

*Los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático  
en la educación obligatoria:  
Perspectiva de profesores y alumnos*

Tesis doctoral presentada por:  
*Ana Remesal Ortiz*

Director:  
*Prof. Dr. César Coll Salvador*

Departamento:  
*Psicología Evolutiva y de la Educación  
Facultad de Psicología, UB.*

Programa de Doctorado:  
*Discurso y notación en el aprendizaje escolar.  
Bienio 1997-1999*



*Este trabajo está dedicado a Elvira, quien no tuvo tiempo de hacer su propia tesis.*

*Está presentado también con un profundo agradecimiento a toda mi familia.*

*A la actual, que me ha apoyado durante todo este tiempo.*

*A la futura, por su espera al punto de posponer su existencia.*

*A mis amigos, por su amistad y consejo.*

*Y a la letra d.*

*Seguidamente incluyo, además, un listado de personas del mundo académico sin cuyo cruce en mi camino todo mi trabajo habría sido diferente, así como los nombres de pila de los 132 alumnos y profesores sin cuyas ideas originales el estudio llevado a cabo habría sido simplemente imposible.*

*Por su generosidad incondicional y su confianza en mí.*

Gracias a (*por orden de aparición en el camino*)

Al **Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación** de la Facultad de Psicología de la Universidad de Barcelona, por el apoyo material y humano y el amparo institucional para y durante la realización de este trabajo.

A **todos mis compañeros del GRINTIE**, por tantas risas y estrés compartidos, por prestarme oídos y darme consejo. Por todo lo que con ellos he podido aprender de buen hacer intelectual e investigador.

Al **Prof. Em. Dr. Heinrich Bauersfeld**, Universität Bielefeld, por escucharme y abrirme las puertas hacia otras personas. Por su sed de conocimiento contagiosa.

Al **Prof. Dr. Jörg Voigt**, Westfälische Universität Münster, por darme la oportunidad de realizar bajo su guía un pequeño estudio piloto.

Al **Dr. Ralph Schwarzkopf**, Universität Dortmund, por acompañarme en aquel estudio piloto y compartir conmigo las angustias de la última fase de su tesis doctoral.

Al **Prof. Dr. Götz Krummheuer**, Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt am Main, por escucharme y darme la oportunidad de conocer nuevos sistemas y formas de hacer distintas.

Al **Prof. Dr. Uwe Gellert**, Universität Hamburg, por tener tanta, tanta y tanta paciencia y animarme.

Al **Lec. Dr. Bill Atweh**, Queensland University of Technology, por abrirme su casa y su mundo durante tres inolvidables semanas y mantenerme al día de sus andanzas latinoamericanas.

Al **Assoc. Prof. Dr. David John Clarke**, University of Melbourne, por escucharme, darme consejo, dejarme participar en su proyecto internacional *LPS* considerándome parte de la 'familia', por la visita compartida al zoo de San Diego y por apoyarme siempre.

A la **Dra. Gaye Williams**, University of Deakin, por acompañarme en la recogida de datos del proyecto de DJ y tener conmigo tantas discusiones substanciosas y hacer lecturas siempre constructivas de escritos míos en inglés.

A la **Dra. Mary Barnes**, por debatir conmigo, es decir, contra mí, y ayudarme a ver la controversia cultural del 'Big I'. Por compartir cena en Copenhagen.

Al **Prof. Em. Dr. Tom J. Cooney**, University of Georgia, por escucharme, darme consejo y mantener duras controversias políticas y discusiones teóricas substanciosas.

A la **Prof. Dra. Terry L. Wood**, University of Purdue, por escucharme, darme consejo y plantear debates, y por compartir conmigo el 11 de septiembre 2001 en Melbourne, Australia.

A **Christof Schreiber**, Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt am Main, por ocuparse personalmente de mí durante mi estancia en Francfort del Meno, por toda su ayuda inolvidable, su paciencia y tantas conversaciones interesantes.

A **Marei Fetzer**, Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt am Main, por tener a su pequeña Rike en un momento tan oportuno.

Al **Dr. Luis Contreras**, Universidad de Huelva, por atenderme al teléfono a 1500 kms de distancia con tanta simpatía y por toda su ánimo y ayuda que vino después.

A la **Prof. Em. Dra. Leone Burton**, University of Cambridge, por hacer, con su escucha atenta y sus consejos y las discusiones teóricas *on-line* que vinieron después, que la inversión de cuatro meses de sueldo en el ICME-10 mereciera definitivamente la pena, por su respuesta paciente a todo tipo de preguntas y por sus correcciones lingüísticas minuciosas.

Y a mi director, **Dr. César Coll**, ¿cómo no?, el último en la lista pero siempre el primero, por todo.

Gracias también a

**Los profesores:** Juanjo, Pío, Marisa, Guillem, María del Carmen, Blanca, Merche, Conchita, Lidia, Begoña, Nerea, Tura, Paulina, María, María, Ioia, Pilar, Neus, Pilar, Silvia, Carmen, Muntsa, Beatriz, Francisco, Mercè, Lourdes, Oti, Rosa, Eva, Carmen, Domènec, Jordi, Emilio, Nieves, Marga, Mercè, Teresa, Cristina, Marta, Domingo, Celso, Maribel, Manuel, Felisa, Jesús, Nati, Celsa, Alberto, Esther, Elvira, José-María, Miguel, Conchi, Regina, Isabel, Rosa, Pilar y Santiago.

**Y los alumnos:** Josué, Joan, Laia, Oriol, Laia, Ruth, Joel, Ferran, Tània, Vié, Laura, Pere, Carla, Roger, Elena, Helena, Marta, Marc, Sara, Carla, Francisco, Irene, Marc, Marta, Joan, Nora, Daina, Eugènia, Bru, Carla, Alex, Patricia, Mireia, Robert, Manel, Núria, Meritxell, Sergio, Mariona, Nerea, Adrià, Judith, Magda, Marta, Vahirí, Sara, Mireia, Guillermo, Tatiana, Toni, Ferran, Manel, Denis, Esther, Carla, Albert, Berta, Joan, Clara, Marc, Raquel, Anabel, David, Sara, Jordi, Eric, Aida, Oscar, Roque, Laura, Irene, Samuel, Oliver y Sandra

## ÍNDICE GENERAL

	<i>página</i>
<a href="#">Prefacio</a> .....	<i>i-iv</i>
<a href="#">Introducción</a> .....	<i>v-ix</i>
<a href="#">Primera parte: coordenadas teóricas del estudio</a> .....	1
<a href="#">Capítulo I: Problemas, resolución de problemas y educación matemática</a> .....	4
I.1. Los problemas y la resolución de problemas desde la filosofía educativa: un apunte.....	5
I.2. Los problemas: evolución del concepto en la investigación educativa y dentro del ámbito de la educación matemática .....	6
I.3. La resolución de problemas: evolución del concepto en la investigación educativa y dentro del ámbito de la educación matemática.....	9
I.4. Los problemas y la resolución de problemas en el aula de matemáticas.....	15
I.4.1. Los problemas y la resolución de problemas como objetivo y contenido de la enseñanza y el aprendizaje.....	16
I.4.1.1. La resolución de problemas como habilidad.....	17
I.4.1.2. La resolución de problemas como arte.....	19
I.4.2. Los problemas y la resolución de problemas como metodología didáctica.....	19
I.5. Los problemas y la resolución de problemas en la normativa educativa del Estado Español.....	21
I.6. Síntesis del capítulo I.....	22
<a href="#">Capítulo II: La evaluación del aprendizaje matemático en la educación obligatoria</a> .....	24
II.1. ¿Qué decimos cuando hablamos de evaluación?.....	25
II.2. Breve apunte histórico de la evaluación escolar.....	27
II.3. Naturaleza de la evaluación educativa.....	30
II.4. Las funciones de la evaluación: algunas propuestas teóricas.....	32
II.4.1. La evaluación como instrumento regulador.....	33
II.4.2. La evaluación evaluativa, o el intento de reformar un sistema.....	35
II.4.3. La evaluación como modelo del conocimiento valorado.....	37
II.4.4. La RME y la evaluación didáctica.....	38
II.4.5. La evaluación como instrumento de atención a la diversidad.....	39
II.4.6. Funciones de la evaluación: síntesis.....	40
II.5. Algunos conceptos de importancia en este estudio referentes a la evaluación.....	41
II.6. La evaluación del aprendizaje matemático: tendencias y propuestas actuales.....	46
II.6.1. La RME y los problemas imaginables.....	48

---

II.6.2. Otras propuestas de tareas de evaluación del aprendizaje matemático.....	50
II.7. La evaluación (de las matemáticas) en la legislación escolar del Estado Español.....	52
II.8. Síntesis del capítulo II.....	54
<u>Capítulo III: Las concepciones de profesores y alumnos.....</u>	<u>58</u>
III.1. Definiciones del concepto: ¿Qué entendemos por concepciones?.....	58
III.1.1. Maremagno de definiciones propuestas: algunos problemas lógicos.....	62
III.1.2. Origen y consecuencias de las concepciones.....	64
III.1.3. El contexto español y europeo.....	66
III.1.4. Opción del presente trabajo: las concepciones como sistemas de creencias.....	67
III.2. El estudio de las concepciones de los profesores.....	71
III.2.1. Las concepciones de los profesores acerca de las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje.....	72
III.2.2. Las concepciones de los profesores acerca de la evaluación, en general, y de la evaluación del aprendizaje matemático.....	76
III.2.3. Las concepciones de los profesores acerca de los problemas y su uso para evaluar el aprendizaje matemático.....	77
III.3. El estudio de las concepciones de los alumnos.....	80
III.3.1. Las concepciones de los alumnos sobre las matemáticas y su aprendizaje.....	81
III.3.2. Las concepciones de los alumnos acerca de los problemas y la resolución de problemas.....	83
III.4. El estudio de la relación entre las concepciones de profesores y alumnos.....	86
III.5. Síntesis del capítulo III.....	90
<u>Segunda parte: aproximación empírica al objeto de estudio.....</u>	<u>95</u>
<u>Capítulo IV: Sentido, objetivos, diseño metodológico de la investigación y procedimiento de análisis.....</u>	<u>98</u>
IV.1. Concreción y sentido del presente estudio.....	98
IV.2. Objetivos y preguntas de investigación.....	100
IV.3. Breve descripción del diseño general.....	102
IV.4. Decisiones metodológicas tomadas para el estudio.....	103
IV.4.1. Antecedentes de la investigación de las concepciones.....	103
IV.4.2. La entrevista como instrumento de recogida de datos acerca de las concepciones de profesores y alumnos: características, ventajas y limitaciones.....	105
IV.5. Profesorado: selección de informantes y recogida de datos.....	112
IV.5.1. Criterios de selección y características generales del profesorado informante.....	112
IV.5.2. La entrevista al profesorado: objetivos específicos y dimensiones.....	114
IV.5.3. La entrevista al profesorado: estructura.....	115

IV.5.4. Las tareas utilizadas en la entrevista al profesorado: dimensiones y características.....	117
IV.5.5. Realización y registro de las entrevistas al profesorado.....	121
IV.6. Alumnado: selección de informantes y recogida de datos.....	122
IV.6.1. Criterios de selección y características generales del alumnado informante.....	122
IV.6.2. La entrevista al alumnado: objetivos específicos y dimensiones.....	124
IV.6.3. La entrevista al alumnado: estructura.....	124
IV.6.4. Las tareas utilizadas en la entrevista al alumnado: dimensiones y características.....	126
IV.6.5. Realización y registro de las entrevistas al alumnado.....	126
IV.7. Preparativos del análisis.....	127
IV.7.1. Catalogación de los datos: códigos de identificación.....	127
IV.7.2. Transcripción de las entrevistas: procedimiento y criterios.....	129
IV.7.3. El software de análisis cualitativo: razones de una elección.....	131
IV.7.4. NVivo: descripción general, características y exigencias de uso.....	133
IV.7.5. Preparación de los datos para el análisis mediante NVivo.....	134
IV.8. Procedimiento de análisis de los datos.....	136
IV.9. Síntesis del capítulo IV.....	141
Tercera parte: análisis de resultados, resultados y conclusiones.....	143
<a href="#">Capítulo V: Análisis de los resultados (1). Concepciones del profesorado sobre la temática de estudio. Primer nivel de análisis.....</a>	146
V.1. Las concepciones del profesorado acerca de las matemáticas (CM <sub>P</sub> ).....	148
V.2. Las concepciones del profesorado acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (CE <sub>n</sub> AM <sub>P</sub> ).....	151
V.3. Las concepciones del profesorado acerca de la evaluación (CE <sub>P</sub> ).....	155
V.4. Las concepciones del profesorado acerca de la evaluación del aprendizaje matemático (CEM <sub>P</sub> ).....	163
V.5. Las concepciones del profesorado acerca de los problemas matemáticos (CP <sub>P</sub> ).....	166
V.5.1. Dimensiones percibidas por el profesorado en las tareas presentadas.....	167
V.5.2. Las concepciones del profesorado acerca de los problemas matemáticos: ¿Qué es un problema?.....	176
V.5.3. Las concepciones del profesorado acerca de los problemas matemáticos: ¿Qué requisitos son necesarios para aprender a resolver problemas?.....	180
V.6. Las concepciones del profesorado acerca de los problemas como instrumento para evaluación del aprendizaje matemático (CPEM <sub>P</sub> ).....	182
V.7. Las concepciones del profesorado acerca de las condiciones de calidad del buen problema para la evaluación del aprendizaje matemático (CBP <sub>P</sub> ).....	185
V.8. Síntesis del capítulo V.....	192

---

[Capítulo VI: Análisis de los resultados \(2\). Concepciones del profesorado sobre la temática de estudio. Segundo nivel de análisis](#).....197

VI.1. *Las concepciones del profesorado acerca de las matemáticas (CM<sub>P</sub>), su enseñanza y aprendizaje (CEnAMP) y otras concepciones estudiadas*.....199

    VI.1.1. *Las concepciones del profesorado acerca de las matemáticas (CM<sub>P</sub>) y acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (CEnAM<sub>P</sub>)*.....199

    VI.1.2. *Las concepciones del profesorado acerca de las matemáticas (CM<sub>P</sub>) y acerca de la evaluación del aprendizaje matemático (CEM<sub>P</sub>)*.....201

    VI.1.3. *Las concepciones del profesorado acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (CEnAM<sub>P</sub>) y acerca de la evaluación del aprendizaje matemático (CEM<sub>P</sub>)*.....202

    VI.1.4. *Las concepciones del profesorado acerca de las matemáticas (CM<sub>P</sub>) y acerca de la evaluación en general (CE<sub>P</sub>)*.....203

    VI.1.5. *Las concepciones del profesorado acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (CM<sub>P</sub>) y acerca de la evaluación (CE<sub>P</sub>)*.....205

    VI.1.6. *Las concepciones del profesorado acerca de las matemáticas (CM<sub>P</sub>) y acerca del papel de los problemas en la evaluación matemática (CPEM<sub>P</sub>)*.....206

    VI.1.7. *Las concepciones del profesorado acerca del aprendizaje matemático (CEnAM<sub>P</sub>) y acerca del papel de los problemas en la evaluación matemática (CPEM<sub>P</sub>)*.....208

VI.2. *Las concepciones del profesorado acerca de los problemas (CP<sub>P</sub>) y otras concepciones estudiadas*.....209

    VI.2.1. *Concepciones acerca de los problemas: naturaleza (CP<sub>P(1)</sub>) y requisitos de aprendizaje (CP<sub>P(2)</sub>)*.....209

    VI.2.2. *Las concepciones del profesorado acerca de los problemas (CP<sub>P</sub>) y acerca de la naturaleza de las matemáticas (CM<sub>P</sub>)*.....210

    VI.2.3. *Las concepciones del profesorado acerca de los problemas (CP<sub>P</sub>) y sus concepciones acerca del aprendizaje de las matemáticas (CEnAM<sub>P</sub>)*.....213

    VI.2.4. *Las concepciones del profesorado acerca de los problemas (CP<sub>P</sub>) y sus concepciones generales sobre la evaluación (CE<sub>P</sub>)*.....214

    VI.2.5. *Las concepciones del profesorado acerca de los problemas (CP<sub>P</sub>) y acerca de la evaluación del aprendizaje matemático (CEM<sub>P</sub>)*.....216

    VI.2.6. *Las concepciones de los profesores acerca de los problemas y acerca del papel específico de éstos en la evaluación del aprendizaje matemático (CPEM<sub>P</sub>)*.....218

VI.3. *Las concepciones del profesorado acerca de la evaluación (CE<sub>P</sub>), la evaluación del aprendizaje matemático (CEM<sub>P</sub>) y el papel de los problemas en ésta (CPEM<sub>P</sub>)*.....219

    VI.3.1. *Las concepciones del profesorado acerca de la evaluación en general (CE<sub>P</sub>) y sus concepciones acerca de la evaluación del aprendizaje matemático (CEM<sub>P</sub>)*.....219

    VI.3.2. *Las concepciones del profesorado acerca de la evaluación (CE<sub>P</sub>) y el papel otorgado a los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático (CPEM<sub>P</sub>)*.....220

    VI.3.3. *Las concepciones del profesorado acerca de la evaluación del aprendizaje matemático (CEM<sub>P</sub>) y acerca del papel de los problemas en ésta (CPEM<sub>P</sub>)*.....221

VI.4. *Las concepciones del profesorado acerca del buen problema de evaluación del aprendizaje matemático (CBP<sub>P</sub>) en contraste con otras concepciones bajo estudio*.....222

---

VI.4.1. Las concepciones del profesorado acerca del buen problema: relaciones intra-dimensiones.....	223
VI.4.2. Las concepciones del profesorado acerca del buen problema: relaciones con otras concepciones estudiadas.....	225
VI.4.2.1. Las concepciones del profesorado sobre el buen problema y las concepciones acerca de las matemáticas.....	225
VI.4.2.2. Las concepciones del profesorado sobre el buen problema y las concepciones acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.....	226
VI.4.2.3. Las concepciones del profesorado sobre el buen problema y las concepciones generales acerca de la evaluación.....	227
VI.4.2.4. Las concepciones del profesorado sobre el buen problema y las concepciones acerca de la evaluación del aprendizaje matemático.....	228
VI.4.2.5. Las concepciones del profesorado sobre el buen problema y las concepciones acerca de los problemas.....	229
VI.4.2.6. Las concepciones del profesorado sobre el buen problema y las concepciones acerca del problema para evaluación del aprendizaje matemático.....	232
VI.4.2.7. Las concepciones del profesorado sobre el buen problema: un caso particular.....	233
VI.5. Síntesis del capítulo VI.....	234
<a href="#"><u>Capítulo VII: Análisis de los resultados (3). Los problemas en las muestras documentales de aula aportadas por el profesorado.....</u></a>	240
VII.1. Tipología de las actividades o situaciones de evaluación aportadas por el profesorado.....	241
VII.1.1. Contenido curricular matemático.....	241
VII.1.2. Ubicación instrumental de la evaluación.....	243
VII.1.3. Cantidad y proporción de enunciados, tareas y problemas.....	244
VII.1.4. Relación de los problemas con el resto de enunciados que componen la actividad de evaluación.....	246
VII.2. Tipología de los problemas aportados por el profesorado.....	248
VII.2.1. Formato de presentación de los problemas.....	248
VII.2.2. Estructura de los problemas.....	249
VII.2.3. Contexto recreado en el enunciado de los problemas.....	250
VII.2.4. Datos presentes en el enunciado de los problemas.....	251
VII.2.5. Formato de solución requerida en los problemas.....	251
VII.2.6. Vía de resolución de los problemas.....	252
VII.2.7. Cantidad de soluciones de los problemas.....	253
VII.2.8. Elementos de ayuda en los problemas.....	253
VII.2.9. Nivel cognitivo de los problemas.....	254
VII.3. Análisis cualitativo de las descripciones del profesorado de sus actividades de evaluación.....	254

---

VII.4. Síntesis del capítulo VII.....	257
<b>Capítulo VIII: Análisis de los resultados (4). Concepciones del alumnado sobre la temática de estudio. Primer nivel de análisis.....</b>	<b>260</b>
VIII.1. Las concepciones del alumnado acerca de las matemáticas ( $CM_A$ ).....	260
VIII.2. Las concepciones del alumnado acerca de los problemas ( $CP_A$ ).....	264
VIII.2.1. Dimensiones percibidas por el alumnado en las tareas presentadas.....	264
VIII.2.2. $CP_A$ : ¿A qué llaman problema los alumnos?.....	275
VIII.3. Los alumnos y la evaluación ( $CE_A$ ).....	279
VIII.3.1. Percepción del alumnado de las concepciones evaluativas de sus profesores a través de las prácticas evaluativas de aula.....	280
VIII.3.2. Posicionamiento del alumnado ante la evaluación.....	284
VIII.4. El alumnado y la evaluación del aprendizaje matemático ( $CEM_A$ ).....	287
VIII.4.1. Percepción del alumnado del programa evaluativo y atribución de elección de tareas evaluativas a su profesor ( $CEM_{A1}$ ).....	287
VIII.4.2. Posicionamiento del alumnado en el rol de evaluador: averiguar lo que sabe un compañero ( $CEM_{A2}$ ).....	293
VIII.5. Síntesis del capítulo VIII.....	305
<b>Capítulo IX: Análisis de los resultados (5). Concepciones del alumnado sobre la temática de estudio. Segundo nivel de análisis.....</b>	<b>308</b>
IX.1. Las concepciones del alumnado acerca de las matemáticas ( $CM_A$ ) en contraste con otras concepciones estudiadas.....	309
IX.1.1. Las concepciones del alumnado acerca de las matemáticas ( $CM_A$ ) y acerca de los problemas ( $CP_A$ ).....	309
IX.1.2. Las concepciones del alumnado acerca de las matemáticas ( $CM_A$ ) y acerca de la evaluación ( $CE_A$ ).....	310
IX.1.3. Las concepciones del alumnado acerca de las matemáticas ( $CM_A$ ), sus concepciones acerca de la evaluación del aprendizaje matemático, en forma de atribución al profesor ( $CEM_{A1}$ ) y posicionamiento ante el rol de evaluador ( $CEM_{A2}$ ).....	311
IX.2. Las concepciones del alumnado acerca de los problemas ( $CP_A$ ) en contraste con otras concepciones estudiadas.....	313
IX.2.1. Las concepciones del alumnado acerca de los problemas ( $CP_A$ ) y sus concepciones acerca de la evaluación ( $CE_A$ ).....	313
IX.2.2. Las concepciones del alumnado acerca de los problemas ( $CP_A$ ) y sus concepciones acerca de la evaluación del aprendizaje matemático ( $CEM_{A1-A2}$ ).....	314
IX.3. Las concepciones del alumnado acerca de la evaluación ( $CE_A$ ) en contraste con otras concepciones estudiadas.....	315
IX.3.1. Los alumnos y la evaluación ( $CE_A$ ): matriz de co-ocurrencias.....	316
IX.3.2. Los alumnos y la evaluación del aprendizaje matemático ( $CEM_{A1-A2}$ ): matriz de co-ocurrencias.....	317
IX.3.3. Las concepciones del alumnado acerca de la evaluación ( $CE_A$ ) en relación	

---

<i>con sus concepciones acerca de la evaluación del aprendizaje matemático (CEM<sub>A1-A2</sub>)</i> .....	321
IX.4. <i>Síntesis del capítulo IX</i> .....	325
<a href="#"><u>Capítulo X: Análisis de resultados (6). Contraste de las concepciones de profesores y alumnos</u></a> .....	328
X.1. <i>Comparación de resultados globales</i> .....	328
X.1.1. <i>La evaluación y sus funciones: contraste de las concepciones de los grupos de informantes</i> .....	328
X.1.2. <i>Las matemáticas: contraste de las concepciones de los grupos informantes</i> .....	331
X.1.3. <i>Los problemas: contraste de las concepciones de los grupos informantes</i> .....	333
X.1.4. <i>Los problemas como actividad de evaluación del aprendizaje matemático: contraste de las concepciones de los grupos de informantes</i> .....	337
X.2. <i>Comparación de los resultados en los casos específicos</i> .....	341
X.2.1. <i>Contraste de la profesora FP17 y sus alumnos</i> .....	342
X.2.2. <i>Contraste de la profesora HP15 y sus alumnos</i> .....	345
X.2.3. <i>Contraste de la profesora CP24 y sus alumnos</i> .....	347
X.2.4. <i>Contraste de la profesora GP22 y sus alumnos</i> .....	350
X.2.5. <i>Contraste del profesor CP33 y sus alumnos</i> .....	353
X.2.6. <i>Contraste de la profesora FP37 y sus alumnos</i> .....	355
X.2.7. <i>Contraste de la profesora AS11 y sus alumnos</i> .....	357
X.2.8. <i>Contraste de la profesora DS14 y sus alumnos</i> .....	360
X.2.9. <i>Contraste del profesor AS23 y sus alumnos</i> .....	363
X.2.10. <i>Contraste de la profesora GS27 y sus alumnos</i> .....	366
X.3. <i>Reflexiones sobre los resultados comparativos presentados</i> .....	369
X.4. <i>Síntesis del capítulo X</i> .....	372
X.4.1. <i>Síntesis de los resultados comparativos generales</i> .....	372
X.4.2. <i>Síntesis de los resultados comparativos específicos</i> .....	374
<a href="#"><u>Capítulo XI: Discusión de los resultados más relevantes, conclusiones del estudio y cuestiones abiertas</u></a> .....	379
XI.1. <i>Discusión de los resultados más relevantes</i> .....	379
XI.1.1. <i>Discusión de los resultados relativos al primer objetivo</i> .....	380
XI.1.1.1. <i>¿Qué criterios utiliza el profesorado para clasificar las tareas matemáticas?, ¿qué valor adquieren los problemas de matemáticas dentro de éstas como posibles actividades de evaluación?</i> .....	380
XI.1.1.2. <i>¿Qué concepciones tiene el profesorado sobre los problemas matemáticos?, ¿cómo son definidos éstos?</i> .....	382
XI.1.1.3. <i>Las concepciones del profesorado acerca de los problemas matemáticos, ¿cómo se relacionan con sus concepciones acerca de la matemática y con sus concepciones acerca de su enseñanza y su aprendizaje?</i> .....	383

---

XI.1.1.4. Las concepciones del profesorado acerca de los problemas como actividades o tareas de evaluación, ¿cómo se relacionan con sus concepciones acerca de la evaluación, en general, y de la evaluación del aprendizaje?.....	384
XI.1.1.5. ¿Cuáles son los criterios de pertinencia o calidad de los problemas como tareas de evaluación en las concepciones del profesorado?.....	386
XI.1.2. Discusión de los resultados relativos al segundo objetivo.....	389
XI.1.2.1. ¿Qué diferencias o variaciones hay en cuanto a la presencia y uso de los problemas como actividades de evaluación en las prácticas evaluativas del profesorado de matemáticas en los distintos ciclos educativos?.....	389
XI.1.2.2. Las muestras de actividades evaluativas aportadas por el profesorado de matemáticas, ¿son coherentes con las concepciones que manifiestan acerca de los problemas como actividades de evaluación?.....	390
XI.1.3. Discusión de los resultados relativos al tercer objetivo.....	391
XI.1.3.1. ¿Qué criterios utiliza el alumnado para clasificar las tareas matemáticas y qué lugar ocupan los problemas matemáticos en éstas?.....	391
XI.1.3.2. ¿Qué concepciones sobre los problemas tiene el alumnado?, ¿cómo son definidos éstos?.....	392
XI.1.3.3. Las concepciones del alumnado acerca de los problemas, ¿cómo se relacionan con sus concepciones acerca de las matemáticas?.....	393
XI.1.3.4. ¿Qué diferencias o variaciones se aprecian en las concepciones del alumnado sobre la naturaleza de los problemas en relación con el ciclo educativo en que los alumnos se encuentran?.....	394
XI.1.3.5. ¿Qué diferencias o variaciones se aprecian en las concepciones del alumnado sobre la naturaleza de los problemas en relación con el rendimiento académico en matemáticas?.....	394
XI.1.3.6. ¿Cómo se relacionan las concepciones de los alumnos acerca de los problemas matemáticas con sus concepciones acerca de la evaluación?.....	395
XI.1.4. Discusión de los resultados relativos al cuarto objetivo.....	397
XI.1.4.1. ¿En qué aspectos se observan coincidencias y en cuáles se producen discrepancias entre el profesorado y el alumnado en cuanto a las concepciones estudiadas?.....	397
XI.1.4.2. ¿Se pueden identificar cambios o variaciones en las coincidencias o discrepancias entre las concepciones del profesorado y del alumnado respecto al ciclo educativo o respecto al rendimiento del alumnado?.....	399
XI.2. Conclusiones generales del estudio. Síntesis.....	399
XI.3. Limitaciones del presente estudio y prospectiva de futuro.....	400
<a href="#">Cuadro sintético de resultados</a> .....	405
<a href="#">Referencias bibliográficas</a> .....	407
<a href="#">Cuarta parte: Anexos</a> .....	421
<a href="#">Índice detallado de anexos</a> .....	423
Anexo A. Traducciones de las citas ilustrativas.....	425

---

<i>Anexo B. Anexo a los capítulos I – II. De legislación vigente sobre evaluación, las matemáticas y la resolución de problemas.....</i>	<i>439</i>
<i>Anexo C. Anexo al apartado IV.4.1. Resumen de investigaciones previas.....</i>	<i>457</i>
<i>Anexo D. Anexo al apartado IV.5.1. Descripción del profesorado informante.....</i>	<i>461</i>
<i>Anexo E. Anexo al apartado IV.5.3. Instrumentos de recogida de datos del profesorado.....</i>	<i>465</i>
<i>Anexo F. Anexo al apartado IV.5.4. Tareas presentadas al profesorado.....</i>	<i>471</i>
<i>Anexo G. Anexo al apartado IV.6.1. Descripción del alumnado informante.....</i>	<i>489</i>
<i>Anexo H. Anexo al apartado IV.6.3. Instrumentos de recogida de datos del alumnado.....</i>	<i>491</i>
<i>Anexo I. Anexo al apartado IV.6.4. Tareas presentadas al alumnado.....</i>	<i>493</i>
<i>Anexo J. Anexo a la sección VI.4. Las concepciones del profesorado sobre el buen problema en contraste con otras concepciones bajo estudio.....</i>	<i>507</i>
<i>Anexo K. Anexo al capítulo X. Comparación entre las concepciones de profesores y alumnos informantes.....</i>	<i>513</i>

## ÍNDICE DE FIGURAS, CUADROS Y TABLAS

<i>Figuras</i>	<i>Cuadros</i>
<b>Fig.1</b> ..... <i>p.ii</i>	<b>Cuadro.I.2.</b> Selección de definiciones de problemas, por orden cronológico de publicación..... <i>p.7-8</i>
<b>Fig.2</b> ..... <i>p.iii</i>	<b>Cuadro.II.3.1.</b> Concepciones educativas y evaluación..... <i>p.32</i>
<b>Fig.3</b> ..... <i>p.vii</i>	<b>Cuadro.II.4.2.</b> Tipos de regulación evaluativa y funciones que cumplen, según Allal (1993)..... <i>p.34</i>
<b>Fig.4</b> ..... <i>p.viii</i>	<b>Cuadro.II.4.6.</b> Resumen de las perspectivas teóricas presentadas..... <i>p.41</i>
<b>Fig.II.4.2.</b> Evaluación formativa en "bucles evaluativos"..... <i>p.35</i>	<b>Cuadro.II.5.a.</b> Conceptos relativos a la evaluación (Coll et al. 2000)..... <i>p.44</i>
<b>Fig.IV.7.3.</b> Pantalla de apertura del software de análisis NVivo 1.2..... <i>p.132</i>	<b>Cuadro.II.5.b.</b> Interrelación de los conceptos presentados sobre evaluación..... <i>p.45</i>
<b>Fig.IV.7.5.a.</b> Pantalla de documentos del software NVivo 1.2..... <i>p.134</i>	<b>Cuadro.III.1.4.</b> Representación hipotética de la concepción o sistema de creencias de una persona sobre nuestro objeto de estudio, según modelo de Green (1971)..... <i>p.70</i>
<b>Fig.IV.7.5.b.</b> Pantalla de nodos del software NVivo 1.2..... <i>p.135</i>	<b>Cuadro.III.4.a.</b> Modelo de las relaciones entre creencias del profesorado, prácticas de aula y aprendizaje de los alumnos (Carpenter, 1989)..... <i>p.87</i>
<b>Fig.IV.7.5.c.</b> Pantalla de atributos del software NVivo 1.2..... <i>p.136</i>	<b>Cuadro.III.4.b.</b> Modelo de Raymond (1997) ampliado (cuadro en color)..... <i>p.87</i>
<b>Fig.IV.8.a.</b> Pantalla de búsqueda del software NVivo 1.2..... <i>p.139</i>	<b>Cuadro.IV.3.</b> Distribución temporal de las diferentes fases de investigación..... <i>p.103</i>
<b>Fig.IV.8.b.</b> Representación gráfica del proceso de análisis..... <i>p.140</i>	<b>Cuadro.IV.7.2.</b> Conjunto del corpus de datos del estudio..... <i>p.131</i>
	<b>Cuadro.V.3.a.</b> Indicadores de las dimensiones de análisis de las concepciones sobre la evaluación..... <i>p.158</i>
	<b>Cuadro.V.3.b.</b> Extractos ilustrativos de un caso de CE <sub>P</sub> -P..... <i>p.160</i>
	<b>Cuadro.V.3.c.</b> Extractos ilustrativos de un caso de CE <sub>P</sub> -PX..... <i>p.161</i>
	<b>Cuadro.V.3.d.</b> Extractos ilustrativos de un caso de CE <sub>P</sub> -X..... <i>p.161</i>
	<b>Cuadro.V.3.e.</b> Extractos ilustrativos de un caso de CE <sub>P</sub> -SX..... <i>p.162</i>
	<b>Cuadro.V.3.f.</b> Extractos ilustrativos de un caso de CE <sub>P</sub> -S..... <i>p.162-3</i>
	<b>Cuadro X.1.3.</b> Progresión de las concepciones sobre problemas..... <i>p.336</i>

## Tablas

**Tabla III.1.** Selección de definiciones de concepciones y otros conceptos emparentados.....p.92-3

**Tabla.V.1.** Concepciones del profesorado acerca de las matemáticas (CM<sub>P</sub>).....p.149

**Tabla.V.2.** Concepciones del profesorado acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (CEnAM<sub>P</sub>).....p.152

**Tabla.V.3.** Concepciones del profesorado acerca de la evaluación (CE<sub>P</sub>).....p.157

**Tabla.V.4.** Concepciones del profesorado acerca de la evaluación del aprendizaje matemático (CEM<sub>P</sub>).....p.163

**Tabla.V.5.1.** Dimensiones contempladas por el profesorado para clasificar las tareas presentadas (DC).....p.168

**Tabla.V.5.2.** Concepciones del profesorado acerca de los problemas (CP<sub>P1</sub>): naturaleza definitoria.....p.177

**Tabla.V.5.3.** Concepciones del profesorado acerca de los problemas (CP<sub>P2</sub>): requisitos para el aprendizaje de la resolución de problemas.....p.180

**Tabla.V.6.** Concepción del profesorado acerca de la función evaluativa de los problemas (CPEM<sub>P</sub>).....p.183

**Tabla.V.7.** Concepciones del profesorado acerca de las características definitorias del buen problema de evaluación del aprendizaje matemático (CBP<sub>P</sub>).....p.191

**Tabla.VI.1.1.** Concepciones del profesorado acerca de las matemáticas relacionadas con las concepciones acerca de la enseñanza y aprendizaje de matemáticas (CM<sub>P</sub> x CEnAM<sub>P</sub>).....p.200

**Tabla.VI.1.2.** Concepciones del profesorado acerca de la evaluación del aprendizaje matemático relacionadas con las concepciones acerca de las matemáticas (CEM<sub>P</sub> x CM<sub>P</sub>).....p.202

**Tabla.VI.1.3.** Concepciones del profesorado acerca de la evaluación del aprendizaje matemático relacionadas con las concepciones acerca de las matemáticas (CM<sub>P</sub> x CEnAM<sub>P</sub>).....p.203

**Tabla.VI.1.4.** Concepciones del profesorado acerca de la evaluación educativa relacionadas con las concepciones acerca de las matemáticas (CE<sub>P</sub> x CM<sub>P</sub>).....p.204

**Tabla.VI.1.5.** Concepciones del profesorado acerca de la evaluación educativa relacionadas con las concepciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (CE<sub>P</sub> x CEnAM<sub>P</sub>).....p.206

**Tabla.VI.1.6.** Concepciones del profesorado acerca del papel de los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático relacionadas con las concepciones acerca de las matemáticas (CPEM<sub>P</sub> x CM<sub>P</sub>).....p.207

**Tabla.VI.1.7.** Concepciones del profesorado acerca del papel de los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático relacionadas con las concepciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (CPEM<sub>P</sub> x CEnAM<sub>P</sub>).....p.208

**Tabla.VI.2.1.** Concepciones del profesorado acerca de los problemas matemáticos: naturaleza definitoria y requisitos para aprendizaje de resolución (CP<sub>P1</sub> x CP<sub>P2</sub>).....p.210

**Tabla.VI.2.2.** Concepciones del profesorado acerca los problemas matemáticos relacionadas con las concepciones acerca de las matemáticas (CP<sub>P</sub> x CM<sub>P</sub>).....p.211

**Tabla.VI.2.3.** Concepciones del profesorado acerca los problemas matemáticos relacionadas con las concepciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (CP<sub>P</sub> x CEnAM<sub>P</sub>).....p.214

**Tabla.VI.2.4.** Concepciones del profesorado acerca los problemas matemáticos relacionadas con las concepciones acerca de la evaluación educativa (CP<sub>P</sub> x CE<sub>P</sub>).....p.215

**Tabla.VI.2.5.** Concepciones del profesorado acerca los problemas matemáticos relacionadas con las concepciones acerca de la evaluación del aprendizaje matemático (CP<sub>P</sub> x CEM<sub>P</sub>).....p.217

**Tabla.VI.2.6.** Concepciones del profesorado acerca los problemas matemáticos relacionadas con las concepciones acerca del papel que ocupan los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático (CP<sub>P</sub> x CPEM<sub>P</sub>).....p.218

**Tabla.VI.3.1.** Concepciones del profesorado acerca la evaluación educativa relacionadas con las concepciones acerca de la evaluación del aprendizaje matemático (CE<sub>P</sub> x CEM<sub>P</sub>).....p.220

<b>Tabla.VI.3.2.</b> Concepciones del profesorado acerca la evaluación educativa relacionadas con las concepciones acerca del papel de los problemas matemáticos en la evaluación del aprendizaje matemático (CE <sub>P</sub> x CPEM <sub>P</sub> ).....	p.221
<b>Tabla.VI.3.3.</b> Concepciones del profesorado acerca la evaluación del aprendizaje matemático relacionadas con las concepciones acerca del papel de los problemas matemáticos en la evaluación del aprendizaje matemático (CEM <sub>P</sub> x CPEM <sub>P</sub> ).....	p.222
<b>Tabla.VI.4.1.</b> Concepciones del profesorado acerca del buen problema (relación interna)(anexo) (CBP <sub>P</sub> x CBP <sub>P</sub> ).....	p.507
<b>Tabla.VI.4.2.1.</b> Concepciones del profesorado acerca del buen problema relacionadas con las concepciones acerca de las matemáticas (anexo) (CB <sub>P</sub> x CM <sub>P</sub> ).....	p.508
<b>Tabla.VI.4.2.2.</b> Concepciones del profesorado acerca del buen problema relacionadas con las concepciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (anexo) (CB <sub>P</sub> x CEnAM <sub>P</sub> ).....	p.508
<b>Tabla.VI.4.2.3.</b> Concepciones del profesorado acerca del buen problema relacionadas con las concepciones acerca de evaluación del aprendizaje matemático (anexo) (CB <sub>P</sub> x CEM <sub>P</sub> ).....	p.509
<b>Tabla.VI.4.2.4.</b> Concepciones del profesorado acerca del buen problema relacionadas con las concepciones acerca de los problemas matemáticos (anexo) (CB <sub>P</sub> x CP <sub>P</sub> ).....	p.510
<b>Tabla.VI.4.2.5.</b> Concepciones del profesorado acerca del buen problema relacionadas con las concepciones acerca de la evaluación educativa (anexo) (CB <sub>P</sub> x CE <sub>P</sub> ).....	p.511
<b>Tabla.VI.4.2.6.</b> Concepciones del profesorado acerca del buen problema relacionadas con las concepciones acerca del papel que ocupan los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático (anexo) (CB <sub>P</sub> x CPEM <sub>P</sub> ).....	p.512
<b>Tabla VII.1.1.</b> Contenido curricular de las muestras de las actividades de evaluación aportadas por el profesorado.....	p.242
<b>Tabla VII.1.2.</b> Ubicación instruccional de las actividades de evaluación aportadas por el profesorado.....	p.243
<b>Tabla VII.1.3.a.</b> Enunciados y tareas presentes en las actividades de evaluación aportadas por el profesorado.....	p.245
<b>Tabla VII.1.3.b.</b> Problemas identificados por el profesorado en las actividades de evaluación aportadas.....	p.245
<b>Tabla VII.1.3.c.</b> Frecuencia de actividades de evaluación con un porcentaje determinado de problemas.....	p.246
<b>Tabla VII.1.4.</b> Relación de los problemas identificados con el resto de enunciados en las actividades de evaluación aportadas por el profesorado.....	p.247
<b>Tabla VII.2.1.</b> Formato de presentación de los problemas identificados por los profesores (D1).....	p.248
<b>Tabla VII.2.2.</b> Estructura de los problemas identificados por el profesorado (D2).....	p.250
<b>Tabla VII.2.3.</b> Contexto que presentan los problemas identificados por los profesores (D3).....	p.250
<b>Tabla VII.2.4.</b> Datos presentes en los problemas identificados por los profesores (D4).....	p.251
<b>Tabla VII.2.5.</b> Formato de resolución requerida en los problemas identificados por los profesores (D5).....	p.252
<b>Tabla VII.2.6.</b> Vía de resolución de los problemas identificados por los profesores (D6).....	p.252
<b>Tabla VII.2.7.</b> Cantidad de soluciones en los problemas identificados por el profesorado (D7).....	p.253
<b>Tabla VII.2.8.</b> Elementos de ayuda en los problemas identificados por el profesorado (D8).....	p.253
<b>Tabla VII.2.9.</b> Nivel cognitivo de los problemas identificados por el profesorado (D9).....	p.254
<b>Tabla VIII.1.a.</b> Concepciones del alumnado acerca de las matemáticas (ciclo educativo).....	p.261
<b>Tabla VIII.1.b.</b> Concepciones del alumnado acerca de las matemáticas (rendimiento).....	p.262
<b>Tabla VIII.2.1.a</b> Categorías de clasificación de las tareas presentadas a los alumnos durante la entrevista (ciclo educativo).....	p.265
<b>Tabla VIII.2.1.b.</b> Categorías de clasificación de las tareas presentadas a los alumnos durante la entrevista (rendimiento).....	p.271
<b>Tabla VIII.2.1.c.</b> Orden de preferencia de categorías de clasificación, según rendimiento en matemáticas.....	p.275
<b>Tabla VIII.2.2.a.</b> Concepciones del alumnado acerca de los problemas (CP <sub>A</sub> ): naturaleza definitoria (ciclo educativo).....	p.276

**Tabla VIII.2.2.b.** Concepciones del alumnado acerca los problemas ( $CP_A$ ): naturaleza definitoria (rendimiento).....p.278

**Tabla VIII.3.1.a.** Atribución de concepción evaluativa al profesor (ciclo educativo).....p.281

**Tabla VIII.3.1.b.** Atribución de concepción evaluativa al profesor (rendimiento).....p.283

**Tabla VIII.3.2.a.** El alumnado ante la evaluación como instrumento de regulación del aprendizaje (nivel educativo).....p.285

**Tabla VIII.3.2.b.** El alumnado ante la evaluación como instrumento de regulación del aprendizaje (rendimiento).....p.285

**Tabla VIII.4.1.a.** Elección por parte del alumnado de tareas de evaluación,  $CEM_{A1}$  (ciclo educativo).....p.289

**Tabla VIII.4.1.b.** Elección por parte del alumnado de tareas de evaluación,  $CEM_{A1}$  (rendimiento).....p.291

**Tabla VIII.4.2.a.** Los alumnos en posición evaluadora (nivel educativo).....p.294

**Tabla VIII.4.2.b.** Los alumnos en posición evaluadora (rendimiento).....p.295

**Tabla VIII.4.2.c.** Los alumnos en posición evaluadora,  $CEM_{A2}$ .....p.296

**Tabla VIII.4.2.d.** Los alumnos en posición evaluadora,  $CEM_{A2}$ .....p.302

**Tabla IX.1.1.** Concepciones del alumnado acerca de las matemáticas en relación con sus concepciones acerca de los problemas matemáticos ( $CM_A \times CP_A$ ).....p.310

**Tabla IX.1.2.** Concepciones del alumnado acerca de las matemáticas en relación con sus concepciones acerca de la evaluación ( $CM_A \times CE_A$ ).....p.311

**Tabla IX.1.3.** Concepciones del alumnado acerca de las matemáticas en relación con sus concepciones acerca de la evaluación del aprendizaje matemático ( $CM_A \times CEM_A$ ).....p.312

**Tabla IX.2.1.** Concepciones del alumnado acerca de la evaluación en relación con sus concepciones acerca de los problemas matemáticos ( $CE_A \times CP_A$ ).....p.314

**Tabla IX.2.2.** Concepciones del alumnado acerca de los problemas matemáticos en relación con sus concepciones acerca de la evaluación del aprendizaje matemáticas  $CP_A \times CEM_A$ .....p.315

**Tabla IX.3.1.a.** Matriz inter-categorías de las concepciones del alumnado acerca de la evaluación del aprendizaje ( $CE_A$ ).....p.316

**Tabla IX.3.1.b.** Sub-matriz inter-categorías de las concepciones del alumnado acerca de la evaluación del aprendizaje ( $CE_A$ ).....p.314

**Tabla IX.3.2.a.** Matriz inter-categorías de las concepciones del alumnado acerca de la evaluación del aprendizaje matemático ( $CEM_A$ ).....p.318

**Tabla IX.3.2.b.** Sub-matriz (1) inter-categorías de las concepciones del alumnado acerca de la evaluación del aprendizaje matemático ( $CEM_A$ ).....p.319

**Tabla IX.3.2.c.** Sub-matriz (2) inter-categorías de las concepciones del alumnado acerca de la evaluación del aprendizaje matemático ( $CEM_A$ ).....p.320

**Tabla IX.3.3.** Concepciones del alumnado acerca de la evaluación en relación con sus concepciones acerca de la evaluación del aprendizaje matemático ( $CE_A \times CEM_A$ ).....p.323

**Tablas X.1.1.a. y X.1.1.b.** Comparación de las concepciones acerca de la evaluación ( $CE$ ) (profesores y alumnos) (global y fase 2).....p.330

**Tabla X.1.2.a y Tabla X.1.2.b.** Comparación de las concepciones acerca de las matemáticas ( $CM$ ) (profesores y alumnos) (global y fase 2).....p.332

**Tabla X.1.2.c. y X.1.2.d.** Comparación de las concepciones del alumnado acerca de las matemáticas ( $CM_A$ ) y las concepciones del profesorado acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ( $CE_{EnAM_P}$ ) de profesores.....p.333

**Tabla X.1.3.a.** Criterios de clasificación de las tareas utilizados en las entrevistas por el (profesores y alumnos).....p.335

**Tabla X.1.3.b. y X.1.3.c.** Comparación de las concepciones acerca de los problemas ( $CP$ ) (profesores y alumnos).....p.336

**Tabla X.1.4.a.** Profesorado y concepciones acerca del buen problema para la evaluación del aprendizaje matemático.....p.339

**Tabla X.1.4.b.** Alumnado y concepciones acerca de los problemas matemáticos en la evaluación ( $CEM_{A1-2}$ ).....p.340

**Tabla X.2.a.** Características descriptivas básicas de los profesores (anexo).....p.513

**Tabla X.2.b.** Concepciones de los profesores cuyos alumnos fueron entrevistados ( $EP$ ) (anexo).....p.513

<b>Tabla X.2.c.</b> Concepciones de los profesores cuyos alumnos fueron entrevistados (ESO) (anexo).....	<b>p.514</b>	<b>Tabla X.2.5.c.</b> Comparación de profesor CP33 y sus alumnos (III) (anexo).....	<b>p.520</b>
<b>Tabla X.2.d.</b> CBPP del profesorado (anexo).....	<b>p.514</b>	<b>Tabla X.2.5.d.</b> Comparación de profesor CP33 y sus alumnos (IV) (anexo).....	<b>p.520</b>
<b>Tabla X.2.e.</b> Categorías de clasificación de las tareas usadas por el profesorado (anexo).....	<b>p.514</b>	<b>Tabla X.2.6.a.</b> Comparación de profesora FP37 y sus alumnos (I) (anexo).....	<b>p.521</b>
<b>Tabla X.2.f.</b> Presencia de los problemas en las actividades de evaluación aportadas (anexo).....	<b>p.515</b>	<b>Tabla X.2.6.b.</b> Comparación de profesora FP37 y sus alumnos (II) (anexo).....	<b>p.521</b>
<b>Tabla X.2.1.a.</b> Comparación de profesora FP17 y sus alumnos (I) (anexo).....	<b>p.516</b>	<b>Tabla X.2.6.c.</b> Comparación de profesora FP37 y sus alumnos (III) (anexo).....	<b>p.521</b>
<b>Tabla X.2.1.b.</b> Comparación de profesora FP17 y sus alumnos (II) (anexo).....	<b>p.516</b>	<b>Tabla X.2.6.d.</b> Comparación de profesora FP37 y sus alumnos (IV) (anexo).....	<b>p.521</b>
<b>Tabla X.2.1.c.</b> Comparación de profesora FP17 y sus alumnos (III) (anexo).....	<b>p.516</b>	<b>Tabla X.2.7.a.</b> Comparación de profesora AS11 y sus alumnos (I) (anexo).....	<b>p.522</b>
<b>Tabla X.2.1.d.</b> Comparación de profesora FP17 y sus alumnos (IV) (anexo).....	<b>p.516</b>	<b>Tabla X.2.7.b.</b> Comparación de profesora AS11 y sus alumnos (II) (anexo).....	<b>p.522</b>
<b>Tabla X.2.2.a.</b> Comparación de profesora HP15 y sus alumnos (I) (anexo).....	<b>p.517</b>	<b>Tabla X.2.7.c.</b> Comparación de profesora AS11 y sus alumnos (III) (anexo).....	<b>p.522</b>
<b>Tabla X.2.2.b.</b> Comparación de profesora HP15 y sus alumnos (II) (anexo).....	<b>p.517</b>	<b>Tabla X.2.7.d.</b> Comparación de profesora AS11 y sus alumnos (IV) (anexo).....	<b>p.522</b>
<b>Tabla X.2.2.c.</b> Comparación de profesora HP15 y sus alumnos (III) (anexo).....	<b>p.517</b>	<b>Tabla X.2.8.a.</b> Comparación de profesora DS14 y sus alumnos (I) (anexo).....	<b>p.523</b>
<b>Tabla X.2.2.d.</b> Comparación de profesora HP15 y sus alumnos (IV) (anexo).....	<b>p.517</b>	<b>Tabla X.2.8.b.</b> Comparación de profesora DS14 y sus alumnos (II) (anexo).....	<b>p.523</b>
<b>Tabla X.2.3.a.</b> Comparación de profesora CP24 y sus alumnos (I) (anexo).....	<b>p.518</b>	<b>Tabla X.2.8.c.</b> Comparación de profesora DS14 y sus alumnos (III) (anexo).....	<b>p.523</b>
<b>Tabla X.2.3.b.</b> Comparación de profesora CP24 y sus alumnos (II) (anexo).....	<b>p.518</b>	<b>Tabla X.2.8.d.</b> Comparación de profesora DS14 y sus alumnos (IV) (anexo).....	<b>p.523</b>
<b>Tabla X.2.3.c.</b> Comparación de profesora CP24 y sus alumnos (III) (anexo).....	<b>p.518</b>	<b>Tabla X.2.9.a.</b> Comparación de profesor AS23 y sus alumnos (I) (anexo).....	<b>p.524</b>
<b>Tabla X.2.3.d.</b> Comparación de profesora CP24 y sus alumnos (IV) (anexo).....	<b>p.518</b>	<b>Tabla X.2.9.b.</b> Comparación de profesor AS23 y sus alumnos (II) (anexo).....	<b>p.524</b>
<b>Tabla X.2.4.a.</b> Comparación de profesora GP22 y sus alumnos (I) (anexo).....	<b>p.519</b>	<b>Tabla X.2.9.c.</b> Comparación de profesor AS23 y sus alumnos (III) (anexo).....	<b>p.524</b>
<b>Tabla X.2.4.b.</b> Comparación de profesora GP22 y sus alumnos (II) (anexo).....	<b>p.519</b>	<b>Tabla X.2.9.d.</b> Comparación de profesor AS23 y sus alumnos (IV) (anexo).....	<b>p.524</b>
<b>Tabla X.2.4.c.</b> Comparación de profesora GP22 y sus alumnos (III) (anexo).....	<b>p.519</b>	<b>Tabla X.2.10.a.</b> Comparación de profesora GS27 y sus alumnos (I) (anexo).....	<b>p.525</b>
<b>Tabla X.2.4.d.</b> Comparación de profesora GP22 y sus alumnos (IV) (anexo).....	<b>p.519</b>	<b>Tabla X.2.10.b.</b> Comparación de profesora GS27 y sus alumnos (II) (anexo).....	<b>p.525</b>
<b>Tabla X.2.5.a.</b> Comparación de profesor CP33 y sus alumnos (I) (anexo).....	<b>p.520</b>	<b>Tabla X.2.10.c.</b> Comparación de profesora GS27 y sus alumnos (III) (anexo).....	<b>p.525</b>
<b>Tabla X.2.5.b.</b> Comparación de profesor CP33 y sus alumnos (II) (anexo).....	<b>p.520</b>	<b>Tabla X.2.10.d.</b> Comparación de profesora GS27 y sus alumnos (IV) (anexo).....	<b>p.525</b>

## Prefacio. O por qué Pía debe montar su bicicleta sin casco

Todos los proyectos de investigación tienen una curiosidad, una inquietud no resuelta de trasfondo. La mía tiene que ver con Pía y por qué se vio obligada a montar su bicicleta sin casco.

Durante los años que duró mi estudio de licenciatura tuve mi fuente de ingresos, como tantísimos otros estudiantes, en clases particulares y noches de “canguros”. Una tarde, finalizada ya la carrera, encontré a uno de “mis” niños, a quien llamaré Diego por cuestión de confidencialidad, completamente desesperado ante un problema de matemáticas que su maestra le había ordenado hacer de deberes. Diego se veía a sí mismo incapaz de encontrar la pregunta del problema. Es necesario saber que Diego era por aquel entonces alumno de segundo curso de educación primaria en un colegio privado extranjero, donde los maestros siguen siendo fieles a la más tradicional didáctica de su país, según la cual es beneficioso que los alumnos sean confrontados a así llamados problemas donde la pregunta aún resta por plantear. El interés de este método radica en que supuestamente enseña a los niños a buscar posibles preguntas y, por tanto, a matematizar sobre la realidad. Todo sería de color de rosa... si la práctica escolar diaria no se hubiera encargado de pervertir los ideales didácticos y muchos maestros no se empeñaran en que sus alumnos encontraran *la pregunta* al problema. En otras palabras, este método, quizá en teoría prometedor, ha acabado convirtiéndose en uno de los peores embudos de pensamiento que pudiéramos imaginar<sup>1</sup>, en tanto que la mayoría de maestros no aceptan cualquier pregunta plausible dentro del contexto del problema planteado, sino que sólo consideran una única pregunta como válida y guían a sus alumnos de tal manera hacia aquella pregunta perfecta que tras pocos ensayos los alumnos saben perfectamente que por muchas preguntas que asalten su pensamiento sólo una de ellas, la del maestro, será la aplaudida. La búsqueda y captura de *la pregunta* entra a formar parte inexorable de la cultura del aula. A esto se añade el factor de que en los cursos iniciales, generalmente los dos primeros, cuando los alumnos aún no son (considerados) lectores competentes, los problemas planteados tienden a huir de la palabra escrita y se prefieren en su lugar explicaciones pictográficas.

Decía, pues, que encontré a Diego totalmente desesperado ante aquel problema que consistía en dos dibujos: una bicicleta y la cara de una niña. Debajo de la bicicleta había un recuadro con un número de

---

<sup>1</sup>Bauersfeld, H. (1978). Kommunikationsmuster in Mathematikunterricht. In H. Bauersfeld (Ed.), *Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht* (pp. 158-170). Hannover: Hermann Schroedel Verlag.

Bauersfeld, H. (1980). The Hidden Dimensions in the so-called Reality of a Mathematics Classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 23-41.

tres cifras dentro —supuestamente el precio de la misma—. Debajo de la cara de la niña, un nombre, *Pía*, y otro recuadro con otro número de tres cifras mayor que el anterior —supuestamente el dinero que *Pía* tiene ahorrado—. Debajo de ambas figuras una simple frase: “*Pía se compra una bicicleta*”. A estas alturas de la explicación del problema, la mente de cualquier lector *escolarizado* no habrá tenido grandes dificultades en encontrar la pregunta, es decir: “¿Cuánto dinero le sobrará a *Pía* después de comprar la bicicleta?” Allí estaba Diego, ante su problema sin pregunta.

Lo que sigue es una reconstrucción de la discusión que él y yo mantuvimos.

Ana: ¿Cómo va?

Diego: No me sale la pregunta

Ana: ¿Qué pregunta?

Diego: La del problema

Ana: A ver... (yo, sabiendo inmediatamente la pregunta, pero decididamente enemiga de dicho método didáctico, intenté provocar su fantasía para ayudarle a encontrar la pregunta) Bueno, ¿tú crees que *Pía* necesitará un casco para montar su bicicleta?

Diego: (Sin pensar demasiado) Sí, porque es obligatorio.

Ana: Ah, y entonces, si necesita un casco, ¿cuando haya comprado la bicicleta le sobrará dinero para comprar el casco?

Diego: No lo sé... pero esa no es la pregunta.

Ana: ¿Y por qué no?

Diego: Porque no, esa no es la pregunta que quiere la maestra.

Ana: ¿Y si yo pregunto otra cosa? Aquí no hay ninguna pregunta, así que puedes preguntar lo que tú quieras, como ¿Le gustó a *Pía* la bicicleta? ¿Cuántas marchas tiene la bicicleta de *Pía*? ¿Dónde consiguió *Pía* tanto dinero?

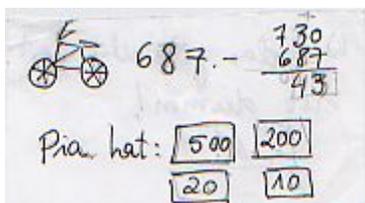
Diego: No, esas preguntas no me sirven.

Dejé a Diego pensando solo unos pocos minutos antes de intentar volver la historia del revés con esperanzas de darle la pista clave para el hallazgo de la pregunta.

Ana: Bien... vamos a pensar otra vez el asunto del casco. ¿Tú crees que si primero se compra el casco le sobrará dinero para comprarse la bicicleta?

Diego: ¡Déjame tranquilo con el casco! ¿Tú ves algún casco dibujado aquí en esta historia? No. Pues entonces no puede haber ningún casco. Y punto. Además no podemos saber si le sobrará dinero suficiente para comprarse el casco después de la bicicleta, ni si le sobrará dinero para comprarse la bicicleta después de comprarse el casco porque no sabemos cuántos cascos hay en la tienda, ni cómo son, ni si le gustan o si no le gustan, ni cuánto dinero valen, así que no podemos saber cuánto dinero le hará falta para el casco. ¡Ya no quiero oír hablar más del casco!

Me quedé estupefacta. Me callé. Cogí un lápiz y un trozo de papel y comencé a copiar el problema para enseñarlo a quien más tarde me dirigiría la investigación doctoral (Fig.1).



Diego: ¿Qué haces?

Ana: Copio el problema, porque me parece que es un problema un poco tonto y quiero que lo vea una persona.

Fig.1.

A Diego le gustó mucho que yo copiara el problema. Intuyo que le hizo sentirse reconocido dentro de la frustración por su incapacidad de dar pregunta al problema. A decir verdad, yo no sólo copié el

problema, sino que también hice el cálculo correspondiente a *la pregunta* ante los ojos de Diego... sin hacer ningún comentario, con la esperanza de que él lo reconociera.

No tuve éxito: Diego fue totalmente impermeable a mi último intento de ayuda callada. Cuando acabé de copiar y resolver el problema Diego me pidió el papel, lo volvió del revés y me pidió que escribiera allí: “Quien ha hecho esto [inventarse aquel problema] es tonto”. Una vez hubiese transcrito este dictado suyo Diego se apoderó del papel y firmó la sentencia con sus iniciales antes de devolvérmelo (Fig.2). Llegado este momento decidí que Diego había sufrido bastante en su búsqueda.

Fig.2

Ana: Creo que ya sé cuál es la pregunta, Diego.

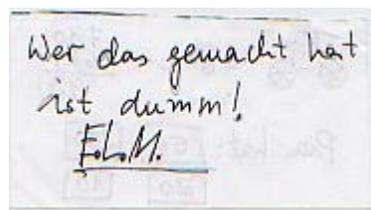
Diego: ¿Cuál? Dímela, por favor.

Ana: Creo que la pregunta es “¿Cuánto dinero le sobrará a Pía si se compra la bicicleta?”.

Diego: (En la más grande de las sorpresas) ¡Ostras, pues es la misma pregunta que en el problema del examen!

Ana: ¿Cómo del examen? ¿Qué examen?

Diego: Sí, es la misma pero en vez de ser con el monopatín es con la bicicleta. Mira, ayer hicimos un examen, pero la mitad de los niños de la clase teníamos un examen y la otra mitad tenía otro diferente ¿ves? (Sacó otra hoja de la carpeta, idéntica a la anterior, con tres ejercicios de cálculo –con números diferentes en cada hoja– y un problema como última tarea: en una hoja estaba Pía, que compraba su bicicleta; en la otra Pedro, que compraba un monopatín). La maestra nos dio de deberes hoy a cada uno el otro examen que no había hecho ayer.



Como dije anteriormente, esta escena, lamentablemente, no fue registrada, sino que ha sido reconstruida —eso sí, lo más fielmente posible— y no tiene más intención que la de servir de ilustración de la cuestión que planteo en mi tesis. Veamos por qué. Quizá es grande la tentación de pensar que Diego es un alumno con limitaciones y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Dado que no reconoció la estructura del segundo problema como análoga a la estructura del primer problema, alguien podría conjeturar que aún no ha alcanzado esa capacidad de matematización que este método didáctico persigue desarrollar. O bien, que un día más tarde ya no es capaz de transferir lo aplicado en un problema sobre otro similar, demostrando así que no reconoce la estructura básica del problema.

Esta es, sin embargo, una interpretación demasiado fácil y rectilínea de la escena y considero que hay razones de peso para afirmar que es absolutamente errónea, por el simple motivo de que Diego resultó ser perfectamente capaz de hacerse una representación de los dos problemas alternativos que yo le propuse como ayuda —no muy acertada, a la luz de lo ocurrido—. Ambas alternativas eran, recordémoslas: “¿Nos sobrará dinero para comprar la bicicleta después de comprar un casco?” y “¿Nos sobrará dinero para comprar el casco después de comprar la bicicleta?”. Diego fue capaz de ver que en ambos casos carecíamos de una información tan esencial como el precio de los cascos de la tienda, de entre los que Pía elegiría el suyo. Las dos preguntas alternativas que yo le propuse no sólo correspondían a situaciones más complejas, ya que requerían un cálculo intermedio ausente en el problema original, sino que además eran

problemas de respuesta imposible dada la carencia de información, o bien de múltiples respuestas alternativas, en función de cómo estos datos se acabaran concretando. Y Diego supo ver esto.

Permítaseme, por lo tanto, dudar de que el problema de Diego esté en las matemáticas. Más bien está en otro lugar muy distinto: en el conocimiento de la regla cultural del aula que dice que ante cualquier problema sin pregunta que plantea el maestro a) sólo hay una pregunta posible y sólo una y b) no es tarea de los alumnos encontrar posibles preguntas alternativas para el problema, sino encontrar *la pregunta* del maestro, la única que será sancionada positivamente.

Pero junto a este conocimiento de las reglas tenemos la propia interpretación que Diego hace del mundo que le rodea, que siendo aún la de un *niño* no es necesariamente coincidente con la de su maestra adulta. ¿Es posible que Diego, en su mundo infantil, no encontrara *la pregunta* porque, recordando *la pregunta* del problema anterior, no concebía *dos problemas con la misma pregunta?*; un problema “resuelto”, al fin y al cabo, deja de ser un problema... ¿Es posible que Diego, en su mundo infantil, no encontrara *la pregunta* porque, recordando *la pregunta* del examen paralelo, no concebía que la maestra planteara los dos problemas con *la misma pregunta*, habiendo hecho dos exámenes distintos con la intención evidente de evitar que los alumnos copiaran las respuestas del compañero de mesa?

Fuera como fuera, la escena relatada me puso sobre aviso de un asunto importante: los alumnos no viven los problemas necesariamente del mismo modo en que los viven sus maestros; es posible que ni siquiera vivan como problemas aquello que los maestros les presentan como tales; o incluso que tengan grandes dificultades allí donde los maestros piensan que no hay ‘problema’ alguno... ¿qué consecuencias puede tener esto para el aprendizaje de las matemáticas?, ¿y para la evaluación del aprendizaje matemático? Quizá merezca la pena dedicar algún esfuerzo a averiguarlo. El siguiente informe no pretende ser más que un paso más —añadido a estudios anteriores— en esta dirección.