo de la regresión, sus propiedades y como se selecciona el grado de alisamiento de los datos. Posteriormente, en la sección tercera, dada la importancia de la volatilidad cuando se trata de tipos de interés, se muestra como se obtiene la estimación núcleo de la varianza de los tipos. En la cuarta sección se define el concepto de distancias entre curvas, que permiten obtener las matrices de distancias entre países. Finalmente, en la quinta sección, se detalla en que consiste el análisis de coordenadas principales. Los resultados obtenidos con los distintos métodos descritos se presentan en el capítulo 7 de esta tesis doctoral.

6.2. Estimación núcleo de la tendencia

Sea z una variable aleatoria que representa el tipo de interés al contado, se supone que esta variable puede expresarse como:

¹ Se considera forma estimada a la estimación que se realiza mediante métodos no paramétricos de la evolución del tipo de interés para un determinado vencimiento y país.

$$z_t = m(t) + \varepsilon_t, \tag{1}$$

donde $m(t) = E(z | t)$ y ε_t es un error aleatorio.

Dada una muestra de pares de observaciones independientes (z_s, s) , donde z_s es el tipo de interés observado en el momento s (en este caso semana), el estimador de Nadaraya-Watson de $m(t)$ es:²

$$\hat{m}(t) = \frac{\sum_{s=1}^S z_s K\left(\frac{s-t}{h}\right)}{\sum_{s=1}^S K\left(\frac{s-t}{h}\right)}, \tag{2}$$

donde S hace referencia al número de períodos (semanas) observados, la función $K(\cdot)$ se denomina núcleo de la estimación y h es el parámetro de alisamiento.

La función núcleo de la estimación suele coincidir con una función de densidad simétrica y acotada o asintóticamente acotada. Algunos ejemplos de funciones de densidad que pueden utilizarse como núcleo en la estimación son:

Nombre	Función de densidad
Uniforme	$\frac{1}{2} \mathbf{1}_{\{ x <1\}}$
Triangular	$(1- x) \mathbf{1}_{\{ x <1\}}$
Epanechnikov	$\frac{3}{4}(1-x^2) \mathbf{1}_{\{ x <1\}}$
Biweight	$\frac{15}{16}(1-x^2)^2 \mathbf{1}_{\{ x <1\}}$
Triweight	$\frac{35}{32}(1-x^2)^3 \mathbf{1}_{\{ x <1\}}$
Normal	$(2\pi)^{-1/2} \exp\left(\frac{-x}{2}\right)$

² Nadaraya (1964) y Watson (1964).

La selección de una función núcleo u otra no afecta, prácticamente, a los resultados, lo que ocurre es que las propiedades de continuidad y derivabilidad del núcleo se traspasan a la curva estimada $\hat{m}(t)$.

La selección del parámetro de alisamiento h , también denominado ventana, sí que afecta significativamente a la curva estimada. Por ello se tratará posteriormente de forma más detallada en esta misma sección.

A continuación, se apuntan las propiedades de la estimación núcleo de la regresión en muestra finita. Hay que indicar, que en muestra finita cualquier estimador no paramétrico es sesgado, aunque dicho sesgo tiende a cero a medida que incrementa el tamaño muestral. En primer lugar, se analiza el sesgo y, posteriormente, la varianza. Ambos resultados se demuestran en Wand y Jones (1995) para el estimador de núcleo de polinomios locales, del cual el estimador de Nadaraya-Watson es un caso particular.

6.2.1. Propiedades de la estimación

Las propiedades de la estimación núcleo de la regresión se demuestran en Wand y Jones (1995), tanto para lo que se denomina diseño fijo como para un diseño aleatorio. La diferencia entre el diseño fijo y el aleatorio radica en el tipo de variable que se utiliza como explicativa en la regresión. El diseño fijo supone que la explicativa no es una variable aleatoria y toma valores conocidos de antemano, al contrario que lo que sucede si el diseño es aleatorio. En este caso, únicamente describimos los resultados para el diseño fijo, que es el que se da en este trabajo, dado que la variable explicativa es el momento prefijado t .

Los resultados dados para el sesgo y la varianza de la estimación núcleo de la regresión se obtienen bajo el supuesto de que los errores ε_t son independientes e igualmente distribuidos. En el caso de la variable tipo de interés este supuesto podría ser cuestionado. Posteriormente, se analiza como afecta la falta de independencia de los errores a las propiedades de la estimación.

Suponiendo que segunda derivada de la función $m''(t)$ existe y es continua y, además, el parámetro de alisamiento cumple:

$h \rightarrow 0$ y $nh \rightarrow \infty$ cuando $n \rightarrow \infty$,

se deduce que el sesgo de la estimación es:

$$E(\hat{m}(t)) - m(t) \approx \frac{h^2}{2} \sigma_k^2 m''(t) \quad (3)$$

y su varianza corresponde a:

$$\text{Var}(\hat{m}(t)) \approx \frac{1}{nh} R(K). \quad (4)$$

En estas dos últimas expresiones, σ_k^2 es el momento de segundo orden asociado a la función núcleo, que es una función de densidad, y $R(K)$ equivale a:

$$R(K) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(x)^2 dx.$$

De las expresiones del sesgo y la varianza pueden deducirse varios resultados. En primer lugar, el sesgo en un punto t depende directamente del valor $m''(t)$. Esto significa que la estimación núcleo ajusta peor en los puntos máximos y mínimos de la curva y en las zonas cercanas a estos. En segundo lugar, se observa como el sesgo está directamente relacionado con el valor de la ventana y la varianza, sin embargo, está inversamente relacionada con dicho valor. Ello implica que cuando se plantea calcular h es necesario encontrar un valor de equilibrio, que minimice el sesgo y la varianza de forma conjunta.³

Mediante la suma de la varianza y el sesgo al cuadrado, se obtiene una aproximación del error al cuadrado medio:

$$ECM(t) \approx \frac{1}{nh} R(K) + \frac{h^4}{4} (\sigma_k^2 m''(t))^2. \quad (5)$$

³ Los valores aproximados que se apuntan para el sesgo y la varianza son válidos en un punto t del interior de la curva. Cuando se trata de un punto t próximo a un extremo, aunque la varianza se reduce, el sesgo es mayor (véase Wand y Jones, 1995).

El sesgo y la varianza expresados en (3) y (4), respectivamente, se obtienen bajo el supuesto de que los errores ε_t son independientes. Como ya se ha señalado anteriormente, este supuesto puede ser cuestionable, dado que es lógico pensar que el tipo de interés en un momento t está autocorrelacionado con los tipos de interés en períodos anteriores. Por ello, se ha considerado oportuno analizar las propiedades de la estimación núcleo de la regresión cuando no se da el supuesto de independencia entre los errores.

Altman (1990) demuestra que el sesgo de la estimación no se modifica y sigue aproximándose mediante la expresión (3), aún habiendo autocorrelación en los errores. Sin embargo, la varianza pasa a expresarse como:

$$\text{Var}(\hat{m}(t)) \approx \frac{1}{nh} R(K)(1 + 2S_\rho), \quad (6)$$

donde S_ρ se corresponde con la suma de las autocorrelaciones de orden p , con $p= 1,2,3,\dots$. De modo que si todas las autocorrelaciones son positivas, la varianza del estimador núcleo queda multiplicada por un número superior a la unidad.

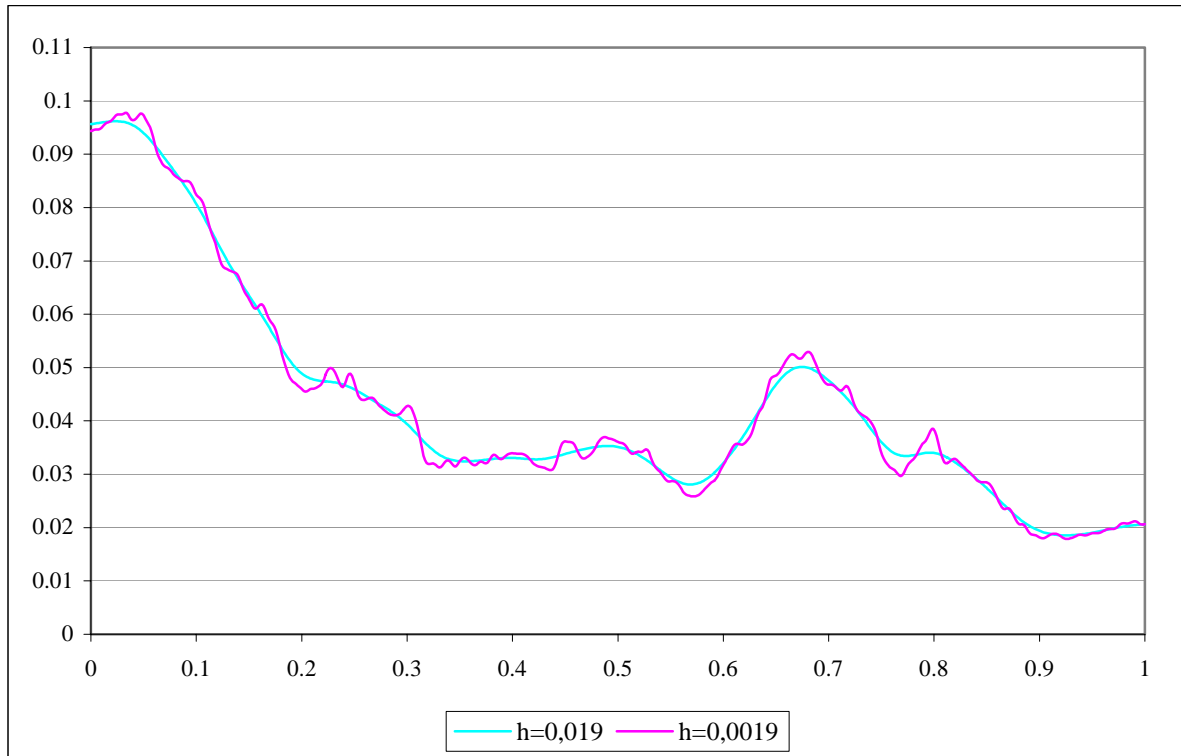
6.2.2. Selección del parámetro de alisamiento

La selección del parámetro de alisamiento o ventana puede realizarse de una forma subjetiva, analizando visualmente los resultados de la estimación o, por el contrario, puede realizarse utilizando criterios objetivos de optimización.

Para ejemplificar como afecta a la estimación núcleo la selección de un valor de la ventana u otro, en el gráfico 1 se muestra la función de regresión estimada con dos parámetros de alisamiento h distintos. Se observa que cuando la ventana es menor la curva estimada es menos alisada.

Los métodos de selección basados en criterios de optimización pueden dividirse en dos grandes grupos: métodos *plug-in* y métodos basados en la minimización de un error estimado.

Gráfico 1. Estimación núcleo de la tendencia del tipo de interés a corto plazo ($\beta_0 + \beta_1$) en Alemania.



De forma resumida, los métodos *plug-in* consisten en despejar el valor del parámetro de alisamiento h de la ecuación correspondiente al error al cuadrado medio integrado mínimo. Integrando la expresión (5) se obtiene que el error al cuadrado integrado se aproxima como:

$$ECMI(t) \approx \int_0^1 \left(\frac{1}{nh} R(K) + \frac{h^4}{4} (\sigma_k^2 m''(t))^2 \right) dt = \frac{1}{nh} R(K) + \frac{h^4}{4} (\sigma_k^2)^2 \int_0^1 (m''(t))^2 dt, \quad (7)$$

donde t , por conveniencia, se define en el intervalo $[0,1]$. Esto no afecta al resultado de la estimación núcleo, simplemente se trataría de un cambio de escala. Para minimizar la expresión (7) respecto h se calcula la primera derivada y se iguala a cero. Despejando h de la ecuación resultante, se obtiene:

$$h = \left(\frac{R(K)}{(\sigma_k^2)^2 \int_0^1 (m''(t))^2 dt} \right)^{\frac{1}{5}} n^{-\frac{1}{5}}. \quad (8)$$

El resultado anterior depende de un término desconocido, concretamente se trata del valor de la integral $\int_0^1 (m''(t))^2 dt$. En la práctica, para estimar el valor óptimo de h a partir de ecuación (8) lo que se hace es estimar la integral anterior mediante el estimador de Nadaraya-Watson expresado en la ecuación (2), dando un valor inicial al parámetro de alisamiento.

Otra forma de calcular el valor del parámetro de alisamiento, es mediante la minimización de una medida de error entre la curva estimada y la real. La medida más utilizada es el error al cuadrado integrado, que se expresa como:

$$ECI(\hat{m}, m) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{m}(t) - m(t))^2 dt. \quad (9)$$

El error al cuadrado integrado no puede calcularse directamente, ya que depende del valor de la función teórica $m(t)$. De modo que, la expresión que se minimiza respecto al parámetro de alisamiento es una aproximación de la expresión (9) y equivale a:

$$CV(h) = S^{-1} \sum_{s=1}^S (z_s - \hat{m}_{-s}(s))^2, \quad (10)$$

donde $\hat{m}_{-s}(s)$ es el valor de estimador de Nadaraya-Watson obtenido en la observación s , habiendo suprimido dicha observación de la muestra. La expresión anterior se denomina función de validación cruzada (*cross-validation*).

Los criterios, descritos anteriormente para estimar el valor óptimo del parámetro de alisamiento se desarrollan bajo el supuesto de que los errores ε_t son independientes. Si se supone que el tipo de interés en un momento t está autocorrelacionado con los tipos de interés en períodos anteriores, el valor del parámetro de alisamiento óptimo tiende a ser mayor que bajo el supuesto de independencia. Altman (1990) propone un valor para la función de validación cruzada que tiene en cuenta la autocorrelación entre los errores de la regresión. El proceso de cálculo de dicha función se describe a continuación:⁴

1. Obtener la estimación núcleo de $m(\cdot)$ con un parámetro de alisamiento grande que proporcione un resultado sobrealisado. Calcular los errores de esta estimación.

2. Estimar la matriz de autocorrelaciones S_ρ utilizando los errores calculados anteriormente.
3. Calcular la función de validación cruzada corregida equivalente a:

$$CVG(h) = \frac{S^{-1} \sum_{s=1}^S (z_s - \hat{m}_{-s}(s))^2}{(1 - Tr(WS_\rho))}, \quad (11)$$

donde W es una matriz $n \times n$ con los pesos de la estimación núcleo. En el caso de la aproximación de Nadaraya-Watson, los términos de la matriz W son:

$$w_{ij} = \frac{K(i-j)}{\sum_{s=1}^S K(s-j)} \quad \forall i, j = 1, \dots, S.$$

En esta tesis doctoral se han utilizado varios valores para el parámetro de alisamiento obtenidos con distintos criterios. A medida que el parámetro de alisamiento se reduce, las curvas estimadas, además de la tendencia, recogen comportamientos más específicos de los tipos de interés. Sin embargo, teniendo en cuenta que el objetivo es obtener una matriz de distancias entre países, se ha observado que la ordenación de los países en función de sus distancias estimadas no varía según el grado de alisamiento aplicado. De modo que el valor que definitivamente tome el parámetro h , no afecta excesivamente a las conclusiones del presente estudio.

6.3. Estimación núcleo de la varianza

Además de la tendencia de los tipos de interés, es importante observar la mayor o menor variación en sus niveles. Para ello se mide la dispersión de los tipos en cada momento del tiempo, a la que se le denomina $\sigma_z^2(t)$. La estimación núcleo de la varianza se obtiene teniendo en cuenta que ésta puede expresarse como:

$$\sigma_z^2(t) = E(z^2 | t) - (E(z | t))^2 = E(z^2 | t) - (m(t))^2.$$

⁴ Véase también Bowman y Azzalini (1997, p.144)

El estimador núcleo de la varianza anterior es:

$$\hat{\sigma}_z^2(t) = \hat{E}\left(z^2 | t\right) - \left(\hat{m}(t)\right)^2 = \frac{\sum_{s=1}^S z_s^2 K\left(\frac{s-t}{h}\right)}{\sum_{s=1}^S K\left(\frac{s-t}{h}\right)} - \left(\frac{\sum_{s=1}^S z_s K\left(\frac{s-t}{h}\right)}{\sum_{s=1}^S K\left(\frac{s-t}{h}\right)}\right)^2. \quad (12)$$

Para obtener el estimador propuesto en la expresión (12) se utiliza el mismo parámetro de alisamiento utilizado en la estimación núcleo de la tendencia.

6.4. Distancias entre curvas

El objetivo final de esta tesis doctoral es poder cuantificar las diferencias de los tipos de interés entre países, para valorar si estas diferencias han experimentado importantes variaciones a lo largo del período analizado y, finalmente, contrastar el grado de integración de los mercados financieros. Para cuantificar dichas variaciones, se utilizan medidas que permiten comparar las distintas curvas estimadas en un determinado plazo de tipo de interés. Concretamente, se trata de comparar entre países las curvas que representan la tendencia del tipo de interés a corto y largo plazo.

Una familia muy conocida de distancias entre curvas es la denominada L_p , que se define como:

$$L_p(m_A, m_B) = \int_{-\infty}^{+\infty} (m_A(t) - m_B(t))^p dt.$$

siendo $m_A(\cdot)$ y $m_B(\cdot)$ las curvas asociadas a dos países distintos A y B .

Casos particulares muy conocidos y utilizados en el contexto de análisis de las propiedades de la estimación núcleo son las distancias L_1 y L_2 . La primera equivale a:

$$L_1(m_A, m_B) = \int_{-\infty}^{+\infty} |m_A(t) - m_B(t)| dt$$

y la segunda es:

$$L_2(m_A, m_B) = \int_{-\infty}^{+\infty} (m_A(t) - m_B(t))^2 dt.$$

Concretamente, en este estudio se utiliza la distancia L_2 para comparar las curvas entre dos países. Dado que $m_A(\cdot)$ y $m_B(\cdot)$ son curvas teóricas y desconocidas a priori, se trabaja con las estimaciones núcleo de Nadaraya-Watson, definidas en la expresión (2). La distancia estimada entre dos países equivale a:

$$\hat{L}_2(m_A, m_B) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{m}_A(t) - \hat{m}_B(t))^2 dt. \quad (13)$$

Es difícil encontrar una solución exacta para la integral anterior. Por dicho motivo, al igual que en otros trabajos que presentan ejercicios de simulación y calculan la distancia L_2 a partir de datos simulados, en esta tesis se aproxima el valor de $\hat{L}_2(m_A, m_B)$. Esta aproximación se realiza a partir de una malla de 10.000 valores en el intervalo $[0,1]$, que se corresponde con el dominio que, por conveniencia, se define para las curvas $m(\cdot)$.⁵ De modo que, el valor aproximado para $\hat{L}_2(m_A, m_B)$ y, por tanto, la distancia que finalmente se calcula es:

$$d_{AB}^2 = \hat{L}_2(m_A, m_B) = \frac{1}{10000} \sum_{i=1}^{10000} (\hat{m}_A(i/10000) - \hat{m}_B(i/10000))^2. \quad (14)$$

6.5. Análisis de coordenadas principales

Es conocido que el análisis de componentes principales permite resumir la información contenida en k variables cuantitativas en $c < k$ componentes principales. Para ello, se diagonaliza la matriz de varianzas y covarianzas de las variables y se seleccionan, como dirección de las componentes principales, aquellos vectores propios asociados a los mayores valores propios. Cuando la información disponible es una matriz de distancias entre casos, se plantea un procedimiento similar al realizado con la matriz de varianzas y covarianzas. A este procedimiento se le denomina análisis de coordenadas principales, el cual se describe a continuación y es el aplicado en este trabajo.⁶

Sean n casos C_1, C_2, \dots, C_n entre los cuáles puede calcularse una matriz de distancias simétrica definida como:

⁵ Un ejemplo de aproximación de distancias entre curvas mediante una malla de valores se da en Clements, Hurn y Lindsay (2003).

⁶ Véase, por ejemplo, Cuadras (1991) y Oliva, Bolancé y Díaz (1993).

$$D = \begin{pmatrix} 0 & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{12} & 0 & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{1n} & d_{2n} & \cdots & 0 \end{pmatrix}.$$

La matriz de distancias entre los tipos de interés nominales instantáneos de los seis países analizados en el período 1992-2004 es:⁷

$$D_{6 \times 6} = \begin{pmatrix} 0 & 0,027563 & 0,022452 & 0,030369 & 0,043015 & 0,009198 \\ 0,027563 & 0 & 0,007688 & 0,020678 & 0,025683 & 0,029341 \\ 0,022452 & 0,007688 & 0 & 0,021379 & 0,028559 & 0,024276 \\ 0,030369 & 0,020678 & 0,021379 & 0 & 0,023889 & 0,029433 \\ 0,043015 & 0,025683 & 0,028559 & 0,023889 & 0 & 0,042746 \\ 0,009198 & 0,029341 & 0,024276 & 0,029433 & 0,042746 & 0 \end{pmatrix}.$$

Para obtener las coordenadas principales deben realizarse previamente una serie de cálculos. Sean dos matrices A y B , cuyos elementos son:

$$a_{ij} = -\frac{1}{2}d_{ij}^2 \quad \text{y} \quad b_{ij} = a_{ij} - a_{i.} - a_{.j} + a_{..},$$

donde:

$$a_{i.} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}, \quad a_{.j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{ij} \quad \text{y} \quad a_{..} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}.$$

La matriz B puede expresarse de forma matricial como:

$$B = HAH,$$

donde $H = (I - n^{-1}11')$ es la matriz centradora de datos, siendo I la matriz identidad de orden n y

1 un vector lleno de unos de orden $n \times 1$.

⁷ El orden de los países en la matriz de distancias corresponde a: España, Alemania, Francia, Reino Unido, Estados Unidos e Italia.

Para el ejemplo de matriz de distancias entre países que se ha mostrado anteriormente, la matriz B correspondiente es:

$$B = \begin{pmatrix} 0,0003742 & -0,000118 & -0,000019 & -0,00016 & -0,000417 & 0,0003408 \\ -0,000118 & 0,0001485 & 0,0000905 & -0,000026 & 0,0000651 & -0,00016 \\ -0,000019 & 0,0000905 & 0,0000916 & -0,000069 & -0,000041 & -0,000053 \\ -0,00016 & -0,000026 & -0,000069 & 0,0002281 & 0,0001493 & -0,000123 \\ -0,000417 & 0,0000651 & -0,000041 & 0,0001493 & 0,0006413 & -0,000397 \\ 0,0003408 & -0,00016 & -0,000053 & -0,000123 & -0,000397 & 0,0003921 \end{pmatrix}.$$

Las coordenadas principales se obtienen de la diagonalización de la matriz B . Dicha matriz tiene, al menos, $n-1$ valores propios positivos. El resultado de la diagonalización es:

$$B = T \Lambda T' = (T \Lambda^{1/2})(T \Lambda^{1/2})' = X X',$$

donde $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_r)$ es una matriz diagonal con los $r \leq n-1$ primeros valores propios de B , T es una matriz de orden $n \times r$ con sus r columnas correspondientes a los vectores propios y X es una matriz de orden $n \times r$ cuyas columnas se corresponden con las r coordenadas principales. A continuación, se muestran los valores y vectores propios de la matriz B del ejemplo junto a la matriz de coordenadas principales:

Valores propios:

$$\lambda_1 = 0,001344, \lambda_2 = 0,000314, \lambda_3 = 0,00017, \lambda_4 = 0,000034, \lambda_5 = 0,000014 \text{ y } \lambda_6 = 0.$$

Vectores propios:

$$T_{6 \times 6} = \begin{pmatrix} -0,50941 & -0,048706 & -0,201505 & 0,7285981 & -0,001734 & 0,4082483 \\ 0,1494406 & 0,581794 & 0,1882994 & -0,034868 & -0,660185 & 0,4082483 \\ 0,0069128 & 0,511399 & 0,0706824 & -0,168436 & 0,7337506 & 0,4082483 \\ 0,2115307 & -0,495912 & 0,7284029 & 0,0876027 & 0,0664397 & 0,4082483 \\ 0,6466801 & -0,249606 & -0,5924 & 0,0428816 & 0,0076404 & 0,4082483 \\ -0,505154 & -0,298969 & -0,19348 & -0,655778 & -0,145912 & 0,4082483 \end{pmatrix}.$$

Matriz de coordenadas principales:

$$X_{6 \times 6} = \begin{pmatrix} -0,018672 & -0,000863 & -0,00263 & 0,0042313 & -6,499E-6 & 1,203E-10 \\ 0,0054776 & 0,0103107 & 0,0024575 & -0,000202 & -0,002474 & 1,203E-10 \\ 0,0002534 & 0,0090632 & 0,0009225 & -0,000978 & 0,0027502 & 1,203E-10 \\ 0,0077535 & -0,008789 & 0,0095064 & 0,0005087 & 0,000249 & 1,203E-10 \\ 0,0237036 & -0,004424 & -0,007731 & 0,000249 & 0,0000286 & 1,203E-10 \\ -0,018516 & -0,005298 & -0,002525 & -0,003808 & -0,000547 & 1,203E-10 \end{pmatrix}.$$

Una vez calculados los valores y vectores propios de B debe decidirse cuantas coordenadas principales seleccionar. Los criterios utilizados para ello son similares a los ya conocidos en el análisis de componentes principales. Básicamente, debe garantizarse que el porcentaje de variación explicada sea elevado con el mínimo número de coordenadas principales. El porcentaje de variación explicado por las $c < r$ coordenadas principales se calcula como:

$$\frac{\lambda_1 + \dots + \lambda_c}{\sum_{j=1}^r \lambda_j} \times 100.$$

Continuando con el mismo ejemplo anterior, se obtiene que con las dos primeras coordenadas principales el porcentaje de variación explicada supera el 97%. A continuación, en el gráfico 2, se representan los seis países analizados según las puntuaciones dadas por la primera y segunda coordenada (x_1 y x_2).

Para concluir este capítulo, hay que añadir que en todas las aplicaciones de coordenadas principales que se describen en el capítulo 7, la suma de los dos primeros valores propios representan más del 95% del total de variación explicada.

Gráfico 2. Posición de los países para el tipo de interés a muy corto plazo.

