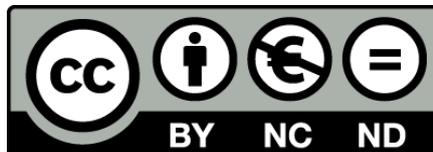


# Caracterización del uso de la tecnología, por profesores y alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemática en el nivel de secundaria

Gonzalo Villarreal Farah



Aquesta tesi doctoral està subjecta a la llicència Reconeixement- NoComercial – SenseObraDerivada 3.0. Espanya de Creative Commons.

Esta tesis doctoral está sujeta a la licencia Reconocimiento - NoComercial – SinObraDerivada 3.0. España de Creative Commons.

This doctoral thesis is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0. Spain License.



**Departamento de Teoría e Historia de la Educación**

**Tesis Doctoral  
Programa de Doctorado en Multimedia Educativa  
Bienio 2002-2004**

**Caracterización del uso de la tecnología, por  
profesores y alumnos, en resolución de problemas  
abiertos en matemática en el nivel de secundaria**

Autor  
Gonzalo Villarreal Farah

Dirigida por  
Dra. Begoña Gros Salvat

2010



Un sueño lejano se convierte en realidad,  
otros nuevos vendrán, esa fuerza que moviliza  
el mundo es la pasión por lo que creemos y  
hacemos es la pasión de la vida

Gracias Paola, Sebastián e Ignacio  
ustedes son la base de mis sueños y de mi pasión



## **Agradecimientos**

Algo tan simple y cotidiano, tan necesario y con tanta energía que puede transformarnos en mejores personas se transmite en un simple acto de agradecimiento. En este momento tan especial de mi vida, son muchas las personas y espacios a las que me interesaría agradecer.

Primero a mis padres, quienes me dieron la vida, me vieron crecer y por sobre todo me protegieron, me dieron amor y cariño. A mis hermanas y hermanos, por estar cuando los necesité y cuando los necesito, por su apoyo incondicional y darme la posibilidad de reunir a la familia. A todos, por ser la base de mi crecimiento y desarrollo personal y profesional.

A mi esposa y mis hijos, por el apoyo, cariño y amor que me dan cada día, regalándome, su comprensión, sus palabras de aliento, sus sonrisas, por saber estar cuando los necesité. En forma especial agradezco la energía que me dan, el sentido de vida, la fuerza, por ser el mejor complemento de mi existencia, por comprender aquellas horas en que no pude estar presente, por ayudarme en los difíciles momentos y disfrutar junto a mi todos esos maravillosos espacios que nos hemos construido día tras día.

A mis amigos del Centro Comenius de la Universidad de Santiago, por permitirme hacer realidad mi sueño, por su apoyo, su respaldo incondicional, por creer en mí. En particular a Fidel, por todo lo que me ha dado, por haberme embarcado en comenzar a entender la inmensidad y riqueza de nuestro ser y lo que nos rodea, por su gran bondad, su sabiduría, sus conocimientos y la fuerza del hacer, dándome la fortuna de poder contar con un gran tutor y mentor. A Hernán, le agradezco su apoyo constante e incondicional, su energía, fuerza y ganas por hacer las cosas, su creatividad y su pasión, sus consejos, su visión, su claridad y transparencia.

A la tutora de mi tesis, agradezco primero su recepción y apoyo en estos largos años de trabajo, por estar siempre presente y atenta a cualquier señal que le diera, reaccionando con prontitud y generosidad. En especial, su gran conocimiento y por ser uno de los principales pilares en la concreción de esta etapa de mi vida.

A los expertos, que revisaron desinteresadamente y generosamente me otorgaron sus tiempos para revisar y validar aspectos considerados en esta tesis.

A los investigadores y autores de la mucha literatura que me dio una importante base sobre la cual apoyarme para navegar en este espacio y poder tratar de contribuir a la creación de nuevo conocimiento.

A los docentes, de los numerosos colegios con los que trabaja nuestro centro Comenius, en particular, a los profesores y alumnos que hicieron posible que esta tesis se pudiese implementar, por abrirme sus puertas, por atreverse a realizar los cambios para mejorar la educación y muy especialmente los aprendizajes de nuestros niños y jóvenes.

El tiempo en Barcelona y en la Universidad de Barcelona, que fue un regalo, la base para un crecimiento personal y familiar, para conocer esos grandiosos espacios. A los amigos que encontré, a los amigos que me acompañaron y apoyaron en lo profesional y humano.

A todos ellos y a otras muchas les agradezco en este momento tan importante en mi vida, por permitirme y apoyarme en hacer realidad un sueño, agradezco la pasión de todas y todos por trabajar por un mejor mundo para nuestras niñas, niños y jóvenes que son la energía que nos moviliza.

# ÍNDICE

<b>CAPITULO I:</b> .....	<b>19</b>
<b>EL PROBLEMA</b> .....	<b>19</b>
<b>1.1 INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>21</b>
<b>1.2 EL PROBLEMA</b> .....	<b>23</b>
<b>1.3 ANTECEDENTES</b> .....	<b>24</b>
<b>1.4 MARCO DE LA INVESTIGACIÓN</b> .....	<b>35</b>
<b>1.5 LOS CAPÍTULOS DE LA TESIS DOCTORAL</b> .....	<b>36</b>
<b>CAPITULO II:</b> .....	<b>39</b>
<b>MARCO TEÓRICO</b> .....	<b>39</b>
<b>2.1 INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>41</b>
<b>2.2 INTEGRACIÓN CURRICULAR DE LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN</b> .....	<b>43</b>
2.2.1 Impacto de las tecnologías de la información y comunicación .....	43
2.2.2 Barreras o dificultades en el uso de las tecnologías de la información y comunicación.....	50
2.2.3 Las tecnologías de la información y comunicación y sus usos .....	53
2.2.4 La integración de las tecnologías de la información y comunicación al currículum.....	65
2.2.5 Las tecnologías de información y comunicación y la metodología de resolución de problemas.....	76
2.2.6 Tecnología de la información y comunicación y la matemática .....	86
2.2.7 Las tecnologías de la información y comunicación como herramientas cognitivas.....	95
2.2.8 Manipulativos virtuales .....	101
2.2.9 La inteligencia artificial y su aporte al conocimiento sobre resolución de problemas .....	105
2.2.10 Recursos digitales.....	108
<b>2.3 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS</b> .....	<b>114</b>
2.3.1 ¿Qué es resolución de problema? .....	115
2.3.2 ¿Por qué trabajar con resolución de problemas? .....	118
2.3.3 Tipos de problemas .....	121
2.3.4 Fases, estrategias, heurística y variables en la resolución de problemas .....	126
2.3.5 Resolución de problema como una estrategia metodológica .....	135
2.3.6 Rol del profesor, del alumno y de su interacción en la resolución de problemas .....	151
2.3.7 Resolución de problemas en matemática .....	159
<b>CAPITULO III:</b> .....	<b>169</b>
<b>EL MODELO INTERACTIVO PARA EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO</b> .....	<b>169</b>
<b>3.1 INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>171</b>
<b>3.2 EL MODELO INTERACTIVO PARA EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO</b> .....	<b>171</b>
3.2.1 Descripción del modelo .....	171
3.2.2 Ideas centrales que caracterizan el modelo.....	174
3.2.3 Los materiales .....	178
<b>3.3 PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD</b> .....	<b>180</b>
<b>3.4 RECURSOS UTILIZADOS EN LA INVESTIGACIÓN</b> .....	<b>183</b>
3.4.1 Guía 1: Ingeniería y Medioambiente: Gestión y manejo de residuos sólidos domiciliarios.....	184
3.4.2 Guía 2: Acústica: Diseño de espacios acústicamente apropiados.....	195

3.4.3 Guía 3: La Célula: Buscando un modelo matemático para la reproducción de bacterias.....	206
<b>CAPITULO IV: .....</b>	<b>225</b>
<b>METODOLOGÍA.....</b>	<b>225</b>
<b>4.1 INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>227</b>
<b>4.2 LA EXPERIENCIA.....</b>	<b>229</b>
<b>4.3 ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS UTILIZADAS.....</b>	<b>231</b>
4.3.1 Aspectos generales .....	231
4.3.2 El proceso de observación .....	233
4.3.3 Delimitación de objetivos .....	236
4.3.4 Los requisitos del estudio .....	238
4.3.5 Recogida de datos.....	241
<b>4.4 LA OBSERVACIÓN Y PAUTA DE OBSERVACIÓN .....</b>	<b>247</b>
4.4.1 La observación .....	247
4.4.2 Pauta de observación: instrumento cerrado .....	248
4.4.3 Pauta de observación sección abierta .....	252
<b>4.5 DESCRIPCIÓN DE LOS GRUPOS OBSERVADOS.....</b>	<b>260</b>
4.5.1 Los establecimientos educacionales .....	260
4.5.2 Los docentes .....	273
4.5.3 Las salas o laboratorios de computación y los alumnos.....	274
<b>4.6 EVALUACIÓN DE EXPERTOS .....</b>	<b>275</b>
<b>CAPITULO V: .....</b>	<b>277</b>
<b>ANÁLISIS DE DATOS.....</b>	<b>277</b>
<b>5.1 INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>279</b>
<b>5.2 OBSERVACIONES REALIZADAS .....</b>	<b>280</b>
<b>5.3 CATEGORÍAS Y REGISTROS.....</b>	<b>281</b>
5.3.1 Pauta de observación cerrada .....	281
5.3.2 Observación abierta .....	284
<b>5.4 ANÁLISIS GENERAL DE LAS CATEGORÍAS .....</b>	<b>286</b>
5.4.1 Valoración de todas las categorías por guías, de la pauta de observación cerrada.....	286
5.4.2 Valoración de cada Categoría por establecimiento, de la pauta de observación cerrada.....	288
5.4.3 Análisis de categorías en los establecimientos por guía de las observaciones abiertas.....	290
5.4.4 Análisis de categorías en los establecimientos por sesión de las observaciones abiertas.....	291
<b>5.5 DOCENTE/ASPECTOS PEDAGÓGICOS .....</b>	<b>294</b>
5.5.1 Aspectos mejor y peor valorados de la pauta de observación cerrada.....	295
5.5.2 Promedio de valoración al total de observaciones de la pauta cerrada .....	296
5.5.3 Promedio de valoración por guía, de la pauta de observaciones cerrada .....	296
5.5.4 Frecuencia de valoración por sesión, de la pauta de observación cerrada .....	298
5.5.5 Aspectos Pedagógicos, de las observaciones abiertas .....	299
<b>5.6 ALUMNOS/ESTRATEGIA USADAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS .....</b>	<b>302</b>
5.6.1 Aspectos mejor y peor valorados de la pauta de observación cerrada.....	304
5.6.2 Promedio de valoración al total de observaciones de la pauta cerrada .....	305
5.6.3 Promedio de valoración por guía, de la pauta de observaciones cerrada .....	305

5.6.4 Frecuencia de valoración por sesión, de la pauta de observación cerrada .....	307
5.6.5 Promedio de frecuencias por guía, de la observaciones abierta .....	308
5.6.6 Estrategias de RP usadas, de las observaciones abiertas.....	309
<b>5.7 USO DE TIC/FORMAS DE USO DE TIC .....</b>	<b>312</b>
5.7.1 Aspectos mejor y peor valorados de la pauta de observación cerrada	313
5.7.2 Frecuencia de valoración al total de observaciones de la pauta cerrada .....	314
5.7.3 Frecuencia de valoración por guía, de la pauta de observaciones cerrada .....	315
5.7.4 Frecuencia de valoración por sesión, de la pauta de observación cerrada .....	317
5.7.5 Promedio de frecuencia por guía, de las observaciones abierta .....	320
5.7.6 Formas de Uso de las TIC, de las observaciones abiertas .....	321
<b>5.8 EL LABORATORIO DE COMPUTACIÓN/SALA DE COMPUTADORES O LABORATORIO DE COMPUTACIÓN .....</b>	<b>323</b>
5.8.1 Aspectos mejor y peor valorados de la pauta de observación cerrada	324
5.8.2 Frecuencia de valoración al total de observaciones de la pauta cerrada .....	325
5.8.3 Frecuencia de valoración por guía, de la pauta de observaciones cerrada .....	326
5.8.4 Frecuencia de valoración por sesión, de la pauta de observación cerrada .....	327
5.8.5 Promedio por guía, de las observaciones abierta .....	328
5.8.6 Frecuencia por sesión, de las observaciones abierta .....	329
<b>5.9 ACTITUD .....</b>	<b>330</b>
5.9.1 Promedio por guía, de las observaciones abierta .....	330
5.9.2 Frecuencia por sesión, de las observaciones abierta .....	331
5.9.3 Actitud de los alumnos.....	333
5.9.4 Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP.....	333
5.9.5 Actitud del profesor en la sesión.....	334
<b>5.10 ANÁLISIS SEGÚN TIPO DE GRUPO OBSERVACIONES ABIERTAS</b>	<b>335</b>
5.10.1 Categorías según tipos de grupos .....	336
5.10.2 Según tipos de grupos observados por sesión.....	337
<b>5.11 ANÁLISIS CUALITATIVO .....</b>	<b>338</b>
5.11.1 Resumen general Aspectos pedagógicos .....	338
5.11.2 Resumen general Estrategia de Resolución de problemas usada.....	341
5.11.3 Resumen general Forma de uso de las TIC.....	344
5.11.4 Resumen general Actitud.....	346
5.11.5 Resumen general Sala de computación o Laboratorio de computación .....	349
<b>5.12 SÍNTESIS DEL ESTUDIO .....</b>	<b>351</b>
<b>CAPITULO VI: .....</b>	<b>397</b>
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>397</b>
<b>6.1 CONCLUSIONES .....</b>	<b>399</b>
6.1.1 Los profesores .....	399
6.1.2 Los alumnos.....	402
6.1.3 Interacción profesor-alumno.....	405
6.1.4 Aportes de la tecnología de la información y comunicación.....	407
6.1.5 Los materiales (guías) .....	413
6.1.6 Variables y categorías que intervienen .....	415
<b>6.2 RECOMENDACIONES .....</b>	<b>417</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>420</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1: los cambios esperados de educación en la sociedad industrial para la educación de la información.....	54
Tabla 2.2: Categorías y variables que influyen en la aplicación de una innovación en la práctica educativa.....	59
Tabla 2.3: Cinco áreas de las políticas locales en TIC desde un enfoque de mejoramiento de la escuela.....	71
Tabla 2.4: Comparación entre problemas bien y mal estructurado Gallagher y Gallagher (1994).....	123
Tabla 2.5: método IDEAL para la resolución de problemas de Bransford y Stein (1984).....	129
Tabla 2.6: Procedimiento generalizado para la resolución de problemas Luceño (1999).....	148
Tabla 2.7: Rol del docente y actividades involucradas en un proceso de resolución de problemas, Miller (2000).....	154
Tabla 3.1: Cambio de énfasis respecto a la matemática, en el marco del modelo interactivo.....	175
Tabla 3.2: Cambio de énfasis respecto al rol del estudiante en el marco del modelo interactivo.....	176
Tabla 3.3: Cambio de énfasis respecto al rol del estudiante en el marco del modelo interactivo.....	176
Tabla 3.4: Guías utilizadas como recurso para el alumno en el trabajo de resolución de problemas.....	183
Tabla 3.5: Descripción de las variables involucradas en el cálculo de tiempo de reverberancia.....	198
Tabla 3.6: Reproducción por mitosis hasta el ciclo 31.....	212
Tabla 3.7: Sucesiones de número de bacterias involucradas en los ciclos.....	217
Tabla 3.8: Sucesiones de número de bacterias el remanente $b_i - b_t$ de bacterias infecciosas en cada ciclo.....	217
Tabla 3.9: Sucesiones de número de bacterias y el remanente $b_i - b_t$ de bacterias infecciosas en cada ciclo.....	219
Tabla 4.1: Tiempo de experiencia de profesores y alumnos en la implementación del modelo interactivo.....	230
Tabla 4.2: Número de sesiones observadas por guía y por establecimiento.....	231
Tabla 4.3: Requisitos del proceso de observación, la planificación y la implementación.....	231
Tabla 4.4: Especificación de las cantidades de ítems modificados entre el instrumento original utilizado en el DEA y la presente investigación.....	247
Tabla 4.5: Codificación de las alternativas de los ítems.....	249
Tabla 4.6: Descripción y ejemplos de los elementos modificados, eliminados y agregados desde la pauta de observación original del DEA para esta investigación.....	250
Tabla 4.7: Desglose de preguntas cerradas por cada sección y sub-sección.....	251

Tabla 4.8: Aspectos considerados en instrumento de ítems cerrados de observación .....	251
Tabla 4.9: Descripción de las Categorías y sub-categorías incluidas en el estudio .....	254
Tabla 4.10: Modificaciones a Categorías y sub-categorías desarrolladas en estudio del DEA .....	257
Tabla 4.11: Datos generales de establecimiento observados .....	260
Tabla 4.12: Datos generales de los profesores de las salas observadas.....	274
Tabla 4.13: Datos generales de las salas y alumnos observados .....	275
Tabla 4.14: Categorías validadas por cada experto .....	276
Tabla 5.1: Número de sesiones observadas por Guía en cada establecimiento ..	281
Tabla 5.2: Sesiones realizadas por guía en cada establecimiento .....	281
Tabla 5.3: Desglose de preguntas cerradas por cada categorías.....	281
Tabla 5.4: Desglose de pauta de observaciones cerradas por cada categoría y sub categoría .....	282
Tabla 5.5: Codificación de las alternativas de los ítems.....	283
Tabla 5.6: Número de observaciones registradas por categorías para el total de sesiones y guías.....	284
Tabla 5.7: Categorías y sub categorías observadas .....	284
Tabla 5.8: Frecuencia de categorías observada por establecimiento .....	285
Tabla 5.9: Frecuencia de categorías generales observada por Establecimiento ...	286
Tabla 5.10: Estadísticos de contraste(a,b) .....	288
Tabla 5.11: Porcentaje de frecuencia de observación que aumenta, disminuye o se mantiene en el transcurso de la(s) sesión(es) al resolver un mismo problema ...	293
Tabla 5.12: Sub categoría de la categoría Docente y aspectos que considera, pauta de observación cerrada .....	294
Tabla 5.13: Sub categorías de la categoría Aspectos pedagógicos y su descripción de la observaciones abiertas .....	294
Tabla 5.14: Aspectos mejor y peor valorados de la categoría Docente, sub categoría Aspectos pedagógicos .....	295
Tabla 5.15: Número de establecimientos que cuya valoración más positiva de las alternativas se mantiene, aumenta o disminuye, en la observación de la sub categoría aspectos pedagógicos .....	299
Tabla 5.16: Sub categoría de la categoría Alumnos y aspectos que considera de la pauta de observación cerrada .....	303
Tabla 5.17: Sub categorías de la categoría Estrategias de RP usadas y su descripción de la observaciones abiertas .....	303
Tabla 5.18: Aspectos mejor y peor valorados de la categoría Alumnos, sub categoría Aspectos generales.....	304
Tabla 5.19: Aspectos mejor y peor valorados de la categoría Alumnos, sub categoría Estrategia de Resolución de Problemas.....	304

Tabla 5.20: Número de establecimientos que cuya valoración "Casi siempre" de las alternativas se mantiene, aumenta o disminuye, en la observación de la sub categoría Resolución de problemas .....	308
Tabla 5.21: Sub categoría de la categoría Uso de TIC y aspectos que considera de la pauta de observación cerrada.....	312
Tabla 5.22: Sub categorías de la categoría Formas de uso de TIC usadas y su descripción de la observaciones abiertas .....	313
Tabla 5.23: Aspectos más y menos valorados de la categoría Uso de TIC, sub categoría Aspectos generales.....	314
Tabla 5.24: Aspectos más y menos valorados de la categoría Uso de TIC, sub categoría A nivel cognitivo ayuda .....	314
Tabla 5.25: Aspectos más y menos valorados de la categoría Uso de TIC, sub categoría A nivel instrumental permite .....	314
Tabla 5.26: Estadísticos de contraste(a,b) .....	317
Tabla 5.27: Número de establecimientos que cuya valoración "Casi siempre" de las alternativas se mantiene, aumenta o disminuye, en la observación de la sub categoría A nivel cognitivo ayudan.....	318
Tabla 5.28: Número de establecimientos que cuya valoración "Casi siempre" de las alternativas se mantiene, aumenta o disminuye, en la observación de la sub categoría A nivel instrumental permiten .....	320
Tabla 5.29: Sub categoría de la categoría El laboratorio de computación y aspectos que considera de la pauta de observación cerrada .....	323
Tabla 5.30: Sub categorías de la categoría Sala de computadores o laboratorio de computación y su descripción de las observaciones abiertas.....	324
Tabla 5.31: Aspectos más y menos valorados de la categoría y sub categoría Laboratorio de computación.....	325
Tabla 5.32: Número de establecimientos que cuya valoración de las alternativas "Casi siempre" se mantiene, aumenta o disminuye, en la observación de la sub categoría Laboratorio de Computación .....	328
Tabla 5.33: Sub categorías de la categoría Sala de computadores o laboratorio de computación y su descripción de las observaciones abiertas.....	330

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Ejemplos de software del tipo graficadores .....	109
Figura 2.2: Software del tipo de procesadores geométricos .....	110
Figura 2.3: Aplicación con Excel para sintetizar sonido .....	111
Figura 2.4: Modelo demográfico sobre la proyección poblacional .....	111
Figura 2.5: Simula la prueba de lanzar 10 veces una moneda al aire .....	111
Figura 2.6: Dimensiones propuestas por Jonassen respecto a la variación de resolución de problemas.....	125
Figura 2.7: Modelo de enseñanza de estrategias de resolución de problemas. Schoenfeld (1985), adaptado en Pifarré (2004). .....	142
Figura 2.8: Enseñanza de estrategias generales de resolución de problemas en el modelo de Krulik y Rudnick (1989) apartado por Pifarré, 2004. ....	148
Figura 3.1: Applet diseño de cuadrilla .....	189
Figura 3.2: Applet producción de basura.....	190
Figura 3.3: Applet número de viajes .....	190
Figura 3.4: Applet para el problema de diseño de espacios acústicos apropiados	200
Figura 3.5: Sección del applet para calcular tiempo de reverberancia .....	200
Figura 3.6: Sección del applet para calcular volumen de la sala .....	200
Figura 3.7: Sección del applet para calcular superficie de sabine del público .....	201
Figura 3.8: Sección del applet para modificar superficie y coeficiente de absorción de la superficie de sabine .....	202
Figura 3.9: Sección del applet para obtener el resultado de tiempo de reverberancia .....	202
Figura 3.10: Vista de la página Web y sus secciones como recurso de apoyo a la resolución del problema .....	207
Figura 3.11: Imágenes de videos de la Escherichia Coli .....	208
Figura 3.12: Imágenes de videos que muestran cómo afecta la penicilina a la reproducción de bacterias.....	208
Figura 3.13: Applet de la reproducción de bacterias por mitosis, mostrando 4096 bacterias en el ciclo 12.....	209
Figura 3.14: Applet que muestra el crecimiento de una bacteria y simula el comportamiento frente a un tratamiento .....	209
Figura 3.15: Planilla que permite modela el applet anterior .....	210
Figura 3.16: Tercer ítem de los propuestas en la página Web en la sección de del test .....	210
Figura 3.17: Gráfica del número de bacterias de un cultivo de la Escherichia Coli	211
Figura 3.18: Gráfica con parte de los datos de la tabla anterior que muestra el crecimiento exponencial .....	212
Figura 3.19: Imágenes del applet en distintos ciclos de reproducción .....	213
Figura 3.20: Estructura del applet .....	214
Figura 3.21: Área de información del applet.....	215

Figura 3.22: Datos que muestran la forma en que están interactuando las bacterias con los anticuerpos.....	215
Figura 3.23: Primera zona de deslizador que permite fijar la cantidad de días que demorará el inicio del tratamiento .....	215
Figura 3.24: Segunda zona de deslizador que fija la potencia del tratamiento....	215
Figura 3.25: Tercera zona de deslizador que permite avanzar los ciclos de reproducción por mitosis de ambas bacterias .....	216
Figura 3.26: Señal del applet cuando las bacterias estan extintas .....	217
Figura 3.27: Applet en el ciclo 13 bajo las condiciones utilizadas en este ejemplo .....	220
Figura 3.28: Gráficas de las funciones $f(x) = 2^x$ y $g(x) = 2^{1.3(x-3)}$ .....	220
Figura 3.29: Gráfica del número de bacterias de un cultivo de la Escherichia Coli	221
Figura 4.1: Imágenes del laboratorio de computación del colegio Cristóbal Colón	262
Figura 4.2: Secuencia consecutiva que muestra el trabajo de unas alumnas usando las guías y el computador.....	263
Figura 4.3: Imágenes de alumnos desplazándose por la sala, consultándole al docente y que muestran lo precario de la pizarra que había en el aula.....	263
Figura 4.4: Imágenes de la sala CRA y laboratorio de computación .....	264
Figura 4.5: Imágenes que presenta el trabajo en parejas y el ambiente de buena disciplina en el curso .....	265
Figura 4.6: Imágenes que muestran de preguntas y respuestas y la buena disposición del docente .....	266
Figura 4.7: Imágenes que muestran los momentos de explicación del docente tanto en la sala CRA, como en laboratorio.....	267
Figura 4.8: Imágenes que presenta la sala de computación.....	268
Figura 4.9: Imágenes que muestran el ambiente de trabajo.....	269
Figura 4.10: Imágenes que muestran los grupos observados .....	269
Figura 4.11: Imágenes del grupo de alumnos observados de buenos resultados y su forma de trabajo .....	270
Figura 4.12: Imágenes del grupo de alumnos de inferiores resultados y su forma de trabajo .....	271
Figura 4.13: Imágenes del grupo de alumnas observadas, que reemplazaron al grupo anterior de inferiores resultados, y su forma de trabajo .....	272
Figura 4.14: Imágenes del trabajo de la profesora, sus explicaciones generales y uso de las tecnologías.....	273

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 5.1: Porcentaje de ítems por cada categoría de la pauta de observación cerrada.....	282
Gráfico 5.2: Porcentajes de las frecuencias de categorías generales observada por Establecimiento .....	285
Gráfico 5.3: Valorizaciones del total de categorías de la pauta de observación de los establecimiento por guía .....	287
Gráfico 5.4: Valorizaciones de las categorías de la pauta de observación por establecimiento.....	289
Gráfico 5.5: Comportamiento de las categorías observadas en cada establecimiento por guía.....	290
Gráfico 5.6: Comportamiento de las categorías en los establecimiento por sesión .....	291
Gráfico 5.7 Valoración de la categoría Docente por establecimiento, en la pauta de observación cerrada .....	296
Gráfico 5.8: Valorizaciones de la categoría Docente de la pauta de observación por guías.....	297
Gráfico 5.9: Frecuencia de la sub categoría "Aspectos Pedagógicos" por sesión y establecimientos .....	298
Gráfico 5.10: Media de frecuencias de las observaciones de la categoría "Aspectos Pedagógicos" por guía y establecimientos.....	300
Gráfico 5.11 Comparación Sub-categoría "Trabajo con alumnos" por sesión y establecimiento.....	301
Gráfico 5.12: Comparación Sub-categoría "Estrategias metodológicas usadas por el profesor" por sesión y establecimientos.....	302
Gráfico 5.13 Valoración de la categoría "Alumnos" por establecimiento, pauta de observación cerrada .....	305
Gráfico 5.14: Valorizaciones de la categoría "Alumnos" por guías y establecimiento .....	306
Gráfico 5.15: Sub categoría "Estrategias de Resolución de Problemas" por sesión y establecimientos .....	307
Gráfico 5.16: Media de frecuencia de observaciones de la categoría "Estrategias de RP usadas" por guía y establecimientos.....	309
Gráfico 5.17: Comparación sub categoría "Sugerencias del profesor para resolver problemas" por sesión y establecimientos.....	310
Gráfico 5.18: Comparación sub categoría "Estrategias de RP usadas por el alumno" por sesión y establecimientos .....	311
Gráfico 5.19 Valoración de la categoría "Uso de TIC" por establecimiento, en la pauta de observación cerrada .....	315
Gráfico 5.20: Valorizaciones de la categoría "Uso de TIC" de la pauta de observación por guías y establecimiento.....	316
Gráfico 5.21: Comparación Sub categoría "A nivel cognitivo ayudan", por sesión y establecimiento.....	317

Gráfico 5.22: Comparación sub categoría "Uso de las TIC a nivel Instrumental" por sesión y establecimientos .....	319
Gráfico 5.23: Medias de las frecuencias de las observaciones de la categoría "Uso de TIC" por guías y establecimiento .....	320
Gráfico 5.24: Comparación Sub-categoría "Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos" por establecimiento y sesión.....	321
Gráfico 5.25: Comparación sub categoría "Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos" por sesión y establecimientos .....	322
Gráfico 5.26 Valoración de la categoría "Laboratorio de computación" por establecimiento, en la pauta de observación cerrada .....	325
Gráfico 5.27: Valorizaciones de la categoría "Laboratorio de computación" por guías y establecimiento .....	326
Gráfico 5.28: Sub categoría "Laboratorio de Computación" por sesión y establecimiento.....	327
Gráfico 5.29: Medias de las frecuencias de las observaciones de la categoría "Sala de computación o Laboratorio de computación" por guía y establecimiento .....	328
Gráfico 5.30: Frecuencia de observaciones de la categoría "Sala de computación o Laboratorio de computación" por sesión y establecimiento .....	329
Gráfico 5.31: Media de las frecuencias de la categoría "Actitud" por guía y establecimiento.....	331
Gráfico 5.32: Frecuencias de la categoría "Actitud" por sesión y establecimiento	332
Gráfico 5.33: Comparación sub categoría "Actitud de los alumnos" por sesión y establecimiento.....	333
Gráfico 5.34: Comparación sub categoría "Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP" por sesión y establecimiento .....	334
Gráfico 5.35: Comparación sub categoría "Actitud del profesor en la sesión" por sesión y establecimiento .....	335
Gráfico 5.36: Comparación entre los grupos en las distintas categorías generales observadas.....	336
Gráfico 5.37: Comparación entre los grupos en las distintas categorías generales por sesión .....	337

## **ANEXOS**

Anexo 1: Guía 1: Ingeniería y medio ambiente Gestión y manejo de residuos sólidos domiciliarios.

Anexo 2: Guía 2: Acústica arquitectónica Diseño de espacios acústicamente apropiados.

Anexo 3: Guía de las células Buscando un modelo matemático para la reproducción de bacterias.

Anexo 4: Pauta original estudio del DEA Pauta de observación Sesiones de trabajo en Resolución de problemas en matemática usando las TIC.

Anexo 5: Pauta proyecto Fondef: Pauta para observar al grupo curso y al profesor.

Anexo 6: Pauta utilizada en tesis doctoral: Pauta de observación Sesiones de trabajo en Laboratorio de computación Resolución de problemas en matemática usando las TIC.

Anexo 7: Categorías desarrolladas en investigación DEA.

Anexo 8: Validación de categorías por expertos, Dra. Anna Escofet.

Anexo 9: Validación de categorías por expertos, Dr. Carlos Marcelo.

Anexo 10: Validación de categorías por expertos, candidato a Dr. Hernán Miranda.



**CAPITULO I:  
EL PROBLEMA**



## **1.1 INTRODUCCIÓN**

El Estado de Chile, en las últimas dos décadas ha mantenido una tendencia a mejorar los aprendizajes de los niños y jóvenes del país, donde la cobertura, equidad y la generación de nuevas oportunidades han sido elementos primordiales. Hoy en día, se habla de cobertura con calidad, luego que los resultados en las pruebas nacionales e internacionales, no han mejorado según lo esperado.

Un factor ampliamente analizado y que, a pesar de los esfuerzos sostenidos de inversión en educación, orientados principalmente hacia los sectores más vulnerables, se refiere a que los diferentes indicadores muestran que no han existido, salvo algunas excepciones, como lo son el aumento a los años de escolaridad, cambios o tendencias que permitan definir lineamientos claros de actuación.

Esta situación se ve claramente reflejada en los resultados, de las diferentes pruebas estandarizadas, nacionales e internacionales de medición de logros de aprendizajes de contenidos matemáticos, son deficitarios (PISA, 2006; SIMCE, 2008; TIMSS, 2003).

Un elemento que ha influido en los resultados actuales de la educación, se refiere a la formación inicial de los docentes (Ávalos, 2003; OCDE, 2004). Además, a diferencia de los países con mejores resultados en matemática en las pruebas internacionales, donde la valoración social de los docentes es uno de los elementos centrales en su éxito, en nuestro país esta valoración es baja (Felmer, 2008).

Asimismo, están sucediendo cambios sociales relevantes, donde se requiere una fuerte sintonía entre la sociedad y la escuela (Reigeluth, 2000), siendo la tecnología y el impacto del conocimiento científico tecnológicos, los principales factores de dichos cambios (Brünner 2003; Cox en Hevia, 2003).

Diferentes estudios muestran la importancia que tiene la matemática en una sociedad como la actual y su importancia para disminuir la brecha entre los que tienen más y menos recursos (Castells 2002; Informe Cockcroft, 1985, Naciones Unidas, 1998; NCTM, 2000; SEDICI 2000; UNESCO, 2000).

Una mirada al currículum de matemática de nuestro país, muestra un énfasis en el uso de la estrategia de resolución de problemas (Ministerio de Educación, 1998). Asimismo, referentes internacionales importantes destacan la relevancia de dicha estrategia (NCTM, 1980, p.1; 2000) y los beneficios de trabajarla en matemática (Polya, 1979; Schoenfeld, 1985; Wertheimer, 1991), junto con ser reconocido que no es una estrategia simple de implementar en las salas de clases (Gaulin, 2001; Lacasa & Herranz, 1995; Pifarré & Sanuy, 2002). De igual manera, se conocen los beneficios que tiene trabajar la resolución de problemas con tecnología (Jonassen, 2000c; NCTM, 2000; Onrubia Cochera & Barberà, 2001; Waits, 2003).

Las tecnologías de información y comunicación, se presentan como un elemento dinamizador y central en las modificaciones e innovaciones que requiere la educación, modificando la forma de hacer y acceder al conocimiento (Brünner, 2003), además de ayudar en lograr tender estudiantes más activos (Pelgrum, 2001b).

En Chile, se ha implementado una política pública sostenida en el tiempo, sobre educación e informática, en la formación de la Red Enlaces del Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación. Esta ha formado una red entre los establecimientos educacionales, algunas Universidades y el Ministerio de Educación, instalando computadores, formando a docentes, dando acceso a Internet y recursos digitales, proporcionando asistencia técnica y asesoría, entre otros aspectos (Centro de Educación y Tecnología, 2009; OCDE, 2004, ).

A pesar de esta importante base instalada en nuestro país, un estudio de la OCDE concluye que existe un problema pedagógico, respecto al insuficiente conocimiento acerca de cada sector de aprendizaje (OCDE, 2004). De igual forma, los avances en integración de las tecnologías al currículum, ha sido complejo y lento a nivel mundial (Pelgrum, 2001).

Es así, que se hace necesario de estudiar, en qué forma profesores y alumnos usan las TIC en el desarrollo real de las prácticas en el aula, siendo necesario para avanzar en el conocimiento sobre el uso de las tecnologías de la información y comunicación en las salas de clases, analizar las prácticas educativas (Coll, 2004; Coll, Mauri & Onrubia, 2008).

Cabe señalar, que el autor de esta tesis, ya avanzó en esta línea de investigación, por una parte, en lo referido al uso e integración de tecnologías al aula y por otra a lo que son dichos usos en la disciplina de la matemática, haciendo uso de la estrategia de resolución de problemas. El autor de esta tesis, trabajó en su investigación realizada para el DEA, denominado "Metodológica de Resolución de Problemas en Matemática haciendo uso de las TIC", la cual le permitió avanzar en dicha línea de investigación, siendo una base de esta tesis doctoral (Villarreal, 2005).

## **1.2 EL PROBLEMA**

En el marco de esta tesis doctoral, interesa avanzar en el conocimiento sobre la problemática existente de la integración de las tecnologías de la información y comunicación al curriculum de matemática, en particular en resolución de problemas abiertos, lo cual es complejo tanto para profesores, como para alumnos.

Por esto, es necesario conocer el uso de la tecnología de la información y comunicación y analizar el comportamiento del trabajo del profesor y sus alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemática en educación secundaria, en un contexto de sala o laboratorio de computación.

Para resolver esto, podemos señalar que: los resultados en matemática son deficientes (PISA, 2006), a pesar de que en las últimas dos décadas, se han aumentado los recursos en educación en forma significativa (Bellei, 2003); existe una deficiencia en la formación inicial docente y bajo reconocimiento social (OCDE, 2004); se reconoce la importancia de la estrategia de la resolución de problemas (NCTM, 1989; Schoenfeld, 1985) y de su dificultad para integrarla a salas de clases (Gaulin, 2001); se conocen los beneficios de trabajar dicha estrategia haciendo uso de las tecnologías de la información y comunicación (Goldenberg, 2000); se cuenta con una base instalada en el país por la red Enlaces (Centro de Educación y Tecnología del Mineduc, 2009); los avances en integración de las tecnologías de información y comunicación al curriculum son complejos y lentos (Pelgrum, 2001); hay una necesidad de estudiar, en qué forma profesores y alumnos usan las tecnologías de la información y comunicación en el desarrollo real de las prácticas en el aula (Coll, 2004; Coll et al., 2008); se requiere de modelos curriculares que permitan, en forma explícita, integrar las tecnologías de la información y comunicación, de manera que se logren mejorar los aprendizajes (Cabero, 2001; Cuban, 2001).

En el marco de la investigación desarrollada y en particular, con la finalidad de lograr el objetivo de esta, se plantean diferentes preguntas para orientar el estudio:

1. ¿Cómo se comportan al trabajar profesorado y sus alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemática en educación secundaria, en un contexto de sala o laboratorio de computación?
2. ¿Cuáles son los aportes que hace la tecnología de la información y comunicación, a nivel instrumental y cognitiva, en trabajo de profesores y alumnos en resolución de problemas abiertos?
3. ¿Qué variables intervienen en el trabajo del profesorado y el alumnado al resolver problemas abiertos en matemática?
4. ¿Cuál puede ser una caracterización que permita "medir" la conducta de un profesor y sus alumnos al trabajar en resolución de problemas abiertos, haciendo uso de la tecnología de la información y comunicación?
5. ¿Cuál es la caracterización del uso de la tecnología de la información y comunicación por parte de profesores y alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemática en educación secundaria, en un contexto de sala o laboratorio de computación?

### **1.3 ANTECEDENTES**

La educación es un tema de interés nacional y en particular de todos los que en este momento hacen política pública. Tanto el discurso, como los esfuerzos del Gobierno muestran que es un sector estratégico e imprescindible para el desarrollo nacional (Brünner 2003).

Los diagnósticos recientes (OCDE, 2003), coinciden en que el sector ha sido objeto de una inversión y de un trabajo de mucha envergadura. Es así, que se ha logrado, por una vez en el país, que la educación sea política de estado más que acción de un gobierno o de una corriente política. Sin embargo, los resultados son muy bajos y los logros son muy desiguales. Esos diagnósticos, también coinciden, en que la magnitud de la inversión y del esfuerzo, no se compadecen con los resultados observados.

La inversión en educación, por los gobiernos de la concertación, entre el 1990 y el 2001, aumentaron a más del doble de la inversión del PIB, aumentando también el acceso a recursos, la cobertura educativa y la disminución de la deserción escolar (Bellei, 2003).

Los resultados en las diferentes pruebas estandarizadas nacionales e internacionales, de medición de logros de aprendizajes de contenidos matemáticos, son significativamente deficitarios. En el ámbito nacional, lo referido a la prueba SIMCE<sup>1</sup> aplicadas en los cursos de segundo medio (grado 10), muestran que estos se han estancado, existiendo una diferencia significativa, aproximadamente de un tercio de los resultados, entre los alumnos de menos y más ingresos.

En la prueba internacional PISA<sup>2</sup> 2006, del total de países participantes, 42 obtuvieron en matemática un promedio significativamente superior a Chile, nueve estuvieron por debajo y cinco obtuvieron un puntaje similar. Chile tiene 17 puntos por sobre el promedio de Latinoamérica y 87 puntos menos que el promedio de los países de la OCDE.

Según informe PISA 2006 señala que, "más de la mitad de los estudiantes en Chile no han desarrollado competencias que les permitan enfrentar situaciones problemáticas de vida, que impliquen el uso de las matemáticas. Su razonamiento matemático solo se aplica a contextos muy familiares; podrían usar procedimientos rutinarios, siguiendo instrucciones y no siendo capaces de proponer modos alternativos de resolver" (PISA, 2006).

En el TIMSS<sup>3</sup>, nuestro país participó en la evaluación del año 1999 ubicándose en matemática, en la posición 35 de un total de 38 países y en el 2003, los estudiantes chilenos en el lugar 39, de un total de 45 países (TIMSS, 2003).

Otro elemento interesante a mirar, es el índice de competitividad del Foro Económico Mundial 2008-2009, donde Chile se ubica en un muy buen lugar, quedando en el número 28 de un total de 138 países. Se puede señalar, que hay 8 indicadores que están por sobre 80, donde 5 corresponden a educación y en

---

<sup>1</sup> El SIMCE es el Sistema Nacional de Evaluación de resultados de aprendizaje del Ministerio de Educación de Chile. Se aplica todos los años a alumnos de grado 4 y en años intercalados se aplica a alumnos de grado 8 y de grado 10.

<sup>2</sup> Programme for International Student Assessment (PISA), prueba internacional estandarizada y administrada por la OCDE (Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico) la cual se aplica a una muestra de la población de estudiantes de 15 años de edad de los países participantes. Esta se realiza cada tres años.

<sup>3</sup> Third International Mathematics and Science Study, donde se aplicó una prueba de matemática y ciencias.

particular en el lugar 110 está "Calidad de la educación en matemática y ciencias" (Felmer, 2008).

Un elemento que ha influido en los resultados actuales de la educación, se refiere a la formación inicial de los docentes. Según estudio de la OCDE, señala que la reforma esta débilmente ligada a la práctica escolar real, por que no hay asesoría supervisora / instruccional y no existe vínculo directo entre la supervisión "experta" y el desarrollo profesional de profesores (OCDE, 2004).

Según Ávalos, no existe una política integrada de formación y desarrollo profesional, siendo esta emergente en relación a las necesidades del logro de los aprendizajes de los alumnos y la calidad de las escuelas (Ávalos, 2003).

Los gobiernos de la concertación, en las últimas dos décadas, han desarrollado un modelo en el cual el Ministerio de Educación es el desarrollador de un currículo de calidad, siendo los profesores y alumnos los responsable de implementarla. La problemática se produce, entre otros aspectos, al ser estos docentes formados por instituciones independientes y lejanas a la realidad y donde el Mineduc intenta influir a estas instituciones autónomas para que la formación docente tenga relación con la reforma educacional (OCDE, 2004).

Respecto a la carrera docente, tanto en la creación del Estatuto Ddocente, en 1990, como la Comisión Nacional para la Modernización de la Educación, convocada en 1994, se propone incentivar la profesionalización de la labor docente y reconocer a éstos como miembros de una de las profesiones más cruciales para el futuro de la sociedad (Comisión Nacional para la Modernización de la Educación, 1995; Núñez, 2003b).

En lo referido al reconocimiento social de la profesión docente, si bien en los últimos años, ha mejorado el promedio de puntajes en las pruebas de ingreso a carreras de educación (Bellei, 2003), y a nivel político se observan avances en el discurso respecto a una valorización de la profesión docente, sin embargo, al momento de analizar los magros resultados, estos mismos políticos apuntan principalmente toda su crítica a los profesores.

Felmer, al referirse a la valoración de los docentes, en un estudio realizado sobre los sistemas de educación en 5 países que han tenido los mejores resultados en las

pruebas internacionales, además, del caso de Estados Unidos, destaca como elemento común de todos estos países, salvo Estados Unidos, que los profesores tienen una alta valoración social acompañada de buenas remuneraciones, comparables a profesiones como ingeniería y derecho, permitiendo que los profesores estén satisfechos de su profesión y atrayendo a los mejores alumnos (Felmer, 2008).

En este marco, se observan la existencia de cambios sociales profundos, los cuales se están desarrollando en forma vertiginosa, donde la sociedad requiere cada vez más, que la escuela esté en sintonía con dichos cambios. Hoy, nos enfrentamos a la búsqueda de un nuevo paradigma de enseñanza y formación, basado en la estandarización, el cual va de la producción en serie de la era industrial, para dar paso a un tipo de producción personalizada en la economía de la era de la información (Reigeluth, 2000).

Los cambios sociales y las necesidades externas hacia la educación son variadas y crecientes. Algunos autores al referirse a los factores que están cambiando profundamente la sociedad contemporánea, señalan como los principales: el impacto de la revolución causada por la tecnología de la información; el impacto de la globalización; el impacto del conocimiento científico y tecnológico (Brünner 2003; Cox en Hevia, 2003).

La importancia que tiene el conocimiento en la sociedad está siendo cada vez más reconocido. "Las sociedades contemporáneas dependen del conocimiento y de las destrezas de su población: su capital humano. Para los individuos éste representa una inversión en sus capacidades productivas, (...). Para las sociedades representa una fuente de bienestar social y es el motor del crecimiento económico" (Brünner 2003, p.6).

Numerosos estudios muestran la brecha que se extiende entre los que tienen más recursos y los que tienen menos, en particular la brecha existente en lo que se refiere a acceso a tecnologías, lo que se ha llamado la brecha digital. Respecto a la enseñanza y aprendizaje de la matemática, para la mayoría de las persona no alcanzan el nivel mínimo de "alfabetización funcional" para vivir en una sociedad como la actual, donde las personas ven la matemática difícil y aburrida, sintiéndose no capaces de resolver simples cálculos o sencillas problemas (González 2000).

Estos mismos estudios y otros (Informe Cockcroft, 1985; NCTM, 2000), señalan la importancia de la matemática en la sociedad actual, junto con indicar que el acceso a mejores estrategias de aprendizaje, permite lograr mayores niveles de desarrollos sociales (Castells, 2002; Naciones Unidas, 1998; SEDICI 2000; UNESCO, 2000).

Respecto al curriculum de matemática, al revisar los planes y programas de estudio del Ministerio de Educación de Chile, en particular de los niveles de secundaria, se observa un fuerte énfasis en el uso de la estrategia de resolución de problemas, la cual permite alcanzar el logro de los aprendizajes esperados por parte de los alumnos, junto con trabajar en la adquisición de competencias y habilidades deseables para los estudiantes egresados de enseñanza media (Mineduc, 1998).

Un referente importante en el área de la matemática, tiene relación con que el NCTM, señaló que "Resolución de problema debe ser el foco de las matemáticas en la escuela" (NCTM, 1980, p.1), posteriormente aparece y acentúa el tema de resolución de problemas en el plan de estudios y en los estándares de evaluación para la matemática en la escuela (NCTM, 1989; 2000).

Distintos estudios muestran la importancia y beneficios de trabajar la resolución de problemas en matemática (Barberà, 1995; Pifarré, 2001; Polya, 1979; Santos, 2008; Schoenfeld, 1985; 1989; 1992; Wertheimer, 1991; por nombrar algunos), tal como lo señala Jonassen al citar a Gagné, respecto al que los alumnos aprendan a resolver problemas, es uno de los resultados más importantes en el proceso de aprender para la vida (Jonassen 2000a). Sin embargo, esta no es una estrategia simple de implementar, respecto a lo cual hay distintos autores que han presentado las dificultades al trabajar en este tema (Galín, 2001; Lacasa y Herranz, 1995; Monereo, 2000; Pifarré, 2004; Pifarré & Sanuy, 2002; Rizo & Campistrous, 2002; entre otros).

Puig (1996), al citar a Halmos (1980), señala que la resolución de problemas de matemáticas ha llegado a ser calificada por los matemáticos profesionales como el corazón de éstas.

Trabajar en resolución de problemas requiere un manejo de diferentes estrategias, además del conocimiento, en particular el matemático, junto con saber cuándo y cómo utilizar las estrategias aprendidas y el manejo metacognitivo del proceso,

generándose un cambio en la forma de trabajo del profesor y los alumnos, que permiten lograr aspectos que le son de interés a la disciplina (Onrubia Cochera & Barberà, 2001; Schoenfeld, 1989).

En el marco de las investigaciones realizadas, a la fecha existen diferencias entre problema y resolución de problemas, existiendo diferencias, entre otras, entre los investigadores de la enseñanza y aprendizaje de la matemática y en particular con los matemáticos (Santos, 2008; Törner, Schoenfeld & Reiss, 2007).

Diferentes estudios también presentan, los beneficios que tiene el trabajar resolución de problemas haciendo uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2000c; Onrubia, Cochera y Barberà, 2001; Schoenfeld, 1989; Waits, 2003; entre otros).

Hay cambios importantes en el rol del profesor y del alumno cuando se hace uso de una estrategia de resolución de problemas y en particular al hacer uso de las TIC. El proceso se centra en el alumno, es este quien tiene una responsabilidad importante en su formación. En este marco, se pueden usar las tecnologías como instrumento cognitivo, instrumentos mentales o como señala Jonassen, "herramientas de la mente" (Jonassen, 2000c).

Pensar en mejorar hoy la educación chilena, requiere mirar lo realizado en el pasado y mirar los posibles nuevos escenarios. Es así, que las tecnologías de información y comunicación se presentan como un elemento dinamizador y central en la modificaciones e innovaciones que requiere la educación en su conjunto (Brünner, 2003). Estas tecnologías están cambiando las forma de hacer y acceder al conocimiento. Aparecen nuevos requerimientos a la educación, vinculados a la alfabetización digital, pensada en sus diversos niveles, desde la capacidad y habilidad para saber usarla, hasta su utilización como apoyo en los aprendizajes y como medio de elaboración y construcción del conocimiento.

Pelgrum se refiere a las discusiones y debates sociales que presentan ideas sobre la necesidad de reformas educativas que permitan a las personas sobrevivir en una sociedad de la información (Pelgrum, 2001).

En particular, Pelgrum destaca la necesidad de tender a un desplazamiento de los estudiantes, como consumidores pasivos a una recogida de conocimiento activo y productivo (Pelgrum, 2001b).

De estos análisis, el mismo autor señala que pareciera existir una creencia que las tecnologías no solo es la columna vertebral de la sociedad de la información, sino que también un importante catalizador y herramienta para la inducción de las reformas educativas para contribuir a que los estudiantes logren ser trabajadores de conocimiento productivo (Pelgrum, 2001).

Las TIC, tienen especial importancia, al afectar todos los ámbitos de las actividades de las personas, utilizándose para pensar, aprender, conocer, representar y transmitir a otras personas y generaciones. Estas tecnologías, están contribuyendo a cambiar los planteamientos, los escenarios y las prácticas educativas, afectando el núcleo de los procesos educativo (Coll, 2004).

La literatura hace referencia sistemática a las dificultades que existen para hacer uso de las tecnologías, las que van desde niveles políticos hasta su integración a la sala de clases (Godino, Recio, Roa, Ruiz & Pareja, 2005).

Respecto a la política pública en educación y tecnología, en Chile se ha implementado una de las iniciativas con mayor apoyo, más prolongada y mejor evaluada por los profesores, que ha buscado entre otros objetivos, modificar las prácticas de los docentes, disminuir la brecha digital y mejorar los aprendizajes de los alumnos, es el proyecto Enlaces. Esta es la iniciativa de informática educativa impulsada por el Ministerio de Educación de Chile, que por más de una década y media, ha incorporado a más de 8.500 establecimientos. Ha sido reconocida en informe de la OCDE (2004) como una de los tres componentes estratégicos para cambiar las oportunidades de aprendizaje (en conjunto con la reforma educacional y la jornada escolar completa).

Enlaces, tiene la particularidad y fuerza, reconocida a nivel mundial, de vincular a diferentes actores, como lo son: el Ministerio de Educación; Universidades; y establecimientos educacionales.

El Proyecto Enlaces, ha instalado una importante cantidad de recursos, con una inversión en tecnología desde el año 2000 hasta el 2008, de un total de US\$228

millones. El promedio nacional de alumnos por computador, desde el año 2000 ha ido bajando de 70 a 23 alumnos por computador al año 2008, esperándose llegar a 10 alumnos por computador al 2010. Aproximadamente, el 75% de la matrícula escolar tiene acceso a Internet y de ella el 67% accede a una conexión de banda ancha (Centro de Educación y Tecnología, 2009).

Frente al consenso existente respecto a la relevancia de la tecnología en los procesos sociales y en particular en los referidos a la educación, se puede observar la debilidad existente, la cual queda reflejada en un informe reciente solicitado por el Ministerio de Educación a los directores de facultades de educación de las universidades del consejo de rectores<sup>4</sup>, respecto a la formación inicial de profesores, si bien se menciona en su presentación la tecnología como elemento importante en los procesos de formación de los alumnos de pedagogía, en el cuerpo del documento no es tratado este tema, dejándolo ausente.

El proyecto Enlaces, ha permitido avanzar en la formación docente, en alfabetización digital y uso pedagógico de las tecnologías, siendo el programa de gobierno de mayor envergadura en relación a su financiamiento, formación y apoyo a los docentes (Hepp, 2003), destacándose que en el segundo estudio internacional SITE, Chile obtiene el primer lugar, entre 27 países, en cobertura de profesores capacitados en informática educativa (SITES, 2002).

Los resultados de la OCDE, respecto al Proyecto Enlaces, señala que en estudios internacionales, Chile destaca en la mayoría de las dimensiones -hardware, software, Internet, capacitación y usos educativos- (SITES, 2002). Las evaluaciones muestran avances importantes, profesores que valoran significativamente la incorporación de las TIC a la escuela, profesores y alumnos usan cotidianamente las TIC y donde emergen interesantes experiencias innovadoras. Sin embargo, se señala además que profesores y alumnos están lejos de adquirir las competencias esperadas; que los docentes se sienten inseguros ante estos nuevos medios; que faltan computadores, software educativo y mejor Internet; y que los profesores necesitan más apoyo concreto y aplicado para fortalecer la integración de los recursos digitales a sus prácticas pedagógicas. En particular, y uno de los puntos de interés para este trabajo, es que se concluye que

---

<sup>4</sup> Entidad que agrupa a las 25 universidades chilenas que cuentan con aportes del estado.

existe un problema pedagógico, respecto al insuficiente conocimiento acerca de cada sector de aprendizaje (OCDE, 2004).

Hay una falta de desarrollo curriculares integrados, que den respuestas concretas a los profesores, que ayuden a estos y a sus alumnos, no solo entregándoles los recursos, sugiriéndoles qué usar e incluso cuándo usar, sino que acompañándolos en su trabajo en las salas de clases, hasta que estos adquieran las habilidades y competencias para desempeñarse con los recursos y las nuevas condiciones.

Un aspecto relevante de esta tesis, es lo referido a la integración curricular de las tecnologías de la información y comunicación, pensada esta como el uso en forma habitual en las aulas, en variadas tareas y donde estas pasan desapercibidas (Gros, 2000).

En lo referido a la integración de las tecnologías al curriculum y en el desarrollo de modelos efectivos que faciliten esta integración, los avances son un elemento reconocido como complejo y que en general ha sido lento a nivel mundial, existiendo situaciones muy disímiles, independientes de los recursos involucrados (Pelgrum, 2001; Unesco, 2000).

Respecto a los impactos de las TIC en los procesos educativos Coll, Mauri y Onrubia, hacen referencia a diferentes autores, señalando que ha aumentado la necesidad de estudiar, en qué forma profesores y alumnos usan las TIC en el desarrollo real de las prácticas en el aula (Coll et. al., 2008).

Los mismos autores señalan que centrarse en los usos de las TIC conlleva a la necesidad de identificar las dimensiones fundamentales de las prácticas educativas. De esta manera, no solo es relevante en los estudios del uso previstos a partir de la planificación desarrollada, de la implementación de la estrategia didáctica, sino también de los procesos mismos que ocurren en la sala de clases (Coll et al., 2008).

Encuestas como la del SITE M1, muestran el potencial existente respecto a infraestructura y formación docente en TIC, junto con señalar la alta valoración que tienen los profesores de los recursos tecnológicos. Por estas razones, tanto los docentes como los equipos de gestión de los establecimientos educacionales, reconocen el potencial de las tecnologías digitales en sus aplicaciones educativas y

buscan soluciones que hagan uso de ese recurso para ponerlos al servicio de objetivos curriculares.

Mucho se ha investigado y dicho del uso de las TIC como apoyo a los aprendizajes de los alumnos, existiendo al menos dos elementos comunes en las conclusiones de estas investigaciones, la primera se refiere a que el profesor es el aspecto central en la inserción del uso de recursos TIC a la escuela y la segunda que se requiere de un modelo curricular que permita en forma explícita integrar las TIC, de manera que se logren mejoras en los aprendizajes (Cabero, 2001; Cuban, 2001).

Es así, que la investigación a desarrollar, trata sobre la metodología de resolución de problemas en matemática haciendo uso de las tecnologías. Se trata de saber, como el uso de las tecnologías en el marco de un modelo curricular, que entre otros aspectos hace uso de la metodología de resolución de problemas, apoyan los procesos de aprendizaje en matemática.

En síntesis, se ha logrado tener una política de estado, en las últimas dos décadas, en lo referido a educación, aumentando significativamente la inversión. Esto ha permitido lograr cobertura, pero no mejorar el logro de aprendizajes reflejado en pruebas estandarizadas nacionales e internacionales.

Existe una brecha entre el diseño y desarrollo de las políticas públicas y su implementación en las salas de clases, dejando al descubierto una falta de articulación entre ambos niveles.

Respecto a los docentes en ejercicio, se tiene: falta de políticas nacionales integradas en el tema; un reconocimiento a la sobrecarga y presiones existente en los docentes; y complejas condiciones en las que se desarrolla la profesión docente (largas jornadas de trabajo frente a un alto número de docentes), dificultando significativamente que los profesores participen en un proceso de formación profesional y se apropien de los elementos de la reforma, como para que esto permita mejorar los logros de los aprendizajes de sus alumnos.

Hay un esfuerzo por mejorar la calidad de la profesión docente, el reconocimiento social de los profesores y atraer a los mejores alumnos a las carreras de pedagogías, sin embargo, falta mucho por mejorar en el discurso político y en las acciones concretas.

Se ha mencionado el hecho de que los diferentes currículum, tanto nacionales como internacionales (MINEDUC, 1998; NCTM, 1980; 1989), hacen explícito el uso de la estrategia de resolución de problemas en matemática.

La formación de los profesores, en lo referido al tema de metodología de resolución de problema en matemática es escasa, aun más lo es, aquellas que hacen uso integrado de las TIC. Las instituciones formadoras, tampoco integran esta estrategia metodológica con la disciplina y los recursos al momento de trabajarla, existen escasas experiencias de cursos o talleres de formación a profesores en esta área y la literatura no está al alcance de los profesores.

Diferentes investigadores, destacan las ventajas de hacer uso de la estrategia metodológica referida a resolución de problemas, destacándose el que permite: integrar los contenidos y disciplinas; evaluar formativamente a los alumnos, tanto en contenidos, competencias como habilidades esperadas; contextualizar y situar los contenidos; implementar una estrategia para trabajar individualmente y en grupos; relacionar de otra forma profesor y alumnos; incentivar y aprender a trabajar en forma colaborativa y cooperativa; lograr nuevas competencias y habilidades; formar integralmente a los alumnos; integrar el uso de recursos, en particular las TIC; lograr que los alumnos analicen, piensen, investiguen y creen conocimiento; entre otros aspectos.

Es así que se requiere avanzar de una formación sin proyecciones; ir de una forma de gestión centrada en necesidades del pasado, a una gestión del conocimiento y de recursos; la dificultad de cambiar las conductas sin cambiar las condiciones en que se da la situación de aprendizaje, que se traduce en una profesión sin instrumentos y en la ausencia de una auténtica "industria educacional" y la constatación de que la sociedad, no se ha hecho cargo de la formación de las personas que podrían alimentar y constituir el campo profesional que la formación requiere.

Sobre un esfuerzo importante en diferentes iniciativas impulsadas por el Ministerio de Educación y donde a pesar de ellas, no se dan los resultados esperados, hay una fuerte desigualdad entre los diferentes sectores socio económicos, existe una disociación entre la formación inicial docente y la reforma educacional, los cursos de perfeccionamiento no producen los cambios esperados y en particular, y en

forma especial para los intereses de esta tesis, la tecnología no se ha integrado a los procesos educativos según lo esperado.

Se espera, que esta investigación sea un aporte a lo referido al área de las investigaciones educativas, en particular aquellas del área de la educación matemática y del uso de las tecnologías de la información y comunicación. Se ha trabajado sobre una experiencia real, que involucra a profesores del área de la matemática que están trabajando en niveles de secundaria, en establecimientos educacionales que participan del proyecto Enlaces del Ministerio de Educación de Chile. Se ha desarrollado esta investigación exploratoria, basada en una implementación de situaciones de aprendizaje de la matemática haciendo uso de tecnologías, en el marco de un modelo de innovación curricular, en el nivel secundario.

#### **1.4 MARCO DE LA INVESTIGACIÓN**

El marco que ha sustentado el desarrollo de esta tesis doctoral, corresponde a una experiencia referida a desarrollo curricular integrado en el área de la matemática, que permite mejorar los aprendizajes, cuyo modelo fue desarrollado en el proyecto FONDEF<sup>5</sup> -DOOI 1073- "Aprender Matemática Creando Soluciones" (Oteiza y Miranda, 2004), cuyo foco es el desarrollo de un modelo interactivo para el aprendizaje matemático, para ponerlo en práctica en el segundo año de la educación secundaria chilena, grado 10, ([www.comenius.usach.cl/fondef](http://www.comenius.usach.cl/fondef)). Esta experiencia tuvo un primer piloto el año 2003 con 21 salas, para pasar a ser implementado desde el 2004 a la fecha, con financiamiento del Centro de Educación y Tecnología, Red Enlaces, del Ministerio de Educación de Chile, del Centro Comenius de la Universidad de Santiago de Chile y de los propios establecimientos participantes, en 218 establecimientos, 1.007 salas de clases, en nueve de las quince regiones del país, con el apoyo de 5 Universidades, 432 docente y 43.300 alumnos (Miranda y Villarreal, 2010).

*El modelo interactivo para el aprendizaje matemático*, se entiende como una formulación teórica (ideal) acerca de los elementos básicos que constituyen una situación apropiada de enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático y de la interrelación dinámica que existe entre dichos elementos. De acuerdo con Oteiza

---

<sup>5</sup> Fondef es el Fondo de Fomento al Desarrollo Científico y Tecnológico, de la Conicyt Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica del Gobierno de Chile, siendo este proyecto desarrollado por el Centro Comenius de la Universidad de Santiago, centro en el cual trabaja el autor de esta tesis doctoral.

y Miranda (2004), en su aplicación práctica el modelo sirve como procedimiento para orientar las decisiones de quienes generan situaciones de enseñanza y aprendizaje de la matemática; de los docentes en su acción de facilitación de los aprendizajes y de quienes evalúen los aprendizajes alcanzados por los estudiantes. Consecuentemente, en su formulación se encuentran orientaciones y criterios para adoptar decisiones en relación con los diferentes momentos involucrados y, cuando corresponde, las orientaciones están referidas a los diferentes actores que participan en el proceso.

Al implementar el modelo de actualización curricular, se realizan procesos de formación docente, se proporcionan diferentes recursos, material para el alumno para todos los contenidos del año, un material para el profesor que le indica una forma de actuar y sugerencias para implementar el modelo, recursos digitales integrado al modelo y material concreto. Además proporciona un acompañamiento en forma presencial y virtual para los profesores participantes ([www.comenius.usach.cl/enlacesmat](http://www.comenius.usach.cl/enlacesmat)). Una descripción más detallada del *modelo interactivo*, son presentadas en el Capítulo tres de esta tesis.

El modelo tiene una fuerte base teórica, en el constructivismo social del aprendizaje propuesta por Vigotsky (1986), de esta manera y congruente con lo señalado por Coll et. al., se presenta esta tesis, respecto al uso de las TIC en la resolución de problemas abiertos en matemática, en el marco de un modelo de innovación curricular, como una forma que permite analizar el uso de las TIC, como herramientas o instrumentos de la actividad mental constructiva de los alumnos y los procesos de enseñanza, junto con permitir tener un espacio en que dichos usos pueden buscarse e identificarse (Coll et. al., 2008).

Se puede observar la existencia del problema, hay recursos importantes instalados, se ha llegado a una necesidad de generar conocimiento sobre nuevas estrategias que permitan mejorar los resultados en el logro de aprendizaje en matemática, en particular con apoyo de las tecnologías.

### **1.5 LOS CAPÍTULO DE LA TESIS DOCTORAL**

Para desarrollar esta investigación, se ha dividido la tesis en 6 capítulos, a saber:

**El primer** capítulo presenta el problema a estudiar.

**El segundo** muestra el marco teórico que fundamenta la investigación desarrollada, en el se centra principalmente en tres aspectos a) condiciones del sistema educacional chileno, b) la integración de las tecnologías al curriculum en centrado en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, y c) lo que es la resolución de problemas en matemática en general, con apoyo del uso de las tecnologías en particular.

**El tercero** presenta lo que es la base del modelo curricular sobre el cual se hace el estudio, denominado modelo interactivo para el aprendizaje matemático. Hace una descripción breve del modelo, sus ideas centrales, presentando: los cambios de énfasis y de roles deseados que se produzcan, como tendencia, en el tiempo con la implementación del modelo; los aspectos generales; lo que este modelo permite; características de la sala de clases; el tipo de guía utilizados; los materiales; y los recursos tecnológicos.

**El cuarto** capítulo presenta la metodología utilizada basada en elementos cuantitativos y cualitativos, se presentan: la experiencia; los aspectos generales de las estrategias metodológicas utilizadas tales como el proceso de observación, la delimitación de objetivos, los requisitos del estudio y la recolección de datos; la descripción de los grupos observados en cuanto a establecimientos educacionales, los docentes, la sala o laboratorio de computación y los alumnos; finalmente, la observación y pauta de observación, para el instrumento cerrado y la sección abierta.

**El quinto** capítulo presenta un análisis de los resultados de la aplicación de los diferentes instrumentos aplicados. El documento se inicia con un breve resumen de las observaciones realizadas, que permite contextualizar el trabajo de investigación. Lo sigue un resumen de los instrumentos utilizados en las observaciones, presentando las categorías, tanto para el instrumento cerrado, como para las observaciones abiertas. A continuación, se hace un análisis general de las categorías, por medio del cual se puede apreciar su comportamiento, ya sea en su totalidad o una mirada en forma individual, en cada uno de los tipos de observaciones (cerrada y abierta). Luego sigue un análisis de cada categoría, presentadas en duplas, las que provienen de cada tipo de observación, ya sea porque son similares o se complementan. Para finalizar, se presenta un análisis a partir de la mirada a dos grupos, según su tipo, observaciones a cursos completos

(dos cursos de dos colegios) y observaciones a grupos de alumnos (dos grupos en el contexto de un curso).

**El sexto** y último capítulo presenta conclusiones, alcances, recomendaciones y proyecciones.

**CAPITULO II:  
MARCO TEÓRICO**



## **2.1 INTRODUCCIÓN**

Según Coll (2004), la sociedad de la información en una nueva forma de organización económica, social, política y cultural, presentando "nuevas formas de vivir y trabajar juntos y también de comunicarnos, de relacionarnos, de aprender e incluso de pensar.

Las TIC, con su capacidad de transmitir y transferir la información, tienen especial importancia, al afectar todos los ámbitos de las actividades de las personas, siendo instrumentos utilizados para pensar, aprender, conocer, representar y transmitir a otras personas y generaciones. Estas tecnologías, están contribuyendo a cambiar los planteamientos, los escenarios y las prácticas educativas, afectando el núcleo de los procesos educativo (Coll, 2004).

Los reportes en uso e integración de las TIC entregan información que si bien son satisfactorias, no lo son tanto como se desearía, existiendo una importante cantidad de información referida a resultados que permite definir presentes y futuras líneas de investigación.

La literatura hace referencia sistemática a la dificultades que existen para hacer uso de las tecnologías, las que van desde niveles políticos hasta su integración a la sala de clases (Godino et al., 2005).

En la medida que se avanza en la era de la información, los alumnos necesitarán nuevos y distintos conocimientos, habilidades y técnicas para enfrentarse a tareas cognitivas de mayor complejidad, donde las tecnologías de la información y comunicación son una importante ayuda (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2001; Reigeluth, 2000).

Un aspecto relevante de esta tesis es lo referido a la integración curricular de las tecnologías de la información y comunicación, pensada esta como el uso en forma habitual en las aulas, en variadas tareas y donde estas pasan desapercibidas (Gros, 2000).

Respecto a la enseñanza y aprendizaje de la matemática, para la mayoría de las personas no alcanzan el nivel mínimo de "alfabetización funcional" para vivir en una sociedad como la actual, donde las personas ven la matemática difícil y aburrida,

sintiéndose no capaces de resolver simples cálculos o sencillos problemas (González 2000).

La resolución de problema ha sido importantemente estudiada durante la década de los 70 y 80, influyendo de manera significativa en la investigación en educación matemática y el diseño y prácticas de instrucción (Santos, 2008; Schoenfeld, 2007).

Puig (1996), al citar a Halmos (1980), señala que la resolución de problemas de matemáticas ha llegado a ser calificada por los matemáticos profesionales como el corazón de éstas. Además Puig, señala la gran importancia que ha tenido a nivel mundial, en las reformas curriculares de la última década, el tema de resolución de problemas.

Como señala Jonassen, la mayoría de los psicólogos y de los educadores, como piensa Gagné, señalan que los estudiantes aprendan a resolver problemas, es uno de los resultados más importante en el proceso de aprender para la vida (Jonassen 2000a).

En el marco de las investigaciones realizadas, a la fecha existen diferencias entre problema y resolución de problemas, existiendo diferencias, entre otras, entre los investigadores de la enseñanza y aprendizaje de la matemática y en particular con los matemáticos (Santos, 2008). Lo anterior queda de manifiesto, en una invitación realizada por Törner et al., (2007), a expertos de diferentes partes del mundo, a documentar el estado del arte en resolución de problemas.

Ya Schoenfeld (1992), hace ver que las investigaciones y estudios en resolución de problemas de matemáticas son difícil de interpretar porque "problema" y "resolución de problemas" tienen y han tenido significados variados y contradictorios. Es así, que hace un llamado a los investigadores para hacer explícito, el significado del término "resolución de problemas" e incluso ejemplificarlo, en sus estudios o desarrollos curriculares. Esto sobre la base de los conflictos y de la confusión que se produce.

La NCTM en su propuesta global de un marco para ser estudiados en matemática en los niveles pre-universitario, define cinco estándares de contenidos y en

particular cinco estándares de procesos matemáticos, a saber: resolución de problemas; razonamiento y prueba; comunicación; conexiones; y representaciones. En forma importante, diferentes investigaciones presentan la necesidad de realizar investigaciones que permitan observar y analizar el uso de la tecnología, por parte de profesores y alumnos en el marco de su labor cotidiana. Ámbito en el cual la presente investigación se ha centrado.

En esta sección se presenta el marco teórico sobre los temas involucrados en el estudio, referidos a integración curricular de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) y resolución de problemas abiertos en matemática. Se presenta y analiza información que permita tener una mirada de las dos áreas tanto en su nivel individual como en sus vinculaciones.

## **2.2 INTEGRACIÓN CURRICULAR DE LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN**

### **2.2.1 Impacto de las tecnologías de la información y comunicación**

En esta sección se presentan algunos estudios que destacan por su volumen e importancia, donde se presentan los avances en lo referido a las tecnologías de información y comunicación en las escuelas.

Respecto al impacto que pueden causar las TIC en las prácticas educativas, no depende tanto de la naturaleza y las características de las tecnologías, como del uso pedagógico que se hace de ellas. Las TIC no son consideradas como instrumentos psicológicos, susceptibles de transformar las relaciones entre los elementos del triángulo interactivo (profesor, alumno, contenidos); su incorporación se limita, a lo sumo, a favorecer y potenciar determinado tipo de relaciones entre estos elementos, las que postula precisamente el planteamiento o modelo pedagógico de partida (Coll, 2004).

Un estudio importante es el realizado por BECTA, una institución del Reino Unido que trabaja para dirigir el uso efectivo e innovador de la tecnología para el aprendizaje, en su informe 2007 proporciona una visión general del uso de TIC en educación. Su perspectiva es bastante crítica, señalando que después de "varios años de inversión significativa en infraestructura y conectividad, para mejorar la relación de estudiantes y computadores, y en promover la compra de software para apoyar el aprendizaje a través de los "Créditos E-learning", el panorama actual es

de un crecimiento incremental más bajo, llegando a una meseta en muchos sectores" (BECTA, 2007, p.3).

El acceso a la tecnología está aumentando y "existe una fuerte y creciente evidencia que el uso de las TIC ayuda a elevar los estándares educacionales", pero que esto depende del contexto en el cual la tecnología se usa (BECTA, 2007, p.3).

En términos estratégicos, la evidencia señala los vínculos entre la madurez tecnológica (e-maturity) y el mejoramiento educacional, siendo este uno de los desafíos, aspecto que el estudio de SchoolNet (2006), que veremos luego, también hace referencia. Otro desafío, es lograr el trabajo colaborativo de los alumnos, poniendo el uso de la tecnología al servicio de un proceso más amplio de enseñanza y aprendizaje, donde las personas desarrollen un rango más amplio de habilidades y tengan acceso a un currículo más personalizado (BECTA, 2007, p.4).

El uso de tecnología de "exhibición", como las pizarras interactivas, si bien han demostrado ser muy motivadoras, han conducido a un uso de la tecnología principalmente para la enseñanza grupal, más que el apoyar el aprendizaje independiente o en pequeños grupos. Por otra parte, si bien el desarrollo en el uso de tecnología para apoyar un aprendizaje más personalizado son evidentes, estos se encuentran en una etapa temprana (BECTA, 2007, p.4).

El mayor uso de diferentes tecnologías exige nuevas perspectivas de gestión y apoyo a los estudiantes, y con ellas, nuevas perspectivas de desarrollo profesional. El desafío es desarrollar el uso de tecnologías desde mejorar y enriquecer el aprendizaje a poder extenderlo y darle más capacidad, desarrollando un amplio repertorio de habilidades profesionales (BECTA, 2007).

El informe indica que la rápida adopción de TIC en los ámbitos escolares se ha visto favorecida principalmente a la adopción de pizarras interactivas y tecnologías relacionadas, dado que estas son muy solicitada por colegios y docentes. Además, ofrecen beneficios transparentes a la enseñanza y el aprendizaje, siendo fácil para las instituciones y los docentes el reconocer como las pizarras interactivas enriquecen y mejoran los procesos de enseñanza y aprendizaje, lo cual no es el caso con otras tecnologías (BECTA, 2007).

Otro estudio de interés, es el de SchoolNet. En diciembre de 2006 se publicó el informe "El Reporte de Impacto de las TIC. Una revisión de los estudios de impacto en las escuelas de Europa" (SchoolNet, 2006). Este estudio recoge evidencia de 17 estudios de impacto a lo largo de Europa, identificando 12 áreas de impacto de las tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje, además, de tres tipos de barreras y 13 recomendaciones para los creadores de políticas públicas, los educadores y los investigadores. De estos elementos, consideraremos aquellos que hacen mención a la investigación referente al impacto que las tecnologías tienen en la enseñanza y el aprendizaje y aquellos que nos puedan entregar un marco más amplio para situar la información que a continuación veremos.

En el estudio se indica que solo "un pequeño porcentaje de escuelas, en algunos países han integrado las TIC al currículum y demostrado altos niveles de efectividad y uso apropiado de las TIC para apoyar y transformar la enseñanza y el aprendizaje transversalmente y en un amplio rango de materias. la mayor parte de las escuelas, en la mayor parte de los países. está en las fases iniciales de la adopción de TIC, caracterizada por una entrega y uso fragmentario y descoordinado, sin mejoras profundas en la enseñanza y el aprendizaje" (SchoolNet, 2006, p.2).

Balanskat y Blamire (2007), en un análisis del estudio SchoolNet (2006),ratifica lo anterior, señalando que el uso de las tecnologías en salas de clase está aumentando, sin embargo, hay poco uso de herramientas de redes sociales. Los aspectos relacionados con las tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje están llegando a niveles de vanguardia.

Respecto del concepto de impacto en la enseñanza y el aprendizaje nos previene de las implicaciones epistemológicas que tienen los distintos tipos de estudio que se pueden emprender en esta área. Señala que se tiene dos tipos de estudios, aquellos que apuntan a medir el impacto de las TIC, respecto del logro y la mejora de las habilidades básicas y otros más cualitativos respecto del impacto de las TIC en los diferentes aprendizajes, los que se basan principalmente en la opinión de profesores, alumnos y padres. Sobre los primeros advierte que estos "asumen un sistema educacional fijo, en el cual el aprendizaje tiene que ver con lograr la maestría en un cuerpo de conocimiento, habilidades y comprensiones predeterminadas" (SchoolNet, 2006, p.3).

Los sistemas educacionales actuales, indica el estudio, "disminuyen el impacto de las TIC y de este modo las evaluaciones y los estudios de impacto a menudo miden sistemas tradicionales" (SchoolNet, 2006, p.6). De este modo la recomendación es "considerar métodos de investigación sensibles al contexto y orientados a los procesos... de manera de mostrar bajo qué circunstancias las actividades basadas en TIC pueden mejorar el aprendizaje y las habilidades lo que requiere de un grado de interpretación cualitativa, de manera de evaluar las causas del impacto que ha sido observado. Se necesita de una aproximación holística para identificar el impacto" (SchoolNet, 2006, p.8).

Lo anterior, dado que tal como lo señalan Machin, McNally, y Silva (2006) citados por SchoolNet (2006), es siempre difícil establecer relaciones causales entre computadores y productos educativos. Por ello el estudio recomienda complementar los estudios nacionales a gran escala, con información cualitativa a escala pequeña, los que de por sí son dependientes del contexto.

A continuación se resumen los principales resultados del estudio:

- a) El uso de las TIC mejora los logros de los niños en Inglés, como lengua materna (por encima de todas las asignaturas), en ciencias, diseño y TIC en estudiantes entre 7 y 16 años, particularmente en escuelas de primaria.
- b) Los resultados en matemáticas fueron menos contundentes que en inglés y ciencias, pero se sabe que el uso continuo de las TIC por parte de los estudiantes de secundaria da como resultado mejores calificaciones/puntajes en matemáticas.
- c) En los países OCDE hay una asociación positiva entre el tiempo dedicado al uso de las TIC y el desempeño de los estudiantes en las pruebas PISA de matemáticas.
- d) Las escuelas con buenos recursos en TIC, alcanzan mejores resultados que aquellas que tienen una baja dotación.
- e) La inversión en las TIC impacta los estándares educativos y lo hace de mayor manera cuando existe un terreno fértil en las escuelas para hacer uso efectivo de éstas.
- f) El acceso a la banda ancha en las aulas escolares, da como resultado mejoras significativas en el desempeño de los alumnos, en las pruebas nacionales que se toman a los 16 años.

- g) Existe una brecha creciente entre los maestros y las escuelas que tienen una alta y una baja confianza en tecnología digital. Cuando las TIC se usan en forma amplia los beneficios empiezan a aflorar.
- h) La práctica profesional de los maestros no cambia mucho cuando utilizan las TIC.
- i) La introducción de pizarras interactivos mejora los resultados de los estudiantes en las pruebas nacionales de Inglés (especialmente en alumnos con bajo rendimiento en escritura), Matemáticas y Ciencias, si se los compara con los estudiantes de escuelas que no cuentan con estos.

Los principales resultados, sobre el impacto de las TIC referidos a aprendizaje, con una base cualitativa del estudio, presenta las opiniones de maestros, estudiantes y padres de familia:

- a) Consideran que las TIC tienen un impacto positivo en el aprendizaje de los alumnos.
- b) De acuerdo con los maestros, las habilidades básicas y el desempeño de los estudiantes en materias como cálculo, lectura, escritura, mejora con las TIC.
- c) Los maestros están cada vez más convencidos que los logros educativos de los estudiantes mejoran con el uso de las TIC.
- d) Los estudiantes académicamente fuertes se benefician más con el uso de las TIC, pero estas sirven también a los estudiantes que son un poco más débiles.

Los impactos del estudio SchoolNet (2006), respecto a los docentes y a la enseñanza se refiere a:

- Entusiasmo creciente: Las intervenciones y programas de capacitación de los gobiernos tienen efecto positivo en las actitudes de los maestros hacia las TIC, al dotar a docentes de un computador portátil mejora su actitud al trabajo.
- Aumentos en eficiencia y colaboración: Un 90% de los maestros Europeos utilizan las TIC para preparar y planificar sus clases de manera más eficiente, efectiva y colaborativa.
- Usos específicos de las TIC: Ofrecer un acceso estructurado a la investigación en Internet, desarrollando en los estudiantes habilidades de búsqueda e investigación, que pueden transferirse a través del currículo.

- Competencias de los docentes y uso de las TIC: Las habilidades básicas de los maestros en el manejo de las TIC han aumentado en forma significativa; los maestros utilizan las TIC para apoyar las pedagogías existentes. Las TIC se utilizan más cuando se ajustan mejor a las prácticas tradicionales; los programas nacionales de desarrollo de competencias han tenido un impacto limitado en las competencias pedagógicas de los maestros.
- Factores fuera del control del maestro influyen la adopción de las TIC, por ejemplo: cultura institucional, liderazgo, currículo y evaluaciones.
- Los docentes todavía no han sacado el mejor provecho del potencial creativo de las TIC, ni han comprometido a los estudiantes en forma activa en la generación de conocimiento.
- Las TIC no se han explotado lo suficiente en la creación de ambientes de aprendizaje, donde los estudiantes se comprometan en forma más activa con la generación de conocimiento y no en ser simplemente consumidores pasivos.

De un estudio sobre Evidencia sobre el uso de tecnologías y su correlación con el desempeño en Pisa-Ciencias 2006 de Kluttig, Peirano y Vergara, (2009 ), para Chile, se puede señalar como los principales resultados:

- Los estudiantes chilenos, tienen un acceso limitado a computadores e Internet, sin embargo, el crecimiento entre el 2000 y 2006 de este acceso ha aumentado significativamente, a pesar de no alcanzar la penetración de tecnología de la OCDE. En Chile hay 25 alumnos por computador y en los países de la OCDE hay en promedio 6 alumnos por computador.
- Los hogares chilenos, donde hay al menos un alumno de 15 años, tienen mayor probabilidad de tener un computador disponible. Al parecer, la decisión de comprar computadores en el hogar se ve afectada por esta variable, siendo consecuente con lo propuesto por Pedró (2006).
- Respecto a la frecuencia y tipo de uso de los computadores, las preferencias de uso de los estudiantes chilenos son comparables con los de la OCDE, referidas a actividades comunicativas y de entretenimiento. Los que tienen computadores en el hogar señalan tener altos niveles de uso, aumentando si este tiene acceso a Internet. Sin embargo, en las escuelas el nivel de uso se acerca a niveles medios, coincidiendo con la factibilidad real de acceder a un computador, dada la cantidad de alumnos por equipo o la poca experiencia de los docentes en el uso efectivo de la tecnología en aspectos educativos.

- Al comparar el rendimiento entre alumnos con acceso a computadores en el hogar hay una brecha de alrededor de 24 puntos en ciencias. Por lo que se piensa que el acceso a las tecnologías, se relaciona positivamente con el rendimiento escolar, condicionado a las características del alumno y del establecimiento al que asiste. Esto no implica causalidad, ya que el uso de los computadores puede potenciar el aprendizaje o puede que los mejores alumnos (con mejores resultados) sean favorecidos con acceso a un computador.
- La frecuencia de uso de Internet se relaciona positivamente con el rendimiento, mientras que la frecuencia de uso de tecno-adictos y Office, se relaciona positivamente en un principio, pero al existir un uso frecuente la relación es negativa. Estos últimos van desde aportar al rendimiento escolar, pasando por ser un distractor o hasta llegar a limitar los tiempos dedicados al estudio.
- Desde un análisis econométrico, se afirma con certeza que existe un efecto del acceso sobre el rendimiento. La baja relación entre acceso en el hogar y desempeño, puede ser por variables no observadas como nivel socioeconómico o motivación de los padres. La ausencia de relación entre acceso en el establecimiento y resultados, se puede deber al bajo uso del computador o por el no uso apropiado de profesores, de esta manera el mero acceso a los computadores no mejora el desempeño.

Dario, Haydeé y Pedrosa (2007), en un estudio realizado sobre investigaciones realizadas en informática y educación matemática en Latinoamérica, a partir de un análisis de los trabajos presentados durante el 2003 a los dos principales encuentros de dicha temática, señalan que del total de trabajos presentados un 16% incluye algún uso de las TIC, de estos la mayoría constituyen intentos de integrar curricularmente las TIC a la educación matemática y una de las principales preocupaciones que impulsa el uso de Internet es la de formación docente.

Balanskat y Blamire (2007), señalan que no se observa claridad si las innovaciones alcanzadas, pueden ser útiles y transferidas, generalizándolas a escalas nacionales y tampoco su transferencia a otros países. A partir de esto se sugiere que a futuro más que trabajar en la transferencia, se avance en identificar los factores que favorecen el trabajo eficiente en el aula, sobre la base de lo que ocurre con los profesores, sus prácticas y las organización de las escuelas. De esta manera se espera que los estudiantes, maestros, directores y responsables políticos estén más conscientes de las posibilidades que proporciona el uso de las TIC en la solución de problemas educativos.

En este marco la evidencia de grandes estudios y meta-análisis sugiere que el uso de las TIC, en particular las tecnologías informáticas, se correlaciona en forma positiva con resultados académicos, mejores actitudes hacia la escuela y una mejor comprensión de conceptos abstractos, en particular con los estudiantes más vulnerables de niveles socioeconómicos bajos, menores rendimiento académico y estudiantes con discapacidad. Además, de permitir familiarizar a las nuevas generaciones con las tecnologías que se han convertido en componentes integrales del mundo moderno. Sin embargo, la investigación sobre el efecto de las TIC en el logro académico sigue abierto a la crítica (UNESCO, 2009, p. 39).

### **2.2.2 Barreras o dificultades en el uso de las tecnologías de la información y comunicación**

La literatura hace referencia sistemática a la dificultades que existen para hacer uso de las tecnologías, las que van desde niveles políticos hasta su integración a la sala de clases. Tener presentes las barreras o dificultades que aumentan la complejidad para permitir una integración de las TIC a las sales de clases, es un aspecto que siempre se debe tener presente. Desde una perspectiva más general, el introducir innovaciones en las escuela, y las TIC son una de ellas, significa complejidades adicionales (Godino et al., 2005).

Según Coll (2004), el problema podría ser, al menos, que en determinadas condiciones, la incorporación de las TIC a los procesos de enseñanza y aprendizaje pueden llegar a transformar en profundidad el espacio pedagógico y, en consecuencia, la naturaleza de las relaciones que en él se establecen entre estudiantes, contenidos y profesor.

El principal obstáculo para el uso de computadores, es que para los docentes no está clara la manera en que contribuya el uso de esta tecnología para poder compensar los costos involucrados, es decir, en la medida que los docentes vean beneficios educativos claros, la resistencia inicial de estos disminuirá (Wiske, Zodhiates, Wilson, Gordon, Harvey, Krensky, Lord, Watt, & Williams, 1988 citado en Akker, Keursten y Plomp, 1992).

Cuando se introduce las TIC en la clase, a la complejidad propia de su desarrollo y del logro de objetivos, además, se requiere que los profesores gestionen más recursos y, posiblemente, controlar más de cerca a los estudiantes. Otra

problemática puede surgir al existir un conflicto entre los diferentes procesos durante la actividad, por ejemplo, cuando se trabaja con simuladores se requiere una investigación y exploración por parte de los estudiantes y si se tienen docentes muy centrados en un rol de impartir el conocimiento (clase expositiva) y a los alumnos como receptores de estos, aparecen nuevos conflictos (Lim & Hang, 2003).

Una dificultad no estudiada suficientemente que surge al intentar utilizar herramientas TIC en la educación matemática, tiene que ver con el cambio necesario en la actuación pedagógica del profesor, ya que su uso implica un cambio de estrategia de enseñanza. Ya no es útil un esquema expositivo y lineal. Por tanto, se requiere diseñar y experimentar estrategias para facilitar la interacción del alumno con los conceptos matemáticos que se desea enseñar. He aquí que surgen actividades como: experimentar, conjeturar, generalizar, poner a prueba hipótesis, deducir, reflexionar sobre la tarea, entre otros, que son elementos extraños a una situación de clases expositiva tradicional (Pifarré, 2004; Santos, 2008).

Para Camacho (1995, p. 423) citado por Prendes (2007), se refiere a las barreras que dificultan la penetración tecnológica en las escuelas, las cuales son:

- a) Conceptuales: qué es la tecnología; qué es la tecnología educativa; y qué ofrece la tecnología educativa.
- b) Estructurales: obsolescencia de equipos; instalaciones inadecuadas; y coste elevado.
- c) Actitudinales: resistencias defensivas.
- d) Formativas: incapacidad docente; desconocimiento los aportes de la tecnología a la enseñanza y aprendizaje.

Respecto a los software educativo Akker et al., (1992), señala que gran parte de este, ha sido diseñado para ser usado por los estudiantes sin tener en cuenta las costumbres de toda la clase y las limitaciones prácticas de una sala o laboratorio con un número limitado de computadores, además, que gran parte de estos tienen muy poco material de apoyo para docentes y alumnos (sugerencias para los docentes, guías para los alumnos).

Una evaluación al Proyecto Enlaces realizada en el año 2003, levantó un conjunto de razones que los docentes señalaban para no incorporar las TIC y recursos

educativos digitales a sus prácticas. Los docentes se refieren a: no sentirse seguros al trabajar con estas tecnologías; el hecho de no disponer de computadores en cantidad suficiente para todos sus alumnos; su preferencia a utilizar textos y otros recursos educativos tradicionales; desconocimiento técnico para usar equipamiento y recursos tecnológicos (Román, 2004).

Los factores que impiden la implementación exitosa de las TIC en la enseñanza, se identifican en los estudios así:

- Barreras a nivel de los maestros: Falta de competencia de los docentes en el uso de las TIC, baja motivación y falta de confianza en el uso de tecnologías en la enseñanza, son aspectos importantes de los niveles de compromiso con las TIC, relacionándose con la calidad y cantidad de los programas de capacitación de maestros.
- Barreras a nivel de las escuelas: Acceso limitado a las TIC, mala calidad y mantenimiento inadecuado del hardware y software educativo inapropiado. Otro factor, es que no se le da la importancia adecuada dentro de las estrategias generales de la escuela y hay una experiencia limitada con actividades orientadas a proyectos apoyados por las TIC.
- Barreras a nivel de los sistemas: En algunos países es el sistema educativo mismo y sus rígidas estructuras de evaluación, las que impiden la integración de las TIC en las actividades diarias de aprendizaje (SchoolNet, 2006).

Según Coll (2004, p. 14) "La gran cantidad de propuestas y experiencias existentes de innovación educativa basadas de una u otra manera en el uso de las TIC, la rápida evolución de estas tecnologías, la continua aparición de nuevos recursos y dispositivos tecnológicos o tecnológico-didácticos, y la ausencia de una terminología estable y consensuada, complican de forma considerable cualquier intento de describir de forma sistemática los usos de las TIC en la educación y su impacto sobre las prácticas educativas escolares".

Pelgrum (2001), al hacer un estudio del SITE-Módulo 1 (1997-1999), sobre una encuesta en establecimientos de 26 países, respecto a los principales obstáculos que el estudio detectó sobre uso de la TIC, señala: número insuficiente de computadores; falta número de copias de software; insuficiente número de computadores que acceden a Internet; la dificultad de integrar las TIC a la

enseñanza; insuficiente tiempo de acceso a computadores por parte de los estudiantes y de profesores; falta de supervisión y personal técnico.

### **2.2.3 Las tecnologías de la información y comunicación y sus usos**

Se puede decir con gran seguridad, que como nunca en la historia de la humanidad, los estudiantes y en particular los profesores, han tenido tanto acceso a recursos educativos -videos, documento, datos, imágenes, software, sonidos, etc.- como el que se tiene en la actualidad (Cabero, 2001). Esto posibilita aumentar las estrategias para trabajar los distintos contenidos y habilidades, como así también, estos recursos en conjunto al acceso a las tecnologías, le da al profesor posibilidades nunca antes vistas, para trabajar estrategias metodológicas como la resolución de problemas, tendiendo a un trabajo de calidad, pertinente y significativo para el alumno, entre otros aspectos.

La educación en el pasado, y en gran medida, hasta nuestros tiempos, es unidireccional de transferencia de información desde los profesores a los estudiantes (Monereo, 2000), siendo la clase como foco de enseñanza, el principal enfoque pedagógico, debiéndose diseñar nuevos modelos pedagógicos con el fin de preparar a los futuros ciudadanos para el aprendizaje permanente. Sin embargo, existe poco consenso respecto a lo que estos modelos deben abarcar, donde algunas nociones básicas son que los estudiantes estén capacitados para aprender en forma autónoma y para acceder y procesar la información (Pelgrum, 2001).

En la medida que se avanza en la era de la información, los alumnos necesitarán nuevos y distintos conocimientos, habilidades y técnicas para enfrentarse a tareas cognitivas de mayor complejidad, tales como las de trabajar en la resolución de problemas en general y la resolución de problemas en campos mal estructurados o abiertos en particular (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2001; Reigeluth, 2000).

Por otra parte, hoy nos enfrentamos a la búsqueda de un cambio en el paradigma de enseñanza y formación, basado en la estandarización, el cual se asemeja más a la producción en serie de la era industrial, para dar paso a un tipo de producción personalizada en la economía de la era de la información, donde se sabe que las personas aprenden a ritmos diferentes y tienen diferentes necesidades de aprendizaje. Para que esto pueda suceder, no se puede pensar que el profesor trabaje lo mismo con todos los alumnos al mismo tiempo, pasando así, a un

profesor que sea “un guía a nuestro lado” más que un “sabio en el estrado” (Reigeluth, 2000).

Pelgrum al hacer un análisis de diferentes documentos políticos influyentes, presenta las expectativas de los cambios entre la educación de la sociedad industrial y la educación en la sociedad de la información, la cual es presentada en la siguiente tabla (Pelgrum, 2001).

Tabla 2.1: los cambios esperados de educación en la sociedad industrial para la educación de la información

<b>Actor</b>	<b>Educación en la sociedad industrial</b>	<b>Educación en la sociedad de la información</b>
Escuela	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aislada de la sociedad</li> <li>• Más información sobre el funcionamiento de las escuelas confidencial</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Integrada a la sociedad</li> <li>• Información disponible abiertamente</li> </ul>
Profesor	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Iniciador de la instrucción</li> <li>• Toda la clase para la enseñanza</li> <li>• Evalúa estudiante</li> <li>• Lugares bajos énfasis en las habilidades de comunicación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ayudar a los estudiantes a encontrar camino adecuado de instrucción</li> <li>• Guía del estudiante para el aprendizaje autónomo</li> <li>• Ayudar a los estudiantes para evaluar su propio progreso</li> <li>• Lugares de alto énfasis en habilidades de comunicación</li> </ul>
Estudiante	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Principalmente pasivo</li> <li>• La mayoría de los aprendizajes son en la escuela</li> <li>• Casi no hay trabajo en equipo</li> <li>• Recibe las preguntas de los libros o los maestros</li> <li>• Aprende de las respuestas a las preguntas</li> <li>• Bajo interés en el aprendizaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Más activo</li> <li>• Aprende en la escuela y fuera de ella</li> <li>• Mucho trabajo en grupos</li> <li>• Hace preguntas</li> <li>• Encuentra respuestas a las preguntas</li> <li>• Muy interesado</li> </ul>
Padres	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apenas participan activamente en proceso de aprendizaje</li> <li>• No da la dirección de la instrucción</li> <li>• No entrega modelos de aprendizaje a lo largo de la vida</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Muy activo en el proceso de aprendizaje</li> <li>• Co-dirección</li> <li>• Los padres proporcionan modelo</li> </ul>

Fuente: Pelgrum, ten Brummelhuis, Collis, Plomp, Janssen Reinen (1997)

Según Pelgrum, se requiere que los estudiantes se desplacen de una postura como consumidores pasivos de ofertas educativas, a una donde asuman un rol activo y productivo en la actividad educativa. De sus análisis, el mismo autor señala que pareciera existir una creencia que las TIC no solo es la columna vertebral de la sociedad de la información, sino que también un importante catalizador y herramienta para la inducción de la reformas educativas, para cambiar a los estudiantes en trabajadores de conocimiento productivo (Pelgrum, 2001).

En particular, es interesante resaltar, que las fuerzas que operan en la escuela y en las aulas, puede influir en el logro de cambios que incluso están por sobre los ministerios de educación, por lo que es relevante para la toma de decisiones

educativas, el evaluar en forma periódica la situación real de las TIC en la práctica educativa (Pelgrum, 2001).

La TIC y su valoración como apoyo al aprendizaje se relaciona con las posibilidades que ofrecen, permitiendo un aprendizaje cuando se actúa sobre ella, cuando se es capaz de darle significado y sentido (Coll, 2004).

El potencial de las TIC, está en el potencial que tiene para funcionar como una red de recursos, junto con facilitar el aprendizaje individual y colaborativos (Martín, Beltrán y Pérez, 2003).

El mismo autor al referirse a la diversidad de criterios que pueden ser empleados para su caracterización, donde la tecnología alcanza aspectos muy diferentes entre sí, se refiere a:

- El tipo de equipamiento tecnológico utilizado.
- El software y las aplicaciones utilizadas.
- La finalidad educativa que se persigue.
- La mayor o menor amplitud y riqueza de la interacción y de la comunicación que permiten entre profesores y alumnos y entre alumnos.
- El carácter presencial, a distancia o mixto.
- Las concepciones explícitas o implícitas del aprendizaje y de la enseñanza que las sustentan.

La diferencia esencial entre los múltiples y diversos usos de las TIC, no reside tanto en las características de los recursos tecnológicos, como en su ubicación en el espacio conceptual entre las relaciones de los tres elementos: contenidos, profesor y estudiantes (triángulo interactivo). El equipamiento da ciertos posibilidades y límites, sin embargo, es como inciden estos usos en la actividad entre profesores y alumnos, en torno a los contenidos de aprendizaje, donde reside la clave para analizar su impacto sobre estas prácticas (Coll, 2004).

La justificación de la inserción de estos recursos pueden ser muchas, siendo interesante el recordar que diferentes estudios ponen de manifiesto la intervención de diferentes medios y materiales en el logro de aprendizajes. En particular, se puede referenciar que: se recuerda el 10% de lo que se ve; el 20% de lo que se oye; el 50% de lo que se ve y oye; y el 80% de lo que se ve, oye y hace (Cabero, 2001). Esto permite observar que las TIC, pueden ayudar a los procesos de enseñanza y aprendizaje, los que combinan diferentes recursos -hipertextos,

sonido, imagen, etc.-, y si además estos recursos son interactivos, los estudiantes junto con recibir la información por diferentes códigos tienen la posibilidad de involucrarse en forma activa.

Hogarty, Lang y Kromrey (2003) citados por Braak, Tondeur y Valcke, (2004), sobre la base de una encuesta aplicada a profesores para medir el uso de las tecnologías en salas de clases, presentan las siguientes categorías: Integración; Apoyo; Confianza; Comodidad; Actitud. Además, la investigación señala que una mayoría de los profesores, usa las TIC para labores administrativas y un menor número lo integra a la clase como herramienta de enseñanza o dispositivo de aprendizaje.

Braak et al. (2004) señalan que diferentes estudios se han centrado en la medición de las actitudes y la experiencia informática, concluyéndose que ambas están claramente relacionadas, demostrándose que la formación en uso de computadores tiene un impacto positivo en la actitud hacia estos Shashaani (1997) citado por Braak et al. (2004). Otros aspectos se refieren al acceso, la propiedad del computador y la edad en que se usan por primera vez los computadores (Bradley & Russell, 1997 citados por Braak et al., 2004).

La innovación, pensada como una voluntad para el cambio, es un factor importante para determinar diferentes niveles de uso (Marcinkiewicz, 1993 citado por Braak et al., 2004), además de una disposición favorable para la adopción de una nueva idea, un método o tecnología.

En su estudio Braak et al. (2004), concluye que la actitud es un fuerte predictor al uso de computadores por parte de los docentes, además es utilizado en forma más intensiva como apoyo a su labor profesional, por aquellos que tienen más años de experiencia en el uso de los computadores, los usuarios frecuentes y los que tienen una gran experiencia de formación en el uso de computadores.

Este mismo autor concluye, que si bien la actitud es una buena medida para explicar por que el profesor usa los computadores como apoyo profesional, sin embargo, no es lo suficiente para explicar su integración a la sala de clase. En esta línea, un mejor predictor es la actitud hacia los computadores y la innovación, donde la relación entre las actitudes y el comportamiento se vuelve más importante cuando las medidas de actitud están estrechamente vinculadas a la tarea. Cuando

todos los factores son considerados, la innovación es la que mejor predice el uso de computadores en la sala de clases (Braak et al., 2004).

Otros factores identificados, que influyen en el uso de los computadores, son: personales; de liderazgo; organizacionales; limitaciones de tiempo; disponibilidad de recursos; apoyo; trabajo en equipo; y formación (Chiero, 1997 citado por Braak et al., 2004). Además, de una adecuada planificación y el nivel de la toma de decisiones mejoran el éxito de la integración de los computadores en la sala de clases (Baylor & Ritchie, 2002; Terle, 2003 citados por Braak et al., 2004).

Las TIC han causado diferentes interpretaciones, desde el punto de vista del aprendizaje. Según Martín et al. (2003), se pueden tener tres interpretaciones, aprender **sobre, de** y **con** la tecnología. A continuación, se presenta una breve mirada de estas posturas:

- **Aprender sobre la tecnología.** Asociado a la alfabetización digital, inicialmente se cuestiona, se desconoce su potencial y falta experiencia. Se optó por que los estudiantes entendieran el hardware y desarrollaran programas, pensándose que estos aprenderían a desempeñarse en una sociedad informatizada e incluso modificar su pensamiento, resultando ser esto un error. Este nivel corresponde a una integración de las TIC.
- **Aprender de la tecnología.** El clásico ejemplo fue por muchos años lo que se llamó aprendizaje asistido por computador -AAC-, donde se concibió al computador reemplazando al profesor en el proceso de aprendizaje del alumno. En este ambiente, se incluían los aprendizajes de prácticas, las tutorías y los tutores inteligentes. Si bien permitió avanzar en el proceso de uso de la tecnología como apoyo a los procesos de enseñanza y aprendizaje, tenían diferentes limitaciones y no respondieron a las expectativas. Se avanzó en aspectos como la adaptación a los intereses y necesidades del estudiante, a los ritmos de aprendizaje, junto con facilitar la práctica, entre otros aspectos. Si bien existen investigaciones que mostraron mejoramiento en los aprendizajes, estas fundamentalmente se basaban en la filosofía del refuerzo y práctica, no siendo un apoyo suficiente para que los alumnos aprendieran a enfrentarse a situaciones complejas, como la resolución de problemas o la transferencia de habilidades a situaciones nuevas.

- **Aprender con tecnología.** Las estrategias usadas anteriormente, se basaban sobre la metáfora del profesor, así como se pensaba que el conocimiento estaba en el profesor y se le escuchaba para aprender, luego se pensó que el conocimiento estaba dentro de ellas, aprendiendo de estas de manera similar como se aprende del profesor, utilizándose las TIC más para enseñar que para aprender. Aprender con tecnología, supone interpretar las tecnologías como instrumento cognitivo o instrumentos mentales, permitiendo que los alumnos aprendan significativamente, construyendo su conocimiento.

En el informe "Technologies for education" de la UNESCO (2009), se presentan tres áreas como prerequisites y restricciones en el uso de tecnología para la educación, correspondiente a: Acceso: infraestructura, costos, finanzas y marcos legales; aceptación: cultura, política y cultura educacional; y disponibilidad: expertos de contenidos y capacidades productivas.

Respecto al acceso a las tecnologías, como un desafío básico, señala cinco tendencias importantes que han caracterizado el desarrollo de las TIC:

- Complementariedad: las TIC se complementan, en lugar de sustituirse unos por otros.
- La velocidad de crecimiento: las TIC han crecido de manera exponencial. El número de servidores de Internet en todo el mundo creció a más de 1.100 veces en ocho años (1992-1999).
- Reducción de los costes: El aumento en la utilización de las TIC, se asocia con reducción de costos y mejora de la tecnología.
- Simplificación de las TIC: hay un esfuerzo por simplificar el uso, incluso cuando la tecnología se vuelve gradualmente más compleja.
- Enfoque de resolución de problemas: quizás más que cualquier otra tecnología, las TIC trabaja por la eficiencia, son más rápidos, más simple, menos costoso y más productivo. Esta búsqueda de la eficiencia impulsa para la mejora continua de las TIC.

Respecto a la aceptación de las tecnologías como factores culturales y políticos se refiere a:

- Garantizar el acceso a las tecnologías es solo un paso en el éxito de los proyectos educativos mediante las TIC, siendo la aceptación del proyecto

igualmente importante. En este aspecto, los factores culturales y políticos pueden ayudar o generar obstáculos a la utilización de la tecnología o limitar su uso a parte de la sociedad, al igual que lo puede ser la estructura y organización de los sistemas educativos locales.

- En este aspecto, se puede señalar que en general, la aceptación de las tecnologías no ha sido un problema. Las TIC han tenido una buena acogida en todo el mundo, si la telefonía se demoró 74 años en llegar a 50 millones de usuarios, la World Wide Web solo se demoró cuatro años para llegar al mismo número de usuarios.

La disponibilidad, referido a expertos de contenidos y capacidades profesionales, se señala:

- Las tres áreas propuestas (acceso, la aceptación y disponibilidad) pueden tener diferentes envergaduras, pero son de igual importancia. Garantizar el acceso a la tecnología sin promover su aceptación puede llevar a que un proyecto subutilizado, de igual manera asegurar el acceso y la aceptación sin disponibilidad de contenidos, expertos, y un potencial de creación de capacidad puede dar lugar a que un proyecto sea bien recibido, pero con una corta vida con muchas fallas tecnológicas.

Akker et al., (1992), basado en los trabajos de diferentes autores, define los siguientes factores marcos que influyen en la aplicación de innovaciones en las prácticas educativas, distinguiendo:

Tabla 2.2: Categorías y variables que influyen en la aplicación de una innovación en la práctica educativa

<b>Categoría</b>	<b>Variables</b>
Nacionales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relacionadas con aspectos de la legislación y la reglamentación.</li> <li>- Sistema de formación política y la toma de decisiones en los temas educativos.</li> <li>- Tiempo, recursos y servicios disponibles para una innovación.</li> <li>- Valores y objetivos acerca de una innovación.</li> <li>- Actitud de los políticos y de los líderes de opinión acerca de una innovación.</li> </ul>
Características de la escuela (organización)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Experiencias anteriores con las innovaciones.</li> <li>- Método de toma de decisiones.</li> <li>- Instalaciones disponibles (tiempo, dinero, materiales).</li> <li>- Cooperación al interior de la escuela y apoyo mutuo.</li> <li>- Distribución e intercambio de información.</li> </ul>
Apoyo externo	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Formación en servicio.</li> <li>- Asistencia en el desarrollo del personal interno.</li> <li>- Entrenamiento y orientación para los profesores.</li> <li>- Contactos personales con expertos y colegas de otras escuelas.</li> </ul>
Características de la propia innovación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relevancia de la innovación para las necesidades y problemas de los usuarios.</li> <li>- Claridad de las metas y sentido práctico del cambio propuesto.</li> <li>- Complejidad de las necesidades de innovación, especialmente en la enseñanza del comportamiento.</li> <li>- La calidad y la viabilidad de la innovación.</li> </ul>

Según Fullan (1982 citado por Akker et al., 1992), señala que para casi todos los profesores que han innovado, estos requieren cambiar en varias dimensiones: la utilización de nuevos materiales; las modificaciones de su comportamiento como docente; y cambios en sus creencias y actitudes. Según este autor, si bien los materiales por si solos no son suficiente para aplicar la innovación, la influencia de los materiales es muy grande, donde productos bien diseñados pueden contribuir sustancialmente a la realización de cambios educativos.

Se requiere planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje, para aprovechar las potencialidades educativas del computador como mediador simbólico de la realidad y como herramienta que puede repercutir en la calidad de aprendizaje de los alumnos (Horak, 1991 citado por Pifarré, 2004).

Martínez (2007) al referirse a los ámbitos de las nuevas tecnologías para la comunicación en la docencia, señala que estos son:

- Medio de gestión y control con alumnos, padres o tutores: para la información; seguimiento; comunicación.
- Herramientas de trabajo: para el tratamiento de la información; de cálculo; de recuperación de la información.
- Medios didácticos: presentación de la información; ampliación de las situaciones de comunicación; evaluación; trabajo autónomo.
- Medios para la colaboración: técnicas de trabajo colaborativo; creación de espacios multiculturales de colaboración.

Es conveniente establecer una diferencia, del análisis al impacto de las TIC sobre las prácticas educativas y sobre el aprendizaje, entre los recursos tecnológicos y el uso que se hace de ellos como instrumentos mediadores de las relaciones entre estudiantes, contenidos y profesor. Lo habitual es que no exista una relación biunívoca entre recurso tecnológico y uso, un mismo recurso puede ser utilizado de muy distintas maneras, y un mismo uso puede apoyarse en recursos tecnológicos distintos (Coll, 2004).

El uso de un recurso tecnológico tiene un sentido, en el marco de una práctica o de una actividad en la cual interviene. Al ser esto insertado en prácticas y actividades puede acabar teniendo usos distintos de aquél que estaba pensado. De esta manera los usos de las TIC, dependen: de la naturaleza y características del

recurso tecnológico; de la utilización esperada del recurso; y el desarrollo de las actividades de enseñanza y aprendizaje (Coll, 2004).

En un estudio realizado por el C5 de la Universidad de Chile (2008), se identifican cinco dimensiones referidas a una buena práctica pedagógica con uso de TIC. Se trata de: Innovación pedagógica; integración curricular de TIC; práctica pedagógica; resultados e impacto; uso de tecnología.

De esta manera, según Coll (2004, p. 19) "la clave para comprender y explicar los procesos formales y escolares de enseñanza y aprendizaje, así como para intervenir sobre ellos con el fin de mejorarlos, hay que buscarla en la manera como estudiantes y profesores organizan su actividad conjunta."

La organización de la actividad es el resultado de un proceso de construcción y negociación entre los participantes que se superpone al proceso de aprendizaje. Por esto, la actividad no puede ser concebida como un proceso mecánico de un diseño pedagógico o instruccional previamente establecido que incorpore tecnología (Coll, 2004).

Según Coll (2004), "Los participantes recrean la potencialidad semiótica y los procedimientos y normas "teóricas" de uso de los recursos tecnológicos a partir de su historia personal, sus conocimientos previos, el contexto institucional y socioinstitucional en el que tiene lugar el proceso formativo y, muy especialmente, la propia dinámica interna de la actividad conjunta que despliegan en torno a los contenidos y tareas de aprendizaje. Y es en esta recreación donde las TIC acaban tomando cuerpo como instrumentos psicológicos (una vez más en el sentido vigotskiano de la expresión), posibilitando nuevas formas de organización de la actividad conjunta y mediando, a través de ellas, en los procesos de aprendizaje y de construcción del conocimiento de los estudiantes." (Coll, 2004).

Desde el ámbito de las políticas públicas en educación, existe una clara tendencia a poner señales claras, acerca del uso pedagógico de recursos tecnológicos en las distintas disciplinas. Por ejemplo, en los actuales planes y programas del MINEDUC de Chile, se incluyen "llamados" al uso de las TIC (MINEDUC, 1998). Se espera que este llamado sea desde la perspectiva de lo que señala Dockstader, respecto a que es el currículum el que debe orientar el uso de las TIC y no a la inversa (Dockstader, 1999).

En relación a los aspectos a considerar en la toma de decisiones sobre el uso de las nuevas tecnologías en los procesos de enseñanza aprendizaje, Martínez (2007) se refiere a que se requiere considerar los siguientes aspectos:

- El alumno: autonomía; responsabilidad; conocimientos previos; investigador; habilidades sociales para la colaboración.
- El profesor: habilidades no directiva; formación metodológica; habilidades sociales para la colaboración; multiculturalidad.
- Las herramientas: manejabilidad; adaptabilidad; accesibilidad; navegabilidad; versatilidad; tipo de código (abierto o cerrado).
- La metodología: posibilidades de interacción; trabajo colaborativo; multicultural.
- Multimedia: capacidad multimedia requerida; capacidad multimedia disponible.
- Equipos y red: vida previsible de los equipos; capacidad técnica; características de la red.
- Funciones a cubrir: tutorial; transmisión de contenidos; trabajo colaborativo; creación de materiales.
- Sincronía y asincronía: capacidad de sincronía de la herramienta; capacidad de asincronía de la herramienta.

Según Bellamy, a partir de la teoría sociocultural del desarrollo humano, se derivan tres consecuencias educativas para el diseño de situaciones educativas que hagan uso de instrumentos tecnológicos, como el computador:

- a) Cualquier actividad mental esta mediatizada por el uso de diferentes instrumentos simbólicos, que amplifican y reorganizan, donde las características del instrumento generarán un tipo de actividad mental diferenciada.
- b) Un objetivo de la educación es proporcionar a los alumnos los medios adecuados y necesarios que les permitan formar parte, de manera activa, de los contextos sociales y culturales a que pertenecen, teniendo acceso a actividades culturales auténticas y a instrumentos similares a los que utiliza su sociedad.
- c) El pensamiento esta mediado por instrumentos y por estructuras sociales, regidas por pautas de interacción social y de distribución de tareas, así el

entorno mediado por computadores debe incorporar este factor. (Bellamy, 1996 citado en Pifarré, 2004).

Es importante tener claridad, como diferentes autores lo han señalado, que los computadores poseen algunas características que los diferencian de otros medios. A continuación se listan algunas características de diferentes autores presentados en Pifarré (2004):

- a) Capacidad para yuxtaponer diferentes sistemas de símbolos, donde el computador permite traducir y presentar una misma información utilizando diferentes códigos simbólicos (sonido, texto, gráfico, matemático, etc.). Esto podría potenciar el aprendizaje desligado del contexto concreto en que se presenta, favoreciendo la generalización y transferencia de los contenidos aprendidos en el marco de otras situaciones.
- b) El computador, requiere que en determinadas ocasiones, se maneje con símbolos rígidos y precisos.
- c) Se destaca la variedad y riqueza en la interacción que se produce con el computador, donde los software permiten manejar dicha interactividad, pudiendo ser más o menos guiada e incluso manejar la interacción entre diferentes elementos educativos (alumno, computador, compañeros, profesor, otros medios). A una acción del estudiante hay una reacción inmediata del computador, pudiendo el alumno controlar sus acciones a partir de las reacciones del computador.
- d) El computador permite simular fenómenos y procesos reales en forma dinámica, el alumno puede manipular las variables que definen una determinada situación y ver sus efectos.

El manejo más concreto de los contenidos complejos, puede favorecer su aprendizaje (Jong & Joolingen, 1998).

El trabajar resolución de problemas con el computador, obliga a los estudiantes a explicar el proceso de pensamiento que sigue para solucionarlo, mediante las instrucciones e interacciones. Esto pueden ayudar en el análisis, reflexión, evaluación y la validación para conseguir el objetivo de aprendizaje. El computador es usado como un espejo del propio pensamiento, favoreciendo la conciencia y regulación de los propios procesos cognitivos (Clarina, Domenech & Monereo, 1991).

- e) El trabajo con el computador enfatiza que el alumno se detenga a pensar antes, durante y después de resolver la tarea, pudiendo ayudar en el

proceso de estrategias cognitivas y metacognitivas de planificación, regulación y evaluación.

- f) La interacción alumno-computador, puede favorecer la articulación y la interacción continuada del conocimiento conceptual (que quiere hacer: escribir un texto, una tabla, un diagrama, resolver un problema), con el conocimiento procedimental (cómo lo hará: que instrumentos del computador ocupará, que pasos y que ordenes dará al computador).
- g) El computador realiza una parte del proceso de la resolución del problema, descargando al alumno de una porción del trabajo, generalmente de los aspectos mecánicos y costosos para los alumnos. Esto puede permitir que el alumno incida más en los aspectos de proceso para resolver el problema (planificación, estrategias, procedimientos, etc.), desarrollando procesos cognitivos más complejos (Rodríguez, 1997).

El estudio SchoolNet (2006), hace las siguientes recomendaciones sobre la base de los resultados de los análisis, a discusiones en profundidad con el "Cluster" de las TIC y en retroalimentación obtenida de un número de expertos en enseñanza de las TIC.

Diseñadores de políticas (a nivel nacional, regional y escolar):

- Desarrollar un plan para la transformación y para las TIC.
- Incluir nuevas competencias en los esquemas curriculares y de evaluación.
- Implementar nuevas formas de desarrollo profesional continuo en el ambiente de trabajo como parte de una cultura de aprendizaje tanto a largo plazo como entre compañeros.
- Construir una decisión política clara e invertir en la consolidación de las TIC.
- Motivar y recompensar a los docentes para que usen las TIC.

Escuelas:

- Incorporar la estrategia de las TIC a las estrategias generales de la escuela.
- Transformar las actitudes positivas hacia las TIC ,en práctica general eficiente.

#### Investigación y desarrollo:

- Considere métodos de investigación sensibles al contexto y orientados al proceso.
- Crear vínculos más fuertes entre la investigación y la práctica.
- Fomentar más investigación cualitativa transnacional sobre el impacto de las TIC.
- Que la investigación nacional sobre el impacto de las TIC sea accesible.
- Reconsiderar el enfoque de la evidencia y su relación con la toma de decisiones.
- Apoyar estudios sobre el impacto de las TIC tanto a pequeña como a gran escala y basar decisiones tanto en evidencia cuantitativa como cualitativa.

#### **2.2.4 La integración de las tecnologías de la información y comunicación al currículum**

Para Gros la integración curricular de las TIC, es cuando esta se utiliza "en forma habitual en las aulas para tareas variadas como escribir, obtener información, experimentar, simular, comunicarse, aprender un idioma, diseñar o simplemente jugar". La misma autora señala que este uso debe ser natural, donde el computador no sea lo visible, sino la tarea que se realiza (Gros, 2000).

En estudio del C5 de la Universidad de Chile (2008), al referirse por integración curricular de las TIC, se refiere a que "implica incorporar estos recursos de manera rutinaria y permanente, así como eficiente y efectiva en el apoyo de las metas y propósitos de la escuela (U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics, 2002). Es el uso en las actividades cotidianas de enseñar y aprender (Swan et al., 2002, p. 172), ensamblando confortablemente con los planes instruccionales del profesor y representando por tanto una extensión y no una alternativa o una adición a ellas (Grabe & Grabe, 1996)".

Según Sánchez, la integración de las TIC, implican su uso para lograr un propósito en el aprender de un concepto, un proceso, en una disciplina curricular específica, poniendo énfasis en el aprender y no en las tecnologías. Para este autor, integrar las TIC al currículum, "implica integrarla a los principios educativos y la didáctica que conforman el engranaje de aprender" (Sánchez, 2002).

Desde una mirada a lo que puede y pasa en una sala de clases cotidiana, es deseable que se produzca una tendencia donde la existencia y uso de la tecnología sea integrada al punto en que esta pasen desapercibida, donde la integración se produce cuando los estudiantes y profesores no se centren en el uso del computador, si no que este es una herramienta o un medio, como tantos otros, de apoyo a los procesos de aprendizaje del alumno (Gros, 2000).

Sánchez (2002) señala que la integración curricular de las TIC implican:

- Utilizar transparentemente las tecnologías.
- Usar las tecnologías para planificar y estrategias para facilitar la construcción del saber.
- Usar las tecnologías en el aula.
- Usar las tecnologías para apoyar las clases.
- Usar las tecnologías como parte del curriculum.
- Usar las tecnologías para aprender el contenido de una disciplina.
- Usar software educativo de una disciplina.

Si bien la integración de las TIC al aula es compleja, existen experiencias que muestran que es posible. Por ejemplo, Yabar y Esteve (1996) describen una propuesta para integrar recursos tecnológicos desde una perspectiva constructivista, en la cual se utiliza básicamente la hoja de cálculo y Cabri Geometre. En otro estudio, Abramovich y Brouwer (2003), utilizan la hoja de cálculo y Maple para trabajar elementos de las matemáticas discretas en la metodología de resolución de problemas. Pifarré (2004) presenta un modelo para trabajar resolución de problemas en matemática, haciendo uso de planillas electrónica. Villarreal y Oteiza (2007), y Villarreal y Miranda (2010) presentan un modelo interactivo para el aprendizaje matemático que hace uso de manipulativas virtuales.

Las autoridades nacionales que fomentan la integración de las TIC en las escuelas, por medio de políticas centrales, no necesariamente logran resultados concretos, lo que significa que deben tener mayor consideración de las necesidades locales (Tondeur, Keer, Braak & Valcke 2008). Fullan (2001) citado por Tondeur et al. (2008), concluye de que el cambio a gran escala podría ser efectivo, pero requiere un grado de iniciativa de niveles centrales hasta la escuela en un inicio, para luego aumentar la atención a las condiciones locales.

De acuerdo a lo anterior, se puede reforzar que si los profesores comparten los valores expresados en la política y comprenden las consecuencias, dicha política puede influir más en práctica (Kennewell, Parkinson & Tanner, 2000 citado en Tondeur et al. 2008).

Para enfatizar la idea de lo que se espera de la integración curricular de las TIC, se presentan algunos elementos o prácticas que según Sánchez, no corresponden a "una real integración de las TIC" (Sánchez, 2003):

- Poner computadores en la clase sin capacitar a los profesores en el uso y la integración curricular de TIC.
- Llevar a los alumnos al laboratorio sin un propósito curricular claro.
- Substituir 30 minutos de lectura por 30 minutos de trabajo con el computador en temas de lectura.
- Proveer software de aplicación como enciclopedias electrónicas, hoja de cálculo, base de datos, etc., sin propósito curricular alguno.
- Usar programas que cubren áreas de interés especial o expertise técnico, pero que no ensamblan con un área temática del curriculum.

En Sánchez (2003), hace una recopilación de diferentes autores para referirse a la importancia de definir algunos requerimientos para integrar curricularmente las TIC, señalando:

- Una filosofía de partida que valore sus posibilidades didácticas en el proceso educativo, en el marco de objetivos de la escuela e insertas en el proyecto educativo (Reparaz, Sobrino y Mir, 2000).
- Asumir un cambio de rol del profesor y del alumno (Adell, 1997; Bartolomé, 1996; Cebrián, 1997; Poves, 1997; Reparaz et al., 2000; Roca, 2001; Sánchez, 2000; 2001).
- Que el curriculum oriente el uso de las TIC y no que las TIC orienten al curriculum (Dockstader, 1999).
- Una innovación educativa (Dede, 2000; Gros, 2000).
- Un uso invisible de las TIC, para hacer visible el aprender (Sánchez, 2001).
- Un cambio desde una concepción centrada en las TIC a una concepción centrada en el aprender con las TIC (Sánchez, 1998).

- La concreción de un proyecto curricular que incorpore las TIC como estrategia de individualización educativa (Reparaz et al., 2000).
- Que las habilidades en el uso de las TIC requeridas/desarrolladas estén directamente relacionadas con el contenido y las tareas de la clase (Dockstader, 1999).
- Que las habilidades en el uso de las TIC requeridas/desarrolladas estén unidas a un modelo de aprender lógico y sistemático (Dockstader, 1999).

En el estudio Sandholtz y otros (1997) citado en C5 de la Universidad de Chile (2008), muestran los resultados de una investigación desarrollada entre 1985 y 1995 en los Estados Unidos, el cual propone un modelo de cinco fases que trascurren a través del tiempo en la interacción con TIC:

- Entrada: instalación de los computadores, uso personal de las tecnologías por parte de los profesores, marcada por la inseguridad y falta de confianza, con una metodología tradicional centrada en la exposición (clase frontal).
- Adopción: el computador es usado como soporte a la clase tradicional usando aplicaciones del tipo procesador de texto, existiendo un alto acceso a los computadores. Sin embargo, los alumnos continúan con clases expositivas por parte de los docentes.
- Adaptación: Hay una integración del computador a las salas de clases por parte de los profesores, centrandose su uso en procesador de texto, base de datos, planillas de cálculos y graficadores. La metodología de trabajo continúa siendo expositiva. Los alumnos utilizan el computador de manera experimental como un juego. El computador se usa como apoyo a la actividad de clase, estimulando a los estudiantes para que sean creativos en su uso.
- Apropiación: Los cambios pasan por el manejo que poseen los profesores de las herramientas informáticas, con un acceso a las tecnologías que facilita la instrucción y el trabajo en la clase tradicional, sin embargo, la experiencia alcanzada en el uso del computador permite desarrollar actividades creativas y colaborativas. Se utiliza la metodología de proyectos y hay un trabajo cooperativo interdisciplinarios, así como actividades de desarrollo individual, transformándose el horario de la escuela de manera de permitir las nuevas necesidades de los docentes y sus alumnos. Cambia la interacción en comparación a lo que fue la primera fase.
- Invención: Hay gran acceso al uso del computador, permitiendo modificar el modelo instruccional utilizado por los profesores, pasando a una metodología

centrada en los alumnos. Existe bastante interacción entre profesor y alumno, se trabaja en forma colaborativa en la construcción del conocimiento. Existiendo un cambio el aprendizaje respecto a la primera fase.

El proyecto @lis-INTEGRA de IIFE - UNESCO (2007), en el marco de los proyectos @lis, realizado por países europeos (España, Italia e Irlanda) y de América Latina (Argentina, Chile y Uruguay), se trabajó con 20 escuelas de Latinoamérica, en su informe final, se hace referencia al consenso de que estudiantes, padres, autoridades regionales y nacionales, apoyan señalando que las TIC deben ser herramientas significativas en los procesos de enseñanza y aprendizaje. En particular, se hace referencia a la necesidad de considerar las múltiples variables involucradas en este proceso y la complejidad del uso de estas tecnologías en las escuelas.

El informe del proyecto @lis-INTEGRA (2007), señala que para avanzar en forma gradual en una política exitosa de TIC se requiere las siguientes condiciones: distribución de hardware y software, desarrollo profesional de profesores, soporte técnico de los sistemas, acceso a Internet e infraestructura, participación de los estudiantes, uso curricular de las TIC, apoyo a la administración de las escuelas y una sustentabilidad a largo plazo. En este informe, se destaca el rol del director como actor clave en el proceso de integración curricular de las TIC.

Según el informe @lis-INTEGRA (2007), los procesos observados en la implementación de las TIC, en los programas escolares en muchas oportunidades comprenden parte de lo siguiente:

- Se proporciona hardware a la escuela.
- Se proporciona algún software.
- Dentro de la escuela, un grupo de entusiastas incorpora la nueva tecnología.
- Se proporciona acceso a Internet, en el inicio de manera limitada.
- Más estudiantes se suman a los que quieren utilizar las TIC y los profesores descubren los beneficios y se involucran.
- Aparecen demandas para el desarrollo profesional de los profesores en relación a las TIC.
- Se instala una red entre escuelas para manejar los recursos.
- Se proporciona acceso a Internet banda ancha.

- Más profesores y estudiantes quieren acceder a una serie limitada de hardware.
- Hay requerimientos de que se mejore el equipamiento.
- El soporte técnico y el mantenimiento se convierten en temas claves.
- En esta etapa, cuando los profesores y estudiantes han llegado a familiarizarse básicamente con las TIC, el desafío es integrarlas a la enseñanza y el aprendizaje.
- A menudo hay escasa referencia al uso de las TIC dentro de temas curriculares oficiales y el desafío es completar un plan curricular e integrar también las TIC en este plan.
- Surgen asuntos de sustentabilidad.

Según @lis-INTEGRA (2007) el incluir las TIC en el desarrollo curricular, requiere que las instituciones y equipos de trabajo organicen y asuman diversas tareas, básicamente:

- a) el diagnóstico de sus necesidades, problemas pedagógicos y curriculares: identificar los problemas curriculares y pedagógicos; evaluar el estado actual de desarrollo de las TIC en la institución; y analizar los procesos implicados.
- b) El diseño de una propuesta de trabajo con las TIC: incorporarlo como un elemento integrado al resto del currículum, integrándose al trabajo cotidiano de los profesores y alumnos, siendo la modalidad más eficaz el trabajo en proyectos específicos.
- c) El desarrollo y la evaluación del Plan y los proyectos específicos: evaluación de productos desde la perspectiva de su pertinencia y posibilidades de inclusión curricular; efectuar los ajustes curriculares cuando estos se identifiquen como necesarios; incorporar al proyecto a profesores de varias áreas, departamentos o materias; animar a los alumnos a trabajar en forma autónoma y redefinir el rol del docente.

Según Prendes (2007), señala que si bien no se discute respeto a lograr una integración de los medios en el contexto curricular, la dificultad está en el cómo se lleva a cabo tal integración, en los procedimientos, planes de actuación y estrategias utilizadas, esto sin olvidar que puede provocar cambios en la relación que se establece en los distintos elementos del proceso didáctico. Esta autora señala "Nos hemos olvidado del componente técnico o instrumental que antaño fue el principal objeto de estudio, como hemos visto, y en la actualidad pensar en los

medios y su papel en la educación pasa por asociarlos con objetivos, contenidos, estrategias instruccionales,... atendiendo a su finalidad práctica de mejora del proceso educativo desde una perspectiva curricular globalizada”.

La incorporación de las TIC a la institución escolar permitirá buscar nuevas perspectivas en una serie de variables y dimensiones del acto educativo, en particular la flexibilización en aspectos tales como:

- Temporal y espacial para la interacción y recepción de la información.
- Para el uso de diferentes herramientas de comunicación.
- Para la interacción con diferentes tipos de códigos y sistemas simbólicos.
- Para la elección del itinerario formativo.
- De estrategias y técnicas para la formación.
- Para la convergencia tecnológica.
- Para el acceso a la información y a diferentes fuentes de la misma.
- Y flexibilización en cuanto a los roles del profesor y su figura (Cabero, 2007).

La siguiente tabla, presenta cinco áreas de la políticas locales en TIC, desde un enfoque de mejoramiento de la escuela según, Tondeur et al. (2008) al citar a diferentes autores:

Tabla 2.3: Cinco áreas de las políticas locales en TIC desde un enfoque de mejoramiento de la escuela

<b>Mejoramiento de las escuelas</b>	<b>Políticas locales en TIC</b>
Objetivos claros y estrategias sistemáticas para el cambio educativo (Reynolds et al., 2000)	Desarrollo de un plan de TIC para facilitar su integración amplia y el fomento de un entorno para la realización de la visión en el plan de las TIC (Otto & Albion, 2002)
Un fuerte liderazgo para guiar los esfuerzos de cambio (Gray, 1997)	Liderazgo para orientar eficazmente el proceso de integración de las TIC (Dawson & The Rakes, 2003)
Desarrollo de la profesión y apoyo a la aplicación de las reformas (Stoll, 1999)	Apoyo y formación para garantizar una integración de las TIC (Lai y Pratt, 2004)
Sistemas de evaluación para supervisar los procesos de cambio (MacBeath, 1999)	Evaluación para supervisar la integración de las TIC y la guía de planificación de las TIC (Kennewell et al., 2000)
Redes e intercambio de buenas prácticas con otras escuelas que trabajan en la misma reforma (Hopkins y Reynolds, 2001)	Cooperación para crear comunidades entre escuelas para la difusión de los conocimientos relacionados con las TIC (Triggs & John, 2004)

Desde el punto de la política de la escuela respecto a las TIC, el éxito de la integración de las TIC está relacionada con las medidas adoptadas a su nivel, tales como: el desarrollo de un plan de TIC; el apoyo de las TIC; y la formación en TIC. También, se sugiere que los directores desarrollen un enfoque más cooperativo en la definición de la política. Se justifica la importancia de una visión compartida y de toda la escuela acerca de la integración de las TIC que recoge las opiniones y

creencias de la directora, el coordinador de las TIC y los profesores (Tondeur et al., 2008).

El mejoramiento de la escuela es una práctica y estrategia de la política orientada a fortalecer la capacidad de los establecimientos educacionales en una gestión del cambio (Creemers, 2002 citado por Tondeur et al. 2008). Aspectos importantes en este mejoramiento, presentados por diferentes autores citados por Tondeur et al. (2008) son:

- a) La auto-regulación de la escuela centrada en procesos de cambio, donde un aspecto central es la mediación de dicho cambio (Reynolds, Teddlie, Hopkins & Stringfield, 2000).
- b) Nivel de autonomía escolar, el desarrollo de políticas escolares y un equipo que colabore con la escuela.
- c) Objetivos claros y sistemáticos, que dirijan las estrategias del cambio educativo, siendo necesario un alto profesionalismo de directivos y docentes (Stoll, 1999).
- d) Contar con un fuerte liderazgo para guiar el esfuerzo del cambio (Gray, 1997).
- e) Contar con procesos continuos de control de calidad, es decir, evaluación y reflexión (MacBeath, 1999).
- f) Formar parte de una red de establecimientos que tienen objetivos comunes (Hopkins & Reynolds, 2001).

En este marco de condiciones adecuadas para un establecimiento que desarrolla una política local, para establecer las bases de un proceso para el cambio, la integración de las TIC es una instancia de dicho proceso.

Tondeur et al. (2008), citando a diferentes autores se refiere a los factores que inciden para la aplicación con éxito de las TIC:

- a) Desarrollo de una visión compartida de como las TIC se utilizarán para la enseñanza y aprendizaje (Hughes & Zachariah, 2001).
- b) Profesores pertenecientes a escuelas que participan en la planificación de las TIC, es más posible que utilicen esta tecnología de una manera innovadora (Kozma, 2003).

- c) Objetivos compartidos por los diferentes actores y de los diferentes niveles de la organización (Dexter, Anderson & Becker, 1999).
- d) Fijar objetivos claros y definir los medios necesarios para lograr estos objetivos, es un aspecto crucial para la integración de las TIC (Bryderup & Kowalski, 2002).
- e) Un buen plan debe incluir una evaluación y un enfoque de evaluación para obtener una clara imagen del uso de las TIC en la escuela, fomentando un enfoque iterativo en la planificación y supervisión de la integración de las TIC (Kennewell et al., 2000).
- f) Liderazgo, como factor clave, en la gestión de la integración de las TIC al curriculum (Anderson & Dexter, 2000; Dawson & Rastrilla, 2003).
- g) Grado de formación en TIC (Galanouli, Murphy & Gardner, 2004), teniendo una importante influencia en como las TIC son bien acogidas en el aula (Baylor & Ritchie, 2002). Estas deben ser experiencias de formación en el marco de una disciplina, que sea específica, práctica y pertinente para las necesidades de los docentes y sus alumnos y vinculado a la política de la escuela (Cohen & Hill, 2001).
- h) La cooperación entre las escuelas (Triggs & John, 2004), siendo central la comunicación entre distintos profesores que comparten intereses similares, donde se produce intercambio de conocimiento y "se dan aliento" a seguir. Esto con un apoyo de análisis sobre las dificultades y las formas de mejorarlas (Triggs & John, 2004).
- i) Un apoyo continuo, siendo esta una preocupación de muchos docentes (William et al. 2000), un apoyo permanente al coordinador TIC (Lawson & Comber, 1999), el coordinador está en una buena posición para guiar con éxito la integración de la TIC en la escuela (Lai & Pratt, 2004).

Martínez (2007) al referirse a las variables que facilitan o dificultan la integración de las nuevas tecnologías, relacionadas con contextos y con los sujetos que intervienen y que ya participan de la situación previa a la integración de las tecnologías, en el proceso educativo, menciona las variables: evolutivas; fisiológicas; culturales; relacionadas con el desarrollo socioeconómico; relacionadas con la situación de los sistemas educativos. Respecto a estos puntos explica:

- Evolutivas: las personas evolucionan, las tecnologías requieren de las personas. Se requiere planificar un tipo de integración tecnológica y sus funciones acordes con las capacidades que en cada momento disponen los

alumnos, tendiendo que a partir de un determinado momento, el alumno asuma la responsabilidad de su formación, aprovechando de la mejor manera el uso de las tecnologías en dicho proceso.

- Fisiológicas: referido a la adecuada utilización o no de determinados órganos del ser humano, considerando las limitaciones que una persona puede tener al momento de utilizar estas tecnologías y por otra parte la utilización de éstas como apoyo de la superación de las mismas.
- Culturales: La tecnología de comunicación son un proceso de comunicación que intenta transmitir unos contenidos ligados a la cultura, donde se inscribe, se le da sentido y significado, debería ser considerada al momento de integrarla a la escuela, donde incorporación de las tecnologías requiere superar el espacio cultural de que se trate, permitiendo emerger otras culturas y que estas entren en la escuela.
- Relación con el desarrollo socioeconómico: En el marco del desarrollo de un país, que obedece generalmente a su desarrollo económico, se requiere definir los objetivos y ritmos y diseñar y desarrollar los planes para una integración real y exitosa.
- Relacionadas con la situación de los sistemas educativos: son aspectos propios de la escuela. La infraestructura, actitud de profesores y alumnos, formación permanente de profesores, contar con docentes con dedicación adecuada, entre otros.

Según Prendes, se requiere una profunda recomposición de las escuelas, del curriculum de las condiciones de trabajo y ejercicio de la profesión docente, para una adecuada integración de las tecnologías, donde desde una perspectiva global se requiere de ciertas reflexiones (Escudero, 1995c, p. 171 citado en Prendes, 2007):

- Facilitar tiempos adecuados para reflexionar , valorar y clarificar el sentido y el propósito que se persigue al hacer uso de las tecnologías.
- La formación del profesorado, como una condición fundamental para la integración del computador.
- Las disponibilidad y calidad de los materiales.
- Disponer de tiempo para la selección y reelaboración de algunos materiales, para insertarlos de manera significativa en la planificación del curso y en la enseñanza, compartiendo con los profesores sobre sus experiencias y evaluar sus efectos.

- La existencia de un equipo técnico y profesional para la formación, asesoramiento y el trabajo con los establecimientos y docentes.

Varios estudios internacionales a gran escala han documentado el éxito de la integración de las TIC en las escuelas (Mann, Shakeshaft, Becker, & Kottkamp, 1999; Sivin-Kachala, 1998; Wenglinsky, 1998 citados por Lim & Hang, 2003). Estas investigaciones demuestran que las TIC facilitan la adquisición de habilidades de pensamiento de orden superior, proporcionando el andamiaje cognitivo para los estudiantes, junto con permitir que expertos, profesores y estudiantes puedan comunicar sus ideas e intereses y ayudar a los estudiantes en la resolución de problemas en la medida que exploran las conexiones entre conceptos e ideas.

La integración de las TIC funciona como una herramienta integral o en la mediación, para lograr la enseñanza específica o actividades de aprendizaje que permitan cumplir determinados objetivos de instrucción (Lim & Hang, 2003, p. 50).

Para lograr una efectiva integración de las TIC en las escuelas, esta se debe utilizar como una herramienta de mediación en las actividades, involucrando a los alumnos en habilidades de pensamiento de orden superior, en la que el pensamiento incide en la acción (Jonassen, 1996, p.27 citado por Lim & Hang, 2003).

Al vincular la integración eficaz o ineficaz de las TIC en las salas de clases con determinadas actividades de aprendizaje, situados en su contexto sociocultural más amplio, es posible construir un relato de lo realizado por profesores y alumnos para lograr el éxito de las actividades, cómo estas son apoyadas por su contexto sociocultural más amplio, y qué problemas se encuentran. Esto es particularmente crítico, para la investigación educativa en donde el objeto de su investigación no es solo conocimiento, sino conocimiento utilizable. Es decir, la investigación educativa debe ser "sensible a las necesidades actuales o emergentes de los profesionales y en última instancia a la solución de los problemas profesionales y sociales" (Richey, 1998, p. 7 citado por Lim & Hang, 2003).

Al mirar la teoría de la actividad, esta propone que son procesos tanto a nivel individual y social, que incluye las herramientas de mediación y objetos que vinculan los procesos. Estas herramientas pueden incluir las TIC, las cuales

dependen de las funciones de trabajo entre los miembros del entorno de aprendizaje (Coll, 2004; Lim & Hang, 2003).

La integración efectiva de las TIC en un ambiente de aprendizaje, depende de la forma en que las TIC se encuentre en dicho entorno socio-cultural más amplio. Salomon (1993, p. 189) citado por Lim & Hang (2003) propone: "Ninguna herramienta es buena o mala en sí misma; sus resultados de eficacia contribuye a la configuración completa de eventos, actividades, contenidos y procesos interpersonales que tienen lugar en el contexto en el que se ha utilizado (Lim & Hang, 2003, p. 61).

La eficacia y potencial de las tecnologías, depende en gran medida del contexto y la calidad de su aplicación, donde estas son herramientas para la educación, siendo difícil aislar los factores que pueden contribuir a un resultado positivo, como la filosofía educativa, la calidad de la enseñanza, apoyo a los padres, y características de los estudiantes (Lim & Hang, 2003).

### **2.2.5 Las tecnologías de información y comunicación y la metodología de resolución de problemas**

Si bien se habla de integración curricular de las tecnologías, es importante señalar que hay variadas visiones respecto a este tema, desde el uso de las tecnologías en la gestión escolar, en salas de clases, pasando por la alfabetización digital, hasta lo que en esta investigación nos interesa, su uso para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizajes. En esto se deberá distinguir en forma especial entre integración de las TIC e integración curricular de las TIC.

Cabe señalar, que para lograr una integración curricular, es necesario alcanzar una integración de las tecnologías en los establecimientos educacionales como un todo, para lo cual deben confluír diferentes elementos, que van desde la política de estado, liderazgo en las escuelas, motivación de la comunidad, desarrollo de innovación, acceso a recursos y profesionales con actitud , dispuestos al cambio y con dedicación, entre otros aspectos.

Al mirar algunos elementos comunes, de las estrategias que involucran la resolución de problemas, la educación matemática y las TIC, se tienen temas como: aprendizaje contextualizado y situado; problema de la vida diaria que

motiven al alumno para que este se apropie de el y se involucre en la búsqueda de soluciones; incentivar el trabajo en grupo y colaborativo; respetar los ritmos de aprendizaje de cada estudiante; utilizar los conocimientos previos de los alumnos; enseñar estrategias y habilidades en forma explícita; entre muchos otros. En efecto, se tiene una lista de elementos que se vinculan desde la educación, los que se hacen y ven en forma particular con la matemática, en forma mucho más particular con el uso de la metodología de resolución de problemas y donde uno de los medios de apoyo son las TIC.

Las TIC, no son cualquier recurso, al punto que cambian las condiciones de "borde" de cualquier proceso de enseñanza-aprendizaje, cambia las condiciones físicas del trabajo, la relación profesor-alumno y alumno-alumno, las formas del trabajo propiamente tal y cambia, entre otros aspectos, la forma en que se aprenden las competencias, habilidades y conocimientos tratados (Pifarré 2004; Santos, 2008; Villarreal 2006).

Estas herramientas permiten que los alumnos examinen el problema desde diferentes perspectivas, donde la generación inmediata de diferentes representaciones, ayuda a que los alumnos analicen cualidades matemáticas relacionadas con el problema trabajado. Se producen cambios que pueden ser tanto en el tipo de tarea y problema, como en la forma de plantear las actividades de aprendizaje (Santos, 2001).

Mucho se ha investigado y dicho del uso de TIC como apoyo a los aprendizajes de los alumnos, existiendo al menos dos elementos comunes en las conclusiones de estas investigaciones, la primera se refiere a que el profesor es el aspecto central en la inserción del uso de recursos TIC a la sala de clases y la segunda que se requiere de un modelo curricular que permita en forma explícita integrar las TIC, de manera que se logren mejoras en los aprendizajes (Cabero, 2001, Cuban, 2001).

Hoy se reconoce en los recursos TIC su potencial ayuda que entrega a los procesos educativos, pero también se sabe, que este por si solo no produce cambios, ni tampoco permitirá solucionar todos los problemas de nuestro sistema educativo y en particular mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

Al trabajar con recursos TIC, se requiere enseñar a los alumnos estrategias específicas para trabajar y resolver las tareas con los programas informáticos

utilizados, ya que de no hacerlo, los alumnos pueden obtener resultados inferiores a los que obtienen estos sin utilizarlos (Pifarré & Sanuy, 2002).

Diferentes autores, reconocen además, que es el currículo el que deben hacer uso de las TIC, acomodándose estas a los contenidos específicos y a las necesidades del profesor y sus alumnos (Cabero, 2001; Cuban, 2001; Gamboa, 2007; Hepp en Evia, 2003; Oteiza y Silva 2001; Rubin, 2000).

La utilización de TIC por parte de los estudiantes, tendrá efectos, se quiera o no, en lo que hará, cómo lo hará y cuándo lo hará (Salomón, Perkins y Globerson 1991), por lo que cobra relevancia el conocer cómo se pueden aprovechar de mejor manera sus potencialidades para favorecer el aprendizaje de los estudiantes (Pifarré, 2001).

Según Santos (2008), las herramientas computacionales en la resolución de problemas, facilita la implementación de las estrategias, además de potenciar o extender el repertorio de las heurísticas, influyendo en la conceptualización y forma de interactuar con los problemas, incidiendo en una teoría que explique las competencias de los estudiantes, haciéndose necesario una actualización de de los marcos conceptuales desarrollados a partir de estudios, en los cuales los alumnos resolvían los problemas usando lápiz y papel.

Según Martín et al. (2003), antes de integrar la metodología de resolución de problemas en un contexto tecnológico, se deben considerar diferentes elementos, los cuales son:

- El papel del profesor, el cual debe ser más un entrenador cognitivo que un transmisor de conocimientos.
- La reorganización de la clase, que los tiempos sean los necesarios de computadores y en cantidad suficiente para los alumnos.
- Naturaleza de los problemas, se hace énfasis a problemas auténticos, complejos y mal estructurados.
- Escenario de los problemas, señalando que se requiere que: identifique los asuntos encerrados en el problema; reunir información; definir algunas hipótesis de solución; que evalúe las hipótesis y se decida por aplicar una de ellas; comprobar los resultados.

La experiencia que necesita el que resuelva problemas, se construye a base de razonamiento, donde el que resuelve una situación la que debe ser alterada o cambiada mediante el pensamiento reflexivo y continuo cuando aparecen algunas vías de solución.

El uso de tecnología en la resolución de problemas, permite a los estudiantes: búsqueda de relaciones entre los elementos de las representaciones, para identificar las soluciones de los problemas; elaborar conjeturas a partir de la observación de los datos en las distintas representaciones realizadas en cada herramienta tecnológica; generalización de los resultados; realizar análisis de casos particulares; elaboración de conexiones entre los resultados y otros contenidos matemáticos; y comprobación de los resultados obtenidos (Gamboa, 2007).

Para Martín et al. (2003), la metodología de resolución de problemas puede ser trabajada sin tecnología, sin embargo, esta puede entregar muchos elementos que son esenciales en los nuevos escenarios, referidos a:

- Ambientes realistas y enriquecidos, con uso de: videos, animaciones, simuladores, software utilizados en los ambientes de trabajos, acceso a bases de datos, ambientes de discusión, etc.
- Desarrollo del pensamiento estratégico, junto con que los alumnos tengan las ganas de resolver los problemas, se requiere que estos adquieran determinadas estrategias, en lo cual puede ayudar la observación de la actuación de los expertos. Una estrategia es pedirle a los expertos que piensen en voz alta. Otra forma es la utilización de espacios virtuales en los que la interacción de expertos con los alumnos, permita a los primeros resolver y explicar las acciones y estrategias utilizadas, dando espacios a las discusiones e intercambios de ideas y conocimientos.
- Descubrir el problema, hay muchos autores que señalan que más que resolver el problema lo que interesa es el proceso de solución. En particular, interesa descubrir el problema, definirlo y de ser necesario redefinirlo. Las TIC pueden apoyar, en la definición del problema, mediante la generación de diagramas, tabulación, búsqueda y manipulación de datos, visualización del problema, desarrollo de bosquejos iniciales, construcción colaborativa de mapas

conceptuales, generaciones y manipulaciones de gráficos y figuras en general, usos de espacios de discusión, entre otros. Lo anterior, permite el desarrollo de habilidades auténticas y ayuda a la creatividad de los alumnos.

- Representación del problema, se parte del supuesto que toda persona que resuelve un problema tiene una determinada representación de éste en su cabeza y esto influye en como lo resolverán. Esta representación es distinta en expertos y los no expertos. Algunas representaciones son tablas, gráficos, diagramas de flujos, mapas conceptuales, etc. Estas representaciones son propias de cada dominio del conocimiento. Que los alumnos observen las manipulaciones de las TIC, desarrolladas por los expertos, permite ver a estos en forma directa qué recursos utilizan, por qué utilizan determinados recursos y cómo los utilizan.
- Desarrollo metacognitivo, un rol importante del profesor es guiar y servir como entrenadores metacognitivos (referido al propio conocimiento de nuestro proceso cognitivo) en la solución de los problemas. Se espera que incentiven a sus alumnos a hacer las preguntas adecuadas en las distintas etapas, junto con que piensen por qué dichas preguntas son necesarias. Deben invitar a pensar, analizar qué es lo que hacen mientras resuelven el problema, cómo lo hacen y por qué, pensar sobre los errores cometidos y recursos utilizados. De esta manera, se apoya la generación de modelos, de formas de actuación en los procesos de búsqueda de soluciones. Utilizando sistemas hipermedia, por medio de preguntas y respuestas, el sistema puede chequear el pensamiento de los estudiantes, entregando sugerencias, retroalimentaciones, o información adicional que permitan ampliar el pensamiento del alumno.
- Facilitar interacciones de grupo, diferentes autores señalan la importancia del trabajo colaborativo en la de resolución de problemas (Miller, 2000; Pifarré & Sanuy, 2002; Colomina et al., 2001), de igual manera, se señala que el trabajo cooperativo, es una estrategia ideal para promover la externalización del proceso de pensamiento necesario para resolver el problema. La efectividad de este aprendizaje y de este trabajo dependerá principalmente de las interacciones de los miembros de los grupos. En este aspecto, la hipermedia y el trabajo en espacios virtuales, son un apoyo importante en el trabajo grupal de los estudiantes.

Fuglestar (2004) citado en Gamboa (2007), presenta las etapas de desarrollo para describir el proceso, donde los estudiantes interactúan con las herramientas tecnológicas en la resolución de problemas:

- Conocimientos básicos o funcionalidades del software.
- Desarrollo de modelos simples, donde los alumnos hacen esquemas usando textos, números, figuras o plantear fórmulas para planear un modelo.
- Analizar el uso de las herramientas para dar solución al problema planteado, donde los estudiantes son capaces de pensar en distintas formas y recursos para resolver el problema y determinar la herramienta tecnológica disponible que sea más apropiada.

Respecto al trabajo en grupo, el aprendizaje cooperativo orienta en la forma de organizar los grupos, junto con sugerir actividades específicas para las experiencias de aprendizaje (Miller, 2000). En este aspecto, es fundamental el apoyo a los estudiantes en la construcción de argumentos que permiten, aumentar las acciones realizadas por estos en la construcción en forma colaborativa, de soluciones a los problemas, en particular con los problemas mal estructurados (Cho & Jonassen, 2002).

A partir de adecuadas preguntas y su respuesta con la ayuda de las tecnologías digitales, los estudiantes construyen, desarrollan o modifican la manera en que comprenden y resuelven los problemas (Santos, 2008).

Respecto a la comparación del trabajo en resolución de problemas, en ambientes virtuales y en forma presencial, según Jonassen, en el trabajo virtual las interacciones entre los participantes son menores que cuando se trabajaba en forma presencial, sin embargo, en las primeras, las tareas estaban más relacionadas, además de estar más enfocadas en las ideas y en las perspectivas a alcanzar (Jonassen, 2001).

Para Pifarré, los factores que facilitan la interacción entre el computador y los alumnos que favorecen el trabajo colaborativo son: feedback inmediato que entrega el computador luego de una acción del alumno; los estudiantes deben hacer explícita las órdenes que introducirán al computador, de esta manera el resto del grupo de alumnos conocen los procesos del pensamiento de su compañero, pudiendo debatirlo o expresar su acuerdo (Pifarré & Sanuy, 2002).

Desde la perspectiva sociocultural, el contexto social y el individuo, se consideran como un sistema integrado y altamente situado (Salomón y Perkins, 1998 citados en Pifarré, 2001). Esto, señala la importancia que el material didáctico diseñado y los recursos utilizados estén contextualizados en el entorno cultural del alumno, donde estos participen en actividades culturales auténticas y utilicen instrumentos similares a los que se encuentran en la sociedad en que viven. De aquí, la importancia de trabajar con herramientas como lo son muchos de los recursos TIC, por ejemplo: la planilla electrónica; procesador de texto; bases de datos; software de diseño; etc., que son utilizados en diferentes áreas de producción social.

Por otra parte, cuando se habla de problemas de la vida diaria, lo que Jonassen y otros autores definen como problemas mal estructurados o Schoenfeld los define como problemas abiertos, el uso de los recursos TIC, pasan a ser parte integral de las herramientas y medios con que "debe" contar un estudiante para su solución. El uso de las TIC, permite que los estudiantes puedan pasar de los elementos concretos a lo abstracto, pudiendo desarrollar generalizaciones de las situaciones trabajadas, aumentando sus posibilidades de adquisición de conocimientos y habilidades. Si bien en enseñanza primaria, es de gran importancia el uso de material manipulable en el logro de aprendizajes (Araya, 2000), sin embargo, algunas situaciones o modelos complejos de manejar en una sala de clases pueden ser generados, observados y manipulados con el apoyo del computador.

El enseñar matemática por medio de una clase expositiva, puede ser lo más fácil para los docentes, pero que los estudiantes escuchen en forma pasiva, no garantiza la comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos, por lo que se requiere una participación más activa de los estudiantes en su aprendizaje. Para esto, se requiere disponer de problemas matemáticos interesantes, sofisticado material didáctico, maestros calificados pedagógica y matemáticamente y estudiantes que participen de un aprendizaje colaborativo (Takahashi, 2000).

Muchos problemas requieren usar y manipular modelos, donde las TIC, además de generar estos modelos, permiten la visualización y utilización de diagramas dinámicos, donde los estudiantes visualicen, manipulen y entiendan, junto con motivarlos a realizar conjeturas en forma intuitiva y posteriormente verificar estas conjeturas. Por ejemplo, los estudiantes pueden trabajar y experimentar realizando simulaciones de probabilidades, donde la tecnología maneja grandes cantidades de

datos y funciones en segundos, permitiendo obtener conclusiones (Baugh & Raymond, 2003).

Para Jonassen, tradicionalmente las TIC han sido utilizadas como medios de instrucción, como transmisores de información y como tutores de los estudiantes, de manera que al utilizarse de esta forma, la información es almacenada en la tecnología. Por lo general, la interacción se limita a que el estudiante presione algunas teclas o a responder preguntas formuladas por el sistema. Este autor, sostiene que la tecnología debe apoyar el aprendizaje, no intentando la instrucción del estudiante, sino como herramienta de construcción del conocimiento, donde los alumnos actúan como diseñadores y los computadores operan como sus "herramientas de la mente", interpretando y organizando el conocimiento de los alumnos, involucrándolos en el pensamiento crítico del contenido que está trabajando (Jonassen, 2000c). Esto, nuevamente se relaciona en forma directa con la estrategia de resolución de problemas, la que permite generar un marco de trabajo apropiado para que el alumno use la tecnología, junto con aprender competencias, habilidades y conocimientos, que requerirá al momento de insertarse en su vida laboral.

Según Jonassen, en su trabajo relacionado con el diseño de entornos de aprendizaje constructivista, señala que los alumnos enfrentan tareas complejas, novedosas y auténticas, indicando que para aquellos alumnos que no posean las aptitudes necesarias para resolver estos problemas, será necesario proporcionales herramientas cognitivas que refuercen dichas aptitudes.

De igual manera, sugiere Jonassen, que el computador es un medio que facilita la colaboración entre las comunidades de alumnos, siendo la forma más natural de trabajo, la de un equipo resolviendo problemas y no en forma aislada. De esta manera, los computadores, y en particular las comunicaciones, permiten dar acceso a la información compartida, junto con facilitar las herramientas de elaboración del conocimiento, permitiendo a los alumnos elaborar conjuntamente un conocimiento socialmente compartido (Jonassen, 2000b).

También las redes informáticas, permiten apoyar las discusiones por medio de: listas de discusión; correo electrónico; tableros de anuncios; servicios de noticias en la Red; chat; MUD -multiuser dimensions-; y MOO -MUDs orientados a los

objetos-. Un potencial a estudiar en esta línea, es el que pueden proporcionar las redes sociales de la Web 2.0.

Estas herramientas, en conjunto con la estrategia de resolución de problemas, han permitido generar algunos cambios en el trabajo de los alumnos, y su énfasis como responsables de su formación. Se han creado comunidades de alumnos, las que comparten conocimientos, valores y objetivos. Estas comunidades pueden permitir que sean los alumnos quienes dirijan las investigaciones, realizando observaciones, leyendo, estudiando, consultando a expertos, compartiendo la información a la comunidad. Esto permite, a diferencia de la escuela tradicional, fomentar la construcción del conocimiento en las capacidades del alumno, apoyando la reflexión del conocimiento elaborado y las estrategias y procedimientos utilizados. En estos espacios, se requiere que se fomenten los debates en relación a los problemas en los que están trabajando, comunicándose entre los alumnos y con el profesor, siendo el objetivo común, resolver el problema y donde la cooperación en la resolución de problemas requiere que las decisiones se tomen en forma conjunta, en forma continua y sistemática, permitiendo llegar a una elaboración del conocimiento compartida socialmente y de igual manera lograr la comprensión del problema (Jonassen, 2000b).

En términos generales, desde una mirada a lo que puede pasar y pasa en una sala de clases cotidiana, en la cual se trabaje sobre resolución de problemas, se puede señalar la existencia y uso de la tecnología integrada al punto de lo que Gros señala como ordenadores invisibles (Gros, 2000).

Aprovechar las potencialidades para generar aprendizajes significativos, por descubrimiento, constructivo, colaborativos y/o cooperativos, parece ser la consigna desde los laboratorios de investigación y desarrollo en educación. Sin embargo, operacionalizar eso en ambientes reales no es un problema simple.

Si bien es cierto, que el uso de las TIC en matemática permite poner a prueba nuevas estrategias metodológicas, centradas en principios pedagógicos asociados al constructivismo y la resolución de problemas, cuando se trata de hacer esto en forma masiva y para muchos estudiantes, surgen barreras importantes que se requieren superar, tales como, la organización y disposición de los recursos a utilizar, el poco tiempo que disponen los profesores para diseñar e implementar

actividades, las limitaciones del horario escolar rígido y el esfuerzo extra que demanda guiar una situación de clases muy dinámica (Villarreal, 2006; 2007).

La tecnología ha tomado una importancia, ya que trae una variedad de materiales a la clase de matemática. Si en la antigüedad, se tenía solo la posibilidad de entender un contenido matemático por medio de la lectura de un texto, hoy a eso se incluyen diferentes caminos como videos y animaciones. Sin embargo, si bien se dispone de una gran variedad de material, es complejo que docentes hagan una selección adecuada de dicho material (Takahashi, 2000).

Enseñar resolución de problemas abiertos, es considerada como una de las formas de mejorar la enseñanza de la matemática, sin embargo, esta es una estrategia de instrucción que no ha sido muy aplicada en las clases de matemática ya que no es fácil para los profesores cambiar sus prácticas y por que los docentes no tienen muchas oportunidades de aprender nuevos métodos (Hiebert, 1999 citado en Takahashi, 2000). Al comparar a profesores de EE.UU. y Asia, los primeros dedican menos tiempo en sus escuelas para explorar nuevos métodos de enseñanza que los profesores de Asia (Stevenson & Stigler, 1992 citado en Takahashi, 2000).

En esta línea, la falta de tiempo hace que sea complejo que los profesores incluyan estrategias innovadoras. El uso de tecnología digital requiere que los docentes dediquen más tiempo a la preparación de las clases (Takahashi, 2000).

Según Sawada (1997) citado en Takahashi (2000), hay cinco ventajas de trabajar en resolución de problemas abiertos:

- a) Hay una mayor participación de los estudiantes en la sala de clases, además de expresar sus ideas con más frecuencia.
- b) Hay más oportunidades para que los alumnos hagan uso de su mejor nivel de conocimiento y habilidades matemáticas.
- c) Cada estudiante puede responder al problema en algunos aspectos significativos, siguiendo su propio camino.
- d) El trabajo de la clase en este tipo de problemas, puede proporcionar a los estudiantes una experiencia de razonamiento.
- e) Es una buena experiencia lograr el "placer" del descubrimiento y de recibir la aprobación de sus compañeros.

### **2.2.6 Tecnología de la información y comunicación y la matemática**

La introducción de la tecnología en la sala de clases, ha cambiado la forma en que se realiza el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, pasando de un enfoque algorítmico, que se le ha dado a la enseñanza de esta disciplina, a uno de descubrimiento y reflexión (Gamboa, 2007).

Las TIC permiten no solo combinar e integrar diferentes sistemas simbólicos (lengua oral, lengua escrita, imágenes fijas y en movimiento, lenguaje matemático, sonido, sistemas gráficos, etc.), tanto en la representación, como en la transmisión de la información, sino también, transitar con facilidad entre uno y otro; por ejemplo, de la descripción escrita de un proceso a su formulación matemática, de ésta a su representación gráfica, luego a su representación algebraica y/o visual, pudiendo volver sobre cualquiera de ellas (Coll, 2004).

Para Salomón (1987), la matemática es una de las áreas curriculares que más se ha potenciado con el uso de los computadores. Esto se debe, a los aspectos comunes que existe entre el lenguaje matemático y el informático. Según Martí (1992), estos puntos en común se pueden sintetizar en que los dos lenguajes:

- a) Necesitan una actuación muy rigurosa.
- b) Implican un nivel de abstracción muy elevado.
- c) A menudo utilizan una anotación específica, propia y alejada del lenguaje natural.

Se reconoce que el uso de distintas herramientas digitales, influye en la forma de desarrollar y comprender las ideas matemáticas (Santos, 2007). El uso de estas herramientas en la práctica matemática, ha cambiado no solamente los métodos que se emplean en la disciplina, sino también los temas y problemas que se investigan (Artigue, 2002 citado en Santos, 2007).

La tecnología, en particular los computadores y calculadoras, han reducido en forma importante los tiempos necesarios de una clase, para dominar los algoritmos de papel y lápiz, que fueron considerados necesarios para el desempeño aritmético. En particular, las calculadoras permiten a los alumnos enfrentar aplicaciones complejas, sin verse obstaculizados por la incapacidad de realizar cálculos complejos o demandantes de tiempo. En efecto, estas tecnologías permiten que exista mayor tiempo disponible en el aula, para el estudio de la esencia de la

matemática, pudiéndose usar para ayudar a los estudiantes, a entender los problemas mediante el análisis matemático (Schoenfeld, 1989).

El poder matemático consiste en detectar, construir, inventar, entender o manipular patrones, junto con poder comunicar dichos patrones a otros. Así, el quehacer matemático se puede caracterizar como la actividad de encontrar y examinar patrones asociados o productos de esos mundos. Santos muestra que el uso de la tecnología, resulta una herramienta útil en la búsqueda de distintos tipos de patrones (Santos 2002a; 2004c citado en Santos 2007).

La utilización de herramientas computacionales, permite que los alumnos “manipulen la matemática”, de manera que la manejen por sus propiedades a diferencia de los bosquejos o figuras que se hacen con lápiz y papel. Los estudiantes pueden manipular parte de las configuraciones y ver los cambios o invariantes, donde la observación de los invariantes en una representación es fundamental, para desarrollar conjeturas y en el proceso de argumentación de dichas conjeturas por parte de los alumnos (Santos, 2001).

El uso de herramientas digitales ha permitido introducir y considerar nuevos aspectos cognitivos matemáticos en el desarrollo de las competencias de los alumnos. Además, los software permiten a los alumnos explorar invariantes y relaciones dinámicas (Santos, 2008).

Los estudiantes, haciendo uso de herramientas que facilitan las representaciones dinámicas, pueden visualizar el comportamiento de la situación y resolver el problema en forma experimental, donde los alumnos atienden directamente al significado de las representaciones y pueden desarrollar un sentido dinámico de la “variación continua”, la cual es una de las ideas fundamentales de la matemática (Santos, 2001).

Según Santos (2007), un aspecto importante de la instrucción matemática, es que los estudiantes tengan oportunidad de participar directamente en los procesos de construcción y relaciones matemáticas, donde el uso de herramientas digitales ayuda a que los estudiantes busquen estas relaciones, para lo cual es necesario que el docente conozca el potencial de dichas herramientas y sea capaz de identificar diferentes estrategias que les permitan utilizarlas en sus prácticas de enseñanza.

Sin embargo, se debe tener en consideración, que un aspecto importante a solucionar, asociado a los resultados de las pruebas nacionales e internacionales sobre el logro de aprendizaje de la matemática, es el aumento del nivel matemático, que se requeriría en un entorno social y tecnológico cuyas complejidades aumentan rápidamente (Onrubia et al., 2001).

Al introducir las TIC al aula, se puede observar que surge la necesidad de distinguir ¿cuándo y cómo usarlas?, ¿cuándo produce diferencias positivas? Estas interrogantes toman relevancia desde la perspectiva que la tecnología es un recurso escaso, pero también desde el punto de vista que puede producir resultados negativos en los aprendizajes, tal como la distracción en el trabajo de los estudiantes, entre otros elementos. Por esto, una primera lección que se debe tener presente, es que si bien, existen muchos contenidos matemáticos y estrategias de usar las TIC, esto no implica que siempre deban y convenga que sean usadas.

Referido a las condiciones de los docentes para implementar estos cambios, se observan debilidades importantes, por esto es necesario e importante definir una actualización de los profesores en ejercicio y en la formación inicial de los docentes, pensadas en actividades de aprendizaje para los estudiantes, la cual debe incluir las formas de utilizar diferentes herramientas computacionales en la construcción del conocimiento matemático de los alumnos (Santos, 2008).

Santos (2007), sugiere que los docentes al explorar nuevas herramientas digitales, para su incorporación a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, en particular al trabajar en resolución de problemas, reflexione sobre las siguientes preguntas: ¿Cuáles son los aspectos del quehacer matemático que resultan significativos al emplear el software dinámico en la resolución de problemas?, ¿qué tipo de representaciones y formas de razonamiento emergen en los procesos de resolución de problemas con el uso del software dinámico?, ¿qué relación existe entre los acercamientos o procesos de solución que se realiza con un lápiz y papel y aquellos donde se utilizan el software dinámico?

Da Ponte, al referirse al papel de las investigaciones junto al uso de las tecnologías de comunicación, como apoyo al desarrollo del conocimiento y las competencias matemáticas, hace mención a la necesidad de realizar investigaciones más

profundas, así cómo integrar las TIC a la práctica docente y cómo transferirlas a gran escala (Da Ponte, 2007, p. 429; citado en Santos, 2008).

Otro factor a ser analizado, son aquellos programas "abiertos", libres de contenidos, en los cuales no se les propone, ni enseña, ningún conocimiento o concepto ni problema al estudiante, son aquellos en los cuales la iniciativa la toma el alumno, produciendo ideas, construyendo modelos, genere simulaciones y desarrollando el conocimiento matemático. En este espacio se encuentran las planillas electrónicas, procesadores geométricos, procesadores simbólicos, lenguajes de programación, programas para desarrollar páginas Web, entre otros. Aquí, el profesor, el currículum y por otra parte las habilidades, las estrategias, los conocimientos del alumno, junto a ambientes de aprendizaje, son elementos esenciales, donde los maestros y alumnos son los que controlan la calidad de los problemas y no los que desarrollaron el software (Goldenberg, 2000).

Frente al consenso existente de que los alumnos establezcan conexiones tanto dentro de la matemática, como con otras áreas del conocimiento, en este marco las computadoras pueden ayudar a que los alumnos exploren y conecten diferentes temas (Santos, 2001). Cada herramienta digital, ofrece diferentes oportunidades a los alumnos, para identificar, examinar, representar y comunicar resultados matemáticos (Santos, 2003).

Cada vez más, toma mayor importancia el uso de los recursos tecnológicos, como lo señala el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, por sus siglas en inglés), "La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas" (NCTM, 2000). Este uso está siendo dirigido como apoyo al estudiante en la construcción del conocimiento, para que estos aprendan con las tecnologías y no de éstas, actuando los estudiantes como diseñadores y operando los computadores como las "herramientas de la mente", para interpretar y organizar el conocimiento de los alumnos, para que estos participen del pensamiento reflexivo y crítico acerca de las ideas que están estudiando (Jonassen, 2000c).

Al definir la tecnología, enfocado a un uso que se relaciona al concepto de "herramientas de la mente", estas se presentan desde la perspectiva que sirve como un andamiaje a diferentes formas de razonamiento acerca del contenido, no

pudiendo los estudiantes usarlas como estrategia de aprendizaje, sin profundizar en lo que están estudiando (Jonassen, 2000c).

Definir buenas o malas prácticas, ha sido una tarea en la cual no existen grandes acuerdos, sin embargo, existen algunos principios que ayudan a profesores y, a la comunidad educativa en general, a tomar algunas decisiones. En este punto, Goldenberg (2000) propone seis principios referidos al uso de la tecnología en la sala de matemática:

- El principio de género: referido a la necesidad de que el profesor piense claramente cuáles son las metas de la clase, y las necesidades de cada estudiante, de manera de escoger la tecnología que promuevan esos objetivos, en lugar de solo introducir las tecnologías por lo atractivas que puedan presentarse, pudiendo solo tener resultados tangenciales e incluso perjudiciales para las metas definidas.
- El principio del propósito: se sugiere permitir el uso de calculadoras y la tecnología en general, cuando al hacer los cálculos pueda ayudar con el propósito de la lección. En caso contrario, si el propósito del trabajo es que los alumnos aprendan a realizar los cálculos, usar las tecnologías y calculadoras es una mala idea.
- Principio de respuesta versus análisis: Si el principio anterior, se trata que el cálculo no sea un distractor en aprendizajes donde la meta no son estos, en otras oportunidades a pesar que el cálculo no sea la meta del aprendizaje, realizar el proceso y ver los detalles intermedios permite al alumno entender y observar los resultados que se producen. Es así, que la tecnología en la medida que no permita ver esos resultados intermedios no ayudará.
- Principio de quien es el que piensa: este principio cuestiona si la tecnología se esta utilizando para resolver problemas o para ayudar al estudiante a pensar sobre ellos, analizar los procedimientos y generar pruebas. Las preguntas de fondo son ¿el papel de la tecnología es reemplazar una capacidad que el estudiante debería de alguna manera desarrollar? o ¿desarrollar la capacidad del estudiante para pensar, independientemente de la tecnología? Seguramente algo de estas dos opciones debe permitirse, siendo lo importante el tomar las decisiones concientemente.

- Principio del cambio del contenido cuidadoso: Existen contenidos matemáticos que han quedado obsoletos con la aparición de la tecnología. Sin embargo, las decisiones sobre el contenido que está o no obsoleto, se deben hacer en forma reflexiva, teniendo no solamente en cuenta lo que la tecnología puede hacer, sino realizando un cuidadoso análisis de lo que los estudiantes deben estar en capacidad de hacer; especialmente de qué manera deben ser capaces de razonar.
- El principio del uso fluido de la herramienta: “Manipular” varias de las herramientas de la calculadora o del computador, pero no dominarlas, puede producir más daño que beneficio, consumiendo mucho tiempo y enseñando poco. Aprender sobre pocas herramientas, pero a fondo, para utilizarlas adecuadamente, son una contribución a la educación matemática de los estudiantes.

Computadores y calculadoras, son herramientas de gran importancia en el aprendizaje y enseñanza y el desarrollo de la matemática. Se puede:

- Tener imágenes visuales de las ideas matemáticas.
- Facilitar la organización y análisis de datos.
- Realizar cálculos de manera eficiente y precisa.
- Los estudiantes pueden poner su atención en la toma de decisiones, reflexión y resolución de problemas.
- Facilitar al alumno, el realizar constantes exploraciones y probar sus ideas matemáticas y conjeturas, de una manera visual, eficiente y dinámica.
- Proporcionar los elementos suficientes para proponer una prueba analítica de la solución, siendo evidente que el uso del software favorece la aplicación de estrategias de resolución de problemas.
- Usar la tecnología como un lente que le permite al estudiante observar y explorar situaciones desde diversos ángulos.
- Favorecen la formulación de conjeturas, facilitando el cambio de las condiciones iniciales del problema (qué pasa si...?), o extienden el contexto.
- Analizar varios casos de manera rápida y precisa, entregando información adicional sobre el comportamiento de parámetros importantes de la situación o fenómeno en consideración (Santos, 2001).

Por otra parte, el uso de computadoras y tecnología ha modificado los contenidos del currículo matemático, en particular, la forma en que se ha enseñado el cálculo ha sufrido cambios importantes. Han aparecido nuevos campos de estudio, como lo es el estudio de Mandelbrot con la geometría de fractales, y se espera que los sistemas algebraicos para computador -CAS de su sigla en inglés por Computer Algebra System- cambien la forma en que se conocen actualmente los contenidos del álgebra y el cálculo. Además, es importante distinguir que no necesariamente signifique que los contenidos y conceptos desaparezcan, sino más bien los métodos y recursos utilizados serán los que hagan la diferencia y, donde las habilidades mentales cobran mayor importancia (Goldenberg, 2000; Waits, 2003).

Si bien se ha argumentado la importancia de usar la tecnología en la enseñanza de la matemática, esta debe ser una inserción pensada y progresiva, donde antes que los estudiantes trabajen con tecnología, es muy importante que estos trabajen primero con manipulables (material concreto) y con lápiz y papel.

Además, se está avanzando en el desarrollo de sistemas, principalmente pasando de un ambiente tipo "caja negra" en donde el estudiante ingresa, por ejemplo, una ecuación, y con solo apretar un botón tienen el resultado, a sistemas tipo CAS, donde se requiere que el estudiante le indique al sistema los pasos que deben seguir para resolver una ecuación, siendo el estudiante el que dirige el proceso (Waits, 2003).

Es importante destacar el cambio vertiginoso y poderoso, que ha significado el avance de lo que han sido las primeras calculadoras y lo que son las actuales "computadoras de bolsillo", las que están convergiendo rápidamente a lo que conocemos hoy como computadores portátiles, al incorporar a estas "computadoras de bolsillo" programas como Cabri, Derive, y sistemas tipo CAS.

Investigaciones han avanzado en sistemas que permiten vincular cámaras de video, de manera que se pueda grabar secuencias de movimientos, por ejemplo de un estudiante, para posteriormente el sistema digitalizar las imágenes y realizar cálculos de movimientos, desarrollar las funciones involucradas, etc. Esto permite que el estudiante se vincule directamente a la experiencia, se motive, y participe en su construcción, manipulando los modelos involucrados, desarrollando diferentes análisis junto con desarrollar hipótesis y posteriormente verificarlas.

Desarrollos en sistemas estadísticos, han avanzado en lo que se refiere al manejo interactivo de la información. Luego de ingresar los datos involucrados de una experiencia, los alumnos pueden generar algunos gráficos, a partir de los cuales y de manera simple, pueden manipular directamente los gráficos, para desarrollar nuevas preguntas, hacer cruce de información, entre otros aspectos.

Respecto al uso de la tecnología y medios utilizados en una sala de clases, lo que importa es que los estudiantes aprendan a pensar matemáticamente (Goldenberg, 2000; Moreno, 2002a; Schoenfeld, 1992). Para Schoenfeld, el pensar matemáticamente, se relaciona más que con manejar una gran cantidad de conocimiento matemático, se debe ser flexible, usar los recursos de la matemática y su conocimiento propio en forma eficiente. En este marco, el uso de la tecnología importa desde la perspectiva que ésta incida en los aprendizajes y motivaciones de los alumnos, junto con permitir aumentar el tipo y forma de problemas y contenidos matemáticos a trabajar con los estudiantes y como lo señala Waits, el uso de la tecnología le permitirá al estudiante tener más tiempo para enriquecer su aprendizaje matemático, dominar el concepto y le ofrezca una comprensión más profunda (Waits, 2003)

Para organizar la forma en que la tecnología pueda tener efectos importantes en la educación de las matemáticas, Rubin (2000) propone cinco tipos de oportunidades generadas por las computadoras, las calculadoras, e Internet, las cuales son: conexiones dinámicas; herramientas sofisticadas; comunidades ricas en recursos matemáticos; herramientas de diseño y construcción; y herramientas para explorar complejidad. A continuación se presentan en forma breve:

- Conexiones dinámicas: Para la gran mayoría de los estudiantes, la matemática es a menudo algo abstracto, llena de símbolos y conceptos invisibles. Esta falta de visualización, hace difícil el aprendizaje de la matemática. La tecnología puede ayudar, tanto los computadores como las calculadoras, son máquinas visuales, proporcionando además, medios que permiten hacer estas visualizaciones dinámicas. En este espacio, se encuentran también los simuladores, que son representaciones de la vida diaria, modeladas, que permiten a los estudiantes observar, manipular y entender el funcionamiento de situaciones reales, pudiendo analizar las variables que intervienen y como estas afectan al fenómeno analizado.

- **Herramientas sofisticadas:** Es creciente la importancia que ha ido tomando el cálculo en la sociedad actual. Numerosos lugares de trabajo proporcionan a sus trabajadores hojas de cálculo, graficadores y otras herramientas de este tipo, junto con esperarse que estos la sepan usar adecuadamente. Desde esta perspectiva, la educación matemática debe estar preparada para habilitar a los estudiantes para el mundo del trabajo. Además, el uso de estas herramientas disminuye la barrera del cálculo en problemas cuyo foco no sea este. Hay evidencia suficiente que el uso apropiado de calculadoras, puede mejorar el logro matemático de estudiantes, así como tener una actitud más positivas hacia la matemática.
- **Comunidades Ricas en Recursos Matemáticos:** En Internet, existen abundantes recursos para apoyar la clase de matemáticas, como, además de posibilitar la creación de espacios colaborativos donde docentes y estudiantes trabajan haciendo uso de estos espacios virtuales. Aquí se puede trabajar con videos, manipulativas, simuladores, graficadores, calculadoras, así también listas virtuales, acceso a bases de datos, etc.
- **Herramientas de Diseño y Construcción:** Un uso de la tecnología en matemática puede ser el diseño y construcción de artefactos robóticos, desarrollando en el estudiante su "razonamiento mecánico", donde tomar decisiones en el contexto del problema. Además, el trabajo que se realiza con estas herramientas permite desarrollar en el estudiante la "Inteligencia Lógica". En este espacio se puede trabajar con lenguajes como Logo, ambientes del tipo de MicroMundos.
- **Herramientas para Explorar Complejidad:** Herramientas para el manejo de fenómenos complejos, como son el software para el modelamiento de sistemas específicos que permite modelar y crear simulaciones interactivas, de situaciones que reaccionan a cierta información, para procesarla en forma personalizada. Herramientas como las del proyecto SimCalc<sup>6</sup> permiten enseñar conceptos de cálculo por medio de micromundos y gráficas dinámicas.

Estas herramientas tecnológicas, permiten a los docentes crear ambientes de aprendizaje enriquecidos, para que los estudiantes perciban las matemáticas como

---

<sup>6</sup> El proyecto SimCalc pretende desarrollar en los estudiantes la comprensión y habilidades prácticas en conceptos fundamentales de las Matemáticas haciendo uso de la tecnología <http://www.simcalc.umassd.edu/>

una ciencia experimental y un proceso exploratorio significativo dentro de su formación (Rubin, 2000).

Según los reportes del CNCTM, los maestros deberían tener en cuenta las mejores prácticas para enseñar matemáticas sugeridas, por ellos en el libro "Mejores Prácticas, Nuevos Estándares para la Enseñanza y el Aprendizaje":

- Ayudar a que todos los estudiantes desarrollen capacidad matemática.
- Ofrecer experiencias que estimulen la curiosidad de los estudiantes y construyan confianza en la investigación, la solución de problemas y la comunicación.
- Realizar actividades que promuevan la participación activa de los estudiantes en hacer matemáticas en situaciones reales.
- Entender y utilizar patrones y relaciones, estos constituyen una gran parte de la habilidad o competencia matemática.
- Propiciar oportunidades para usar el lenguaje con el fin de comunicar ideas matemáticas.
- Ofrecer experiencias en las que los estudiantes puedan explicar, justificar y refinar su propio pensamiento, sin limitarse a repetir lo que dice un libro de texto.
- Desarrollar competencia matemática por medio de la formulación de problemas y soluciones que involucren decisiones basadas en recolección de datos, organización, representación (gráficas, tablas) y análisis.

El uso del computador en matemática, por parte de un alumno, no significa que esté aprendiendo contenidos de esta disciplina, sino que su aprendizaje dependerá de las características del recurso digital o software que se utilice y del contexto de enseñanza – aprendizaje que guíe el diseño y la implementación de dicho programa en el aula de matemática (Pifarré, 2004).

### **2.2.7 Las tecnologías de la información y comunicación como herramientas cognitivas**

En los últimos años, ha existido un uso de la tecnología principalmente como un instrumento de producción, en la cual los estudiantes usan las TIC para buscar información, hacer sus informes, usar software del tipo instruccional o tutor, el cual simula la metáfora del profesor que enseña.

Este uso ha sido dirigido principalmente desde la perspectiva de la producción, de esta manera un alumno que escriba en un procesador de textos, no necesariamente aprende a expresar mejor sus ideas en forma escrita. Existen autores, que han sugerido su uso más desde la perspectiva de la construcción cognitiva, lo que Jonassen (2000c) señala "herramientas de la mente", para interpretar y organizar su conocimiento personal y Martín et al. (2003), quienes sugieren un uso de las tecnologías y los computadores en particular, interpretándolos como instrumentos cognitivos o instrumentos mentales, permitiendo que el estudiante construya su propio conocimiento.

En los últimos años también han aparecido conceptos como, "nativos digitales e inmigrantes digitales" y "sabiduría digital" (Prensky, 2009), para referirse a la relación del tipo de uso de los recursos digitales con las diferencias generacionales, en los primeros términos y luego para referirse a una "extensión de la cognición", que puede estar apoyada por el uso de la tecnología. También, está el término utilizado por Pedró (2006) sobre "aprendices del nuevo milenio", referido a aquellas que por vez primera han crecido envueltas por medios digitales.

Un estudio realizado por Zhao, Pugh, Shedon y Byers (2002), señala que en términos del docente, son tres los factores que inciden en el éxito de innovaciones tecnológicas en el aula: habilidades en tecnología, manejo del software y hardware y capacidad de entender otras tecnologías; compatibilidad pedagógica, consistencia entre prácticas pedagógicas y la tecnología que el docente implementa; y conocimiento social, referido a los conocimientos sobre aspectos culturales de su escuela.

En particular, cuando hablamos de uso de TIC desde la perspectiva que el alumno construya su conocimiento, esto está íntimamente relacionado con una de las finalidades del uso de la estrategia de resolución de problemas, que es precisamente que los alumnos construyan el conocimiento y con dos aspectos muy relevantes de la educación matemática a lo que Schoenfeld se refiere con el "hacer matemática" y el otro punto que es el que vean a las matemáticas como algo que está en permanente construcción y que no es estática.

Jonassen, al citar a Kommers, Jonassen y Mayes (1992), señala que: "Las herramientas cognitivas son herramientas informáticas que pueden generalizarse y

cuyo propósito es abordar y facilitar tipos específicos de procedimientos cognitivos". Estos son dispositivos intelectuales utilizados para visualizar -representar-, organizar, automatizar o suplantar las técnicas del pensamiento (Jonassen, 2000b).

Estas herramientas cognitivas, según Jonassen, ayudan al alumno con una serie de funciones intelectuales, las que permiten:

- Ayudar a la representación del problema -herramientas de visualización-.
- Representar lo que el alumno sabe o está aprendiendo -herramientas para modelizar-.
- Automatizar parte de la actividad -apoyo a la representación-.
- Ayudar a reagrupar información importante y necesaria para solucionar el problema.

Para este autor, "Cada tipo de herramienta cognitiva compromete o sustituye diferentes actividades cognitivas y, por lo tanto, las herramientas cognitivas deben seleccionarse cuidadosamente para apoyar el tipo de procedimiento que es necesario realizar" (Jonassen, 2000b).

Las herramientas de la mente, son aplicaciones de los computadores, que al ser utilizados por los estudiantes para representar lo que saben, necesariamente se involucran en pensamiento crítico acerca del contenido que están estudiando, sirviendo de andamiajes a diferentes formas de razonamiento acerca del contenido, donde los estudiantes piensan de diferentes y significativas maneras de lo que saben.

Martín et al. citando a Lajoie (1993), se refiere al instrumento cognitivo como cualquier instrumento, que puede apoyar algunos aspectos de los procesos cognitivos de los estudiantes. Los mismo autores, al citar a Jonassen y Reeves (1996) hablan de "instrumento mental", refiriéndose a cualquier instrumento que acentúen los poderes cognitivos del ser humano cuando piensa, resuelve un problema o aprende. Al citar a Sugrue (2000), señala cuatro elementos críticos en el instrumento cognitivo: exploración del conocimiento, actividades auténticas y situadas, modelado del estudiante y aprendizaje cooperativo. Finalmente, citando a Salomon (1993), se refiere a los instrumentos cognitivos señalando que amplían el funcionamiento cognitivo e incluso pueden reorganizar y reestructurar la forma de pensar (Martín et al., 2003) .

Estos usos de las TIC, son coherente con la estrategia de resolución de problemas, donde se "obliga" al estudiante a desarrollar estrategias de construcción de soluciones, generaciones de planificaciones del trabajo, incentivando la reflexión y discusión con sus pares y su profesor, desarrollando un trabajo más integrado y horizontal.

Para Jonassen (2000c), existen varias clases de herramientas de la mente, refiriéndose a:

- Organización semántica: bases de datos y redes semánticas.
- Modelado dinámico: hojas electrónicas, sistemas expertos, herramientas de modelado de sistemas y micromundos.
- Interpretación de información: herramientas de interpretación de la información y herramientas de visualización.
- Construcción del conocimiento: hipermedios.
- Comunicación y colaboración: Internet.

Martín et al. (2003), al referirse al trabajo de Jonassen (2000), presenta una clasificación de los instrumentos cognitivos para la:

- Búsqueda y exploración de los conocimientos: Internet
- Construcción del conocimiento: Hipermedia
- Organización del conocimiento: Bases de datos
- Representación del conocimiento: Mapas conceptuales
- Comprensión del conocimiento: Sistemas expertos, Micromundos
- Construcción social del conocimiento: Telecomunicaciones, e-mail

Trabajar con las TIC, desde la perspectiva cognitiva, permite que el alumno deje a las tecnologías en general y a los computadores en particular lo que esta hace mejor -acciones algorítmicas, almacenar, recuperar, calcular, procesar-, y los estudiantes se preocupen de labores que le son más propias -planificar, entender el problema, analizarlo, organizar, hacer uso de estrategias, generar conjeturas e hipótesis, analizar la información, evaluar los resultados, entre otros aspectos-. Según Perkins (1993) en Martín et al. (2003), el trabajo con los instrumentos cognitivos exige al estudiante un mayor esfuerzo mental.

Para Jonassen (2000c), el uso de las TIC como herramientas de la mente, permite a los estudiantes manejar un alto pensamiento crítico y de alto nivel en relación a los contenidos. Esto se explica por que:

- El estudiante es el diseñador, ya que al articular lo que se sabe, con el fin de construir una base de conocimiento, hace que los estudiantes reflexionen de forma novedosa y significativa, pues le están enseñando al computador.
- El estudiante es el constructor del conocimiento, no reproductor, utilizan las TIC de una manera constructivista, donde cada sujeto le da su sentido a una experiencia, no ocurre que el estudiante reciba pasivamente la interpretación que le entrega su profesor o algún recurso determinado, de esta manera organizan y representan lo que saben.
- El estudiante es un aprendiz con tecnología, se refiere a la formación de una sociedad intelectual entre el estudiante y el computador, donde los estudiantes incrementan las potencialidades del computador, y el computador realza el pensamiento y aprendizaje de los estudiantes y donde los computadores ayudan al estudiante a construir el conocimiento.
- El estudiante usa las herramientas en forma inteligente, es el estudiante y no el computador el que aporta la inteligencia, donde la planeación, la toma de decisiones y la autorregulación del aprendizaje son responsabilidad del estudiante.
- Hay una distribución del conocimiento cognitivo, el estudiante usa como socio al computador, descargando en este alguna de las improductivas tareas de memorización, permitiéndoles pensar más productivamente. El profesor, debe asigna a estudiantes la responsabilidad cognitiva de ejecutar el procesamiento que estos hacen mejor y a la tecnología se le exige lo que esta hace mejor.
- Existen ventajas en costos y esfuerzo, las herramientas de la mente se pueden aplicar a cualquier área de estudio y el software utilizado es de fácil adquisición y bajo costo, ya que muchos de los computadores vienen equipados con estos.

Prensky (2009), utiliza el término "Sabiduría digital" y lo define como un concepto doble, por una parte a la sabiduría que se presenta del uso de la tecnología, donde

nuestra capacidad cognoscitiva llegue más allá de nuestra capacidad natural y en segundo lugar, a la sabiduría en el uso prudente de la tecnología para realzar nuestras capacidades. Gracias a la tecnología, contaremos con acceso a la información, facilitarán nuestro trabajo, pero concientes que la tecnología es y será un medio de ayuda muy importante en la formación de nuestra sabiduría, permitiéndonos tomar decisiones y juicios más acertados.

La tecnología por si misma no substituirá la intuición, el buen juicio, la moral y la capacidad para resolver problemas, sin embargo, en un futuro en un mundo cada vez más complejo, la persona realzará sus capacidades gracias a la tecnología digital, incrementando así su sabiduría (Prensky, 2009).

Según Prensky (2009), las herramientas digitales amplían y realzan ya nuestras capacidades cognoscitivas hoy en forma muy variada. La tecnología digital realza la memoria, ayuda a realizar análisis más complejos de situaciones o problemas, aumentando nuestra capacidad de ejecución. El realce cognoscitivo digital, por medio de diferentes herramientas y recursos digitales, son una realidad en cada profesión, llegando al punto de ser dependientes de estos.

La sabiduría digital es una combinación entre mente y herramienta digital, incrementándola. Los padres y los educadores son digitalmente sabios cuando preparan a los niños para su futuro, los educadores al dejar que los estudiantes aprendan mediante el uso de nuevas tecnologías, donde el docente debe ser un guía, proveedor de contexto, y controladores de calidad (Prensky, 2009).

Las herramientas computacionales, pueden desarrollar funciones de amplificador y reorganizador de la actividad cognitiva del alumno, y no solo las de aumentar la eficacia o la rapidez de los alumnos en la resolución de algunas tareas escolares (Pifarré, 2004).

El computador tiene un valor de amplificador y organizador de la actividad mental superior a otros mediadores externos, así hay autores que definen al computador como un "metamedio" (Martí, 1992 citado en Pifarré 2004), al poder expresar, manipular y combinar cualquier tipo de símbolo empleado por otros medios.

Aprendemos de otros y con otros, siendo esto lo que transfiere la importancia a los instrumentos, centrando la atención en las características y propiedades del

entorno simbólico que las TIC ponen a disposición de los estudiantes. De esta manera, consecuente con lo señalado por Vigostky los sistemas de símbolos, son los recursos que utilizamos los seres humanos, tanto para regular nuestra actividad y nuestros propios procesos mentales como los de otras personas (Coll, 2004).

Cuando son utilizados de esta manera, como instrumentos de regulación de la actividad y de los procesos psicológicos propios y ajenos, los recursos semióticos (el lenguaje oral, la escritura, el lenguaje matemático, los lenguajes lógicos, diagramas, dibujos, las imágenes en movimientos, etc.), devienen verdaderos "instrumentos psicológicos" en el sentido vigotskiano de la expresión (Coll, 2004).

### **2.2.8 Manipulativos virtuales**

En la investigación de esta tesis se utilizan manipulativos virtuales en su forma de applet<sup>7</sup>, los cuales fueron presentados en el capítulo 3.

Con el auge de Internet en las escuelas, ha dado paso a un esfuerzo por que los docentes y alumnos puedan acceder a recursos educativos, al diseño y desarrollo de nuevos recursos según las necesidades y posibilidades locales.

Si bien en los procesos de aprendizaje, es importante que los alumnos manipulen objetos concretos (Araya, 2000), esto es observado en forma habitual en los primeros años de escolaridad, sin embargo, en niveles superiores y en determinados contenidos, utilizar las TIC puede ser un medio para manipular y visualizar objetos, que permita reemplazar el material concreto.

En este marco, surge la posibilidad de acceder a los llamados "manipulativos virtuales", los cuales son "una representación visual de un objeto dinámico e interactivo, basado en la Web que presenta oportunidades para la construcción del aprendizaje matemático" (Moyer, Bolyard & Spikell, 2002, p. 373 citado por Matus & Miranda, 2010).

Según Coll (2004), las TIC permiten generar nuevas formas de mediación entre los alumnos y los contenidos, donde los alumnos pueden acceder a los contenidos directamente sin la interacción directa del profesor, explorarlos tanto como desee o

---

<sup>7</sup> Estos son pequeños programas computacionales, desarrollados para correr bajo Java, se pueden ejecutar haciendo uso de un navegador, que permiten la manipulación por parte de los alumnos y profesores.

necesite, siguiendo distintos "itinerarios" de indagación en relación a sus niveles de comprensión y sus preferencias, etc.

La característica de ser manipulativos es, que estos "objetos pueden ser dotados y movidos por los estudiantes para introducir o reforzar una idea o concepto matemático" (Hartshorn & Boren, 1990, p.1 citado en Matus & Miranda, 2010).

Matus y Miranda (2010), presentan las principales características de los manipulativos virtuales:

- Tienen a ser más que la réplica exacta de los manipulativos "concretos" o "físicos" (Geoplano, Bloques de Cuisenaire, Tangramas, Bloques lógicos).
- En general, incluyen opciones adicionales propias de un ambiente digital (copiar y colorear piezas, seleccionar y mover múltiples objetos).
- La mayoría ofrece simulaciones de conceptos y operaciones que no pueden ser fácilmente representadas por los manipulativos tradicionales (Suma de fracciones no equivalentes).
- Algunos combinan representaciones icónicas y simbólicas de conceptos y operaciones en un mismo ambiente (Ecuaciones con balanzas).
- Son flexibles, independientes y dinámicos; pueden ser controlados enteramente por el maestro/a y los estudiantes, además, ser usados en diferentes lecciones, niveles y edades.
- Algunos ofrecen registrar las acciones o resultados para proveer de feedback al estudiante.
- Están disponibles sin límite, en cualquier lugar, las 24 horas del día vía Internet. Profesores, padres y niños pueden acceder a ellos gratis.

En general, los recursos, tanto manipulativos como virtuales, son de inertes en sí mismos, por lo que se requiere diseñar una actividad de manera que los estudiantes generen una reflexión matemática y puedan apoyar el aprendizaje. En este trabajo, el profesor juega un rol importante en los distintos momentos del proceso, para que la actividad no quede bloqueada por los conflictos de significados y para que los conocimientos alcancen el nivel de generalidad esperado, donde la pertinencia del recurso depende del uso que el profesor haga del mismo, y por tanto de los conocimientos didácticos específicos que tenga el profesor sobre su uso. Además, este tipo de recursos permite un diálogo enriquecido entre profesores y alumnos en el marco de las actividades específicas, y que ponen en juego los

conocimientos matemáticos esperados (Godino, J., Recio, A., Roa, R., Ruiz, F. & Pareja, J, 2005).

Diversas investigaciones de McMillen (1996 citado en Takahashi, 2000), en las cuales compara manipulativos virtuales con manipulativos concretos señalan que, los primeros pueden ser una alternativa real a los segundos, si son utilizados adecuadamente.

Las principales ventajas que Matus y Miranda (2010), recogen de la literatura, sobre los manipulativos virtuales, y como ellos señalan, de las escasas investigaciones de campo existentes, se refieren principalmente a:

- Son herramientas importantes para la enseñanza más efectiva de tópicos matemáticos y resolución de problemas (NCTM, 2000).
- Por medio de la manipulación de objetos en la pantalla, estudiantes pueden tener una base de la comunicación de ideas matemáticas y la resolución de problemas.
- Estos recursos son útiles para promover el aprendizaje independiente, la creatividad y la interacción, entregando retroalimentación inmediata.
- Los estudiantes disfrutan al usar estos recursos digitales, al resolver problemas, más que con lápiz y papel.
- Los manipulativos virtuales son tanto o más efectivos que los manipulativos concretos en el aprendizaje de conceptos de geometría, sin embargo, en otras áreas como las ecuaciones de primer grado, según las investigaciones, los manipulativos virtuales no cumplen con las expectativas.
- Si bien los estudios son escasos y no generalizables, hay evidencias empíricas que apoyan una relación positiva entre el uso de los manipulativos virtuales y el mejoramiento de los aprendizajes en matemática.

Un aspecto de interés es la interactividad de estos recursos, lo que responde al hecho de que las acciones del estudiante y los cambios producidos en la pantalla tienen un carácter contingente e inmediato, por lo que los segundos pueden ser interpretados como un feedback que permite reorientar las primeras, y recíprocamente (Coll, 2004; Pifarré, 2004).

La interactividad de los entornos simbólicos apoyados en las TIC, permite un mayor protagonismo del estudiante, mejorando su motivación y autoestima,

facilitando la adaptación de la enseñanza a sus características, junto con promover la comprensión y el aprendizaje de los contenidos (Coll, 2004).

Para Takahashi (2000), alguna de las ventajas de trabajar en resolución de problemas abiertos con manipulativos virtuales son:

- Los manipulativos virtuales ofrecen la oportunidad de encontrar más y diversas soluciones que los manipulativos concretos, esto puede ser, por que los estudiantes que trabajan con manipulativos virtuales pasan más tiempo concentrados en la tarea.
- Ayudar a encontrar más relaciones entre las soluciones.
- Si bien los dos tipos de manipulativos, los concretos y virtuales, dan una igualdad de oportunidades para encontrar distintas soluciones, sin embargo, los estudiantes son mucho más activos en la solución del problema, cuando utilizan los manipulativos virtuales.
- Los dos tipos de manipulativos, los virtuales y los concretos, proporcionan a los estudiantes la posibilidad de, encontrar relaciones geométricas en el trabajo colaborativo de éstos. Sin embargo, los manipulativos virtuales, podrían facilitar a los estudiantes una mejor oportunidad de aprendizaje, porque dichos manipulativos puede prevenir agrupaciones de los estudiantes que no son razonables.

Contar con este tipo de soluciones, permite que docentes y alumnos los accedan por medio de Internet, con un navegador Web, sin requerir otro tipo de software, facilitando de esta manera su uso y acceso (Takahashi, 2000).

Los recursos semióticos actúan como mediadores, donde las TIC ofrecen a los usuarios una serie de recursos semióticos para representar y transmitir la información, en este marco las TIC no supone una novedad. La novedad reside en la integración de los sistemas simbólicos clásicos (lengua oral, lengua escrita, lenguaje audiovisual, lenguaje gráfico, lenguaje numérico, etc.), donde las TIC crean diferencias para procesarla, accederla y transmitirla (Coll, 2004).

A continuación, se presentan algunas características de los entornos simbólicos basados en las TIC y sus potencialidades para el aprendizaje, siendo de particular importancia por ser características que poseen los manipulativos virtuales utilizados en esta investigación. Para esta tesis se destaca:

- **Interactividad:** Permite una relación más activa y contingente con la información. Potencia el protagonismo del aprendiz. Facilita la adaptación a distintos ritmos de aprendizaje. Tiene efectos positivos para la motivación y la autoestima.
- **Dinamismo:** Ayuda a trabajar con simulaciones de situaciones reales. Permite interactuar con realidades virtuales. Favorece la exploración y la experimentación.
- **Multimedia:** Permite la integración, la complementariedad y el tránsito entre diferentes sistemas y formatos de representación. Facilita la generalización del aprendizaje Coll (2004).

Coll (2004), destaca las anteriores características, desde el punto de vista de la potencialidad de las TIC como instrumentos psicológicos, mediadores de las relaciones entre alumnos y contenidos. En particular, la interactividad se refiere a las posibilidades que ofrecen las TIC, de que el estudiante establezca una relación contingente e inmediata entre la información y sus propias acciones de búsqueda o procesamiento de la misma.

Las TIC ofrecen facilidades para diversificar y ajustar los apoyos, ejerciendo una acción educativa respetuosa con el principio de atención a la diversidad, además, de las facilidades para el diseño y la puesta en práctica de entornos de trabajo y aprendizaje colaborativo (Coll, 2004).

### **2.2.9 La inteligencia artificial y su aporte al conocimiento sobre resolución de problemas**

Muchos investigadores desarrollaron sistemas computacionales que permitieron generar, expresar y probar las teorías, en forma concreta, de cómo las personas resuelven problemas, del proceso del conocimiento humano, pudiéndose verificar el actuar de estos sistemas computacionales, comparándolos con el actuar del ser humano. De esta manera, el computador ha sido una herramienta para generar y comprobar teorías sobre el comportamiento humano (Mayer, 1986).

Según Mayer, "los programas que 'comprenden' lenguaje natural son una ayuda para el desarrollo de teorías sobre la memoria y psicolingüística, los programas que resuelven problemas, son más importantes para las teorías del pensamiento

humano". Según este autor, los sistemas computacionales, que él denomina simulación de computadoras, pueden resolver problemas deductivos e inductivos, junto con señalar que estos sistemas han tenido mayor éxito en tipos de problemas bien definidos y no así en los mal definidos, como lo son los encontrados en la vida cotidiana (Mayer, 1986).

La inteligencia artificial es el área en que se encuentran las investigaciones y desarrollos asociados al tema de resolución de problemas y, como señala Mayer, simuladores de computadoras. Cabe señalar, que es un tanto ambiguo el uso de la denominación de simuladores de computadores, al referirse a sistemas que simulan el comportamiento de un ser humano en la resolución de problemas. En el área de inteligencia artificial, se conoce a estos sistemas con el nombre de sistemas expertos, los cuales emulan el comportamiento o razonamiento humano en un área de conocimiento determinada, donde la base de su actuar se relaciona con el entendimiento de problemas -input-, búsqueda de soluciones y entrega de resultados -output-.

Como se puede observar, estos temas se relacionan desde la definición de inteligencia artificial. En particular, una de las definiciones de inteligencia artificial, es la siguiente: "La automatización de actividades que asociamos con el pensamiento humano, actividades como la toma de decisiones, la resolución de problemas, el aprendizaje etc." (Bellman, 1978).

A continuación, y a modo de ejemplo, se presentan algunas descripciones de áreas donde actúan los agentes inteligentes en educación y que pueden ser de apoyo al trabajo con una metodología de resolución de problemas.

Existen diferentes definiciones o significados de agentes inteligentes, dependiendo principalmente del dominio del conocimiento en el cual se refiere. Nos referiremos a agentes inteligentes como fragmentos de software con características humanas que facilitan el aprendizaje. Las características pueden expresarse desplegando texto, gráfico, iconos, voz, animación, multimedia o realidad virtual (Choua, Chanb y Linc, 2002).

En forma sucesiva, se están desarrollando diferentes productos tecnológicos que incluyen agentes inteligentes, los cuales van desde poder entregar información más relacionada con los estudiantes, manejo de datos del usuario ya, sea para

reconocerlo y/o para tomar decisiones futuras, apoyarlo en el desarrollo de la sesión de trabajo e incluso ayudarlo cuando un compañero enseña a otro.

El grupo de trabajo de Cassell, generaron una investigación donde diseñaron SAM, el cual es un agente conversacional que puede contar historias en forma colaborativa con los niños. Este sistema, pensado para ser un niño más del grupo curso de preescolares, incentiva a contar historias de una manera desarrollada mentalmente, de forma más avanzada, modelando las habilidades narrativas importantes durante el proceso de aprendizaje (Ryokai et al., 2002b). Esto permite a los estudiantes enfrentar problemas, en este caso el desarrollo de una historia, y ser apoyado a nivel metacognitivo por una agente inteligente.

Otra línea de desarrollo son los agentes pedagógicos animados que nacen de los sistemas basados en conocimientos y los sistemas de interfaces inteligentes. En estos sistemas, los estudiantes pueden aprender y pueden practicar determinadas habilidades, en particular las estrategias de resolución de problemas, en un mundo virtual y el sistema puede actuar por medio de un diálogo simulando a un tutor o enseñar como si fuera uno de sus compañeros (Johnson, Rickel y Lester, 2000).

Los sistemas que apoyan a los estudiantes son conocidos con nombres tales como "compañero de aprendizaje", -learning companion system -LCS-, "co-aprendiz", "simulación del estudiante" y "estudiante artificial".

En especial, estos sistemas que apoyan a estudiantes desde la perspectiva de un compañero, pueden colaborar o competir con el estudiante humano. Se pueden definir tres estrategias de usos de estos sistemas: cuando el agente inteligente, trabaja en forma independiente con una perspectiva de competición; cuando el agente inteligente colabora por medio de sugerencias; y cuando, por medio de una colaboración activa, con responsabilidad compartida, participa y apoya al estudiante humano. Incluso, se ha propuesto que estos sistemas permitan acercarse a la idea, que el estudiante humano "aprenda a aprender", en la medida que estos últimos enseñan al sistema -a su compañero de aprendizaje-. En este punto, se trata que el estudiante proporcione conocimientos y ejemplos al sistema, de esta manera podrá observar como este resuelve los problemas, y luego, el estudiante explica si la solución es correcta o no y por qué (Choua et al., 2002).

Se han desarrollado múltiples LCS, con diversas finalidades. Desarrollos de diferentes agentes, para motivar a distintos grupos, agentes que enseñan en procesos de aprendizajes sociales, agentes que son alborotadores e incluso proporcionan opiniones erróneas. Estos últimos, pretenden entregar un elemento disonante entre lo que el estudiante sabe y lo que el agente le sugiere, de manera que obligan al estudiante a buscar nueva información para reducir la disonancia (Choua et al., 2002).

Se ha observado, la importancia de la comunicación no verbal en los procesos de enseñanza. De esta manera, estos agentes pedagógicos, aprovechan por medio de la mirada y gestos, llamar la atención del estudiante. Mediante movimientos de cabeza y expresiones faciales, pueden entregar señales y feedback claros al estudiante sin interrumpir su pensamiento. Esto los obliga a ser naturales, creíbles y parecer un ser humano. En definitiva, estos sistemas permiten aumentar los canales de comunicación -bandwidth- entre el computador y los estudiantes, junto con aumentar la habilidad del sistema de comprometerse y motivar a los estudiantes (Johnson et al., 2000).

Al actuar estos agentes en medios educacionales, para apoyar las interacciones de aprendizajes, la dificultad para estos sistemas no es solo la de realizar la tarea, sino que se le exige un conocimiento y entendimiento profundo de cómo y por qué actuar frente a cada intervención con o del usuario (Johnson et al., 2000). Este conocimiento, en particular el referido a la forma en que las personas resuelven problemas determinados y de áreas de conocimientos distintas, pueden ser transferidos al estudiante como parte de los procesos de formación.

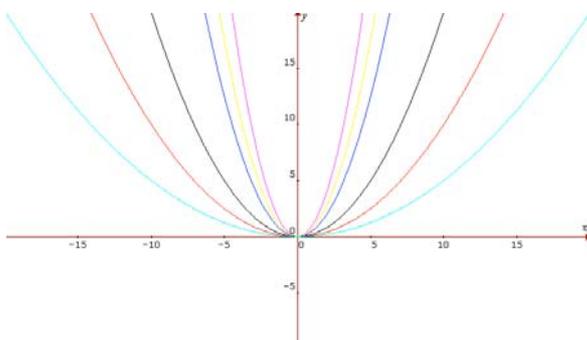
### **2.2.10 Recursos digitales**

Una descripción realizada por Silva y Villarreal (2004), presenta los principales recursos TIC utilizados en las escuelas, en el área de la matemática:

- Hoja de electrónica: permite trabajar fórmulas y modelos matemáticos, gráficos datos en diferentes formatos, representar números en diversas formas - decimal, fraccional, etc.-, generar números en forma aleatoria, trabajar porcentajes. Incorpora funciones predefinidas para trabajar elementos estadísticos -Media, Moda, Desviaciones, etc.-. En combinación con macros se

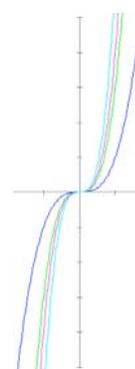
pueden automatizar las acciones, crear simulaciones y transformar el entorno de trabajo.

- Los graficadores: Equation Grapher, Funciones para Windows, Graphmatica, entre otros son algunos de estos recursos. Corresponden a una familia de software matemáticos destinados a reproducir en la pantalla del computador, imágenes estáticas o animadas, correspondientes a gráficas de funciones, cónicas, sistemas de ecuaciones, entre otras. De esta forma, los gráficos en las pizarras, son reemplazados por gráficos en las pantallas que tienen la capacidad de modificarse una vez que se cambian los valores de los rangos de entradas, se puede aproximar -zoom- a algún sector para ver mejor la gráfica y comprobar alguna hipótesis, etc.



Graphmatica

<http://www.graphmatica.com/index.html>



Funciones para Windows

<http://www.xtec.es/~jlaqaes/download/fuwi260e.zip>

- Los procesadores simbólicos: Derive, Mathematica, Maple, Matlab, etc. son programas que resuelven, grafican, calculan, desarrollan y simplifican expresiones algebraicas. Las entradas se realizan por medio de símbolos. Han tenido un impacto importante en la enseñanza de la matemática a nivel superior y algunos de ellos son usados en enseñanza secundaria.

```
> f:=x->sin(2*x);g:=x->cos(2*x);
> plot({f,g},-Pi..Pi,color=[red,blue]);
```

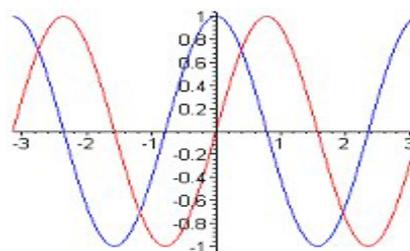


Figura 2.1: Ejemplos de software del tipo graficadores

- Procesadores geométricos: Cabri Geometre, Euklid, Cinderella, Geometric Supposer, Geometra, entre otros, son algunos de estos recursos. Son programas para conjeturar relaciones, explorar construcciones y ponen a prueba ideas. Por

ejemplo, “teselar” el plano, construir figuras, circunscribirlas o inscribirlas, bisectar ángulos, determinar lugares geométricos, determinar posiciones en relación con sistemas de coordenadas, determinar longitudes y áreas, superponer figuras, determinar puntos de intersección, trazar paralelas, entre otras operaciones de la geometría.

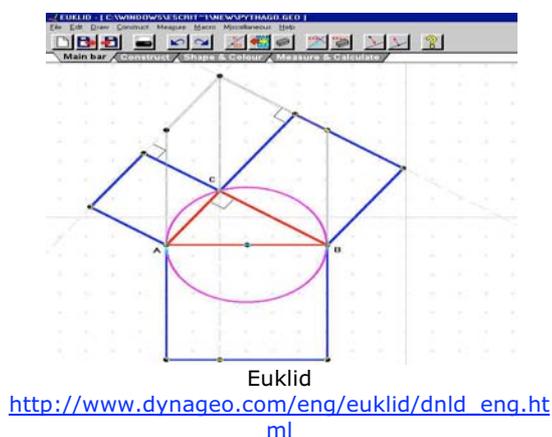
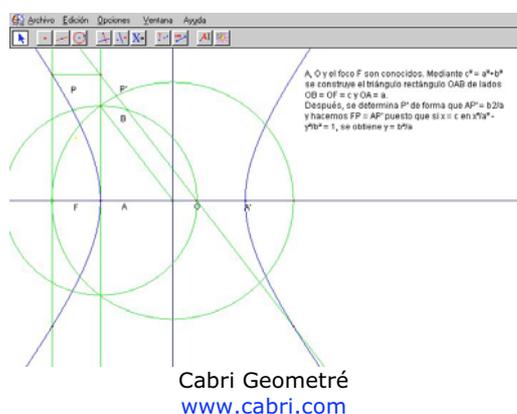


Figura 2.2: Software del tipo de procesadores geométricos

A continuación, se presentan los aportes de la hoja electrónica en términos generales y en particular como aporte a la matemática, por ser uno de los recursos más utilizados en el área, estar más difundidos en los establecimientos educacionales y donde hay un número interesante de investigaciones y experiencias desarrolladas.

### 2.2.10.1 La hoja electrónica

La hoja electrónica, creada en un inicio para ayudar al área contable y para la toma de decisiones en los negocios y procesos económicos, hoy es utilizada en diferentes y variadas áreas y disciplinas. En educación, permite que profesores desarrollen material didáctico, pudiendo ser este manipulable o no por el estudiante y lo utilicen como apoyo a la resolución de problemas. Su uso se extiende desde el área de la matemática, economía, física, principalmente hasta áreas como ciencias sociales, medio ambiente, administración, lenguaje y muchos otros. Va desde la tabulación y realización de cálculos básicos, hasta la generación de modelos y simulaciones que permitan manipular y observar situaciones, que de otra manera, sería imposible de realizar en una sala de clases o laboratorio computacional.

Ejemplos de estos últimos son, la simulación de sistema de sintetizador de sonidos (ver Fig. 2.2), modelos demográficos que permiten proyectar la población de

determinados países (ver Fig. 2.3), simulador para lanzar una cantidad de veces una moneda al aire (ver Fig. 2.4 Eduteka, <http://www.eduteka.org/MacrosExcel.php>)

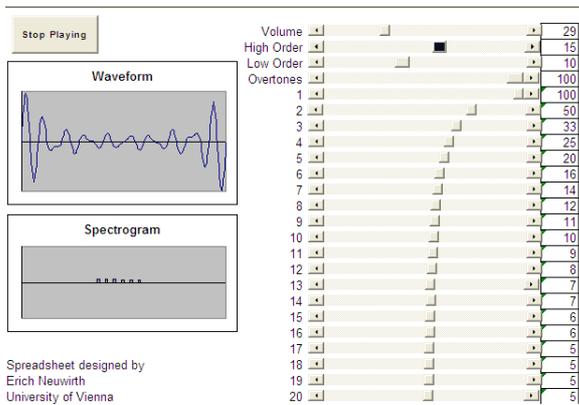


Figura 2.3: Aplicación con Excel para sintetizar sonido

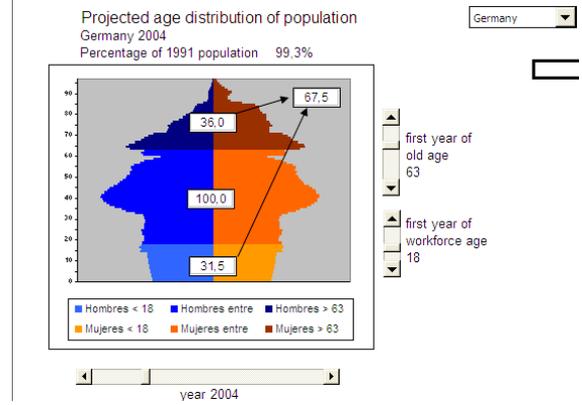


Figura 2.4: Modelo demográfico sobre la proyección poblacional

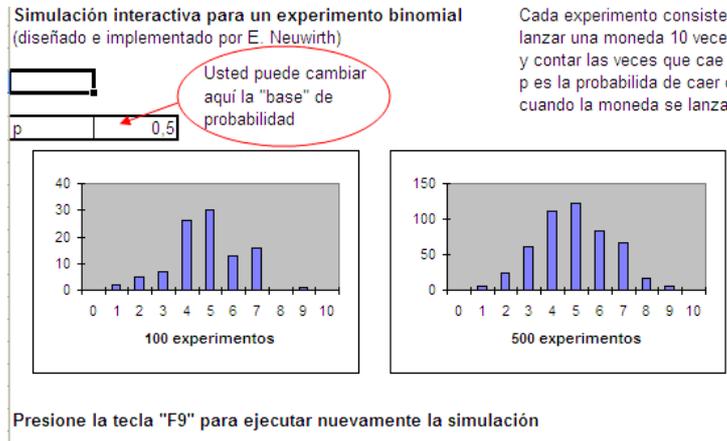


Figura 2.5: Simula la prueba de lanzar 10 veces una moneda al aire

La utilidad principal de este software, radica principalmente en el manejo de datos y su posterior manipulación pudiendo hacer uso de un gran número de herramientas, como lo son las funciones matemáticas, gráficos, inserción de distintos objetos -sonido, dibujo, vídeo, etc.-, manejo de formatos -tipo de letras, colores, bordes, etc.-, entre otros elementos. Su potencial mayor es la posibilidad de ingresar datos, generar tablas y posteriormente manipularlas e interpretarlas, aspecto utilizado en forma transversal por diferentes áreas y disciplinas.

Por otra parte, la hoja electrónica, permite a los estudiantes usar este recurso para resolver problemas, de manera que los estudiantes sobre la base de su intuición puedan conjeturar, para posteriormente verificar y de ser necesario corregir. Junto con ayudar en la tabulación, organización, almacenamiento y análisis de datos,

aumenta la capacidad de hacer cálculos, permitiendo usar herramientas adecuadas a diferentes necesidades.

Esta herramienta facilita el manejo de grandes cantidades de datos, proporcionando, por ejemplo, posibilidades de búsqueda de variables, permite manejar los datos tanto de manera matemática como lógica, siendo útil para responder a preguntas ¿qué pasa si...?, todo esto hace que se pueda aumentar la cantidad de problemas, conocimiento y habilidades manejadas e investigadas por los estudiantes.

Otra característica a destacar de la hoja electrónica, es que permite disminuir el nivel de abstracción de los problemas, pudiendo simplificar el problema en partes, ver situaciones particulares, junto con seguir, rastrear y registrar el proceso de resolución del problema, para posteriormente solucionarlo y posiblemente desarrollar una generalización. Es más transparente, quedando los procedimientos expuestos y visibles en forma permanente, permitiendo que el alumno se focalice en los aspectos importantes sin tener distracciones, focalizándose en el tema tratado más que en el software, pudiendo realizar modificaciones sin realizar cambios drásticos en los diseños ya formulados. (Baker & Sugden, 2003; Feicht, 2000).

La hoja electrónica, facilita distintos estilos de aprendizaje -orientado a la resolución de problemas, constructivista, investigador, orientado al descubrimiento, activo, centrado en el estudiante, entre otros-. Además: es interactivo; da una respuesta inmediata a los datos o a las fórmulas que cambian; los datos, fórmulas y gráficos pueden estar disponible en una misma pantalla; le entrega el control al estudiante; y pueden solucionar problemas complejos y manejar cantidades grandes de datos (Beare, 1993 citado en Baker & Sugden, 2003).

La planilla electrónica permite potenciar el trabajo del profesor y los alumnos, al entregar herramientas necesarias para tratar cada tema matemático, presentándolo geométrica, numérica y algebraicamente. Diferentes autores destacan el poder de esta herramienta como un puente ideal entre la aritmética y el álgebra, permitiendo que el estudiante circule entre los dos mundos. Permite que los estudiantes busquen patrones, construyan expresiones algebraicas, generalicen conceptos, justifiquen conjeturas, desarrollen modelos y establezcan la equivalencia entre distintos modelos (Baker & Sugden, 2003).

La hoja electrónica ofrece estrategias concretas de explorar conceptos matemáticos abstractos. Permite realizar cálculos de manera rápida y sencilla, pudiendo el alumno experimentar, explorar y manipular entornos numéricos, pudiendo favorecer su aprendizaje significativo, al tener un rol activo (Abramovich & Nabors, 1997, citado en Pifarré 2001).

La estructura de la planilla electrónica, requiere que el alumno organice y planifique la información, le facilita regular sus acciones, respetando un conjunto de reglas, teniendo verificaciones inmediatas a las acciones realizadas. Además, el uso de la planilla, en la resolución de problemas, libera al alumno de realizar parte del trabajo, permitiéndole que este se centre en la labor cognitiva, en la búsqueda de los procedimientos y estrategias para resolver el problema (Pifarré, 2001; 2004).

Otros argumentos a favor del uso de este recurso, es que cada vez más los computadores y la planilla electrónica, son software que los estudiantes saben utilizar, de manera que se pueden concentrar más en los temas que estén tratando. Permite al profesor y alumno mantener el control sobre los modelos implementados, aumentando el poder pedagógico del profesor, al permitirle posteriormente hacer preguntas sobre estos modelos (Abramovich, 2003; Ruthven & Hennessy, 2002, citado en Baker & Sugden, 2003).

Cuando el trabajo con la planilla electrónica es incorporado, el papel del profesor es animar y formular preguntas matemáticas que sean significativas, relacionadas con los patrones numéricos observados, en este entorno más horizontal de trabajo entre profesor y alumno, el que el alumno sepa las respuestas no se siente como una obligación, pasando más a un trabajo entre socios.

Para Jonassen, la hoja electrónica puede ser utilizada como herramientas de la mente, para amplificar el funcionamiento mental. Permite modelar la lógica matemática que se encuentra implícita en los cálculos, haciéndole al estudiante transparente la lógica que se encuentra subyacente en los distintos procedimientos. La hoja electrónica utiliza reglas, requiriendo que los usuarios se conviertan en productores de reglas, requiriendo un razonamiento abstracto por parte de este (Jonassen, 2000c).

### **2.3 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

En este punto se ve el marco teórico respecto a la resolución de problemas en matemática. En particular, se trata lo que es un problema y la resolución de problemas presentando diferentes propuestas de distintos autores.

Se presentan una variedad de argumentos por los cuales muestran la importancia de esta temática en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, las que van desde su importancia en el logro de contenidos matemáticos, hasta la adquisición de habilidades y competencias necesarias para la vida.

A continuación se presentan los tipos de problemas, que si bien es un tema controvertido entre los investigadores, respecto a su relevancia para el logro de los objetivos, permite tener una mejor visión de lo que ha sido la resolución de problemas en matemática y en particular a lo que refiere esta tesis a la realización de una investigación en resolución de problemas en matemática, conocidos como mal definidos o abiertos.

En forma especial se trata lo que son las fases, estrategias y heurísticas en la resolución de problemas, siendo este uno de los temas con mayor investigación en el área y donde se presentan diferentes propuestas, la evolución desde los trabajos de Polya, para posteriormente destacarse los trabajos de Schoenfeld, donde se realizan algunos ajustes a las etapas iniciales propuestas por Polya, se ven las ventajas y limitaciones de trabajar con estrategias y heurísticas, para presentar la necesidad de incluir aspectos propios de la metacognición. Se termina este con la presentación de las variables que inciden en la relación de problemas, lo cual es de especial interés para el desarrollo de esta tesis.

Se trata la resolución de problemas como una estrategia metodológica, desde la perspectiva que para la investigación que motiva esta tesis, se desarrolla en el marco de una aplicación de un modelo curricular. Así, se hace una presentación de lo que ha sido el trabajo de resolución de problemas en diferentes partes del mundo, su trabajo en el marco de procesos de instrucción, los aspectos necesarios a considerar en dichos procesos de formación y aprendizaje, las diferencias entre las investigaciones, una mirada al trabajo entre expertos y novatos y como la investigación se centró en este aspecto buscando su transferencia al aprendizaje de

resolución de problemas, además, de las dificultades de trabajar con esta estrategia metodológica.

También, como un punto de interés para esta tesis, al ser un tema a investigar el comportamiento de profesores y alumnos, se presenta el rol del profesor, del alumno y de su interacción en la resolución de problemas, presentando la mirada de diferentes investigadores para cada uno de estos actores.

Finalmente, se hace una mirada a la resolución de problemas en matemática, iniciando con una mirada sobre los procesos de aprendizaje en términos generales, para luego pasar a lo que es la enseñanza y aprendizaje de la matemática en general y de la resolución de problemas en particular.

### **2.3.1 ¿Qué es resolución de problema?**

Con la finalidad de tener una primera aproximación a lo que es resolución de problemas, sin esperar que sea del todo acabada la discusión en esta sección, se presentan algunos significados de problema y lo que se puede entender por resolución de problemas.

“Un problema es una situación, cuantitativa o de otro tipo, que confronta un individuo o grupo de individuos que requieren su resolución y para el cual el individuo no ve ningún medio o camino obvio o claro para obtener la solución” (Krulik & Rudnick, 1987, p. 3).

Para Mayer, “...un problema debería consistir en tres ideas: 1) el problema está actualmente en un estado, pero 2) se desea que esté en otro estado, 3) no hay una vía directa y obvia para realizar el cambio” (Mayer, 1986, p. 19).

Para este autor además, un problema tiene las siguientes características:

- a) Datos, donde el problema tiene condiciones, objetos, trozos de información, etc.
- b) Objetivos, el que representa el estado deseado o terminal del problema, donde el Pensamiento deberá transformar el problema desde el estado inicial al estado terminal.
- c) Obstáculos, donde el individuo que piensa tiene a su disposición algunas vías para modificar el estado dado o el estado terminal del problema. Mayer señala

además, que lo distintivo de un problema es que no se tiene la respuesta, la cual no es inmediatamente obvia (Mayer, 1986).

Polya considera como elementos de un problema las incógnitas, los datos y las condiciones, refiriéndose por incógnitas a los objetivos y las condiciones son las que relaciona los datos con la incógnita (Polya, 1979).

Otra definición hace referencia a "la cuestión en la que hay algo que resolver o alguna dificultad". También se puede señalar que existe un problema "cuando carecemos de una determinada información, o al menos no se hace presente de un modo inmediato, y es necesario buscarla o descubrirla" (Lacasa & Herranz, 1995).

Un problema tiene solo dos atributos críticos. Primero, un problema es una situación desconocida -la diferencia entre el estado de la meta y el estado actual-. En segundo lugar, el encontrar o resolver un problema en búsqueda de lo desconocido, debe tener cierto valor social, cultural, o intelectual, es decir, alguien cree que tiene valor el encontrar lo desconocido (Jonassen, 2000a).

Para las definiciones antes señaladas, el elemento común se refiere al hecho de que una persona o grupo de personas se enfrentan a una situación -de los diferentes y más variados tipos- y para el cual no tienen un medio o camino obvio para solucionarlo.

Algunos autores hacen referencia a diferenciar un problema de un ejercicio. Para comprender este aspecto, es interesante distinguir entre ejercicios y problemas. Ejercicio, corresponde a una acción, la que de manera reiterada se practica para reforzar una habilidad o algoritmo previamente aprendido. Por el contrario, problema es una situación que requiere pensar, para lograr una síntesis de conocimientos previamente aprendidos para resolverlos. Además, un problema no será considerado como tal, una vez que el problema pueda ser resuelto fácilmente o en forma rutinaria, por estrategias algorítmicas que han sido adquiridas previamente (Krulik & Rudnick, 1987).

Puig (1996), citando a Kantowski (1974, p.1) respecto a la diferencia entre problema y ejercicio, señala "Un problema es una situación que se diferencia de un ejercicio en que el resolutor no tiene un procedimiento o algoritmo que conduzca con certeza a una solución".

El mismo Puig (1996) al citar en este tema a Schoenfeld, (1985, pág. 74), señala "Ser un problema no es una propiedad inherente de una tarea matemática. Más bien es una relación entre el individuo y la tarea lo que hace la tarea un problema para esa persona. La palabra problema se usa aquí en su sentido relativo, como una tarea que es difícil para el individuo que está intentando resolverlo. Más aún, esa dificultad ha de ser un atolladero intelectual más que de cálculo [...] Por enunciar las cosas más formales, si uno tiene acceso a un esquema de solución para una tarea matemática, esa tarea es un ejercicio y no un problema."

Teniendo más definido algunos aspectos sobre problema y su diferencia con ejercicio, se presentan a continuación algunas definiciones de resolución de problema.

Para Polya "resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no se puede conseguir de forma inmediata, utilizando los medios adecuados" (Polya, 1979).

De igual manera, existen múltiples definiciones para resolución de problemas, una de ellas es la señalada por Krulik & Rudnick, "Son los medios por los cuales usos individuales de conocimientos y habilidades previamente adquiridos, se utilizan para satisfacer las demandas de una situación poco familiar".

Para Puig (1996), define como "proceso de resolución de un problema a la actividad mental y manifiesta que desarrolla el resolutor desde el momento en que, presentándosele un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea" (Puig, 1996, p. 31).

Para Jonassen, encontrar el elemento desconocido es lo que se denomina el proceso de resolución de problema. Señala que la resolución de problemas es un proceso que tiene dos cualidades críticas. Primero, citando a Newell y Simon (1972), la resolución de problemas requiere la representación mental de la situación en el mundo. Es decir, los resolutores de problemas humanos construyen una representación mental del problema, conocida como el espacio del problema. En segundo lugar, la resolución de problemas requiere alguna actividad basada en la manipulación del espacio del problema (Jonassen, 2000a).

Santos (2008), al citar a Lesh & Zawojewski (2007, p. 782) señala que para estos autores la resolución de problemas es "el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones –y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas", Destacando Santos que en esta definición, que la comprensión o el desarrollo de las ideas matemáticas involucra un proceso de reflexión por parte del estudiante, en un proceso de refinamiento de sus ideas.

En definitiva, se puede sintetizar, que resolución de problemas es un proceso, donde se realizan determinadas actividades, tanto prácticas como intelectuales, donde los estudiantes deben sintetizar lo que han aprendido, para aplicarlo en nuevas y diferentes situaciones.

### **2.3.2 ¿Por qué trabajar con resolución de problemas?**

Trabajar resolución de problemas con estudiantes, de todos los niveles educacionales, tiene una fuerte base en que esta estrategia es coherente a la forma natural de vida de los seres humanos. Una persona, sea un niño, joven o adulto, siempre y cada día de su vida, en su casa, en su escuela, en su trabajo, donde se encuentre, siempre debe enfrentarse a problemas. De esta forma, una primera respuesta es la que se refiere al logro de capacidades y habilidades de enfrentar y resolver problemas, que puede permitir a las personas desenvolverse de mejor manera en su vida.

Como señala Jonassen, la mayoría de los psicólogos y de los educadores, como piensa Gagné, que los estudiantes aprendan a resolver problemas, es uno de los resultados más importante en el proceso de aprender para la vida, puesto que, virtualmente cada persona, en su vida diaria y profesional, soluciona regularmente problemas (Jonassen 2000a).

Al resolver un problema, las personas deben, muchas veces, utilizar todas sus capacidades, junto con aprender a enfrentarse a situaciones nuevas y/o complicadas. De esta manera, no solo aprende sobre los temas que trata el problema, sino que también aprende a interpretar un problema, a asociarlo con conocimientos que ya posee, validar y analizar el resultado, observar su desarrollo

y progreso, organizar su solución, organizar y optimizar el uso de los recursos y a no temer el enfrentarse a situaciones nuevas (Polya, 1979).

En el área de la matemática, un referente importante, se relaciona a que el NCTM's, señala que "Resolución de problema debe ser el foco de las matemáticas en la escuela" (NCTM, 1980, p.1), posteriormente apareció y se acentuó el tema de resolución de problemas en el plan de estudios y en los estándares de evaluación para la matemática en la escuela (NCTM, 1989).

Posteriormente, la NCTM (2000) nuevamente en su propuesta global de un marco para ser estudiados en matemática en los niveles pre-universitario, define cinco estándares de contenidos y en particular cinco estándares de procesos matemáticos, a saber: resolución de problemas; razonamiento y prueba; comunicación; conexiones; y representaciones.

Según Luceño, la sociedad actual requiere individuos capaces de adaptarse, para aprender nuevas técnicas, formular problemas y resolverlos hábilmente, es decir, personas que piensen de forma flexible, eficaz y creativa. Además, este autor señala que la tecnología presentará nuevas posibilidades de cómo hacer y aprender matemática, con lo cual, se tendrán nuevas exigencias a los educadores matemáticos (Luceño, 1999).

Para Rizo y Campistrous (2002), sugieren que las razones para considerar los problemas dentro de la sala de clases son:

- Desarrollar el pensamiento, en particular la capacidad de resolución de problemas.
- Justificar la importancia de la matemática y del tema que se desarrolla mostrando su aplicación a diferentes aspectos propios de la vida o de la técnica.
- Motivar el estudio de un tema, sobre la base de presentar problemas que sean capaces de atraer la atención de los alumnos.
- Introducir nuevos contenidos, en particular aquellos que pueden ilustrarse con ciertos "problemas tipo".
- Fijar algunos procedimientos matemáticos que han sido explicados en el aula, preferentemente procedimientos de cálculo.

Refiriéndose al trabajo en resolución de problemas entre iguales, esta estrategia de trabajo permite la ayuda mutua entre los estudiantes, generar procesos de negociación entre profesor y alumno y entre alumnos, generar nuevas estrategias y construcción de nuevo conocimiento, los cuales repercuten en forma positiva en los aprendizajes del estudiante (Pifarré & Sanuy, 2002). De igual manera, Pifarré y Sanuy, señalan que esta línea de argumentación se relaciona con la teoría de Vygostky, ya que se considera que el aprendizaje y el desarrollo son fruto de la relación con otras personas y con herramientas instrumentales y simbólicas aportadas por la cultura (Pifarré & Sanuy, 2002).

Para Miller, al referirse al trabajo de resolución de problemas en colaboración, señala que este tipo de trabajo es más apropiado cuando no existe respuesta única a una pregunta. Sin embargo, sugiere que esta estrategia no es adecuada, si el contenido objeto del aprendizaje contiene información basada en hechos que necesitan memorizarse, o un ejercicio procedimental, que pueden acometerse de mejor modo mediante una serie de pasos predeterminados (Miller, 2000).

Trabajar en resolución de problemas permite: una aproximación al conocimiento de manera general e interrelacionada; adquirir la habilidad y conocimientos para comprender un problema -sea de enunciado verbal o no-; detectar errores y situaciones anómalas y aprende de ellos; discernir lo que es importante de lo que no lo es, datos relevantes de aquellos que no aportan información; buscar estrategias heurísticas o no en la solución del problema, tratando en forma sistemática de optimizar sus resultados; aprender procedimientos y algoritmos e implementarlos cuando corresponda; adquirir estrategias para enfrentar y resolver dificultades que emergen en la solución de problemas; adquirir habilidades y conocimientos para realizar investigaciones y hacer búsquedas de información; analizar las soluciones encontradas y ver si estas son o no coherentes al problema presentado; tener una capacidad de autoevaluar su trabajo y el de sus compañeros; poder discutir respecto a lo aprendido y como lo han aprendido (Jonassen, 2000a; Mayer, 1986; Polya, 1979; Schoenfeld, 1985).

En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas, ganan confianza en el uso de los conocimientos, conceptos, lenguajes y habilidades propios del sector curricular, aumenta su capacidad de comunicación, tiende a aumentar su perseverancia, su control sobre situaciones nuevas y en el caso de trabajar en

grupo, aumenta su capacidad de trabajo en equipo y de presentar y discutir sus ideas, entre otros aspectos (Pifarré & Sanuy, 2002).

Otro elemento a considerar, es que una estrategia de trabajo basada en resolución de problemas, permite "adaptarse" a diferentes estrategias de aprendizaje. En efecto, con mayor o menor intervención del profesor, con mayor o menor autonomía del alumno, en trabajo individual o grupal, a ritmos distintos de aprendizaje, con distintos medios -libros, computadores, material manipulativo, etc.-, en estos y otras modalidades se considera un aporte para el estudiante y su aprendizaje.

En definitiva, esta estrategia de trabajo es una forma de aprender en la práctica, lo cual hace el proceso de aprendizaje más efectivo, agradable y motivador para el estudiante.

### **2.3.3 Tipos de problemas**

La resolución de un problema puede significar estrategias distintas de enfrentarla, sean estas conscientes o inconscientes, pueden significar esfuerzos y recursos distintos, tiempos distintos y también estos varían en su naturaleza, en los elementos que lo componen, en su formalismos o presentación, en la complejidad y en las capacidades cognitivas para resolverlo.

El tratar de generar categorías de tipos de problemas, puede ser una tarea ardua e incluso, para algunos imposible de lograr, sin embargo, esto es un aspecto esencial en los avances de las investigaciones en diseño de instrucción, basados en resolución de problemas, desde la perspectiva de considerar efectivo que diversos resultados de aprendizaje hacen necesario diversas formas de instrucción (Jonassen, 2000a).

Polya se refiere a problemas por resolver y problemas por demostrar. En los problemas por resolver, el propósito es descubrir cierto objeto, la incógnita del problema -lo que se busca o pide-, siendo sus principales elementos: la incógnita; los datos; y la condición, cuyos elementos deben estar definidos en forma precisa para encontrar la solución de estos problemas. Señala que estos problemas tienen mayor importancia en las matemáticas elementales (Polya, 1979).

El propósito en un problema de demostración consiste en mostrar de modo concluyente, la exactitud o falsedad de una afirmación claramente enunciada, por ejemplo, aquí se considera la demostración de teoremas matemáticos. Este tipo de problemas tienen mayor importancia en las matemáticas superiores (Polya, 1979).

Por otra parte, Polya menciona los problemas de rutina y los problemas prácticos. Los primeros son aquellos que se pueden resolver, ya sea sustituyendo simplemente nuevos datos en lugar de los de un problema ya resuelto o siguiendo paso a paso la traza de un viejo ejemplo. Para Polya, emplear este tipo de problemas, puede ser de utilidad en la enseñanza de la matemática, pero es "imperdonable" solo trabajar con los estudiantes este tipo de problemas, limitándose el proceso de enseñanza a la ejecución mecánica de operaciones rutinarias.

Para Santos (2008), al referirse a problemas rutinarios y problemas no rutinarios, señala que no resulta importante la discusión de caracterizar inicialmente la naturaleza del problema, como rutinario o no rutinario, ya que "lo que interesa es que los estudiantes exhiban una disposición y conceptualicen un problema o ejercicio como una oportunidad para buscar, identificar, explorar, extender, y sustentar nuevas relaciones matemáticas", de esta manera más que importar lo que sería un problema, "lo que interesa es que la actividad sea considerada por los estudiantes como un punto de partida, para involucrarse en un proceso inquisitivo que les permita formular y explorar diversas relaciones matemáticas."

Jonassen, se refiere a dos tipos de problemas, bien estructurados y mal estructurados. Los problemas bien estructurados, son aquellos problemas que están bien definidos, con una meta conocida y un conjunto de operadores lógicos reducidos. Los problemas bien estructurados, presentan todos los elementos típicos de un problema, comprometiendo un número limitado de reglas y principios que son organizados en un orden predictivo y prescriptivo, poseen una respuesta correcta y convergente y tiene un proceso de la solución predefinido (Jonassen, 2001).

Para Jonassen, el problema debe estar definido o estructurado de forma insuficiente, de manera que algunos aspectos del problema resulten inesperados y puedan ser definidos por los alumnos, de esta manera, el autor considera que los alumnos sentirán como propios los problemas, aumentando su motivación en la

solución. El autor, se refiere a estos problemas como problemas mal estructurados y los diferencia de los ejercicios de libros -que se limitan a aplicar técnicas o algoritmos previamente adquiridos-, por los siguientes aspectos:

- Tienen objetivos y limitaciones que no están formulados.
- Poseen, múltiples soluciones, líneas de solución o ninguna solución.
- Poseen múltiples criterios para evaluar la solución
- Presentan incertidumbres a la hora de aclarar cuáles son los conceptos, las reglas y los principios necesarios para una solución dada o como están organizados.
- No ofrece reglas o principios generales para describir o predecir el resultado de la mayoría de los casos.
- Necesitan que los alumnos establezcan juicios sobre el problema y los defiendan expresando sus opiniones o sus creencias personales (Jonassen, 2000b; 2001).

Jonassen, señala además, entre otras diferencias, que los problemas bien estructurados se resuelven normalmente en educación en forma individual, mientras que los problemas mal estructurados, son aquellos problemas auténticos que se encuentran en el lugar de trabajo y habitualmente se resuelven por grupos de personas. Los diseños instruccionales para los problemas bien estructurados, se arraigan en la teoría del procesamiento de información, mientras que los diseños instruccionales para los problemas mal estructurados, comparten necesariamente suposiciones del constructivismo y la cognición situada. La resolución de problemas no es una actividad uniforme, donde los problemas no son equivalentes, en cualquier contenido, forma, o proceso. (Jonassen, 2000a; 2001).

En Martín et al. (2003) al citar a Gallagher y Gallagher (1994), presenta la siguiente tabla de comparación entre problemas bien y mal estructurados:

Tabla 2.4: Comparación entre problemas bien y mal estructurado Gallagher y Gallagher (1994)

<b>Problemas bien estructurados</b>	<b>Problemas mal estructurados</b>
El problema esta bien definido	El problema debe ser definido y, a veces, redefinido
Se tiene toda la información necesaria para resolver el problema	Se necesita información adicional para resolverlo
El foco esta en la solución del problema	El foco está en la naturaleza del problema
Tiene una solución correcta	Tiene muchas soluciones posibles
Baja condición para resolverlo -conocimiento frío-	Alta motivación para resolverlo -conocimiento cálido-

\*Tabla obtenida de Martín et al. (2003)

Mayer (1986), citando a Reitman (1965), presenta cuatro categorías de problemas, según lo bien que estuviera especificados el estado inicial y el final, donde estado inicial se refiere a la información entregada -datos- y el estado final es lo que se pide que se resuelva -objetivo-:

- Estado inicial y estado bien definido.
- Estado inicial bien definido y estado final mal definido.
- Estado inicial mal definido y estado final bien definido.
- Estado inicial y estado final mal definido.

También Mayer, citando a Greeno (1978), relacionado con problemas matemáticos, sugiere una tipología tripartita de problemas:

- Problemas de estructura inductora, son aquellos en que se dan varias instancias y quien resuelve el problema debe descubrir la norma o modelo implícito -por ejemplo, problemas de serie o analogía-.
- Problemas de transformación, son aquellos que se da un estado inicial y el que resuelve el problema debe hallar una secuencia de operaciones que produzca el estado final.
- Problemas de ordenamiento, donde se dan todos los elementos y el que resuelve el problema debe ordenarlos de forma tal, que resuelva el problema (Mayer, 1986).

Mayer, al citar a Greeno (1978), este autor reconoce que no todos los problemas pueden ser clasificados con precisión, en uno de los tipos antes mencionado, identifica que muchos problemas interesantes se basan en combinaciones de aspectos de diferentes tipos de problemas (Mayer, 1986).

La siguiente figura presenta una propuesta, donde Jonassen señala que la resolución de problemas varía en tres dimensiones. Cabe señalar, que un organizador de diferencias individuales, permite mediar en los individuos sus capacidades de solucionar esos problemas.

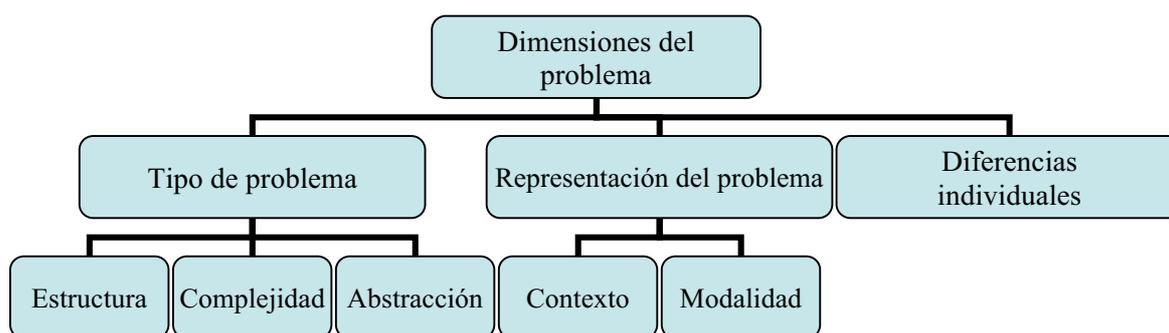


Figura 2.6: Dimensiones propuestas por Jonassen respecto a la variación de resolución de problemas

Si bien Jonassen maneja una diferenciación de problemas en bien y mal estructurados, considera que no es suficiente para procesos cognitivos específicos. A partir de un estudio realizado a centenares de problemas, le ha permitido distinguir once tipos distintos de problemas, los cuales incluyen: problemas lógicos; problemas algorítmicos; problemas de historia o cuentos -se refiere a problemas presentados en forma narrada o verbalizada-; problemas basados en el uso de reglas; problemas de toma de decisión; localización y resolución de fallas; diagnóstico y solución de problemas; desempeño en táctica/estrategia; problemas situados de casos/política; problemas de diseño; y de dilemas (Jonassen, 2000a).

Según Jonassen, estos resultados permitirán desarrollar diseños instruccionales, para generar estrategias educacionales apropiadas, juntos con apoyar el trabajo de los estudiantes respecto a la resolución de tipos específicos de problemas. De esta manera, si existe una clara y mayor identificación de los tipos de problema, permitirá facilitar la construcción de modelos y la organización de los tipos de problemas a resolver por parte del estudiante.

Lacasa y Herranz, citando un trabajo de Brown y DeLoache (1978), donde estos autores se refieren a un conjunto de habilidades, las que deben ser actualizadas por el sujeto cuando este resuelve el problema. A modo de ejemplo se presentan las siguientes habilidades:

- a) Habilidades de control de las actividades relacionadas con las dimensiones perceptivas del problema, especialmente las fijaciones oculares. Estas se

pueden relacionar en la infancia con procesos de la autorregulación o de procesos de autocontrol.

- b) Habilidades que exigen considerar dimensiones nucleares del problema, que orientan la resolución de la tarea. Aquí se requiere que el estudiante comprenda con claridad la idea central, que rige las relaciones entre los elementos del problema.
- c) Habilidades relacionadas con la búsqueda de objetos y/o recuperación de la información. Dependiendo del nivel de definición que tenga la tarea, requerirá un mayor o menor trabajo por parte del estudiante, respecto a la búsqueda de materiales, información, entre otros (Lacasa & Herranz, 1995).

Otros criterios propuestos por Lacasa y Herranz, priorizando las que poseen implicaciones educativas, son:

- a) La representación de la meta que el niño puede construir y manejar cuando debe resolver un problema. Aquí se diferencian tres tipos:
  - 1) Cuando la meta esta bien definida desde el principio y el estudiante debe buscar los medios para lograrla.
  - 2) La meta esta definida parcialmente, donde el estudiante puede encontrar diferentes soluciones y donde estos resultados pueden ser no coincidentes con los esperados por el problema.
  - 3) Se produce cuando el estudiante puede hacer la correspondencia entre elementos, siendo capaz de comprender su relación existente, pudiendo representa la meta con claridad, siendo resuelto el problema.
- b) El nivel de dificultad de la tarea. Este criterio, pretende relacionar la complejidad del problema con el nivel de planificación en la búsqueda de su solución (Lacasa & Herranz, 1995).

### **2.3.4 Fases, estrategias, heurística y variables en la resolución de problemas**

#### **2.3.4.1 Fases, estrategias y heurística en la resolución de problemas**

Diferentes autores han trabajado en definir las fases, estrategias y heurísticas para resolver problemas, para poder facilitar su proceso de enseñanza y aprendizaje. Estos deben ser vistos como procesos que no necesariamente son secuenciales, trabajándose una u otra etapa, según el tipo de problemas y resultados intermedios. Respecto a las heurísticas, son procedimientos generales que ayudan

en la búsqueda de una posible solución, independientes del contenido, utilizables de forma transversal, debiendo ser adaptados en cada situación logrando una interpretación por medio de la experiencia (Pifarré, 2004).

Según Rizo y Campistrous (2002), por mucho tiempo se pensó que se aprendía a resolver problemas por imitación. Luego los primeros intentos consistieron en recomendaciones formales que intentan fijar la atención del estudiante en la pregunta, leer cuidadosamente, encontrar datos, meditar la respuesta (Harskamp & Suhre, 2007).

A continuación se presentan algunas propuestas realizadas por diferentes autores, en su intento de proponer fases o etapas, estrategias y heurísticas para apoyar los procesos de resolución de problemas.

Mayer (1986), cita a diferentes autores respecto a las fases consideradas en la resolución de problemas. En particular, al citar a Wallas (1926), señala las siguientes fases:

- Preparación: Recopilación de información e intentos iniciales de solución.
- Incubación: Dejar el problema de lado para realizar otras actividades o dormir.
- Iluminación: Aparece la clave para la solución -aquí es donde se produce el destello del "insight" o el "ajá"-.
- Verificación: Se comprueba la solución para estar seguro que funciona.

Polya propone un modelo para trabajar en la solución de problemas, centrándose principalmente en los de tipo matemático. En su libro *How to solve it*, cuya primera edición aparece en 1945, identifica claramente cuatro elementos en la resolución de un problema, además de señalar la importancia del papel del profesor y del alumno, de la necesidad que el estudiante sea curioso, inventivo, que el alumno se encante y descubra el gozo del triunfo al encontrar la solución de un problema, pudiendo esta experiencia, significarle al alumno una afición al trabajo intelectual.

En la medida que el estudiante experimente y pruebe, tendrá la oportunidad de encontrarle un significado a las matemáticas. De esta manera para Polya, el que un problema sea significativo, pasa a ser un elemento relevante en lo referido al planteamiento de problemas, manera en la cual lo aprendido perdurará en el tiempo.

El modelo está basado en considerar para cada una de las fases un conjunto de preguntas que guían y orientan a una persona en la búsqueda a la solución de un problema, en particular a un estudiante en problemas de matemática. En su libro presenta el listado completo de preguntas para cada fase, la estructura de éstas y su significado y estrategias de uso, entre otros elementos.

Polya considera cuatro etapas, las cuales son:

- Comprender el problema: consiste en reunir la información del problema y buscar las respuestas de: ¿Cuál es la pregunta?, ¿cuáles son sus datos?, ¿cuáles son las condiciones?, entre otras.
- Concebir un plan, el que pretende: determinar la relación entre los datos y la incógnita. De no encontrarse una relación inmediata, puede considerarse problemas auxiliares. Utilizar sus experiencias pasadas para encontrar un método de solución. Se espera obtener finalmente un plan de solución. Las preguntas que guían este trabajo son: ¿Se ha encontrado con un problema semejante?, ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoce un problema relacionado con éste?, entre otras preguntas.
- Ejecutar el plan: Se pone en práctica el plan, comprobando cada paso. Las preguntas son: ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto?, ¿Puede usted demostrarlo?
- Examinar la solución obtenida: Se comprueba el resultado, las preguntas son: ¿Puede usted verificar el resultado?, ¿Puede verificar el razonamiento?, entre otras preguntas (Polya, 1979).

Polya, considera que esta lista de preguntas son aplicables en general ayudando sin imponerse, a cualquier tipo de problemas. Son además sencillas, obvias y con mucho sentido común, presentándose de una manera natural.

Polya, al introducir una asociación de preguntas con las etapas o fases de la resolución de problemas, incorpora estrategias heurísticas, que son estrategias mentales útiles en el proceso de resolución del problema. Para apoyar la resolución de problemas, delimitando las condiciones que debe tener un problema, sugiriendo estrategias como: problemas análogos; realizar conjeturas; generalizar; entre otros.

Branford y Stein (1984) proponen un modelo que denominan IDEAL, que se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 2.5: método IDEAL para la resolución de problemas de Bransford y Stein (1984)

I	Identificación de un problema
D	Definición y representación del problema
E	Exploración de posibles estrategias
A	Actuación con las estrategias seleccionadas
L	Logro, observación y evaluación de los efectos y resultados

Para Schoenfeld (1985), los pasos requeridos en la resolución de un problema se dividen en tres, los cuales son:

- Analizar el problema: recomendando dibujar un diagrama en lo posible; examinar casos particulares; y tratar de simplificar el problema para presentar situaciones más concretas.
- Explorar el problema: examinar el problema, por ejemplo, cambiando de perspectiva o de notación; examinar el problema con algunas modificaciones o descomponer el problema en casos más sencillos; y otra alternativa es examinar el problema con modificaciones mayores.
- Comprobar la solución: referidos a criterios específicos, uso de los datos, la solución esta dentro de lo esperado, etc.; criterios generales, es posible obtener otras soluciones, quedan casos particulares, etc.

En particular, en este punto es interesante señalar los principales elementos para comprender el proceso de resolución de problemas, donde Lacasa y Herranz citando a Siegler (1991; 1986), se refiere a:

- Análisis de la tarea: Análisis de los componentes de la situación o, en otros términos, de la tarea a la que se enfrenta el sujeto.
- Codificación: La habilidad de identificar la información crítica en una situación y utilizarla para construir una representación interna.
- Modelos mentales: Una representación lo más adecuada posible de la estructura del problema.
- Dominio general y dominio específico de conocimiento: Se refiere a una amplia gama de situaciones, a la que se podrían aplicarse los procesos de resolución de problemas.

- Diferencias en función del desarrollo: Diferencia entre los niños y los adultos cuando tratan de resolver un problema (Lacasa & Herranz, 1995).

Lacasa y Herranz, citando a Siegler (1991,1986), se refieren a los procesos que intervienen, entre otros en la resolución de problemas, señalando los siguientes:

- Planificación: En particular interesa diferenciarlo de los procesos y de la resolución de problemas. De esta manera las planificaciones son: orientadas al futuro; se refiere necesariamente a acciones; es un proceso del cual se pueden obtener tanto costes como beneficios -por ejemplo, permite evitar errores pero exige una enorme demanda cognitiva-.
- Inferencia causal -referido a por qué los hechos se producen de una determinada manera-.
- La analogía -referido a que las personas cuando se enfrentan a nuevos problemas en los mismos términos, en los que enfrentan a otros que conocen mejor-.
- Uso de instrumentos -se refiere a como se usan los instrumentos en la resolución de problemas, entendiéndose por instrumentos el uso del lenguaje hablado, la lengua escrita o matemáticas-.
- La deducción lógica: se refiere principalmente a la inferencia transitiva y a la clasificación jerárquica. (Lacasa & Herranz, 1995).

Desde la perspectiva de los procedimientos para resolver un problema, Pozo y Postigo definen cinco tipos de procedimientos (Pozo & Postigo, 1993, citado en Pozo & Postigo, 1994):

- a) Adquisición de la información
- b) Interpretación de la información
- c) Análisis de la información y realización de inferencias
- d) Comprensión y organización conceptual de la información
- e) Comunicación de la información

Según estos autores, no todo problema requiere de los cinco tipos de procedimientos, ni que se deba aplicar el mismo orden secuencial, pudiendo estas fases estar interconectadas.

Para Pozo y Postigo (1994), a los rasgos que identificarían el uso de estrategias por parte de los alumnos y no solo la ejecución rutinaria de técnicas que han aprendido:

- a) Su aplicación no sería automática sino controlada, requiriendo planificación y control de su ejecución, utilizando la metacognición.
- b) Implicarían un uso selectivo de los recursos y capacidades disponibles, de manera que a partir de recursos alternativos el alumno decide cual utilizar, dependiendo del problema a resolver. En caso que no exista esta variedad, no se puede actuar con estrategias.
- c) Las estrategias se compondrían de otros elementos más simples, constituidos por técnicas o destrezas. Aplicar una estrategia, requiere dominar técnicas más simples, lo cual sucederá cuando el alumno domine con cierta eficiencia dichas técnicas.

Monereo (2000), haciendo referencia a un análisis de Polya y Schoenfeld, propone las siguientes fases:

- Comprensión del problema
- Conveniencia de los datos
- Tipo de resolución
- Proceso de resolución y alcance del problema
- Comprobación de la respuesta

Martín et al. (2003), al referirse a fases o etapas en la resolución de problemas, señala los siguientes cuatro estadios:

- Contextualización del problema: identificación y definición del problema
- Búsqueda de información
- Plan estratégico de solución
- Aplicación del plan.

Estos últimos autores, son coherentes con su postura respecto a que el objetivo último no es resolver el problema, sino que solo es un vehículo que sirve para el aprendizaje. Esto tiene diferencias en las propuestas de autores como Polya y Schoenfeld, quienes incluyen una etapa de verificación y comprobación de la solución. Cabe señalar, que las propuestas definidas por Schoenfeld, reconocen la

importancia de los procesos y esta se diferencia en que el resultado y su verificación, es parte del proceso de resolución del problema, es un aspecto importante desde lo que es la disciplina de la educación matemática.

Cabe señalar, que si bien el estudio de estrategias para apoyar en la resolución de problemas, contiene una abundante literatura, según Pifarré (2004), al citar a diferentes autores, señala que existen numerosas investigaciones respecto al uso de estas estrategias generales implementadas por los expertos, para el diseño de modelos o programas de instrucción y la resolución de problemas por parte de alumnos, las cuales tienen algunas críticas, destacándose:

- Se tratan de modelos formales contruidos a partir de un apriorismo: el proceso ideal, conceptual o lógico de resolver problemas (Alonso, González y Sáez, 1988).
- Los modelos teóricos de resolución de problemas, están basados en el paradigma didáctico de proceso-producto, donde el dotar a los alumnos de estrategias generales que le faciliten resolver problemas, estudios que muestran la incidencia de la enseñanza-aprendizaje de heurísticas en el rendimiento matemático, presentan resultados contradictorios respecto a su eficacia.
- Los programas no tienen en cuenta la enseñanza de estrategias más específicas y vinculadas al contenido del problema, donde la estrategia heurística es una etiqueta que engloba a otras estrategias más específicas, donde la enseñanza de estrategias heurísticas implica la enseñanza de otras estrategias y relacionadas con el propio contenido que trata el problema (Schoenfeld, 1985).
- Los programas de instrucción de estrategias heurísticas, tienen cómo énfasis enseñar estrategias, si atender el cómo y cuándo utilizarlas.

Los alumnos al resolver un problema, deben tomar decisiones, tales como definir el camino a seguir, que estrategia usar, cuándo cambiarla en caso que sea necesario y la monitorización y control del proceso. Estudios posteriores, muestran la importancia de decisiones metacognitivas en la resolución de problemas, enfatizando la necesidad de incluir su enseñanza, en el diseño de programas de instrucción de resolución de problemas (Pifarré, 2004; Shoenfeld 1985; 1992,).

Según Harskamp y Suhre, (2007), formar a los alumnos en resolución de problemas y entregarles sugerencias puede ser de ayuda, donde los alumnos fallan más en la resolución de problemas, no por la falta de conocimientos matemáticos,

sino por no saber como aplicarlos. Estos mismos autores se refieren al actuar de los expertos, quienes hacen diferentes representaciones del problema (números, gráficos, tablas, etc.) y donde los que mejor solucionan los problemas, cuestionan permanentemente su enfoque.

#### **2.3.4.2 Variables en la resolución de problemas**

Existen diferentes estudios por definir las variables, categorías o factores que influyen en los procesos de resolución de problemas y/o en su enseñanza y aprendizaje. A continuación se presentan algunos de estos.

Charles y Lester (1982), citado en González (2000), proponen un conjunto de factores que interaccionan en el trabajo de resolución:

- a) Factores de experiencia a nivel personal y de ambiente, relacionados con las estrategias de solución del problema, el contexto y el contenido de los problemas, o los fundamentos matemáticos.
- b) Factores afectivos, tales como interés, motivación, presión, ansiedad, perseverancia.
- c) Factores cognitivos tales como habilidad de lectura, de razonamiento, de cálculo.

Para este autor, las variables involucradas en la resolución de problemas las divide, entre variables que son intrínsecas al problema (tipo de problema, tipo de sentencia, variables lingüísticas, tipo de representación empleada, tipo de estrategia, presencia o no de ayudas durante el proceso del resolutor, entre otras) y otro tipo de variables o factores que el resolutor pone en juego en el proceso mismo (metacognitivos, afectivos, cognitivos).

Schoenfeld (1992) propone las siguientes categorías, que explican el éxito o fracaso de los estudiantes en la resolución de problemas:

- a) El conocimiento o recursos básicos que incluye definiciones, hechos, formulas, algoritmos y conceptos fundamentales asociados con un dominio matemático particular o tema.
- b) Estrategias cognitivas o heurísticas, que involucran formas de representar y explorar los problemas con la intención de comprender los enunciados y

plantear caminos de solución. Algunos ejemplos de estas estrategias son: dibujar un diagrama, buscar un problema análogo, establecer submetas, descomponer el problema en casos simples, etc.

- c) Las estrategias metacognitivas, que involucran conocimiento acerca del funcionamiento cognitivo propio del individuo. (¿Qué necesito? ¿Cómo utilizo ese conocimiento?) y estrategias de monitoreo y control del propio proceso cognitivo (¿Qué estoy haciendo? ¿Por qué lo hago? ¿A dónde voy?) y de las creencias y componentes afectivos que caracterizan la conceptualización del individuo acerca de las matemáticas y la resolución de problemas, y la actitud y disposición a involucrarse en actividades matemáticas.

Según Pifarré y Sanuy, luego de un basto estudio del tema entre diferentes autores, se refieren a las variables que podrían influir en la resolución con éxito de un problema son:

- a) La importancia del conocimiento declarativo, sobre el conocimiento específico del problema.
- b) Las estrategias generales y específicas que es capaz de poner en marcha el sujeto, para resolver el problema concreto.
- c) El papel de la estrategia metacognitiva para guiar y mejorar el proceso de resolución de problemas.
- d) La influencia de los componentes individuales y afectivos de la persona que resuelve el problema –entre los múltiples factores incluidos en esta dimensión destacan las actitudes, las emociones, concepciones erróneas, experiencia previa, motivación y las creencias sobre la resolución de un problema matemático (Pifarré, 2004 p. 22; Pifarré & Sanuy, 2001).

Las variables para resolver con éxito un problema, desde la dimensión de la enseñanza del proceso de resolución de problemas se destacan:

- a) El tipo y las características de los problemas.
- b) Los métodos de enseñanza utilizados por el profesor.
- c) Los conocimientos, las creencias y las actitudes del profesor sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje (Pifarré & Sanuy, 2001).

En un estudio enfocado en resolución de problemas y que hace uso de recursos de la tecnología de información y comunicación, entre otros, Pifarré y Sunay (2002),

citando a diferentes autores, se refieren a las variables que influyen en el aprendizaje, en la interacción entre iguales mediada por computadores. Estos autores las agrupan en tres variables:

- a) Variables externas que inciden en los procesos interactivos, considerando como las características de los individuos, las del grupo y de las formas de trabajo que los individuos presentes en el proceso de resolución.
- b) Las características específicas de la interacción entre iguales y el procedimiento de diseñar procesos instruccionales que enseñen a los alumnos a interactuar de manera positiva y aprender en grupo.
- c) Las características del programa informático específico que se utiliza.

Respecto a la metacognición y la resolución de problemas, Flavell (1976; 1987; 1992) citado en Pifarré (2004), señala que la aproximación al conocimiento del funcionamiento cognitivo, puede producirse a partir de interacciones o combinaciones de las tres siguientes variables:

- a) De la persona: es todo aquello que uno puede considerar de si mismo y de las otras personas como seres cognitivos (ejemplo: uno puede entender mejor la tarea si se lee, que si se escucha).
- b) De la tarea: es saber cómo las características de la información de una tarea, afecta la forma en que nos la representamos y operar con ella (ejemplo: sabemos que se requiere más esfuerzo para procesar información nueva y difícil, que información familiar y fácil).
- c) De la estrategia: se refiere al conocimiento que se adquiere sobre la estrategias, que son más efectivas para el logro de una tarea, señalando el conocimiento de sus objetivos, el grado de dificultad y la familiaridad.

Cabe señalar, que si bien estas variables, categorías y dimensiones podrían explicar el éxito o fracaso de los estudiantes al trabajar en la resolución problemas, sin embargo, estos no explican por qué ni cómo los estudiantes muestran dichos comportamientos en la resolución de problemas (Schoenfeld, 2007).

### **2.3.5 Resolución de problema como una estrategia metodológica**

Trabajar en resolución de problemas, requiere un rediseño del currículum y de la instrucción. Respecto a este punto, se puede señalar que los expertos en resolver

problemas, junto con manejar el conocimiento, manejan habilidades propias de estrategias de resolución de problemas, así como también habilidades tales como, la capacidad de buscar información, entre otros (Martín et al. 2003; Santo, 2008; Schoenfeld, 1989).

Se puede decir que resolución de problemas, es una metodología de aprendizaje, pero no un simple vehículo para otros fines, ya que no es una motivación sin importancia en si misma y que sirve solo para introducir definiciones y procedimientos (Monereo, 2000).

Según Cai y Nie (2007), citado por Santos (2008), en China la enseñanza de la matemática se centra en ayudar a los estudiantes a aprender métodos, los cuales pueden ser aplicados y transferidos a distintos problemas, donde las prácticas docentes se centran en tres aspectos del aprendizaje:

- Problema con soluciones múltiples, donde los estudiantes resuelven el problema de diferentes maneras.
- Modificación a los problemas, donde los estudiantes trabajan variaciones del problema durante la resolución del mismo o luego de resolver el problema original.
- Múltiples problemas usando un mismo método, donde se les presentan a los estudiantes un conjunto de problemas que son resueltos con el mismo método.

Según Schoenfeld (1992), la instrucción del proceso en la resolución de problemas, debe aplicarse siguiendo los principios de la construcción del conocimiento significativo, evitando el análisis superficial de los problemas por parte de los alumnos, de manera de no caer en la resolución rutinaria de problemas.

Un proceso de enseñanza, que desee mejorar las competencias del alumno en resolución de problemas, debe tener una instrucción explícita de la estructura del enunciado del problema, por ejemplo: contenido matemático involucrado, objetivos, relaciones entre las proposiciones del enunciado o procedimientos de solución. Esto permite que el alumno guarde la información de las distintas tipologías de problemas en forma organizada, de manera que al enfrentar a un problema similar ya resuelto, pueda activar el esquema y ayudar a resolverlo (Meyer, 1985, citado en Pifarré, 2004, p. 29).

Si bien la instrucción basado en modelo de problemas ha sido muy difundido, sin embargo, se hace referencia a lo insatisfactorio de los resultados de esta estrategia. Uno de los problemas es que los alumnos hacen una comparación entre el problema a resolver y el ejemplo tratado, sobre aspectos superficiales del problema, pudiendo hacer que el alumno elija una forma inadecuada de resolverlo (Gick, 1986, citado por Pifarré, 2004).

Otros investigadores, proponen la enseñanza de esquemas de un problema, por medio de una metodología de enseñanza de los procedimientos generales (fases o etapas) y específicos (estrategias y heurísticas) que se requiere utilizar, cómo y cuándo utilizarlos, deduciendo los alumnos, en forma indirecta la estructura del problema que permite utilizar un determinado procedimiento (Gick, 1986, citado por Pifarré, 2004; Schoenfeld, 1985).

Diferentes autores señalan el error de pretender enseñar resolución de problemas, solo con hacer un trabajo en lo referido a enseñar estrategias de resolución de problemas (Gaulin, 2001; Pifarré & Sanuy 2001; Schoenfeld, 1989). Se ha mirado este tema desde tres puntos de vista, respecto si se enseña: para la resolución de problemas; sobre la resolución de problemas: o a través de la resolución de problemas (Gaulin 2001). En la práctica, son tres aspectos importantes, pero cuando se observa el actuar del profesor, se aplica indistintamente una u otras, con poca claridad.

Nagasaki (1990), citado por Hino (2007), distingue tres enfoques para la solución de problemas:

- a) La resolución de problemas como el objetivo de la instrucción en educación matemática: el objetivo de la enseñanza es el desarrollo de problemas por parte del alumno, junto con el logro de habilidad de resolución, o la capacidad de pensar y fomentar su actitud y el hábito hacia el pensamiento.
- b) Como el proceso de instrucción: centrado en enseñar a los estudiantes los procesos de creación de conceptos matemáticos, a través de la solución de problemas, el cual se incluyó en la instrucción, de manera que el estudiante adquiera la capacidad de pensar en materia de contenidos y el método esencial de las matemáticas.
- c) Como el contenido de la instrucción: este enfoque, se centra en que los estudiantes adquieran el método de resolución de problemas, donde el

contenido de la instrucción son las etapas, estrategias y el método de resolución de problemas.

Schoenfel, en sus distintas investigaciones, se refiere a que no basta con enseñar estrategias a los alumnos para que estos aprendan a resolver problemas, tampoco el que resuelvan cantidades de problemas, o el conocer estrategias sin saber cuando corresponde utilizarlas. Si bien es necesario conocer los modelos, tener estrategias, también se requiere tener el conocimiento matemático y además una capacidad de manejo metacognitivo del proceso, esto es pensar y analizar por sobre el problema puntual, como se está haciendo, que se está haciendo, produce efectos o no seguir determinado camino, tener la capacidad de monitorear y evaluar el avance de la resolución del problema y si los recursos utilizados y como se utilizan son los apropiados.

La experiencia (prejuicio) de los estudiantes, se concibe como una concepción del proceso de resolución de problemas caracterizado por:

- Ha de tener un método o técnica a punto para resolver un problema.
- El método o técnica ha de encontrar la respuesta en un período breve de tiempo.
- Si no se tiene el método o técnica matemática adecuada, no vale la pena probar o intentar solucionar el problema.
- El aprendizaje de las matemáticas, requiere fundamentalmente práctica y memoria (Schoenfeld, 1989, citado por Pifarré, 2004, p. 19).

Existe una fuerte creencia entre los estudiantes, que los problemas en matemática tienen una sola solución (Hino, 2007; Puy, 1994; Santos, 2008; Schoenfeld, 1992). Respecto a algunas de las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas, Puy (1994) presenta una lista basada en las presentadas por Schoenfeld (1992):

- Solo existe una forma correcta de resolver un problema matemático y, normalmente, lo correcto es seguir la última regla que el profesor ha demostrado en clases.
- Los estudiantes "normales" no son capaces de comprender las matemáticas; solo pueden aspirar a memorizarlas y a aplicar mecánicamente aquello que han aprendido sin entender.

- Los estudiantes que han comprendido las matemáticas deben ser capaces de resolver cualquier problema en cinco minutos o menos.
- La matemática que se enseña en la escuela, no tiene nada que ver con el mundo real.
- Las reglas formales de la Matemática son irrelevantes, para los procesos de descubrimiento y de invención.

En la resolución de problemas abiertos, se presentan situaciones del mundo real, donde los conocimientos, habilidades y pensamientos se relacionan con el proceso de resolución, destacándose la enseñanza de modelos matemáticos. Ikeda (2004), citado en Hino (2007), desarrolló una serie de objetivos de enseñanza y actividades para estimular las habilidades de los alumnos en el modelamiento matemático. Se establecieron las siguientes tres etapas:

- a) Comprender el sentido que tiene la creación de hipótesis.
- b) La adquisición de variadas e importantes ideas que se requieren en la construcción y el análisis de un modelo matemático.
- c) Resolución de problemas del mundo real mediante la aplicación de ideas variadas.

Da Ponte (2007), al referirse a las investigaciones en Portugal a inicio de los 90s, relacionadas con resolución de problemas, en un marco definido como "exploraciones matemáticas e investigaciones", los estudiantes simulan o practican aspectos que difieren de la actividad matemática, como lo es la formulación de preguntas, la búsqueda y justificación de conjeturas, donde el trabajo se inicia sobre una pregunta, que sea de interés, inicialmente confusa, en la cual los estudiantes ayudan en la formulación de la pregunta, donde se trata de clarificar y posteriormente estudiar organizadamente.

Los estudios sobre los procesos de resolución de problemas entre expertos y novatos, señalan que los primeros pasan tiempo breves en leer el problema, pero mucho mayores en analizarlo, dedicando tiempos importantes también a la exploración, planificación e implementación y breves tiempos a la verificación, pasando de una etapa a otra en forma indistinta en el desarrollo de la solución, además, de hacer notas o señales durante todo el proceso. Sin embargo, los novatos, leen el problema, eligen rápidamente un enfoque para comenzar a solucionarlo en el proceso de exploración, continuando en este proceso sin importar

si avanzan hacia una solución o no, sin embargo, no realizan análisis, planificación, implementación, ni verificación del problema y su resolución y tampoco hacen anotaciones (Schoenfeld, 1989; 1992).

Pifarré y Sunay (2001), en un trabajo en el cual se le proporciona junto al problema un material de instrucción, que apoya al estudiante en el proceso de resolución de problemas, pudieron constatar que los alumnos utilizan un elevado número de estrategias encaminadas a obtener una representación significativa del enunciado del problema y a planificar el proceso de resolución, usando cerca de un 15% del tiempo empleado en la resolución del problema. Los autores señalan, que existen diferentes estudios que muestran la importancia de este tipo de estrategias y su incremento luego de un periodo de instrucción, especialmente diseñado para el logro de este objetivo (Schoenfeld 1985; 1992).

En el mismo estudio de Pifarré y Sunay, señalan que los alumnos no utilizan estrategias de revisión y valoración del proceso y del resultado obtenido, señalando que son estrategias complejas, que deben adaptarse a las características propias del problema, del proceso que realice el alumno y de los resultados parciales de su avance, haciendo difícil que se trabajen en cursos numerosos. Además, señalan que para este tipo de estrategias, se requieren periodos largos de instrucción, los cuales deben ser continuados en el tiempo y donde se resuelvan distintos problemas. Finalmente, al referirse a los resultados de su estudio, se señala que los alumnos presentan un importante componente metacognitivo, dedicando un 23% del tiempo a este proceso, hacen una pausa en el proceso, reflexionan o realizan comentarios, mostrando mayor conciencia y control en la solución del problema.

Las investigaciones presentan que las diferencias entre expertos y novatos, en la resolución de problemas es variada. Primero, el conocimiento base para resolver el problema es cuantitativa y cualitativamente diferente entre ambos grupos, donde los expertos tienen un conocimiento más amplio, organizado, de acceso más rápido y flexible (Pifarré, 2004, p. 22).

Según Schoenfeld (1992), si bien los estudiantes pueden conocer los procedimientos apropiados para resolver un problema, estos al no poder gestionar y adecuar su conocimiento, ni controlar y evaluar la eficacia del proceso al nuevo problema, éstos no logran el éxito esperado.

Si bien las heurísticas desarrolladas por Polya han sido un referente importante en educación matemática, según Santos (2008) al citar diferentes estudios, señala que los “intentos de enseñar a los estudiantes el empleo de las heurísticas no ha sido exitoso”.

Schoenfeld (1992), señala que las heurísticas de Polya son categorías que incluían sub-estrategias, que los estudiantes no reconocían o accedían en el proceso de resolución del problema. De esta manera, Schoenfeld propone que los estudiantes desarrollen el poder prescriptivo relacionado con el uso, en particular sugiere:

- a) Ayudar a los estudiantes a desarrollar un gran número de estrategias de resolución de problemas más específicos y que relacionen de forma clara clases específicas de problemas.
- b) Enseñar estrategias de monitoreo, que permitan a los estudiantes aprender cuándo pueden utilizar estrategias apropiadas y el contenido matemático relevante en la resolución de problemas.
- c) Desarrollar formas de robustecer las creencias de los estudiantes sobre la naturaleza de las matemáticas, la resolución de problemas, y sobre sus propias competencias o formas de interactuar con situaciones matemáticas.

La siguiente figura presenta el modelo de enseñanza de estrategias de resolución de problemas de Schoenfeld (1985), adaptado en Pifarré (2004). En este modelo, se enfatiza que los diferentes episodios de resolución no deben tener una secuencia lineal.

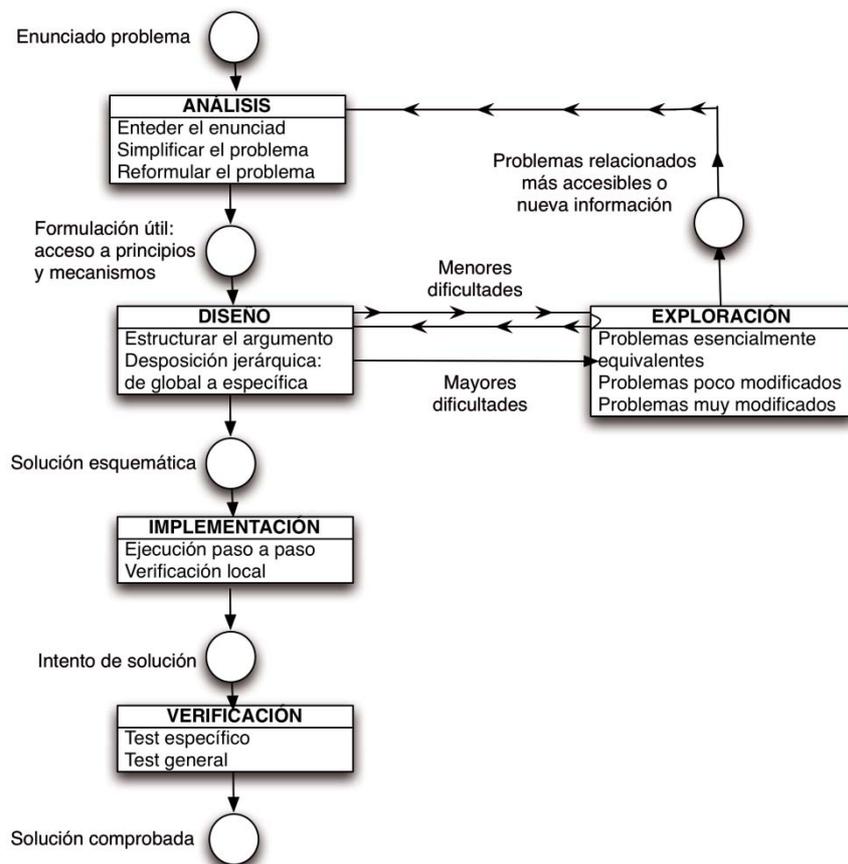


Figura 2.7: Modelo de enseñanza de estrategias de resolución de problemas. Schoenfeld (1985), adaptado en Pifarré (2004).

Nunokawa (2007), citado por Hino (2007), argumenta que los alumnos que no tienen experiencia en la resolución de problemas, se caracterizan por no tener una disposición de “mirar hacia atrás” en el proceso de resolución del problema, cuando estos se quedan atascados.

Burkhardt & Bell (2007), citado por Santos (2008), señalan que en el Reino Unido, la resolución de problemas se centra en el desarrollo de modelos que permitan “hacer” matemática en diferentes situaciones. En este país, relacionan la resolución de problemas con un proceso de trabajar actividades que son muy distintas a las aprendidas en forma mecánica, donde los estudiantes requieren definir las estrategias para enfrentar el problema y qué conocimiento, habilidades y recursos matemáticos utilizarán, por lo que requieren un buen manejo de la disciplina, junto con la capacidad de ver patrones involucrados en el problema y las capacidades de implementar un plan y verificar los resultados.

De esta manera, según Santos (2008), el proceso de instrucción debe propiciar condiciones para que los alumnos vean o conceptualicen los problemas como oportunidades para utilizar varios caminos de solución y además, de extender o formular otros problemas. Este autor señala, que diferentes investigaciones han presentado la importancia de conceptualizar la matemática, por medio de preguntas que a los estudiantes les interese y motive responder, junto al generar discusiones sobre los recursos matemáticos.

Desde el actuar del profesor, se espera que este sea un ejemplo en actuaciones metacognitivas. Trabajar en conjunto con sus alumnos en la resolución de problemas, que haga explícito su actuar metacognitivo, en la medida que se va desarrollando el problema, se espera que este actúe "pensando en voz alta", como lo enfrenta, las preguntas que se hace, las decisiones tomadas, las dudas que aparecen, incluso puede ser positivo cometer errores, los cambios de estrategia y construir nuevamente a partir de ellos, dialogando con sus alumnos respecto a lo que piensan, entre otros aspectos. Al finalizar, hacer un análisis de cómo se trabajó, los resultados obtenidos, los recursos utilizados, autoevaluar la actuación individual y grupal (Schoenfeld, 1992).

Respecto a la problemática de usar resolución de problemas, como estrategia metodológica, según Gaulin (2001), refiriéndose a las conclusiones del tercer estudio del TIMSS, "la mayoría de los profesores de la mayoría de los países, dicen que no se sienten capacitados en la resolución de problemas y que no están cómodos con ese tema", lo que indica que a pesar de todas las ventajas y bondades es difícil de implementar. Resultados de encuestas desarrolladas a profesores en dicho estudio señalan:

- Algunos profesores confunden el trabajo en resolución de problemas, con lo que habitualmente se encuentra al final de los capítulos de un tema, que son problemas, pero en la práctica son ejercicios.
- Otros profesores, señalan saber lo que es trabajar con metodologías de resolución de problema, incluso citando a Polya, señalan que si bien ellos hacen muchos ejercicios, cambiarán la estrategia haciendo algunos problemas genuinos.
- Para otros profesores, significa que en lugar de dar problemas abstractos, se dieran problemas reales de la vida diaria.

- Para otros, que pudieron mirar algunas investigaciones y leer a Polya, entendieron que enfatizar la resolución de problemas significaba enseñar estrategias de resolución de problemas.
- Algunos profesores, que conocían la propuesta de Polya, piensan que deben enseñar su modelo de manera que los alumnos tuviesen un plan, un instrumento para resolver problemas. Estas podían ser estrategias, procesos heurísticos según Polya, o modelos u otras cosas.
- Otra categoría de profesores señalaba, "lo importante para realmente enfatizar la resolución de problemas, no es resolver más problemas o aplicarlos en la vida cotidiana, lo importante es utilizar la resolución de problemas como el mejor vehículo para enseñar todo, enseñar a través de resolver problemas".

Lo anterior, muestra la falta de consenso en este tema, existiendo poca claridad y confusión sobre lo que significa hacer un énfasis a la resolución de problemas, como muchos currículum en el mundo han dado prioridades. Un aspecto interesante, es que las directrices entregadas a los profesores sobre lo que se espera, cuando se hace mención a tener énfasis en la resolución de problemas por parte de un gobierno o institución, esto es poco claro, falta coherencia y falta de medios a los profesores para el logro de esta transferencia de énfasis. No existe claridad ni consenso de lo que significa desarrollar un currículum, en el marco de la resolución de problemas (Gaulin, 2001; Santos 2008).

Otro problema común, es pensar en la resolución de problemas como un contenido, se piensa en contenidos como funciones, ecuaciones, números y resolución de problemas. No se piensa en forma transversal a los contenidos, como un medio integrador de contenidos y disciplinas, como un medio que puede permitir la evaluación formativa de contenidos, como medio para contextualizar y situar los contenidos, como estrategia para trabajar individualmente y en grupos, para relacionarse de otra forma profesor-alumno y alumno-alumno, para incentivar y aprender a trabajar en forma colaborativa y cooperativa, para lograr nuevas competencias y habilidades, para formar integralmente a los alumnos, para integrar el uso de recursos, para pensar, investigar y crear conocimiento, entre otros aspectos.

En Holanda, la resolución de problemas se basa en que el mundo real es una base para el desarrollo de los conceptos matemáticos, donde problemas contextualizados y bien seleccionados, permiten que surjan y que se desarrollen estrategias

informales, contextualizadas, las que se utilizan para construir el conocimiento matemático (Doorman, Drijvers, Dekker, Van den Heuvel-Panhuizen, de Lange & Wijers, 2007, citado en Santos 2008).

Santos (2008), al citar un estudio de Doorman et. al. (2007) en relación al estudio de respuestas de los alumnos en la resolución de problemas, se encontraron tres tendencias: muchos estudiantes no escribieron sus ideas; otros no iniciaron el trabajo; y de los que comenzaron una gran parte demostró falta de persistencia.

Según Gaulin (2001), otra dificultad, es hacer de la estrategia un contenido, es decir, se identifica la estrategia que se desea trabajar y se proponen diferentes problemas que hacen uso de dicha estrategia. Según el mismo autor, la idea es enseñar diferentes estrategias en forma simultánea, luego se formalizan con definiciones, descripciones, etc. Para Monereo (2000), resolución de problemas será un contenido, al formar parte del programa, sin embargo, no es un tema más que se enseña, como otros contenidos.

Como muchos autores señalan, la estrategia de resolución de problemas tiene una naturaleza heurística -no algorítmica-, por lo que en la escuela hay una tradición en formar procedimientos algorítmicos, pero no resulta sencillo formar los recursos de pensamiento necesarios para la utilización heurística como herramienta (Rizo & Campistrous, 2002; Schoenfeld, 1992).

Pifarré y Sanuy (2001), se refieren a los elementos que deberían estar presentes en los diseños de propuestas de enseñanza-aprendizaje para mejorar el proceso y estrategias de resolución de problemas en matemática, refiriéndose a:

- a) Contextualizar los problemas a resolver por el alumno en situaciones cotidianas de su entorno.
- b) Utilizar métodos de enseñanza que hagan visibles las acciones para resolver un problema, proceso poco conocido desde el punto de vista del alumno.
- c) Diseñar diferentes tipos de materiales didácticos que guíen la selección, la organización, la gestión y el control de los diferentes procedimientos para resolver un problema.
- d) Crear espacios de discusión y de reflexión alrededor de este proceso como, por ejemplo, el trabajo en pequeños grupos o en parejas.

Desde la perspectiva y experiencia del autor de esta tesis, se puede señalar que algunas dificultades al trabajar en resolución de problemas en el contexto de la realidad chilena se tiene:

- La falta de formación del profesorado: en lo que se refiere a la metodología de resolución de problemas. La formación tradicional en las escuelas de pedagogía, tiende a separar la formación en matemática de la formación en educación, por lo que, no se logran estudiantes egresados en educación matemática. Además, esta metodología no es tratada en la formación inicial docente.
- Poca claridad y especificación en los planes y programas de estudio: si bien estos planes señalan, incluso en altos porcentajes –sobre el 50% de participación- donde diferentes contenidos hace uso de la resolución de problemas, como medio didáctico para su trabajo. Sin embargo, el solo mencionarlo, e incluso dando algunas sugerencias de trabajar determinados contenidos con recursos TIC, esta lejos de lo que un profesor de aula requiere y por otra parte, permite que dichos mensajes tengan múltiples interpretaciones.
- Complejidad de hacer uso de estrategias de resolución de problemas: con la presión existente sobre los profesores de trabajar una cantidad de contenidos durante un año, donde este solo tema –el “pasar la materia” ya tiene un nivel alto de dificultad, por lo que se limitan a hacer clases expositivas.
- Falta de desarrollo curricular existente en el país: –solo esporádico y con falta de continuidad en el tiempo-, lo que no ha permitido desarrollar materiales y recursos para apoyar al profesor, donde algunos hagan uso de la estrategia de resolución de problemas. Lo anterior, ha significado la imposibilidad de ir generando experiencias que permitan ser investigadas, mejoradas y modificadas en trabajos a mediano y largo plazo.
- Formación continua de los profesores en ejercicio: si bien los planes de estudio señalan que contenidos trabajar, entrega algunos ejemplos y se orientan con algunos recursos, además de existir cursos formación a distancia, en los cuales los docentes pueden participar en forma voluntaria, esto es insuficiente a la hora de que el profesor haga efectivo la implementación de la metodología de resolución de problemas en su sala de clases y mirar esto como estrategia país, en lo referido a la formación continua del docente.
- Condiciones de “borde” de nuestros establecimientos educacionales: referido a tiempos de profesores para prepararse y preparar sus clases; administración; organización; logística; gestión; recurso; existencia de redes de apoyo; etc. hacen complejo que el profesor desde su sala de clases realice determinados

cambios, por lo que sigue haciendo lo que mejor sabe hacer, que es el pararse frente a una sala de clases y hablar de determinados temas con menor o mayor capacidad pedagógica, sobre las interpretaciones que le ha dado a los contenidos tratados.

Una dificultad, que esta presente como tema transversal en educación, al menos en la realidad educacional de Chile, es la de la evaluación, siendo un problema real y complejo. Se requiere observar el avance individual de cada alumno, lo que se hace difícil en la práctica, ya que los profesores no saben como hacerlo y desconocen las estrategias e instrumentos que existen para estos fines. Para algunos autores, en el trabajo en resolución de problemas, no solo importan los resultados, incluso para algunos no es lo más importante, sino lo que importa es el proceso, en el método de resolver, lo que significa que los docentes tendrán que observar y evaluar también estos aspectos, para lo cual existen soluciones -instrumentos y recursos-, pero son desconocidas para la gran mayoría de los profesores (Gaulin, 2001; Martín et al. 2003; Pozo & Postigo, 1994).

Krulik y Rudnick (1989), con la finalidad de trabajar los procesos, proponen para cada fase una secuencia de procedimientos que el alumno puede realizar para resolver el problema. La siguiente figura, muestra la enseñanza de estrategias generales de resolución de problemas en el modelo de estos autores, adaptado por Pifarré (2004),

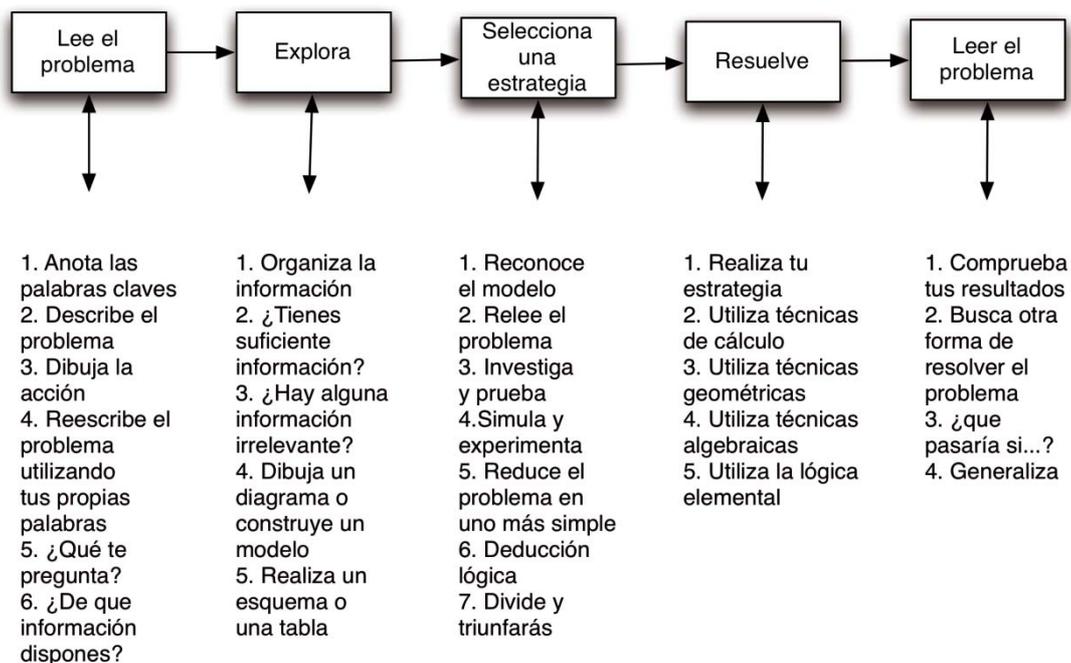


Figura 2.8: Enseñanza de estrategias generales de resolución de problemas en el modelo de Krulik y Rudnick (1989) apartado por Pifarré, 2004.

La siguiente tabla, desarrollada por Luceño (1999), presenta un proceso generalizado para la resolución de problemas, en el cual propone que a partir de las fases, etapas y heurísticas presentadas por Polya, se amplíe de manera de:

- Completar la teoría de fases, pues estas resultan ser demasiado generales para la mayoría de los alumnos.
- Intentar transitar de alumnos que son objeto de una enseñanza, pasando a estudiantes activos y reflexivos de su aprendizaje, describiendo acciones para el alumno y técnicas que pueda utilizar en cada fase.

Según Luceño, esto permite que se busquen estrategias didácticas para que el alumno se interiorice del procedimiento y no dar solo indicaciones a los docentes de cómo dirigir la instrucción de resolución de problemas.

Tabla 2.6: Procedimiento generalizado para la resolución de problemas Luceño (1999)

Fases	Acciones	Técnicas
1º ¿Qué dice el problema? ¿Lo ha comprendido? ¿Entiende el significado de las palabras de este problema? ¿Cuál es la pregunta?	Leo y releo detenidamente el enunciado del problema	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lectura global</li> <li>• Lectura analítica</li> <li>• Modelación (esquemas gráficos)</li> </ul>
2º ¿Puede decirlo de otra forma?	Reformulo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lectura analítica y reformulación (profunda o superficial)</li> </ul>

Capítulo II: Marco teórico

<p>3º ¿Cómo lo puede resolver?          ¿Tengo todos los datos necesarios para resolver este problema?          ¿Qué información necesito?          ¿Qué pasos/acciones debo realizar?          ¿Qué hago primero?          ¿Cómo debo calcular la solución?          ¿Con qué operación?          ¿Con qué operaciones tengo dificultades?</p>	<p>Busco la vía de solución (trazo un plan)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lectura analítica y reformulación</li> <li>• Modelación</li> <li>• Determinación de problemas auxiliares (subproblemas)</li> <li>• Tanteo inteligente (ensayo y error)</li> <li>• Analogía con problemas ya resueltos</li> <li>• Empiezo desde atrás</li> <li>• Resuelvo el problema con datos más sencillos</li> </ul>
	<p>Resuelvo (ejecuto el plan)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estimación</li> </ul>
<p>4º ¿Es correcto lo que hice?          ¿Para qué otra cosa me sirve?          ¿Se puede resolver de otra manera?          ¿Puedo comprobar si es correcto el resultado?</p>	<p>Hago consideraciones (Compruebo, analizo la solución y el procedimiento)          Repensar cada uno de los pasos y comprobar que no se ha fallado en ninguna de las operaciones</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprobación</li> </ul>
<p>5º ¿Puedo explicar lo que he hecho, cómo y por qué?</p>	<p>Explico con mis palabras lo que he hecho y anoto otras formas o vías de solución aportadas por los demás</p>	

Además, Luceño señala algunas dificultades en la implementación de las fases, la cual son productos del problema propiamente tal o del resolutor:

- En la 1ª y 2ª fase. El enunciado es confuso. Falta de comprensión lectora en general. Términos desconocidos en el enunciado. El contexto del problema no es familiar. No detecta datos ofrecidos de forma indirecta, que se deducen del enunciado. No distingue bien la pregunta o preguntas del problema. No distingue los datos conocidos.
- En la 3ª fase. Carencia de estrategias heurísticas. Falta de conocimiento matemático exigidos por el problema. Falta de interés. Carencia en el dominio en el cálculo. Falta de perseverancia.
- En la 4ª fase. Aplica irreflexivamente los algoritmos. No analiza el resultado. Apatía frente al resultado obtenido. Carencia de espíritu crítico. No anticipa de forma estimada los resultados.
- En la 5ª fase. Dificultades en la verbalización de los procesos seguidos. Carencia de lenguaje matemático apropiado. No tiene interés por conocer otras estrategias, resultados. Falta de orden y claridad en las anotaciones y cálculos realizados.

Otra dificultad en el uso de estrategias de resolución de problemas, se refieren al tipo de problemas utilizados, existiendo una distancia y desconexión entre los problemas tratados en la escuela y los que habitualmente se encuentran en la sociedad, lo que hace que los estudiantes vean como algo artificial su trabajo, poco motivador, poco contextualizado y situado entre otros aspectos (Lacasa & Herranz, 1995; Monereo, 2000; Pifarré & Sanuy, 2002).

Monereo (2000), citando a Resnick (1987), presenta los siguientes aspectos que muestran la diferencia existente entre los problemas encontrados en la escuela y los encontrados en la vida cotidiana:

- Las actividades propuestas en la escuela son, mayoritariamente de resolución individual, mientras que fuera del entorno se realizan en grupo.
- En la escuela se utilizan muchas actividades de "razonamiento puro", sin utilizar las herramientas o apoyos adecuados -computador, calculadora, libros, consulta a expertos, etc.-, a diferencia de lo que sucede fuera de la escuela.
- La escuela enfatiza un aprendizaje basado en una simbología abstracta y potencia un razonamiento independiente de los objetos y sucesos concretos, a diferencia de la sociedad donde las actividades se vinculan con los objetos y sucesos.
- En la escuela se tiende a ejercitar conocimientos y habilidades de amplia aplicación y fuera de la escuela se utilizan habilidades de situaciones más específicas.

Algunos autores hacen referencia a este punto, señalando que los problemas de la escuela suelen estar bien estructurados, los estudiantes saben que tipo de problemas están resolviendo, tienden a tener solución única, e incluso se acostumbra a tratar un contenido y al finalizar dicho tema, se realizan problemas donde los alumnos aplican las estrategias, procedimientos o algoritmos aprendidos previamente (Jonassen, 2000b; Martín et al., 2003; Shoenfeld, 1989).

Monereo (2000), llega aún más allá, especifica la diferencia y brecha existente entre la matemática requerida y la matemática trabajada en la escuela. De esta manera, pone en duda que las estrategias y aprendizajes alcanzados y trabajados en la escuela, sean de utilidad o pueden ser incluso un tropiezo en la construcción cognitiva individual.

### **2.3.6 Rol del profesor, del alumno y de su interacción en la resolución de problemas**

El actuar tanto del alumno, como del profesor, variará dependiendo de la(s) teoría(s) de aprendizaje a la cual se suscriba el profesor y/o la institución educacional, de los perfiles, identidad y sello que deseen entregar a los alumnos, de las características del alumno, de los contextos de aprendizaje, del entorno de aprendizaje y los objetivos educativos. A partir de este marco, a continuación se presentan alguno de los papeles a considerar por parte del profesor, de sus alumnos y de una interacción conjunta, pensando en la implementación de un trabajo basado en la resolución de problemas, ya sea en forma individual o grupal.

#### **2.3.6.1 Rol del profesor en la resolución de problemas**

El papel a desempeñar por el profesor es variado y de una complejidad alta. Se estima que una de las dificultades para que el enfoque de resolución de problemas sea implementado por un mayor número de docentes, es que requiere de profesor que maneje habilidades y conocimientos adicionales a la disciplina que imparte (Lacasa & Herranz, 1995; Santos 2008).

En el trabajo con una metodología de resolución de problemas, se espera del profesor:

- Generar estrategias con mayor interacción y participación del estudiante.
- Proponer problemas con mayor o menor nivel de complejidad y lo más real para el estudiante.
- Generar situaciones de aprendizaje más motivadoras para el estudiante e incentivar la colaboración entre éstos.
- Construir situaciones de aprendizaje que consideren el contexto y experiencias previas de la persona que resuelve.
- Presentar a sus alumnos, los elementos teóricos y prácticos de conocimientos y habilidades involucradas tanto del tema que se está tratando, como del trabajo en resolución de problemas y trabajo en grupo cuando corresponda. Se espera, que este conocimiento sea presentado en el momento que se requiera por parte del estudiante y, de ser necesario, en forma transversal al proceso.

- Actuar como un recurso y como un tutor. En trabajos colaborativos, en particular, se espera que actúe más como mediador, que como un director o responsable de entregar conocimiento.
- Ser flexible y tolerante sobre lo que ha de aprenderse y la forma de llevarlo a cabo.
- Apoyar en la formulación del plan de trabajo, búsqueda y definición de uso de los recursos e información.
- Formular preguntas que permitan al alumno, centrarse en los elementos relevantes del problema, los contenidos y el aprendizaje.
- Implementar procesos de formación cuando el estudiante lo requiera.
- Generar estrategias distintas de evaluación tanto del trabajo individual o grupal y en el proceso, como de los productos terminados o solución del problema.

Pifarré y Sanuy (2001), citando a Laster (1985), señalan que el profesor ha desempeñado tres funciones en la enseñanza de estrategias de resolución de problemas:

- Ha de facilitar el aprendizaje de estrategias, bien con su instrucción directa o bien con el diseño de los materiales didácticos adecuados.
- Ha de ser un modelo de pensamiento para sus alumnos.
- Ha de ser un monitor externo del proceso de aprendizaje de los alumnos.

Al referirse, a las tareas del profesor en la solución de problemas dentro de un contexto tecnológico, Martín et al. (2003), señalan los siguientes aspectos:

- Conocer los roles educativos y las habilidades necesarias para desempeñarlos adecuadamente.
- Ajustar los desafíos implicados en el problema -no muy fácil ni muy difícil-.
- Estimular el ejercicio de la metacognición.
- Facilitar el aprendizaje de sus alumnos formulando preguntas no directivas, desafiando adecuadamente sus capacidades, o señalando la necesidad de tener más información.
- Promover el pensamiento crítico.
- Estimular el aprendizaje individual y auto-dirigido de los alumnos.
- Coordinar la evaluación de los estudiantes.

- Crear un ambiente de aprendizaje basado en el computador utilizado, como instrumento cognitivo que permita desarrollar, estructurar, organizar y ampliar las habilidades mentales distribuidas entre todos sus miembros.
- Favorecer el funcionamiento eficiente de los grupos.

Miller (2000), en el marco de resolución de problemas en colaboración, define para el rol del docente orientaciones globales, en particular se refiere a que el educador debe:

- Actuar como recurso y como tutor
- Crear entornos de aprendizaje, que permitan a los alumnos trabajar en distintos grupos de pequeño tamaño, en cada uno de los cuales estén un periodo de tiempo prolongado.
- Formular preguntas, para centrar al alumno en los aspectos importantes del contenido y de sus propios procesos de aprendizaje.
- Proporcionar educación puntual, cuando la solicita el alumno.

Para Polya, una de las principales tareas del profesor es ayudar al alumno, para lo cual requiere tiempo, práctica, dedicación y buenos principios. El maestro debe ayudar al estudiante, pero no mucho ni demasiado poco, de manera que el estudiante asuma una parte razonable del trabajo. En caso de no haber progresos por parte del estudiante, el docente debe al menos mantenerle la ilusión del trabajo personal, de manera discreta, sin imponérsele, en forma natural, ponerse en el lugar del alumno, plantearle preguntas o sugerirle caminos. De esta manera y actuar del profesor, luego de desarrollar innumerables problemas y en forma reiterada usar la lista de preguntas relacionadas a su propuesta, para cada una de las cuatro fases en la solución del problema, pudiendo eventualmente cambiar el vocabulario o realizarla de diferentes formas, permitirá que el alumno se concentre y guíe en la búsqueda de la solución, desarrolle las operaciones intelectuales particularmente útiles para la solución del problema y por otra parte desarrolla las habilidades del alumno, para poder por si mismo desarrollar los problemas que enfrente posteriormente (Polya, 1979).

La NCTM (2000), señala que los docentes deben ser capaces de promover en sus estudiantes el conocimiento matemático, estrategias de resolución de problemas, una efectiva automotivación y una disposición efectiva a plantear y resolver problemas.

Para Santos, el profesor, relacionado con el proceso de instrucción matemática, requiere crear condiciones para generar un ambiente que refleje los valores propios de la práctica o actividad matemática (Santos, 2008). El mismo autor para referirse a cuales son estas condiciones, cita a Schoefeld (1992, p. 345), "...Para desarrollar los hábitos matemáticos apropiados y disposiciones de interpretación y encontrar sentido [a las ideas matemática] también como los modos apropiados de pensamiento matemático- las comunidades de práctica en la cual ellos [los estudiantes] aprenden matemáticas deben reflejar y promover esas formas de pensamiento. Es decir, los salones de clase deben ser comunidades en los cuales el sentido matemático, del tipo que esperamos desarrollen los estudiantes, se practique."

Desde el actuar del profesor, como se señaló anteriormente, se espera que este sea un ejemplo en actuaciones metacognitivas. Trabajar en conjunto con sus alumnos en la resolución de problemas, que haga explícito su actuar metacognitivo. Además, se requiere que discuta las ideas con todo el grupo curso, que considere las ideas de sus alumnos y los motive a pensar como resolverlos. Averiguar si entendieron la pregunta, el vocabulario, hacer prontas orientadoras y evaluar algunos métodos sugeridos por los estudiantes (Schoenfeld, 1992).

Miller (2000), hace referencia a las actividades involucradas en un proceso de resolución de problemas colaborativos, en las cuales participan tanto profesores como alumnos. Señala, que si bien tienen un orden predefinido para su implementación, en el trabajo puede existir un proceso iterativo entre estas. Desde el punto de vista de la actividad, la siguiente tabla presenta, el rol del docente en el y las actividades involucradas en el proceso de resolución de problemas:

Tabla 2.7: Rol del docente y actividades involucradas en un proceso de resolución de problemas, Miller (2000)

<b>Rol</b>	<b>Actividad</b>
Crear una buena disposición	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Visualizar globalmente el proceso de colaboración en la resolución del problema.</li> <li>- Desarrollar un marco real del problema o del proyecto para fijar las actividades educativas y de aprendizaje.</li> <li>- Proporcionar técnicas de instrucción y prácticas para el proceso en grupos.</li> </ul>
Construir y regular grupos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Construir grupos de trabajos pequeños y heterogéneos.</li> <li>- Estimular a los grupos a establecer orientaciones de actuación.</li> </ul>
Determinar una definición preliminar del problema	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Establecer una comprensión común del problema.</li> <li>- Identificar los aspectos y objetivos del problema.</li> <li>- Proponer soluciones preliminares o proyectar planes.</li> <li>- Seleccionar y desarrollar un diseño del plan inicial.</li> </ul>
Definir y asignar funciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar las funciones principales para llevar a cabo el plan.</li> <li>- Establecer la asignación de funciones.</li> </ul>
Implicarse en un proceso reiterativo de	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Depurar y desarrollar el plan de diseño.</li> <li>- Identificar y asignar tareas.</li> <li>- Obtener información, recursos y experiencia necesarios.</li> </ul>

colaboración para resolver el problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Colaborar con el educador para obtener recursos adicionales y técnicas necesarias.</li> <li>- Difundir la información, los recursos y la experiencia obtenida a los otros miembros del grupo.</li> <li>- Comprometerse en el trabajo de desarrollo o en la resolución del proyecto.</li> <li>- Informar con regularidad sobre las aportaciones individuales y sobre las actividades del grupo.</li> <li>- Participar en las colaboraciones y las evaluaciones entre grupos.</li> <li>- Realizar evaluaciones formativas de la solución o proyecto.</li> </ul>
Concluir la solución o proyecto	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Diseñar la versión final de la solución o proyecto.</li> <li>- Dirigir la evaluación o el examen práctico de la solución o del proyecto.</li> <li>- Revisar y completar la versión final de la solución o proyecto.</li> </ul>
Sintetizar y reflexionar	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar las ventajas del aprendizaje.</li> <li>- Interrogar sobre las experiencias y las sensaciones sobre el proceso.</li> <li>- Reflexionar sobre el proceso individual y el proceso de grupo.</li> </ul>
Evaluar resultados y procesos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Evaluar los productos y artefactos creados.</li> <li>- Evaluar el proceso utilizado.</li> </ul>
Proporcionar una conclusión	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Formalizar la conclusión del grupo mediante una actividad de clausura.</li> </ul>

### 2.3.6.2 Rol del alumno en la resolución de problemas

Claramente el papel del estudiante cambia en relación a las características de este, en procesos más tradicionales como lo son en el trabajo expositivo, donde el proceso se centra en el profesor, siendo el alumno un mero receptor de información. En este enfoque, el alumno toma un papel prioritario, debiendo asumir una responsabilidad e interés frente a su aprendizaje.

En este enfoque de trabajo, el alumno necesitará una preparación en relación a la forma de actuar, incluyendo los nuevos papeles, expectativas y responsabilidades que requerirán. Un elemento a considerar, es que cuanto más autónomo sea el alumno menos ayuda y estructuras proporcionadas por el educador necesitará (Miller, 2000; Polya 1979).

El papel que se espera del estudiante es:

- Lograr conocimientos, habilidades y competencias tanto del tema tratado, como aquellos propios del trabajo en resolución de problemas y del trabajo individual y/o colaborativo, según corresponda.
- Formar los grupos de trabajo, en caso que corresponda.
- Definir un plan de trabajo para solucionar el problema.
- Definir la participación de cada integrante, en caso de trabajarse en grupo
- Involucrarse activamente en la resolución del problema.
- Motivarse y mantener esta actitud durante la resolución del problema.
- Ser autodirigido y responsabilizarse de su propio aprendizaje.

- Definir las fuentes de información y recursos a utilizar.
- Recopilar información, distinguir aquella que es relevante de la que no lo es y procesarla según sus necesidades.
- Difundir la información, recursos, conocimientos y habilidades obtenidas, ya sea a los otros miembros de su grupo -en caso de trabajar en grupo- y al resto de estudiantes.
- Mantener un proceso continuo de autoevaluación y evaluar el trabajo de su grupo si corresponde.
- Desarrollar la solución del problema.
- Reflexionar sobre lo aprendido, los procesos de aprendizaje, lo realizado tanto por cada estudiante, como por los del resto del grupo -en caso de trabajo en grupo-, además de pensar sobre los recursos utilizados y en cómo los utilizaron.

De una manera interesante, Martín et al. (2003), señalan que no solo interesa que los alumnos adquieran conocimientos, sino que habilidades, actitudes y procesos en un contexto tecnológico. Para esto, el actuar o rol del alumno, queda definido en la propuesta de objetivos que estos autores hacen, respecto al aprendizaje basado en la solución de problemas:

- Familiarizarse con el modelo de solución de problemas, utilizando la tecnología como un instrumento cognitivo.
- Comprender el problema en todas sus dimensiones.
- Formular preguntas adecuadas para comprender el problema.
- Definir el problema con claridad y precisión.
- Planificar y conducir búsquedas de información.
- Seleccionar, organizar y elaborar la información descubierta.
- Formular hipótesis o planes estratégicos de solución.
- Evaluar las hipótesis de solución, seleccionando las más adecuadas con criterios científicos y éticos.
- Aplicar los planes estratégicos.
- Participar activa y responsablemente dentro del grupo.
- Desarrollar las habilidades necesarias para realizar un aprendizaje auto-regulado.

Miller (2000), en el marco de resolución de problemas en colaboración, define para el rol del alumno orientaciones globales, en particular se refiere a que el estudiante debe:

- Determinar cómo deben utilizarse los conocimientos adquiridos y los recursos para resolver el problema.
- Determinar y justificar el tiempo individual o de grupo para las actividades de los trabajos.

Según Schoenfeld (1985), se refiere a que logre las estrategias, recursos y una disposición en actividades relacionadas con el quehacer matemático.

Un aspecto que es deseable en el actuar del alumno, se refiere al que aprendan a pensar matemáticamente, donde Santos (2008) citando a Schoenfeld (1994, p. 60) respecto a este tema, señala que aprender a pensar matemáticamente significa "(a) desarrollar un punto de vista matemático –que valore el proceso de matematización y abstracción y tener la predilección de aplicarlos, y (b) desarrollar una competencia con las herramientas de trabajo, y usarlas en el servicio de la meta de aprender estructuras –desarrollo del sentido matemático".

Para Santos (2008), un elemento esencial es que los estudiantes busquen, representen y describan cambios o formas de variación (incluyendo invariantes) entre los objetos o atributos asociados al problema, que les permitan identificar patrones, conjeturas o relaciones. Para este mismo autor, los estudiantes deben construir, desarrollar, refinar o transformar sus formas de comprender la forma de resolver problemas, realizando consultas relevantes y respondiéndola con diferentes medios.

### **2.3.6.3 Rol de la interacción profesor – alumno en la resolución de problemas**

Si bien la estrategia de resolución de problemas, se centra en el alumno, es fundamental generar una estrategia de trabajo de colaboración entre el profesor y los alumnos. La participación del profesor, el nivel de sus orientaciones y la libertad de trabajo para los alumnos, variará en relación a la situación, capacidad de los alumnos para dirigir su propio aprendizaje y de los progresos observados.

Si bien cambian los énfasis y papeles a desempeñar por los profesores y alumnos, la estructura y clima de poder cambian significativamente. La responsabilidad del aprendizaje se desplaza a los alumnos, siendo el profesor quien facilita el

aprendizaje de los alumnos, más que tratar de tener un control sobre éste (Miller, 2000).

El papel que se espera del profesor y estudiante en conjunto, como proceso integrador es:

- Definir las actividades educativas y de aprendizaje.
- En caso de trabajarse en grupo, profesores y alumnos discute los criterios para la formación de dichos grupos.
- Definir los criterios y estrategias para trabajar ya sea individual o grupalmente.
- Identificar los objetivos del problema. Estos pueden ser entregados por el profesor y deseablemente negociados con los alumnos, de manera de involucrarlos en forma significativa en la solución del problema.
- Ayudar en la formulación del plan de trabajo, en la identificación de los recursos e información necesaria.
- Generar espacios de discusión y colaboración de manera que los alumnos puedan reflexionar y discutir sobre lo que hicieron, lo que aprendieron y como lo hicieron, tanto ellos y sus compañeros.
- Difundir entre los estudiantes los conocimientos adquiridos por los diferentes grupos y/o alumnos, además de la diferente información encontrada como recursos utilizados.
- Desarrollar discusiones, sea en forma individual o grupal, para lograr una comprensión común del problema.

Miller (2000), en el marco de resolución de problemas en colaboración, diferencia aquellas son desarrolladas por el educador y el alumno de aquellas definidas como interactivos. Los primeros, diseñados para ponerse en práctica de forma participativa, cuando el educador y los alumnos trabajan juntos. El segundo, proporcionan una orientación para las interacciones que se desarrollan durante el proceso de resolución de problemas cooperativos, proporcionando el contexto en que tienen lugar la enseñanza y el aprendizaje

Las desarrolladas por el educador y el alumno:

- Ayudar a determinar las cuestiones y el objetivo del aprendizaje.
- Dirigir reuniones para evaluar el progreso del grupo.
- Recopilar los recursos necesarios.

- Evaluar a los alumnos de múltiples maneras.
- Proporcional evaluaciones y calificaciones individuales y de grupo.

Los interactivos:

- Aprender y utilizar con soltura las técnicas sociales adecuadas y las actividades para realizar en grupo.
- Estimular las actividades en grupo.
- Fomentar la investigación, la interacción, la interpretación y la motivación intrínseca.
- Estimular la interacción simultánea, donde hayan múltiples participantes activos y comprometidos en el proceso de resolución de problemas, haciendo que cada miembro del grupo se haga responsable de una tarea fundamental del proceso de resolución y cuando se requiere trabajar en conjunto para lograr un propósito.
- Asegurar la participación equitativa, de manera que todos los alumnos tengan la oportunidad de contribuir.
- Fomentar la interdependencia positiva, donde cada alumno del grupo está correctamente vinculado con los demás, de manera que el individuo no pueda tener éxito si no lo tiene el grupo.
- Defender la interacción directa de promoción, en la que los alumnos fomentan entre ellos, apoyándose mutuamente en sus esfuerzos por aprender.
- Requerir un compromiso individual, donde los alumnos se responsabilicen de su parte del trabajo.

Cabe señalar que para diferentes autores, este último punto, es lo esperable frente a un enunciado de problema (Miller, 2000; Polya, 1979), para Jonassen, al considerar su concepto de problemas mal estructurados, no necesariamente existe y se requiere generar una única comprensión del problema (Jonassen 2000a).

### **2.3.7 Resolución de problemas en matemática**

González (2000), al citar a Piaget, señala que el conocimiento matemático es el resultado de un desarrollo interno del sujeto, fruto de un proceso individual de interiorización a partir de las acciones realizadas con los objetos, donde el individuo que accede a las operaciones formales, sería capaz de resolver cualquier tipo de problema, independiente de su contenido. En este marco, lo importante no es

enseñar los distintos contenidos matemáticos, sino la de ayudar a desarrollar operaciones cognitivas básicas (seriar, ordenar, compartir, clasificar, entre otros), donde los principios lógicos matemáticos puedan utilizarse para codificar todas las actividades.

El mismo autor al citar a Vygotski, se refiere a que el desarrollo cognitivo tiene su origen en la interacción social y de la incorporación de los signos del habla, donde el desarrollo cognitivo en el niño aparece dos veces, primero a nivel social y luego individual, pudiéndose esto aplicar a la memoria lógica y la formación de conceptos. Se propone un modelo dialéctico del desarrollo cognitivo, cuyos principales aspectos son:

- a) La aceptación de la experiencia de cambios cualitativos en el desarrollo.
- b) Una estructuración horizontal y vertical del desarrollo.
- c) La integración de los diversos niveles de desarrollo es paulatino.

Vygotski se refiere a la necesidad de analizar procesos y no objetos fijos, donde el método debe ser explicativo y no solo descriptivo, por lo que se deben buscar reacciones dinámicas entre los estímulos externos y las formas superiores de conducta, no centrándose solo en los productos del desarrollo, sino en los procesos por los que las formas superiores se han establecido.

En este marco se propone el concepto de actividad, la cual tiene tres rasgos fundamentales:

- a) Surge en un contexto social y en una actividad mediatizada.
- b) La actividad se analiza desde un enfoque genético y en un marco histórico socio-cultural.
- c) Esa actividad solo se comprende en relación con una meta.

Vygotski (1978, p. 24), citado por González, señala "el momento más significativo en el curso del desarrollo intelectual, que hace nacer formas puramente humanas de inteligencia práctica y abstracta tiene lugar cuando el lenguaje y la actividad práctica, dos líneas de desarrollo que puramente eran independientes, convergen".

El lenguaje, junto con facilitar el contacto social permite un control de la propia actividad, teniendo el contexto una relevancia vital, como factor de desarrollo y

cómo génesis del lenguaje, donde las actividades humanas son sociales y las relaciones sociales se constituyen en el elemento, a partir del cual se construye el pensamiento simbólico (González, 2000).

Así, es la actividad generada en un contexto culturalmente organizado, lo que genera el conocimiento. Desde este punto se hace necesario descubrir el conocimiento matemático en cualquier lugar, contextualizándolo a la vida diaria, de manera de abstraer las acciones con significado matemático, para su posterior formalización.

Según Onrubia, Cochera y Barberà, citando a Barberà y Gómez-Granell (1996), señala que el conocimiento matemático tiene características que le otorgan una especificidad, las cuales son:

- Es un conocimiento de un alto nivel de abstracción y generalidad.
- Es de naturaleza esencialmente deductiva, y no se valida mediante el contraste con fenómenos o datos de la realidad, si no a partir de demostraciones basadas en definiciones fundamentales o axiomas.
- Se apoya en un lenguaje formal específico muy diferente al lenguaje natural.
- Suprime intenciones, emociones, y es de naturaleza esencialmente teórica, impersonal y atemporal.

Se reconoce en la matemática una naturaleza dual, como sistema abstracto y autocontenido y como instrumento para la resolución de problemas prácticos de la vida real (Onrubia, Cochera & Barberà, 2001).

La naturaleza dual de la matemática, según Onrubia et al. (2001), va desde lo formal y lo puramente matemático, hasta la vinculación de la matemática con aspectos del mundo real, radicando efectivamente, al manejo de esta dualidad, la complejidad y el principal obstáculo en el logro del aprendizaje matemático.

Un aspecto importante en el aprendizaje matemático, es el conocimiento de los procedimientos de su construcción. Según Onrubia et al. (2001), en estrecha relación con este conocimiento procedimental -relacionado con el saber hacer-, está el conocimiento declarativo -relacionado con el saber decir-, el cual aporta elementos importantes y necesarios de reconocer para manejar aspectos

particulares, como lo es ejecutar procedimientos para identificar las características de un problema y sus condiciones internas.

Si bien, se señala que la matemática es abstracta y comúnmente descontextualizada, por medio de la resolución de problemas se hace más contextualizada, significativa y situada para los estudiantes.

Uno de los primeros elementos importantes de la resolución de problemas, respecto a la matemática, es que la primera ha permitido desplazar a la matemática desde un planteamiento axiomático centrado en la disciplina, frente a un planteamiento más científico basado en la resolución de problemas (Monereo, 2000).

Un aspecto a considerar, es la forma en que profesores y alumnos están acostumbrados a trabajar, los primeros entregando y siendo la principal fuente de conocimiento y quien realiza la mayor cantidad de acciones, donde los alumnos son fundamentalmente meros receptores, según Monereo (2000), se está acostumbrado a un compromiso didáctico del tipo unidireccional, donde las expectativas del alumno están controladas por el profesor. Para este autor, hay proceso rutinario donde el profesor propone y el alumno trata de responder rápidamente al profesor para satisfacerlo, comenzando de esta manera a surgir los ejercicios, en contraposición de problemas más heurísticos y reflexivos.

La enseñanza de las matemáticas mediante el uso de problemas abiertos, es uno de los métodos representativos de promover el logro de habilidades para resolver problemas en Japón. Por medio de este tipo de problemas, los estudiantes pueden desarrollar el pensamiento de orden superior, lo que implica que éstos puedan matematizar una situación problemática y trabajar con ella, requiriendo que movilicen sus conocimientos matemáticos y los reinterpreten para enfrentar la nueva situación, para luego aplicar la estrategia seleccionada (Becker & Shimada, 1997, p. 2-3, citado por Hito, 2007).

El estudio TIMSS de vídeo, identificó patrones de clases como guiones culturales para la enseñanza en Alemania, Japón y los EE.UU. (Stigler & Hiebert, 1999, citado por Hino, 2007). Se identificaron cinco actividades en el patrón de enseñanza de las clases de los japoneses:

a) La revisión de la clase anterior.

- b) La presentación del problema para la clase.
- c) Los estudiantes trabajan individualmente o en grupos.
- d) Los estudiantes discuten el métodos de solución.
- e) Los estudiantes destacan y resumen los principales puntos.

Hino (2007), distingue una característica de la estructura de clase japonesa, en comparación con los otros dos países, la cual fue, el que la presentación de un problema es construir las bases para que los estudiantes trabajen en el desarrollo de los procedimientos de solución. Por el contrario, en los EE.UU. y en Alemania, los estudiantes trabajan en problemas después de que el profesor demuestra cómo resolver el problema (EE.UU.) o después de que el maestro dirige a los estudiantes a desarrollar procedimientos para la solución del problema (Alemania).

Saber matemática, no solo significa saber teoremas o axiomas o realizar cálculos, si no también el poder razonar como se han llegado a ellos, en conjunto con la capacidad de crear y "hacer" matemática (Schoenfeld, 1989).

Un aspecto reconocido en la literatura, es el hecho de que los estudiantes en muchas oportunidades aprenden procedimientos en forma algorítmica, sin saber necesariamente en que contexto utilizarlo (Schoenfeld, 1992). Frente a este problema, es importante, como factor de apoyo al aprendizaje de la matemática, el que los alumnos manejen el conocimiento condicional, el cual permite a un estudiante saber cuando y cómo aplicar los procedimientos aprendidos.

De igual manera, Schoenfeld (1985), señala que además de trabajarse estrategias heurísticas de resolución de problemas, se requiere la enseñanza de estrategias más específicas relacionadas con los contenidos de los problemas.

El logro de competencias, habilidades y conocimientos matemáticos, requiere de diferentes criterio generales que apoyan la enseñanza de la matemática. Como un resumen de diferentes investigaciones Onrubia et al. (2001), presentan los principales criterios para la enseñanza de la matemática, a saber:

- Contextualizar el aprendizaje de la matemática en actividades auténticas y significativas para los alumnos.
- Orientar el aprendizaje de los alumnos hacia la comprensión y resolución de problemas.

- Vincular el lenguaje formal matemático con su significado referencial.
- Activar y emplear como punto de partida el conocimiento matemático previo, formal e informal de los alumnos.
- Avanzar de manera progresiva hacia niveles cada vez más altos de abstracción y generalización.
- Enseñar explícita y de manera informada estrategias y habilidades matemáticas de alto nivel.
- Secuenciar adecuadamente los contenidos matemáticos, asegurando la interrelación entre las distintas capacidades implicadas en la adquisición del conocimiento matemático.
- Apoyar sistemáticamente la enseñanza en la interacción y la cooperación entre alumnos.
- Ofrecer a los alumnos oportunidades suficientes de "hablar matemáticas" en el aula.
- Atender los aspectos afectivos y motivacionales implicados en el aprendizaje y dominio de las matemáticas.

Al explicar los distintos criterios, en particular el referido a orientar el aprendizaje de los alumnos hacia la comprensión y resolución de problemas, Onrubia et al., destaca la capacidad de trabajar en resolución de problemas, para contextualizar el conocimiento matemático, proporcionando instrumentos para promover el aprendizaje significativo y funcional de la matemática.

En este punto es interesante destacar, que es muy habitual que a los alumnos se les presentan problemas, poco significativos, desvinculados de la realidad, en particular de su vida cotidiana, trabajándose problemas que principalmente requieren la aplicación de un procedimiento previamente aprendido o un proceso algorítmico. Según Schoenfeld, un problema de enunciado verbal, luego que los alumnos descubren su mecánica, dejan de ser problemas (Schoenfeld, 1992). En este mismo marco, muchas veces los profesores presentan listas de ejercicios, pensando que se proponen problemas a resolver. Así, un problema puede ser para algunos un ejercicio y para otros un problema, dependiendo fundamentalmente de los conocimientos previos que posea el alumno.

Santos (2008), al citar a Artigue y Houdement (2007, p. 366) se refieren a que en Francia, las investigaciones dan una importancia a que el conocimiento emerge del proceso de resolver problemas matemáticos, donde el conocimiento matemático se

atribuye a funciones diferentes que están ligadas a tres categorías de situaciones: de acción, de comunicación y de validación, donde "el conocimiento matemático emerge de la resolución de tipos de tareas, del desarrollo asociado de las técnicas y del desarrollo de un discurso que explique y justifique las técnicas asociadas".

Por otra parte, para Barberà, al referirse a los parámetros presentes en la resolución de problemas matemáticos de enunciado verbal, distingue: la comprensión global de la situación problemática; la discriminación de los datos que son necesarios de los que no lo son; las relaciones escalares que se establecen entre datos numéricos; y la explicación verbal de la solución obtenida (Barberà, 1995).

Respecto a los criterios de selección de las actividades, Barberà propone desplazar la atención desde los contenidos hacia las habilidades, que se desarrollan en el trabajo de los contenidos específicos, permitiendo esto pensar en términos del desarrollo cognitivo de los alumnos, así como también, analizar las actividades matemáticas de aprendizaje y las de evaluación. Las habilidades propuestas son: recoger información; traducir, cambiando de código -verbal, numérico o gráfico-; inferir; transformar; inventar; aplicar; representar; anticipar; elegir; organizar; relacionar; memorizar; argumentar; evaluar; comprobar; y transferir (Barberà, 1995).

Wertheimer (1991), al referirse a sus investigaciones, señala que aunque hay alumnos que "dominan" los hechos y procedimientos relevantes para resolver determinados problemas -por ejemplo, la operatoria-, no comprendían de manera significativa y críticamente importante, las ideas subyacentes en los procedimientos, siendo el dominio de los procedimientos importantes, pero también era estéril. De esta manera, el poder que radica en el aprendizaje de la matemática, según Wertheimer, es la capacidad de usarla.

Schoenfeld (1989), al citar a Mathematical Sciences Education Borradaile (1988), respecto a que la enseñanza de la matemática debe centrarse en el desarrollo del poder matemático, desarrollando aptitudes para:

- Entender conceptos y métodos matemáticos.
- Discernir relaciones matemáticas.
- Razonar lógicamente.

- Aplicar conceptos, métodos y relaciones matemáticos para resolver una variedad de problemas no rutinarios.

Cabe señalar, que según Schoenfeld (1989), la resolución de problema solo cubre parte del "pensamiento matemático", siendo importante desarrollar habilidades metacognitivas y el desarrollo de un punto de vista matemático. De igual manera, dice que: los problemas proporcionan una oportunidad para repasar o consolidar importantes ideas matemáticas; los problemas no son tan inusuales, donde muchos ejercicios pueden transformarse en problemas planteados de la forma "Demuestre que", cambiándolos por "Un amigo mío dice que... ¿Tiene razón?"; los problemas pueden ser una introducción que permite ver la conexiones y lograr una comprensión de los conceptos matemáticos.

Desde las investigaciones cognitivas, Araya (2000), al citar a Poincaré, señala que éste imaginaba las ideas como átomos, que se ponen en movimiento e interaccionan cuando el sujeto intenta resolver un problema, luego "estos átomos se impactan lo que los hace entrar en re combinaciones". Posteriormente, señala Araya al citar a Hadamard (1945), "en esas re combinaciones, que son producto indirecto del trabajo consciente, yace la posibilidad de la inspiración aparentemente espontánea". Posteriormente Araya indica que, en cada instante se mantiene en memoria de largo plazo varias representaciones y por cada una de ellas varias estrategias para resolver un problema dado. Lo anterior, permite deducir que ante un mismo problema y en dos momentos diferentes, se puede seleccionar estrategias distintas, esta acción natural de los seres vivos, les da la capacidad de ensayar nuevas opciones y ajustarse a nuevos problemas no previstos anteriormente. De esta manera, se podrá observar que los estudiantes, no necesariamente usarán automáticamente las nuevas estrategias aprendidas, a pesar que estos admitan que son mejores que otras, por el contrario, habilitan estrategias antiguas e ineficientes siendo complejo lograr que las eliminen (Araya, 2000).

Shimizu (1995, 2005), citado por Hito (2007), estudió las dificultades de los alumnos en el uso de estrategias metacognitivas, señalando que los estudiantes tienden a aprender el tema como una regla sin entender las razones. Además, observó que era muy complejo modificar las estrategias ya aprendidas, a pesar de tener una actitud favorable hacia el aprendizaje de la matemática, muestran una

rigidez en su pensamiento, lo que demuestra su debilidad en el pensamiento metacognitivo.

Para Schoenfeld (1992), un elemento de importancia en la forma en que se caracteriza la matemática, se refiere a una ciencia de los patrones, los cuales ayudan a comprender el mundo que nos rodea, señalando que "hacer" matemática no es solo cálculos y deducciones, sino que se involucra la observación de patrones, la prueba de conjeturas y la estimación de resultados.

Santos (2008), al referirse a estos patrones señala que pueden ser numéricos, figuras o formas, de movimiento y en general patrones de comportamiento de relaciones. Estos pueden ser reales o imaginarios, visuales o mentales, dinámicos o estáticos, cualitativos o cuantitativos, de interés utilitario o de carácter recreativos.

Para finalizar esta sección, es interesante lo presentado por Guzmán, quien hace referencia a algunos testimonios que diferentes matemáticos realizan, respecto de cómo resolvieron problemas de dimensiones importantes, en la que tienen como factor común el hecho que luego de haber trabajado mucho en el tema, alguno de ellos por 15 años, en un determinado momento en que estaban realizando otras acciones, distintas al intentar resolver el problema, les aparecen en sus mentes, sugerencias o pistas que permiten encontrar las soluciones. Entre las que se relata, hay una experiencia de Gauss sobre un teorema de teoría de números, una de Hamilton y su hallazgo de los cuaternios y se hace referencia a los trabajos de Poincaré. En particular Poincaré, señala que el yo inconsciente juega un papel fundamental en la creación matemática, que esta no es solo aplicar reglas y elaborar el mayor número de combinaciones con unas leyes fijas, donde el creador escoge entre estas combinaciones, eliminando las inútiles, evitándose mucho trabajo. De esta manera señala que el yo inconsciente, no es inferior al yo consciente, teniendo capacidad de discernir y escoger. Termina cuestionando, si luego de llegar el yo inconsciente donde el consciente no logró llegar, ¿no será superior al yo consciente? (Guzmán 2001).



**CAPITULO III:**  
**EL MODELO INTERACTIVO PARA EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO**



### **3.1 INTRODUCCIÓN**

Uno de los pilares conceptuales de este trabajo, es el *modelo interactivo para el aprendizaje matemático*. Al ser este un referente fundamental, sobre el cual se basa el desarrollo de esta tesis, se ha considerado el presentar un capítulo que muestre el marco en el cual fue diseñado, desarrollado y puesto a prueba, junto con presentar los elementos fundamentales que la componen.

Sobre esta base de un modelo pedagógico para la enseñanza de la matemática, de profesores formados y trabajando con sus alumnos en el marco de este modelo, esta tesis se ha focalizado en el uso de algunos materiales que permiten el trabajo en resolución de problemas abiertos, usando la tecnología en salas de clases con estudiantes de segundo año de enseñanza media (grado 10).

El modelo fue desarrollado en el marco del proyecto FONDEF<sup>8</sup> D00I1073 “*Aprender matemática creando soluciones*” entre los años 2001 y 2004 (Oteiza, Araya & Miranda, 2004). El proyecto contó con el soporte financiero del gobierno de Chile, de la Universidad de Santiago y algunas empresas e instituciones privadas.

Para el desarrollo de este capítulo, se ha utilizado documentos y escritos, que no se encuentran en prensa tanto de los autores del modelo (Oteiza & Miranda), como del propio autor de esta tesis. En este se hace una descripción breve del modelo, sus ideas centrales, presentado: los cambios de énfasis y de roles deseados que se produzcan, como tendencia, en el tiempo con la implementación del modelo; los aspectos generales; lo que este modelo permite; características de la sala de clases; el tipo de guía utilizados; los materiales; y los recursos tecnológicos.

### **3.2 EL MODELO INTERATIVO PARA EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO**

#### **3.2.1 Descripción del modelo**

El *modelo interactivo para el aprendizaje matemático*, se entiende como una formulación teórica (ideal) acerca de los elementos básicos que constituyen una situación apropiada de enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático y de

---

<sup>8</sup> Fondo de fomento al desarrollo científico y tecnológico, la cual fue desarrollada para fortalecer y aprovechar las capacidades científicas y tecnológicas de las Universidades e institutos tecnológicos y otros institutos, para incrementar la competitividad de las empresas, y contribuir a mejorar la calidad de vida de la población.

la interrelación dinámica que existe entre dichos elementos. De acuerdo con Oteiza y Miranda (2004), en su aplicación práctica el modelo sirve como procedimiento para orientar las decisiones de quienes generan situaciones de enseñanza y aprendizaje de la matemática; de los docentes en su acción de facilitación de los aprendizajes y de quienes evalúen los aprendizajes alcanzados por los estudiantes. Consecuentemente, en su formulación se encuentran orientaciones y criterios para adoptar decisiones en relación con los diferentes momentos involucrados y, cuando corresponde, las orientaciones están referidas a los diferentes actores que participan en el proceso.

El núcleo del modelo es lograr que se desarrolle un proceso de “hacer conjeturas, poner las ideas a prueba, observar lo que sucede y aprender como seguir”. De esta manera y fuertemente apoyado en una visión constructiva y social del aprendizaje propuesta originalmente por Vigotsky (1978; 1986) en el año 1930 y ampliada y mejorada por numerosos autores, el modelo integra diferentes elementos como lo son: la formación docente, los libros, otros recursos de aprendizaje y la tecnología. En su expresión práctica en programas de enseñanza, se cuenta con material para el alumno (actividades, guías, proyectos, etc.), material del profesor (sugerencias pedagógicas para trabajar los materiales, los contenidos e integrar las tecnologías), material de referencia (tratamiento más formal de la matemática), materiales manipulativos concretos (fichas, dados, juegos, palos de madera, etc.), evaluaciones y recursos tecnológicos que siguen los principios de diseño teóricos sugeridos en el modelo (Miranda & Villarreal, 2010).

Su propósito, fue generar condiciones para lograr mejores resultados en el aprendizaje de la matemática en el nivel medio. En la búsqueda de esas condiciones, de cara a los resultados de la investigación y la experiencia, se propuso crear condiciones y mostrar formas de actuación en la situación de enseñanza, que difieren, significativamente, de las prácticas habitualmente observables en las salas de clases de un establecimiento educacional de enseñanza secundaria. En esa oportunidad, se buscó caracterizar, tanto la forma en que se seleccionan y crean esas situaciones, como la forma en que se las puede poner en práctica y evaluar los resultados de aprendizaje de los estudiantes.

Con el modelo desarrollado, se generaron situaciones de aprendizaje, las que fueron puestas a prueba con diversos estudiantes. A partir de las observaciones, el

modelo fue mejorado, por lo que sus autores señalan que es un modelo que nace y crece desde y en las salas de clases.

El modelo pretendió dar cuenta de un modo de pensar y de actuar en la facilitación del aprendizaje de la matemática en el nivel secundario. El calificativo de interactivo, se hace cargo de un aspecto central en la filosofía que orienta a sus autores: el aprendizaje lo realiza la persona que aprende en interacción con su medio. El foco, el centro está en una persona, en la persona que aprende. El resto, lo que hace el educador, lo que representan sus pares, lo que proveen los textos o los recursos para el aprendizaje, la comunidad a la que pertenece, su familia y en general, su entorno completo, será percibido y conceptualizado desde ese centro, desde ese foco. Lo que se puede lograr desde fuera de la persona que aprende, es la organización de las experiencias que ésta puede tener en la interacción con ese entorno: esa es la responsabilidad central de quienes organizan y realizan el acto educativo.

Al definir el modelo de aprendizaje, sus autores, pusieron especial atención a la referida organización de las experiencias: ¿Cómo se organiza el medio para facilitar las interacciones adecuadas o efectivas entre el que aprende y lo que se espera que aprenda? Las interacciones entre el estudiante y sus pares, sus educadores, el conocimiento, los medios de los que dispone para aprender, la comunidad a la que pertenece, su entorno familiar y social, son los elementos en los que se juega el acto de facilitación de los aprendizajes. Es en este espacio de relaciones que se da el proceso educativo completo, la formación de valores, la interrelación entre la matemática y otras áreas del conocimiento, la educación afectiva y de las emociones, en general, el conjunto de aprendizajes que definen el desarrollo de la persona.

La puesta en práctica del modelo supone un cambio importante en las prácticas de los docentes, constituyéndose el espacio pedagógico en un laboratorio para la demostración, el estudio y difusión, de la noción de integración curricular de las tecnologías de la información en el sector de aprendizaje matemática.

El núcleo del modelo interactivo para el aprendizaje matemático, es proporcionar a los docentes y alumnos de variados recursos, que sean de calidad, pensados y validados en salas de clases del sistema educativo chileno.

Estos recursos cumplen diferentes finalidades: desde la teoría permiten disponer para el alumno de diferentes y variados recursos que apoyen y diversifiquen las estrategias para lograr su aprendizaje, permiten centrar el proceso en el alumno, "sacando al profesor de la pizarra", de manera que sean los estudiantes quienes asumen un rol activo en su aprendizaje, haciendo, conjeturando, proponiendo, discutiendo, comprobando, ensayando, corrigiendo, solucionando y verificando; al profesor le proporciona recursos y soluciones diferentes para centrarse en el proceso de aprendizaje de sus alumnos, lanzar los temas, responder dudas individuales y grupales, formalizar los aprendizajes, incentivar la generación de discusiones, apoyando a sus alumnos a que "hablen y hagan matemática", centrarse en los avances individuales y grupales.

Las ideas centrales que caracterizan el modelo son: estar centrado en la actividad del alumno; estar basado en fundamentos teóricos y prácticos; entregar herramientas al profesor profesora y alumnos; trabajar aspectos multidimensionales del aprendizaje; considerar diversos momentos para el aprendizaje (exploración, generación de conjeturas, formalización y práctica); estar basado en el nuevo currículo de matemática chileno; usar tecnología de información y telecomunicaciones; incluir propuestas innovadoras de evaluación de aprendizajes que van más allá de las evaluaciones basadas en papel y lápiz, aunque éstas también son usadas.

Posteriormente, al desarrollo del proyecto FONDEF, el Centro de Educación y Tecnología, Red Enlaces, del Ministerio de Educación de Chile, ha apoyado su implementación hasta la fecha. A partir de esto, se desarrolló el proyecto Enlace Matemática ([www.comenius.usach.cl](http://www.comenius.usach.cl)), donde han participado 200 profesores y 21.000 alumnos, de primero a cuarto año de secundaria (grados 9 al 12), en cuatro de las quince regiones que tiene el país.

### **3.2.2 Ideas centrales que caracterizan el modelo**

En esta sección se entregan las principales ideas del modelo, organizada por aspectos generales, los cambios de énfasis y de roles deseados que se produzcan, como tendencia en el tiempo, con la implementación del modelo, lo que permite el modelo en relación al aprendizaje matemático, los cambios que produce en las salas de clases, la evaluación de aprendizajes en el marco del modelo y tipo de

guías utilizadas. Estos elementos, han sido adaptados del *Modelo interactivo para el aprendizaje matemático* (Oteiza, Araya & Miranda, 2004).

### 3.2.2.1 Aspectos generales

A continuación se presentan los principales elementos que considera el modelo interactivo:

- Está centrado en la actividad del alumno.
- Está basado en fundamentos teóricos y prácticos.
- Entrega herramientas al profesor, profesora y alumnos.
- Trabaja aspectos multidimensionales del aprendizaje.
- Considera diversos momentos para el aprendizaje: exploración, generación de conjeturas, formalización y práctica.
- Está basado en el nuevo currículo de matemática (responde al actual programa de estudio del Sector).
- Usa tecnología de información y telecomunicaciones.
- Incluye propuestas innovadoras de evaluación de aprendizajes.

### 3.2.2.2 Cambios de énfasis acerca del conocimiento matemático

La siguiente tabla, desarrollada por Oteiza y Miranda (2004), presenta los cambios de énfasis respecto a la matemática, que se espera sean alcanzados luego de la implementación y apropiación del modelo.

Tabla 3.1: Cambio de énfasis respecto a la matemática, en el marco del modelo interactivo

<b>Desde</b>	<b>Tender a:</b>
Aislado	Contextualizado temporal y espacialmente ubicado
Construido (acabado)	En construcción
Que se entrega	Que es buscado por el que aprende
Formalmente expresado	Expresado en las palabras del estudiante
Estable en el tiempo	Uno que cambia
Ajeno para el que aprende	Apropiable y con significado para el estudiante
Contenido en los textos	Contenido en la vida, la cultura y... también en los textos
Eminentemente intelectual, o que solo apela a la razón	Uno que se expresa en cuatro componentes: valoraciones, comprensiones, sentimientos y acciones
En el que existe una respuesta correcta	Uno abierto, que admite alternativas y que permite evaluar la calidad de una solución
Centrado en una disciplina	Uno que acepta tensiones desde campos diferentes

### 3.2.2.3 Rol protagónico del estudiante en el aprendizaje

La siguiente tabla desarrollada por Oteiza y Miranda (2004), presenta los cambios de énfasis respecto al rol del alumno, que se espera sean alcanzados luego de la implementación y apropiación del modelo por parte de los estudiantes.

Tabla 3.2: Cambio de énfasis respecto al rol del estudiante en el marco del modelo interactivo

Desde	Cambio de énfasis
Un alumno que entiende la lección	Un alumno que <b>produce</b> .
Un alumno que copia de la pizarra	Uno que <b>elabora</b> conocimiento.
Un alumno que escucha o atiende	Uno que <b>escucha, atiende y busca</b> información.
Un alumno que llega a la sala de clases o al liceo a esperar ordenes	Un joven que <b>planifica</b> su trabajo
Un alumno que hace tareas para un profesor	Uno que <b>trabaja en lo propio</b> .
Un alumno que entrega tareas o da pruebas	Uno que <b>informa acerca de avances</b> , logros, dificultades y resultados.
Un alumno que debe ser moldeado según patrones preestablecidos	Uno que <b>crece</b> de acuerdo con su naturaleza, en diálogo con otros, incluidos los adultos de la institución escolar y en conocimiento de patrones deseables.
Un alumno del que se esperan respuestas	Uno que <b>formula preguntas</b> y procedimientos para responderlas.
Un alumno que en las evaluaciones repite lo que le enseñaron	Uno que <b>informa acerca de sus logros</b> .
Un alumno que aprende de los libros	Uno que <b>interroga</b> a la naturaleza, la cultura (los libros, por ejemplo) y a la vida misma.
Un alumno que aprende contenidos	Uno que <b>aprende procesos, control</b> de procesos, <b>expresión</b> de procesos y... también contenidos.
Un alumno que posiblemente confía en su profesor	Uno que <b>construye confianza en sí mismo</b> , sobre una base objetiva de esfuerzo, resultados y exposición de su trabajo.

### 3.2.2.4 El rol del docente

La siguiente tabla desarrollada por Oteiza y Miranda (2004), presenta los cambios de énfasis respecto al rol del docente como adulto que media en el aprendizaje del estudiante, que se espera sean alcanzados luego de la implementación y apropiación del modelo.

Tabla 3.3: Cambio de énfasis respecto al rol del estudiante en el marco del modelo interactivo

Desde	Cambio de énfasis
Un docente que es un modelo de conocimiento	Uno que es un <b>modelo de complejidad</b> cognitiva y desarrollo personal
De un docente que hace clases	Un <b>jefe de proyectos</b>
De un docente que es una autoridad	Un <b>estudiante que va más adelante</b> .
De un docente que dice qué hacer	Uno que <b>formula preguntas</b>
De un docente que explica	Uno que <b>observa con interés</b> el trabajo de sus alumnos
De un docente que pide respuestas	Uno que <b>da apoyo y es recursos</b> para sus estudiantes
De un docente que dicta	
De un docente que premia o castiga	Uno que <b>propone alternativas</b>
De un profesor que responde correcto o incorrecto	Uno que <b>reconoce logros</b> , apoya en las dificultades, alienta la originalidad y estimula la capacidad crítica
Un docente que es un modelo de conocimiento	Uno que <b>estimula la metacognición, la comprensión de procesos de pensamiento, la aceptación de sentimientos</b> y apoya la capacidad para expresarse en esas áreas

### **3.2.2.5 Características del modelo interactivo para aprender matemática**

A continuación, se presentan los principales elementos que permiten lograr el modelo interactivo.

- Poner en práctica la reforma chilena en matemática en enseñanza secundaria.
- Que los estudiantes de enseñanza secundaria aprendan más, mejor y con gusto a la matemática.
- Que el profesor o profesora participe de una comunidad abierta a la innovación, investigación y renovación continua.
- Que el profesor aplique los materiales y recursos tal como están (o bien use su talento y creatividad para modificar, complementar o adaptar a situaciones en las que le corresponde actuar).

### **3.2.2.6 Características de la sala de clases**

A continuación, se presentan algunas de las características de lo que es y se espera sea la sala de clases en el marco del modelo interactivo.

- Se hacen más preguntas que declaraciones.
- La actitud de escuchar es frecuente.
- Predomina un trabajo sobre reglas de juego acordadas, más que a imponer la voluntad propia.
- Suele haber discusión acerca de las reglas de juego.
- Se busca la coherencia interna, la actuación en consecuencia con las reglas de juego pactadas.
- Interesante y hasta entretenida.
- Efectiva.
- Acorde con los postulados de una educación en la que el estudiante crea sus soluciones y el profesor elabora a partir de ellas.
- En una atmósfera de exploración y colaboración.
- Con base en la interacción entre el estudiante, el material escrito, el computador, Internet, compañeros y entorno.
- La evaluación del aprendizaje
- El potencial de aprendizaje (¿cuánto es capaz de aprender un alumno?)
- La capacidad para resolver problemas

- La capacidad para comunicar lo aprendido (es en la expresión de sus autores, pensamiento cuando la formalización se produce y se apela a la memoria profunda)
- El razonamiento realizado (¿cómo lo pensó?, ¿qué aspectos correctos tiene esa forma de pensar?)
- Los conceptos y procedimientos utilizados
- La actitud hacia la matemática

### 3.2.3 Los materiales

El material didáctico considera: **material para el profesor, material para el alumno, material de referencia, material concreto, y recursos tecnológicos** acordes con la propuesta pedagógica que propone el *modelo interactivo para el aprendizaje matemático* (como por ejemplo: software, applets, visualizaciones, presentaciones, juegos, material recortable, transparencias, etc.). En particular en el marco de esta tesis, es relevante el material del alumno, que se le entrega y sus características, ya que será con este recurso con el cual se implementará la experiencia.

El **material para el profesor** explica en forma detallada la propuesta pedagógica, cada una de las actividades de aula diseñadas y los énfasis y precauciones que debe considerar el profesor al ponerlas en práctica con sus estudiantes. Incluye, además, el material de evaluación, materiales de apoyo adicional y una descripción completa del **modelo interactivo para el aprendizaje matemático**.

El **material para el alumno** incluye las guías de trabajo para apoyar la exploración, comprensión y apropiación de los conceptos y conocimientos relevantes establecidos en el programa oficial de segundo año medio del Ministerio de Educación.

Las principales características de las guías de trabajo son:

- Permiten el trabajo individual o en pequeños grupos de alumnos.
- Están dirigidas e interpelan directamente a los alumnos, dejando claramente establecido lo que el estudiante debe hacer (por ejemplo, leer, analizar, escribir una conjetura, trazar una línea entre dos puntos, comparar dos cantidades, explicar por qué sucede algo, etc.) en un lenguaje claro y comprensible para su nivel de lenguaje y conocimiento.

- Disponen de un espacio específico y adecuado para que los estudiantes escriban sus respuestas, realicen los cálculos necesarios o hagan sus diagramas o dibujos requeridos por la actividad.
- Tienen una extensión apropiada para permitir el trabajo en clases, de modo que exista un inicio, un proceso y un cierre claro para cada una de ellas y que éste no se extienda más allá de tres clases por cada guía.
- Orientan e incentivan el trabajo independiente de los alumnos, ya sea en sus casas o en otros espacios del establecimiento.
- Trabajan con modelos matemáticos generales que le permitan al estudiante comprender situaciones y aplicar el conocimiento en diferentes contextos.

El **material de referencia**, es un material que contiene una presentación de los contenidos matemáticos propiamente tal.

El **material concreto**, corresponde diferentes recursos manipulativos, que apoyan el trabajo de distintos contenidos. Este se compone de fichas, transparencias para proyectar, palos de madera, dados, ruletas, "juego de los factores" (material de cuadrados y rectángulos que ayuda a trabajar el contenido de factorización, entre otros).

El **material de evaluación para los alumnos**, que hace entrega de distintos instrumentos de evaluaciones para diagnosticar y medir los avances de los estudiantes.

Los **recursos tecnológicos**, son applets, software (Geogebra, Poly, Graphmatic, etc.), calculadora (de acceso por internet a Wiris), templates y otros dispositivos digitales para apoyar el uso de la tecnología informática en forma pertinente y adecuada a las actividades de aprendizaje diseñadas. Este está intencionado desde algunas guías que solo funcionan con tecnología o son propuestas al docente en el material del profesor, donde se describe cómo y cuándo utilizarla.

### **3.2.3.1 Tipos de guías utilizadas en el modelo**

En el marco del modelo interactivo, se hace uso de un material para el alumno, que principalmente se compone de guías de actividades. A continuación se presenta el tipo de guías incluidas en este texto.

- **Guías de exploración:** Introducción de temas, generación de conjeturas, trabajo exploratorio de ideas matemáticas
- **Guías de formalización:** Cierre de actividades, formalización matemática, conocimiento institucionalizado
- **Guías de ejercitación (trabajo de la técnica):** Resolución de ejercicios para afianzar técnicas y conocimientos adquiridos
- **Guías de proyectos:** Proyectos de investigación en dónde los estudiantes deben aplicar el conocimiento adquirido y generar conclusiones acerca de situaciones y preguntas relevantes
- **Guías de resolución de problemas:** Problemas desafiantes, a veces abiertos, que implican una aplicación del conocimiento adquirido por los estudiantes

### 3.2.3.2 Los recursos tecnológicos

Los recursos tecnológicos utilizados por el modelo, son intencionados desde el currículo. En el material del profesor, se entregan sugerencias de recursos a utilizar y el sentido de su uso. En otras oportunidades las guías están desarrolladas para poder ser trabajadas solo con tecnología. Un aspecto fundamental en la inserción de estos recursos, ha sido que los profesores manejen la tecnología y se apropien de esta. Los recursos utilizados son:

- **Recursos digitales interactivos:** Presentaciones, plantillas (templates), simulaciones, visualizaciones, hojas de trabajo interactivas (planillas electrónicas)
- **Software (freeware y shareware):** Programas interactivos apropiados para los temas considerados en el currículo (Geogebra, Funciones para Windows, Excel, PowerPoint)
- **Applet y sitios de Internet:** Applets y sitios de Internet especialmente seleccionados para las actividades propuestas en el modelo (Calculadora Wiris, Algebra 2D, Geometría, Probabilidades, Pendiente de la recta)

## 3.3 PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

La educación chilena, en su gran mayoría y en particular la que recibe financiamiento estatal (un 93% del total de la matrícula de estudiantes del país), se rige por el programa del Ministerio de Educación de Chile. En este marco y en relación a la unidad trabajada en la tesis de investigación, las orientaciones oficiales del programa de Segundo Año medio, para la unidad 3 llamada "Las fracciones en

lenguaje algebraico”, es una continuación de las unidades relativas a lenguaje algebraico de Primer Año Medio, de manera que se focalice el aprendizaje relacionando la aritmética y el álgebra, en particular las fracciones, además de enfatizar el concepto de potencia con exponente entero y la operatoria con expresiones fraccionarias. También, se sugiere orientar a los estudiantes a verbalizar el significado de las operaciones y relacionarla con la aritmética (MINEDUC, 1999).

En particular, en el programa de estudio se señala “El desarrollo de esta unidad se orienta no solo al aprendizaje de un conjunto de procedimientos de operatoria sino que, fundamentalmente, para que las alumnas y alumnos valoren el lenguaje algebraico como una herramienta generalizadora y continúen sus procesos personales de desarrollo del pensamiento matemático, las utilicen para modelar situaciones y recurran a ellas para resolver problemas.” (MINEDUC, 1999, p. 58).

Por otra parte en los Objetivos Fundamentales y Cometidos Mínimos Obligatorios del Ministerio de Educación de Chile, al referirse al sector de matemática, señala que “Su aprendizaje permite enriquecer la comprensión de la realidad, facilita la selección de estrategias para resolver problemas y contribuye al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo. Más específicamente, aprender matemática proporciona herramientas conceptuales para analizar la información cuantitativa presente en las noticias, opiniones, publicidad, aportando al desarrollo de las capacidades de comunicación, razonamiento y abstracción e impulsando el desarrollo del pensamiento intuitivo y la reflexión lógica.” (MINEDUC, 2005, p. 81).

Los contenidos del sector de matemática se organizan en torno a tres ejes temáticos: Álgebra y Funciones, Geometría y Estadística y Probabilidad. Además, El aprendizaje de la matemática está asociado específicamente, al desarrollo de un conjunto de habilidades referidas a: Procedimientos estandarizables; Resolución de problemas; y Estructuración y generalización de los conceptos matemáticos. En particular al referirse a Resolución de problemas señala “incluye el desarrollo de habilidades tales como identificación de la incógnita y estimación de su orden de magnitud, búsqueda y comparación de caminos de solución, análisis de los datos y de las soluciones, anticipación y estimación de resultados, sistematización del ensayo y error, aplicación y ajuste de modelos, y formulación de conjeturas.” (MINEDUC, 2005, p. 82-83).

Los contenidos considerados para la unidad son:

- a) Expresiones algebraicas fraccionarias simples (con binomios o productos notables en el numerador y en el denominador). Simplificación, multiplicación y adición de expresiones fraccionarias simples.
- b) Relación entre la operatoria con fracciones y la operatoria con expresiones fraccionarias.
- c) Resolución de desafíos y problemas no rutinarios que involucren sustitución de variables por dígitos y/o números.
- d) Potencias con exponente entero. Multiplicación y división de potencias. Uso e interpretación de paréntesis.

En relación con los aprendizajes esperados se señala que los alumnos y alumnas:

1. Expresan en forma algebraica categorías de números enteros y fraccionarios valorando el nivel de generalización que permite el lenguaje algebraico y su poder de síntesis.
2. Explican y expresan algebraicamente relaciones cuantitativas incluidas en problemas y desafíos. Resuelven esos problemas y analizan las soluciones.
3. Aplican sus conocimientos sobre expresiones fraccionarias para el análisis y la resolución de problemas, en especial del ámbito de las ciencias naturales, valorando el aporte generalizador del álgebra.
4. Analizan fórmulas e interpretan las variaciones que se producen por cambios en las variables.
5. Utilizan procedimientos convencionales para el cálculo de multiplicación y división de potencias con exponentes enteros.

El Ministerio de Educación, sugiere en el programa de estudio, que el tiempo estimado para trabajar esta unidad y para que los estudiantes alcancen los aprendizajes esperados es de 30 a 35 horas. En Chile se hablan de horas pedagógicas, equivalentes a 45 minutos, por lo que en la práctica tienen entre 22 horas y medias 26 horas y cuarto (cronológica). Esto se cubren un el plazo de 8 semanas o dos meses aproximadamente.

### 3.4 RECURSOS UTILIZADOS EN LA INVESTIGACIÓN

En este espacio se describirá el material utilizado con los alumnos, tanto el referido a guías de actividades, en el marco del modelo interactivo, en las cuales se proponen problemas abiertos y recursos TIC del tipo applet.

El material utilizado en las salas observadas, es similar utilizado en la investigación del DEA, sin embargo, para la investigación de la tesis doctoral y luego de la experiencia de su primera aplicación, se hicieron algunas modificaciones. Corresponde al material del modelo interactivo de la unidad de álgebra “El poder generalizador de los símbolos”. En particular fueron utilizadas las siguientes guías:

Tabla 3.4: Guías utilizadas como recurso para el alumno en el trabajo de resolución de problemas



#### Guía 1

Ingeniería y medio ambiente: Gestión y manejo de residuos sólidos domiciliarios.

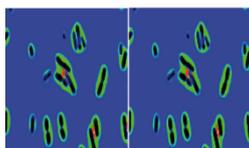
Ver Anexo 1 “Guía 1: Ingeniería y medio ambiente Gestión y manejo de residuos sólidos domiciliarios.”.



#### Guía 2

Acústica y arquitectura: Diseño de espacios acústicos apropiados.

Ver Anexo 2 “Guía 2: Acústica arquitectónica Diseño de espacios acústicamente apropiados.”.



#### Guía 3

Guía de la Célula: Buscando un modelo matemático para la reproducción de bacterias.

Ver Anexo 3 “Guía de las células Buscando un modelo matemático para la reproducción de bacterias.”.

A continuación, se presenta una descripción de cada uno de los materiales utilizados, señalando: aspectos generales; descripción del problema; aspectos matemáticos; metodología utilizada y recursos; indicaciones al profesor; dificultades observadas al material

### **3.4.1 Guía 1: Ingeniería y Medioambiente: Gestión y manejo de residuos sólidos domiciliarios**

#### **3.4.1.1 Aspectos generales**

Se presenta un problema relacionado con gestión y medio ambiente, puntualmente sobre el manejo de residuos sólidos domiciliarios. El problema se centra en determinar el número de camiones necesarios para recolectar la basura que produce la mitad de la población de una comuna de la región metropolitana, considerando un modelo matemático que se le entrega, el cual ayuda a responder dicha pregunta y que involucra 16 variables.

En esta guía se propone un problema el cual intenciona un trabajo algebraico del alumno en el nivel de segundo año medio (grado 10).

El contenido trabajado es de expresiones algebraicas fraccionarias simples, relación entre la operatoria con fracciones y la operatoria con expresiones fraccionarias, resolución de desafíos y problemas no rutinarios que involucren sustitución de variables por dígitos y/o números.

Como estrategia metodológica se utiliza un problema abierto, haciendo uso de una guía, que por medio de diferentes actividades orienta al alumno en la solución del problema.

Para apoyar la solución, se le entregan tres applet, que sobre la base de los modelos involucrados, facilita la manipulación de las variables involucradas, siendo una ayuda en la solución del problema.

#### **3.4.1.2 Descripción del problema**

En esta guía se propone un problema el cual intenciona un trabajo algebraico del alumno en el nivel de segundo año medio (grado 10). Se le propone interactuar con un modelo matemático, dado por la actividad, que busca determinar el número de camiones necesarios para realizar el recorrido de la recolección de residuos sólidos desde una comuna al vertedero o estación de transferencia que le corresponde. Esto se conoce como el **Diseño Básico de Cuadrilla**. La fórmula central del modelo algebraico, que determina el número de camiones necesarios para transportar la basura, utiliza la producción de basura, el número de viajes requeridos al vertedero y la capacidad de transporte de dichos camiones.

La guía se compone de tres partes:

1. En la primera (págs. 1 a 6), se le pide al alumno hacer el **Diseño Básico de Cuadrilla** para la Municipalidad de Ñuñoa.
2. En la segunda parte (págs. 7 a 10), básicamente se propone al alumno el mismo tipo de cálculo que el realizado en la primera parte. Esta vez, se le solicita resolver un nuevo problema, de manera que haga un Diseño Básico de Cuadrilla a una municipalidad ficticia llamada Liliput. Los datos de esta municipalidad entregados en la guía son también ficticios.
3. En la tercera parte (pág. 11), se pide un uso intensivo de los applet propuestos para esta actividad. En esta parte se integran dos actividades, las agrupadas desde la a) a la c) y la actividad d) que es más compleja que las anteriores.

La actividad a). pide determinar el número de camiones si la producción de basura per-cápita aumenta a 1,93, lo que reviste un cálculo directo y se puede realizar fácilmente con el applet Diseño Básico de Cuadrilla.

En las actividades b) y c) se pide hacer cálculos dejando fija la cantidad de camiones. En la b) el alumno debe tomar decisiones de qué variables deberá modificar, para mantener la recolección de basura si el tiempo total baja de ocho a seis horas y se dispone de solo ocho camiones, es decir, el alumno deberá modificar valores de otras variables para mantener la cantidad de ocho camiones.

En la actividad c) el escenario propuesto apunta a que la producción de basura per cápita aumenta a 1,02, decidiéndose en la municipalidad renovar la flota de camiones, pero no adquirir nuevos. Entonces, si la flota debe seguir siendo de ocho camiones, se debe determinar el tonelaje de los nuevos camiones que permitan atender este aumento de basura per-cápita.

Para estas tres actividades, se pide al alumno crear un informe basado en la plantilla ubicada en el anexo 2 incluida en la guía. Este informe se compone de las siguientes partes:

- Breve descripción del problema.

- Consideraciones hechas para la respuesta que propone
- Resultados y conclusiones

Como se anticipó, la actividad d) es más compleja que las tres anteriores. En ella se pide al alumno crear un enunciado (formular un nuevo problema), que pida determinar el Diseño Básico de Cuadrilla, o sea que pida calcular el número de camiones de basura, pero para otra municipalidad (distinta a las ya trabajadas).

La información necesaria (los datos que proporcionará el enunciado) para hacer el Diseño Básico de Cuadrilla, se deben basar en un municipio de los que aparecen en la tabla del anexo 1, que incluida en la guía, muestra distintas comunas de la región de Valparaíso para el vertedero Los Molles.

La idea es que el alumno escoja un municipio (San Felipe, Quillota, Limache Valparaíso, Viña del Mar, etc.) y utilice los datos que entrega la tabla. Como el modelo algebraico utiliza más datos de los que vienen en la tabla, el alumno deberá crear los datos faltantes pero con criterio, es decir, deberá ser capaz de dar razones de sus elecciones de los valores necesarios para hacer el Diseño Básico de Cuadrilla.

Para este trabajo, el alumno deberá utilizar el applet Diseño Básico de Cuadrilla, donde podrá explorar los datos necesarios, que permitan plantear el problema formulado por él de forma precisa. El enunciado que el alumno haya creado, deberá escribirlo en el espacio destinado para ello al final de la página 11.

#### **3.4.1.3 Aspectos matemáticos**

El **Diseño Básico de Cuadrilla**, es un modelo matemático que permite abordar el problema de determinar, el número de camiones ( $Nc$ ) necesarios para recolectar los residuos domiciliarios de la manera más eficiente posible, es decir, minimizando los costos y maximizando la recolección. Este modelo se basa en fórmulas que fueron determinadas por matemáticos, usando procedimientos que escapan a los fines de esta guía.

Los aprendizajes esperados por parte de los alumnos son:

- Aplican sus conocimientos sobre expresiones fraccionarias para el análisis y la resolución de problemas, valorando el aporte generalizador del álgebra.
- Analizan fórmulas e interpretan las variaciones que se producen por cambios en las variables.

Las fórmulas que permiten hacer el Diseño Básico de Cuadrilla o determinar el número de camiones necesarios ( $N_c$ ) para la recolección son:

1. La fórmula principal de este modelo, es la que se utiliza para determinar el número de camiones necesarios para transportar la basura. Para obtener este valor, se necesita conocer la producción de basura ( $Pr$ ), el número de viajes ( $N_v$ ) y la capacidad de transporte de los camiones ( $Ca$ ).

$$N_c = \frac{Pr}{N_v \cdot Ca}$$

Las formas de obtener los valores de producción de basura ( $Pr$ ) y el número de viajes ( $N_v$ ) se explican a continuación. La capacidad de transporte de los camiones ( $Ca$ ), es el número de toneladas que un camión es capaz de cargar y es un valor arbitrario.

2. Fórmula para la **producción de basura**. Para obtener este valor, se necesita conocer la producción per capita ( $PPC$ ), los días críticos de acumulación ( $D_c$ ) y el número de habitantes ( $N_h$ ).

$$Pr = \frac{PPC}{1000} \cdot D_c \cdot N_h$$

3. Fórmula para determinar el **número de viajes** necesarios en el transporte de la basura. Para obtener este valor, se necesita conocer el tiempo disponible ( $T_t$ ), el rendimiento de recolección ( $R$ ), la capacidad de los camiones ( $Ca$ ), la distancia de disposición final ( $D$ ), las velocidades de ida y vuelta ( $V_1$  y  $V_2$ ), el tiempo de disposición ( $T_d$ ) y los tiempos extras dentro del recorrido ( $T_e$ ).

$$N_v = \frac{60 \cdot T_t}{\frac{R \cdot Ca}{N_p} + \frac{60 \cdot D}{V_1} + \frac{60 \cdot D}{V_2} + T_d + T_e}$$

Nótese que el valor de  $Ca$  se utiliza en el cálculo de  $Nc$  también.

#### **3.4.1.4 Metodología utilizada y recursos**

El propósito de esta actividad es que los alumnos se enfrenten a problemas del tipo abiertos, contextualizados en situaciones reales y vinculado con otras áreas de conocimiento tales como la Ingeniería y medio ambiente. La idea es que puedan resolverlos en equipo, utilizando variadas estrategias. En este, distintos grupos llegarán a distintos resultados. Esta situación es la que dará dinamismo al trabajo, generando espacios para la discusión (característica del ensayo y error) y es una característica de los problemas abiertos. Lo fundamental es que los alumnos sean capaces de explicar claramente, cómo abordaron el problema y cuáles fueron los supuestos utilizados.

Los grupos trabajan apoyados por las indicaciones del profesor. Una vez resuelto el problema por todos los grupos, se hace una puesta en común y una discusión con los resultados obtenidos. Se sugiere, elegir al azar a los grupos que presenten sus resultados al resto del curso.

En particular, se hace un intenso uso de applet, los que permiten una fácil manipulación por parte de docentes y alumnos, además, de hacer explícita la matemática que se trabaje. En algunas aplicaciones, se induce a que por medio de estos recursos el alumno, para resolver determinados problemas del tipo abiertos, tenga que tomar decisiones frente a valores o situaciones que son consideradas en la aplicación. De esta manera, un aspecto que al alumno le es difícil de desarrollar, en forma explícita, se le enfrenta de manera que pueda analizar los resultados dependiendo de la decisión tomada, para posteriormente, participar en una discusión que se genere con su grupo curso.

Para esta guía, se crearon tres applets. El principal, es el Diseño de cuadrilla que contiene las tres fórmulas descritas más arriba en una sola pantalla. Los otros dos son precisamente las fórmulas para la producción de basura ( $Pr$ ) y el número de viajes ( $Nv$ ) respectivamente, descritas en los puntos 2 y 3 anteriores.

a. Applet Diseño de cuadrilla ( $Nc$ ,  $Pr$  y  $Nv$ )

El aspecto del applet se muestra en la siguiente figura:

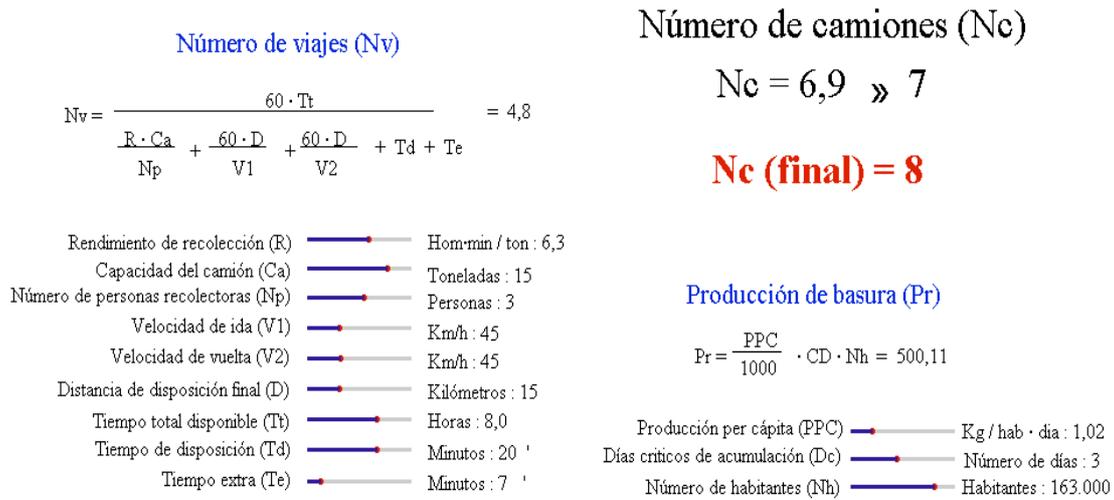


Figura 3.1: Applet diseño de cuadrilla

En el se incluyen los dos siguientes: el de la producción de basura y el número de viajes.

Se puede apreciar claramente las zonas en que aparecen las fórmulas para el número de viajes ( $Nv$ ) y para la producción de basura ( $Pr$ ). Si bien, no aparece la fórmula para el cálculo del número de camiones,

$$Nc = \frac{Pr}{Nv \cdot Ca}$$

Este cálculo se realiza internamente y sus resultados aparecen así en el applet:

**Número de camiones (Nc)**

$$Nc = 6,9 \gg 7$$

**Nc (final) = 8**

El resultado del cálculo del número de camiones, en base a los valores de las variables que involucra es 6,9 y se aproxima a 7, en este ejemplo. Según las condiciones del problema, para una mayor eficiencia y prevenir estar alerta a imprevistos, al cálculo del número de camiones que se obtiene, se le suma siempre un camión más, entonces el número final de camiones es  $Nc + 1 = 7 + 1 = 8$ , que es el valor final de  $Nc$ .

b. Applet producción de basura (*Pr*)

El aspecto del applet se muestra en la siguiente figura:

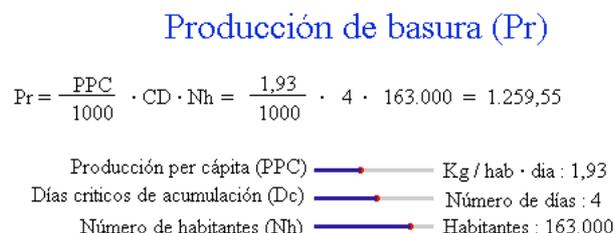


Figura 3.2: Applet producción de basura

En el se puede ver que la fórmula para obtener la producción de basura, viene dada por la expresión algebraica:

$$Pr = \frac{PPC}{1000} \cdot Dc \cdot Nh$$

El applet dispone de controles (barras horizontales controladas por un punto rojo), para establecer valores de las variables involucradas: producción per capita (*PPC*), los días críticos de acumulación (*Dc*) y el número de habitantes (*Nh*).

c. Applet número de viajes (*Nv*)

El aspecto del applet se muestra en la siguiente figura:

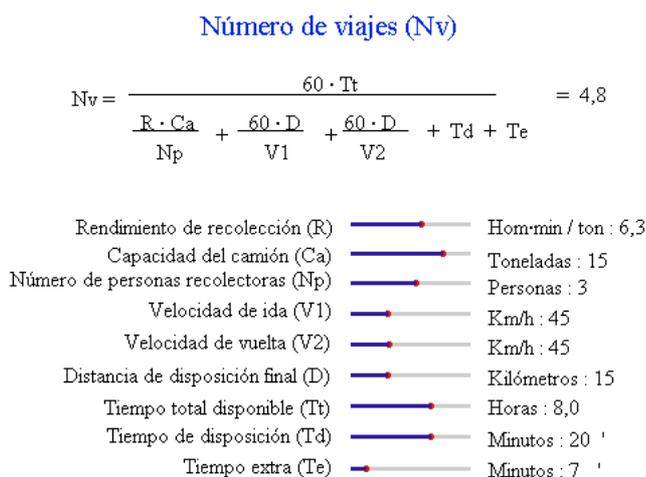


Figura 3.3: Applet número de viajes

En el se puede ver que la fórmula para obtener la producción de basura, viene dada por la expresión algebraica:

$$Nv = \frac{60 \cdot Tt}{\frac{R \cdot Ca}{Np} + \frac{60 \cdot D}{V_1} + \frac{60 \cdot D}{V_2} + Td + Te}$$

El applet también dispone de controles que permiten establecer valores a las variables involucradas: tiempo disponible ( $Tt$ ), el rendimiento de recolección ( $R$ ), la capacidad de los camiones ( $Ca$ ), la distancia de disposición final ( $D$ ), las velocidades de ida y vuelta ( $V_1$  y  $V_2$ ), el tiempo de disposición ( $Td$ ) y los tiempos extras dentro del recorrido ( $Te$ ).

### 3.4.1.5 Aspectos positivos y negativos observados

El material usa una estrategia que es práctica, para el tipo de alumnos promedio del sistema educacional chileno, permitiendo operacionalizar una estrategia metodológica como lo es resolución de problemas y que los alumnos, puedan en un par de sesiones, entre 1,5 a 3 horas, desarrollar este tipo de problemas.

Aspectos positivos:

- En la primera investigación, en el marco del DEA, en que se utilizó este material, se hizo uso del recurso Excel como base al apoyo del trabajo de los estudiantes. Se observó que si bien, la realización de los cálculos es un aspecto interesante, necesario y central en la búsqueda de solución del problema, también lo es la posibilidad de generar modelos, que permiten darle un valor agregado al trabajo y aprendizaje de los alumnos, lo cual queda en un segundo plano, incluso si los alumnos hacen estimaciones –mentales-, pueden encontrar aproximaciones a los resultados, aspecto que no es negativo, pero si no generan modelos, utilizando la planilla Excel, se limita el potencial cognitivo del alumno al cálculo y estimaciones. Por el contrario, el modelo permite alcanzar habilidades y conocimientos de orden superior, pudiendo desarrollar una generalización del problema, utilizar el concepto de variable, modificando valores para ver que el problema tiene distintas soluciones, etc. En este marco, los modelos matemáticos quedan “ocultos” a los alumnos, siendo complejo observar y modificar el conjunto de variables involucradas. De esta manera, al desarrollarse una nueva solución basada en un conjunto de applet, que en una sola pantalla hacen visible el modelo matemático involucrado, las varía y la

posibilidad de manipularlo permite que los alumnos observen que sucede al modificar una u otra variable, entrega retroalimentación inmediata, junto con poder analizar múltiples soluciones y dedicar más tiempo a analizar el problema.

- Un error inicial del recurso digital applet, correspondiente a que no permitía dejar el valor de un par de variables exactas según las condiciones del problema, enfrentó a los alumnos a una dificultad de estar obligados a tomar una decisión. Se destaca además, que en el marco del problema presentado, se debía realizar una aproximación, sin considerar el criterio matemático, debiéndose priorizar un criterio basado en el problema. Si bien este aspecto, no estaba en el diseño original del recurso, fue un aspecto muy interesante a ser observado en el comportamiento de los alumnos, el cual tendió, en una mayoría, a ingresar un valor considerando la aproximación matemática y no el contexto del problema. Se pudo observar en algunos alumnos, reconocidos como buenos para la matemática, por sus profesores, que esta situación les incomodaba, no podían entender que en un sistema computacional, no se pudiese ingresar un valor exacto, por lo que utilizaban en algunos casos calculadora para desarrollar esta parte del problema. Este aspecto, fue más notorio y generalizado en el colegio Santa Cruz, en el cual existía un mayor número de alumnos que eran buenos para la matemática y en donde existe una dinámica de trabajo más rigurosa. Cuando el alumno consultaba por este supuesto problema al profesor, no poder dejar un valor exacto, y este le hacía ver que debía realizar la aproximación del valor en el contexto del problema, generalmente los alumnos entendían que no correspondía hacer la aproximación usando el criterio matemático.
- La estrategia de presentar el problema utilizando como medio una guía, que contiene una secuencia de actividades para apoyar y orientar al alumno en la resolución del problema presentado, si bien, puede ser contraria en algunos aspectos a lo que sugiere la literatura, respecto a no guiar al estudiante y dejar que este lo enfrente libremente, permite hacer factible el trabajo en esta metodología, en una realidad como la chilena, en tiempo reales de clases (dos sesiones con un total de 3 horas de clases) con alumnos y profesores que, según ellos mismos señalan y las conclusiones observadas del estudio previo del DEA de este autor, no han trabajado nunca en este tipo de problemas. Esta estrategia, la cual puede ser mejorada en algunos aspectos, con una

dosificación del apoyo que se entrega junto a un análisis y discusión al interior de la sala y mejorando los roles del profesor y del estudiante, respecto al trabajo en resolución de problemas abiertos, permiten visualizar que la estrategia a mediano plazo puede lograr que estudiantes y alumnos la integren en forma efectiva.

- Se observa una buena integración del problema propuesto, en particular la guía con el recurso digital. Si bien, hay momentos en que los alumnos prefieren usar calculadora, en los momentos de la solución al problema en que se requiere trabajar con el modelo matemáticos en su conjunto, claramente el applet es un apoyo y este es reconocido por los alumnos. Se observa, una relación importante entre el tipo de preguntas o actividades que se van desarrollando al interior de la guía, en el marco del problema propuesto y el uso del recurso applet, por ejemplo, frente a preguntas que hacen una manipulación directa de variables del modelo.
- En una sección de la guía, se realizan algunas preguntas que permiten analizar, por parte del alumno, del grupo y del grupo curso, alternativas de solución al problema presentado y desarrollar algunas ideas respecto a la generalización de la solución del problema. Según lo observado y lo señalado por los alumnos, este es uno de los momentos en que el applet es más útil en el trabajo realizado, ya que con la manipulación de algunas variables en forma rápida, se pueden tener diferentes escenarios del mismo problema, permitiendo tener un espacio rico para el análisis y discusión.

En relación, a algunos aspectos que se puede observar en la literatura a cerca del tema de resolución de problemas, la implementación del modelo interactivo, en particular en lo referido a las guías del alumno, presentan algunas deficiencias, las que podrían ser suplidas por una adecuada formación y acompañamiento para mejorar la participación por parte del profesor, junto a desarrollar materiales para el alumno con mayor sistematización e intencionalidad, de la apropiación de las estrategias por parte de éstos. En particular, se puede pensar en el desarrollo de un material que dosifica la dificultad y el apoyo, el primero aumentándolo y el segundo disminuyéndolo, donde sea aplicado en el sistema escolar desde niveles básicos y proyectándose a niveles superiores. Los elementos deficitarios son:

- Existe escaso espacio y mecanismos para que los alumnos comprendan los procesos que desarrollan, en relación a la metodología de resolución de problemas. Si bien el material incluye algunas señales como estrategias y los docentes mencionan estas y otras junto con ser reiterativos en este aspecto, todo se limita a hacer conciencia sobre estrategias básicas (leer, calcular, hacer tablas, etc.), poco se mencionan del tipo heurístico o un análisis que permita a los alumnos comprender cuándo y cómo las utilizan y la relación con el contenido y el tipo de problema. Sin embargo, en comparación con el estudio del DEA, se observaron en reiteradas ocasiones que diferentes alumnos hicieron uso de estrategias más complejas, como es el desarrollo de diagramas.
- En forma muy directa pasa de la contextualización, motivación, planteamiento de la pregunta y datos entregados a "acciones dirigidas" por la guía, que buscan ayudar al alumno a resolver el problema, siendo estas ayudas acciones muy concretas que limitan al alumno o mejor dicho este se autolimita, según lo observado, a manipular el applet, en algunos momentos sin entender su relación con el problema, no entendiendo lo que se le pide. Si bien el apoyo al alumno decrece, va desde un apoyo significativo hasta un punto en que este debe plantear un problema similar, todo esto se realiza en una misma guía, lo que puede ser algo apresurado. No se incentiva, ni da orientaciones al alumno a reflexionar o intentar que este por sus medios esboce alguna estrategia de solución, ni tampoco se utiliza la estrategia de dirigirlo en este pensamiento con preguntas, pidiéndole que realice determinadas acciones. Esto, que podría ser suplido por el profesor, se observó que estos en algunos docentes eran más débiles que en otros, donde en pocas ocasiones fue efectivamente observado y logrado en el trabajo del profesor con sus alumnos.
- Si bien el problema, en particular la guía y el recurso applet se integran positivamente en el proceso de trabajo, en determinados momentos se le hace relación directa al uso del applet, hay instantes en que los alumnos piensan que todas las secciones de la guía deben ser resueltas con el apoyo del applet y en otros momentos no les queda claro cuando es de utilidad y como se relaciona con el problema.
- Se pudo observar que el diseño del applet, puede ser mejorado en algunos aspectos que mejoraría significativamente el trabajo de los alumnos. Uno de estos, es el tamaño de círculo que permite manipular (disminuir o aumentar) el

valor de una variable, el cual al ser algo pequeño termina cansando a los estudiantes. Otro aspecto, es que para lograr algunos valores, hay que ser muy preciso en la manipulación del botón que permite cambiar los valores, ya que pequeños movimientos de la barra hacen, que los valores se modifiquen de manera importante. Para estos se recomendaría aumentar el tamaño del botón de la barra, que permite modificar los valores de la variable u otra alternativa, es permitir el ingreso directo de valores por medio de su escritura. Finalmente, otra dificultad del recurso es que en diferentes momentos de la resolución, solicita colocar los valores de la variable en los valores originales del problema, lo cual termina siendo una pérdida de tiempo y un aspecto agotador para los alumnos, lo que se puede resolver con un botón único para el applet, que permita dejar todos los valores según los datos originales del problema.

- Si bien como aspecto positivo, se presenta el potencial que tiene la tecnología para “obligar” a que los alumnos tomen decisiones, un aspecto que se observó y fue una complejidad en el trabajo para resolver el problema, fue que a los alumnos les era altamente complejo tomar decisiones frente a diferentes situaciones, en numerosas oportunidades preferían llamar al(la) profesor(a) para tratar que este les ayudara, sin embargo, los docentes comprendieron que esto era parte de la labor de los estudiantes en la búsqueda de las soluciones. En este marco, también fue complejo en un inicio que los alumnos entendieran los problemas, su rol y la relación con la tecnología. Al ser un problema complejo, de contexto real, en diferentes momentos les fue complicado comprender dichos contextos, lo que les dificultaba la tarea en su conjunto.

### **3.4.2 Guía 2: Acústica: Diseño de espacios acústicamente apropiados**

#### **3.4.2.1 Aspectos generales**

- Este problema se orienta a un trabajo algebraico del alumno en el nivel de segundo año medio (grado 10). Esta le propone interactuar con un modelo matemático dado por la actividad, que permite determinar el tiempo de reverberación de un sonido, emitido dentro de una construcción. Este tiempo depende básicamente, del metraje interior de la superficie de la construcción y del material que la compone. El modelo, en base a estos dos datos, arroja un indicador y según una tabla estandarizada se puede detectar si el interior de la construcción tiene un tiempo de reverberación adecuado, a la función para la que fue diseñada.

El contenido trabajado es de expresiones algebraicas fraccionarias simples, relación entre la operatoria con fracciones y la operatoria con expresiones fraccionarias y resolución de desafíos y problemas no rutinarios que involucren sustitución de variables por dígitos y/o números.

La estrategia metodológica utilizada es la presentación del problema por parte del profesor, entregando recursos guía y digital (applet) a los estudiantes, de manera que puedan enfrentar el trabajo en forma grupal (dos a tres alumnos por grupo), con diferentes posibilidades de solución correcta para el problema planteado.

### **3.4.2.2 Descripción del problema**

Esta guía se enmarca en la unidad de álgebra de segundo año medio (grado 10). Su objetivo es que el alumno aborde una situación problemática, aplicando un modelo algebraico que provee la Acústica<sup>9</sup> en el diseño arquitectónico, para el estudio de la interacción del sonido con construcciones, como por ejemplo, salas de concierto, auditorios, teatros, estudios de grabación, iglesias, salas de reuniones, salones de clases, etc.

EL problema hace uso de una guía para el alumno, que presenta una serie de actividades, la que se compone de tres partes:

- a) En la primera (págs. 1 y 2), se presenta el modelo que se trabajará. Es una presentación breve y concisa, pues los detalles se dispusieron en el anexo 2 (de la guía).
- b) En la segunda parte se propone al alumno el desarrollo de un problema que consiste en ayudar a una Municipalidad Chilena, la de Valparaíso en la Quinta Región, a mejorar la acústica de su Teatro Municipal. Para ello se pone como condición, que solo se puede modificar el tipo de los materiales que recubren las paredes del teatro, la superficie que ocupan o ambas simultáneamente, como lo haría un especialista en acústica arquitectónica. Se proporciona el coeficiente de absorción de varios materiales y un conjunto de ocho actividades, cada una presentada por medio de una preguntas. Las primeras siete permiten,

---

<sup>9</sup> Rama de la Física que estudia la producción, transmisión y percepción del sonido tanto en el intervalo de la audición humana como en las frecuencias ultrasónicas (sobre el umbral auditivo humano, sonidos muy agudos) e infrasónicas (bajo el umbral, sonidos muy graves).

apropiarse del modelo algebraico que se requiere para determinar el tipo y superficie de materiales necesarios para mejorar la acústica del Teatro Municipal de Valparaíso, respuesta que es pedida en la actividad número ocho.

c) En la tercera parte, ubicada en el anexo 1 (de la guía), se pide completar el informe allí propuesto y que se compone de las siguientes partes:

- Breve descripción del problema.
- Consideraciones hechas para la respuesta que propone.
- Resultados y conclusiones.

El problema utiliza un applet que permite manipular el modelo algebraico de la acústica en uso, permitiendo ahorrar la operatoria aritmética que el alumno debiese realizar en los cálculos necesarios para responder a las actividades propuestas en la guía.

### 3.4.2.3 Aspectos matemáticos

Los aprendizajes esperados por parte de los alumnos son:

- Aplican sus conocimientos sobre expresiones fraccionarias para el análisis y la resolución de problemas, valorando el aporte generalizador del álgebra.
- Analizan fórmulas e interpretan las variaciones que se producen por cambios en las variables.

El modelo algebraico de base utilizado para determinar el tiempo de reverberación<sup>10</sup> ( $Tr$ ), utiliza una relación que involucra los términos:

- Superficie de Sabine =  $S_1 \cdot \alpha_1 + S_2 \cdot \alpha_2 + \dots + S_n \cdot \alpha_n + S_p$  y
- El volumen  $V$  de la construcción a la que se le determinará el tiempo de reverberancia.

La expresión que permite calcular el tiempo de reverberancia es:

$$Tr = \frac{0,16 \cdot V}{\text{Superficie de Sabine}}$$

---

<sup>10</sup> El tiempo de reverberación, corresponde al lapso de tiempo necesario para que las ondas de sonido se disipen luego de reflejarse en las paredes de la sala estudiada.

y la descripción de las variables involucradas en las expresiones anteriores es:

Tabla 3.5: Descripción de las variables involucradas en el cálculo de tiempo de reverberancia

Notación	Descripción	Unidad en que se mide
$Tr$	Tiempo de reverberación	Segundos
$V$	Volumen de la sala	$m^3$
$S$	Superficie lateral de la sala. Se toma como el total de todas las superficies absorbentes.	$m^2$
$S_p$	Unidad de Sabine del público: $S_p = N^\circ \text{ de personas} \cdot 1 \cdot 0,044$	$m^2$
$\alpha$	Coefficiente de absorción	Sin unidad

Más en detalle, la superficie de Sabine, citada en la expresión anterior, se define como:

$$\text{Superficie de Sabine} = S_1 \cdot \alpha_1 + S_2 \cdot \alpha_2 + \dots + S_n \cdot \alpha_n + S_p$$

es un valor que depende de las áreas ( $S_1$  hasta  $S_n$ ) de las superficies (generalmente paredes), que conforman la parte interior de la construcción a la que se le desea determinar el  $Tr$ . Los  $\alpha_1$  hasta  $\alpha_n$  son los coeficientes de absorción de los materiales, que forman las respectivas paredes interiores de la sala a la que se le desea calcular su tiempo de reverberancia, es decir:

- La pared 1 tiene superficie  $S_1$  y coeficiente de absorción  $\alpha_1$
- La pared 2 tiene superficie  $S_2$  y coeficiente de absorción  $\alpha_2$
- y así sucesivamente...

Además, como indica la tabla de la página anterior, el valor  $S_p$  corresponde a la Unidad de Sabine del público.

#### 3.4.2.4 Metodología utilizada y recursos

El propósito de esta actividad es que los alumnos se enfrenten a problemas del tipo abiertos, contextualizados en situaciones reales y vinculado con otras áreas de conocimiento, tales como, la Acústica en el diseño arquitectónico y el estudio de la

interacción del sonido con construcciones. La idea es que puedan resolverlos en equipo, utilizando variadas estrategias. En este, distintos grupos llegarán a distintos resultados. Esta situación es la que dará dinamismo al trabajo, generando espacios para la discusión (característica del ensayo y error, análisis de variables involucradas) y es una característica de los problemas abiertos. Lo fundamental, es que los alumnos sean capaces de explicar claramente, cómo abordaron el problema y cuáles fueron los supuestos utilizados.

Los grupos trabajan apoyados por las indicaciones del profesor. Una vez resuelto el problema por todos los grupos, se hace una puesta en común y una discusión con los resultados obtenidos. Se sugiere, elegir al azar a los grupos que presenten sus resultados al resto del curso.

Para apoyar en la resolución de este problema, se hace uso de un applet, el que permite una fácil manipulación por parte de docentes y alumnos, además, de hacer explícita la matemática que se trabaje. En algunas aplicaciones, se induce a que por medio de estos recursos el alumno, para resolver determinados problemas del tipo abiertos, tenga que tomar decisiones frente a valores o situaciones que son consideradas en la aplicación. De esta manera, un aspecto que al alumno le es difícil de desarrollar, en forma explícita, se le enfrenta de manera que pueda analizar los resultados dependiendo de la decisión tomada, para posteriormente participar en una discusión que se genere con su grupo curso.

El applet es esencialmente, una forma de determinar el valor de  $Tr$  a partir de los valores de las variables  $V$ ,  $S_p$ ,  $S_1$  hasta  $S_n$ , y  $a_1$  hasta  $a_n$ , involucradas en su cálculo, como se describió en el apartado anterior de **Aspectos matemáticos**.

Dentro del applet, se destinaron distintas zonas para escoger valores numéricos de las variables mencionadas y así fijar los valores intermedios de  $V$  y la superficie de Sabine que juntos determinan el valor de  $Tr$ . A continuación se muestra una figura donde se identifican las diversas partes que lo componen:

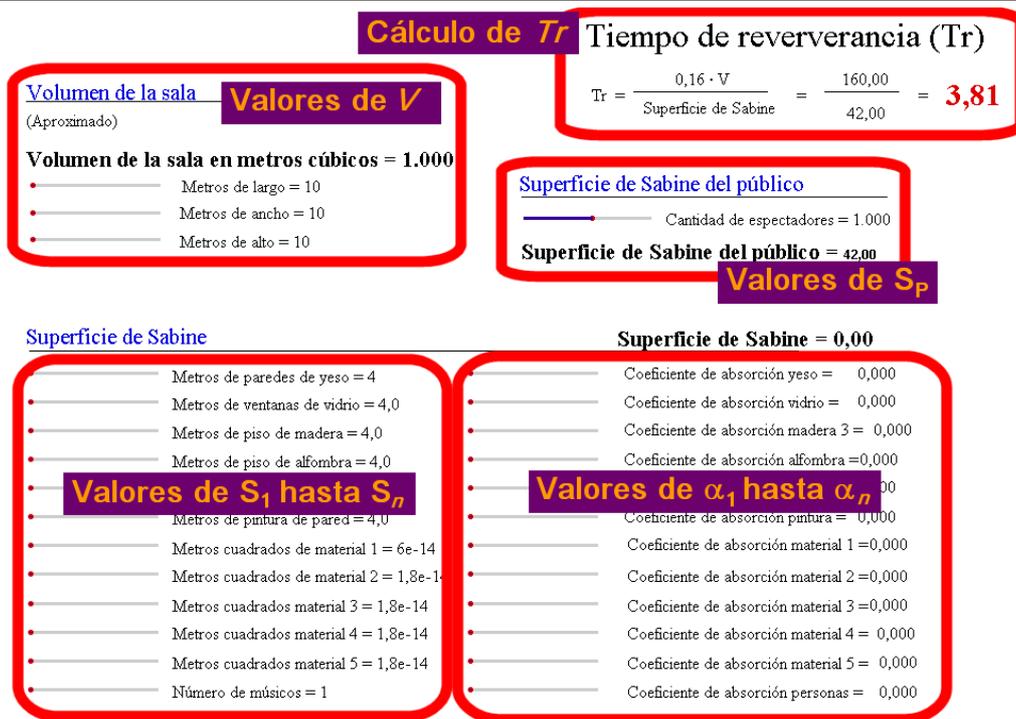


Figura 3.4: Applet para el problema de diseño de espacios acústicos apropiados

El cálculo de  $Tr$  se basa en determinar los valores del volumen ( $V$ ) de la habitación y el valor ( $S$ ) de la superficie de Sabine, según los valores que tengan. En el applet se muestra así:

### Tiempo de reverberancia (Tr)

$$Tr = \frac{0,16 \cdot V}{\text{Superficie de Sabine}} = \frac{160,00}{42,00} = 3,81$$

Figura 3.5: Sección del applet para calcular tiempo de reverberancia

Para determinar el valor de  $V$  en el applet, se supuso que la habitación a la que se le calculará el volumen es un paralelepípedo recto rectangular, por lo que la medida de su volumen se obtendrá estableciendo su largo, alto y ancho (todos en metros) y multiplicándolos. De este modo, el volumen resultante estará en metros cúbicos. En el applet se muestra así:

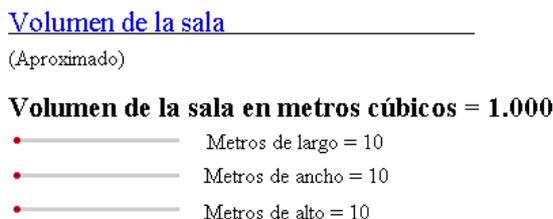


Figura 3.6: Sección del applet para calcular volumen de la sala

En el applet, la determinación del valor de la Superficie de Sabine se realiza en tres etapas ubicadas en tres partes de la pantalla. Veamos por qué.

Sabemos que la fórmula de Sabine es:

$$\text{Superficie de Sabine} = S_1 \cdot \alpha_1 + S_2 \cdot \alpha_2 + \dots + S_n \cdot \alpha_n + S_p$$

A ella concurren las áreas  $S_1$  hasta  $S_n$  de las  $n$  superficies de los materiales que cubren las superficies interiores de la habitación en la que se está trabajando. Los valores  $a_1$  hasta  $a_n$  de los coeficientes de absorción de los mismos  $n$  materiales y el valor  $S_p$  que corresponde a la medida (aproximada) de la superficie de Sabine del público estimado que estará presente en la sala.

El applet dispone al usuario la opción de establecer valores para 12 materiales con sus respectivos coeficientes de absorción y el valor de la superficie de Sabine del público ( $S_1$  hasta  $S_{12}$ ,  $a_1$  hasta  $a_{12}$  y  $S_p$ ).

En el applet, la superficie de Sabine del público se muestra así:



Figura 3.7: Sección del applet para calcular superficie de sabine del público

El usuario puede escoger la cantidad de público que desee y el applet le entregará el valor de  $S_p$  según la fórmula:

Para establecer el valor de  $S_1 a_1 + \dots + S_{12} a_{12}$  el applet provee al usuario sus dos mayores áreas de trabajo:

Superficie de Sabine		Superficie de Sabine = 0,00	
• <input type="text" value="4"/>	Metros de paredes de yeso = 4	• <input type="text" value="0,000"/>	Coefficiente de absorción yeso = 0,000
• <input type="text" value="4,0"/>	Metros de ventanas de vidrio = 4,0	• <input type="text" value="0,000"/>	Coefficiente de absorción vidrio = 0,000
• <input type="text" value="4,0"/>	Metros de piso de madera = 4,0	• <input type="text" value="0,000"/>	Coefficiente de absorción madera 3 = 0,000
• <input type="text" value="4,0"/>	Metros de piso de alfombra = 4,0	• <input type="text" value="0,000"/>	Coefficiente de absorción alfombra = 0,000
• <input type="text" value="4,0"/>	Metros de cortina de género = 4,0	• <input type="text" value="0,000"/>	Coefficiente de absorción género = 0,000
• <input type="text" value="4,0"/>	Metros de pintura de pared = 4,0	• <input type="text" value="0,000"/>	Coefficiente de absorción pintura = 0,000
• <input type="text" value="6e-14"/>	Metros cuadrados de material 1 = 6e-14	• <input type="text" value="0,000"/>	Coefficiente de absorción material 1 = 0,000
• <input type="text" value="1,8e-14"/>	Metros cuadrados de material 2 = 1,8e-14	• <input type="text" value="0,000"/>	Coefficiente de absorción material 2 = 0,000
• <input type="text" value="1,8e-14"/>	Metros cuadrados material 3 = 1,8e-14	• <input type="text" value="0,000"/>	Coefficiente de absorción material 3 = 0,000
• <input type="text" value="1,8e-14"/>	Metros cuadrados material 4 = 1,8e-14	• <input type="text" value="0,000"/>	Coefficiente de absorción material 4 = 0,000
• <input type="text" value="1,8e-14"/>	Metros cuadrados material 5 = 1,8e-14	• <input type="text" value="0,000"/>	Coefficiente de absorción material 5 = 0,000
• <input type="text" value="1"/>	Número de músicos = 1	• <input type="text" value="0,000"/>	Coefficiente de absorción personas = 0,000

Figura 3.8: Sección del applet para modificar superficie y coeficiente de absorción de la superficie de sabine

El usuario puede modificar las medidas de las superficies y escoger los coeficientes de absorción respectivos. El applet realiza el cálculo  $S_1 \times a_1 + \dots + S_{12} \times a_{12}$  mostrándolo en la parte superior izquierda de esta zona del applet.

Una vez escogidos los valores para el volumen y la superficie de Sabine, se tiene el valor de  $Tr$ :

$$\text{Tiempo de reverberancia (Tr)}$$

$$Tr = \frac{0,16 \cdot V}{\text{Superficie de Sabine}} = \frac{160,00}{42,00} = \mathbf{3,81}$$

Figura 3.9: Sección del applet para obtener el resultado de tiempo de reverberancia

El alumno, en el applet escoge valores para las variables involucradas en el cálculo de  $Tr$ , deslizando el punto rojo sobre las barras grises. Así, puede ir estableciendo los valores para las áreas de las superficies de Sabine, los coeficientes de absorción  $a$ , determinando el valor  $Tr$  para los valores establecidos. Los valores de las variables en el applet se encuentran en las unidades adecuadas para obtener resultados correctos para  $Tr$  según el modelo utilizado.

La guía, en las actividades uno a cuatro se dedica a fijar en el alumno el procedimiento para el cálculo de  $Tr$ . En la uno, pide que el alumno determine el volumen interior del teatro, en la dos y en la tres que determine las superficies de Sabine para el teatro lleno y medio lleno (varía el valor de  $S_p$ ) y finalmente en la cuatro, que determine el valor de  $Tr$  para los casos dos y tres. Cabe señalar, que

todas estas actividades se pueden realizar solo con una calculadora, prescindiendo del applet.

En las actividades cinco a ocho, se realizan preguntas que, aunque tienen involucrado mucho cálculo aritmético, son de orden más cualitativo que numérico. La actividad cinco pide al alumno usar los dos valores de  $Tr$  encontrados en la actividad cuatro, buscando que elabore conclusiones al compararlos con el rango 1,2 a 1,7 de  $Tr$  que lo hace pertinente para el teatro Municipal de Valparaíso.

En la actividad seis se utiliza el applet. En ella se pregunta acerca del valor del coeficiente  $a$  de absorción que debiese tener un nuevo material (no del que se componen los muros en esta actividad) y la cantidad en superficie del mismo, de modo que este permita un  $Tr$  en el teatro de 3,0. Responder esta pregunta supone que el alumno deberá ir a la zona Superficie de Sabine del applet, ajustar los valores de las áreas de las superficies de los muros y de los coeficientes  $a$  de absorción que actualmente tienen los muros interiores del Teatro según datos proporcionados en la misma guía, y allí empezar a buscar un conjunto de valores que le permita obtener el valor 3,0 para  $Tr$ . Desde otro punto de vista, podría decirse que se está resolviendo una ecuación por estimaciones de un  $a$  y un  $S$ . Puede haber más de una respuesta correcta a esta actividad.

La actividad siete va en la misma dirección de la actividad seis. Se le pide al alumno que determine si es posible obtener un  $Tr$  de 1,5 segundos en el Teatro Municipal de Valparaíso, solamente modificando las superficies internas del Teatro, manteniendo fijos los valores de los demás parámetros involucrados. En esta actividad también se utiliza el applet, pues la búsqueda involucra tal cantidad de cálculos, que sería prácticamente imposible hacerlo a mano sin recurrir a una enorme cantidad de manejos algebraicos, que escapan a los alcances del problema. Básicamente, se busca que el alumno elabore una respuesta haciendo cambios en los valores de las variables involucradas en el modelo, manteniendo fijo el volumen del Teatro. En este punto, también puede haber más de una respuesta.

La actividad ocho, se presenta como un problema final en el que se debe responder a la pregunta más amplia del problema, de cómo mejorar la calidad de la acústica del Teatro. Se ofrece al alumno modificar los valores de las variables involucradas en el cálculo de  $Tr$ , para así buscar la configuración de materiales, metraje de los mismos y coeficientes de absorción que mejoren la calidad acústica del Teatro. El

applet, en esta búsqueda se hace imprescindible por la cantidad de cálculos que se realizan “por detrás” y porque permite una forma de que el alumno explore distintas configuraciones que lo lleven a encontrar la óptima.

#### **3.4.2.5 Aspectos positivos y negativos observadas**

El material usa una estrategia que es práctica para el tipo de alumnos promedio del sistema educacional chileno, permitiendo operacionalizar una estrategia metodológica como lo es resolución de problemas y que los alumnos, puedan en un par de sesiones, entre 1,5 a 3 horas, desarrollar este tipo de problemas.

Aspectos positivos:

- a) Al ser el segundo problema al cual se enfrentan los alumnos, estos están más dispuestos al trabajo, utilizan más estrategias y se observan manejos más apropiados del applet.
- b) Los alumnos hacen un uso intensivo del applet, para responder cada actividad que orienta la resolución del problema, los alumnos interactúan con el recurso digital. En algunos momentos este recurso es indispensable para la búsqueda de las soluciones, por la cantidad de cálculos y variables involucradas, haciéndose esta tarea de forma natural por los alumnos.
- c) La utilidad del recurso applet, es reconocido por los estudiantes, principalmente en los momentos de la solución al problema en que se requiere trabajar, con el modelo matemático en su conjunto. Se observa una relación importante entre el tipo de preguntas o actividades que se van desarrollando al interior de la guía, en el marco del problema propuesto y el uso del recurso applet.
- d) Se destaca el apoyo en la realización de cálculos, que evitan la distracción del alumno en este tema de manera de concentrarse en el problema.
- e) Si bien el problema se pudo observar es complejo de entender para un grupo importante de estudiantes, una vez que se entiende el contenido, el modelo, las variables involucradas y lo que se pide, se observa a los alumnos trabajar concentrados en la solución del problema, haciendo uso

del applet. Este le permite tener un dinamismo, probar alternativas, en algunos casos realizar "ensayo y error", con una "simplicidad y rapidez", que el alumno se concentra en la búsqueda de la solución y no pierde de contexto el punto en que se encuentra del proceso.

- f) La retroalimentación inmediata por el applet, es otro aspecto que ayuda al desarrollo de la clase y el manejo de la motivación de los alumnos en el problema, junto con permitir analizar múltiples posibilidades.
- g) En relación a la toma de decisiones, vinculada a la búsqueda de la solución del problema, se observó un mejoramiento por parte de los estudiantes.
- h) Durante el desarrollo de la guía, que orienta la resolución del problema, se realizan algunas preguntas, que permiten analizar, por parte del alumno, del grupo y del grupo curso, alternativas de solución al problema presentado y desarrollar algunas ideas respecto a la generalización de la solución del problema. Según lo observado y lo señalado por los alumnos, este es uno de los momentos en que el applet es más útil en el trabajo realizado, ya que con la manipulación de algunas variables en forma rápida, se pueden tener diferentes escenarios del mismo problema, permitiendo tener un espacio rico para el análisis y discusión.
- i) En un determinado punto de la solución del problema, se le consulta a los alumnos por la relación, que tiene un resultado que deben encontrar respecto a un rango que se les da. Como el valor que ellos encuentran era muy superior al rango entregado, lo que de igual manera permitía realizar una conclusión, un número importante de alumnos dudaba de lo que habían realizado. Esto hizo que muchos grupos, en forma natural verificaran su desarrollo, aspecto que no es algo natural, el revisar los resultados, en el trabajo de los estudiantes.
- j) Los docentes en los momentos de cierre, logran generar discusiones con los alumnos respecto a soluciones encontradas, utilidad de los recursos (guía y applet), las estrategias utilizadas para resolver el problema y las soluciones encontradas.

Respecto a los aspectos negativos observados, se puede señalar:

- Se pudo observar que el diseño del applet, puede ser mejorado en algunos aspectos que mejoraría significativamente el trabajo de los alumnos. Uno de estos, es el tamaño de círculo que permite manipular (disminuir o aumentar) el valor de una variable, el cual al ser algo pequeño termina cansando a los estudiantes. Otro aspecto, es que para lograr algunos valores, hay que ser muy preciso en la manipulación del botón que permite modificarlos, ya que pequeños movimientos de la barra hacen que estos se modifiquen de manera importante. Para estos se recomendaría aumentar el tamaño del botón de la barra, que permite modificar los valores de la variable u otra alternativa, es permitir el ingreso directo de valores por medio de su escritura.
- En un determinado punto de la solución del problema, se le consulta a los alumnos por la relación que tiene un resultado que deben encontrar respecto a un rango que se les da. Como el valor que ellos encuentran era muy superior al rango entregado, lo que de igual manera permitía realizar una conclusión, un número importante de alumnos dudaba de lo que habían realizado, por lo que de forma natural verificaban el desarrollo realizado e incluso algunos dudaban del applet y lo resolvía con calculadora.

### **3.4.3 Guía 3: La Célula: Buscando un modelo matemático para la reproducción de bacterias**

#### **3.4.3.1 Aspectos generales**

Esta guía se enmarca, en la utilización del modelo matemático que se representa por la función exponencial. En este caso, se modela el número de bacterias de una población mientras estas se reproducen en el tiempo. La idea es que el alumno comprenda el modelo algebraico utilizado, trabaje con él en situaciones contextualizadas (apoyadas por applets) y que finalmente pueda aproximarse de forma muy simple a la función logarítmica, como un modelo real del crecimiento de bacterias.

En esta guía se propone un problema el cual intenciona un trabajo algebraico del alumno, en particular sobre la función exponencial, en el nivel de segundo año medio (grado 10).

El contenido tratado es de expresiones algebraicas fraccionarias simples, resolución de desafíos y problemas no rutinarios que involucren sustitución de variables por dígitos y/o números y potencias con exponente entero.

Como estrategia metodológica se utiliza un problema abierto, haciendo uso de una guía, que por medio de diferentes actividades orienta al alumno en la solución del problema.

### 3.4.3.2 Descripción del problema

El recurso tecnológico, se estructuró en una secuencia de una página web dividida en cinco secciones, que trazan una ruta de trabajo, las que se componen de: introducción, visualización, aplicación, test y desafío.

**MATEMÁTICAS con TIC**

**CURSO: 2º Medio**      **CONTENIDO: Potencias**

Introducción    Visualización    Aplicación    Test    Desafío

**Introducción**

Las bacterias son organismos microscópicos unicelulares que conviven con nosotros en diversos ámbitos como los alimentos o en nosotros mismos. Una conocida es la Escherichia Coli, que produce la enfermedad conocida como cólera.

La reproducción de las bacterias es por mitosis (característico de este tipo de organismos). Es decir, básicamente hablando, cada organismo se divide en dos después de un determinado tiempo.

Las potencias de números enteros son útiles para modelar situaciones en las que, por ejemplo, se requiere determinar el número de individuos presentes en algún momento durante el crecimiento de una población de ellos.

En esta secuencia estudiaremos una situación en la que un organismo se contagia con la bacteria Escherichia Coli y tú eres el llamado a escoger el tratamiento más adecuado inyectando anticuerpos neutralizantes y que se reproducen por mitosis con mayor velocidad que la bacteria. La elección que hagas del tratamiento a aplicar dependerá de las condiciones del paciente.

Bacterias

Bacterial Growth:  
*E. coli*

©James A. Sullivan  
Quill Graphics  
Charlottesville, VA USA

Escherichia Coli

Centro Comenius-Usach 2005

Figura 3.10: Vista de la página Web y sus secciones como recurso de apoyo a la resolución del problema

A continuación, se presenta la secuencia del recurso con una breve descripción de cada página sección:

### 1. Introducción:

En esta página, se describe brevemente qué son las bacterias, cómo se reproducen, cómo se relaciona esto con los números naturales y cuál será el objeto de estudio en este problema.

Para ejemplificar, se acompañan a un costado de la página, dos videos que exhiben el proceso de reproducción por mitosis de la bacteria *Escherichia Coli*, causante del cólera. Advertimos que los videos muestran el proceso mucho más acelerado de lo que es en la realidad.



Figura 3.11: Imágenes de videos de la *Escherichia Coli*

### 2. Visualización:

En esta página, se sigue profundizando acerca de las bacterias presentadas en la introducción. Se explica, el tratamiento que se aplica a una persona infectada con una bacteria como la de la *Escherichia Coli*, la cual es tratada con penicilina. Se muestran dos videos que visualizan el efecto de la penicilina (como antídoto) sobre la bacteria de la *Escherichia Coli*.

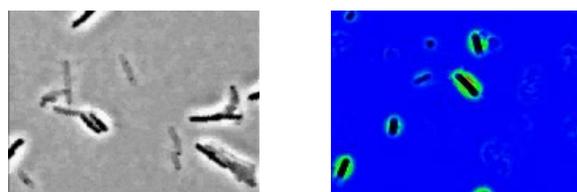


Figura 3.12: Imágenes de videos que muestran cómo afecta la penicilina a la reproducción de bacterias

Para esta actividad se utilizan dos applets.

En el primer applet se muestra un crecimiento exponencial de bacterias (por mitosis), considerando constantes los factores asociados a este tipo de reproducción, como los nutrientes presentes, la concentración, temperatura, concentración de gases y otros. El applet permite al usuario controlar la cantidad de bacterias presentes en un ciclo, entendido este como el tiempo que demora una bacteria en realizar una mitosis. A continuación se muestra una imagen del applet.

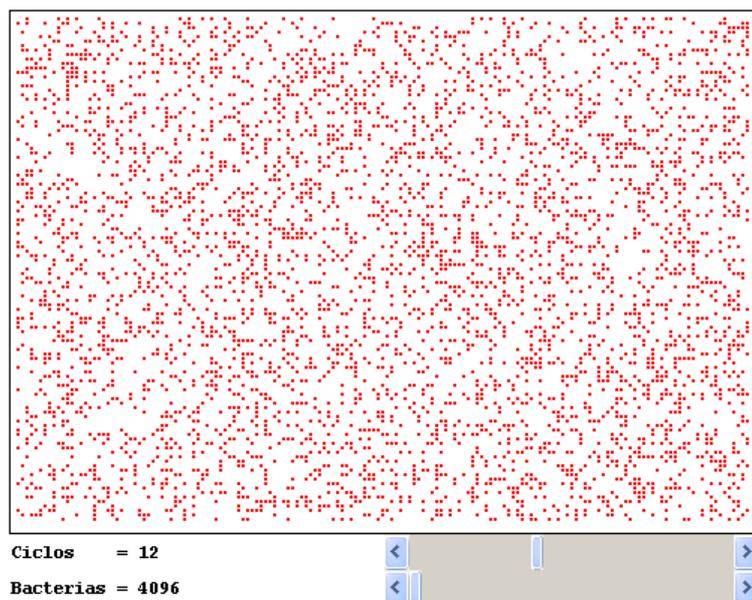


Figura 3.13: Applet de la reproducción de bacterias por mitosis, mostrando 4096 bacterias en el ciclo 12

El segundo applet muestra (y controla) el crecimiento de una bacteria, de forma similar al applet anterior, es decir con ciclos, pero además este applet, trata de simular un tratamiento para controlar el crecimiento de las bacterias, por lo que se le han agregado dos controles más: la potencia del medicamento y la cantidad de días que lleva la infección antes de iniciarse el tratamiento.

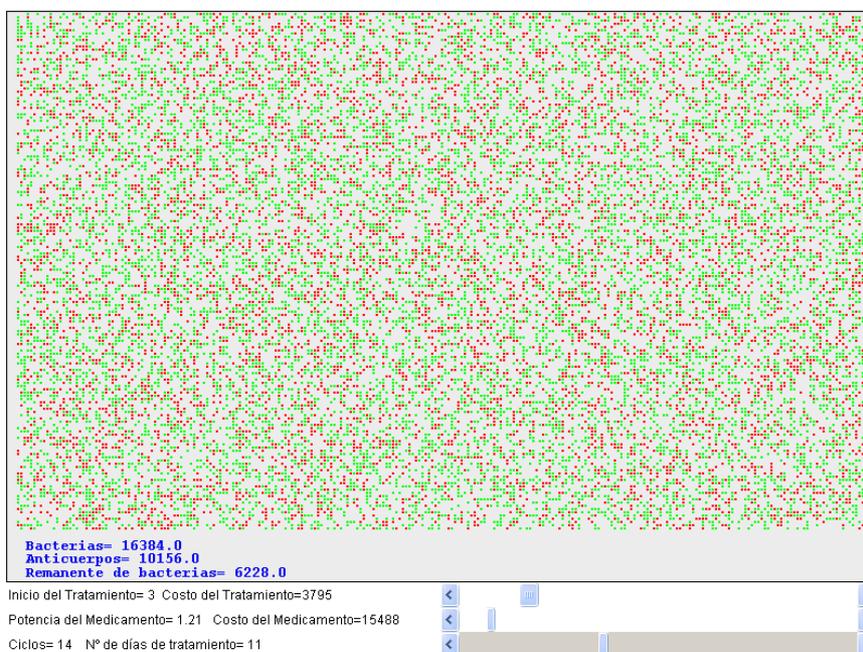


Figura 3.14: Applet que muestra el crecimiento de una bacteria y simula el comportamiento frente a un tratamiento

Junto a los applets anteriores, en esta página se incluye un link a una planilla Excel que modela numéricamente el segundo applet. Esta planilla permite un control de las variables involucradas similar al del applet.

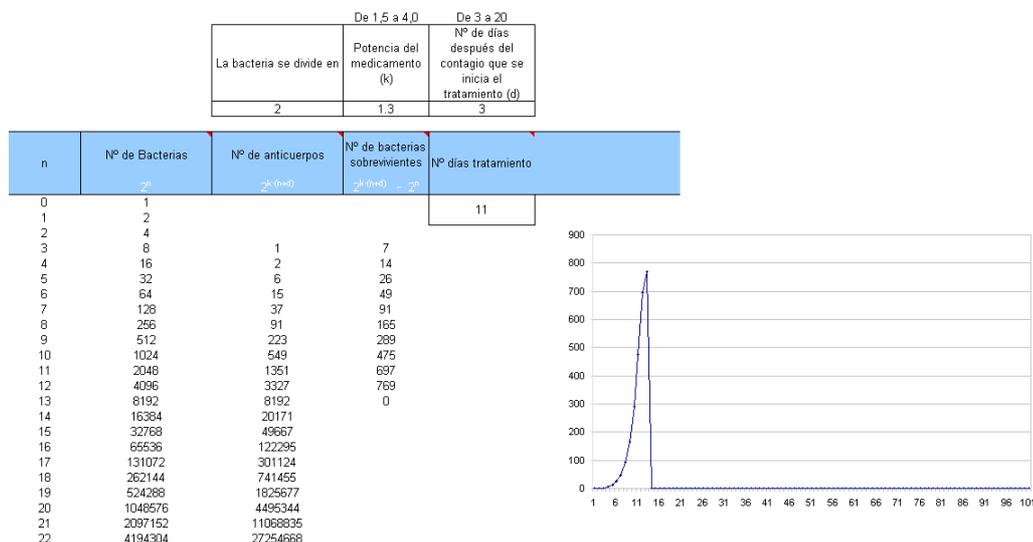


Figura 3.15: Planilla que permite modela el applet anterior

### 3. Aplicación:

En esta página web, se presenta un listado de ocho ejercicios a ser desarrollados por los alumnos. Los primeros dos, se pide utilizar el primer applet y en el resto se pide utilizar el segundo applet.

### 4. Test:

Esta página se enfoca en evaluar la aplicación del modelo exponencial a la reproducción de bacterias. Se presentan cinco ítems de selección múltiple y en cada uno de ellos se muestra una secuencia de cajas, que al ir respondiendo las preguntas van dando feedback al alumno si respondió bien o no.

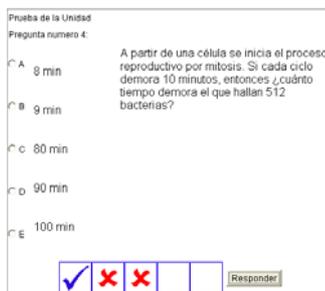


Figura 3.16: Tercer ítem de los propuestas en la página Web en la sección de del test

## 5. Desafío:

Esta página se creó con la idea de acoger a los alumnos un poco más avanzados. En ella se explica brevemente, el modelo logarítmico que describe un modelo real de crecimiento. En esta actividad en particular, se basa en el crecimiento de la bacteria *Escherichia Coli*.

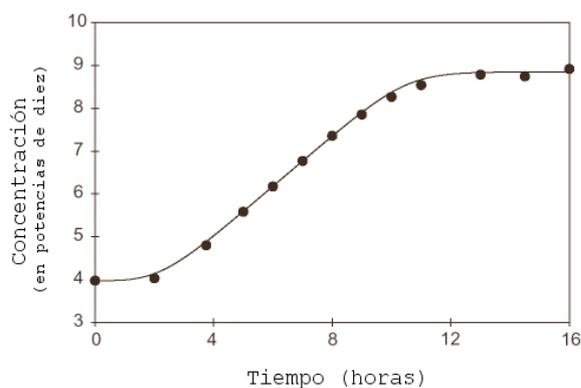


Figura 3.17: Gráfica del número de bacterias de un cultivo de la *Escherichia Coli*

La expresión algebraica que modela el gráfico anterior y al que los datos obtenidos experimentalmente (los puntos negros) se ajustan es:

$$B(t) = \frac{5}{1 + 0,5 \cdot e^{-0,6 \cdot (t-8)}} + 4$$

### 3.4.3.3 Aspectos matemáticos

Esta actividad diseminada en las cinco páginas Web descritas en el punto anterior, aborda la función exponencial, en el caso especial de la función  $2^x$  (por modelar la mitosis) y algunas variaciones de ella.

Las páginas de visualización, aplicación y test utilizan esta función, cada una con un fin distinto. Como las páginas de aplicación y test se basan o utilizan los dos applets descritos al inicio, a continuación se les describirá en detalle.

#### 1. El primer applet:

Como ya se dijo, en este applet se muestra un crecimiento exponencial de bacterias (por mitosis), considerando constantes los factores asociados a este tipo de reproducción, como los nutrientes presentes, la concentración, temperatura, concentración de gases y otros. El modelo matemático que sustenta la mitosis en

este applet, es una función que relaciona el número de bacterias proveniente de una, que se reprodujo por mitosis en un determinado ciclo.

Si consideramos a la variable  $n$  como el número del ciclo y a  $b$  como el número de bacterias en el ciclo  $n$ , entonces la función que se utiliza en el applet es:

$$b = 2^n$$

El applet parte en el ciclo cero con una bacteria, al pasar al ciclo dos, la bacteria se reproducirá por mitosis generando dos bacterias nuevas. El proceso continua con las dos bacterias, duplicando al número anterior, teniéndose cuatro bacterias. La reproducción por mitosis continuará sucesivamente hasta completar 31 ciclos con 2.147.483.647 bacterias, como muestra resumidamente la siguiente tabla:

Tabla 3.6: Reproducción por mitosis hasta el ciclo 31

$n$	$b$
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
⋮	⋮
29	536870912
30	1073741824
31	2147483648

A modo de ahondar en la explicación, el siguiente gráfico muestra parte de los datos de la tabla donde se nota el crecimiento del tipo exponencial: despegue lento con crecimiento explosivo. Los videos de la introducción muestran esto.

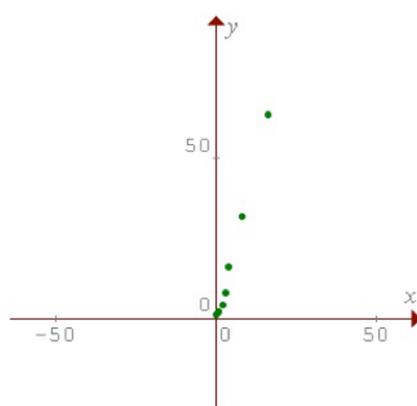


Figura 3.18: Gráfica con parte de los datos de la tabla anterior que muestra el crecimiento exponencial

A continuación, algunas imágenes del applet en distintos ciclos de reproducción:

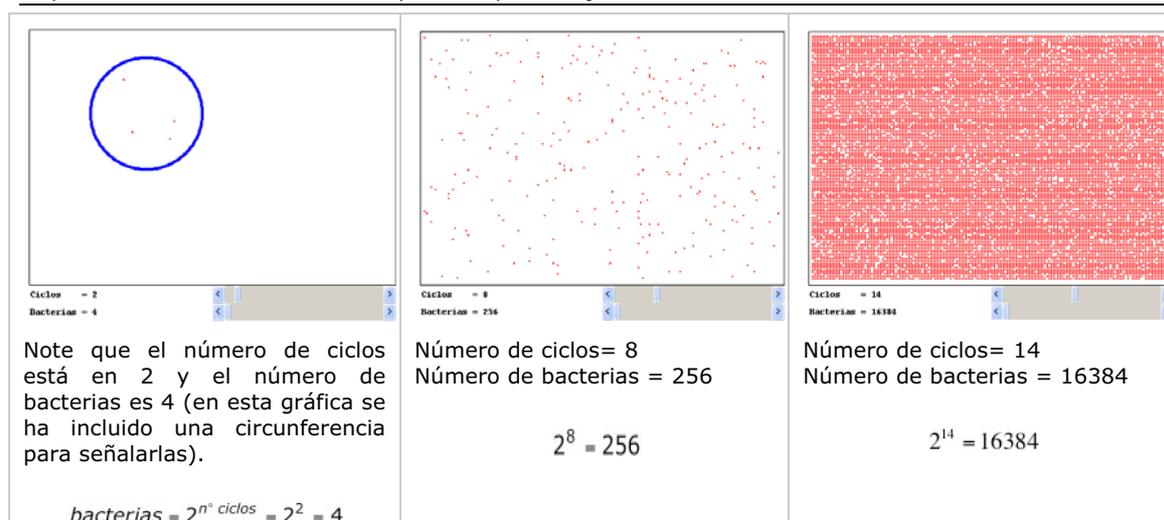


Figura 3.19: Imágenes del applet en distintos ciclos de reproducción

Las preguntas uno y dos de la página de aplicación, intencionan el uso de este applet.

En la uno, se pide al alumno determinar el número de bacterias presentes en los ciclos, buscando que los alumnos generen la sucesión respectiva. El alumno debiese ser capaz de generar datos, como los de la tabla de datos anterior apoyándose en el applet para ello.

La pregunta dos apunta a que, en base a la respuesta de la pregunta anterior, el alumno determine la expresión algebraica que modela el número de bacterias en función del ciclo en que se esté. Se espera, que los alumnos determinen una relación como  $b = 2^n$ , como la descrita al inicio de este apartado entre el número de bacterias y el número de ciclos.

## 2. El segundo applet:

Este applet es más sofisticado que el anterior. El contexto es una metáfora de las enfermedades humanas por bacterias y su tratamiento. En este caso, para programar el applet, se han hecho varias concesiones, como por ejemplo, que un ejemplar de la bacteria que infecta a un paciente es neutralizado por otro ejemplar de bacteria introducido especialmente para matar al infeccioso y a este último se le ha llamado anticuerpo en el applet. Otro metáfora, es que la infección comienza con una bacteria y la bacteria tratante también es una. Sabemos que esta metáfora se puede alejar, de lo que en la realidad sucede con los procesos biológicos de infección por bacterias y su respectiva cura. Por ello, se ha incluido en la página

web de Desafío, un modelo matemático real de crecimiento bacterial de la Escherichia Coli, presentado como parte de una investigación de científicos japoneses, dando así la oportunidad al estudiante de acercarse a dar una visión somera, al modelamiento matemático que realmente se usa en algunos casos de crecimiento bacterial. Este modelo, será descrito en detalle más adelante en este documento.

### 2.1. Estructura del applet:

El applet exhibe tres zonas: una de visualización, una de información y otra de control, como se indica en la figura siguiente:

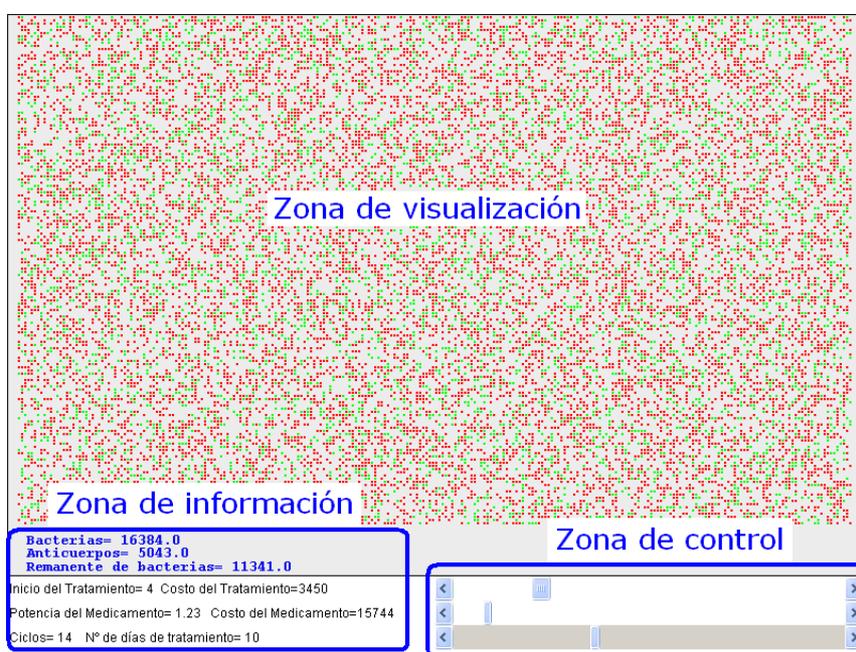


Figura 3.20: Estructura del applet

La zona de visualización muestra en puntos rojos a la bacteria infecciosa y en puntos verdes a la bacteria tratante. Es una representación fiel del crecimiento del número de bacterias, en la medida que la zona alcanza. No es raro ver que la zona se satura de puntos rojos o verdes, momentos en los que no se aprecia gráficamente el crecimiento de las bacterias.

Para seguir el desarrollo de la secuencia, estando saturada o no el área de visualización, se ha dispuesto el área de información. En esta área se encuentran varios datos. Primero, por cada ciclo, el número de bacterias, el número de

anticuerpos y el remanente de bacterias después de que han actuado los anticuerpos.

```
Bacterias= 16384.0  
Anticuerpos= 5043.0  
Remanente de bacterias= 11341.0
```

Figura 3.21: Área de información del applet

Luego, se muestran seis datos. Estos datos indican al usuario la forma en que están interactuando las bacterias con los anticuerpos. Recordemos que estamos en la metáfora de sanar un paciente infectado con una bacteria (puntos rojos), administrándole una bacteria antídoto (puntos verdes). El éxito del tratamiento, que en el applet consiste en que el número de anticuerpos sea mayor al número de bacterias, dependerá del tiempo (en este caso días) en que demore en ser administrado el antídoto, el costo del tratamiento, la potencia del medicamento, costo del medicamento, los ciclos de crecimiento y el número de días de tratamiento, como indica la figura siguiente:

```
Inicio del Tratamiento= 4 Costo del Tratamiento=3450  
Potencia del Medicamento= 1.23 Costo del Medicamento=15744  
Ciclos= 14 N° de días de tratamiento= 10
```

Figura 3.22: Datos que muestran la forma en que están interactuando las bacterias con los anticuerpos

La zona de control exhibe tres deslizadores. El primero, permite al usuario fijar la cantidad de días que demorará el inicio del tratamiento, posterior a la infección.

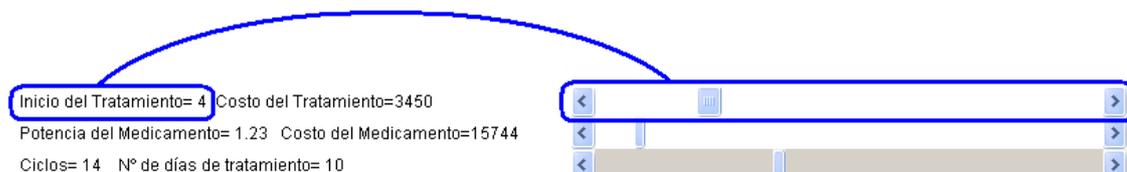


Figura 3.23: Primera zona de deslizador que permite fijar la cantidad de días que demorará el inicio del tratamiento

El segundo control fija la potencia del tratamiento, mientras más alto es el número, más potente es el tratamiento.

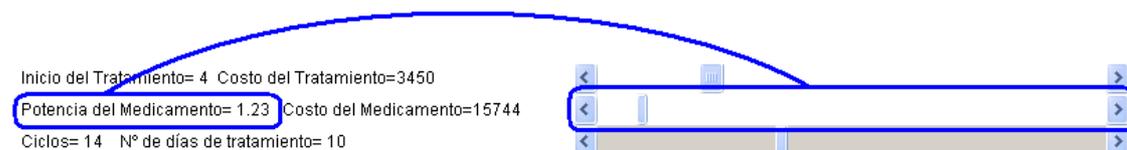


Figura 3.24: Segunda zona de deslizador que fija la potencia del tratamiento

El tercer control permite avanzar los ciclos de reproducción por mitosis de ambas bacterias.



Figura 3.25: Tercera zona de deslizador que permite avanzar los ciclos de reproducción por mitosis de ambas bacterias

## 2.2. El modelo matemático del applet:

Ambas bacterias (la infecciosa y la vacuna) se reproducen por mitosis, por lo que se utiliza el modelo  $b = 2^n$  en ambos casos con variantes en el segundo.

La bacteria infecciosa sigue el mismo modelo de crecimiento que la del applet anterior, es decir, se basa en la relación  $b = 2^n$  ( $n$  es el número del ciclo de reproducción y  $b$  es el número de bacterias en el ciclo  $n$ ). En el applet, esta bacteria se representa como puntos de color rojo.

La bacteria tratante tiene un modelamiento más intrincado. Como fue explicado en la metáfora que describe esta situación, una bacteria tratante o vacuna debiese anular a una bacteria infecciosa, entonces tenemos tres casos para el crecimiento de la bacteria tratante, considerados en la elaboración del applet:

Caso 1: Si ambas bacterias comienzan al mismo tiempo, las respectivas sucesiones del número de bacterias serán iguales, entonces la primera bacteria infecciosa, será neutralizada por la bacteria tratante, eliminando así la enfermedad en el primer ciclo. Esto conlleva, a que el paciente en realidad nunca esté enfermo. Las respectivas sucesiones del número de bacterias involucradas en los ciclos, sería la siguiente tabla(este applet modela hasta 39 ciclos):

Tabla 3.7: Sucesiones de número de bacterias involucradas en los ciclos

$b = 2^n$			
Nº de ciclos	Nº bacterias infecciosas	Nº bacterias tratantes o vacunas	Nº de bacterias infecciosas después del tratamiento
$n$	$b_{inf\ ecciosas}$	$b_{vacunas}$	$b_{inf\ ecciosas} - b_{vacunas}$
0	1	1	0
1	2	2	0
2	4	4	0
3	8	8	0
4	16	16	0
⋮	⋮	⋮	⋮
37	137438953472	137438953472	0
38	274877906944	274877906944	0
39	549755813888	549755813888	0

Por esta razón es que el applet muestra extintas a las bacterias en el primer ciclo:

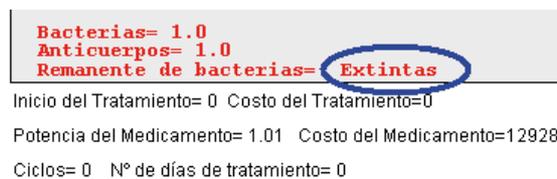


Figura 3.26: Señal del applet cuando las bacterias están extintas

Este caso no es realista y tampoco útil para la modelación que se busca.

Caso 2: Si la bacteria infecciosa comienza a crecer y la bacteria tratante se administra tiempo después (indicado por Inicio del Tratamiento en la zona de información), entonces dependerá de la velocidad de reproducción de la segunda, si se logra o no neutralizar a la primera. En este caso, será la misma velocidad que la de la bacteria infecciosa. Esto se traduce en que el modelo matemático que relaciona el número  $b$  de bacterias tratantes con el número  $n$  de ciclos sea de la forma  $b = 2^{\lambda(n-h)}$ .

En este caso, dejaremos la constante  $\lambda = 1$ . Esto, para que la velocidad de reproducción de la bacteria tratante, es la misma que la de la bacteria infecciosa.

La constante  $h$  produce un desfase en el número de bacterias en el ciclo  $n$ . Por ejemplo, si  $h = 3$ , entonces cuando se esté en el ciclo  $n = 5$ , habrán  $b_i = 2^5 = 32$

bacterias infecciosas y  $b_t = 2^{1(5-3)} = 4$  bacterias tratantes. La siguiente tabla, muestra las sucesiones del número de bacterias y el remanente  $b_i - b_t$  de bacterias infecciosas en cada ciclo.

Tabla 3.8: Sucesiones de número de bacterias el remanente  $b_i - b_t$  de bacterias infecciosas en cada ciclo

$b_i = 2^n$ v/s $b_t = 2^{\lambda(n-h)}$ con $\lambda = 1$			
Nº de ciclos	Nº bacterias infecciosas	Nº bacterias tratantes o vacunas	Nº de bacterias infecciosas después del tratamiento
$n$	$b_i = 2^n$	$b_t = 2^{1(n-3)}$	$b_i - b_t$
0	1		
1	2		
2	4		
3	8	1	7
4	16	2	14
5	32	4	28
6	64	8	56
7	128	16	112
⋮	⋮	⋮	⋮

A pesar, que las bacterias tratantes también se reproducen exponencialmente, estas no alcanzan en número a neutralizar a las infecciosas ( $b_i - b_t$  es más grande en cada ciclo), por lo que el tratamiento se considera inefectivo.

Caso 3: Si la bacteria infecciosa comienza a crecer y la bacteria tratante se administra tiempo después, pero esta tiene una mayor velocidad de reproducción entonces, logrará neutralizar a la primera. Esto se consigue fijando la constante  $\lambda$  en un valor mayor que uno. Para este tercer caso, dejaremos  $\lambda = 1.3$  y mantendremos el desfase de tres días en el inicio del tratamiento ( $h = 3$ ). El modelo matemático que relaciona el número  $b_t$  de bacterias tratantes con el número  $n$  de ciclos quedará de la forma  $b_t = 2^{1.3(n-3)}$ .

La siguiente tabla, muestra las sucesiones del número de bacterias y el remanente  $b_i - b_t$  de bacterias infecciosas en cada ciclo para este tercer caso.

Tabla 3.9: Sucesiones de número de bacterias y el remanente  $b_i - b_t$  de bacterias infecciosas en cada ciclo

$b_i = 2^n$ v/s $b_t = 2^{\lambda(n-h)}$ con $\lambda = 1.3$			
Nº de ciclos	Nº bacterias infecciosas	Nº bacterias tratantes o vacunas	Nº de bacterias infecciosas después del tratamiento
$n$	$b_i = 2^n$	$b_t = 2^{1.3(n-3)}$	$b_i - b_t$
0	1		
1	2		
2	4		
3	8	1	7
4	16	2	14
5	32	6	26
6	64	15	49
7	128	37	91
8	256	91	165
9	512	223	289
10	1024	549	475
11	2048	1351	697
12	4096	3327	769
13	8192	8192	0
14	16384	20171	

En este caso, las bacterias tratantes crecieron en cantidad más rápidamente que las bacterias infecciosas, por ello, en el ciclo 13 llegan al mismo número ( $b_i - b_t = 0$ ) habiendo partido tres ciclos después.

Este aumento de velocidad viene modelado por el valor de  $\lambda$ . Mientras mayor sea su valor, más rápido crecerán las bacterias tratantes, logrando neutralizar a las infecciosas en menos ciclos. En este caso, el tratamiento se considera efectivo.

La siguiente imagen muestra al applet en el ciclo 13, bajo las condiciones utilizadas en este ejemplo:

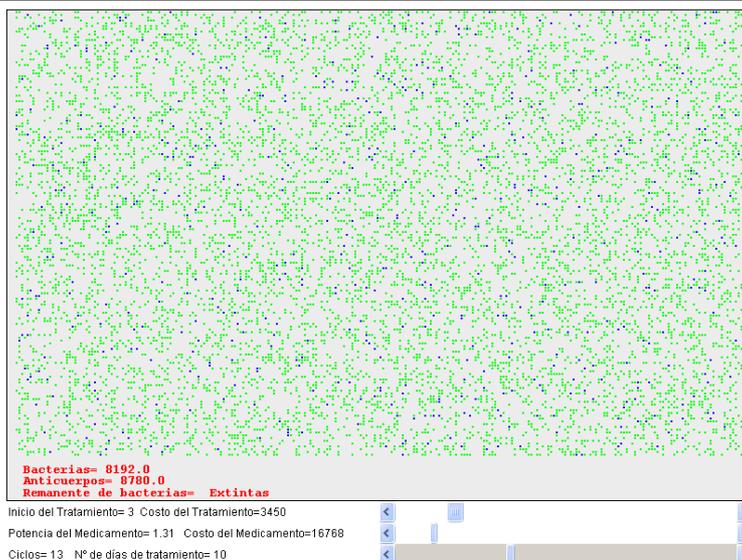


Figura 3.27: Applet en el ciclo 13 bajo las condiciones utilizadas en este ejemplo

Este efecto de “sanar” al paciente, a través de la bacteria tratante se basa en el comportamiento de las funciones  $f(x) = 2^x$  y  $g(x) = 2^{1.3(x-3)}$ . En la siguiente figura, se observan las gráficas de ambas funciones. Se ha alterado la escala del eje Y para tener una mejor visión del punto en que se cruzan:

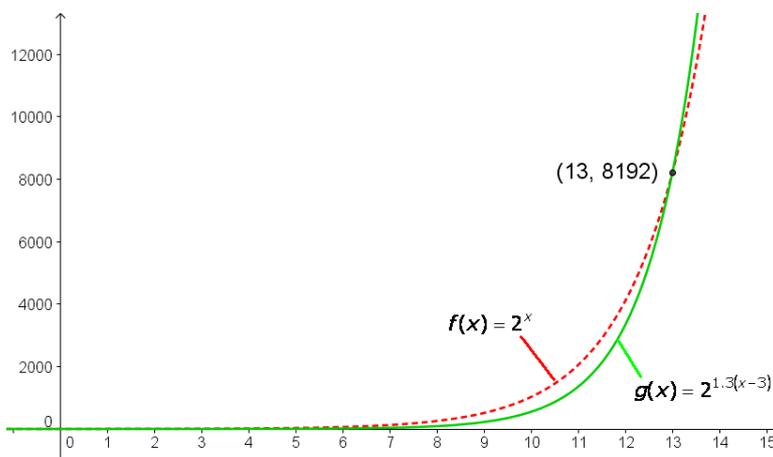


Figura 3.28: Gráficas de las funciones  $f(x) = 2^x$  y  $g(x) = 2^{1.3(x-3)}$

Se puede observar claramente como se interceptan en el punto (13,8192). Antes de este punto, o sea si  $x < 13$ , se tiene que  $g(x) < f(x)$ . Si  $x > 13$  entonces  $g(x) > f(x)$ . Si estas funciones modelan el tercer caso, se interpreta que en el ciclo 13 ambas bacterias tienen 8192 ejemplares. Antes del ciclo 13,  $f(x)$  es mayor a

$g(x)$ , por lo que la infección está activa, pero después del ciclo 13  $g(x) > f(x)$  lo que significa, que las bacterias tratantes extinguieron a las infecciosas.

Los dos applets ya descritos, abordan el grueso de la matemática a utilizar en todo el sitio Web. En la página de Desafío se incluye, un ejemplo de modelación del crecimiento de una población de bacterias que es real. Se trata de un estudio de crecimiento de bacterias, en el que se determinó que la curva de crecimiento de un tipo de Escherichia Coli (la 1952) a 27.6 grados Celsius, con una concentración inicial de 104 células por mililitro, se podía representar según el siguiente gráfico:

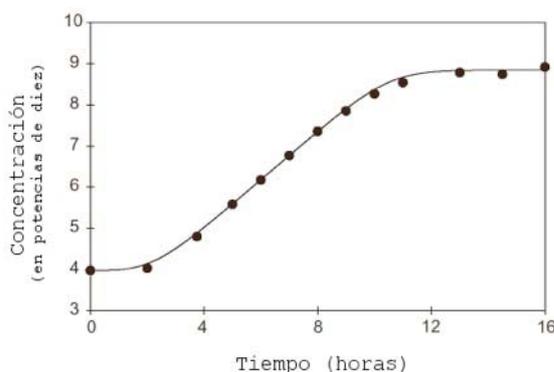


Figura 3.29: Gráfica del número de bacterias de un cultivo de la Escherichia Coli

Esta curva muestra que la población de bacterias señalada, comienza a reproducirse exponencialmente, pero en algún momento las condiciones en que está acotan este crecimiento dejando estable el número de bacterias. Esto es lo que en la realidad ocurre y la función a la que los datos obtenidos experimentalmente (los puntos negros) se ajustan es:

$$B(t) = \frac{5}{1 + 0,5 \cdot e^{-0,6 \cdot (t-8)}} + 4$$

El modelo abstracto de este tipo de crecimiento, es conocido en matemáticas como la ecuación logística y es de amplia aplicación en la descripción de crecimiento o decrecimiento de muchos fenómenos naturales.

### 3.4.3.4 Metodología utilizada y recursos

El propósito de esta actividad, es que los alumnos se enfrenten a problemas del tipo abiertos, contextualizados en situaciones reales y vinculado con otras áreas de conocimiento, tales como, la Biología. La idea es que puedan resolverlos en equipo,

utilizando variadas estrategias. En este, distintos grupos llegarán a distintos resultados. Esta situación es la que dará dinamismo al trabajo, generando espacios para la discusión (característica del ensayo y error) y es una característica de los problemas abiertos. Lo fundamental, es que los alumnos sean capaces de explicar claramente, cómo abordaron el problema y cuáles fueron los supuestos utilizados.

Los grupos trabajan apoyados por las indicaciones del profesor. Una vez resuelto el problema por todos los grupos, sigue la secuencia de sección de la página Web. Al término de la clase, se hace una puesta en común y una discusión con los resultados obtenidos. Se sugiere, elegir al azar a los grupos que presenten sus resultados al resto del curso.

En particular el total de la guía se resuelve con el applet, pudiendo descubrir los modelos involucrados, haciendo gráficos y/o cálculos algebraicos. En algunas aplicaciones, se induce a que por medio de estos recursos, el alumno para resolver determinados problemas del tipo abiertos, tenga que tomar decisiones frente a valores o situaciones que son consideradas en la aplicación. De esta manera, un aspecto que al alumno le es difícil de desarrollar, en forma explícita, se le enfrenta de manera que pueda analizar los resultados dependiendo de la decisión tomada, para posteriormente, participar en una discusión que se genere con su grupo curso.

En este applet, se agregó un espacio donde los alumnos pudiesen evaluar el conocimiento adquirido, en el trabajo con la guía, teniendo una retroalimentación (respuesta buena o mala) en forma inmediata.

Además se agrega una sección de desafíos para aquellos alumnos que les interesa el tema y desean profundizarlo.

#### **3.4.3.5 Aspectos positivos y negativos observadas**

El material usa una estrategia que es práctica, para el tipo de alumnos promedio del sistema educacional chileno, permitiendo operacionalizar una estrategia metodológica como lo es resolución de problemas y que los alumnos, puedan en un par de sesiones, entre 1,5 a 3 horas, desarrollar este tipo de problemas.

Aspectos positivos:

- Este es un desarrollo nuevo, correspondiendo a una Web, que incluye múltiples medios como texto, videos y Arlet organizados en una internase simple de

seguir. A los aspectos propios del problema, reforzada su explicación con texto y videos, se agrega un espacio de evaluación y de desafíos.

- El problema, al ser de alta complejidad, requiere un uso más intensivo del recurso tecnológico. Sin este sería complejo resolver el problema presentado, lo que permitió observar, que los alumnos en su mayoría hacen usos sistemáticos de este.
- Se observa, al igual que en las otras sesiones, una buena relación en el trabajo del alumno, al hacer uso de la guía como un organizador del trabajo y donde va dejando registros de lo realizado, complementándola con el applet.
- Si bien se observa una desorientación inicial por parte de los estudiantes, al tener un nuevo recurso y un problema de mayor complejidad, sin embargo, estos muestran una actitud, disposición y motivación altamente positiva al trabajo.
- Se observan avances en las estrategias de los alumnos al resolver el problema, agregando el desarrollo de diagramas.

Los elementos deficitarios son:

- El no presentar el recurso en el marco del problema por parte del profesor, hizo que la dificultad de entenderlo y resolverlo fuese mayor que en los problemas anteriores.
- El aumento de la dificultad en forma importante, en relación a los problemas anteriores y no en forma dosificada, hizo que la actividad fuese compleja de entender en un primer momento. En este aspecto juega un rol importante el profesor, que en aquellos casos en que no presentó el problema y el recurso o no respondió en forma clara las dudas respecto a entender el problema, profundizó la dificultad.
- Los desafíos fueron poco utilizados, principalmente solo accedieron a ellos, los alumnos que terminaron antes en resolver el problema y que corresponden a aquellos que tienen mejores resultados.



**CAPITULO IV:  
METODOLOGÍA**



## 4.1 INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas es uno de los elementos más relevantes en el currículum de matemática a nivel mundial y, en particular, se trata de trabajar aquellos problemas abiertos que permiten generar espacios de aprendizajes destinados a desarrollar capacidades y habilidades en los estudiantes, que son de alto interés para la sociedad. Si a lo anterior añadimos las tecnologías, se puede trabajar entre otros aspectos, problemáticas más reales, contextualizadas, junto con apoyar los procesos propios de la resolución de problemas por parte de los estudiantes. Analizar la información generada y tratar de lograr los objetivos de esta tesis, son elementos de interés para poder mejorar el conocimiento que se tiene en el área.

En este capítulo, se describen las técnicas y procedimientos metodológicos desarrollados para el análisis de la información, lo que permitirá dar respuesta a los objetivos de la investigación.

La investigación se centró en la realización de observaciones de sesiones de trabajo de profesores y sus grupos de alumnos, los cuales se encontraban trabajando en el marco del proyecto *Enlaces Matemática*<sup>11</sup> que hace uso del *Modelo interactivo para el aprendizaje matemático*, descrito en el Capítulo 3. Este se realizó a través de problemas abiertos, haciendo uso de recursos tales como guías y tecnologías, específicamente, los computadores y recursos digitales del tipo applet.

La metodología usa aspectos cualitativos, elementos comunes y recomendados en el desarrollo de investigaciones en el área de la educación. El elemento metodológico, ha sido un estudio de casos mediante el uso de instrumentos basados en la metodología observacional. En forma directa se observaron sesiones de trabajo, por parte del autor de esta tesis, utilizando una pauta de observación no cerrada. Los componentes a observar fueron: aspectos pedagógicos del docente; elementos de la sala o laboratorio de computación; aspectos generales, conocimiento específico y estrategias de resolución de problemas del alumno, y

---

<sup>11</sup> *Enlaces Matemática* es un proyecto basado en el *Modelo interactivo para el aprendizaje matemático*, desarrollado por el Centro Comenius de la Universidad de Santiago de Chile. Este es implementado con el apoyo del Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación de Chile, Red Enlaces. Para más detalles ver Capítulo 3, donde se describe el modelo.

aspectos generales, uso cognitivo e instrumental por alumnos y profesores de las TIC.

El enfoque metodológico centrado en la observación del trabajo de profesores y alumnos en el marco de la propuesta de esta tesis, privilegia el tratar de comprender dicha realidad, permitiendo obtener información de primera fuente y de su actuación directa, constituyendo la interacción humana y esta con las tecnologías y los recursos proporcionados, en la fuente principal de datos (Ruiz, 2003), centrando el interés en la situación misma y permitiendo al investigador tener la mayor proximidad a dicha situación, por sobre lo que son la percepción de los participantes, expresadas en entrevistas, o por el análisis de las tecnologías utilizadas.

Así, se realizó una observación detallada e inserta en la realidad de la sala o laboratorio de computación, en el entorno natural donde ocurren las interacciones (profesor, alumno y recursos), buscándose lo específico y lo local, donde se podría o no descubrir algunos patrones (Ruiz, 2003).

En forma paralela a las observaciones, se realizaron grabaciones de las clases, por un profesional distinto al observador. De esta manera, se contó con un recurso adicional para aportar en la recopilación de información de los cursos observados.

Con esta estrategia de observación, sobre la base de notas, y grabaciones, se logra un diálogo entre el observador y lo observado, acompañada de una reflexión analítica permanente.

Esta investigación, se ha centrado en caracterizar el uso de los recursos tecnológicos por parte de los estudiantes, en particular de applet (del tipo manipulativos virtuales), en la resolución de problemas abiertos en matemática. Todo esto en el marco de un modelo curricular, que hace uso de materiales (guías) y recursos digitales proporcionados por el investigador.

Para esto, se ha considerado, según lo señala Ruiz (2003), que la mejor manera de organizar y tratar el enorme volumen de información, obtenida de una investigación cualitativa, es por medio de su codificación para reducirlas a categorías. Donde se espera que estos ayuden a la interpretación de los datos, donde dichas categorías

pueden hacerse y rehacerse, no siendo considerados como definitivos y pudiendo ser reutilizados en otros estudios.

En esta sección, se presentan los siguientes temas: la experiencia; los aspectos generales de las estrategias metodológicas utilizadas tales como, el proceso de observación, la delimitación de objetivos, los requisitos del estudio y la recolección de datos; la descripción de los grupos observados en cuanto a establecimientos educacionales, los docentes, la sala o laboratorio de computación y los alumnos; finalmente, la observación y pauta de observación, para el instrumento cerrado y la sección abierta.

#### **4.2 LA EXPERIENCIA**

La experiencia consistió en observar el trabajo de un profesor y su grupo curso de segundo año de enseñanza secundaria (grado 10). Estos se encontraban trabajando en resolución de problemas abiertos en matemática, haciendo uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC), específicamente, computadores.

En total se observaron tres cursos, de tres establecimientos distintos. Estas instituciones educacionales ya habían participado (o se encontraban participando) en la implementación del proyecto *Enlaces Matemática*, lo que indica que cada curso -profesor y alumnos- debía interactuar sobre la base de una propuesta didáctica, metodológica y con materiales propuestos por esta investigación, junto con el uso de recursos digitales.

El que profesores y alumnos hubiesen desarrollado anteriormente dicho modelo, implica que participaban de una experiencia que les era conocida, lo que se traduce en niveles más asumidos de cambios de roles, con mayor capacidad para el trabajo en grupos y para el trabajo centrado en el alumno, donde estos son los principales artífices de su aprendizaje; además, de la incorporación de recursos guías y tecnológicos en el aprendizaje de la matemática.

La siguiente tabla presenta, el tiempo en que profesores y alumnos habían trabajado en el *modelo interactivo*, antes de ser observados en el proceso enmarcado en esta tesis.

Tabla 4.1: Tiempo de experiencia de profesores y alumnos en la implementación del modelo interactivo

Establecimiento	Experiencia en el modelo	
	Profesores	Alumnos
Cristóbal Colón	3 años	7 meses
Santa Cruz	3 años	7 meses
Santa María	4 años	3 meses

Dos de los colegios fueron observados durante el año escolar 2005 (Cristóbal Colón y Santa Cruz) y uno de ellos durante el año 2006 (Santa María). En todos los establecimientos, se analizó el trabajo del profesor con sus alumnos en el laboratorio de computación y en total fueron examinados 76 estudiantes y tres profesoras.

En la institución observada el año 2006, por sugerencia de la profesora, se estudió la labor de dos grupos de alumnos: uno de alto rendimiento en la asignatura y otro de bajo rendimiento. Estos equipos estaban conformados por dos alumnos cada uno y estaban insertos en el quehacer normal de un grupo curso de alumnos.

A cada curso se le entregó el material consistente en una guía, en la que se planteaba un problema abierto y que contenía diferentes actividades para orientar a los alumnos en la tarea que debían llevar a cabo. Adicionalmente, cada problema tenía entre uno y tres applet o recursos manipulativos virtuales. De esta manera, se trabajaron tres problemas abiertos en total. La dedicación a cada resolución de problema (guía) fue de, aproximadamente, dos sesiones de una hora y treinta minutos cada una, es decir, tres horas.

Como los docentes conocían y estaban formados en el modelo, solo se trabajó con ellos los elementos propios de la resolución de problemas abiertos, el uso de las tecnologías y se les entregó el material que trabajarían con sus alumnos (guías y recursos digitales).

Para el trabajo en el laboratorio de computación, se entregaron guías a cada alumno y los recursos tecnológicos correspondientes a los programas applet.

La siguiente tabla muestra el número de observaciones realizadas en cada colegio por cada guía de trabajo, que incluye un problema y actividades para su desarrollo.

Tabla 4.2: Número de sesiones observadas por guía y por establecimiento

<b>Guía</b>	<b>Cristóbal Colón</b>	<b>Santa Cruz</b>	<b>Santa María</b>
1	2	2	2
2	2	2	3
3	2	2	2
<b>Total</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>7</b>

Se puede apreciar que todos los materiales utilizados, tuvieron una duración de trabajo en salas de clases de dos sesiones, con excepción de la Guía 2 en el Colegio Santa María, la cual tuvo una duración de tres sesiones. Cada sesión tiene una duración de una hora y treinta minutos. De esta manera, cada guía tuvo una duración de trabajo con los alumnos de tres horas aproximadamente y se realizaron 19 sesiones de observación con un total de 28 horas y treinta minutos.

En resumen, la implementación de la experiencia dotó a cada sala de:

- Tres guías para el trabajo de los problemas abiertos.
- A cada alumno se le entregaba una copia de cada guía.
- Un set de applet para cada guía.
- En cada computador del laboratorio se instaló, por los propios docentes o encargados de laboratorios, los applet a ser utilizados en cada problema y programas requeridos para su ejecución.
- Se trabajó con los docentes en la resolución de problemas abiertos en matemática, sobre la base del material que estos trabajarían con sus alumnos.

### **4.3 ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS UTILIZADAS**

#### **4.3.1 Aspectos generales**

Cada uno de los métodos de investigación precisa el reconocimiento, la adecuación y la intercolaboración mutua. Esto nos remite al concepto de "triangulación metodológica", es decir, a la convergencia de la metodología cualitativa y cuantitativa, teniendo en cuenta que cada una provee informaciones diversas y relevantes para interpretar a la otra. Es por este motivo que se complementará ambas técnicas metodológicas de investigación (Reichardt y Cook, 1986; Ruiz, 2003; Gil, 1994).

A lo anterior, se suman ventajas potenciales resultantes de la combinación de métodos, idea que puede fundamentarse en, al menos, tres razones:

- Los múltiples objetivos del proceso de investigación, pueden ser alcanzados con menores dificultades.
- La utilización de las dos metodologías de forma combinada, las vigoriza de manera recíproca, al abrir perspectivas de descubrimiento y verificación que no están al alcance de un enfoque exclusivista.
- Se posibilita un espectro más amplio de triangulación, lo cual repercute en sacar, en parte, el sesgo de una investigación que involucra una sola metodología (Cook y Reichardt, 1986).

Por otra parte, Anguera (1985) y Reichardt y Cook (1986), coinciden con respecto a las metodologías cualitativa y cuantitativa y señala que:

- Una investigación tiene propósitos múltiples, generalmente, por lo que es positivo considerar el uso de una variedad de métodos.
- Una estrategia de disminuir el sesgo de los métodos cualitativos y cuantitativos es usando, indistintamente, ambos métodos y en lo posible combinarlos para triangular, de tal forma que se puedan realizar diferentes comprobaciones.
- De igual manera, la discusión ha sido contraproducente desde otra perspectiva, ya que sirve para polarizar las posiciones cualitativa y cuantitativa, junto con alentar la creencia de que la única opción posible es elegir entre estos extremos.

Según Reichardt y Cook, el paradigma cualitativo postula una concepción global fenomenológica, inductiva, estructuralista, subjetiva, orientada al proceso y es propia de la antropología social. Además, sugieren que los métodos cualitativos fueron deliberadamente desarrollados para la tarea de descubrir o desarrollar teorías.

Para los fines de esta tesis, los elementos fundamentales de la metodología cualitativa son: que es flexible, exploratoria, inductiva, holística, fenomenológica, relativista y basada en la realidad; mientras que a la cuantitativa se le asignan los adjetivos opuestos (Anguera, 1985).

De esta manera, se ha desarrollado un trabajo exploratorio preliminar en la búsqueda de ideas y nociones, para luego tratar de desarrollar nuevos conceptos, clasificaciones y juicios fuertemente vinculados a la realidad escolar y al uso de las

tecnologías. Esta es una labor que antecede a la investigación y que significó un esfuerzo adicional.

En el marco de esta investigación, y según las características de la metodología cualitativa que se caracterizan por su capacidad de descripción y que son relevantes en las fases exploratorias de la investigación, cabe señalar, que no se puede esperar una verificación rigurosa de tipo estadístico o experimental, sino que solamente lo que se podría llamar "confirmación" o "corroboración".

En el proceso de observación, se ha tratado de describir incidentes claves en términos descriptivos y de forma funcionalmente relevante, contextualizándolos en función de un ámbito más amplio. La idea básica que guía la investigación se puede reducir a la utilización de escalas nominales, lo cual equivale a someter la situación a un necesario proceso de deslinde de unidades, elaboración de un sistema de categorías coherentes y su posterior codificación (Taylor y Bogdan, 1986).

#### **4.3.2 El proceso de observación**

La estrategia central utilizada en esta investigación, fue la observación directa de grupos cursos, un profesor y sus alumnos, y la de grupos pequeños de alumnos, en el marco de la resolución de problemas abiertos por medio del uso de la tecnología.

Para el autor de esta tesis, basándose en su experiencia en el desarrollo de diferentes proyectos e investigaciones, la observación es considerada como un proceso cotidiano de gran importancia, que permite o permitiría mejorar los resultados de los aprendizajes de los alumnos y adaptar las prácticas a las necesidades y realidades de la mayoría de los estudiantes.

Lo anterior, es propiciado por los cambios de las prácticas educacionales, que en la actualidad tienden al acceso a una mayor cantidad y calidad de recursos. Porque los docentes, tienen cada vez más apoyo para el desarrollo de su labor, especialmente, el que les entrega la tecnología y que cambia radicalmente el rol del alumno al centrar los procesos en él. Es en este contexto, donde paulatinamente se va pasando de una metodología unidireccional a una donde el alumno tiene un rol más activo, en donde la observación, ya sea realizada por investigadores, pero muy especialmente por docentes de aula, toma una relevancia altamente importante.

Estos aspectos cada vez son más reconocidos y valorados, tanto por docentes como expertos e investigadores.

Lo complejo de esta estrategia radica en que la observación es una técnica que genera productos y estos podrían darse en forma sesgada y alterada si no se analiza bien dicho proceso. Es importante tener la capacidad de tomar la decisión más acertada, entre todas las posibilidades que se tienen, dadas las especificaciones propias de cada situación y las características del contexto. Por otra parte, es fundamental la riqueza de opciones que posee la metodología observacional y que es, sin duda, la que admite mayor flexibilidad (Anguera, 1989).

Se debe destacar, que según lo mencionado por Anguera (1989), el objetivo de la observación es desarrollar un proceso para analizar el comportamiento de uno o más individuos, que se hallan en situación de aprendizaje y con el aula como contexto.

La misma autora ha definido la observación como:

*"Procedimiento encaminado a articular una percepción deliberada de la realidad manifiesta con su adecuada interpretación, captando su significado, de forma que mediante un registro objetivo, sistemático y específico de la conducta generada de forma espontánea en un determinado contexto y una vez que se ha sometido a una adecuada codificación y análisis, nos proporciona resultados válidos dentro de un marco específico de conocimiento"* (Anguera, 1989, p. 7).

Para Anguera (1989), se requiere de capacidad para percibir la conducta de los sujetos estudiados y su contexto, con inexistencia o niveles muy bajos de inferencia, garantizándose así una máxima objetividad. Se requiere, que el observador vea la realidad tal como se presenta, sin distorsión, de manera de estudiarla en sí misma, incorporando una dimensión temporal de seguimiento y dándole consistencia a los datos recogidos. La observación recae sobre hechos, conductas exteriorizadas en forma verbal o motora, por lo que no es observable toda respuesta, sino las que son manifestadas y, lógicamente, percibidas de igual forma por diferentes observadores.

Asimismo, los métodos secuenciales son un gran aporte para el estudio de la interacción social, siendo una característica de dicha interacción el hecho de que se

extienda en el tiempo, por lo que no se puede pensar en ella sin hacer referencia a la dimensión temporal (Bakeman & Gottman, 1989).

Una variante utilizada en las observaciones de este estudio, fue el de realizarlas a cursos completos en el momento en que trabajaban con su profesor (dos cursos de establecimientos distintos), y la observación de dos grupos de alumnos, compuestos por dos estudiantes cada uno, en un tercer establecimiento. De esta manera, se prestó especial atención en descubrir lo que acontecía en el proceso estudiado; recoger datos significativos de forma predominantemente descriptiva de lo que sucedió; interpretar y poder así comprender y generar conocimientos para luego “intervenir” más adecuadamente en las aulas. Se trata de estudiar lo que allí ocurre, las distintas interacciones, actividades, valores, actitudes y expectativas de los participantes.

Como Ruiz (2003) señala, estos estudios permiten un proceso recursivo de: definición de objetivos del estudio; recogida de la información; registro de la información; análisis de datos. Lo anterior, es un proceso que termina con la emisión del documento final de la investigación. Esto permite generar nuevas interrogantes y focalizar progresivamente los aspectos a analizar a través de una recogida y análisis de datos continuo.

Las fases consideradas principalmente por la literatura, en el proceso de observación son:

- a) delimitación de objetivos,
- b) recogida de datos y su optimización,
- c) análisis de datos,
- d) interpretación de resultados.

En este punto, se presentará la implementación de estas fases desde la perspectiva de la investigación enmarcada en esta tesis.

### **4.3.3 Delimitación de objetivos**

Este aspecto es altamente importante y se recomienda generar un objetivo bien delimitado, que sea revisado a la luz de observaciones preliminares. Así, es posible informar adecuadamente sobre las conductas ejecutadas y analizar si este objetivo es factible de ser estudiado.

En esta fase es importante definir: la estrategia a seguir, los criterios considerados en la observación, el nivel de conducta a estudiar y, por último, los requerimientos.

#### **4.3.3.1 Estrategia a seguir**

La estrategia utilizada para este trabajo ha sido la racional, que se fundamenta en elementos teóricos y es la base para la generación de conjeturas con respecto a los elementos a observar, siendo una opción la vía deductiva, donde hay un conocimiento previo del tema a tratar (Anguera, 1989).

Esta autora, señala que en el acto de observar se interrelacionan tres elementos: percepción, interpretación y conocimientos previos. La percepción permite representar fragmentos de la realidad, encontrándose presente en diferentes facetas. La interpretación corresponde a la asignación de significado de lo percibido. Y el conocimiento previo interviene de forma diferente, dependiendo de su arraigo e intensidad.

#### **4.3.3.2 Criterios en el proceso de observación**

El autor de esta tesis fue quien realizó la totalidad de las observaciones, con el apoyo de una persona que grabó cada una de las sesiones. En estas se desarrolló una observación directa, participando visiblemente en el trabajo del curso, lo que permitió percibir directamente los distintos sucesos ocurridos en la sala de clases y registrar inmediatamente la información.

Otro aspecto importante que se debe indicar, es que se tomó la decisión de no intervenir en las clases. Por esta razón, cuando los estudiantes hacían preguntas al investigador, se les explicaba que no se podía participar y que se dirigieran a su profesora. De igual manera, no se realizaron inferencias de los elementos observados, predominando el componente perceptivo sobre el interpretativo.

Como señala De Ketele, la observación "es un proceso que requiere atención voluntaria e inteligencia, orientado por un objetivo terminal y organizador y dirigido hacia un objeto con el fin de obtener información" (De Ketele, 1984, p. 21).

Según Woods (1987), estas observaciones son un medio para llegar profundamente a la comprensión y explicación de la realidad, por la cual el investigador "participa" de la situación que requiere observar.

#### **4.3.3.3 Nivel de conducta a estudiar**

Un elemento importante a considerar, es el nivel de conducta que se desea estudiar. Los niveles de conducta propuestos en la literatura son: no verbal, espacial, vocal, y verbal. Estos niveles corresponden al "contenido" de la conducta a observar (Anguera, 1989).

Para el caso de esta investigación, en el proceso de observación, se privilegió:

- El aspecto **vocal y verbal**, desde la perspectiva de la emisión de vocalizaciones, por una parte, y de la otra, la verbal, del mensaje y su contenido. Uno de los aspectos que interesaba observar y estudiar era el trabajo al interior de los grupos, entre grupos y la comunicación con el docente. Si bien se registran las acciones desde una mirada de vocalización, al ser complejo seguir en la realidad escolar, se concentra la observación en el contenido de discusiones de distintos grupos, entre los alumnos, y con el profesor. En especial, cuando se estudiaron los grupos focalizados se hizo un registro de elementos verbales.
- El **espacial**, referido a la perspectiva dinámica del comportamiento y movimientos ocurridos al interior de la sala, y estáticos respecto de la cercanía o distanciamiento en el manejo de los recursos tecnológicos, entre alumnos y profesores.

### 4.3.4 Los requisitos del estudio

En la planificación del estudio, previo a la recolección de datos, se requiere definir una serie de requisitos que serán de gran ayuda en el proceso, evitando así incurrir en errores en el procedimiento, que podrían invalidar la investigación.

A continuación, se presenta una tabla que describe brevemente cada uno de los requisitos considerados en la investigación desarrollada, además, de los principales aspectos ocurridos al momento de su implementación. Para esto, se utilizan los requisitos propuestos por Anguera (1989).

Tabla 4.3: Requisitos del proceso de observación, la planificación y la implementación

Requisito	Planificación	Implementación
Confección de un "timing" o temporización de las distintas etapas	Salas a estudiar: 3 Número de observaciones: Se estimó, por centro educacional, 6 sesiones de matemática. Duración de cada sesión de observación: Una hora y treinta minutos, lo que dura una clase de matemática. Periodicidad: Seis sesiones continuas, donde se trabaja una guía (un problema y actividades propuestas para su solución), en dos sesiones cada una.	Se observaron las salas y grupos esperados, dos de ellos en 6 sesiones y el tercero (el que se observa solo dos grupos de alumnos) tuvo una duración de 7 sesiones. Cada sesión duró una hora y media. Se entregó el material a cada alumno y se instalaron recursos digitales en los computadores.
Descripción detallada de las características física, ambientales y contextuales de la situación de observación	Se deseaba observar tres establecimientos educacionales. Dos de estos cursos completos y en el tercero dos grupos compuestos por dos alumnos, sugeridos por la profesora: uno de rendimiento bueno en matemática y otro de rendimiento regular. La observación se realizaría a los grupos, en su ambiente natural de trabajo, en matemática, en la temática de resolución de problemas abiertos y haciendo uso de tecnologías (computadores). Para esto, se podría trabajar en sala de computación directamente o combinando sala de clases y sala de computación. Se trabajará en ambientes reales, es decir, en las condiciones en que estén las salas, números y tipos de computadores, ruido ambiental, posible humedad, recursos tecnológicos, etc. Se esperaba observar el trabajo del profesor y su grupo de alumnos (entre 35 y 40) de ambos sexos y dos grupos de alumnos de cuatro estudiantes en total. Se da libertad en la formación de grupos, organizada por los docentes o los propios alumnos. La exigencia de la tecnología es solamente que puedan correr la máquina virtual de Java, además de contar con un navegador, Windows Player o QuickTime, no se requiere internet. No se exige tener y usar otras tecnologías como proyector. La investigación se desarrolla en el marco de la implementación de un modelo metodológico, que proporcionará guías a cada alumno (un total de tres para seis sesiones), y un trabajo básico con los docentes sobre resolución de problemas abiertos y los recursos entregados.	Se observaron los tres establecimientos en las condiciones esperadas. Para más detalle, ver en este capítulo el punto 4.5.1 Los establecimientos educacionales.

Capítulo IV: Metodología

<p>Mantenimiento de la constancia inter o intrasacional</p>	<p>Se espera observar la totalidad de las sesiones en forma consecutiva, de manera de poder registrar el trabajo continuo y sistemático de los alumnos y su profesor. Además, se desea observar el trabajo de un mismo problema desarrollado en más de una sesión, aspecto que se requiere especialmente cuando son problemas abiertos y de una complejidad media-alta para los alumnos, de situaciones reales de la vida y a los cuales los estudiantes no están acostumbrados a enfrentarse. Respecto de la constancia intrasacional, se desea observar sesiones continuas de trabajo de una hora y media. Algunas de las alteraciones en las observaciones, provocadas por una ruptura en su proceso, pueden ser: problemas con los recursos tecnológicos (computadores); problemas en la entrega del material de los alumnos; ausencia masiva o significativa de estudiantes o la falta de un integrante en alguno de los dos grupos del tercer establecimiento; ausencia del docente o dificultades de orden mayor.</p>	<p>En dos de los tres colegios, se pudo mantener absolutamente la constancia inter e intrasacional. Esto fue en el colegio Cristóbal Colón y Santa Cruz. En el colegio Santa María, el grupo de estudiantes de resultados más deficientes asistió a tres sesiones, para el desarrollo de la primera guía completa y una sesión (de un total de dos) de la segunda guía. Por esta razón, se le solicitó a la profesora poder observar otro grupo que ella seleccionara y que contara con similares condiciones de rendimiento. Otra dificultad presentada en este establecimiento, fue que al término de la segunda guía (quinta sesión observada), los alumnos se adhirieron a un paro nacional estudiantil (manifestación). Esto interrumpió el proceso por cuatro semanas y, al regreso, se retomó el trabajo normalmente de la tercera guía, la que fue desarrollada en dos sesiones consecutivas.</p>
<p>Posibilidad de distribuciones temporales</p>	<p>Elementos que signifiquen una ruptura en la observabilidad del proceso de una unidad de sesión. Para este estudio se estableció que sería aceptable mientras no superara un 10% del total de la sesión.</p>	<p>No existieron dificultades de ruptura en la observabilidad del proceso.</p>
<p>Carácter ideográfico versus nomotético</p>	<p>Se observarían dos cursos, alumnos y profesores. Dentro de esta observación, se focalizaría en aquellos con mayores avances y con una visión "más general" al resto de los alumnos. En la observación del tercer establecimiento, donde la observación sería específicamente a los dos grupos de trabajo (dos alumnos cada uno), estos se ubicarían en lugares de trabajo consecutivos o muy cercanos y se haría la observación en forma a ambos equipos. Por la escasez del tiempo, no se podría observar al resto de los grupos del curso.</p>	<p>Se implementó la estrategia de observación según lo planificado.</p>
<p>Elección de nivel de participación</p>	<p>Se implementaría una observación-participante. De esta manera, se podría estar muy cerca del proceso natural donde se desarrolla el objeto a observar, la sala o laboratorio de computación, con profesores y alumnos; pero sin que el observador intervenga en ningún momento en el proceso.</p>	<p>Se realizó una observación-participante. Cuando los alumnos hacían preguntas del trabajo al observador, se les redireccionaba con su profesor(a). Se puede señalar que, al principio, hay más incomodidad por la cámara de video, la que pronto pasa a un segundo plano. Y se observó naturalidad en el comportamiento de los alumnos.</p>
<p>Especificación de las unidades de conducta</p>	<p>Se implementará una unidad pre eminentemente molecular y, en algunos momentos, se espera que sea mixta (molecular-molar). Se ha preferido observar la interacción con respecto al flujo de la conducta, con una mirada a las situaciones que ocurran al interior de la dinámica profesor-alumno-recursos. Esto permite facilitar la observación. Cuando sea de interés para los fines de la investigación y, en particular, con el apoyo de la grabación de las sesiones y el uso del sistema computacional de análisis de datos cualitativo (HyperResearch),</p>	<p>Según lo propuesto, se utilizó una unidad molecular, principalmente, para facilitar el proceso de observación y ver el flujo de conducta. Luego, en algunos momentos, se implementó (con el apoyo de videos y del software HyperResearch), una unidad mixta para poder manejar un contexto de la situación. Así, se pudo profundizar en el proceso de observación en aspectos como la conversación entre profesor-</p>

Capítulo IV: Metodología

<p>Especificación de las unidades de conducta</p>	<p>Se implementará una unidad preeminentemente molecular y, en algunos momentos, se espera que sea mixta (molecular-molar). Se ha preferido observar la interacción con respecto al flujo de la conducta, con una mirada a las situaciones que ocurran al interior de la dinámica profesor-alumno-recursos. Esto permite facilitar la observación. Cuando sea de interés para los fines de la investigación y, en particular, con el apoyo de la grabación de las sesiones y el uso del sistema computacional de análisis de datos cualitativo (HyperResearch), se implementará una unidad molar.</p>	<p>Según lo propuesto, se utilizó una unidad molecular, principalmente, para facilitar el proceso de observación y ver el flujo de conducta. Luego, en algunos momentos, se implementó (con el apoyo de videos y del software HyperResearch), una unidad mixta para poder manejar un contexto de la situación. Así, se pudo profundizar en el proceso de observación en aspectos como la conversación entre profesor-alumno, gestos, manejo de computador, discusiones, etc. El software HyperResearch ayudó en el manejo de textos para hacer seguimiento de estos o para tener distintas visiones.</p>
<p>Formación y adiestramiento del observador</p>	<p>Las observaciones serían desarrolladas en su totalidad por una sola persona, que es el autor de esta tesis. Esto evita tener que formar a distintas personas y tratar de generar visiones unificadas, simplificando el análisis de datos y dándole una mayor validez al estudio. Adicionalmente, el autor de esta tesis desarrolló su investigación DEA "Metodológica de Resolución de Problemas en Matemática haciendo uso de las TIC", en una investigación que ha sido la base para el presente estudio y el que también contempló observaciones en este marco de investigación. Por otra parte, el autor ha participado en diferentes proyectos de investigación, algunos de los cuales le ha significado realizar observaciones de salas de clases, junto con entregarle una cercanía al sistema educativo a estudiar. Sin embargo, cabe señalar que no ha recibido formación específica en tal sentido, lo cual se ha tratado de suplir con algunos niveles de autoinstrucción.</p>	<p>La observación se realizó según las condiciones planificadas. Se debe destacar que, como observador, mantuvo una postura imparcial, no interviniendo en los procesos ni tampoco interpretándolos, dando solamente testimonios de lo percibido.</p>
<p>Fuentes de error y sus mecanismos correctores</p>	<p>Para disminuir los posibles errores, se planificó:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Desarrollar las observaciones en salas de clases/salas de computación y en los tiempos reales del sistema educacional a estudiar.</li> <li>- Grabar (no por el observador) el total de las sesiones.</li> <li>- Realizar una adecuada delimitación de los aspectos y objetivos a observar</li> <li>- Realizar los registros directamente mientras ocurrieran. Por otra parte, el instrumento cerrado se debería completar inmediatamente terminada la sesión.</li> <li>- No desarrollar categorizaciones espontáneas, al momento de realizar la observación</li> <li>- El observador debe estar atento cuando los alumnos no se comportaran naturalmente por estar siendo observados, dejando registro de</li> </ul>	<p>En este aspecto, se tomó una actitud significativamente cuidadosa para evitar los elementos que pudiesen significar fuentes de errores, y considerando todos los componentes planteados en la planificación. En particular, a cada profesor, directiva de colegio y a los alumnos a observar se les presentó el contexto en el que se desarrollaba la investigación. Si bien, al principio los estudiantes no actuaban en forma totalmente natural, principalmente por el uso de cámara de grabación, se pudo notar que esto desapareció casi al</p>

### 4.3.5 Recogida de datos

Con respecto a los datos, en el tenor de esta investigación, un proceso importante es la reducción de estos, lo que no necesariamente significa cuantificarlos. Dicha disminución se considera parte del análisis, por lo que aparece un concepto muy importante que se refiere a la "triangulación", en la que se obtienen medidas o indicadores simultáneos o múltiples acerca de un mismo atributo. Otro aspecto importante, se relaciona con el énfasis de la interpretación en contacto con la propia realidad, donde los datos recogidos permitirán que las situaciones seleccionadas no estén restringidas por categorías de análisis predeterminadas, pudiendo así, proporcionar mayor profundidad y detalle (Ruiz, 2003; Anguera, 1985).

En el contexto de esta tesis y según lo señalado en textos especializados, los datos cualitativos consisten en descripciones detalladas de situaciones, eventos, sujetos, interacciones y conductas observadas; citas directas de sujetos, actitudes, creencias, entre otros. De esto se desprende que, según Anguera, como evaluador se intente captar con el máximo rigor lo que los sujetos hacen o dicen y, así, tratar de desarrollar una descripción de la realidad que se materializa en un continuado flujo de conducta.

El autor de esta tesis, al ser el observador de todas las sesiones de trabajo profesor-alumno, señala además, como relevantes las cualidades de: sentirse cercano a la situación para captarlas con exactitud, dejando constancia de todos los hechos percibidos (conductas manifestadas); llevar a cabo una descripción pura (no evaluativa), y llevar convenientemente un registro por medio de pauta de observación, notas de campo y grabaciones de cada sesión.

Desde el punto de vista característico de la metodología cuantitativa, se trabajó en traducir las observaciones a números, y estos valores numéricos se asignan por conteo/frecuencia y medida (Reichardt & Cook, 1986; Ruiz, 2003).

En cuanto al registro de las observaciones, es importante indicar que se contó con la base de la experiencia y productos generados por este autor en la investigación del DEA. En consecuencia, las observaciones realizadas sirvieron como preliminares, permitiendo delimitar el problema que es de interés para esta tesis. Para los registros, se usó la modalidad conocida como **incidentes críticos**, donde

se describió detalladamente algunas observaciones consideradas relevantes para el estudio; en particular, cuando se pudo observar determinados usos que no se registraban frecuentemente de la tecnología. Adicionalmente, se utilizó la generación de **notas de campo**, coincidente con la adopción de una observación-participante, donde se realizó un seguimiento de los grupos observados. Finalmente, se utilizó una **lista de control** correspondiente a una pauta cerrada que se completó al término de cada sesión, por el mismo observador. Estas fueron modificadas a partir del estudio del DEA, lo que permitió un interesante análisis cualitativo presentado en el Capítulo 5 (para más detalle de este instrumento, ver en este capítulo el punto 4.4.2 Pauta de Observación instrumento cerrado).

#### **4.3.5.1 Observación focalizada**

Un elemento incluido en esta investigación, fue realizar observaciones a dos cursos de establecimientos distintos, profesores y alumnos, trabajando en la resolución de problemas abiertos apoyados por el uso de tecnologías. Igualmente, se observaron dos grupos de alumnos de un curso de un tercer colegio, en un ambiente de trabajo cotidiano de un profesor y su curso, similar al realizado en las observaciones previas. De esta manera, se ha considerado la observación focalizada como un método adicional de recolección de datos.

La observación focalizada, es un proceso de producción de significados que apunta a la indagación e interpretación, de fenómenos ocultos a la observación más generalizada. Además, se caracteriza por informar sobre un razonamiento en profundidad y detalle para dar cuenta de comportamientos sociales y prácticas cotidianas.

Para esta tesis, se buscó la posibilidad de tener una perspectiva adicional de análisis al estudio desarrollado y, de esta forma, poder focalizar la observación en casos puntuales, evitando la distracción al tratar de dedicar el trabajo desarrollado por un curso completo, que varía entre 35 y 37 alumnos.

En estas circunstancias, se pretendió profundizar en:

- Conocer conductas y actitudes de los alumnos, lo que ayuda a relevar la información.
- Obtener mayor cantidad y variedad de respuestas, que pueden enriquecer la información con respecto al tema en estudio.

- Enfocar mejor la investigación.

#### **4.3.5.2 La construcción de categorías**

Las categorías constituyen el instrumento de “medida” de las conductas de los alumnos y profesores observados, en relación con los objetivos de esta tesis. Este es un proceso en que se desglosa y describe cada una de las conductas de interés a observar centradas en este estudio (Anguera, 1985). Para Bakeman y Gottman (1989), el desarrollo de un esquema de conductas (categorías) es un acto teórico, el cual debería iniciarse en el propio estudio, personificando las conductas y distinciones que el investigador considera importante para explorar su problema y que se convierte en “la lente mediante la cual se contempla el mundo”.

Se implementó un proceso de modificación de las categorías a partir de los resultados y aprendizajes del trabajo desarrollado en el DEA; además, de los nuevos análisis de las observaciones realizadas en el transcurso de la presente investigación. A esto se suma una revisión de la literatura y, también, el instrumento de observación de clases desarrollado en el proyecto FONDEF<sup>12</sup> D00I1073 “*Aprender matemática creando soluciones*”, el cual desarrolló la base para la implementación del proyecto Enlaces Matemática que, a su vez, es el origen de esta tesis.

En este estudio, las categorías implementadas fueron: Aspectos pedagógicos, Estrategias usadas en la resolución de problemas, Forma de uso de TIC, Actitud, y Sala de computadores o laboratorio de computación. Para mayores detalles se puede revisar en este capítulo el punto 4.4.3 Pauta de observación sección abierta.

En este tópico, la literatura sugiere la revisión sistemática y constante de los rangos, hasta desarrollar las que efectivamente correspondan al estudio. Asimismo, recomienda que estas categorías sean mutuamente excluyentes y exhaustivas, dentro de la dimensión y niveles implicados, de manera tal, que cada acontecimiento sea asociado a un solo código de cada categoría (Anguera, 1985; Bakeman & Gottman, 1989). Sin embargo, estos mismos autores señalan que existen grados que pueden no cumplir esta condición, de ser mutuamente

---

<sup>12</sup> Fondo de Fomento al Desarrollo Científico y Tecnológico. Este fue creado para fortalecer y aprovechar las capacidades científicas y tecnológicas de las Universidades, institutos tecnológicos y otras instituciones, con el fin de incrementar la competitividad de las empresas y contribuir a mejorar la calidad de vida de la población.

excluyente y que, de ser necesario para los análisis de datos, se puede convertir el sistema de clasificación.

El hecho de desarrollar categorías mutuamente excluyentes, en algunas situaciones puede significar complejizar y aumentar de manera importante el esquema de dichos rangos, como en el caso de esta investigación. Por otra parte, existe la opción de desarrollar ítems cerrados, lo que fue realizado dentro de esta tesis y que es completado al término de cada unidad de observación (Bakeman & Gottman, 1989).

En la investigación, no se optó por implementar una observación sistemática, la cual es una vía a la cuantificación de la conducta, de manera que previamente se definan estos comportamientos o códigos de categoría y se les solicitó a los observadores registrar cada ocurrencia de estos acontecimientos (Bakeman & Gottman, 1989). Si bien se tenía una base de categorías ya desarrollada en el estudio del DEA, se privilegió una observación "más abierta", como la de incidentes críticos y notas de campo, aprovechando que el observador sería solo uno y, además, la misma persona que elaboró esta tesis. Esto permite que en la observación puedan aparecer nuevos y distintos elementos que aporten a los objetivos de la investigación.

#### **4.3.5.3 Uso de software como apoyo al análisis de datos**

En esta materia es muy importante tener presente que la recogida de datos, la toma de decisiones y el análisis de estos registros, están estrechamente relacionados durante todo el tiempo en que transcurre la investigación.

El análisis de los datos se fue realizando constantemente a medida que avanzaba la investigación, desarrollándose un proceso "recursivo", donde a partir de este análisis, pudo variar la estrategia o métodos de recolección de datos y las formas de selección de informantes.

Para el análisis de la información, se utilizó el software HyperResearch versión 2.8, el cual permite codificar y recuperar texto, audio y video, además, de probar proposiciones al ejecutar operaciones booleanas, prueba de hipótesis y tiene opciones para el análisis estadístico. El uso de estos recursos, no se desarrolla como se hace desde un uso de software estadístico para los análisis cuantitativos

(por ejemplo, SPSS utilizado para algunos análisis de esta tesis), ya que la construcción del dato, en el caso de los numéricos, para la metodología cuantitativa ya está dado, en cambio, en los casos no numéricos se construye (Cisneros, 2003).

El trabajo con estos software se centra en el desarrollo de conceptos y la construcción de tipologías o caracterizaciones, como es el caso de esta tesis, estando esto bajo la responsabilidad del investigador. De igual manera, Cisneros al citar a Morse (1994), se refiere a los cuatro procesos cognitivos necesarios en el trabajo con los datos vinculados a los métodos cualitativos: la comprensión; la síntesis; la teorización y la recontextualización. Esto permite ver la alta complejidad e, incluso, hoy afirmar la imposibilidad de que estos software puedan sustituir el proceso cognitivo del análisis cualitativo (Cisneros, 2003).

El uso de estos software, en particular el HyperResearch, no asegura por sí mismo ni el rigor, ni la validez, ni la confiabilidad de la investigación (Cisneros, 2003).

En este marco, es importante señalar que la capacidad de los análisis de los datos dependerá, principalmente, del investigador. De esta manera, un buen uso de estos software se basa en dicha competencia (Valles, 1997, Cisneros, 2003).

Estos programas están siendo cada vez más utilizados y valorados por los distintos investigadores. Es así como Valles (1997), se refiere a cinco ventajas y desafíos con respecto al uso de software como herramientas de apoyo al análisis cualitativo:

- **Ahorro de tiempo.** Al referirse principalmente, a investigaciones donde existe mucha información en diseños longitudinales y triangulados, los que requieren mayores tiempos y recursos. De igual manera, esto también permitiría intervenir el tipo y diseño de los propios estudios.
- **Exploración y codificación, intuitivas y sistemáticas.** La posibilidad de marcar fragmentos de texto, videos o archivos de sonido, codificarlos y recodificarlos durante el desarrollo de un sistema organizador. A esto se suma la posibilidad de contar con la anotación (memos) sobre la definición de códigos o sobre cualquier idea que vaya surgiendo durante la exploración del material. Se presenta esta doble acción, exploración y codificación, como un trabajo que es factible de desarrollar con estos software y que describe las acciones del investigador, respecto del desarrollo de un trabajo inductivo y deductivo, al mismo tiempo.

Además del ahorro del tiempo, permiten el desarrollo de análisis más complejos y sistemáticos, junto con hacer posible la comprobación de hipótesis.

- **Inclusividad e hipertextualidad.** Se pueden incluir tantos detalles como el investigador estime conveniente. Adicional a la codificación y recuperación, permite manejar la contextualización, disminuyendo los riesgos de pérdida de información. Además, se puede codificar documentos "off-line", hacer relecturas, conectar el texto analizado con otros documentos textuales, audiovisuales u otros, generando un hipertexto.
- **Intersubjetividad : falseabilidad y otras ventajas - desafíos.** Referida a la "intersubjetividad", la interna, la que aportan los distintos sujetos, pero miembros de un mismo equipo. Existe una segunda "intersubjetividad" externa, referida a la posibilidad de réplica de un análisis por investigadores independientes. Otro elemento, es que con estos sistemas quedan más explícitas las operaciones analíticas subyacentes, "dejando un rastro" que pueda posibilitar su auditoría (falseabilidad), al tiempo que dote de credibilidad los hallazgos.
- **Modelización y visualización analíticas.** Se destaca, la capacidad de esta herramienta de incorporar la posibilidad de trazar mapas o redes conceptuales que facilitan la generación de modelos teóricos, añadiendo sistematicidad y resolución analítica al establecer relaciones entre conceptos.

El proceso que se sostuvo en el desarrollo de las caracterizaciones obtenidas en esta tesis, quedan bien descritas en el siguiente listado que Cisneros presenta al citar a Kuckartz (1995, p.160).

### **Pasos**

1. Transcripción de textos.
2. Interpretación de cada texto = análisis de caso individual.
3. Comparación interpretativa de caso individual = análisis comparativo de caso individual.
4. Desarrollo de códigos (sistema de categorías temáticas).
5. Asignación de códigos a los segmentos de textos.
6. Compilación e interpretación de todos los segmentos de textos con el mismo código (análisis de temas).
7. Análisis de relaciones entre códigos (análisis comparativo de temas).

## **4.4 LA OBSERVACIÓN Y PAUTA DE OBSERVACIÓN**

### **4.4.1 La observación**

El proceso de observación, fue desarrollado directamente por el autor de esta tesis. Si bien, se hace un detallado análisis de la metodología utilizada, en cuanto a la observación en el punto anterior (4.3 ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS UTILIZADAS) de este Capítulo, es importante destacar, que se definió un modo de actuar al momento de realizar las observaciones por parte del investigador, siendo los elementos más relevantes: llenar la pauta cerrada inmediatamente al terminar cada sesión; realizar anotaciones de lo observado, mientras estas transcurrían; no realizar interpretaciones, y no intervenir en ningún momento y de ninguna manera en la clase. Adicionalmente, y con la finalidad de poder mejorar las observaciones, se filmaron las clases con el apoyo de una persona distinta al observador.

Para la realización de las observaciones, se conversó con cada profesor de manera de coordinar las sesiones a observar. Con posterioridad, se conversó con los directivos del establecimiento, pidiéndole su autorización. Y, luego, se presentó el tema a los alumnos para ver la posible existencia, de que alguno discrepara o se manifestara en contra de la realización de las observaciones. De esta manera, se obtuvo la aprobación de todos los actores.

Las sesiones observadas correspondieron a clases en la sala o laboratorio de computación, donde los alumnos tenían experiencia de trabajo. Fueron, además, sesiones consecutivas y en horarios propios de la asignatura. Solamente en el colegio Santa María -en el desarrollo de observaciones durante el año 2006-, existió una interrupción en el proceso de investigación, porque al término de la sesión cinco de los alumnos de dicho colegio, adhirieron a un paro nacional de estudiantes, el que tuvo lugar en el país. Por esta razón, la continuación de las observaciones de la guía número tres, se realizaron luego de cuatro semana de haber terminado la guía número dos (sesión número cinco).

Se realizó la observación utilizando una pauta no cerrada, existiendo ítems previamente determinados y una sección para observaciones abiertas.

#### **4.4.2 Pauta de observación: instrumento cerrado**

En este punto, se presentan los elementos que considera la pauta de observación, referida a la sección de ítems cerrados.

Este instrumento, fue perfeccionado sobre la base de una pauta de observación anterior, que había sido utilizada en la investigación desarrollada por el autor de esta tesis en el marco del DEA, denominado "Metodológica de Resolución de Problemas en Matemática haciendo uso de las TIC"; además, de los avances alcanzados en este estudio (Villarreal, 2005, Villarreal, 2006), a la literatura analizada (Mayer, 1986, Polya, 1979, Schoenfeld, 1985, Barberà, 1995, Onrubia et. al., 2001, Jonassen, 2000a, Pifarré, 2004, Monereo, 2000, Moreno, 2002a), y al instrumento de observación de clases utilizado en el proyecto FONDEF, ya mencionado en este Capítulo.

Los instrumentos se pueden ver en Anexo 4: "Pauta Original estudio DEA: Pauta de observación Sesiones de trabajo en Resolución de problemas en matemática usando las TIC", Anexo 5 "Pauta proyecto Fondef: Pauta para observar al grupo curso y al profesor", Anexo 6 "Pauta utilizada tesis doctoral: Pauta de observación sesiones de trabajo en laboratorio de computación resolución de problemas en matemática usando las TIC".

Para las correcciones, se hizo un trabajo en conjunto con la profesora guía de esta tesis, con quien se realizó simplificaciones y mejoras de la pauta de observación. Se entregó la pauta original y, luego, se señalaron las sugerencias para eliminar o modificar algunos ítems, con lo que se obtuvo diferentes retroalimentaciones. Una vez construida la pauta, se realizaron observaciones que permitieran probarla en salas de clases, en el marco del proyecto Enlaces Matemática (Villarreal y Oteiza, 2007).

La pauta original contenía un total de 65 ítems, los que finalmente se aumentaron a 99. La siguiente tabla, presenta un detalle por sección y sub-sección del instrumento, detallando el número de ítems con respecto a: el total del instrumento original del DEA; el total de los que quedan en el instrumento final de la presente investigación; los que se mantuvieron; los que se eliminaron; los que se modificaron, y los que se agregaron.

Tabla 4.4: Especificación de las cantidades de ítems modificados entre el instrumento original utilizado en el DEA y la presente investigación

Sección	Sub-Sección	Cantidad original DEA	Cantidad final tesis Doctoral	Mantienen	Eliminan	Modifican	Agregan
Tipo de problema	Características del problema presentado	12	0	0	12	0	0
Docente	Aspectos pedagógicos	16	29	6	7	3	20
El laboratorio de computación	El laboratorio de computación	0	18	0	0	0	18
Alumnos	Aspectos generales	0	10	0	0	0	10
	Conocimiento del contenido específico	3	3	3	0	0	0
	Estrategias de resolución del problema	13	13	13	0	0	0
Uso de las TIC's	Aspectos generales	0	5	0	0	0	5
	A nivel cognitivo ayudan	11	13	7	3	1	5
	A nivel instrumental permite	8	6	6	2	0	0
	Por parte del profesor	2	2	2	0	0	0
<b>TOTAL</b>		<b>65</b>	<b>99</b>	<b>37</b>	<b>24</b>	<b>4</b>	<b>58</b>

Es importante señalar que de la pauta original se mantuvo un 57% y se elimina un 37%.

Para este instrumento, se establecieron variables cualitativas cuyas categorías, sin un significado numérico preciso, guardan una relación de orden.

Los rangos asignados a las alternativas de los ítems de la pauta de observación cerrada fueron:

Tabla 4.5: Codificación de las alternativas de los ítems

Variables	Alternativas	Alternativas
1	En total desacuerdo	Rara vez
2	En desacuerdo, pero con ciertas restricciones	Algunas veces
3	De acuerdo, pero con ciertas restricciones	Frecuentemente
4	Totalmente de acuerdo con lo que dice	Casi siempre

La siguiente tabla, presenta una descripción de los criterios utilizados en la corrección del instrumento y algunos ejemplos, según corresponda.

Tabla 4.6: Descripción y ejemplos de los elementos modificados, eliminados y agregados desde la pauta de observación original del DEA para esta investigación

Acción	Descripción	Ejemplos
Eliminados	Aspectos proporcionados por la propia investigación	<ul style="list-style-type: none"> <li>Las características del problema presentado; que los profesores integren los contenidos del currículum de matemática; o que los profesores integren diferentes áreas de distintas disciplinas.</li> </ul>
	Ítems que fueron reformulados en un nuevo ítem	<ul style="list-style-type: none"> <li>Genera espacios de discusión de cómo los estudiantes han utilizado los recursos</li> </ul>
	Aspectos que son difíciles de observar	<ul style="list-style-type: none"> <li>Que el profesor sea un modelo de pensamiento para sus alumnos</li> <li>Los alumnos usan las TIC para construir conocimiento</li> <li>Los alumnos usan las TIC para ayudar en el logro de los conocimientos del dominio del problema que se soluciona</li> </ul>
	Los que, por el tipo de problema y recursos tecnológicos entregados, no correspondía observar	<ul style="list-style-type: none"> <li>Desarrollar informes</li> <li>Trabajar elementos geométricos</li> </ul>
Modificados	Para unir dos ítems en uno o para dejarlo en ítems que efectivamente sean observables	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se crea "Genera espacios de discusión de lo aprendido por los estudiantes y cómo han usado los recursos", a partir de dos ítems: "Genera espacios de discusión de lo aprendido por los estudiantes" y "Genera espacios de discusión de cómo los estudiantes han utilizado los recursos"</li> </ul>
Agregados	Enfocados a aspectos conductuales, donde el profesor realiza acciones para su manejo	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa más gratificación que crítica</li> <li>Dedica mucho tiempo al control disciplinario</li> </ul>
	Referidos a aspectos metodológicos del docente	<ul style="list-style-type: none"> <li>El profesor construye sobre las respuestas y preguntas de los alumnos</li> <li>El profesor contextualiza la matemática que enseña</li> </ul>
	Con respecto a aspectos propios de la asignatura (matemática)	<ul style="list-style-type: none"> <li>El profesor dedica tiempo de la clase a explicar el "sentido de la matemática" que es revisada</li> <li>El profesor dedica tiempo de la clase a tratar los conocimientos previos necesarios para los nuevos aprendizajes</li> </ul>
	Aspectos evaluativos del docente	<ul style="list-style-type: none"> <li>Evalúa formativamente el trabajo de los grupos</li> <li>Realiza control del trabajo de los grupos</li> </ul>
	Referente a la actitud del profesor	<ul style="list-style-type: none"> <li>El profesor reacciona positivamente cuando los alumnos expresan que la materia es difícil o no han entendido</li> <li>Atiende problemas individuales</li> </ul>
	Aspectos disciplinarios (conductuales) de los alumnos	<ul style="list-style-type: none"> <li>En la sala no es necesario mucho control disciplinario</li> <li>Existe muchos intercambios que no tienen relación con la materia tratada</li> </ul>
	Relacionado con los momentos de la clase (inicio, desarrollo y cierre)	<ul style="list-style-type: none"> <li>En el inicio de la clase hay una presentación del tema y se indican los propósitos de la sesión</li> <li>El cierre o formalización de la sesión está ausente o en ocasiones es pobre</li> </ul>
	Aportes de los recursos	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los materiales didácticos que se llevan a la clase facilitan el trabajo de alumnos y grupos</li> <li>Los recursos tecnológicos ayudan al clima de trabajo en el laboratorio</li> </ul>
	Enfocados en el trabajo de los alumnos	<ul style="list-style-type: none"> <li>En la clase, los alumnos se centran en la tarea propuesta</li> <li>En el trabajo en grupo, los alumnos colaboran y se consultan entre sí para realizar las actividades</li> </ul>
	Relaciones entre alumnos y con el profesor	<ul style="list-style-type: none"> <li>En la clase hay un clima de confianza entre los alumnos</li> <li>En la clase hay una relación de confianza entre profesor y alumnos</li> </ul>
Actitud y disposición de los estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos pierden interés en la clase cuando el profesor(a) expone matemática formal</li> <li>Los estudiantes tienen disposición positiva con las actividades propuestas por el profesor(a)</li> </ul>	
Tipos o formas de uso de las tecnologías	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ayuda en la discusión de ideas</li> <li>Apoya al profesor para la visualización de conceptos tratados</li> </ul>	

Cabe destacar que, de la pauta original a la utilizada en esta investigación, se mantuvieron sin modificaciones las sub-secciones "Conocimiento del contenido específico" y "Estrategias de resolución del problema", relativas a la sección "Alumno". Además, se eliminó toda la sección "Tipo problema" y se agrega una nueva sección denominada "El laboratorio de computación", y en la sección "Alumnos" se agrega la sub-sección "Aspectos generales". Finalmente, en la sección "Uso de TIC" se agrega la sub-sección "Aspectos generales".

La siguiente tabla, presenta el desglose de la pauta de observación utilizada en esta investigación, para las preguntas cerradas en cada una de las secciones y sub-secciones del instrumento.

Tabla 4.7: Desglose de preguntas cerradas por cada sección y sub-sección

Sección	Sub-secciones	Ítems del instrumento	Total de ítems	Porcentaje de ítems
Docente	Aspectos pedagógicos	1-29	29	29,3%
El laboratorio de computación	El laboratorio de computación	30-47	18	18,2%
Alumnos	Aspectos generales	48-57	10	10,1%
	Conocimiento del contenido específico	58-60	3	3,0%
	Estrategias de resolución del problema	61-73	13	13,1%
Uso de las TIC	Aspectos generales	74-78	5	5,1%
	A nivel cognitivo ayudan	79-91	13	13,1%
	A nivel instrumental permiten	92-97	6	6,1%
	Por parte del profesor	98-99	2	2,0%

A continuación, se presenta una tabla que muestra los aspectos considerados en el instrumento cerrado de pauta de observación, para cada sección y sub-sección.

Tabla 4.8: Aspectos considerados en instrumento de ítems cerrados de observación

Sección	Sub-Sección	Aspectos considerados
Docente	Aspectos pedagógicos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elementos metodológicos</li> <li>- Elementos didácticos</li> <li>- Manejo y gestión de la clase</li> <li>- Interacción con alumnos</li> <li>- Metodología de resolución de problema</li> <li>- Manejo del trabajo en grupo</li> <li>- Evaluación</li> <li>- Trabajo de los contenidos</li> </ul>
El laboratorio de computación	El laboratorio de computación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Disciplina de los alumnos</li> <li>- Formalización de los contenidos</li> <li>- Momentos de la clase (inicio, desarrollo y cierre)</li> <li>- Organización de la clase</li> <li>- Recursos didácticos</li> <li>- Clima de la clase, relación entre alumnos y el profesor</li> </ul>

Alumnos	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Interés en los contenidos de la clase</li> <li>- Disposición de los alumnos a la tarea</li> <li>- Automotivación</li> <li>- Trabajo en grupo</li> <li>- Uso y respeto por los espacios</li> </ul>
	Conocimiento del contenido específico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realización de cálculos</li> <li>- Trabajo de habilidades y competencias del tema tratado</li> <li>- Conocimiento, habilidades y competencias de resolución de problemas</li> </ul>
	Estrategias de resolución del problema	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Búsqueda de estrategias</li> <li>- Manejo de estrategias de resolución de problemas</li> </ul>
Uso de las TIC	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Manejo de los tiempos de la clase</li> <li>- Distractor del trabajo del alumno</li> <li>- Existencia de uso de TIC</li> <li>- Observar avances de los alumnos y la discusión de ideas</li> </ul>
	A nivel cognitivo ayudan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- A entender el problema</li> <li>- Como organizador y representación del conocimiento del alumno</li> <li>- En el manejo de situaciones reales</li> <li>- A detectar errores y situaciones anómalas</li> <li>- En el trabajo colaborativo</li> <li>- En el nivel de análisis</li> <li>- A generalizar</li> <li>- A visualizar conceptos</li> <li>- En el manejo de tiempos y a entender el problema</li> <li>- A observar el actuar de sus pares y profesores</li> </ul>
	A nivel instrumental permiten	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Buscar y organizar información</li> <li>- Desarrollar cálculos</li> <li>- Trabajar aspectos propios de la disciplina</li> </ul>
	Por parte del profesor	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conoce el recurso tecnológico</li> <li>- Uso del recurso tecnológico</li> </ul>

Se puede observar que se incorporaron elementos no solo referidos a resolución de problemas y tecnología, sino que a aspectos que directa o indirectamente inciden en el trabajo desarrollado en el laboratorio de computación y que, además, sean factibles de ser observados en situaciones reales.

#### 4.4.3 Pauta de observación sección abierta

Con la finalidad de interpretar los datos obtenidos de las sesiones observadas, se realizó un estudio de estas para obtener su significado, realizando discriminaciones de sus componentes y describiendo relaciones entre ellos, de manera de utilizar esta información en diferentes análisis (Gil, 1994).

El estudio preliminar desarrollado para las observaciones abiertas, obtenidas mediante anotaciones del investigador, fue apoyado con las grabaciones realizadas de cada sesión de clases. Para esto, el observador vio cada uno de los videos, reforzando las anotaciones iniciales realizadas en cada sesión. Esto permitió ingresar antecedentes nuevos, que pudieron ser extraídos luego de un análisis exhaustivo de cada cinta de video.

Para desarrollar el análisis de los datos obtenidos, después de las sesiones de observación y su posterior mejoramiento a partir de la complementación con los videos, se trabajaron los textos separados por cada establecimiento, se codificaron y se buscaron regularidades y patrones, para encontrar información que fuese importante para el estudio.

En cuanto a la generación del esquema de categorías, se trabajó sobre la base de las observaciones realizadas dentro de esta investigación, disminuyéndose de siete a cinco las categorías generales iniciales, y cuyos criterios de reformulación fueron:

- a. Realizar ajustes luego de los aprendizajes alcanzados, por este autor, en la investigación del DEA (ver categorías en Anexo 7: "Categorías desarrolladas en investigación DEA").
- b. Concentrar la observación en aquellas variables que la literatura y el autor de este estudio consideran como relevantes, con respecto al trabajo de profesores y alumnos, cuando usan las tecnologías para apoyar el proceso de resolución de problemas abiertos en matemática (Mayer, 1986, Schoenfeld, 1985, Onrubia et. al., 2001, Jonassen, 2000a, Pifarré, 2004, Villarreal, 2006).
- c. Se considera que el esquema de categorías es complementado, de manera importante, con un instrumento cerrado de ítems, el cual fue modificado y mejorado según lo señalado en el punto 4.4.2 Pauta de observación: instrumento cerrado. En este punto se destaca, que se privilegió transferir al instrumento cerrado aquellas conductas que se podían observar y que eran importantes para los objetivos del estudio.
- d. Después de la experiencia, se deseaba desarrollar un esquema de categorías que pudiesen vincularse con las observables realizadas y que dependieran del actuar de los alumnos y del(de la) profesor(a), en el marco del uso de la estrategia y materiales proporcionados por la investigación.
- e. En particular, interesó focalizar en una sola categoría lo referido al uso de tecnologías, al centrar el estudio al tipo o forma de uso que se hacía de esta, sean instrumentales o cognitivas.

Respecto de las variables mencionadas en el punto b), interesó:

- Grado de presencia, de lo que en la literatura se señala como los principales aspectos o variables desde el **proceso de enseñanza**, los cuales son: características del problema; **métodos de enseñanza utilizados por el profesor**; conocimientos, creencias y **actitudes** del profesor sobre la matemática y su enseñanza aprendizaje. Para este estudio, nos centraremos en los métodos de enseñanza utilizados por el profesor y en las actitudes de este. Cabe señalar, que si bien las referidas a las características del problema son observables, no se incluyen en este estudio; ya que los problemas y el material son proporcionados dentro de la investigación, por lo que no representa una variable que maneje el docente, siendo esto presentado en el Capítulo 3.
- Grado de presencia de lo que en la literatura se señala, como los principales aspectos o variables desde el **proceso del aprendizaje**, y que son fundamentales para lograr resolver un problema. Estos son: **presencia de estrategias generales o heurísticas y específicas**; conocimiento del contenido específico; estrategias metacognitivas, y las que corresponden a componentes individuales o afectivas **-actitudes**, emociones, creencias-. Para esta investigación, nos centraremos en la presencia de estrategias generales o heurísticas y específicas, y las referidas a actitudes. Porque, por la experiencia del autor de esta investigación, se puede señalar, que en el marco de este estudio era complejo intentar incluir las otras variables.

Como se mencionó anteriormente, el número definitivo de categorías quedó en cinco, luego de hacer un análisis de los datos, una segmentación y un trabajo repetitivo, se obtuvieron 21 sub-categorías. En la siguiente tabla, se presentan las categorías, sub-categorías y una descripción de estas.

Tabla 4.9: Descripción de las Categorías y sub-categorías incluidas en el estudio

<b>Categorías a observar</b>	<b>Sub-categorías</b>	<b>Descripción</b>
Aspectos pedagógicos	Trabajo con alumnos	Trabaja con todos los alumnos, con los más o menos aventajados; trabaja con los que piden o no piden ayuda.
	Estrategias metodológicas usadas por el profesor	Son aquellas estrategias metodológicas usadas por el profesor: uso de preguntas, retroalimentaciones entregadas, uso de los tiempos, entrega de instrucciones, inicio de la sesión, desarrollo y conclusión de esta, realización de preguntas y contra preguntas, uso de estrategias, orientaciones, entre otros.
	Inicio de la sesión	Motivaciones entregadas por el profesor a los distintos problemas trabajados. Motivaciones entregadas al inicio de la sesión. Forma de presentar el problema, preguntas realizadas, asociación con ideas y conocimientos previos del alumno, usos de recursos, instrucciones para trabajar y organizarse, entre otros.

Capítulo IV: Metodología

	Desarrollo de la sesión	Estas se refieren a: respuesta a preguntas; sugerencias y orientaciones, tanto individuales como al grupo o al curso completo; motivaciones; entrega de información; etc.
	Cierre de la sesión	Puesta en común, formalización de los contenidos tratados, se retoman las dudas presentadas, discusión de lo realizado, cómo se hizo, qué se usó y lo aprendido.
	Evaluación	Existencia de evaluación (con algún instrumento o no), del tipo evaluativo o formativa; uso de pautas de observación, anotaciones, solicitud de guías con los desarrollos de los alumnos y del material electrónico trabajado; observación y registro del proceso y avance individual y grupal; consultas individuales y grupales, o al curso completo; avance secuenciado en la medida en que van resolviendo partes del problema.
Estrategias de RP usadas	Sugerencias del profesor para resolver problemas	Sugerencias, por parte del profesor, en la aplicación de estrategias de resolución de problemas hacia sus alumnos.
	Estrategias de RP usadas por el alumno	Estrategias de resolución de problemas observadas en el actuar de los alumnos. Estrategias básicas (leer, buscar y tabular datos, etc.), estrategias heurísticas (resolver sub-problemas más simples que se desprenden del original, etc.), estrategias metacognitivas con procesos de autorregulación, análisis y corrección (hacer resumen, dejar de lado partes del problema que no se pueden resolver y en las que se atasca la persona, y continuar con otra)
Forma de uso de las TIC	Organización del trabajo de los alumnos en el uso de TIC	Organización de los alumnos, ya sea en un trabajo individual o grupal; número de alumnos del grupo; criterios de organización; uso de las tecnologías al interior de los grupos, forma de organizar el uso para resolver el problema de distribución en el laboratorio.
	Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos	Uso de las tecnologías como herramientas para actividades básicas como anotar datos, hacer tablas, realizar cálculos, entre otros. Responde ¿cómo se usa?
	Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos	Uso de las tecnologías como medio/herramienta cognitiva, de apoyo a la construcción y manejo de conocimiento, tales como generación de modelos, usos de variables, entre otros. Responde ¿cómo se usa?
	Uso instrumental de las tecnologías por parte del profesor	Uso de las herramientas tecnológicas como instrumentos para actividades básicas por parte del profesor, cuando él o ella realiza explicaciones con uso de este recurso. Responde ¿cómo se usa?
	Uso cognitivo de las tecnologías por parte del profesor	Uso cognitivo de las herramientas tecnológicas para actividades más complejas por parte del profesor, cuando este realiza explicaciones con la utilización de este recurso. Responde ¿cómo se usa?
Actitud	Actitud de los alumnos	Componentes afectivos, focalizada hacia la actitud de los alumnos y observada en la sala de computación, siendo expresado en el comportamiento individual o grupal: automotivación, trabajo realizado, disposición, ausencia de trabajo, comportamiento en clases, compromisos con la tarea, toma de iniciativas, interés.
	Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP	Componentes afectivos, focalizado en la actitud hacia las TIC: realización de acciones con TIC, en el contexto o fuera de este para trabajar en la resolución del problema, disposición.
	Actitud del profesor durante la sesión	Componentes afectivos, focalizado hacia la actitud del profesor para trabajar con TIC: disposición, motivación a sus alumnos, sugerencias de uso, etc.
	Clima de la sala de clases	Forma de trabajo de los alumnos, uso de los recursos y espacios, libertad en el desplazamiento en la sala, discusiones al interior de los grupos.
	Relación profesor alumnos	Relación y respeto en el trabajo profesor alumno, capacidad de los alumnos de preguntar y el profesor de responder. Disposición del profesor y alumnos en sus labores. Uso del laboratorio y de los computadores.

Sala de computador es o laboratorio de computación	Trabajo al interior del grupo	Estrategias de trabajo al interior de los grupos, tales como, definición de roles, distribución de tareas, discusiones, búsquedas de datos, definición y organización de uso recurso TIC, desarrollo de las actividades, colaboración interna, reforzamiento de ideas, explicaciones.
	Trabajo entre grupos distintos	Colaboración de, al menos, un alumno de un grupo con otros grupos, desplazamientos en la sala, apoyos básicos, discusión de resultados, alternativas de caminos y estrategias utilizados, conversaciones desvinculadas al problema que se resolvía.
	Recursos	Los alumnos usan diferentes tipos de recursos: computadores, proyector, calculadora, además de libros, uso del profesor como recurso, etc.

Posteriormente, se desarrolló un análisis de datos (que se presenta en el Capítulo 5), empleando el software HyperResearch y utilizando las sub-categorías que dependen de una categorización general, como códigos asociados a las observaciones. Este programa permitió apoyar el análisis en tareas de organización, identificación de fragmentos, codificación, registro de relaciones -links-, búsqueda y recuperación de fragmentos y apoyo a las elaboraciones conceptuales. Asimismo, permitió generar, designar y clasificar las diferentes sub-categorías a los distintos textos de las observaciones de cada sesión y cada colegio, estando esto asociado a la unidad de análisis y contexto con la que se realizó el estudio de la información.

A continuación, y desde la perspectiva del aporte que puede ser la presentación de las modificaciones, a partir de un seguimiento de los estudios como lo es el desarrollado en el DEA y en esta tesis doctoral, se presenta un detalle con las modificaciones a las categorías y sub-categorías originales.

Tabla 4.10: Modificaciones a Categorías y sub-categorías desarrolladas en estudio del DEA

<b>Categorías</b>	<b>Situación categoría</b>	<b>Sub-categorías</b>	<b>Situación sub-categoría</b>	<b>Justificación</b>
Características del problema	Se elimina	Material utilizado	Se elimina	Como el material es entregado dentro de la investigación, en el marco del modelo interactivo descrito en el Capítulo 3, estos elementos pueden ser previamente descritos y no dependen de la muestra observada, ni de los docentes ni de los alumnos. Cabe señalar que esta categoría y, en particular, los problemas y materiales utilizados están descritos en el Capítulo 3.
		Características del problema	Se elimina	
		Requerimientos del problema para que el alumno lo resuelva	Se elimina	
		Deficiencias del material	Se elimina	
Métodos de enseñanza utilizados por el profesor	El nombre de la categoría cambia a: Aspectos pedagógicos. - Para generalizar más las acciones pedagógicas del docente por sobre métodos de enseñanza.	Actuación/acciones del profesor	Se modifica por Trabajo con alumnos - <i>Esto para concentrar una sub-categoría de la labor docente en relación con los alumnos</i>	Se agregan sub-categorías: Desarrollo de la sesión; Cierre de la sesión. Estos son aspectos importantes de ser observados en forma individual, quedando destacados.
		Recomendaciones metodológicas al profesor	Se elimina - <i>En el contexto del modelo interactivo y al ser docentes que trabajan en el proyecto Enlaces Matemática, del Centro Comenius-USACH, reciben una formación, la cual fue reforzada desde esta investigación.</i>	
		Estrategias metodológicas usadas por el profesor	Se mantiene igual	
		Motivación al inicio de la sesión	Se modifica por: Inicio de la sesión - Para considerar aspectos más amplios que tan solo la motivación (trabajo de contenidos previos, exploración por parte de alumnos, recuerdo de lo visto en sesiones anteriores, etc.)	
		Evaluación	Se mantiene	
Presencia de estrategias de resolución de problemas generales o heurística y específica	Se modifica el nombre de la categoría por: Estrategias de RP usadas	Acciones/actividades realizadas por los alumnos para resolver el problema	Se elimina - <i>Esta se puede observar en la sub-categoría Estrategias de RP usadas por el alumno</i>	La razón porque estas sub-categorías fueron eliminadas es que son factibles de incluir en el instrumento de observación, en la sección cerrada. Dejando en esta sección elementos más
		Sugerencias para desarrollar estrategias de resolución de problemas	Se mantiene: <i>Se hace explícito que son dadas por el profesor</i>	

		Estrategias para la resolución de problemas	Se elimina - <i>Se considera que esto queda cubierta con la sub-categoría anterior.</i>	generales y emergentes para la observación.  Respecto de "Usan nuevas estrategias de forma inconsciente" se elimina por ser compleja de observar
		Estrategias de RP observables	Se modifica nombre por: Estrategias de RP usadas por el alumno. - <i>Para hacer explícito que son estrategias del alumno</i>	
		Realización de lectura/relectura	Se elimina	
		Usan al profesor como principal recurso	Se elimina	
		Buscan datos	Se elimina	
		Organización en grupos	Se elimina	
		Ausencia de estrategias superiores	Se elimina	
		Buscan nuevas estrategias de RP	Se elimina	
		Usan nuevas estrategias en forma inconsciente	Se elimina	
		Discusión en grupo curso	Se elimina	
		Aparecen estrategias distintas	Se elimina	
Uso TIC cognitivo/instrumental	Se modifica nombre por: Forma de uso de las TIC - <i>Interesa observar más la forma en que se usa</i>	Uso cognitivo de las TIC, por parte de los alumnos	Se mantiene	Se agregan: Organización del trabajo de los alumnos en el uso de TIC; Uso instrumental de las tecnologías por parte del profesor; Uso cognitivo de las tecnologías por parte del profesor. La primera, porque interesa saber cómo se organizan y si hay, y cuáles son, las diferencias en esta organización al incluir las TIC. Las dos últimas, ya que interesa saber el uso que da el docente a las tecnologías
		Uso instrumental de las TIC, por parte de los alumnos	Se mantiene	
Actitud	Se mantiene	Actitud de los alumnos	Se modifica - <i>Se hace una sub-categoría especial para observar la actitud del alumno con respecto a las TIC. De esta manera, se pueden analizar aisladamente.</i>	Se agrega una sub-categoría: Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP; para poder observar específicamente la actitud del alumno con las TIC. Se agregan las sub-
		Clima sala de clases	Se mantiene	

		Clima sala de clases y relación profesor alumno	Se modifica - <i>Se elimina la relación del profesor con el alumno, ya que interesa ver esta relación en forma particular. De esta manera, clima se concentra en el alumno y su trabajo</i>	categorías: Actitud del profesor y Relación profesor alumno. Porque, en la primera, interesa observar su actitud, en particular con el uso de las TIC y, la segunda, para poder estudiar específicamente este aspecto que es relevante en todo trabajo de sala de clases.
Características de los aspectos observables de las TIC (cognitivo, metacognitivo y usos)	Se elimina - <i>Esto se incluye en una sola categoría que concentra todo el tema de tecnología llamada "Forma de uso de las TIC"</i>	Usos posibles de las TIC para apoyar la resolución de los problemas	Se elimina	Las que hacen referencia al modo en que, tanto los profesores como los alumnos, hacen uso de las tecnologías, pueden ser observadas y agrupadas en usos instrumentales y cognitivos. Así, se estandariza y generaliza la categoría y sub-categoría.
		Uso de TIC por parte de los alumnos	Se elimina	
		Uso de las TIC por parte del profesor	Se elimina	
		Uso de TIC por parte de los alumnos para resolver problemas	Se elimina	
		Existencia de alumnos donde las TIC son un distractor	Se elimina - <i>Se transfiere a la pauta de observación a la sección cerrada</i>	
		Existencia de alumnos que no usan las TIC	Se elimina	
Organización	Se modifica el nombre por: Sala de computadores o laboratorio de computación	Condiciones sala de clases	Se elimina - <i>Este aspecto se mantiene, generalmente, durante el tiempo y puede ser descrito en forma particular.</i>	Se agrega la sub-categoría "Recursos", con la finalidad de observar y levantar información sobre el tipo de recursos utilizados
		Organización de grupos de trabajo por parte de los alumno	Se elimina - <i>Normalmente, los grupos se forman por intereses o solicitudes que son entregadas por el docente previo al trabajo observado. Por este motivo, no se cuenta con esta información en las observaciones.</i>	
		Trabajo al interior del grupo	Se mantiene	
		Trabajo entre grupos distintos	Se mantiene	

## 4.5 DESCRIPCIÓN DE LOS GRUPOS OBSERVADOS

Los profesores y cursos seleccionados fueron aquellos que se encontraban implementando el *Modelo interactivo para el aprendizaje matemático*, dentro del proyecto *Enlaces Matemática*.

Para tener una imagen global del contexto en que se desarrolló esta investigación, se presentan datos del establecimiento, de los docentes y de la sala de computación, además de los alumnos observados.

### 4.5.1 Los establecimientos educacionales

Los colegios participantes se sitúan en la Región Metropolitana –Santiago de Chile– y son los siguientes: Cristóbal Colón, Santa Cruz y Santa María. El primero es de nivel socioeconómico medio bajo y los otros dos son de nivel medio. Los colegios Santa Cruz y Santa María pertenecen a congregaciones religiosas.

La siguiente tabla presenta información adicional de los establecimientos.

Tabla 4.11: Datos generales de establecimiento observados

Indicador	Cristóbal Colón	Santa Cruz	Santa María
Matrícula total de alumnos <sup>13</sup>	611	887	2522
Matrícula nivel observado <sup>14</sup>	35	70	170
Número de salas del nivel observado	1	2	5
Zona (urbana o rural)	Urbana	Urbana	Urbana
Tipo <sup>15</sup>	CientíficoHumanista	CientíficoHumanista	CientíficoHumanista
Dependencia <sup>16</sup>	Particular subvencionado	Particular subvencionado	Particular subvencionado
SIMCE en matemática 2006 <sup>17</sup>	No tiene resultados porque los puntajes no son representativos del establecimiento debido a la baja asistencia de los estudiantes a la prueba SIMCE.	322	271
Promedio de PSU 2007 <sup>18</sup>	527 puntos	587 puntos	512.00 puntos
Número de	2	1	2

<sup>13</sup> Número total de alumnos que tiene el establecimiento.

<sup>14</sup> Número de alumnos que tiene el establecimiento en el nivel de segundo medio (grado 10).

<sup>15</sup> Científico Humanista o Técnico Profesional.

<sup>16</sup> En Chile, los establecimientos educacionales se dividen en tres tipos: Particular Pagado, cerca de un 7% del total, a estos el estado no les da apoyo financiero; Particular Subvencionado, con apoyo financiero del estado, por una parte, y la otra financiada por alguna(s) institución(es) o por los propios padres, con cerca de 47% del total de establecimientos; por último, están los Municipalizados que representan un 46% del total de establecimientos y cuentan con total financiamiento del estado.

<sup>17</sup> SIMCE, Sistema de Medición de la Calidad Educacional, es una prueba tomada a todos los estudiantes a nivel nacional y se evalúa, entre otras disciplinas, al área de matemática. Todos los años se aplica a alumnos de grado 4 (cuartos básicos) y, en forma intercalada, se aplica un año a alumnos de grado 8 y otro año a alumnos de grado 10. El 2006 se tomó esta prueba a alumnos de grado 10.

<sup>18</sup> PSU, Prueba de Selección Universitaria, es una prueba que rinden todos los alumnos que desean continuar estudios universitarios. Cada año son más de 150.000 alumnos que terminan el grado 12.

laboratorios de computación			
Total de computadores área pedagógica	29	31	54
Impresoras a tinta o laser	2	4	4
Proyectores	3	1	2
Tipo de Internet	Banda ancha	Banda ancha	Banda ancha
Equipo directivo apoya iniciativas de docentes	Si	Si	Si
Acceso de alumnos a computadores, en forma adicional al trabajo con docentes	Si	Si	Si
Acceso de alumnos a Internet, en forma adicional al trabajo con docentes	Si	Si	Si

Adicionalmente, se presenta una descripción de algunos elementos de cada colegio, junto con la inclusión de fotografías que permiten al lector tener una visión más amplia, reconociendo en algunos aspectos su limitación sobre los elementos descritos.

### **Colegio Cristóbal Colón**

El espacio del laboratorio de computación era suficiente para que el curso completo pudiera trabajar y, eventualmente, se pudiera usar proyector (Datashow). Existe amplitud para un buen desplazamiento, tanto del profesor como de los alumnos, permitiendo que este se acerque a explicar a los grupos en forma separada y, además, que los estudiantes puedan transitar para discutir entre los equipos de trabajo. No existen mesas para desarrollar actividades sin computador. No se dispone de impresora, ni se observa escáner. La sala estaba bien iluminada, con buen acceso, sin humedad ni ruidos.

A continuación, se muestra una secuencia de fotos que permite visualizar el laboratorio de computación del colegio Cristóbal Colón.



Figura 4.30: Imágenes del laboratorio de computación del colegio Cristóbal Colón

El profesor dejaba que los alumnos se organizaran en los equipos, sin intervenir en esto, y ocurría que existían alumnos que trabajaban en grupos solo de dos personas, otros de cuatro e, incluso, algunas veces de cinco estudiantes. La relación profesor-alumno era buena, pero en muchas ocasiones existían momentos prolongados en que el profesor les llamaba la atención a los alumnos, por no trabajar o por no hacerlo en forma correcta, lo que tensionaba el ambiente y hacía que algunos estudiantes actuaran con desinterés por la asignatura.

En términos generales, los alumnos trabajaban en las guías, haciendo uso de los computadores. Sin embargo, existían entre tres a cuatro grupos, comúnmente compuestos solo por alumnas, en los que en distintos momentos de la clase conversaban temas distintos a lo solicitado. Asimismo, se distinguía una variación entre los grupos con respecto a la motivación frente a la tarea: algunos con alto interés y que persistía durante toda la clase, y otros con buenas motivaciones, pero con frustraciones variadas frente a las dificultades o por no poder resolver los problemas o por la incapacidad de mantener un tiempo prolongado la atención en la tarea sin distraerse por momentos.

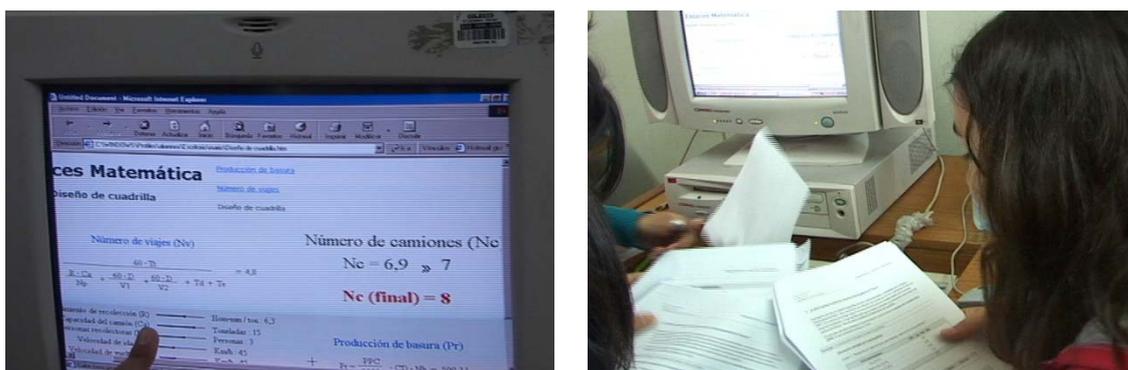


Figura 4.2: Secuencia consecutiva que muestra el trabajo de unas alumnas usando las guías y el computador

El profesor, además, permitía el libre desplazamiento de los alumnos en la sala, lo que algunos estudiantes aprovechaban para hacer consultas o comparar resultados entre grupos. El docente nunca utilizó proyector y muy pocas veces usó la pizarra para entregar explicaciones al curso, principalmente, porque el recurso pizarra era altamente inapropiado por su tamaño y su forma de apoyo.



Figura 4.3: Imágenes de alumnos desplazándose por la sala, consultándole al docente y que muestran lo precario de la pizarra que había en el aula

El manejo de la tecnología por parte de los alumnos fue bueno, en relación con el hecho de saber cómo manipular los applet; sin embargo, no trataban o les costaba entender la relación entre estos y el problema. El profesor hace un buen uso de las tecnologías, no obstante, la integración de estos conocimientos a la clase era regular, pues realizaba una pobre presentación y/o explicación de los recursos que se utilizarían. Tampoco hacía una buena incorporación de dichas tecnologías para relacionarlas con el problema; esto se logró en algunos momentos y en otros no.

### **Colegio Santa Cruz**

El espacio utilizado fueron dos salas contiguas, una donde está la biblioteca y el Centro de Recursos de Aprendizaje (CRA), y la otra la sala de computación. Había

acceso a impresora, tenían proyector multimedia y escáner. El profesor iniciaba los trabajos en la primera sala, dando instrucciones generales y básicas de lo que se haría. En este espacio había mesas para el trabajo en grupos de solamente dos alumnos. Si bien, el espacio era adecuado y el docente podía desplazarse para atender dudas de los alumnos, no era lo suficientemente amplio para tener un fácil movimiento del profesor y/o de los estudiantes.

Por otra parte, la sala de computación, aunque era amplia, no tenía el suficiente equipamiento para que pudiese trabajar la totalidad de los alumnos. Tenía buen nivel de iluminación natural, buen acceso, sin humedad. El profesor privilegiaba el trabajo de dos alumnos por computador. De esta manera, se iniciaba el trabajo en la biblioteca y en la medida en que los alumnos avanzaban en el problema y lo contestaban, tenían la opción de usar un computador; entonces, pedían la autorización al docente, quien les permitía ir a la sala continua a trabajar. Así, cuando los grupos terminaban, se liberaban los computadores y pasaban otros grupos. A pesar, de que existía un buen manejo de la actividad del uso de recursos tecnológicos y del desplazamiento entre las salas, por parte de sus alumnos, el hecho de no contar con computadores suficientes, hacía que algunos alumnos perdieran varios momentos de trabajo.



Figura 4.4: Imágenes de la sala CRA y laboratorio de computación

El profesor solicitaba que trabajaran en parejas y, en particular, solo en este colegio el docente daba instrucciones para indicar la manera de trabajar en equipo. Esto se refería a la cantidad de alumnos por agrupación, además, de solicitar que no conversaran o interactuaran entre los grupos. Por esta razón, el trabajo se hacía solo al interior de cada grupo y, si se presentaba alguna duda, se consultaba al profesor, quien hacía preguntas u orientaba a los alumnos para encontrar las respuestas.

En términos generales, se veían como grupo curso, más aplicados e interesados en la matemática y, específicamente, en la tarea; esto, con respecto a los otros dos colegios. La relación era básicamente de respeto, era un grupo curso ordenado, donde todos trabajaban en la tarea y no se observaban alumnos en temas distintos a ésta, asimismo, se observaban niveles altos de motivación.



Figura 4.5: Imágenes que presenta el trabajo en parejas y el ambiente de buena disciplina en el curso

La relación profesor-alumno era de respeto mutuo, los alumnos escuchaban las instrucciones del docente en silencio, trabajaban concentrados en la tarea, muy ocasionalmente hablaban de cosas que no tuviesen que ver con el problema y hacían preguntas al educador, quien manifestaba buena disposición para responder.



Figura 4.6: Imágenes que muestran de preguntas y respuestas y la buena disposición del docente

En algunos momentos, el profesor los reunía a todos en la sala de computación, de tal forma, de poder hacer algunas explicaciones iniciales o al cierre, haciendo uso del proyector. En el trabajo de laboratorio, los grupos podían intercambiar opiniones, lo cual sucedía en determinados momentos y solo para consultar por el problema o comparar resultados.

El manejo de la tecnología por parte de los alumnos fue bueno, en relación con el hecho de saber cómo manipular los applet; sin embargo, en algunos momentos a algunas parejas les costaba entender la relación entre estos y el problema. El profesor hace un uso básico de las tecnologías, integrándolas a la clase, haciendo una presentación y/o explicación de los recursos que se utilizarían. Además, tanto en las presentaciones iniciales como durante el desarrollo de la clase, cuando los alumnos le hacían preguntas y algunas veces en los cierres, hacía una integración de esta para relacionarla con el problema.

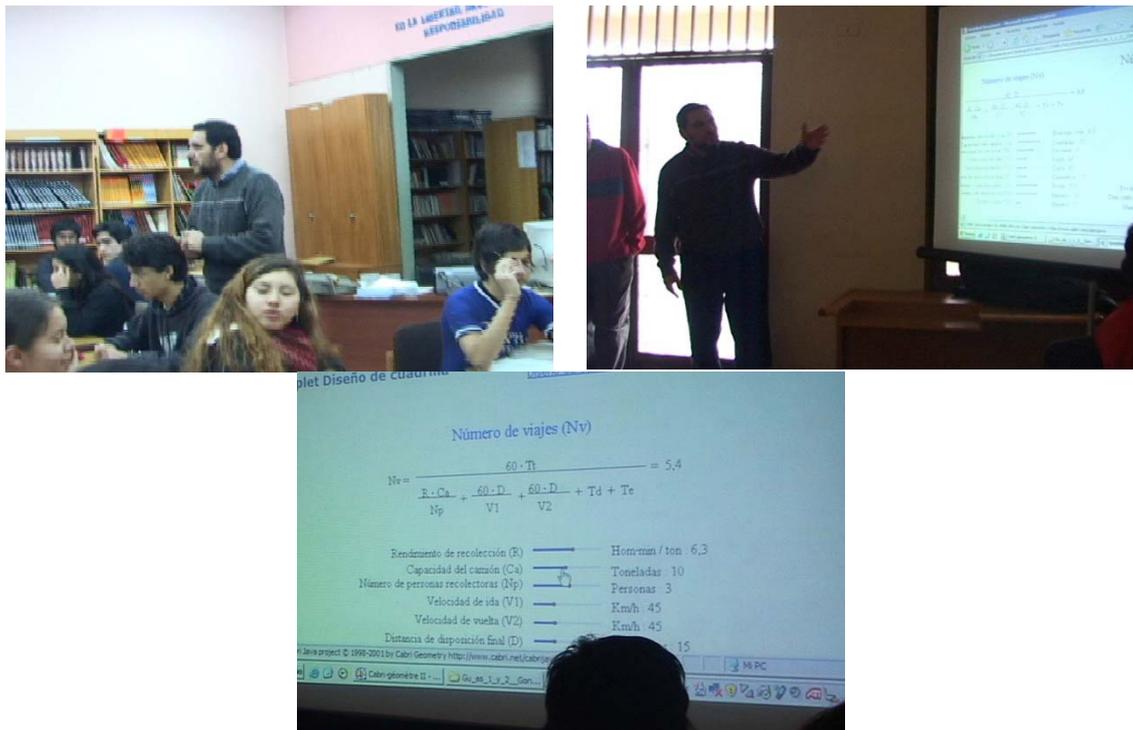


Figura 4.7: Imágenes que muestran los momentos de explicación del docente tanto en la sala CRA, como en laboratorio

### Colegio Santa María

Se observó a dos grupos compuestos cada uno de dos alumnos. La sala era larga pero angosta, lo que posibilitaba el desplazamiento de la profesora y de los alumnos. Los espacios de trabajo entre grupos eran reducidos y las sillas de trabajo parecían incómodas. Tenía buena iluminación natural, no existía humedad, tenía ruido externo al dar a una calle por donde transitaban vehículos. No existían mesas de trabajo para desarrollar actividades sin computador. Contaban con proyector multimedia, pero no había acceso a impresora, ni a escáner u otro recurso tecnológico.





Figura 4.8: Imágenes que presenta la sala de computación

La profesora no intervenía en la constitución de los grupos y estos se organizaban, principalmente, en número de dos alumnos por cada equipo de trabajo. La relación entre la profesora y sus alumnos era muy buena, de buen trato y respeto mutuo e incluso con aprecio y cariño por parte de los alumnos a su profesora.

En términos generales, los alumnos trabajaban en la tarea, no obstante, en diferentes ocasiones, estos conversaban temas distintos al trabajo solicitado. Esto ocurría, tanto al interior de los equipos de trabajo como entre grupos, siendo un proceso iterativo entre el trabajo en el problema a resolver y la conversación en otros temas. Se permitía el desplazamiento al interior de la sala y la profesora atendía todas las dudas presentadas.

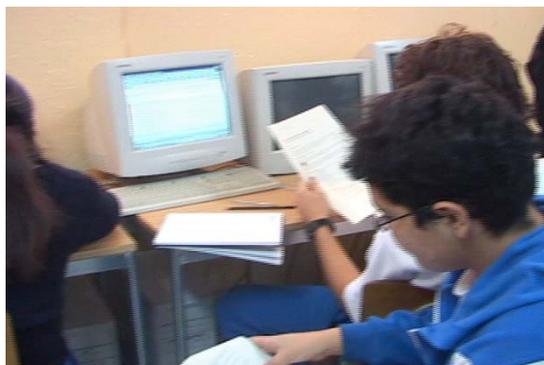
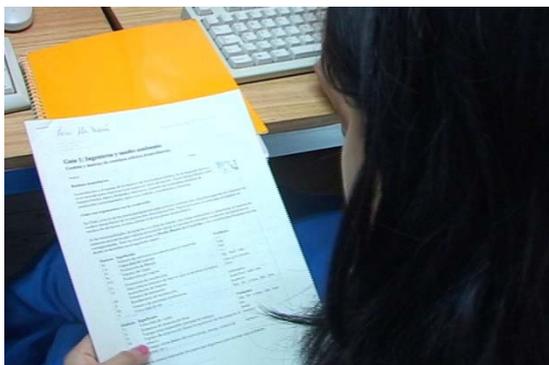




Figura 4.9: Imágenes que muestran el ambiente de trabajo

Existían alumnos con estímulo para enfrentar y resolver los problemas en forma consistente y otros en que esta motivación se presentaba en forma intermitente durante el desarrollo de la clase. Se le solicitó a la profesora que seleccionara un grupo con buenos resultados y buen nivel de trabajo, y otro con resultados menores para ser observados. Para facilitar las observaciones, se ubicaron a los dos grupos a una distancia muy cercana. El primer grupo, el de mejores resultados, estaba compuesto por dos alumnos, en los cuales se percibía que trabajaban habitualmente juntos. El segundo grupo, de resultados más bajos, estaba compuesto por dos hermanos peruanos (una niña y un niño), los que se caracterizaban por ser muy callados.



Figura 4.10: Imágenes que muestran los grupos observados

El primer grupo trabajaba en forma sistemática y apresurada; generalmente, uno de ellos veía lo que se pedía en el problema y el segundo usaba el computador, existiendo mucha interacción entre sí. En ocasiones, por trabajar con rapidez, entendían mal lo solicitado. Además, en forma intermitente, se solicitaban uno al otro que trabajara en el problema, casi como recriminándose entre ellos; sin embargo, pasado estos breves instantes seguían trabajando y discutiendo en relación al problema. También, en algunos momentos conversaban con una alumna que estaba trabajando al lado de ellos para verificar el avance, decisiones tomadas, resultados obtenidos o procedimientos utilizados.

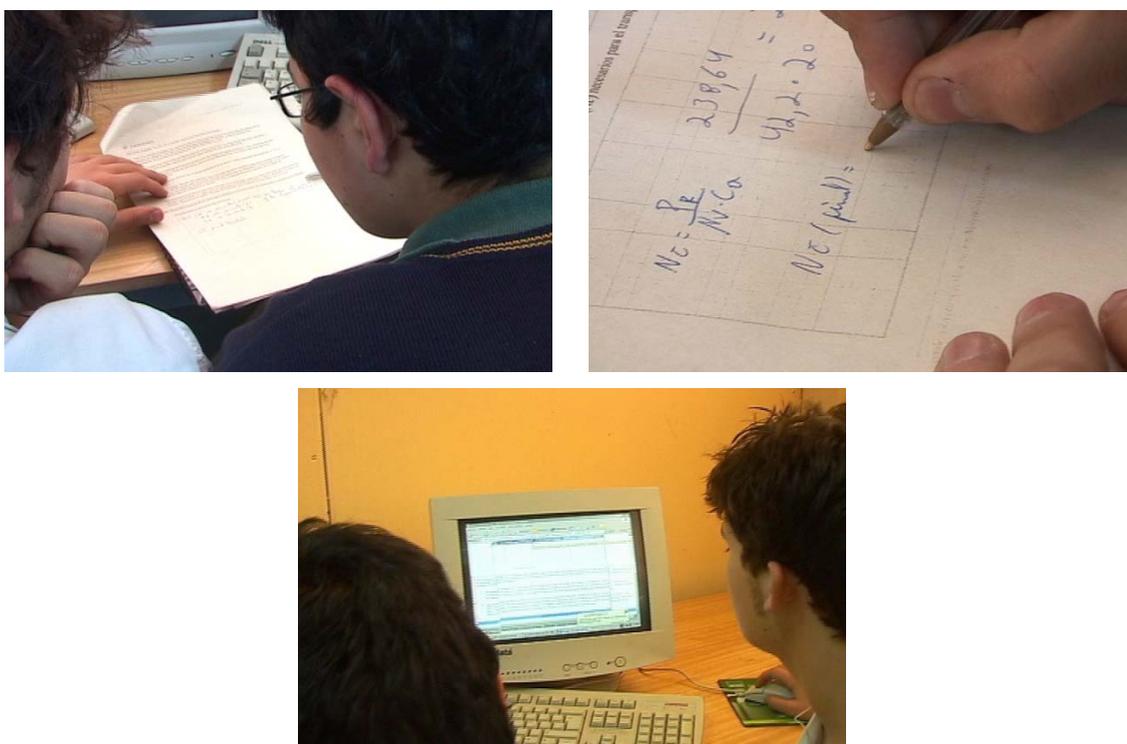


Figura 4.11: Imágenes del grupo de alumnos observados de buenos resultados y su forma de trabajo

El segundo grupo interactuaba muy poco entre sí y en muchos momentos resolvían el problema en forma paralela, ocupando incluso el computador en forma intercalada. Ahora bien, estos avanzaban en forma consistente, verificaban y comentaban sus resultados, tanto entre ellos como con otros grupos. Asimismo, cuando era necesario, el niño hacía las preguntas a la profesora para responder a sus dudas o las de su hermana. El avance entre ambos grupos era similar.

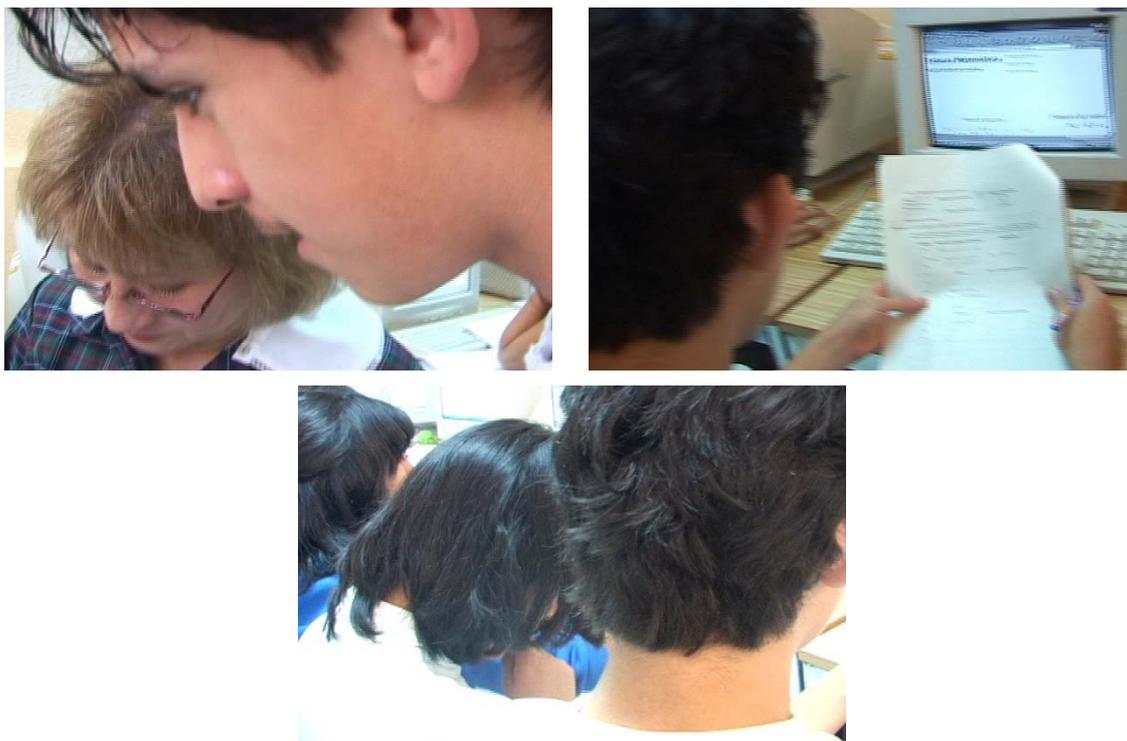


Figura 4.12: Imágenes del grupo de alumnos de inferiores resultados y su forma de trabajo

El segundo grupo (el de resultados inferiores), asistió durante tres sesiones de observación, lo que equivale al desarrollo de una guía y media, y un total de cuatro horas y medias. Al no presentarse el grupo a la cuarta sesión de observación, se solicitó a la profesora elegir otra pareja, que tuviera resultados similares al segundo grupo, siendo reemplazado por dos niñas. Estas alumnas trabajaban muy poco en el problema; les costaba entender lo pedido, incluso, ciertas preguntas de la secuencia de alguna guía; no avanzaban; consultaban por las soluciones (respuestas intermedias al problema final); conversaban mucho; se reían mucho, y eran pocos los momentos en que estas trabajaban.

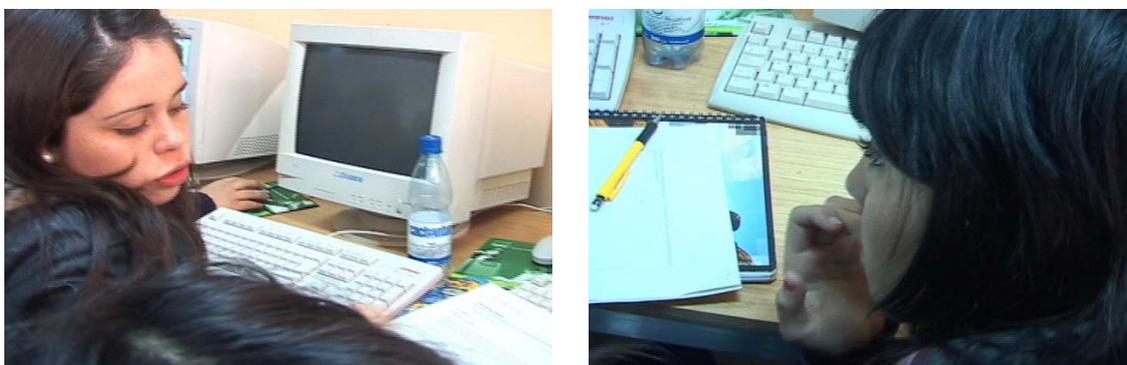




Figura 4.13: Imágenes del grupo de alumnas observadas, que reemplazaron al grupo anterior de inferiores resultados, y su forma de trabajo

En este curso investigado, se centraron principalmente las observaciones y grabaciones en el primer grupo, el de mejores resultados. La profesora tenía muy buena relación con los alumnos de los dos grupos, atendía cada una de sus consultas y sin entregar, por lo general, respuestas directas, sino más bien construyéndolas con los estudiantes u orientándolos para su solución.

El manejo de la tecnología, por parte de los dos grupos iniciales fue bueno, en relación con saber cómo manipular los applet; sin embargo, en algunos momentos, a las dos parejas les costaba entender la relación entre estos y el problema. El grupo de alumnas que hizo el reemplazo, si bien podía utilizar el applet, les fue complejo entender su uso. Esta dificultad resultó significativa, en comparación con los otros grupos, para poder apoyar el proceso de resolución del problema.

La profesora, hizo presentaciones generales al iniciar las actividades o al ver dificultades en sus alumnos; usó la pizarra para hacer diagramas del problema y su procedimiento para apoyar su resolución; generó nuevas preguntas, distintas a las que aparecen en la guía; además de hacer uso de las tecnologías e integrarlas a la clase a través de una presentación y/o explicación de los recursos que se utilizarían. Asimismo, tanto en las presentaciones al inicio como durante el desarrollo de la clase, cuando los alumnos le hacían preguntas y algunas veces en los cierres, hacía una buena integración de dichas tecnologías para relacionarlas con el problema.

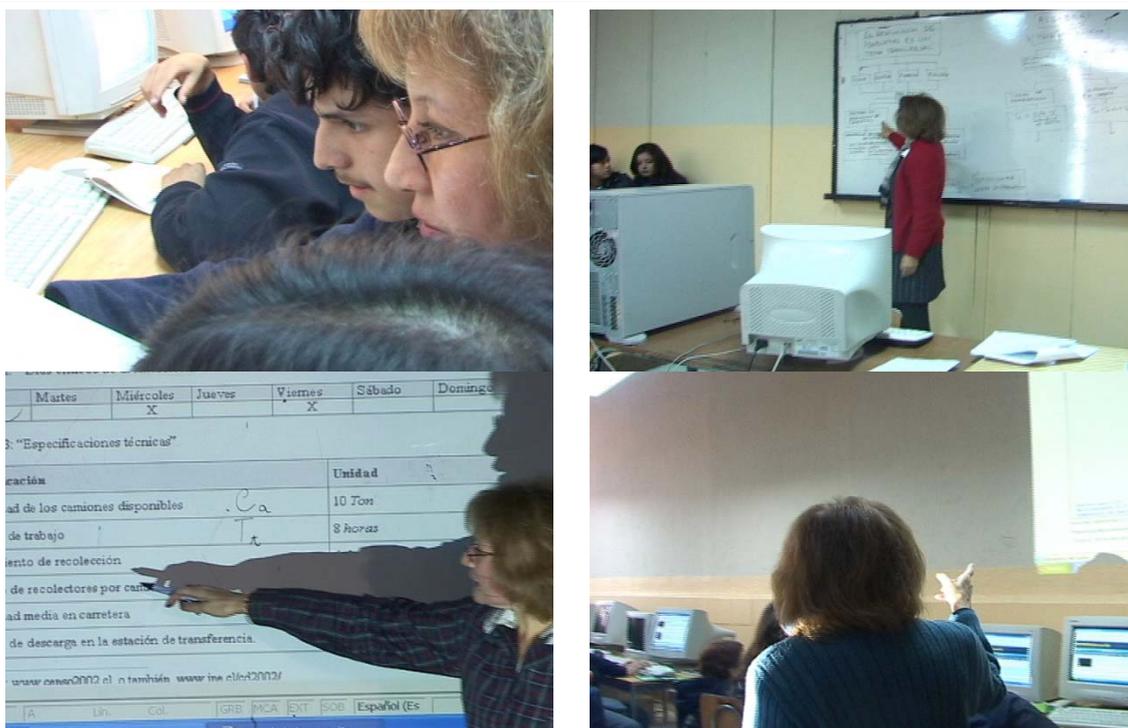


Figura 4.14: Imágenes del trabajo de la profesora, sus explicaciones generales y uso de las tecnologías

#### 4.5.2 Los docentes

Como se ha mencionado anteriormente, los docentes tienen un rol importante como articuladores y facilitadores en la implementación de la experiencia. Ellos fueron uno de los aspectos observados durante la investigación.

Los tres profesores, han participado en diferentes cursos realizados por el proyecto Enlaces, del Ministerio de Educación de Chile, referidos al logro de competencias y habilidades del uso de la tecnología en la labor docente. Adicionalmente, la profesora del colegio Santa María participó durante los años 2004 al 2007 en el proyecto Enlaces Matemática, en el Centro Comenius de la Universidad de Santiago de Chile. La labor que desempeñó, en dicho proyecto fue de diseño pedagógico de los materiales escritos, revisión de contenidos y corrección, y desarrollo de instrumentos de evaluación.

El profesor del colegio Santa Cruz, también ha colaborado con este Centro Universitario, en la realización de talleres en el marco del proyecto Enlaces Matemática. Además, los tres profesores tienen buena relación en sus establecimientos y están bien considerados por sus equipos directivos.

La siguiente tabla, presenta algunos datos generales de los docentes que participaron en las salas observadas.

Tabla 4.12: Datos generales de los profesores de las salas observadas

<b>Indicador</b>	<b>Cristóbal Colón</b>	<b>Santa Cruz</b>	<b>Santa María</b>
Edad	48	52	53
Sexo	Masculino	Masculino	Femenino
Título	Profesor de Estado Física y Matemática	Profesor de Estado Física y Matemática	Profesor de Estado Matemática
Grado	Licenciado en Educación	Licenciado en Educación	Licenciado en Educación
Rol <sup>19</sup>	Profesor de Aula, Jefe Departamento Matemática	Profesor de Aula, Jefe Departamento Matemática	Profesor de Aula, Jefa departamento Matemática. Encargada departamento Orientación
Años de experiencia docente	17	21	24
Nivel de conocimiento matemática*	Bueno	Bueno	Muy Bueno
Manejo de la didáctica matemática*	Regular	Bueno	Muy bueno
Nivel de manejo de las TIC*	Muy bueno	Bueno	Bueno
Posee computador en casa	Sí	Sí	Sí
Posee Internet en casa	Sí	Sí	Sí
Posee correo electrónico	Sí	Sí	Sí
Tiene acceso a computador en el colegio, adicional al trabajo con alumnos	Sí	Sí	Sí
Tiene acceso a Internet en el colegio, adicional al trabajo con alumnos	Sí	Sí	Sí
Navega en Internet	Sí	Sí	Sí
Busca información en Internet	Sí	Sí	Sí
Busca recursos en Internet	Sí	Sí	Sí
Participa en espacios de discusión profesional en Internet	Sí	Sí	Sí

\* En un rango de: muy bueno, bueno, regular y malo. Estos son valores entregados por el observador y autor de esta tesis, según su pericia en los temas señalados, además de tener diferentes experiencias de trabajos con dichos profesores, en el marco de proyectos de educación y tecnología.

#### 4.5.3 Las salas o laboratorios de computación y los alumnos

Para la presente investigación, los alumnos son un foco importante, pues en estos se centra el proceso de observación, con respecto a la resolución de problemas abiertos y el uso de TIC. Los estudiantes observados, eran de segundo nivel de secundaria -grado 10-, cuyas edades fluctúan entre los 15 y 16 años. Los tres colegios eran mixtos, es decir, sus alumnos son de sexo femenino y masculino.

Los computadores son multimedia, con una antigüedad promedio de unos cuatro años y no presentaron dificultades para el desarrollo de la investigación. Todos los equipos poseen conexión a Internet de regular calidad para un buen uso, la cual, no era requerida en este estudio. Además, las salas tenían buen nivel de acceso,

<sup>19</sup> Profesor de aula, miembro equipo directivo, coordinador informático y/u otro.

buena iluminación, sin humedad, temperatura ambiental agradable, buen aislamiento o se encontraban lejanas a ruidos externos, con excepción de la sala del colegio Santa María.

La siguiente tabla presenta datos generales de las salas y alumnos observados.

Tabla 4.13: Datos generales de las salas y alumnos observados

Indicador	Cristóbal Colón	Santa Cruz	Santa María
Total de alumnos del curso	35	37	34
Nº de alumnos observados	35	37	4
Nº de alumnos cada curso	19	17	2
Nº de alumnas cada curso	17	20	2
Nº de computadores en uso	16	12	20
Nº de alumnos que forman los grupos de trabajo	2-5	2	2
Forma de organizar los grupos	Alumnos se organizan	Profesor da instrucciones	Alumnos se organizan
Posee proyector	Sí	Sí	Sí
Internet en laboratorio	Sí	Sí	Sí

#### 4.6 EVALUACIÓN DE EXPERTOS

Las categorías y sub categorías desarrolladas en el marco de esta investigación, fueron puestas a validación para juicio de expertos, dos españoles y uno chileno. Los dos expertos españoles son: la Dra. Anna Escofet de la Universidad de Barcelona y el Dr. Carlos Marcelo de la Universidad de Sevilla, ambos doctores con gran experiencia en uso de la tecnología en educación. El experto chileno es Hernán Miranda, candidato a doctor de la universidad de Nuevo México, EE.UU., con experiencia en educación matemática y uso de tecnologías integradas al currículum.

Como estrategia, se contactaron los expertos solicitándoles su colaboración en la validación de las categorías desarrolladas. A cada uno de ellos, se les presentó un breve documento en el cual se mostraron algunos antecedentes de la investigación, lo que se les solicitaba para su participación en la validación de estas categorías y el esquema de categorías desarrollado.

En particular a cada experto, se le solicitó dos aportes, uno en la validación del sistema de categorías propuesto y el segundo en la entrega de sugerencias, recomendaciones o modificación respecto a las categorías propuestas. Para el primer punto, se les entregó una tabla con las categorías, sub-categorías y una descripción de cada una de ellas. Además, se les proporciona una tabla, en la cual se presenta en cada fila, tres ejemplos que corresponden a una categoría y sub categoría. Cada fila de ejemplos, se relaciona con una única sub categoría. Estos

ejemplos son transcripciones de observaciones, realizadas en cada uno de los tres colegios observados.

A partir de ésta, se le solicita que complete una nueva tabla, para cada fila de ejemplos, colocando el número de categoría y sub categoría que el experto piense que los representa mejor.

Para este proceso de validación, no se incluyó las sub categorías correspondientes a la categoría "1 Aspectos pedagógicos", consideradas en: "1.3 Inicio de la sesión", "1.4 Desarrollo de la sesión" y "1.5 Cierre de la sesión".

El total de categorías, fueron divididas entre los distintos expertos. De esta manera cada experto validó:

Tabla 4.14: Categorías validadas por cada experto

<b>Experto</b>	<b>Categoría</b>
Anna Escofet	1. Aspectos pedagógicos 2. Estrategias de RP usadas
Carlos Marcelo	4. Actitud
Hernán Miranda	3. Forma de uso de las TIC 5. Sala de computadores o laboratorio de computación

- Una segunda dimensión de colaboración, que se le solicitó a los expertos, fue el que pudiesen entregar sugerencias, recomendaciones y/o modificación respecto a las categorías propuestas.

De los tres expertos, dos de ellos completaron lo solicitado, alcanzando una coincidencia entre su evaluación y las categorías originales, de un 60% la Dra. Anna Escofet y un 63% el candidato a Dr. Hernán Miranda. El Dr. Carlos Marcelo presenta una serie de sugerencias, siendo respondidas por el autor de esta tesis.

Para más detalle y resultados de la validaciones, ver Anexo 8: Validación de categorías por expertos, Dra. Anna Escofet; Anexo 9: Validación de categorías por expertos, Dr. Carlos Marcelo y Anexo 10 : Validación de categorías por expertos, candidato a Dr. Hernán Miranda.

**CAPITULO V:**  
**ANÁLISIS DE DATOS**



## 5.1 INTRODUCCIÓN

Con la finalidad de cumplir los objetivos planteados en esta investigación, se aplicaron instrumentos y posteriormente se analizaron, focalizadas en un proceso de observación del trabajo de profesores y alumnos en la resolución de problemas abiertos en matemática, haciendo uso de la tecnología, en particular, los computadores en educación secundaria.

En el Capítulo 4, se presentan los aspectos metodológicos utilizados en el proceso de la investigación, para poder implementar la observación de salas de clases. A partir de esto, en este capítulo se presentan los análisis y resultados obtenidos.

Los elementos metodológicos utilizados, fueron la observación directa de sesiones de trabajo, por parte del autor de esta tesis, haciendo uso de una pauta de observación no cerrada. Los elementos a observar fueron: aspectos pedagógicos del docente; elementos de la sala o laboratorio de computación; aspectos generales, conocimiento específico y estrategias de resolución de problemas del alumno; y aspectos generales, uso cognitivo e instrumental por alumnos y profesores de las TIC.

Se realizaron sesiones de observación a tres establecimientos: Cristóbal Colón, Santa Cruz y Santa María. A los dos primeros, se hicieron observaciones al curso completo y al tercer colegio (Santa María) se hizo observaciones al trabajo de la profesora y dos grupos de alumnos (de buenos y regulares resultados).

Las observaciones se hacen sobre la base de la implementación de tres guías, que se aplicaron en los establecimientos, basadas en problemas del tipo abiertos (mal definidos) y haciendo uso de tecnología. El trabajo se realizó en las correspondientes salas o laboratorios de computación de los establecimientos y en horarios habituales de la asignatura de matemática. Los alumnos observados fueron de segundo año medio, grado 10, cuyas edades fluctúan entre los 14 y 15 años.

Como se señaló anteriormente, se utilizó un instrumento de medición, no cerrada, compuesta por una pauta de observación con ítems cerrados y una sección de

observación abierta. Si bien ambos instrumentos se complementan, con el instrumento cerrado, se pretende presentar una "medida" de las categorías que esta incluye, en relación a los objetivos del estudio. Por medio de la observación abierta, se presentará un análisis cualitativo, para profundizar el análisis cuantitativo.

En este estudio, se privilegiaron observaciones "más abiertas" como la de incidentes críticos y notas de campo, con la finalidad que pudiesen aparecer nuevos y distintos elementos, los que serán analizados en este capítulo.

El documento se inicia con un breve resumen de las observaciones realizadas, que permite contextualizar el trabajo de investigación. Lo sigue un resumen de los instrumentos utilizados en las observaciones, presentando las categorías, tanto para el instrumento cerrado, como para las observaciones abiertas. A continuación, se hace un análisis general de las categorías, por medio del cual se puede apreciar su comportamiento, ya sea en su totalidad o una mirada en forma individual, en cada uno de los tipos de observaciones (cerrada y abierta). Luego sigue un análisis de cada categoría, presentadas en duplas, las que provienen de cada tipo de observación, ya sea por que son similares o se complementan, con la excepción de Actitud que se analiza con información proveniente de las observaciones abiertas, ya que la pauta de observaciones cerradas no consideró esta categoría. A continuación, se presenta un análisis a partir de la mirada a dos grupos, según su tipo, observaciones a cursos completos (dos cursos de dos colegios) y observaciones a grupos de alumnos (dos grupos en el contexto de un curso). Finalmente, se presenta una síntesis de los resultados desde una mirada más general, que se relaciona con elementos obtenidos de la literatura.

## **5.2 OBSERVACIONES REALIZADAS**

El trabajo realizado con los grupos observados, contempló el uso de recursos, guías y digitales. La guía, se entregó a cada alumno, donde se propuso un problema (cada guía tenía un problema) y contaba con diferentes actividades que orientaban y ayudaban al alumno para desarrollar y resolver el problema. Esta ayuda se dosificaba en la medida que se avanza. Se entregaron un total de tres guías. Las guías en algunas secciones dirigían el uso de los recursos digitales, en otras esto no ocurría, por lo que en estos casos los alumnos y profesores debían decidir cómo y cuando utilizarlos.

La siguiente tabla, muestra en detalle el número de sesiones observadas por cada guía, donde presentaba un problema del tipo abierto, con una estrategia para apoyar a los estudiantes, de cada establecimiento.

Tabla 5.15: Número de sesiones observadas por Guía en cada establecimiento

Guía	Establecimientos		
	Cristóbal Colón	Santa Cruz	Santa María
<b>1</b>	2	2	2
<b>2</b>	2	2	3
<b>3</b>	2	2	2
<b>Total</b>	6	6	7

Se puede observar, que en el colegio Santa María, en la guía 2, es la única que tiene una duración de tres sesiones a diferencia de todo el resto que duran dos sesiones. Para los análisis que se presentarán en este capítulo, en particular aquellos que se presentan por sesión de trabajo, se debe tener en consideración la relación sesión-guía. La siguiente tabla, presenta en detalle las sesiones que trabajaron, profesores y alumnos, en cada establecimiento respecto a cada guía.

Tabla 5.2: Sesiones realizadas por guía en cada establecimiento

Establecimiento	Sesiones		
	Guía N° 1	Guía N° 2	Guía N° 3
Cristóbal Colón	1 y 2	3 y 4	5 y 6
Santa Cruz	1 y 2	3 y 4	5 y 6
Santa María	1 y 2	3, 4 y 5	6 y 7

## 5.3 CATEGORÍAS Y REGISTROS

### 5.3.1 Pauta de observación cerrada

Como instrumento de observación, se utilizó una pauta cerrada, dividida en cuatro categorías, compuesto en total de 99 ítems. La siguiente tabla presenta su desglose por cada categoría.

Tabla 5.3: Desglose de preguntas cerradas por cada categorías

Categoría	Ítems del instrumento	Total de ítems
Docente	1-29	29
Alumnos	48-73	26
Uso de las TIC	74-99	26
El laboratorio de computación	30-47	18

El siguiente gráfico, presenta la distribución porcentual de cada categoría del instrumento.

**Distribución de ítems por categorías en pauta de observación**

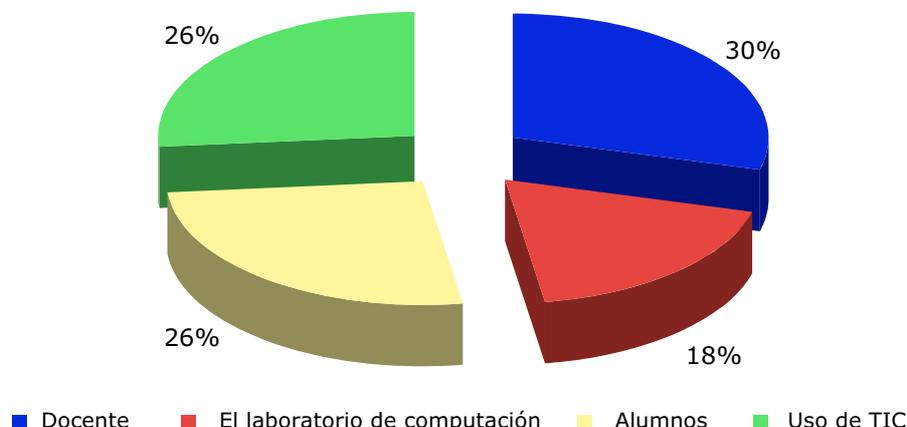


Gráfico 5.1: Porcentaje de ítems por cada categoría de la pauta de observación cerrada

Se puede apreciar del gráfico, que el mayor porcentaje de ítems lo tiene la categoría **Docente**, que corresponden a aspectos pedagógicos, con un 30%, luego **Uso de TIC** que corresponden a uso de tecnología por parte de alumnos, profesores y aspectos generales y **Alumnos** que incluyen aspectos generales, conocimientos de contenidos específicos y estrategias de resolución de problemas, ambos con un 26%, finalmente la categoría con menos ítems **La sala o laboratorio de Computación**, que corresponde a aspectos relacionados con trabajos realizado en la sala por alumnos y profesor, con un 16% del total.

La siguiente tabla, presenta el desglose de la pauta para las preguntas cerradas por cada una de las categorías y sub categorías del instrumento.

Tabla 5.16: Desglose de pauta de observaciones cerradas por cada categoría y sub categoría

Categorías	Sub categorías	Ítems del instrumento	Total de ítems	Porcentaje de ítems
Docente	Aspectos pedagógicos	1-29	29	29,3%
Alumnos	Aspectos generales	48-57	10	10,1%
	Conocimiento del contenido específico	58-60	3	3,0%
	Estrategias de resolución del problema	61-73	13	13,1%
Uso de las TIC	Aspectos generales	74-78	5	5,1%
	A nivel cognitivo ayudan	79-91	13	13,1%
	A nivel instrumental permite	92-97	6	6,1%
	Por parte del profesor	98-99	2	2,0%
El laboratorio de computación	El laboratorio de computación	30-47	18	18,2%

Para la valoración de cada ítem de la pauta de observación cerrada, se hizo por medio de cuatro alternativas. Estas alternativas son de tipo nominal, es decir, se les alude una opción, permitiendo establecer diferencias entre las observaciones, junto facilitar la “medición” de los aspectos observados.

Los rangos asignados a las alternativas de los ítems de la pauta de observación cerrada fueron:

Tabla 5.17: Codificación de las alternativas de los ítems

<b>Variables</b>	<b>Alternativas</b>
1	Rara vez
2	Algunas veces
3	Frecuentemente
4	Casi siempre

Se establecieron variables cualitativas, cuyas alternativas sin un significado numérico preciso, guardan una relación de orden. Sin embargo, la redacción y análisis de cada ítem y categoría, fue desarrollado de manera tal, que su valoración se incrementa de lo menos deseable a lo más deseable (menos positivo a más positivo), con una escala que va de “Rara vez” a “Casi siempre”.

Uno de los métodos de análisis utilizado, es la Prueba de Kruskal Wallis, este método se apoya en el uso de las variables anteriormente asignadas a las alternativas, sirviendo para contrastar la hipótesis de que  $k$  grupos no tengan diferencias entre ellos. La única exigencia de este método es sobre la aleatoriedad en la extracción de las muestras, ya que es un método no paramétrico (Montgomery, 1996, p. 112). Para más información ver Anexo 5.1: “Análisis de Kruskal Wallis y su significancia estadística”. Para realizar la prueba de Kruskal Wallis, se usó el software estadístico SPSS<sup>20</sup>, con un nivel de significancia<sup>21</sup> del 5%.

La siguiente tabla, presenta el total de observaciones registradas por cada categoría para el total de sesiones y de guías, con la utilización de la pauta de observaciones cerradas, en cada establecimiento.

<sup>20</sup> Statistical Product and Service Solutions, versión 13.

<sup>21</sup> Porcentaje de error que se puede cometer al realizar la prueba, es decir, la probabilidad de rechazar la hipótesis cuando esta es verdadera.

Tabla 5.18: Número de observaciones registradas por categorías para el total de sesiones y guías

<b>Categoría</b>	<b>Nº de ítems</b>	<b>Cristóbal Colón</b>	<b>Santa Cruz</b>	<b>Santa María</b>
Docente	29	174	174	203
Alumnos	26	156	156	182
Uso de las TIC	26	156	156	182
El laboratorio de computación	18	108	108	126

Se hace notar que al tener los Colegios Cristóbal Colón y Santa Cruz, el mismo número de sesiones observadas (un total de seis), tienen el mismo número de registros de observaciones y las del colegio Santa María son superiores por tener una sesión de observación adicional (un total de siete).

### 5.3.2 Observación abierta

Con la finalidad de tener un análisis respecto a la caracterización del uso de la tecnología, por parte de profesores y alumnos, al trabajar en resolución de problemas abiertos en matemática, se generaron 5 categorías generales y 21 categorías específicas o sub categorías.

La siguiente tabla presenta las categorías generadas y sub categorías, obtenidas de las observaciones realizadas.

Tabla 5.19: Categorías y sub categorías observadas

<b>Categorías</b>	<b>Sub-Categorías</b>
Aspectos pedagógicos	Trabajo con alumnos
	Estrategias metodológicas usadas por el profesor
	Inicio de la sesión
	Desarrollo de la sesión
	Cierre de la sesión
	Evaluación
Estrategias de RP usadas	Sugerencias del profesor para resolver problemas
	Estrategias de RP usadas por el alumno
Forma de uso de las TIC	Organización del trabajo de los alumnos en el uso de TIC
	Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos
	Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos
	Uso instrumental de las tecnologías por parte del profesor
	Uso cognitivo de las tecnologías por parte del profesor
Actitud	Actitud de los alumnos
	Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP
	Actitud del profesor durante la sesión
	Clima de trabajo en la sala de clases
	Relación profesor alumnos
Sala de computadores o laboratorio de computación	Trabajo al interior del grupo
	Trabajo entre grupos distintos
	Recursos
	Trabajo con alumnos

Se observa que las categorías con mayor número de sub categorías son: "Aspectos pedagógicos" con 6; y "Forma de uso de las TIC" y "Actitud" con 5 cada una. Las

que tienen menos sub categorías son “Estrategias RP usadas” y “Sala de computadores o laboratorio de computación” con 2 y 3 sub categorías respectivamente.

A continuación se presenta una tabla con el total de frecuencia por categoría observada en todas las sesiones y todas las guías en cada establecimiento.

Tabla 5.20: Frecuencia de categorías observada por establecimiento

<b>Categorías</b>	<b>Cristóbal Colón</b>	<b>Santa Cruz</b>	<b>Santa María</b>	<b>Total</b>
Aspectos pedagógicos	114	128	170	412
Estrategias de RP usadas	104	91	130	325
Forma de uso de las TIC	58	85	84	227
Actitud	115	133	153	401
Sala de computadores o laboratorio de computación	54	67	123	244
<b>Total</b>	<b>445</b>	<b>504</b>	<b>660</b>	<b>1.609</b>

Al hacer una observación general, se ve que la categoría con mayor cantidad de observaciones en los tres establecimientos es, la de “Aspectos Pedagógicos” seguida de “Actitud” y “Estrategias RP usadas”. Las otras categorías tienen distintas cantidades en los establecimientos como para hacer referencia a un orden en su cantidad de frecuencia de observaciones generales, por esto, para mejor interpretación y claridad de la cantidad de frecuencia de observaciones por categoría, para cada establecimiento, se presentan los siguientes gráficos porcentuales.

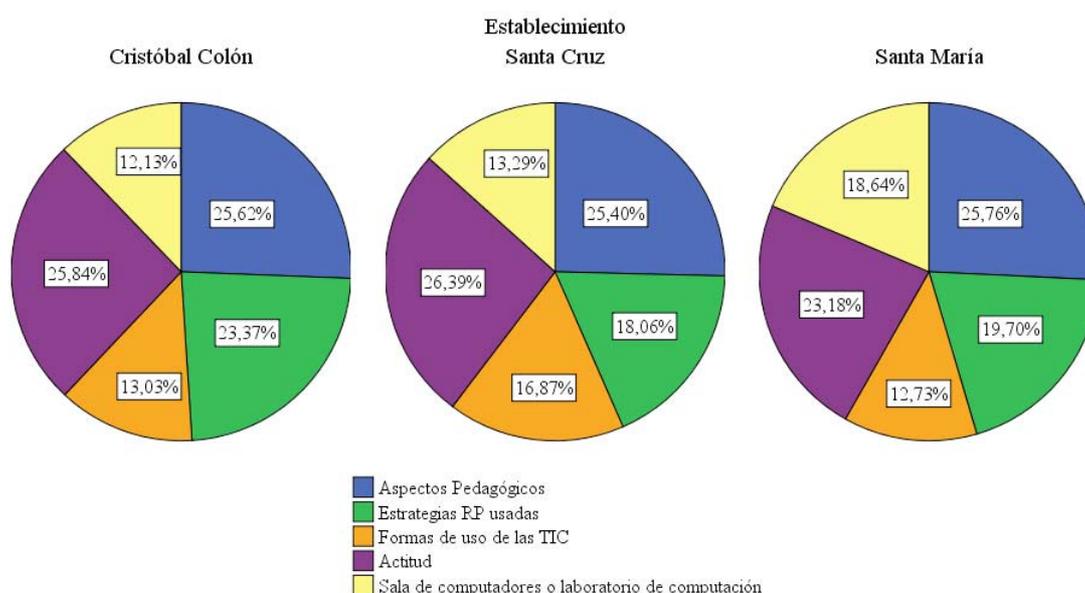


Gráfico 5.2: Porcentajes de las frecuencias de categorías generales observada por Establecimiento

De los gráficos se aprecia que las categorías de "Aspectos Pedagógicos" y "Actitud" en conjunto, tienen más del 50% de la cantidad de observaciones en los tres establecimientos. Si a esto se le agrega "Estrategias RP usadas", llegan al 70%. En general, cada una de las categorías tiene un porcentaje similar en cada establecimiento.

La siguiente tabla, presenta las frecuencias por categoría general observada por cada guía, para el conjunto de establecimientos.

Tabla 5.21: Frecuencia de categorías generales observada por Establecimiento

<b>Categorías</b>	<b>Guía 1</b>	<b>Guía 2</b>	<b>Guía 3</b>
Aspectos pedagógicos	156	139	117
Estrategias de RP usadas	122	116	87
Forma de uso de las TIC	88	78	61
Actitud	173	129	99
Sala de computadores o laboratorio de computación	89	87	68
<b>Total</b>	<b>628</b>	<b>549</b>	<b>432</b>

De la tabla se puede observar que en la guía 1, hay una mayor cantidad de observaciones en todas las categorías en comparación con las otras guías. La guía 3, es la que presenta menos categorías generales observadas.

Se puede señalar, que la categoría observada que más disminuye proporcionalmente, entre la primera y tercera guía es "Actitud", seguida de "Forma de uso de las TIC" y las que menos disminuyen son "Sala de computadores o laboratorio de computación" y "Aspectos pedagógicos".

## **5.4 ANÁLISIS GENERAL DE LAS CATEGORÍAS**

Para el análisis de los datos, se trabajó con las medias de las frecuencias de las observaciones realizadas en las sesiones, esto permite ajustar el número de frecuencias por guía, al tenerse que el establecimiento Santa María contó con una sesión adicional de observación, en comparación con los otros establecimientos.

### **5.4.1 Valoración de todas las categorías por guías, de la pauta de observación cerrada**

La siguiente gráfica, permite ver las valorizaciones en las observaciones del instrumento cerradas en su conjunto (todos los ítems de todas las categorías), por

guías y por cada establecimiento. Estas valorizaciones son presentadas para las distintas alternativas de la "Tabla 5.17".

Se puede apreciar que hay diferentes tendencias en las valoraciones observadas de las guías, en los establecimientos Cristóbal Colón, Santa Cruz y Santa María.

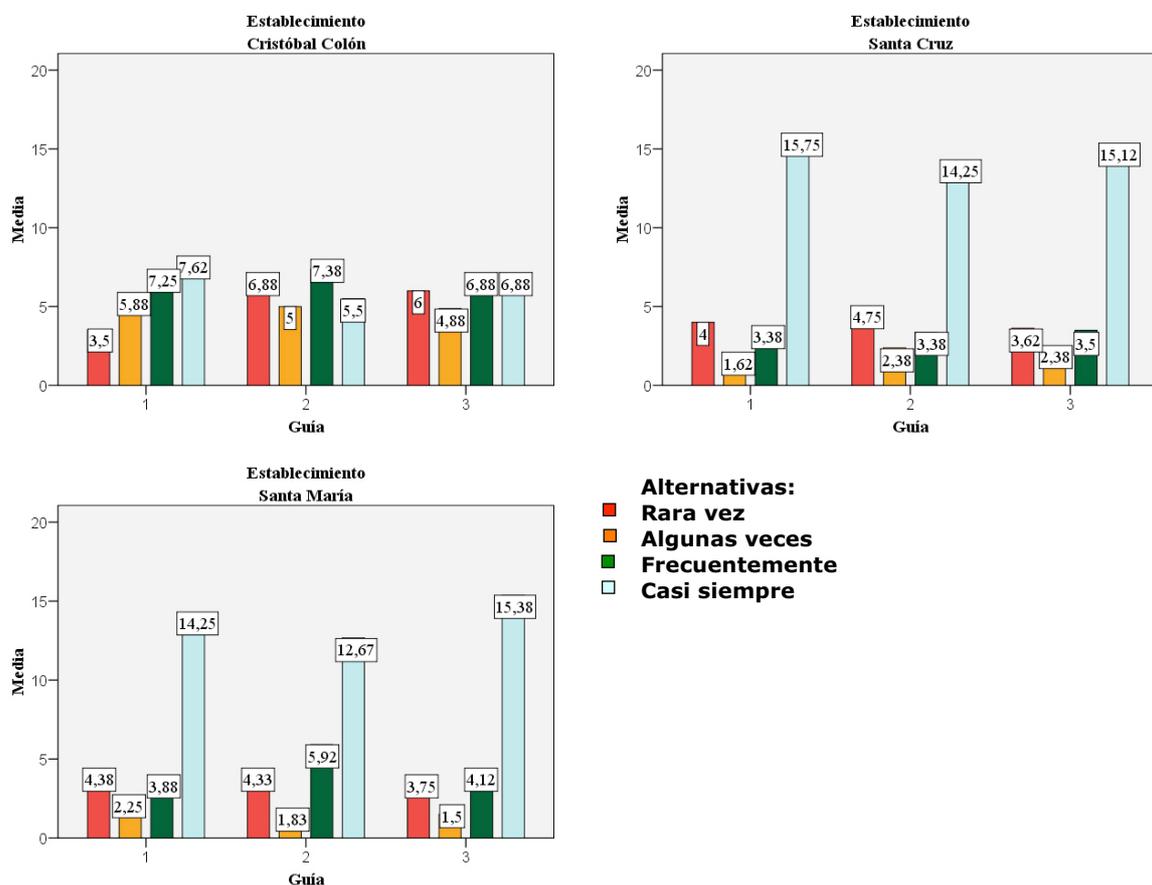


Gráfico 5.3: Valorizaciones del total de categorías de la pauta de observación de los establecimiento por guía

Se observa que la tendencia en el colegio Cristóbal Colón, es más a las alternativas de valoración menos positiva, siendo esto más significativo en la guía 2. En los otros establecimientos se tiende a observar alternativas de carácter más positivas. Lo anterior, se refiere a la presencia o ausencias de "aspectos deseables" en la sala de clases, a partir del instrumento desarrollado.

Al realizar la prueba de Kruskal Wallis por guía y establecimiento, las diferencias entre las alternativas en las guías, solo la del establecimiento Cristóbal Colón son estadísticamente significativas con un nivel de significancia del 5%, lo que se puede apreciar en la siguiente tabla (más detalles ver Anexo 5.2: "Análisis estadístico de Prueba de Kruskal-Wallis y Variable de agrupación por Guía por cada

establecimiento”). Además, esta diferencia estadísticamente significativa, se puede observar en el “Gráfico 5.3”.

Tabla 5.10: Estadísticos de contraste(a,b)

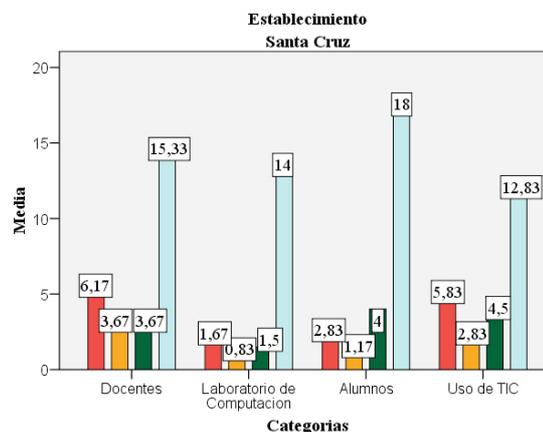
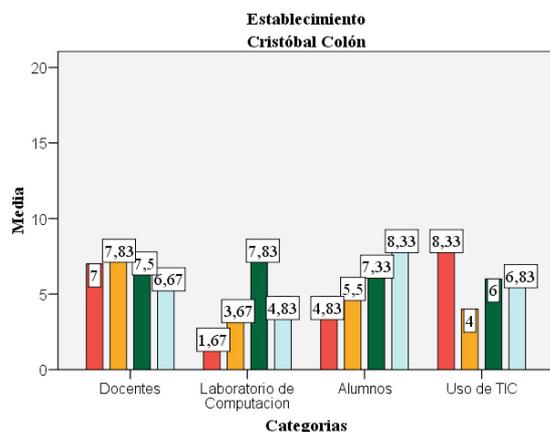
	Valor observación
Chi-cuadrado	7,834
Gl	2
Sig. asintót.	,020

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Guía

Otro elemento a destacar, es que para cada una de las guías, las valoraciones de las alternativas más positivas, “Casi siempre”, en los colegios Santa Cruz y Santa María son las más altas, en ambos establecimientos se observa que la alternativa “Casi siempre”, disminuye entre la guía 1 y 2 para aumentar entre la guía 2 y 3 .

#### 5.4.2 Valoración de cada Categoría por establecimiento, de la pauta de observación cerrada

Los gráficos siguientes, describen la relación de las valoraciones realizadas a las categorías de la pauta de observación cerrada en el conjunto de guías (total de observaciones) y por cada establecimiento.



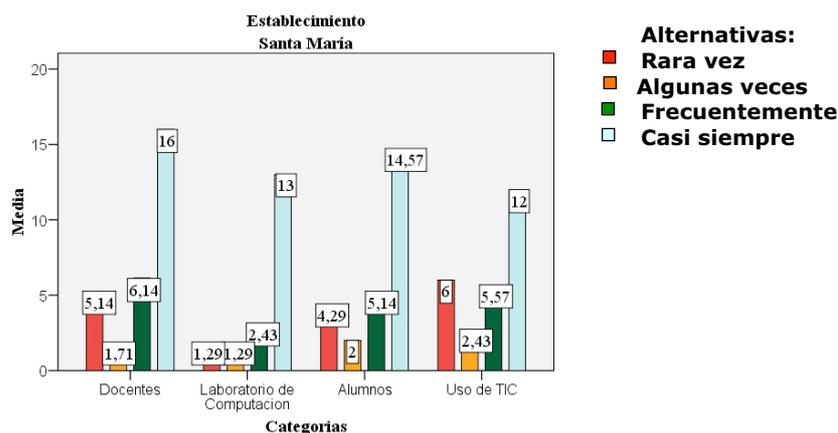


Gráfico 5.4: Valorizaciones de las categorías de la pauta de observación por establecimiento

Se puede observar claramente que hay diferencias, en las valorizaciones de las pautas de observación entre los establecimientos. Al analizar la prueba de Kruskal Wallis, se obtuvo que existen diferencias estadísticamente significativas, entre las categorías de la pauta de observación en cada establecimiento (para más detalles ver Anexo 5.3: "Prueba de Kruskal-Wallis y Variable de agrupación por categoría por cada establecimiento").

El establecimiento Cristóbal Colón describe en cada categoría distintas valorizaciones a las alternativas, aun así, en las categorías "Laboratorio de Computación", tienen tendencia a las alternativas "Frecuentemente", "Alumnos" tiene una tendencia a "Casi siempre" y "Uso de TIC", tiende a la alternativa "Rara vez". En los otros establecimientos, Santa Cruz y Santa María, se tiene una tendencia a valorizar la alternativa "Casi siempre", siendo más alta estas frecuencias en las categorías "Alumnos" y "Docente", en particular, en el colegio Santa Cruz la valoración más alta de "Casi siempre" es para la categoría "Alumno", mientras que en el Santa María es para "Docente".

Además, se observa que en todos los colegios, la categoría "Alumno", que es donde se incorporan los reactivos referidos a resolución de problemas, tiene la valoración más favorable ("Casi siempre"), en relación al resto de categorías, a excepción del colegio Santa María, donde la categoría Docente, es levemente superior.

### 5.4.3 Análisis de categorías en los establecimientos por guía de las observaciones abiertas

La siguiente figura presenta un gráfico de líneas, que muestra las medias de la frecuencia de categorías generales observadas, por guía en relación a los establecimientos.

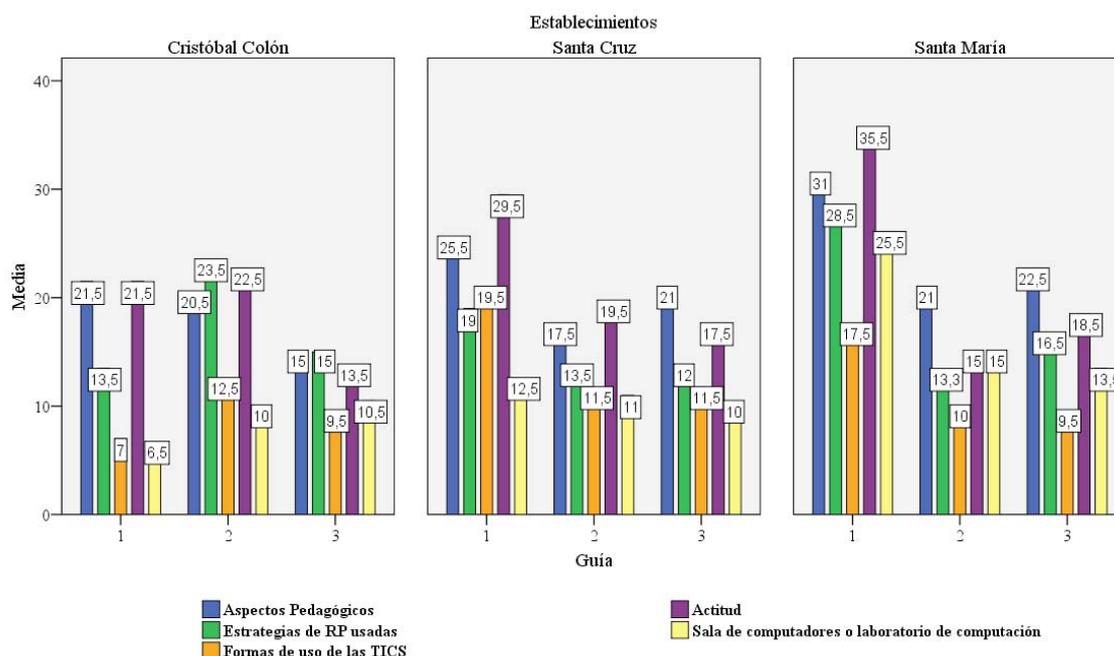


Gráfico 5.5: Comportamiento de las categorías observadas en cada establecimiento por guía

Se puede observar que no hay una tendencia que indique algún orden de las categorías, en relación a las guías o establecimiento, sin embargo, se puede observar que en la guía 1, hay mayores frecuencias en los establecimiento Santa Cruz y Santa María, en cambio en el establecimiento Cristóbal Colón es la guía 2 donde hay mayores medias.

En el establecimiento Cristóbal Colón se puede apreciar que las categorías "Aspectos Pedagógicos", "Actitud" y "Estrategias RP usadas", tienen una media más alta en cuanto al número de observaciones en las tres guías, las categorías no muestran una tendencia en las guías para establecer un orden, las categorías "Sala de computadores o laboratorio de computación" y "Formas de uso de las TIC" tienen una media muy menor al resto en todas las guías.

En las guías del establecimiento Santa Cruz, se observa que las categorías "Actitud" y "Aspectos Pedagógicos" tienen medias muy altas, en comparación a las otras

categorías, siendo la categoría "Sala de computadores o laboratorio de computación", la con menor media en las tres guías.

En el establecimiento Santa María, al igual que en los otros establecimientos las categorías "Actitud" y "Aspectos Pedagógicos", tienen mayores medias en todas las guías. También se aprecia del gráfico que la categoría, "Formas de uso de las TIC" es la con menor media en las tres guías.

#### 5.4.4 Análisis de categorías en los establecimientos por sesión de las observaciones abiertas

En el siguiente gráfico, se presenta la comparación de las categorías observadas por sesión, en relación a cada uno de los establecimientos.

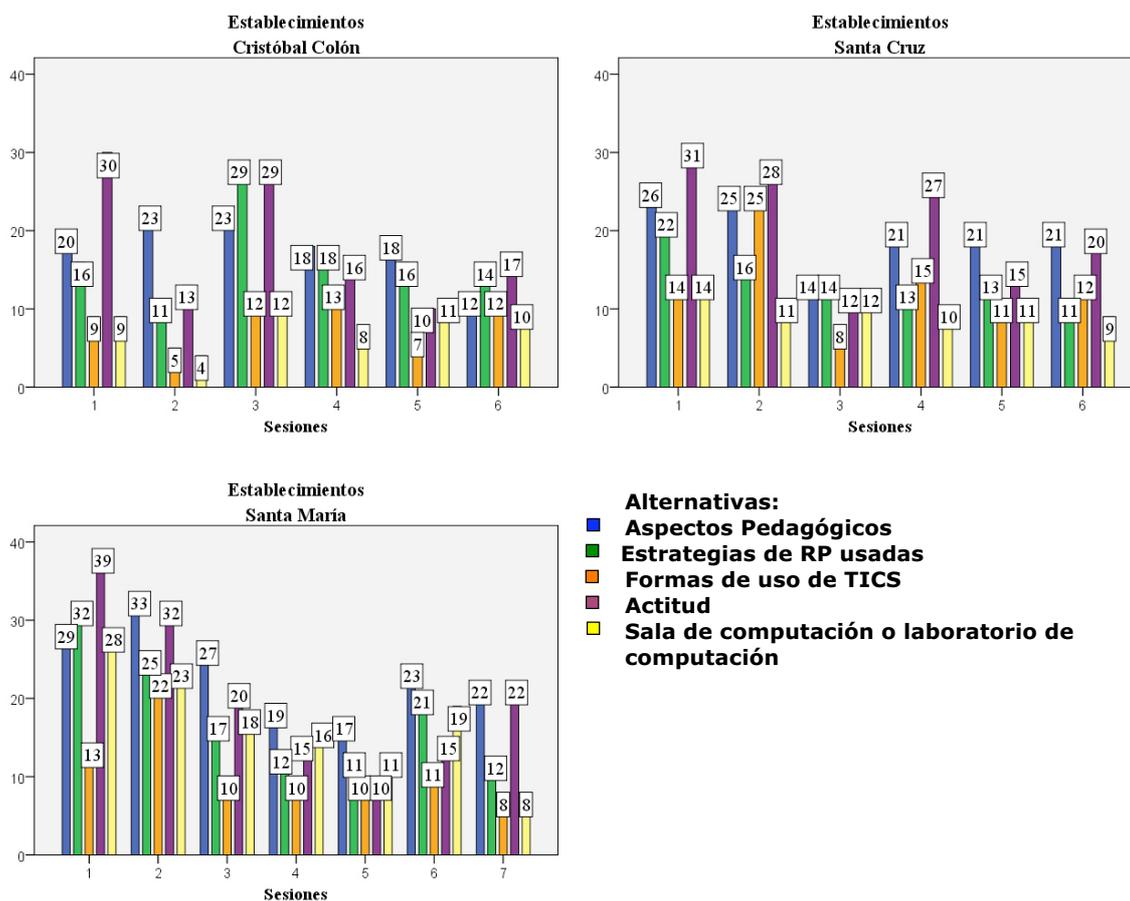


Gráfico 5.6: Comportamiento de las categorías en los establecimiento por sesión

Al hacer un análisis general a las categorías observadas, se aprecia una tendencia en un descenso de las frecuencias en relación a las sesiones, esto ocurre en todos los establecimientos.

Observando la gráfica por establecimiento, el colegio Cristóbal Colón en la sesión 3, en general, tiene mayores medias en todas las categorías observadas, las demás sesiones sus medias están en rangos similares. Adicionalmente se puede apreciar, que las categorías "Formas de uso de las TIC" y "Sala de computadores o laboratorio de computación", son las con menor promedio por sesión. En el establecimiento Santa Cruz, las sesiones 1, 2 y 4 son las que tienen mayores promedios en todas las categorías. En todas las sesiones, las categorías "Aspectos Pedagógicos" y "Actitud", tienen mayores medias que el resto de las variables y la categoría "Sala de computadores o laboratorio de computación", es la que tiene menor media en las sesiones.

En el establecimiento Santa María, se observa que las sesiones tienen diferentes tendencias en las medias de las categorías. En cuanto a las sesiones, se ve que las 1 y 2, las categorías tienen mayores promedios que el resto de las sesiones y las sesiones 4 y 5 tienen las menores medias.

Otro aspecto que se puede apreciar es que las categorías "Estrategias de RP usadas" y "Sala de computadores o laboratorio de computación", sus valoraciones descienden de la primera a la segunda sesión y tercera en el caso de la guía 2 del Santa María, para todas las guías observadas. En este mismo sentido, la categoría "Aspectos pedagógicos" tiene una tendencia a disminuir entre la primera sesión de cada guía y las siguientes sesiones en que se trabaja la misma guía, con excepción del colegio Santa Cruz. Por otra parte se observa que la categoría "Forma de uso de TIC", tiene una tendencia, inversa a la anterior, es decir, hay un aumento de las valoraciones en la mayoría de la guías, entre la primera y siguiente(s) sesión(es) de cada guía.

La siguiente tabla, presenta el comportamiento de las frecuencias observadas de cada categoría, del instrumento en su sección abierta, en el transcurso de las sesiones al resolver un mismo problema.

Tabla 5.22: Porcentaje de frecuencia de observación que aumenta, disminuye o se mantiene en el transcurso de la(s) sesión(es) al resolver un mismo problema

<b>Categoría</b>	<b>Aumenta</b>	<b>Disminuye</b>	<b>Se mantiene</b>
Aspectos pedagógicos	33%	56%	11%
Estrategias de RP usadas	0%	100%	0%
Forma de uso de las TIC	67%	22%	11%
Actitud	33%	67%	0%
Sala de computadores o laboratorio de computación	0%	100%	0%

De esta tabla se destaca que, las categorías “Estrategias de RP usadas” y “Sala de computadores o laboratorio de computación” disminuyen en un 100%, en el transcurso de las sesiones al trabajar cada uno de los problemas. Si bien, no se puede deducir aspectos que sean concluyentes en el marco de esta investigación, a partir de lo que el autor pudo observar, se podría pensar que las disminuciones responden en términos generales, a que el mayor esfuerzo se realizaba en la primera sesión, tanto por profesores como por parte de los alumnos, esto es, en presentar el problema, que los alumnos lo leyeran, lo comprendieran, implementaran estrategias, comenzaran a entender el recurso tecnológico y como este les ayudaba a resolver el problema. Avanzado el tiempo en que se han dedicado a un problema, la actividad fluye más desde el entender y buscar los caminos/estrategias de soluciones al problema, a aspectos más relacionados con la propia implementación de la(s) solución(es) de este.

Un caso de interés para esta tesis y en particular de lo que se observa en la tabla, tiene relación con la categoría “Forma de uso de las TIC”<sup>22</sup>, hay un aumento del 67% en la frecuencia de observaciones, en el transcurso de las sesiones al trabajar cada uno de los problemas, se podría señalar, a partir de las observaciones realizadas, que en un principio los alumnos y el profesor se concentran más en el problema, en explorar y conocer el recurso digital, haciendo un uso más del tipo cognitivo del recurso digital, para pasar luego a un uso más instrumental y más vinculado a la resolución del problema, donde el uso cognitivo de la tecnología es de menor frecuencia que el uso instrumental, pero al mismo tiempo de una mayor complejidad.

<sup>22</sup> Esta categoría va desde su uso instrumental (búsqueda y organización de información, realización de cálculos, entre otros) hasta un uso más cognitivo (entender el problema apoyado por el recurso tecnológico, organización y representación del conocimiento, manejo de situaciones reales, visualización de conceptos, etc.) .

## 5.5 DOCENTE/ASPECTOS PEDAGÓGICOS

La categoría "Docente" en la pauta de observación cerrada, está formada por una sola sub categoría. La siguiente tabla presenta la sub categoría y los aspectos que considera.

Tabla 5.12: Sub categoría de la categoría Docente y aspectos que considera, pauta de observación cerrada

Categoría	Sub-Categoría	Aspectos considerados
Docente	Aspectos pedagógicos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elementos metodológicos</li> <li>- Elementos didácticos</li> <li>- Manejo y gestión de la clase</li> <li>- Interacción con alumnos</li> <li>- Metodología de resolución de problema</li> <li>- Manejo del trabajo en grupo</li> <li>- Evaluación</li> <li>- Trabajo de los contenidos</li> </ul>

Junto a la anterior categoría, se analizará con la categoría "Aspectos pedagógicos", desarrollada a partir de las observaciones abiertas, la que está formada por seis sub categorías. La siguiente tabla presenta esta categoría, sus sub categorías y su descripción.

Tabla 5.13: Sub categorías de la categoría Aspectos pedagógicos y su descripción de la observaciones abiertas

Categorías a observar	Sub categorías	Descripción
Aspectos pedagógicos	Trabajo con alumnos	Trabaja con todos los alumnos, con los más o menos aventajados, trabaja con los que piden o no piden ayuda.
	Estrategias metodológicas usadas por el profesore	Son aquellas estrategias metodológicas usadas por el profesor, uso de preguntas, retroalimentaciones entregadas, uso de los tiempos, entrega de instrucciones, inicio de la sesión, desarrollo y conclusión de esta, realización de preguntas y contra preguntas, uso de estrategias, orientaciones, entre otros.
	Inicio de la sesión	Motivaciones entregadas por el profesor a los distintos problemas trabajados. Motivaciones entregadas al inicio de la sesión. Forma de presentar el problema, preguntas realizadas, asociación con ideas y conocimientos previos del alumno, usos de recursos, instrucciones para trabajar y organizarse, entre otros.
	Desarrollo de la sesión	Estas se refieren a: respuesta a preguntas, sugerencias y orientaciones, tanto individualmente, como al grupo o al curso completo; motivaciones; entrega de información; etc.
	Cierre de la sesión	Puesta en común, formalización de los contenidos tratados, se retoman las dudas presentadas, discusión de lo realizado, como se hizo, que se usó y lo aprendido.
	Evaluación	Existencia de evaluación (con algún instrumento o no), del tipo evaluativo o formativa, uso de pautas de observación, anotaciones, solicitud de guías con los desarrollos de los alumnos y del material electrónico trabajado, observación y registro del proceso y avance individual y grupal, consultas individuales y grupales, o al curso completo, avance secuenciado en la medida que van resolviendo partes del problema.

A continuación se presentan distintos análisis, a partir de los datos obtenidos con la pauta de observación cerrada y la observación abierta.

### 5.5.1 Aspectos mejor y peor valorados de la pauta de observación cerrada

A continuación, se presentan las valorizaciones de la sub categoría incluida en la categoría "Docente", de la pauta de observación, la cual corresponde a "Aspectos pedagógicos", para los tres establecimientos.

Para determinar cuales ítems son mejor o peor valorados en cada categoría y sub categoría, se sumaron los puntajes de cada uno de estos, de las pautas de observación de todas las sesiones observadas y de todos los colegios. Luego, se determinaron los valores de los percentiles 25% y 75% de la suma de los puntajes de los ítems, para finalmente, clasificar como peor valorado a las sumas que son menores que el percentil 25% y mejores a las superiores al percentil 75%. En la pauta de observación, hay ítems que están redactados en un sentido negativo, estos ítems se codificaran de forma inversa para así poder realizar el análisis.

Los aspectos mejor y peor valorados, respecto a las observaciones realizadas, en relación a la labor del docente, son:

Tabla 5.14: Aspectos mejor y peor valorados de la categoría Docente, sub categoría Aspectos pedagógicos

Aspectos Observados Mejor Valorados		Aspectos Observados Peor Valorados	
Se desplaza entre los bancos.	<b>89%</b>	Difunde los conocimientos adquiridos por los alumnos y la información y recursos usados.	<b>22%</b>
Realiza control del trabajo de los grupos.	<b>87%</b>	Privilegia el trabajo individual de los alumnos por sobre trabajo grupal.	<b>21%</b>
En la clase actúa más como un jefe de proyectos que un expositor de materias.	<b>83%</b>	Incentiva que sus alumnos generen procesos de preguntas y respuestas al interior de los grupos.	<b>21%</b>
Atiende problemas individuales.	<b>83%</b>	Apoya en la formulación del plan de trabajo.	<b>18%</b>
Atiende inquietudes y preguntas de los alumnos.	<b>80%</b>	Dedica mucho tiempo al control disciplinario.	<b>17%</b>
Reacciona positivamente cuando los alumnos expresan que la materia es difícil o no han entendido.	<b>80%</b>	En general, el profesor(a) no comunica ni interactúa mucho con los alumnos (habla poco, explica poco).	<b>14%</b>
Respeto los tiempos y ritmos de trabajo de los alumnos.	<b>80%</b>	Hace muchos esfuerzos por capturar atención de los alumnos.	<b>14%</b>

### 5.5.2 Promedio de valoración al total de observaciones de la pauta cerrada

El siguiente gráfico, muestra el promedio de la valoración del total de observaciones para la categoría docente.

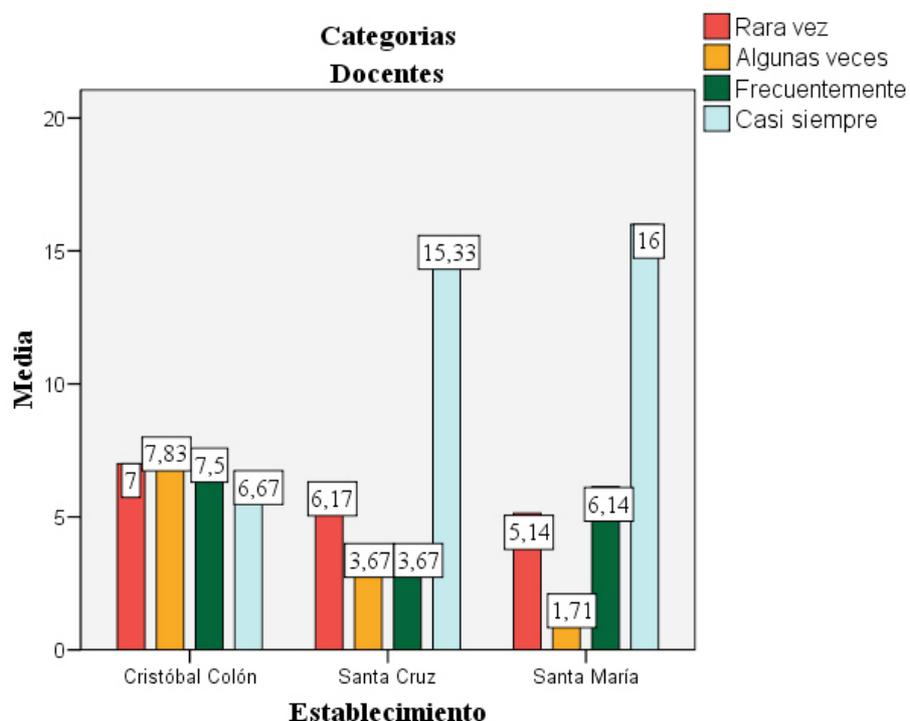


Gráfico 5.7 Valoración de la categoría Docente por establecimiento, en la pauta de observación cerrada

En el gráfico acumulado, se observa que en el Colegio Cristóbal Colón hay poca variación entre las distintas alternativas y en los otros dos colegios la opción "Casi siempre" es la más valorada, para corroborar esto, se puede observar el Anexo 5.4: "Prueba de Kruskal-Wallis y Variable de agrupación por Guía, para la categoría Docente" establecimientos).

### 5.5.3 Promedio de valoración por guía, de la pauta de observaciones cerrada

En este punto se presentan los siguientes gráficos, que detallan las valorizaciones de los ítems de la categoría Docente, de la pauta de observación cerrada.

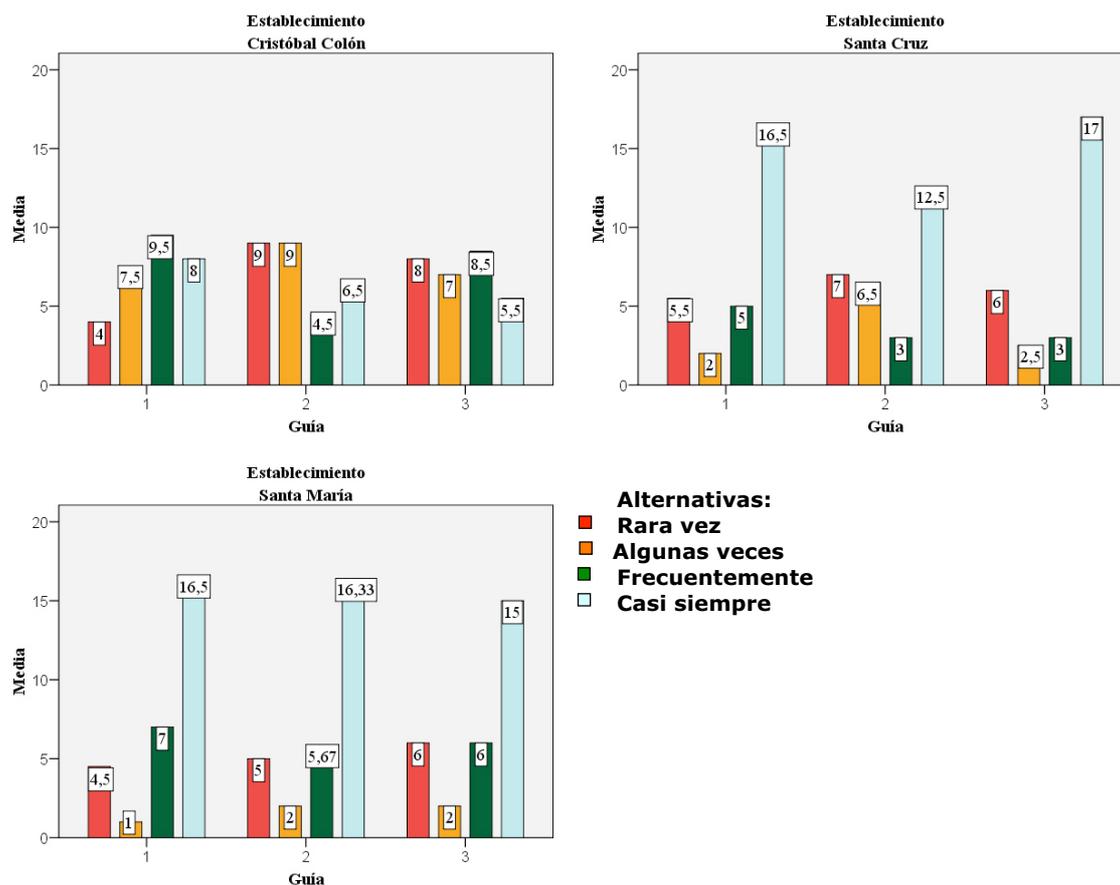


Gráfico 5.8: Valorizaciones de la categoría Docente de la pauta de observación por guías

Se puede apreciar, que mientras en el colegio Cristóbal Colón las valoraciones de las alternativas son muy similares, en los otros establecimientos tienen una tendencia a la alternativa "Casi siempre". Respecto al colegio Santa Cruz, se observa que dicha alternativa, decrece de la primera a la segunda guía, para nuevamente crecer en la tercera guía. Sin embargo, en el colegio Santa María, la alternativa "Casi siempre" decrece de la primera a la segunda guía y de la segunda decrece a la tercera. De todas maneras, se hace notar, que son similares las valoraciones de los establecimientos Santa María y Santa Cruz en las guías 1 y 3. También se puede destacar, que las valorización de las alternativas "Casi siempre", es aproximadamente la mitad o más de estos dos colegios, respecto a las otras alternativas y la alternativa "Casi siempre", de estos colegios duplica y puede hasta triplicar (en el caso de la guía 3), en comparación con el colegio Cristóbal Colón.

### 5.5.4 Frecuencia de valoración por sesión, de la pauta de observación cerrada

El siguiente gráfico, detalla las frecuencias de las alternativas de las observaciones hechas en los ítems cerrados de la sub categoría, presentándose un detalle por sesión y establecimiento.

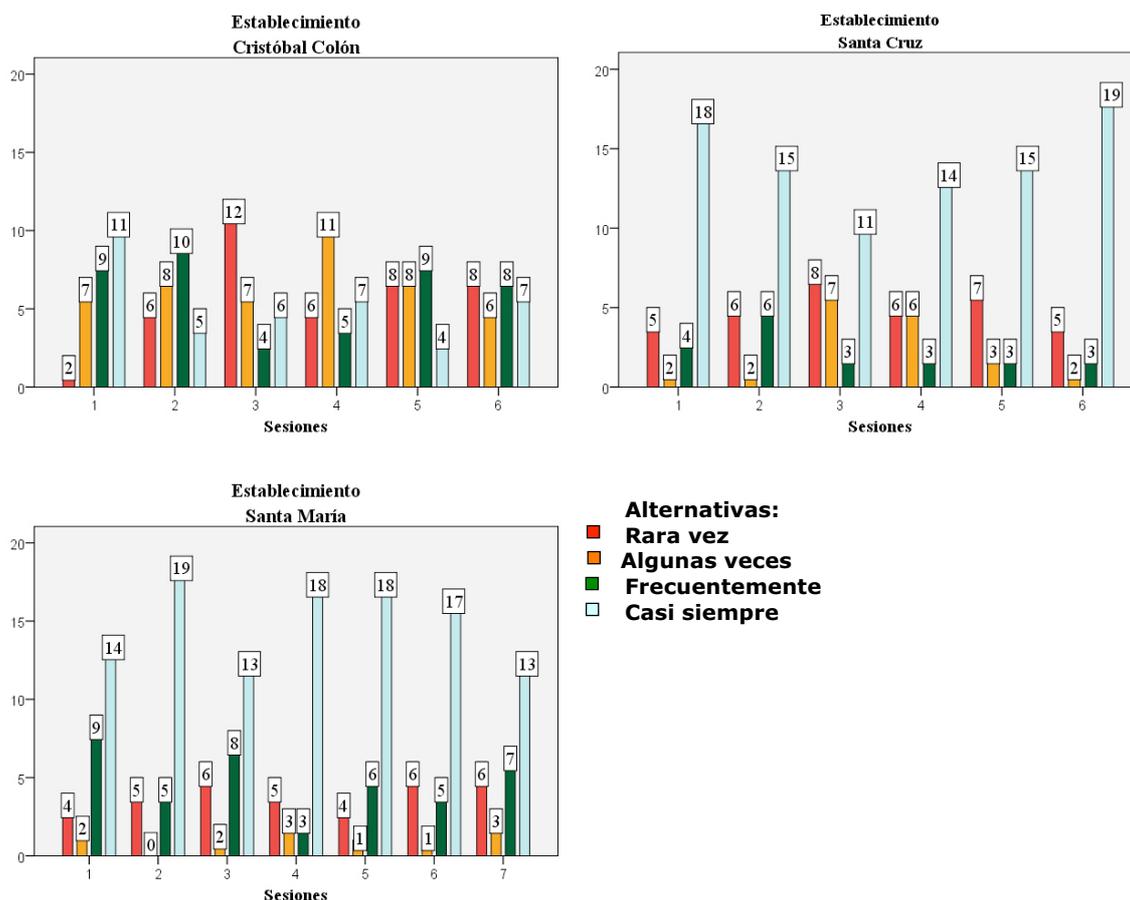


Gráfico 5.9: Frecuencia de la sub categoría "Aspectos Pedagógicos" por sesión y establecimientos

Se puede apreciar del gráfico, que en la categoría "Docente", difieren mucho las observaciones hechas por establecimiento, siendo el de observaciones más disímiles el establecimiento Cristóbal Colón, que tiene frecuencia en un rango muy menor al de los otros establecimientos, teniendo menor cantidad de observaciones en los ítems cerrados y no teniendo una tendencia como en los otros establecimientos. Al observar a los otros establecimientos, se ve una tendencia clara a que la alternativa "Casi siempre" tenga mayor frecuencia.

La siguiente tabla muestra, el número de establecimientos en que cada guía se mantiene, aumenta o disminuye la valoración, correspondiente a la alternativa "Casi siempre", entre la primera sesión y la(s) que le sigue(n) al desarrollo de dicha guía.

Tabla 5.15: Número de establecimientos que cuya valoración más positiva de las alternativas se mantiene, aumenta o disminuye, en la observación de la sub categoría aspectos pedagógicos

Guía	Se mantienen	Aumentan	Disminuye
1	0	1	2
2	0	3	0
3	0	2	1
Promedio	0,0	2,0	1,0

Como ejemplo, se puede señalar que la guía 1 en uno de los establecimientos, la valoración más positiva "Casi siempre", aumenta entre la primera sesión y la(s) que le sigue(n) y en 2 disminuye.

### 5.5.5 Aspectos Pedagógicos, de las observaciones abiertas

Esta categoría "Aspectos Pedagógicos", se compone de seis sub categorías, de las cuales se analizarán en este punto "Trabajo con alumnos" y "Estrategias metodológicas usadas por el profesor".

#### 5.5.5.1 Promedio de frecuencias por guía, de la observaciones abierta

El siguiente gráfico, describe las medias de las frecuencias de las observaciones abiertas, de la categoría "Aspectos Pedagógicos" según guías y establecimiento.

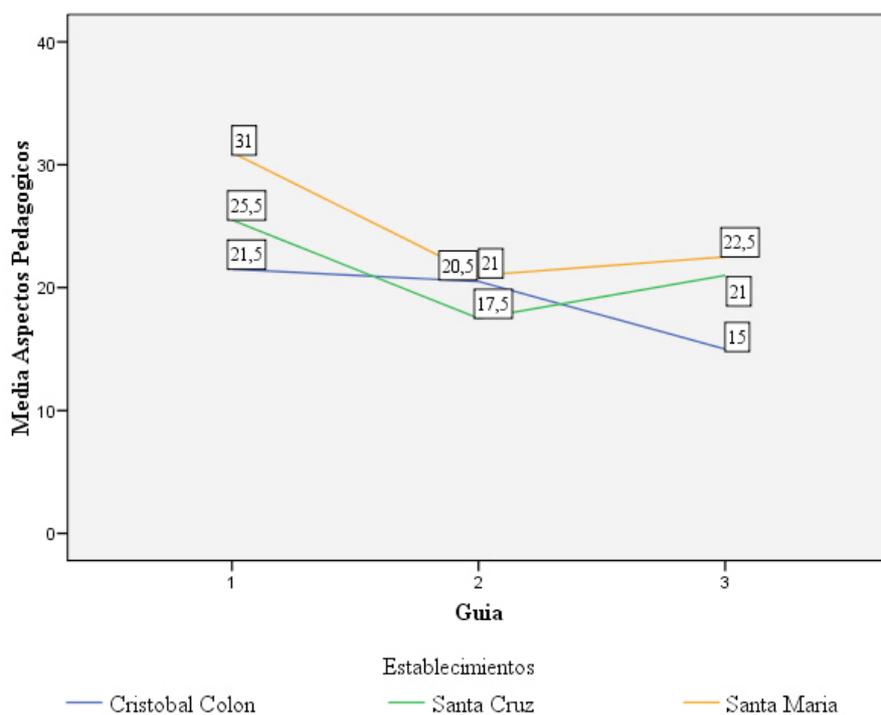


Gráfico 5.10: Media de frecuencias de las observaciones de la categoría "Aspectos Pedagógicos" por guía y establecimientos

Se observa del gráfico, que hay una tendencia en el descenso de las medias de las observaciones en el establecimiento Cristóbal Colón. En cambio, en los establecimientos Santa Cruz y Santa María, las medias decaen en la guía 2 para luego aumentar en la guía 3.

Al ver las diferencias entre estos establecimientos, se aprecia que el establecimiento Santa María, es el que presenta mayores medias en todas las guías.

### 5.5.5.2 Trabajo con alumnos

A continuación, se presenta un análisis de las frecuencias que fueron observadas en cada sesión, en los distintos establecimientos.

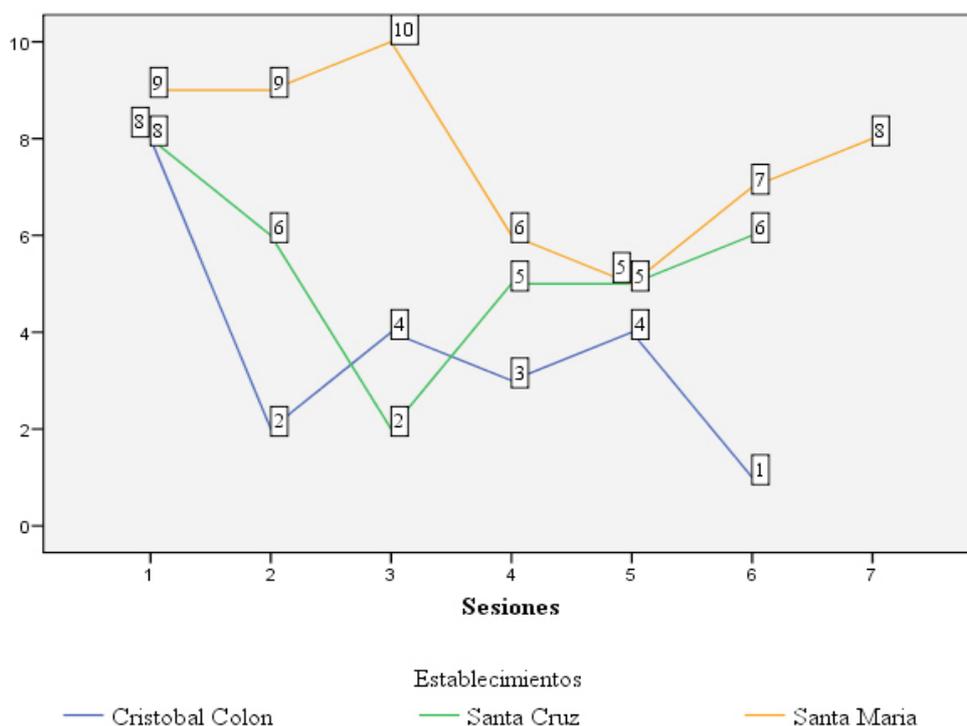


Gráfico 5.11 Comparación Sub-categoría "Trabajo con alumnos" por sesión y establecimiento

Se observa del gráfico que el establecimiento Santa María, tiene mayor frecuencia de observaciones en todas las sesiones y el colegio Cristóbal Colón es el que tiene menos cantidad de observaciones, referentes al trabajo con alumnos. Al observar el comportamiento por sesiones se aprecia que en los establecimientos varían las frecuencias de observaciones en las sesiones, no teniendo una tendencia clara.

Además, se puede observar que entre la primera y siguiente sesión en el desarrollo de cada una de las guías, el colegio Cristóbal Colón, siempre presenta una disminución de la frecuencia de observaciones, sin embargo los otros aumentan o se mantienen y en solo una guía cada uno disminuyen sus frecuencias de observación, entre la primera y siguiente sesión de observación de una misma guía.

### 5.5.5.3 Estrategias metodológicas usadas por el profesor

El siguiente gráfico presenta, una relación entre los establecimientos y la sub-categoría "Estrategias metodológicas usadas por el profesor", durante el transcurso de las distintas sesiones.

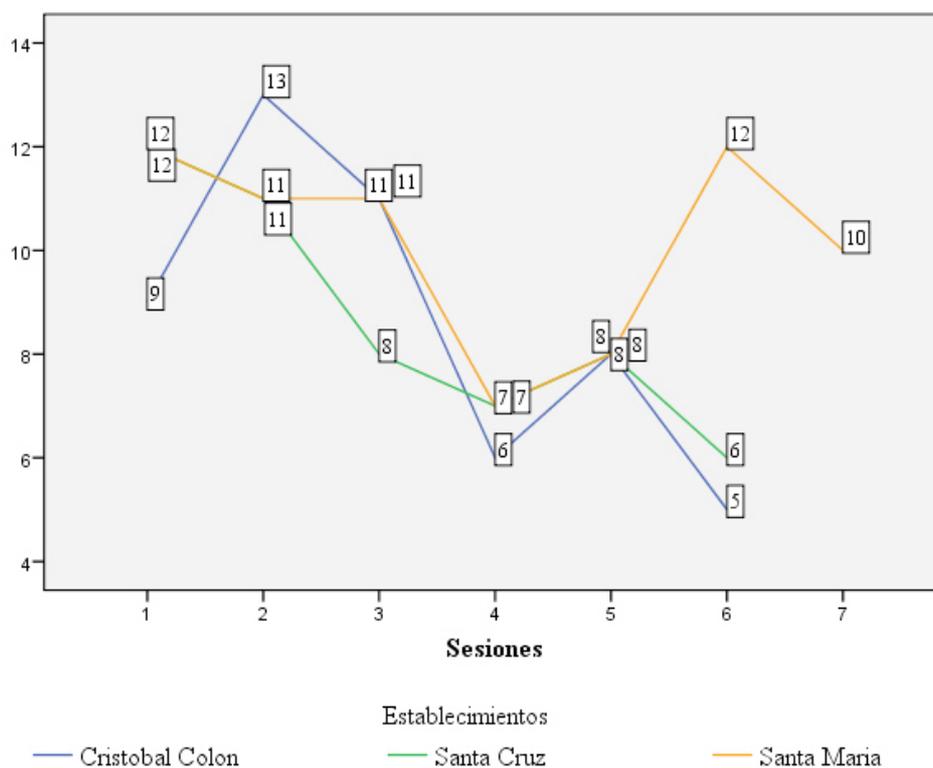


Gráfico 5.12: Comparación Sub-categoría "Estrategias metodológicas usadas por el profesor" por sesión y establecimientos

Del gráfico se aprecia que los establecimientos tienen comportamientos parecidos, en cuanto a las medias de las cantidades de observación en las sesiones, la única diferencia es en la sesión 6, donde el establecimiento Santa María tiene una media muy alta en comparación a los otros establecimientos. Se destacan las primeras tres sesiones, donde se tienen más observaciones referente a las estrategias metodológicas usadas por el profesor.

Otro elemento que se puede observar, es que hay una tendencia clara en todos los establecimientos y para todas las guías, con la excepción de la primera guía en el colegio Cristóbal Colón, en que ésta observación disminuya entre el inicio, primera sesión, de una guía, donde se hace el planteamiento inicial del problema y la(s) siguiente sesión(es), donde se continua el desarrollo y se cierra el trabajo con dicho problema.

Al analizar las dos sub-categorías, se puede decir que el establecimiento Santa María es el que tiene mayor frecuencia de observaciones, referentes a "Aspectos

Pedagógicos”, aun así, las sesiones tienen la misma tendencia en las estrategias metodológicas usadas por el profesor en los tres establecimientos.

### 5.6 ALUMNOS/ESTRATEGIA USADAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La categoría “Alumnos” de la pauta de observación cerrada, está formada por tres sub categorías. La siguiente tabla presenta la sub categoría y los aspectos que considera.

Tabla 5.16: Sub categoría de la categoría Alumnos y aspectos que considera de la pauta de observación cerrada

Categoría	Sub-Categoría	Aspectos considerados
Alumnos	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Interés en los contenidos de la clase</li> <li>- Disposición de los alumnos a la tarea</li> <li>- Auto motivación</li> <li>- Trabajo en grupo</li> <li>- Uso y respeto por los espacios</li> </ul>
	Conocimiento del contenido específico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realización cálculos</li> <li>- Trabajo de habilidades y competencias del tema tratado</li> <li>- Conocimiento, habilidades y competencias de resolución de problemas</li> </ul>
	Estrategias de resolución del problema	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Búsqueda de estrategias</li> <li>- Manejo de estrategias de resolución de problemas</li> </ul>

Junto a la anterior categoría, se analizará con la categoría “Estrategias de RP usadas” desarrollada a partir de las observaciones abiertas, la que está formada por dos sub categorías. La siguiente tabla presenta esta categoría , sus sub categorías y su descripción.

Tabla 5.17: Sub categorías de la categoría Estrategias de RP usadas y su descripción de la observaciones abiertas

Categorías a observar	Sub categorías	Descripción
Estrategias de RP usadas	Sugerencias del profesor para resolver problemas	Presencia por parte del profesor de sugerir la aplicación de estrategias de resolución de problemas por parte de sus alumnos.
	Estrategias de RP usadas por el alumno	Estrategias de resolución de problemas observadas en el actuar de los alumnos. Estrategias básicas (leer, buscar y tabular datos, etc.), estrategias heurísticas (resolver sub problemas más simples que se desprenden del original, etc.), estrategias metacognitivas con procesos de autorregulación, análisis y corrección (hacer resumen, dejar de lado partes del problema que no se pueden resolver, en las que se atasca la persona y continuar con otra)

A continuación se presentan distintos análisis, a partir de los datos obtenidos con la pauta de observación cerrada y la observación abierta.

### 5.6.1 Aspectos mejor y peor valorados de la pauta de observación cerrada

A continuación, del total de sub categorías, de la categoría "Alumnos", se presentan las valorizaciones de la sub categoría "Aspectos generales" y "Estrategias de resolución de problemas".

Para información de cómo se procedió para definir los ítems mejor o peor valorados, ver el punto 5.5.1 de este capítulo.

Los aspectos mejor y peor valorados, respecto a las observaciones realizadas, en relación a la sub categorías consideradas, son:

#### 5.6.1.1 Aspectos Generales

Respecto a lo observado en relación a los aspectos generales de los alumnos, se determinaron los ítems más y menos valorados, los cuales se señalan en la siguiente tabla.

Tabla 5.23: Aspectos mejor y peor valorados de la categoría Alumnos, sub categoría Aspectos generales

Aspectos Observados Mejor Valorados		Aspectos Observados Peor Valorados	
Los alumnos tienen respeto por la autonomía y libertad de movimientos de compañeros en la clase.	<b>78%</b>	Los alumnos formulan preguntas que surgen de la matemática vista en clase.	<b>24%</b>
Los desplazamientos de los alumnos en la sala no provocan indisciplina.	<b>76%</b>	Los alumnos pierden interés en la clase cuando el profesor(a) expone matemática formal.	<b>22%</b>
Los alumnos en la clase se desenvuelven con libertad, autonomía, tienen libre tránsito por la sala y toman la iniciativa en las actividades propuestas.	<b>75%</b>	Los alumnos en clase ocupan variadas fuentes de información para apoyar su aprendizaje (libros, computadores, biblioteca, etc.)	<b>19%</b>

#### 5.6.1.2 Estrategias de Resolución de Problemas

Los resultados de las observaciones de "Estrategias de resolución de problemas", por parte de los alumnos, son presentados en la siguiente tabla, la que muestra los aspectos mejores y peores valorados.

Tabla 5.19: Aspectos mejor y peor valorados de la categoría Alumnos, sub categoría Estrategia de Resolución de Problemas

Aspectos Observados Mejor Valorados		Aspectos Observados Peor Valorados	
Buscan datos	<b>85%</b>	Definen las fuentes de información y recursos a utilizar.	<b>23%</b>
Leen el problema	<b>81%</b>	Generan una planificación para resolver el problema.	<b>17%</b>
		Ejecutan la planificación del problema.	<b>16%</b>

### 5.6.2 Promedio de valoración al total de observaciones de la pauta cerrada

El siguiente gráfico, muestra la valoración promedio del total de observaciones.

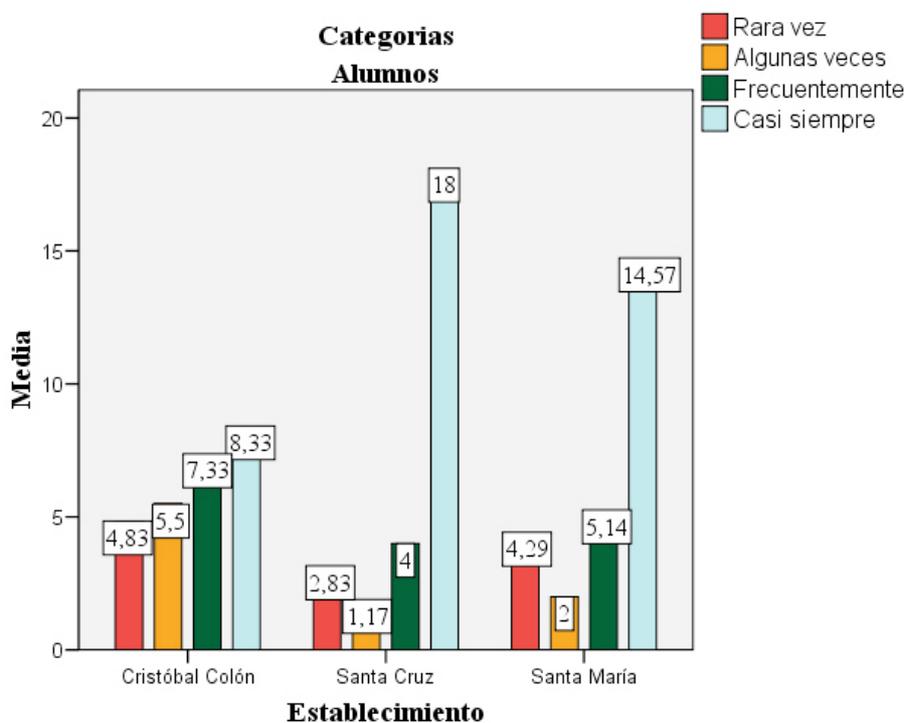


Gráfico 5.13 Valoración de la categoría "Alumnos" por establecimiento, pauta de observación cerrada

En el gráfico acumulado, se observa que en el Colegio Cristóbal Colón hay poca variación entre las distintas alternativas siendo levemente superior la alternativa "Casi siempre", a diferencia de los otros dos colegios donde esta alternativa es claramente la más valorada, para más detalle ver Anexo 5.5: "Prueba de Kruskal-Wallis y Variable de agrupación por Guía, para la categoría Alumnos".

### 5.6.3 Promedio de valoración por guía, de la pauta de observaciones cerrada

En este punto se presentan los siguientes gráficos, que detallan los promedios de las valoraciones de los ítems de la categoría Alumnos, de la pauta de observación cerrada.

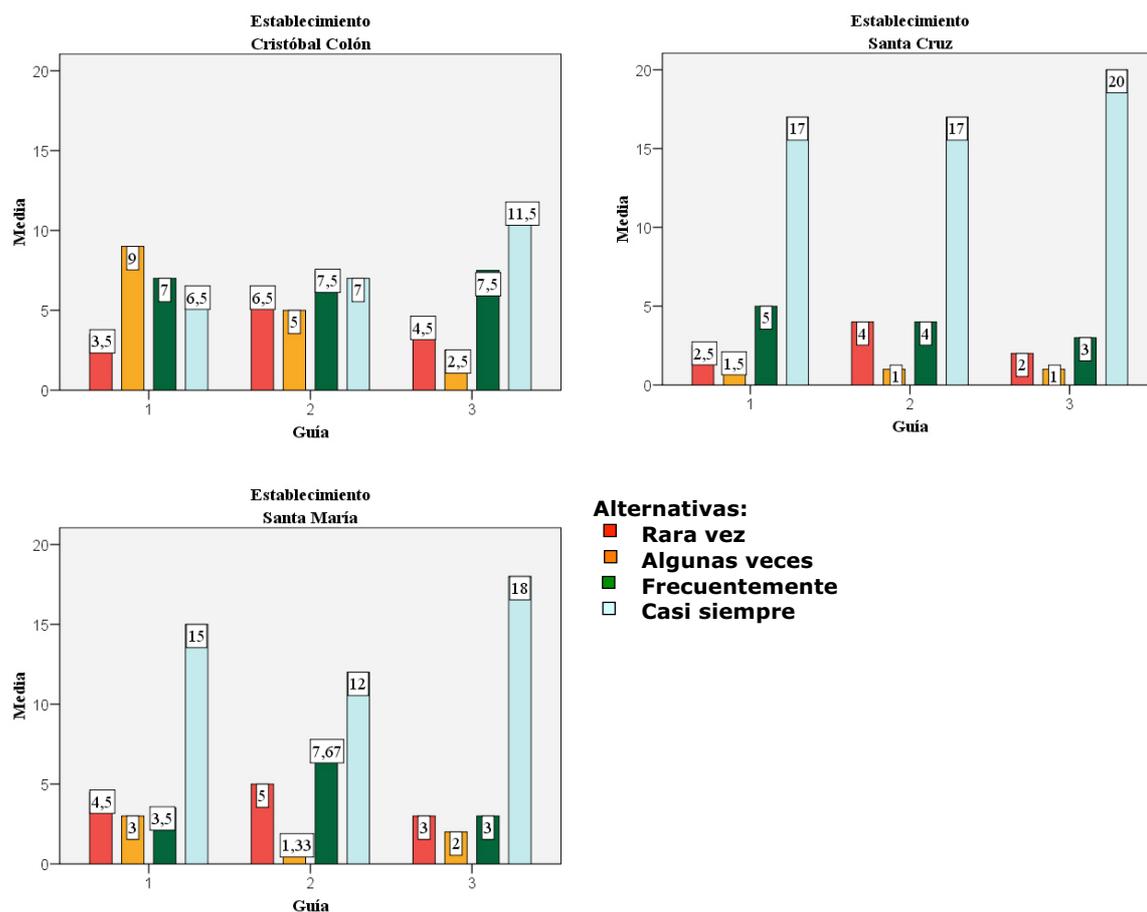


Gráfico 5.14: Valorizaciones de la categoría “Alumnos” por guías y establecimiento

Se puede apreciar que mientras en el colegio Cristóbal Colón, las valoraciones de las alternativas no difieren mucho, en los otros establecimientos tienen una tendencia a la alternativa “Casi siempre”, en particular del establecimiento Santa Cruz. Respecto a este colegio, se observa que dicha alternativa, se mantiene muy similar durante todas las guías, mientras que en el colegio Santa María, decrece la valoración de la alternativa “Casi siempre” de la primera a la segunda guía, para luego aumentar su valoración en la tercera guía.

Adicionalmente, se observa que en la guía 3, se produce en todos los colegios la mayor valoración de la alternativa “Casi siempre”.

### 5.6.4 Frecuencia de valoración por sesión, de la pauta de observación cerrada

En la categoría Alumnos, de la pauta de observación cerrada, se encuentran las sub categorías: Aspectos generales; Conocimiento del contenido específico y Estrategias de resolución de problemas. En este punto, se analizará esta última la sub categoría.

En el siguiente gráfico, se muestra las frecuencias de las observaciones de los ítems cerrados, de la sub categoría "Estrategias de Resolución de Problemas".

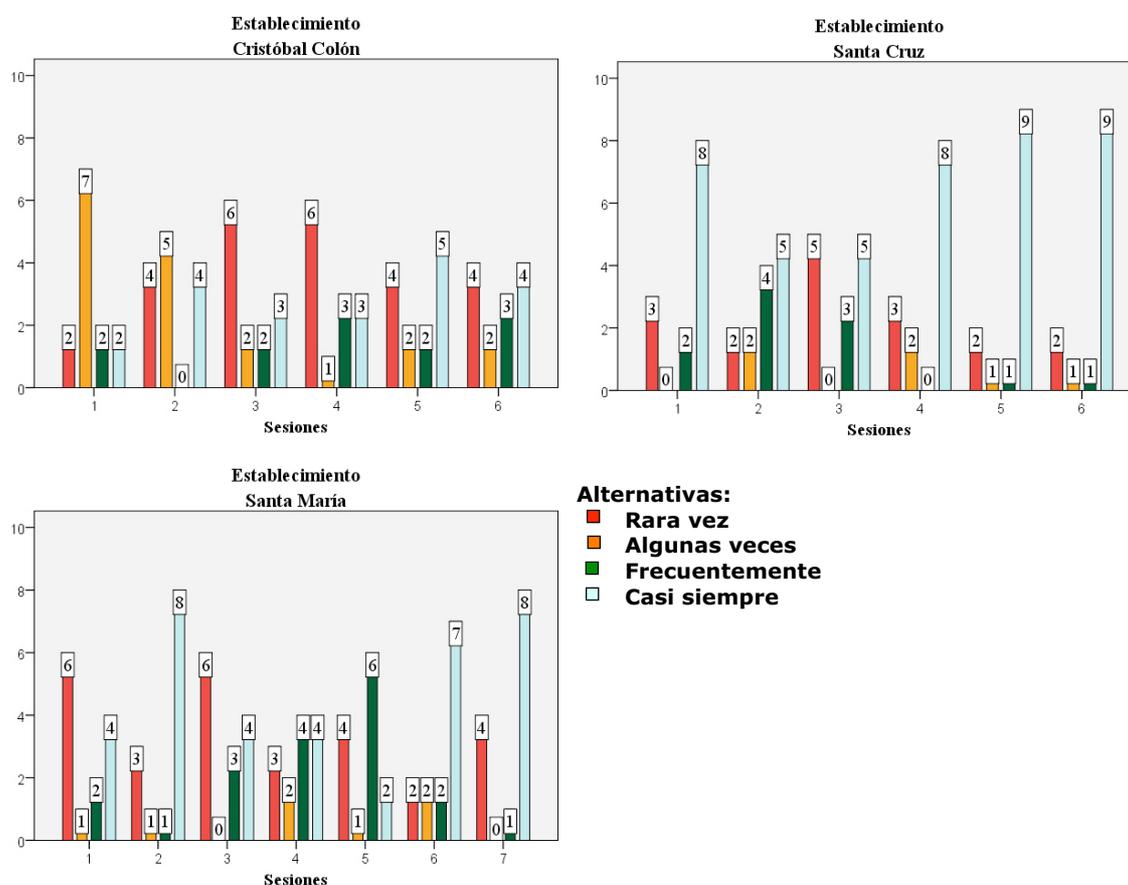


Gráfico 5.15: Sub categoría "Estrategias de Resolución de Problemas" por sesión y establecimientos

Al observar el gráfico, se aprecia que los establecimientos tienen distintas frecuencias en todas las sesiones, no existiendo una tendencia parecida entre ellos, por lo que se verá el desarrollo de las sesiones por establecimiento.

En las primeras dos, correspondiente al trabajo en la guía 1, la alternativa "Algunas veces" es la con mayor frecuencia en el establecimiento Cristóbal Colón, luego en

las siguiente dos sesiones, guía 2, la alternativa "Rara vez" es la con mayor frecuencia y en las ultimas dos sesiones, guía 3, la alternativa "Casi siempre" es la de mayor frecuencia.

En el establecimiento Santa Cruz, la alternativa "Casi siempre" es la de mayor frecuencia en todas las sesiones, además tiene una diferencia muy alta con las frecuencias de las otras alternativas, infiriendo que en la mayoría de los ítems se valoraron dichas alternativas.

En el establecimiento Santa María se observa que no hay una tendencia clara en la alternativas, solo se puede apreciar que la alternativas "Algunas veces" es la con menor frecuencia en las sesiones.

La siguiente tabla muestra, el número de establecimientos en que cada guía se mantiene, aumenta o disminuye, la valoración correspondiente a la alternativa "Casi siempre", entre la primera sesión y la(s) que le sigue(n) al desarrollo de dicha guía.

Tabla 5.20: Número de establecimientos que cuya valoración "Casi siempre" de las alternativas se mantiene, aumenta o disminuye, en la observación de la sub categoría Resolución de problemas

Guía	Se mantienen	Aumentan	Disminuye
1	0	2	1
2	1	1	1
3	1	1	1
Promedio	0,7	1,3	1,0

### 5.6.5 Promedio de frecuencias por guía, de la observaciones abierta

El gráfico que a continuación se presenta, muestra las medias de las observaciones de la categoría "Estrategias de RP usadas" por guías, según establecimiento.

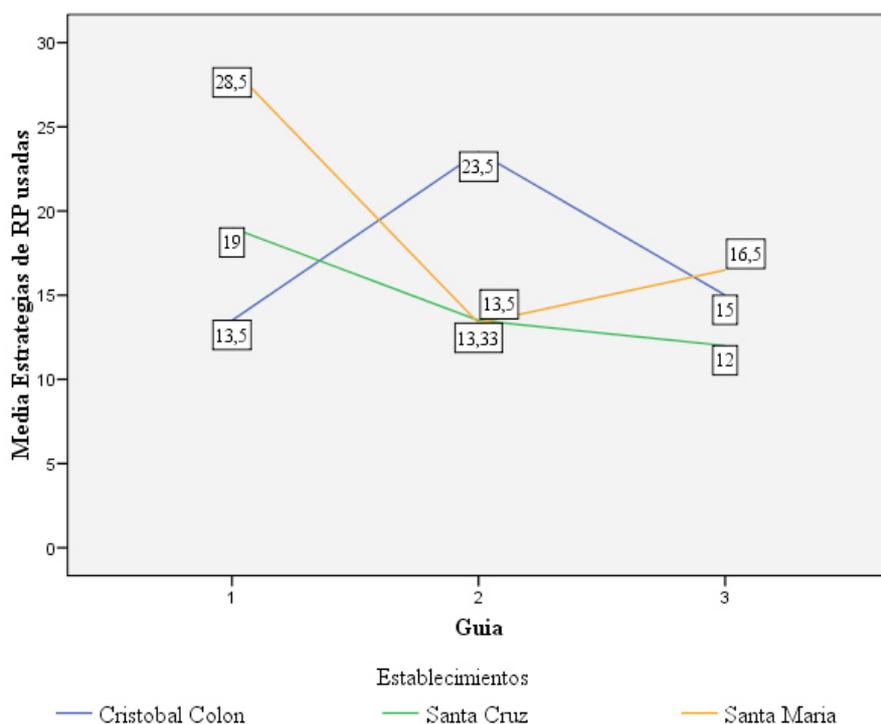


Gráfico 5.16: Media de frecuencia de observaciones de la categoría "Estrategias de RP usadas" por guía y establecimientos

Se puede apreciar del gráfico, que los establecimientos tienen distintas tendencias en las guías. El establecimiento Santa Cruz, tiene un descenso de las medias en las guías, en cambio los otros establecimientos, tienen un cambio en la guía 2 (aumento o descenso), para luego tener en la guía 3 una media similar a la guía 1.

### 5.6.6 Estrategias de RP usadas, de las observaciones abiertas

Esta categoría, "Estrategias de RP usadas", se compone de dos sub categorías, de las cuales se analizarán en este punto "Sugerencias del profesor para resolver problemas" y "Estrategias de RP usadas por el alumno".

#### 5.6.6.1 Sugerencias del profesor para resolver problemas

El siguiente gráfico, describe las frecuencias de observaciones de las sub-categoría "Sugerencias del profesor para resolver problemas", observadas en todas las sesiones y en todos los establecimientos.

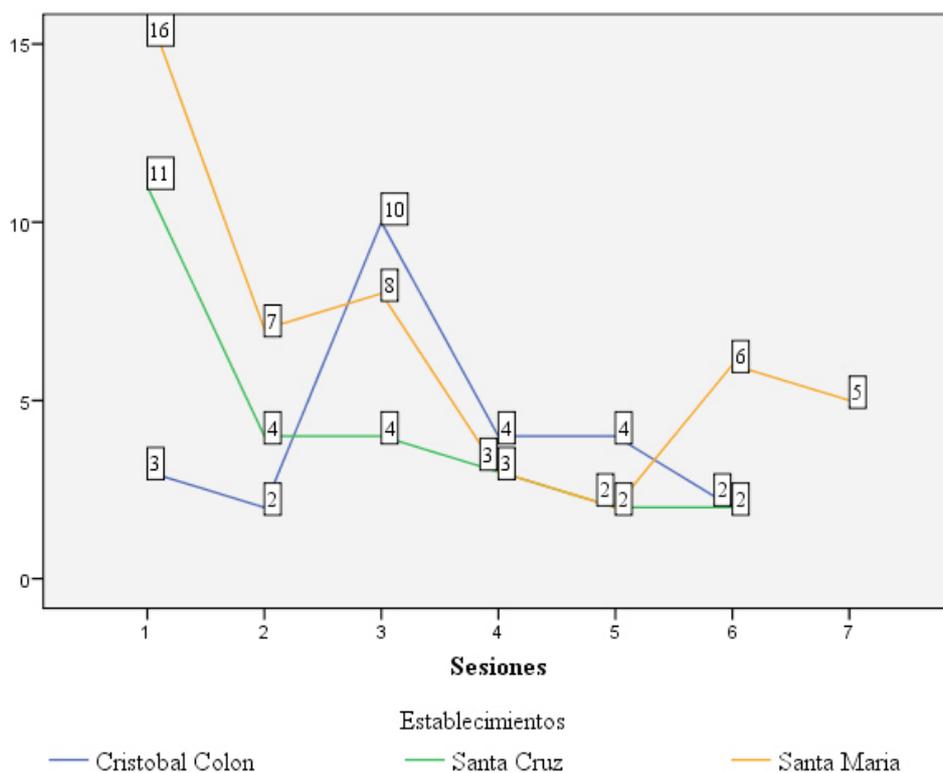


Gráfico 5.17: Comparación sub categoría "Sugerencias del profesor para resolver problemas" por sesión y establecimientos

Al observar el gráfico se aprecia que en todas las sesiones, los establecimientos tienen distintas presencias, no pudiendo destacarse uno de ellos. Al ver las presencias en las sesiones de observación, hay una tendencia a decaer la cantidad de observaciones al transcurrir las sesiones. En particular, se puede observar, que al inicio de la primera y segunda guía (sesiones 1 y 3), en todos los colegios hay una mayor frecuencia de observaciones de la sub-categoría "Sugerencias del profesor para resolver problemas". Esto no ocurre, o es muy leve, en los colegios Cristóbal Colón y Santa Cruz en el inicio de la guía 3 (sesión 5), al igual que en el colegio Santa María, que en el inicio de la guía 3 (sesión 6) es levemente superior.

Adicionalmente se puede observar, que hay una tendencia clara en todos los establecimientos y para todas las guías, con excepción del colegio Santa María, en la guía 3 (sesiones 5 y 6), en que ésta observación disminuya entre el inicio, primera sesión de una guía y la(s) siguiente sesión(es) de dicha guía.

### 5.6.1.1 Estrategias de RP usadas por el alumno

El siguiente gráfico, describe las frecuencias de observaciones de las sub categoría "Estrategias de RP usadas por el alumno" en los establecimientos de estudio.

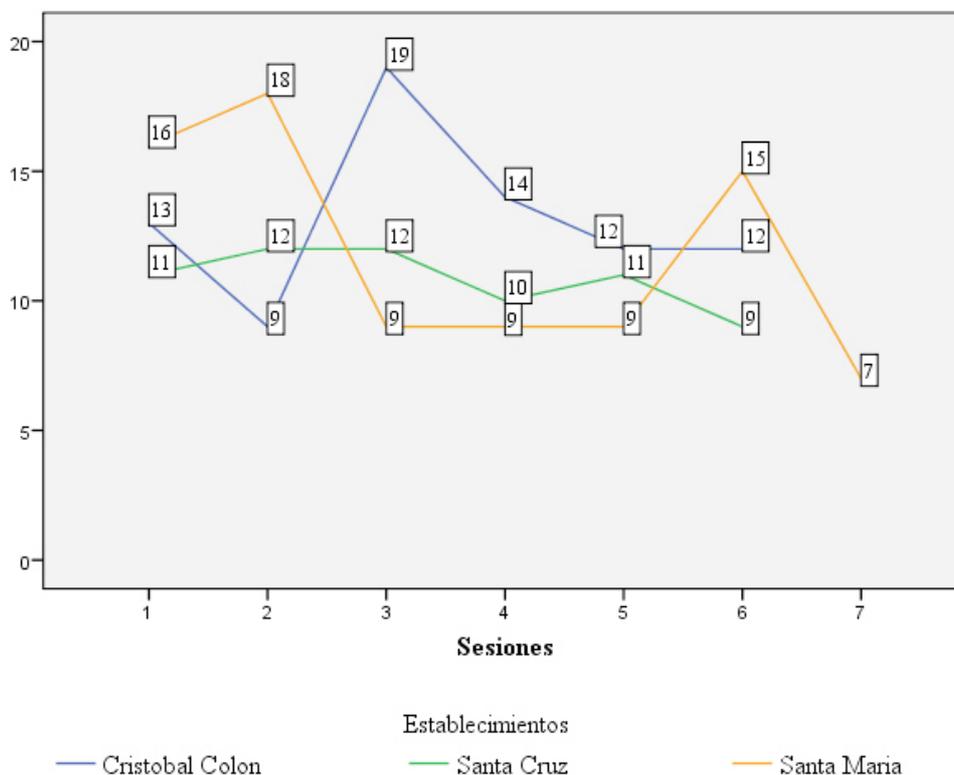


Gráfico 5.18: Comparación sub categoría "Estrategias de RP usadas por el alumno" por sesión y establecimientos

Se puede señalar que se produce una situación mixta, observándose dos momentos: el primero, en las sesiones 1, 2 y 6 donde el establecimiento Santa María tienen un mayor número de frecuencia de observaciones; el segundo, entre las sesiones 3, 4 y 5, donde el establecimiento Cristóbal Colón tiene mayores frecuencias de observaciones. A nivel de bloques de guías, no hay una tendencia que se pueda describir.

Respecto a la evolución de cada guía, se puede ver que en términos generales, con algunas excepciones, hay una disminución de las observaciones de esta sub categoría, entre la primera sesión de una guía y la(s) siguiente(es) de desarrollo.

Las sub-categorías analizadas de las "Estrategias de RP usadas" se puede apreciar que hay distintos comportamientos de los alumnos en cuanto a las observaciones

hechas, tanto las sugerencias del profesor para resolver problemas como estrategias RP usadas por el alumno.

Un elemento a observar, es la relación entre la mayor frecuencia de observaciones de "Sugerencias del profesor para resolver problemas" y las "Estrategias de RP usadas por el alumno". De esta manera se observa que para ambas sub categorías, en las sesiones 1, 2 y 6 es el mismo colegio, el Santa María, quien tiene las mayores valoraciones, de igual manera para las sesiones 3, 4 y 5 esto ocurre en el colegio Cristóbal Colón.

### 5.7 USO DE TIC/FORMAS DE USO DE TIC

La categoría "Uso de TIC" de la pauta de observación cerrada, esta formada por tres sub categorías. La siguiente tabla, presenta la sub categoría y los aspectos que considera.

Tabla 5.21: Sub categoría de la categoría Uso de TIC y aspectos que considera de la pauta de observación cerrada

Categoría	Sub-Categoría	Aspectos considerados
Uso de las TIC	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Manejo de los tiempos de la clase</li> <li>- Distractor del trabajo del alumno</li> <li>- Existencia de uso de TIC</li> <li>- Observar avances de los alumnos y la discusión de ideas</li> </ul>
	A nivel cognitivo ayudan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Entender el problema</li> <li>- Organizador y representación del conocimiento del alumno</li> <li>- Manejo de situaciones reales</li> <li>- Detectar errores y situaciones anómalas</li> <li>- Trabajo colaborativamente</li> <li>- Nivel de análisis</li> <li>- Generalizar</li> <li>- Visualizar conceptos</li> <li>- Manejo de tiempos a entender el problema</li> <li>- Observar el actuar de sus pares y profesores</li> </ul>
	A nivel instrumental permite	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Buscar y organizar información</li> <li>- Desarrollo de cálculos</li> <li>- Trabajo de aspectos propios de la disciplina</li> </ul>

Junto a la anterior categoría, se analizará con la categoría "Formas de uso de TIC" desarrollada a partir de las observaciones abiertas, la que está formada por cinco sub categorías. La siguiente tabla, presenta esta categoría , sus sub categorías y su descripción.

Tabla 5.22: Sub categorías de la categoría Formas de uso de TIC usadas y su descripción de la observaciones abiertas

Categorías a observar	Sub categorías	Descripción
Forma de uso de las TIC	Organización del trabajo de los alumnos en el uso de TIC	Organización de los alumnos ya sea en un trabajo individual o grupal, número de alumnos del grupo, criterios de organización, uso al interior de los grupos, forma de organizar el uso para resolver el problema distribución en el laboratorio
	Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos	Uso de las tecnologías como instrumentos para actividades básicas como anotar datos, hacer tablas, realizar cálculos, entre otros. Responde ¿cómo se usa?
	Uso cognitivo de las tecnología por parte de los alumnos	Uso de las tecnología como medio/herramienta cognitiva, de apoyo a la construcción y manejo de conocimiento, tales como generación de modelos, usos de variables, entre otros. Responde ¿cómo se usa?
	Uso instrumental de las tecnología por parte del profesor	Uso de las herramientas tecnología como instrumentos para actividades básicas por parte del profesor, cuando este realiza explicaciones con uso de este recurso. Responde ¿cómo se usa?
	Uso cognitivo de las tecnología por parte del profesor	Uso de las herramientas tecnología como uso cognitivo para actividades más complejas por parte del profesor, cuando este realiza explicaciones con uso de este recurso. Responde ¿cómo se usa?

A continuación se presentan distintos análisis, a partir de los datos obtenidos con la pauta de observación cerrada y la observación abierta.

### 5.7.1 Aspectos mejor y peor valorados de la pauta de observación cerrada

A continuación, de la categoría "Uso de TIC", se presenta las valorizaciones de la sub categoría "Aspectos generales", "A nivel cognitivo ayuda" y "A nivel instrumental permite".

Para información de cómo se procedió para definir los ítems, mejor o peor valorados ver el punto 5.5.1 de este capítulo.

Los aspectos mejor y peor valorados, respecto a las observaciones realizadas, en relación a la sub categorías consideradas, son:

#### 5.7.1.1 Aspectos Generales

En lo referido a aspectos generales TIC observados, los aspectos mejor y peor valorado, se señalan en la siguiente tabla.

Tabla 5.23: Aspectos más y menos valorados de la categoría Uso de TIC, sub categoría Aspectos generales

Aspectos Observados Mejor Valorado		Aspectos Observados Peor Valorado	
Se utilizan TIC que distraen la atención del alumno respecto de la tarea.	<b>79%</b>	Ayuda a ver avances de los alumnos.	<b>15%</b>

### 5.7.1.2 A nivel cognitivo ayuda

En lo referido al uso de las TIC por parte de los alumnos, a nivel cognitivo, se presenta a continuación los 2 aspectos observados con mejor valoración y los 3 con peor valoración.

Tabla 5.24: Aspectos más y menos valorados de la categoría Uso de TIC, sub categoría A nivel cognitivo ayuda

Aspectos Observados Mejor Valorados		Aspectos Observados Peor Valorados	
A observar y manipular situaciones restringidas de fenómenos del mundo real (modelos).	<b>87%</b>	Al profesor para apoyar la visualización de conceptos tratados.	<b>19%</b>
En el trabajo colaborativo entre los estudiantes.	<b>72%</b>	En la organización y representación de lo que saben.	<b>17%</b>
		A los alumnos a entender el enunciado de problemas.	<b>17%</b>

### 5.7.1.3 A nivel instrumental permite

Respecto al uso de las TIC por parte de los alumnos, a nivel instrumental, se presenta a continuación los 3 aspectos observados con mejor valoración y los 2 con peor valoración.

Tabla 5.25: Aspectos más y menos valorados de la categoría Uso de TIC, sub categoría A nivel instrumental permite

Aspectos Observados Mejor Valorados		Aspectos Observados Peor Valorados	
Desarrollar cálculos y/o expresiones simbólicas.	<b>85%</b>	Trabajar diagramas, tablas, figuras y/o gráficos.	<b>24%</b>
Tabular y/o analizar datos.	<b>83%</b>	Buscar información.	<b>21%</b>
Organizar información.	<b>76%</b>		

### 5.7.2 Frecuencia de valoración al total de observaciones de la pauta cerrada

El siguiente gráfico, muestra la valoración media del total de observaciones

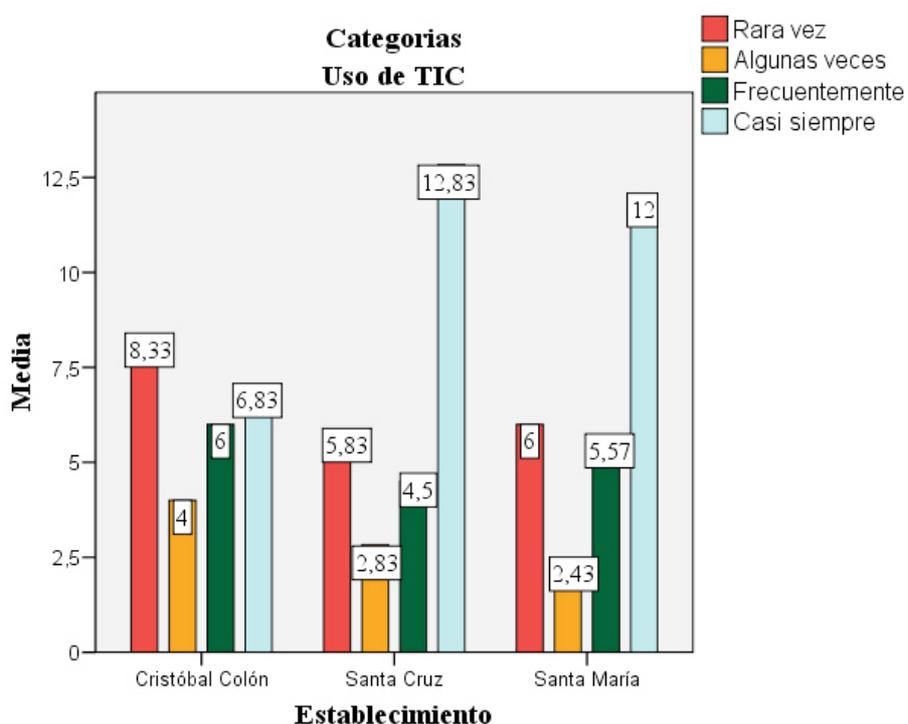


Gráfico 5.19 Valoración de la categoría "Uso de TIC" por establecimiento, en la pauta de observación cerrada

En el gráfico acumulado, se observa que en el Colegio Cristóbal Colón hay poca variación entre las distintas alternativas siendo levemente superior la alternativa "Rara vez", a diferencia de los otros dos colegios donde la alternativa "Casi siempre" es claramente la más valorada.

Los otros dos colegios, tienen una mayor valoración de la alternativa "Casi siempre". Cabe destacar que estos establecimientos tienen las valoraciones de todas las alternativas muy similares.

### 5.7.3 Frecuencia de valoración por guía, de la pauta de observaciones cerrada

En este punto se presentan los siguientes gráficos, que detallan las valoraciones de los ítems de la categoría Docente, de la pauta de observación cerrada.

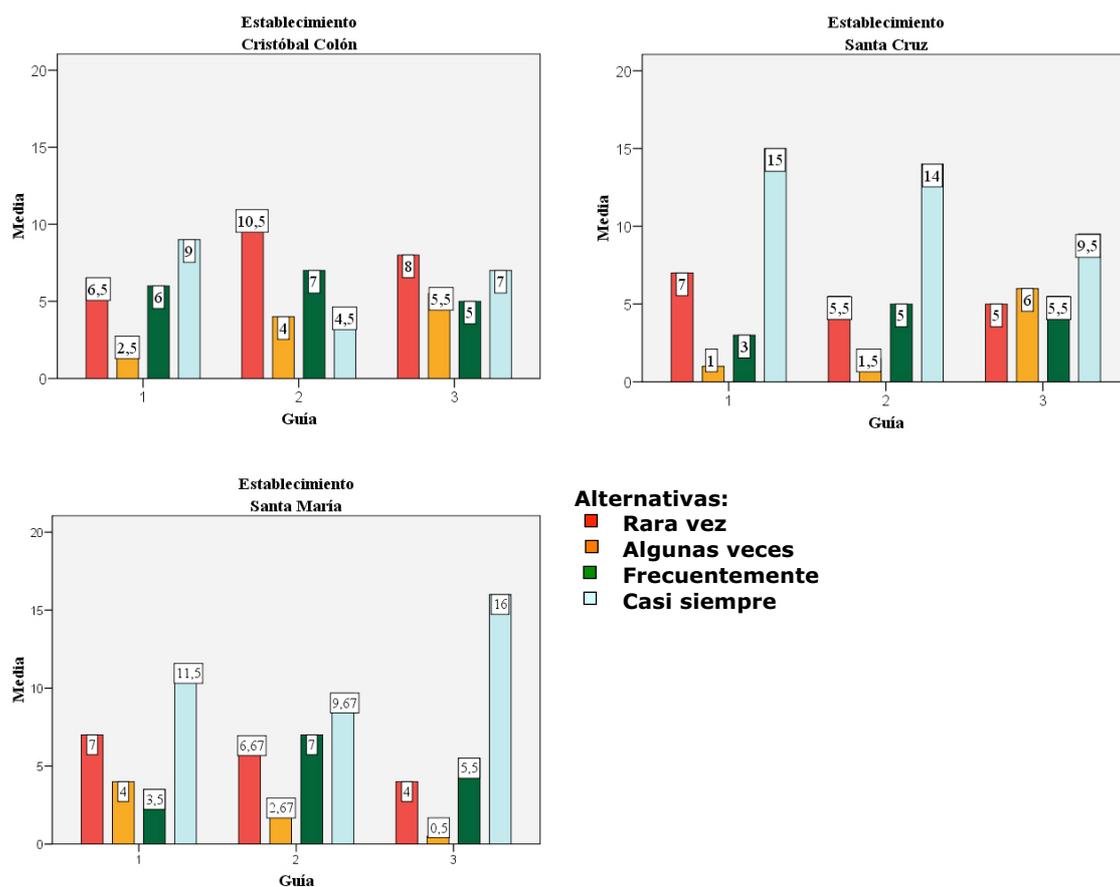


Gráfico 5.20: Valorizaciones de la categoría "Uso de TIC" de la pauta de observación por guías y establecimiento

Se puede apreciar que mientras en el colegio Cristóbal Colón, las valoraciones de las alternativas no difieren mucho, con una tendencia a la alternativa Rara Vez, donde en dos de las guías (2 y 3) es la más valorizada, en los otros establecimientos tienen una tendencia a la alternativa "Casi siempre", sin embargo, mientras esta valoración decrece en el colegio Santa Cruz, en las sucesivas guías, en el establecimiento Santa María la valoración de la alternativa "Casi siempre", disminuye levemente de la primera a la segunda y aumenta de la segunda guía a la tercera. Cabe señalar, que la frecuencia de valoración de la alternativa "Casi siempre", es mayor en las guías 1 y 2 en el colegio Santa Cruz y en la guía 3 es claramente superior el colegio Santa María.

El colegio Santa María es el único que muestra diferencia, entre las valoraciones en sus guías, como apoyo se puede observar la siguiente tabla, donde se aprecia que el resultado de la Prueba de Kruskal Wallis, teniendo una diferencia estadísticamente en las valoraciones de las guías.

Tabla 5.26: Estadísticos de contraste(a,b)

	Valor observación
Chi-cuadrado	7,664
Gl	2
Sig. Asintót.	,022

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Guía

### 5.7.4 Frecuencia de valoración por sesión, de la pauta de observación cerrada

En esta sección, se analizará las sub categorías "A nivel cognitivo ayudan" y "A nivel instrumental permiten".

#### 5.7.4.1 A nivel cognitivo ayudan

En el siguiente gráfico, se presenta las frecuencias de las observaciones realizadas a los ítems cerrados, de las sub categoría "A nivel cognitivo ayudan", en cada sesión y establecimiento.

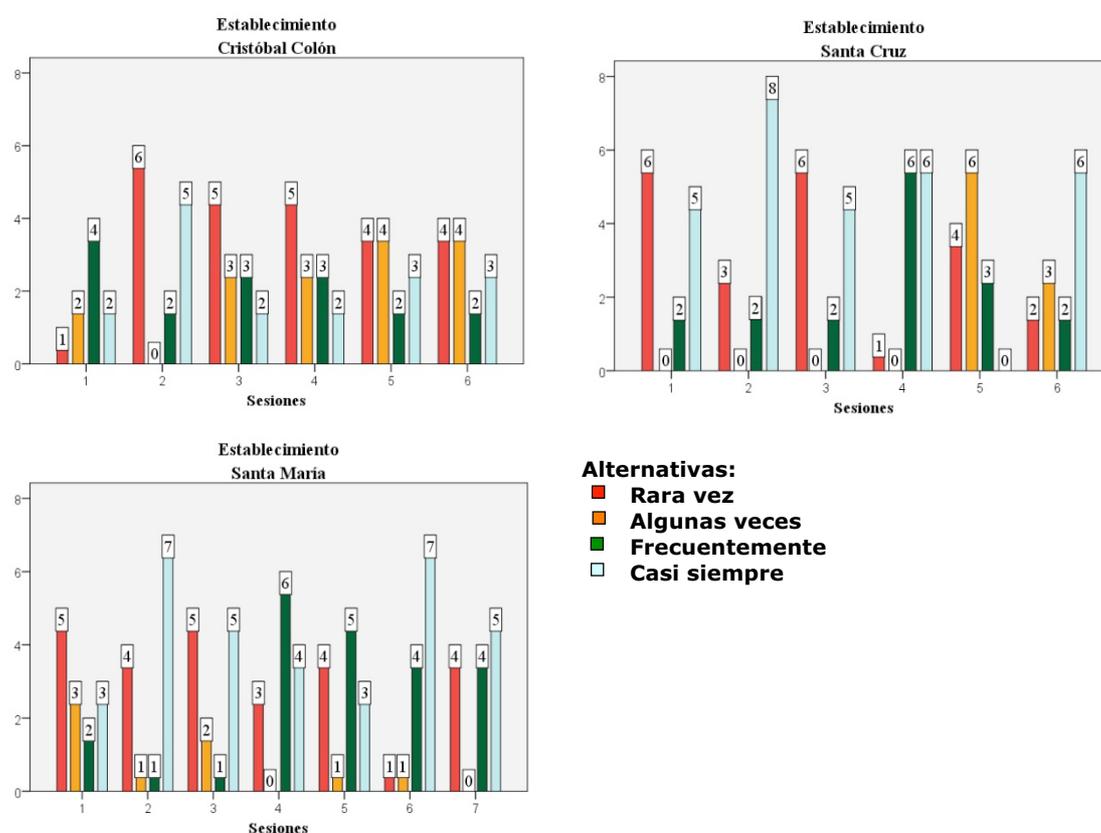


Gráfico 5:21: Comparación Sub categoría "A nivel cognitivo ayudan", por sesión y establecimiento

Se puede apreciar del gráfico que, en general, los ítems de esta sub categoría no fueron valoradas todas las alternativas, durante las sesiones de observación en los establecimientos. La alternativa que no tuvo frecuencia en los tres colegios es "Algunas veces" y en una sesión en el colegio Santa Cruz la alternativa "Casi siempre".

Se observa que en el establecimiento Cristóbal Colón, en la mitad de las sesiones la alternativa "Rara vez" tuvo la mayor frecuencia, en ninguna de las sesiones la alternativa "Casi siempre" tuvo la mayor frecuencia, lo cual indica que este establecimiento no tuvo observaciones de carácter positivo, al uso cognitivo de las TIC.

En el establecimiento Santa Cruz, se observa que en la mitad de las sesiones hay mayor frecuencia de la alternativa "Casi siempre" y en otras "Rara vez". Algo similar sucede en el establecimiento Santa María, indicando que en estos establecimientos hay sesiones que fueron observadas positivamente y otras negativa en el uso Cognitivo de las TIC.

La siguiente tabla, muestra el número de establecimientos en que cada guía se mantiene, aumenta o disminuye, la valoración correspondiente a la alternativa "Casi siempre", entre la primera sesión y la(s) que le sigue(n) al desarrollo de dicha guía.

Tabla 5.27: Número de establecimientos que cuya valoración "Casi siempre" de las alternativas se mantiene, aumenta o disminuye, en la observación de la sub categoría A nivel cognitivo ayudan

Guía	Se mantienen	Aumentan	Disminuye
1	0	3	0
2	1	1	1
3	1	1	1
Promedio	0,7	1,7	0,7

#### 5.7.4.2 A nivel instrumental permiten

En el siguiente gráfico, se describe las frecuencias de las observaciones realizadas a los ítems cerrados, de las sub categoría " A nivel instrumental permiten", en cada sesión y establecimiento.

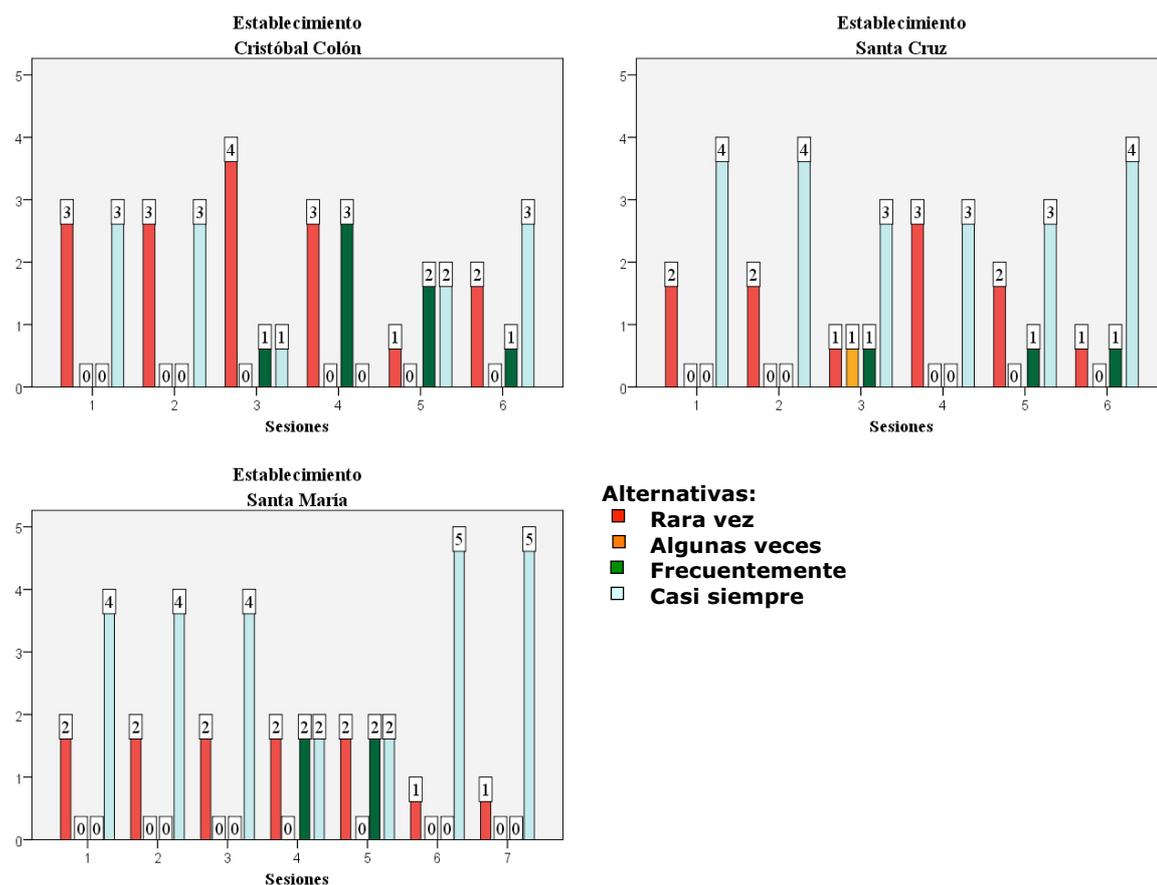


Gráfico 5.22: Comparación sub categoría "Uso de las TIC a nivel Instrumental" por sesión y establecimientos

Al ver el gráfico, se observa que hay pocas alternativas, esto se debe a que esta sub categoría tiene pocos ítems y que las observaciones fueron principalmente valoraciones "Rara vez" o "Casi siempre", casi sin valoración de las otras alternativas.

De las sesiones se aprecia que en general tienden a la alternativa "Casi siempre". Al observar a los establecimientos, se ve que el colegio Cristóbal Colón es el único que tiene sesiones, donde la alternativa con mayor frecuencia no es la antes mencionada.

La siguiente tabla muestra, el número de establecimientos en que cada guía se mantiene, aumenta o disminuye, la valoración correspondiente a la alternativa "Casi siempre", entre la primera sesión y la(s) que le sigue(n) al desarrollo de dicha guía.

Tabla 5.28: Número de establecimientos que cuya valoración "Casi siempre" de las alternativas se mantiene, aumenta o disminuye, en la observación de la sub categoría A nivel instrumental permiten

Guía	Se mantienen	Aumentan	Disminuye
1	3	0	0
2	1	1	1
3	1	2	0
<b>Promedio</b>	<b>1,7</b>	<b>1,0</b>	<b>0,3</b>

Al haber analizado cada sub categoría por separado, se puede señalar que claramente las observaciones del establecimiento Cristóbal Colón, son diferentes a la de los otros establecimientos, habiéndose valorizado por el observador, las alternativas de los ítems de forma negativa. Otro punto a destacar, es la similitud de las frecuencias de las alternativas, en las sesiones de los establecimientos "Santa Cruz" y "Santa María".

### 5.7.5 Promedio de frecuencia por guía, de la observaciones abierta

El siguiente gráfico, detalla las medias de las frecuencias de las observaciones de la categoría Uso de TIC por guías y establecimientos.

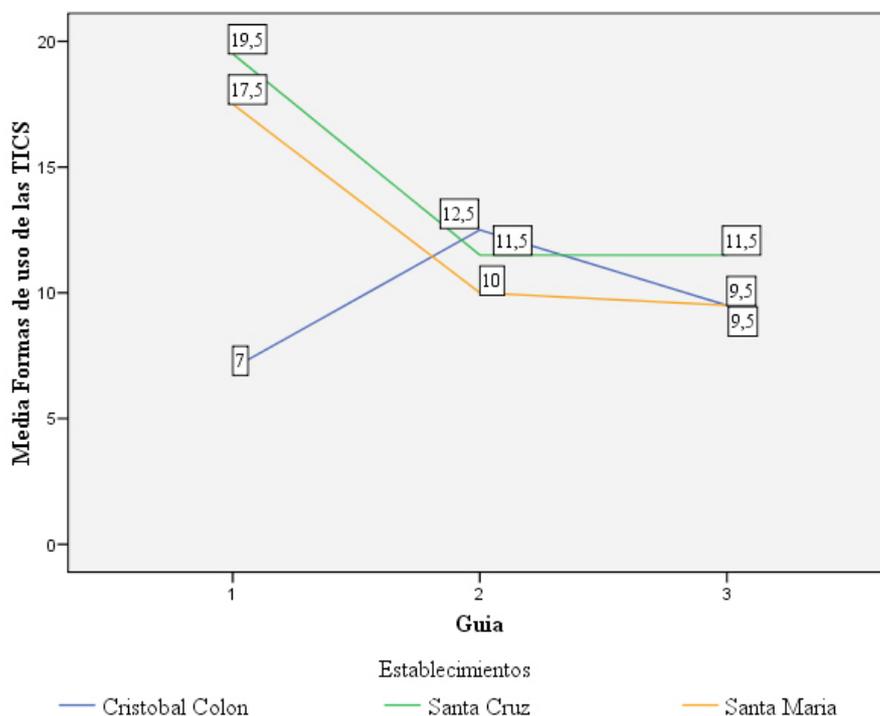


Gráfico 5.23: Medias de las frecuencias de las observaciones de la categoría "Uso de TIC" por guías y establecimiento

Se puede observar del gráfico que los establecimientos Santa Cruz y Santa María, tienen la tendencia a decrecer sus observaciones de la guía 1 a la 2 y las medias se mantienen de la guía 2 a la 3. El establecimiento Cristóbal Colón, aumenta sus observaciones hasta la guía 2 para luego decrecer en la guía 3. Adicionalmente, se observa que la media de las frecuencias del colegio Santa Cruz, en dos de las tres guías está por sobre los otros dos colegios.

### 5.7.6 Formas de Uso de las TIC, de las observaciones abiertas

Esta categoría, “Formas de uso de las TIC”, se compone de tres sub categorías, de las cuales se analizarán en este punto “Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos” y “Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos”.

#### 5.7.6.1 Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos

El siguiente gráfico, muestra las frecuencias de la sub-categorías “Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos”, observada en todas las sesiones en cada establecimiento.

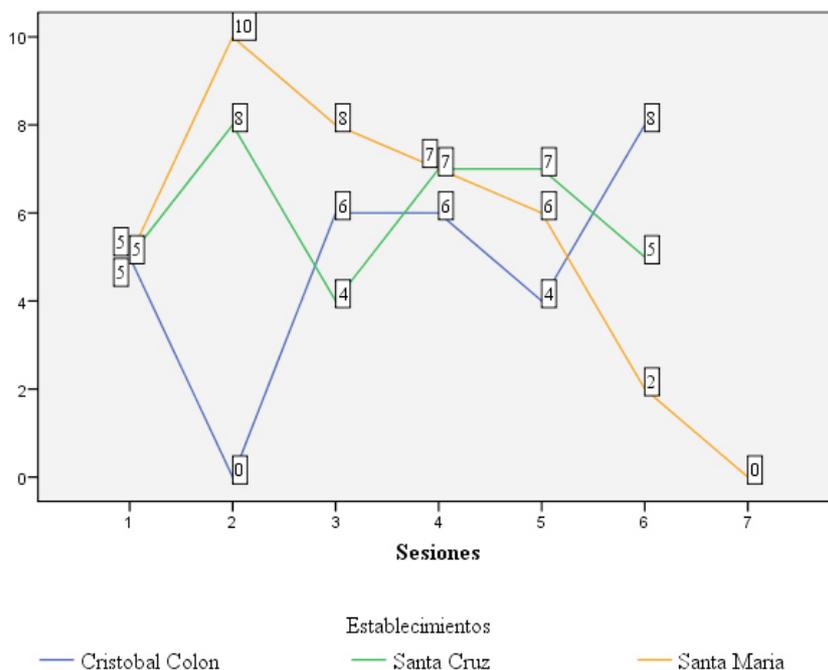


Gráfico 5.24: Comparación Sub-categoría “Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos” por establecimiento y sesión

Se puede observar que existe una mayor presencia, hasta la sesión 4, de observaciones en el establecimiento Santa María. De igual manera, se observa que en las sesiones 1 y 4 los valores promedios de las frecuencias de observaciones son iguales o tienden a acercarse. Adicionalmente, se puede señalar que no hay una tendencia a nivel de bloques de guías.

### 5.7.6.2 Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos

El siguiente gráfico, muestra las frecuencias de la sub-categorías "Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos", observada en todas las sesiones en cada establecimiento.

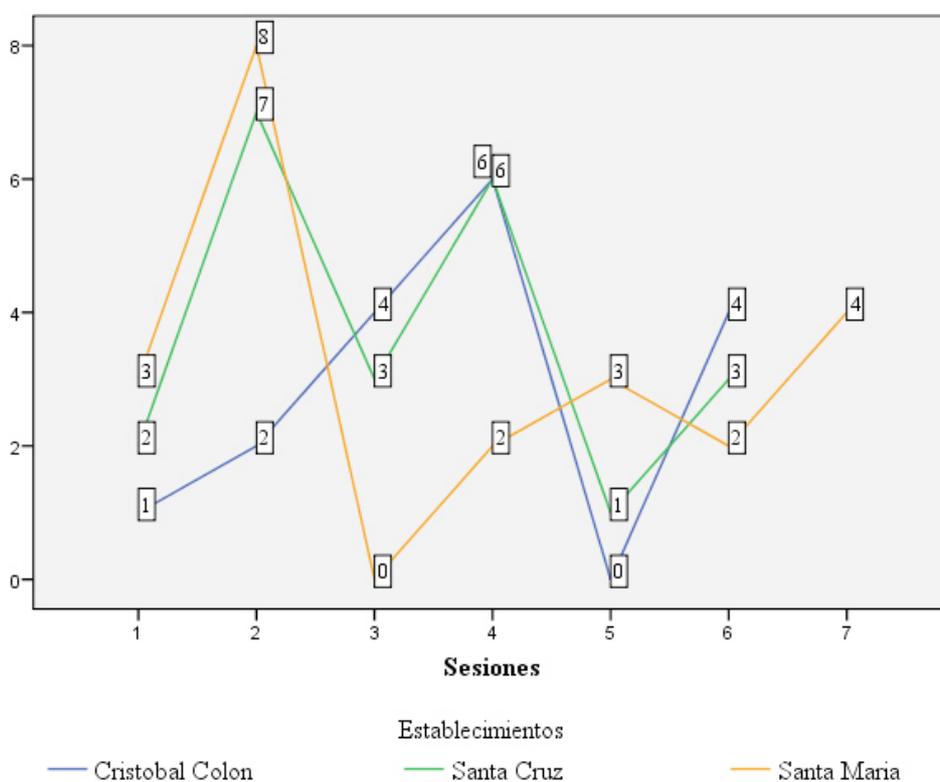


Gráfico 5.25: Comparación sub categoría "Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos" por sesión y establecimientos

Del gráfico se observan dos situaciones: En las sesiones 1 y 2 los establecimientos Santa Cruz y Santa María tienen promedios similares y en las sesiones restantes el establecimiento Cristóbal Colón, tiene un comportamiento similar con el Santa Cruz, en cuanto al promedio de frecuencia de observaciones. Lo antes señalado, permite observar que el establecimiento Santa Cruz, tiende a tener mayores observaciones que los demás en todas las sesiones.

A nivel de guías, se puede observar que los tres colegios tienen claras tendencias al alza, luego de pasada la primera sesión de trabajo en cada guía, es decir en las segundas sesiones de cada guía y en las segundas y tercera sesión para el Santa María, en la guía 2, hay crecimientos sostenidos.

De las sub categorías "Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos" y "Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos", se hace una observación distinta en los establecimiento, en las primeras sesiones en el establecimiento Santa María, hay mayor frecuencia de observaciones de estas sub-categorías y al transcurrir las sesiones van bajando considerablemente el numero de observaciones. En tanto, en los otros establecimientos ocurre lo opuesto, al principio pocas observaciones y al transcurrir las sesiones aumentan el número de observaciones.

Por otra parte, se observa que si bien las frecuencias de observación en "Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos", generalmente decrecen en las segundas sesiones de cada guía y en tres momentos (una en cada colegio) hay en algún momento un aumento de frecuencia de la primera a la segunda sesión de una guía. Sin embargo, en la sub categoría "Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos" , en todos los colegios y en todas las guías hay crecimiento de la primera a la segunda sesión e incluso en el colegio Santa María en la guía 2 hay aumento de frecuencia de observación, de la primera a la segunda sesión y de la segunda a la tercera sesión (guía 2 colegio Santa María, sesiones 3-4-5).

## 5.8 EL LABORATORIO DE COMPUTACIÓN/SALA DE COMPUTADORES O LABORATORIO DE COMPUTACIÓN

La categoría "El laboratorio de computación" de la pauta de observación cerrada, está formada por una sub categorías. La siguiente tabla, presenta la sub categoría y los aspectos que considera.

Tabla 5.29: Sub categoría de la categoría El laboratorio de computación y aspectos que considera de la pauta de observación cerrada

<b>Categoría</b>	<b>Sub-Categoría</b>	<b>Aspectos considerados</b>
El laboratorio de computación	El laboratorio de computación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Disciplina de los alumnos</li> <li>- Formalización de los contenidos</li> <li>- Momentos de la clase (inicio, desarrollo y cierre)</li> <li>- Organización de la clase</li> <li>- Recursos didácticos</li> <li>- Clima de la clase, relación entre alumnos y el profesor</li> </ul>

Junto a la anterior categoría, se analizará con la categoría “Sala de computadores o laboratorio de computación” desarrollada a partir de las observaciones abiertas, la cual está formada por una sub categorías. La siguiente tabla presenta esta categoría, sus sub categorías y su descripción.

Tabla 5.30: Sub categorías de la categoría Sala de computadores o laboratorio de computación y su descripción de la observaciones abiertas

<b>Categorías a observar</b>	<b>Sub categorías</b>	<b>Descripción</b>
Sala de computadores o laboratorio de computación	Trabajo al interior del grupo	Estrategias de trabajo al interior de los grupos, tales como, definición de roles, distribución de tareas, discusiones, búsquedas de datos, definición y organización de uso recurso TIC, desarrollo de las actividades, colaboración interne, reforzamiento de ideas, explicaciones.
	Trabajo entre grupos distintos	Colaboración de al menos un alumno de un grupo con otros grupos, desplazamientos en la sala, apoyos básicos, discusión de resultados, alternativas de caminos y estrategias utilizados, conversaciones desvinculadas al problema que se resolvía.
	Recursos	Los alumnos usan diferentes tipos de recursos computadores, proyectos, calculadora, además de libros, uso del profesor como recurso, etc.

A continuación se presentan distintos análisis, a partir de los datos obtenidos con la pauta de observación cerrada y la observación abierta.

### **5.8.1 Aspectos mejor y peor valorados de la pauta de observación cerrada**

A continuación, de la categoría “El laboratorio de computación”, se presenta las valorizaciones de la sub categoría “El laboratorio de computación”.

Para información de cómo se procedió para definir los ítems mejor o peor valorados, ver el punto 5.5.1 de este capítulo.

Los aspectos mejor y peor valorados, respecto a las observaciones realizadas, en relación a la sub categorías consideradas son:

#### **5.8.1.1 El Laboratorio de Computación**

De las observaciones realizadas al Laboratorio de Computación, a continuación se muestran los aspectos mejor y peor valorados.

Tabla 5.31: Aspectos más y menos valorados de la categoría y sub categoría Laboratorio de computación

Aspectos Observados Mejor Valorados		Aspectos Observados Peor Valorados	
Los materiales didácticos que se llevan a la clase facilitan el trabajo de alumnos y grupos.	<b>78%</b>	En el inicio de la clase hay presentación del tema y se indican los propósitos de la sesión.	<b>24%</b>
Las guías y el material ayudan al clima de trabajo en el laboratorio.	<b>77%</b>	En la sala no es necesario mucho control disciplinario.	<b>24%</b>
Los recursos TIC ayudan al clima de trabajo en el laboratorio.	<b>76%</b>	El cierre o formalización de la sesión está ausente o en ocasiones es pobre.	<b>24%</b>
En la clase hay clima de confianza entre alumnos.	<b>76%</b>	La evaluación formativa en la clase, no pasa más allá de ser una pregunta ¿qué aprendieron, entendieron, dudas, etc.?	<b>16%</b>
En la clase hay clima de confianza entre profesor y alumnos.	<b>76%</b>	Existen momentos en que la matemática se formaliza.	<b>15%</b>

### 5.8.2 Frecuencia de valoración al total de observaciones de la pauta cerrada

El siguiente gráfico, muestra la valoración del total de observaciones

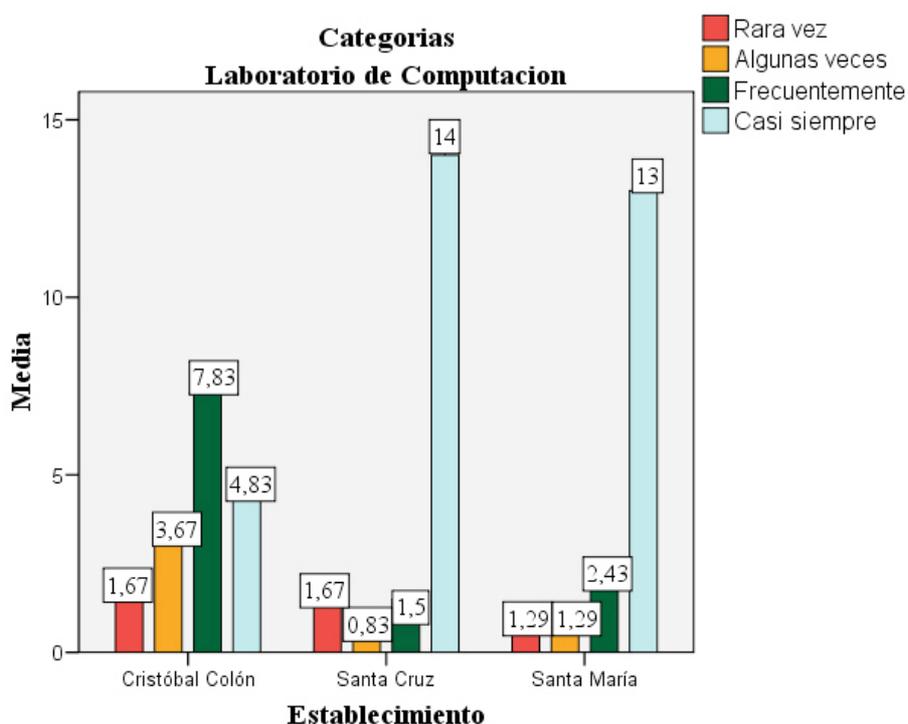


Gráfico 5.26 Valoración de la categoría "Laboratorio de computación" por establecimiento, en la pauta de observación cerrada

En el gráfico acumulado, se observa que en el Colegio Cristóbal Colón hay poca variación entre las distintas alternativas, siendo levemente superior la alternativa "Frecuentemente", a diferencia de los otros dos colegios donde la alternativa "Casi siempre", es claramente la más valorada. Los otros dos colegios, tienen una mayor

valoración de la alternativa “Casi siempre”, siendo levemente superior en el colegio Santa Cruz (para mayor detalle observar el Anexo 5.7: “Prueba de Kruskal-Wallis y Variable de agrupación por Guía, para la categoría Laboratorio de Computación”).

### 5.8.3 Frecuencia de valoración por guía, de la pauta de observaciones cerrada

En este punto se presentan los siguientes gráficos que detallan las valorizaciones de los ítems de la categoría Docente, de la pauta de observación cerrada.

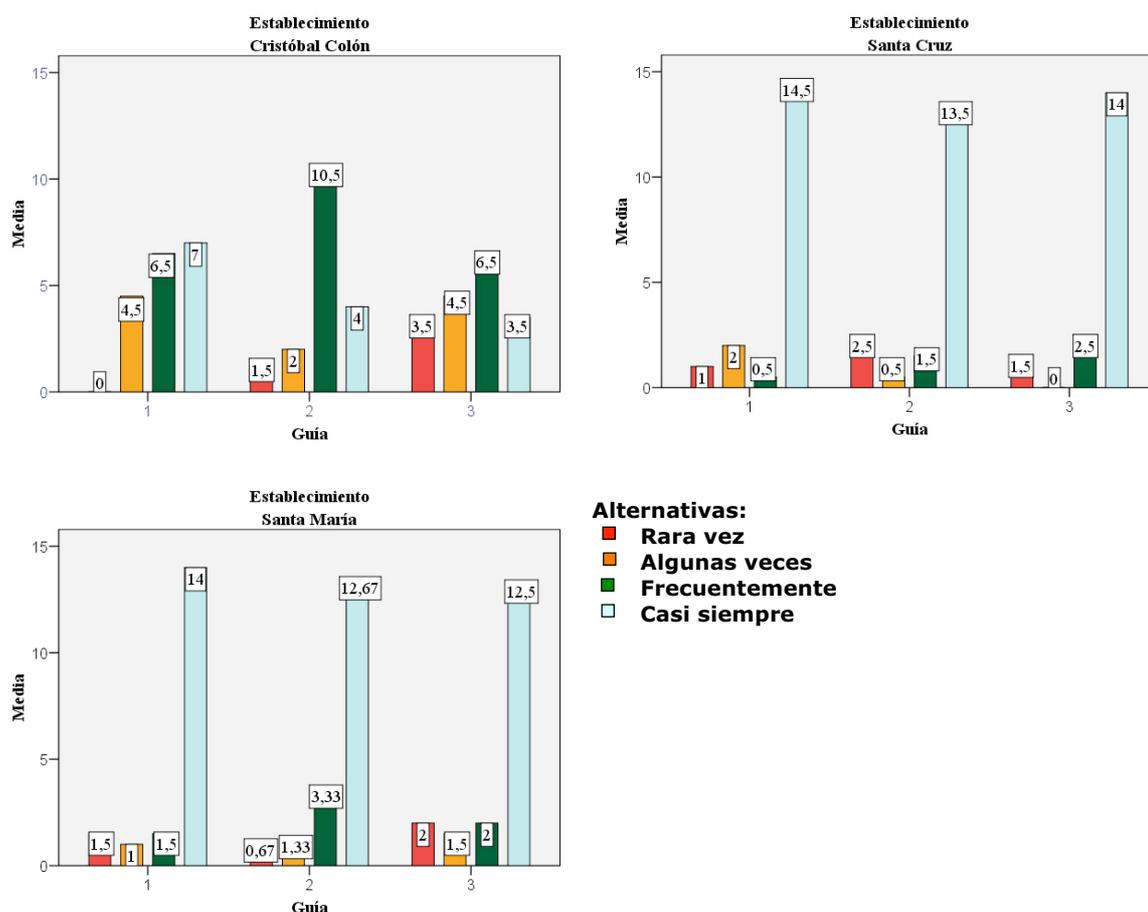


Gráfico 5.27: Valorizaciones de la categoría “Laboratorio de computación” por guías y establecimiento

Se puede apreciar que mientras en el colegio Cristóbal Colón, las valoraciones de las alternativas son muy similares, con una tendencia a la alternativa “Frecuentemente”, donde en dos de las guías (2 y 3) es la más valorizada, en los otros establecimientos tienen una clara tendencia a la alternativa “Casi siempre”, sin embargo, en el colegio Santa Cruz la valoración de la alternativa “Casi siempre”

decrece de la guía 1 a la guía 2 y crece de la guía 2 a la 3, mientras esta valoración siempre es decreciente en el establecimiento Santa María.

### 5.8.4 Frecuencia de valoración por sesión, de la pauta de observación cerrada

La siguiente figura, muestra un gráfico de líneas que describe las frecuencias de las alternativas de los ítems cerrados, de las sesiones observadas de la sub categoría "Laboratorio de Computación" por establecimiento.

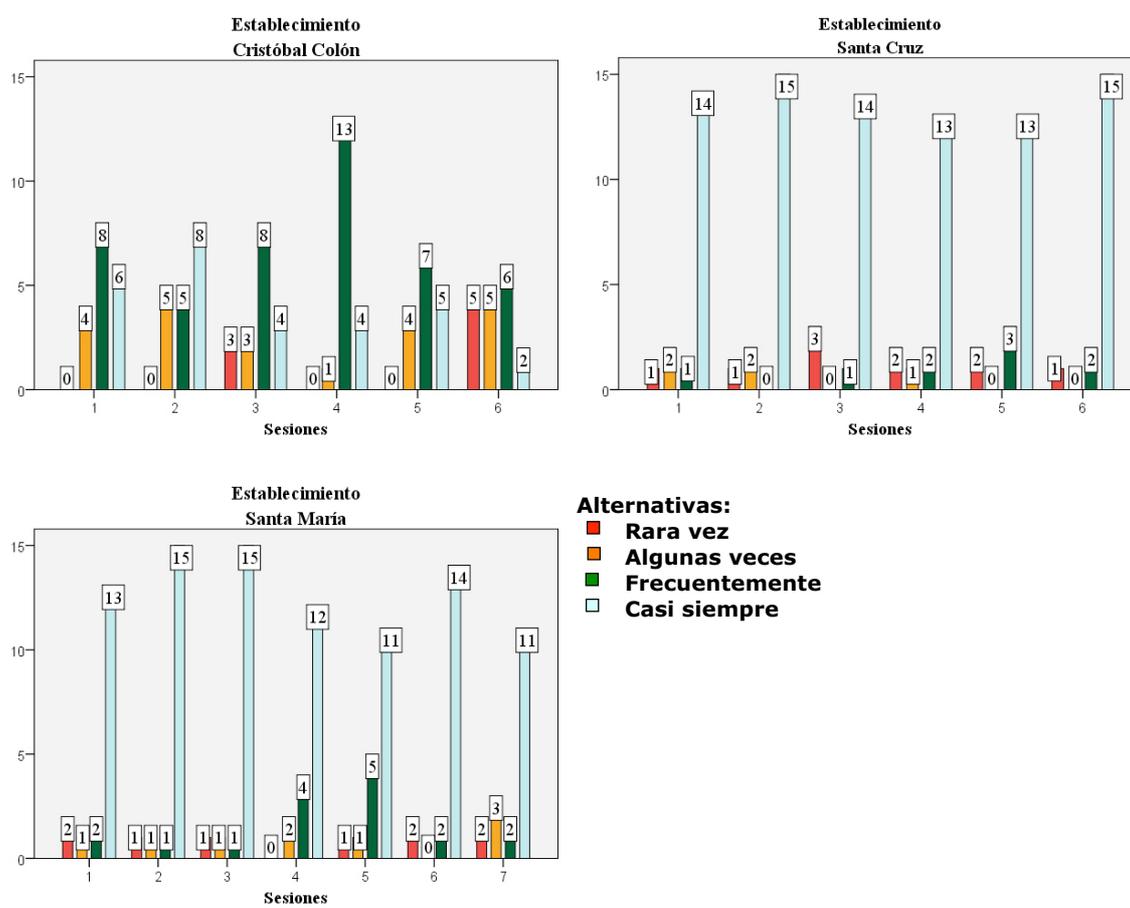


Gráfico 5.28: Sub categoría "Laboratorio de Computación" por sesión y establecimiento

Se puede señalar del gráfico, que existen dos situaciones claramente marcadas entre los establecimientos. En el establecimiento Cristóbal Colón, en general, la alternativa con mayor frecuencia es "Frecuentemente" y la alternativa "Algunas veces" es la alternativa con menos frecuencia. Cabe mencionar, que la alternativa "Rara vez" no aparece contabilizada o tiene frecuencia cero en cuatro sesiones.

En los establecimientos Santa Cruz y Santa María la alternativa “Casi siempre” tiene mayor frecuencia, siendo en todas las sesiones la que tuvo el total de preferencias en los ítems de esta sub categoría. En estos establecimientos también hay alternativas sin frecuencias.

La siguiente tabla muestra, el número de establecimientos en que cada guía se mantiene, aumenta o disminuye, la valoración correspondiente a la alternativa “Casi siempre”, entre la primera sesión y la(s) que le sigue(n) al desarrollo de dicha guía.

Tabla 5.32: Número de establecimientos que cuya valoración de las alternativas “Casi siempre” se mantiene, aumenta o disminuye, en la observación de la sub categoría Laboratorio de Computación

Guía	Se mantienen	Aumentan	Disminuye
1	0	3	0
2	1	0	2
3	0	1	2
<b>Promedio</b>	<b>0,3</b>	<b>1,3</b>	<b>1,3</b>

### 5.8.5 Promedio por guía, de la observaciones abierta

En el siguiente gráfico, se detalla las medias de las frecuencias de las observaciones de la categoría “Sala de computación o Laboratorio de computación” por guía y establecimiento.

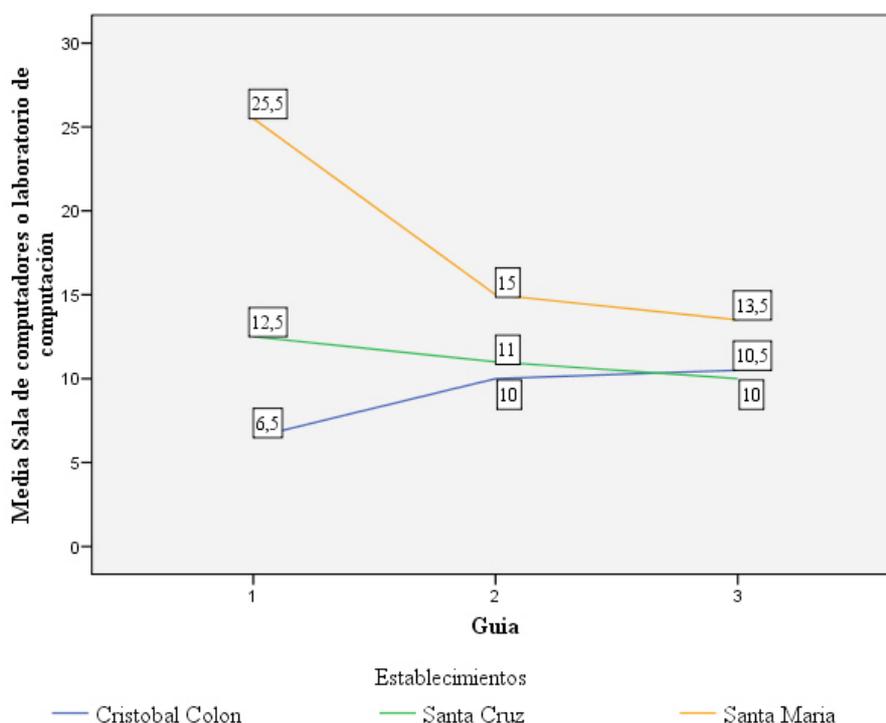


Gráfico 5.29: Medias de las frecuencias de las observaciones de la categoría “Sala de computación o Laboratorio de computación” por guía y establecimiento

Se observa del gráfico que los establecimientos Santa Cruz y Santa María tienen una tendencia a decaer su número medio de observaciones, siendo más considerable el descenso en el establecimiento Santa María. El establecimiento Cristóbal Colón, muestra un aumento en las medias de las frecuencias en la guía 2, manteniendo esta alza en la guía 3. Además, se puede observar que el establecimiento Santa María, para todas las guías, tiene un mayor promedio de frecuencia de observaciones que los otros dos colegios.

### 5.8.6 Frecuencia por sesión, de la observaciones abierta

El gráfico que a continuación se presenta describe el número de observaciones respecto a "Sala de computación o Laboratorio de computación", según establecimiento y guías.

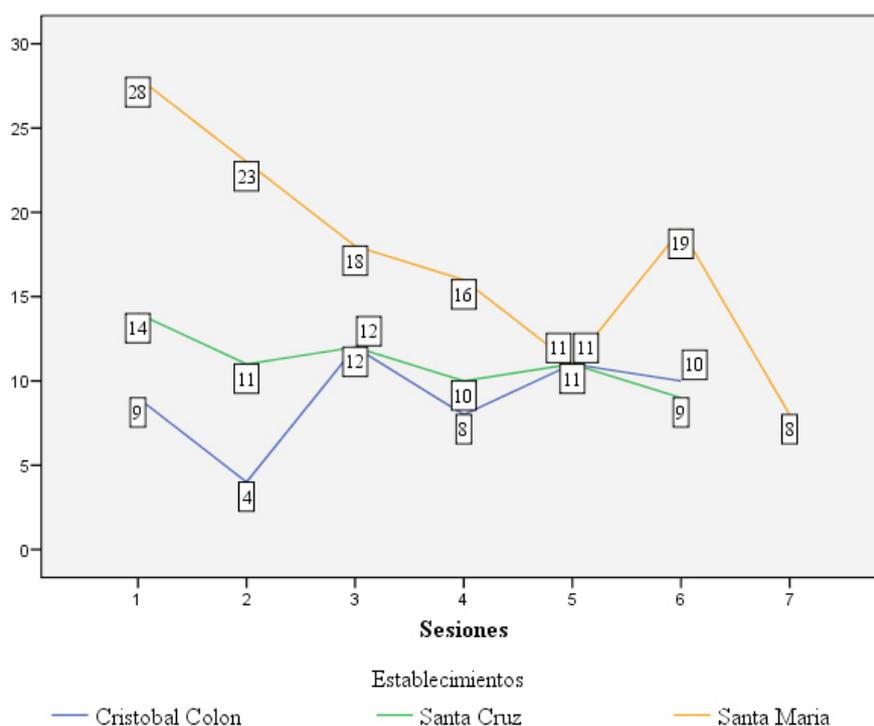


Gráfico 5.30: Frecuencia de observaciones de la categoría "Sala de computación o Laboratorio de computación" por sesión y establecimiento

Se puede apreciar claramente del gráfico las distintas tendencias que hay en las sesiones en cada establecimiento. El establecimiento Cristóbal Colón, muestra un aumento en las frecuencias al inicio de cada guía, en cambio, el establecimiento Santa Cruz tiene un número de observaciones similares en las sesiones, no

mostrando un cambio considerable entre ellas, sin embargo, al igual que el colegio Cristóbal Colón, éstas son mayores en las primeras sesiones de cada guía. Por último, el establecimiento Santa María describe un descenso en las frecuencias de las observaciones al transcurrir las sesiones, aumentando solamente de la sesión 5 a la 6, para luego caer a su valor más bajo de toda la secuencia.

## 5.9 ACTITUD

La categoría "Actitud", solo fue observada por medio de observación abierta, no incluyéndola en la pauta de observación cerrada. De esta categoría, se analizarán las sub categorías "Actitud de los alumnos", "Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP" y "Actitud del profesor durante la sesión". La siguiente tabla presenta esta categoría, las sub categorías y su descripción.

Tabla 5.33: Sub categorías de la categoría Sala de computadores o laboratorio de computación y su descripción de la observaciones abiertas

Categorías a observar	Sub categorías	Descripción
Actitud	Actitud de los alumnos	Componentes afectivos, focalizada hacia la actitud de los alumnos observada en la sala de computación expresado en comportamiento individual o grupal, automotivación, trabajo realizado, disposición, ausencia de trabajo, comportamiento en clases, compromisos con la tarea, toma de iniciativas, interés.
	Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP	Componentes afectivos, focalizado hacia actitud hacia las TIC, realización de acciones con TIC, en el marco o fuera de esta para trabajar en la resolución del problema, disposición.
	Actitud del profesor durante la sesión	Componentes afectivos, focalizada hacia la actitud del profesor para trabajar con TIC, disposición, motivación a sus alumnos, sugerencias de uso, etc.
	Clima de la sala de clases	Forma de trabajo de los alumnos, uso de los recursos y espacios, libertad en el desplazamiento en la sala, discusiones al interior de los grupos.
	Relación profesor alumnos	Relación y respeto en el trabajo profesor alumno, capacidad de los alumnos de preguntar y el profesor de responder. Disposición del profesor y alumnos en sus labores. Uso del laboratorio y de los computadores.

A continuación se presentan distintos análisis, a partir de los datos obtenidos con la pauta de observación cerrada y la observación abierta.

### 5.9.1 Promedio por guía, de la observaciones abierta

El gráfico siguiente, muestra las medias de las frecuencias de la categoría "Actitud" por guías y establecimientos.

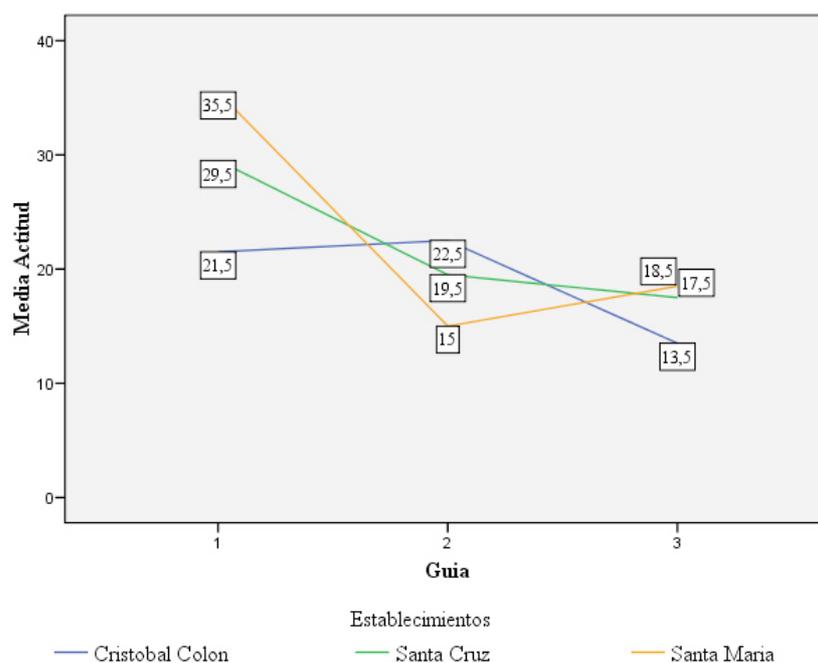


Gráfico 5.31: Media de las frecuencias de la categoría "Actitud" por guía y establecimiento

Del gráfico anterior es claro señalar, que hay una tendencia en el descenso de las observaciones en las guías.

El establecimiento Santa María es el que tiene mayor número promedio de observaciones en las guías 1 y 3. En la guía 2 es el establecimiento Cristóbal Colón es el con mayor numero promedio de observaciones de la categoría "Actitud".

### 5.9.2 Frecuencia por sesión, de la observaciones abierta

El gráfico de líneas que a continuación se presenta muestra las frecuencias de la categoría "Actitud" por guías.

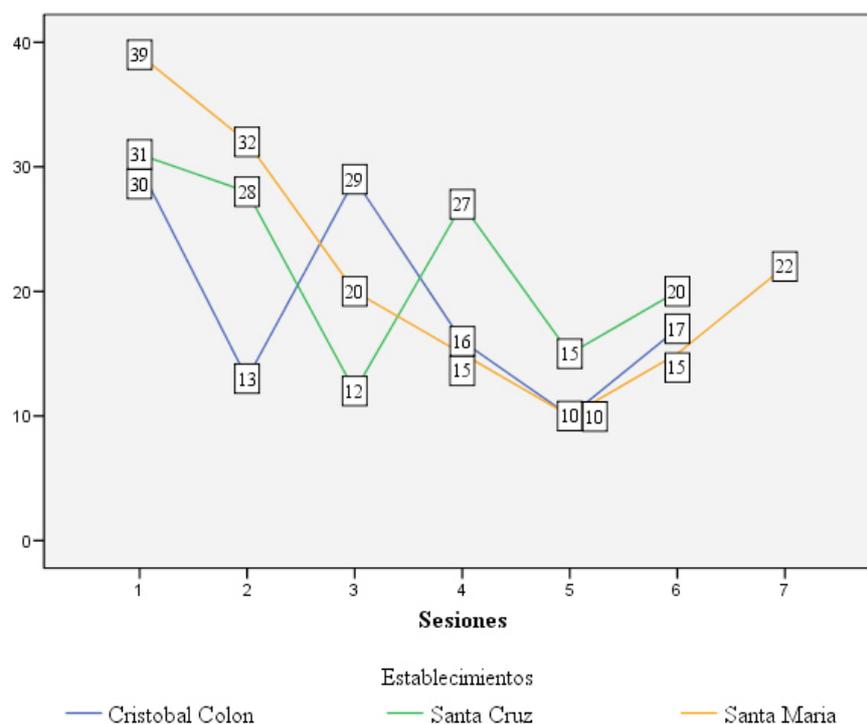


Gráfico 5.32: Frecuencias de la categoría "Actitud" por sesión y establecimiento

Al observar el gráfico, se ve que hay distintas tendencias en el número de observaciones en cada establecimiento. En el Cristóbal Colón las primeras sesiones de las guías 1 y 2 (sesiones 1 y 3), tienen frecuencias mayores que las segundas sesiones de cada guía (sesiones 2 y 4) y en las ultimas sesiones (5 y 6) ocurre lo contrario.

En el establecimiento Santa Cruz se observa que hasta la sesión 3 decrece las observaciones para luego aumentar en la sesión 4 y volver a decrecer en la sesión 5 y luego subir nuevamente. Esto implica, que en dos guías hay un crecimiento de la primera a la segunda sesión y en una de ella decrece.

En el Santa María decrece las observaciones hasta la sesión 5, para luego aumentar en las ultimas dos sesiones. Esto significa, que en dos de las guía decrece y en una hay un crecimiento de las frecuencias observadas, en el transcurso de sus sesiones.

### 5.9.3 Actitud de los alumnos

En el siguiente gráfico, se muestra las frecuencias de observaciones en las sesiones de la sub categoría "Actitud de los alumnos".

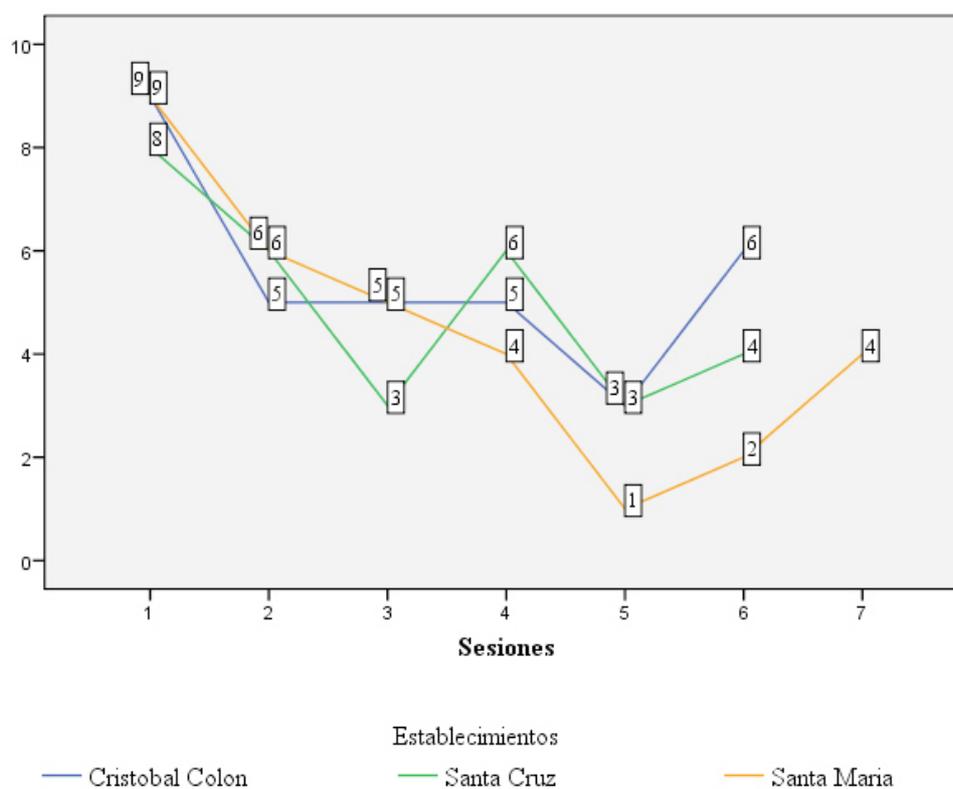


Gráfico 5.33: Comparación sub categoría "Actitud de los alumnos" por sesión y establecimiento

Del gráfico anterior, destacan las observaciones realizadas en la sesiones 1 , 2, 3, 4 y 5, donde los establecimientos tienden a tener el mismo promedio de número de observaciones o muy similar. Se puede observar que el colegio Santa Cruz, es el que presenta mayor número de crecimiento de observaciones entre la primera y segunda sesión de una guía, donde en dos de las tres se produce este efecto, mientras que en el Santa María se produce que en dos de las tres, decrecen las observaciones entre la primera sesión de una guía y las siguiente(s) sesión(es) de ésta.

### 5.9.4 Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP

En el siguiente gráfico, se muestra las frecuencias de observaciones en las sesiones de las sub categoría, "Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP".

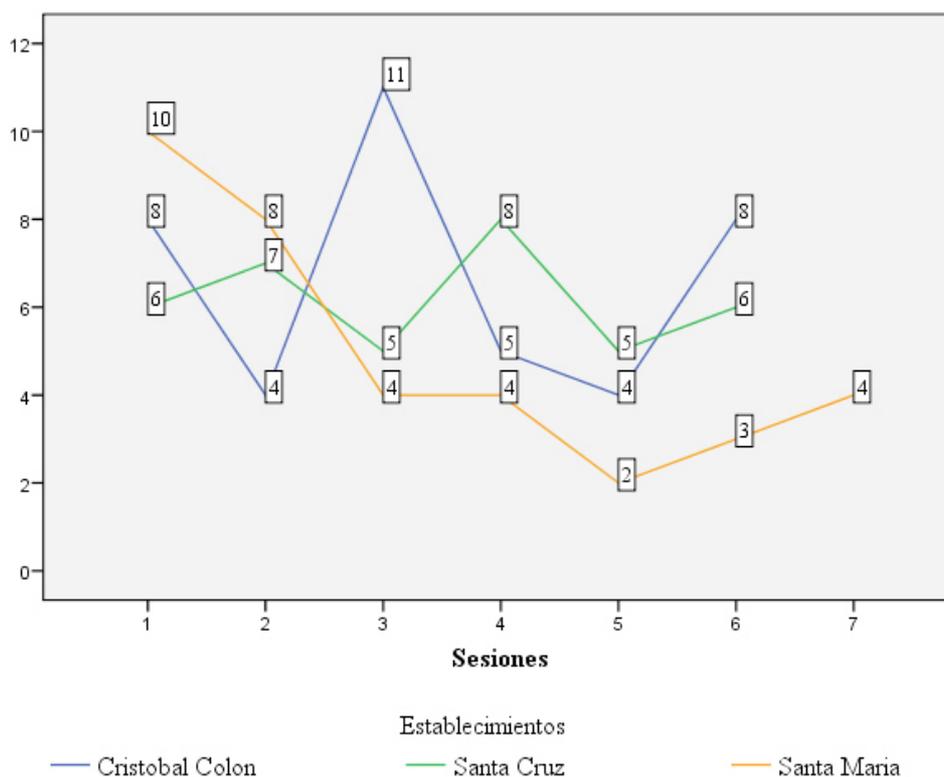


Gráfico 5.34: Comparación sub categoría "Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP" por sesión y establecimiento

Del gráfico anterior, se observa que son muy distintos los promedios de los números de observaciones durante las sesiones.

Se puede observar que en el colegio Santa Cruz, hay un aumento del número de observaciones, entre la primera y la segunda observación de cada guía. Mientras que en el Santa María, en una aumenta, en otra se mantiene y en otra decrece dicho valor. Finalmente en el Cristóbal colón, se observa que entre la primera y segunda sesión de las guías, la frecuencia de observaciones decrece en dos guías y aumenta en una.

### 5.9.5 Actitud del profesor en la sesión

En el siguiente gráfico, se muestra las frecuencias de observaciones en las sesiones de las sub categoría "Actitud del profesor en la sesión".

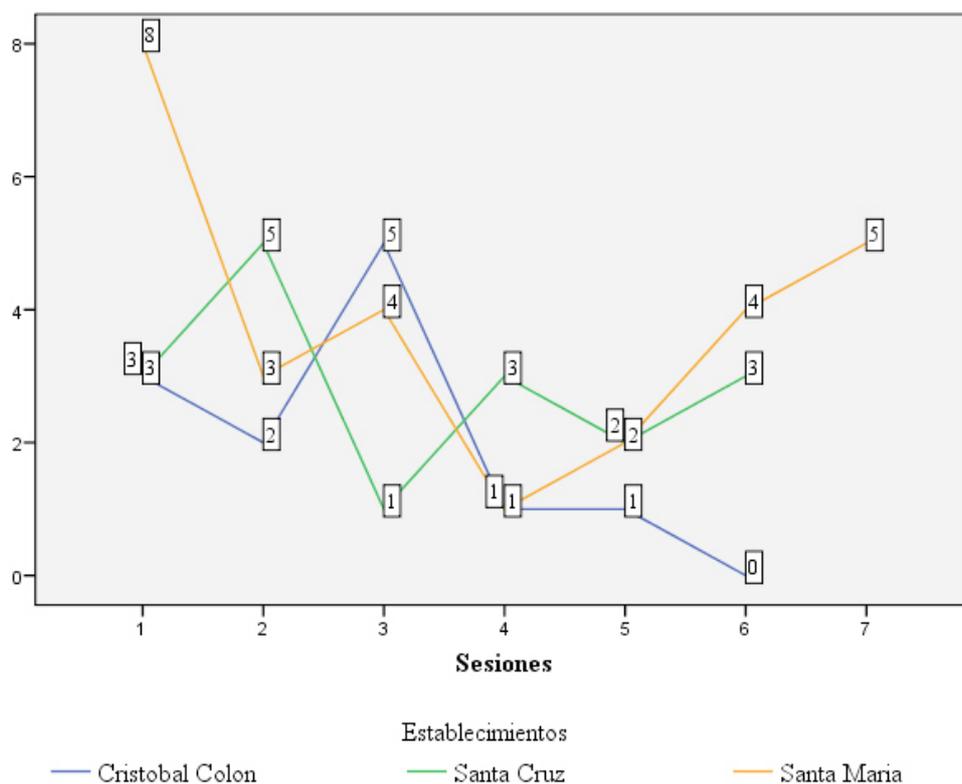


Gráfico 5.35: Comparación sub categoría "Actitud del profesor en la sesión" por sesión y establecimiento

Se puede observar que en las sesiones 1, 4 y 5, dos de los tres colegios tienen igual frecuencia de observaciones. Además, en dos del total de sesiones, los colegios Santa María y Cristóbal Colón tienen la frecuencia de observaciones más alta de entre los colegios.

Respecto al desarrollo de las guías, se observa que en el colegio Santa Cruz, en la totalidad de las guías, hay un aumento de las frecuencias de las observaciones entre la primera y segunda sesión de cada guía, sin embargo, ocurre todo lo contrario en el colegio Cristóbal Colón, donde en todas las guías decrece dicho número de frecuencia. Finalmente, se observa que en el colegio Santa María la primera guía muestra una disminución de la frecuencia de observaciones, de la primera a la segunda sesión, en la segunda guía dicha frecuencia disminuye de la primera a la segunda sesión, para aumentar de la segunda a la tercera sesión (sesiones 3, 4 y 5) y se observa en la tercera guía un aumento de la frecuencia de observaciones entre la primera y segunda sesión.

Al haber analizado cada sub-categoría por separado, se puede señalar que no es claro observar en general algún comportamiento tanto por establecimiento, lo que

si se puede apreciar claramente al observar las sesiones, es que al principio los establecimientos tienen un número de observaciones altas, luego decrece este número y finalmente vuelve a aumentar.

### 5.10 ANÁLISIS SEGÚN TIPO DE GRUPO OBSERVACIONES ABIERTAS

Como se ha señalado, la investigación contempló realizar observaciones al grupo curso completo en los establecimientos Cristóbal Colón y Santa Cruz y en el establecimiento Santa María solo a un par de grupos del curso (uno de buenos alumnos y el otro de menor rendimiento). Para analizar este aspecto, se formaron dos grupos a comparar, el primero con los alumnos del Cristóbal Colón y Santa Cruz y el segundo solo con los alumnos del establecimiento Santa María.

#### 5.10.1 Categorías según tipos de grupos

El siguiente gráfico compara las medias de las categorías observadas de los dos grupos ya mencionados.

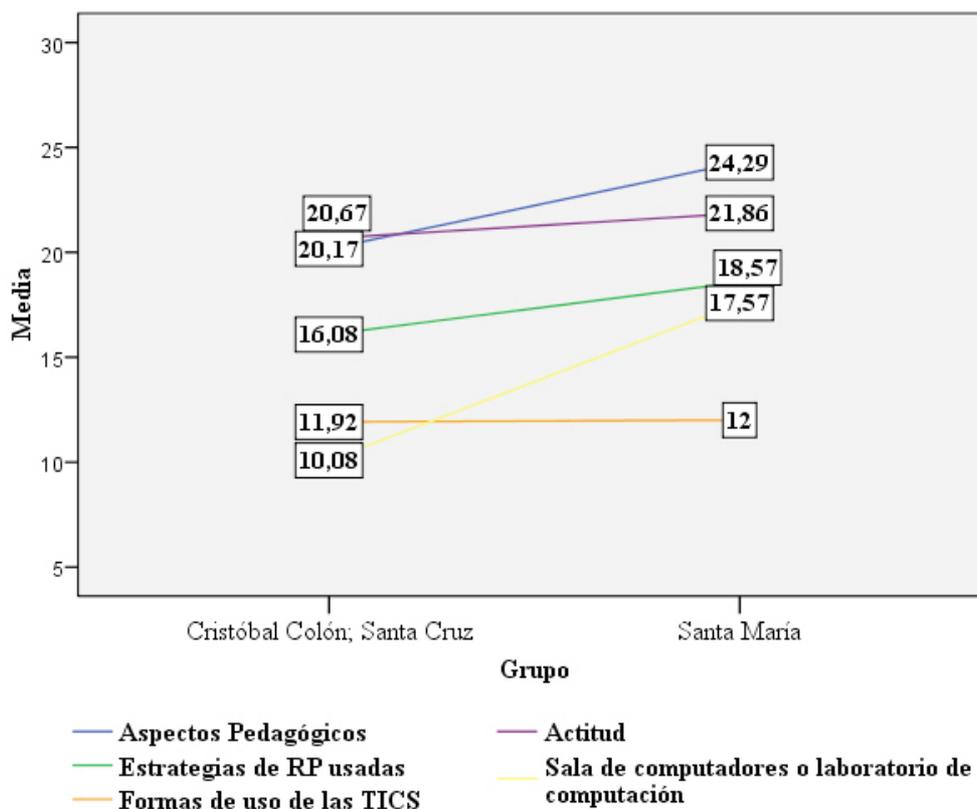


Gráfico 5.36: Comparación entre los grupos en las distintas categorías generales observadas

Del gráfico anterior, se observa que el grupo compuesto por alumnos del establecimiento Santa María tienen mayores promedios en las categorías

observadas, teniendo las mayores diferencias en las categorías "Sala de computadores o laboratorio de computación" y "Aspectos Pedagógicos".

Se puede observar además, que la única categoría que tienen promedios muy similares en ambos colegios es, "Formas de uso de las TIC".

### 5.10.2 Según tipos de grupos observados por sesión

La siguiente gráfica describe el comportamiento de las observaciones realizadas a cada categoría según los grupos de estudio formados.

Para observar estos gráficos, se debe recordar que los colegios Cristóbal Colón y Santa Cruz, trabajaron el mismo número de sesiones cada guía, sin embargo, el colegio Santa María, trabajó la guía dos en tres sesiones. De esta manera se debe comparar (guía 1: sesiones 1-2 con 1-2; guía 2: sesiones 3-4 con 3-4-5; guía 3: sesiones 5-6 con 6-7).

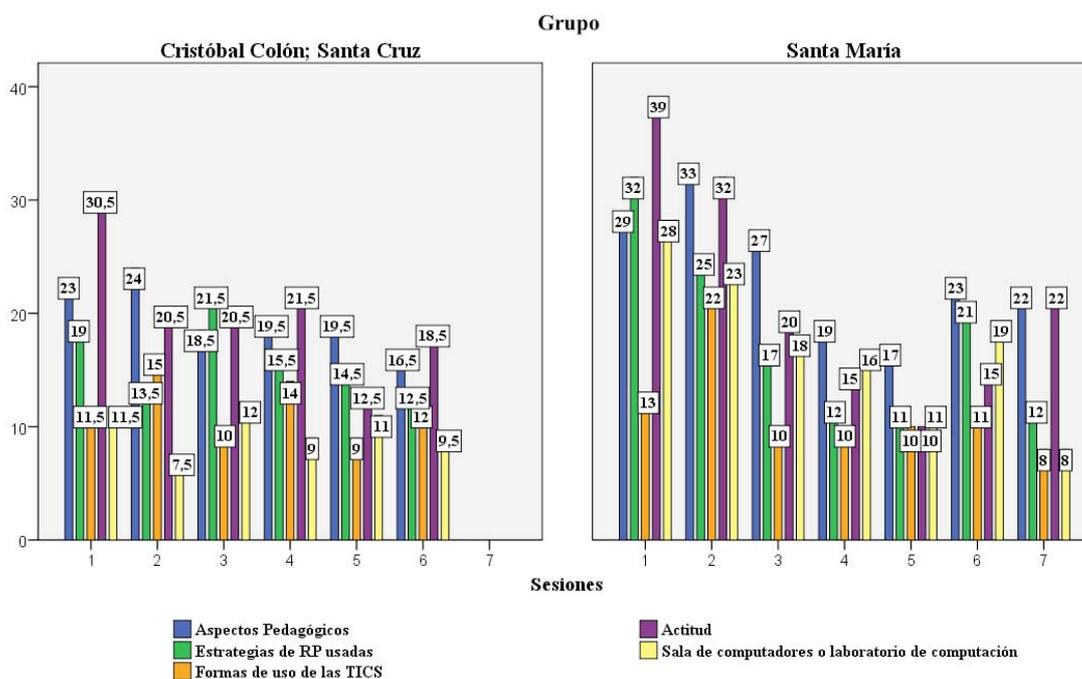


Gráfico 5.37: Comparación entre los grupos en las distintas categorías generales por sesión

De este gráfico, se puede observar que no hay una tendencia en las frecuencias de las categorías, por lo cual se compararon solamente las sesiones. En las sesiones 1 y 2 el grupo compuesto por alumnos de Santa María, tienen frecuencias mayores

en general en las categorías y en las sesiones 4 y 5 tienen frecuencias menores. En las restantes sesiones, no se observa una diferencia marcada entre los grupos.

## **5.11 ANÁLISIS CUALITATIVO**

Como se señaló en el capítulo 4, la investigación se realizó por medio de observaciones, utilizando instrumentos cerrados y notas de campo. Posteriormente, se revisaron los videos para complementar las notas de campo. En la siguiente sección, se hace un resumen del análisis de las observaciones realizadas a cada categoría, para un análisis por liceo, ver Anexo 5.8: Análisis Cualitativo, Descripción por establecimiento y categoría.

### **5.11.1 Resumen general Aspectos pedagógicos**

**Inicio de la sesión:** Los profesores presentan los temas al comienzo, algunos lo hacen de manera simple y otros contextualizan el trabajo e incluso abordan el sentido de los problemas e introducen al tema de resolución de problemas y aspectos matemáticos. A veces, se consulta lo tratado en la sesión anterior.

Todos piden leer y entender bien el problema y que piensen las distintas alternativas de solución. En algunos casos, se señala que deberán tomar decisiones fundamentadas y que se enfrentarán a un problema abierto, que tiene varias etapas de desarrollo y que en la medida en que se avanza deben tomar cada vez más decisiones.

Se organiza la manera de trabajo y la división de grupos, refiriéndose a como deben trabajar al interior de estos grupos. En general se señala que tienen recursos digitales (applet) y solo en algunas oportunidades se presenta y explica el uso de estos.

En varias clases se indica también la entrega de trabajos y la forma de evaluación.

**Frente a consultas:** Los alumnos leen la guía y llaman al profesor para hacer consultas. Los profesores responden siempre de buena forma y con buena disposición. Generalmente piden que primero lean bien y en distintas ocasiones se remiten a señalar que deben tomar decisiones y fundamentarlas. En general plantean nuevas preguntas a los grupos y en varias ocasiones los profesores le

hacen ver al grupo que tiene que cambiar algunos datos o valores y que pueden buscar otra solución.

En varios de los grupos las preguntas de los alumnos surgen de la falta de lectura, el apuro y la dificultad de los alumnos para tomar decisiones. En algunos momentos, incluso antes de leer los problemas, se observa que muchos alumnos preguntan respecto a la dificultad de poder ingresar en forma exacta determinados valores en el applet.

**Al responder preguntas:** Los profesores responden preguntas de un alumno, de un grupo o del curso en general. Cuando atiende a los grupos en general evitan responder en forma directa, tienden a releer los ejercicios con los alumnos, piden que verifiquen los datos, piden buscar otras alternativas, dan orientaciones, hacen contra preguntas, las contextualizan y dan ejemplos particulares. En ocasiones, tratan de abordar los problemas ejemplificando con las posibles alternativas. A veces hace uso de los recursos digitales para abordar las dudas de los alumnos.

**Al dirigirse al grupo curso:** Cuando se dirigen a todo el curso, lo más común es para responder dudas generalizadas, para dar instrucciones sobre el problema, o para entregar conceptos relativos a los problemas. También, es frecuente que les hagan preguntas a alumnos o al grupo curso entero, sobre las soluciones encontradas y las estrategias usadas. Para ello utilizan ocasionalmente la pizarra. Algunos docentes son más preocupados porque los alumnos apliquen y entiendan las estrategias utilizadas, por lo que generan preguntas y plantean nuevas situaciones y posibilidades de manera de acentuar la reflexión de los alumnos. En algunos momentos, usan proyectos para apoyar sus presentaciones.

**Al trabajar con un grupo:** Comúnmente los profesores hace preguntas a los grupos, hacen que los alumnos se cuestionen y les dan orientaciones. Generalmente, tratan que los alumnos aclaren ellos mismos sus dudas, por medio de la generación de contrapreguntas o sugerencias. Es común que también ayuden a formalizar las respuestas y discutan sobre conceptos matemáticos. Además, tratan de integrar los recursos digitales en el contexto del problema que resuelven y que vean alternativas usando los applets. Algunos utilizan la tecnología más que otros, para ejemplificar y aclarar la resolución de un problema.

**Al preguntar cómo resolvieron el problema:** Los docentes preguntan generalmente por los resultados, pero también hacen hincapié en los procedimientos. Cuando responden sobre la forma en que resolvieron el problema, los alumnos repiten en general las mismas estrategias que el docente les ha comunicado. En ocasiones, los alumnos, refieren a como fueron pensando y logrando los resultados y aportan procedimientos y estrategias nuevas de resolución de problemas.

**Respecto a las etapas en la Resolución de problema:** Relacionados con el análisis del problema: Los docentes dan importancia y piden que lean y entiendan el problema.

1. Sobre la generación de un plan y su implementación: En situaciones los profesores plantean que el problema presenta varias etapas y que deben tener en cuenta que cada vez que avanzan requieren más decisiones. Se refieren a que deben identificar las variables y tomar decisiones. Solo una de las docentes apoyó el desarrollo de un plan, sin lograr que los alumnos lo implementaran.
2. Sobre el conocimiento matemático a utilizar: En situaciones de dudas generalizadas se trabaja presentando contenidos y conceptos al curso. Hay docentes que se preocupan especialmente de ello y otros que no formalizan estos conocimientos.
3. Respecto al chequeo de la solución: Los docentes generalmente piden que verifiquen las soluciones y revisen, chequean con ellos los resultados y ven las alternativas posibles. Se hacen discusiones de cierres para ver este aspecto.

**Evaluación:** En general, los docentes se trasladan en numerosas oportunidades entre los grupos a supervisar. En determinadas ocasiones hacen preguntas al curso entero, a los grupos o en forma individual. Preguntan y dialogan con sus alumnos respecto a los avances, procedimientos y resultados.

Algunos docentes piden a los alumnos que usen el applet o, en menor medida, lo usan ellos para revisar las soluciones de los distintos grupos, discuten sobre el tema y se hacen correcciones colectivas.

A veces se utiliza la puesta en común, para compartir cómo les fue a los alumnos, las estrategias utilizadas para responder y las dificultades que tuvieron. En la medida que los alumnos responden, van evaluando conjuntamente los procedimientos y resultados. Se plantea también evaluar las ventajas y desventajas que encontraron en la forma de trabajo y la utilización de los recursos, tanto de guías como digitales, como apoyo a la resolución de los problemas.

**Cierre de la sesión:** Los profesores usualmente piden arman una puesta en común, acerca de lo realizado por lo grupos. Muchos alumnos participan en ese momento, pero no todos prestan atención. Allí se revisan elementos puntuales del desarrollo de la guía, se comentan resultados, se hacen preguntas respecto a las dificultades que tuvieron y a las soluciones encontradas. Ven los modelos matemáticos encontrados y revisan la coherencia y consistencia de la soluciones. En muy pocas ocasiones hacen uso de la tecnología, proyector y los applet, para apoyar la discusión.

También se hace especial mención al uso que hicieron de la tecnología y si esta les fue útil o no. En general, los alumnos valoran el trabajo utilizando el applet, aunque algunos reconocen que les es complejo entenderlos, para apoyar la solución del problema, pero en otros momentos los alumnos reconocen las ventajas de su uso. Los docentes generalmente advierten que la tecnología no reemplaza, el análisis de los enunciados que deben hacer los alumnos para resolver el problema.

**Respecto al dominio del material (guía y recursos digitales):** Respecto al material se observa disparidad en su dominio, por parte de los docentes observados. En algunos, no parece haber un dominio absoluto de contenidos ni recursos digitales. Otros, manejan contenidos pero no muy bien el recurso digital. Y hay docentes que se manejan con los recursos y que los utilizan bastante en los diferentes momentos de la clase.

### **5.11.2 Resumen general Estrategia de Resolución de problemas usada**

**Sugerencias del profesor para resolver problemas:** Los profesores introducen primero el tema y el problema. Mayoritariamente se repasan los pasos para resolver problemas, la mayoría de ellos en forma muy general y solo una profesora en forma más específica entrega más apoyo, información, utilizando diferentes recursos. En reiteradas ocasiones, indican que tienen que leer cuidadosamente el

documento, entender el problema, encontrar datos y variables, preparar y recopilar información y "meditar" o desarrollar un esquema de resolución del problema. Junto con ello plantean que cuentan con tecnología, planillas, los applet, Internet, software. A veces se apoyan de la pizarra, para explicar estos pasos y algunos conceptos, en algunas oportunidades usan proyector para apoyar la presentación de los recursos digitales (applet).

Durante la clase los alumnos requieren de los profesores y éstos también van desplazándose por los bancos por su propia iniciativa, interrogando a los grupos sobre su avance y respondiendo a las dudas. Todos los profesores utilizan estrategias para generar mayores reflexiones y razonamientos en los alumnos, no se dedican a responder puntualmente. Ellos generan nuevas preguntas, entregan conceptos, indicaciones y recomendaciones. Ante algunas situaciones y dudas persistentes sugieren que sigan pensando, que releen la guía, que verifiquen datos, que conversen más. En oportunidades los profesores detienen el trabajo y preguntan por las estrategias utilizadas.

También en algunas situaciones, aunque no en todo momento, se pregunta por el uso de herramientas como calculadora y applet, insistiendo en la importancia de su uso para ayudarles a resolver los problemas. Igualmente se aclara que primero deben entender el problema y luego usar el computador. Se les plantea que lean y saquen los datos del problema y primero llenen la tabla, que no "se aceleren" - como algunos hacen- en sacarlos del applet. También se les insiste en que además de manejar los valores con el applet, deben saber las formulas involucradas.

**Estrategias de RP usadas por el alumno:** En todos los casos, los alumnos en primer lugar leen el problema propuesto en la guía, aunque no todos se dan el tiempo para hacerlo con detenimiento. Luego de ello, se ponen a interactuar al interior de cada grupo. En general se observa a los grupos trabajar ordenadamente. La mayoría de los grupos trabaja todo el tiempo de manera común. Se conversa permanentemente sobre lo que se hace, los problemas, las alternativas y las soluciones. En algunos casos, los miembros de los grupos trabajan cada uno por su cuenta durante un tiempo, pero llega un momento en que trabajan en conjunto.

Es común a todos los grupos hacer anotaciones en las guías y algunos pocos hacen anotaciones en sus cuadernos, en algunos casos, unos grupos copian las respuestas

de otros, se hacen y completan tablas, se anotan nombres de variables. Los grupos van armando tablas con la información, todos en algunos momentos trabajan con el applet. Con esta herramienta van probando los datos, modificándolos y mirando como se relacionan los modelos para responder el problema. En muchos grupos, también se hace uso de la calculadora para hacer cálculos y verificar. También se anotan las fórmulas para realizar luego los cálculos. En algunos grupos se recurre a la web, se buscan en Google diversos elementos, se pasan varias páginas pero no entran en todas. No parece hacerse un uso constante ni intenso de esto.

Los grupos usan la calculadora para hacer cálculos y el applet para ingresar valores y ver los resultados. Hay alumnos que manifiestan que le es más fácil y rápido manejar la calculadora, en determinados momentos de algunos problemas y parece que a varios les da más seguridad comprobar los resultados del applet con la calculadora. Generalmente, es uno del grupo el que manipula mientras los otros entregan datos, todos anotan los resultados en sus guías.

Se observan casos en que los alumnos no entienden el problema o lo que tienen que hacer. En esos casos los alumnos igualmente avanzan. En otros grupos que se detienen a revisar las preguntas, también surgen dudas, pero se hacen más conscientes las dificultades desde el comienzo del ejercicio.

Comúnmente se debate sobre el problema y los resultados al interior del grupo. Cuando surgen dudas hay grupos que consultan directamente al profesor, aunque hay ocasiones en que los grupos intentan otras alternativas por sí mismos, revisar y discutir sobre todo lo que han hecho. En muchas situaciones discuten respecto a qué pueden cambiar, qué se puede hacer, se proponen algunas hipótesis y las prueban. De todas maneras, el recurso a consultar al profesor es constante y regular en todos los grupos. En muchas oportunidades existieron comunicación entre grupos distintos, ya sea para verificar sus resultados, avances o para preguntar sobre dudas que se tenían.

El uso del applet resultó de diferente utilidad según los grupos. Para algunos no fue muy eficiente para la resolución de problemas, debido a la incompreensión de su manejo que expresaron los alumnos, que no les sirvió para entender la pregunta. En otros casos los alumnos expresan que el applet sí les ayudó a avanzar. En general los grupos distinguían cuando el applet efectivamente les era útil, sin

embargo, en otros momentos en que no les era tanto, forzaban su uso y entorpecían su trabajo.

### **5.11.3 Resumen general Forma de uso de las TIC**

**Organización del trabajo de los alumnos en el uso de TIC:** El trabajo se realiza usualmente en grupos de dos o tres alumnos. En los grupos generalmente es uno, el que manipula y usa el Aplet para ingresar valores mientras que los otros dictan y anotan los datos. Igualmente todos participan en el debate y resolución de los problemas.

El trabajo se hace en forma ordenada. Los profesores piden que se trabaje al interior de los grupos, dentro de los que se observa que se discute, se resuelven dudas y se toman decisiones respecto del trabajo. Algunas veces, se interactúa con otros grupos ante dudas o intercambio de información.

**Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos:** Los alumnos realizan distintas operaciones y estrategias por medio de la tecnología. Se vuelcan los datos en los applets, se utiliza un programa para realizar cálculos y resolver problemas. Los alumnos manejan recursos y operaciones tales como: ingresar datos; ajustar valores iniciales de applet; modificar datos; eliminar información que no necesitan, entre otros.

Todos los grupos utilizan la calculadora, pues les resulta más cómodo y fácil para verificar cálculos simples. El applet, es igualmente utilizado para realizar operaciones de matemática y de álgebra y comprobar lo realizado, se usa en situaciones del problema que sean más complejas, señalando que les resulta en estos momentos más rápido.

**Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos:** Los alumnos pudieron integrar, el uso de la tecnología en la resolución de los problemas. Estos hacen diferentes usos del applet. El uso de la tecnología varía según las estrategias cognitivas. Hay casos en que los alumnos hacen una conjetura y prueban con los recursos tecnológicos, otros comienzan a proponer alternativas y las verifican con el applet, otros usan el applet para mirar, ven lo que pasa y verifican, otros usan la tabla y confirmar lo realizado con el applet. El uso de la tecnología facilita el trabajo.

Algunos alumnos comentan que para resolver determinados valores, primero pensaron y ensayaron cuál era el valor que necesitaban, movieron los valores del applet y vieron si eso era una forma lógica o debían cambiar otra variable. Los profesores se preocupan por reforzar la importancia de esa lógica, para trabajar los ejercicios. Ellos insisten en que cuando resuelven un problema, no solo tienen que ver el applet, tienen que ver el contexto que se presenta en ese problema. En ese sentido, se observan casos de grupos que se dan cuenta que hay algo raro en los resultados, modifican datos del applet, lo conversan, reflexionan que deben cambiar algunas variables, para responder a lo que pide el problema. Estas situaciones se dan en más de un caso, es común en los grupos la dinámica de realizar cambios, modificar valores específicos y discutir resultados.

Por otro lado, hay grupos que no comprenden los datos entregados por la tecnología y por tanto no los interpretan ni trabajan. Al tratar de responder a partir de los datos entregados por el applet, no saben la relación de los datos obtenidos con la pregunta del problema presentado, no pudiendo relacionar el recurso con el problema propuesto, en muchos de los casos correspondiendo a una "pobre" presentación del recurso por parte del docente.

**Uso instrumental de las tecnologías por parte del profesor:** Los profesores utilizan la tecnología para mostrar contenidos y también para enseñar a realizar operaciones. Demuestran y entregan indicaciones a los alumnos para que ellos manipulen la tecnología y realicen las actividades. En cuanto al applet, les muestran y hacen preguntas sobre cómo funciona, ejemplificando con casos.

**Uso cognitivo de las tecnologías por parte del profesor:** Los profesores, unos más que otros, plantean interrogantes a los alumnos respecto del proceso y procedimientos de la resolución de los problemas. Se les habla de las diferentes alternativas posibles, se les pregunta de dónde salen los resultados, se les interroga acerca de cómo aproximan los valores, se les pide revisar nuevamente los procedimientos y resultados, buscar otras soluciones, etc. Para ello, se apela al uso de herramientas tecnológicas.

En algunas oportunidades les piden a distintos alumnos que pasen y utilicen el computador, de manera que usando el proyector presenten sus resultados y se

discuta en el curso. En otras, les explica sus dudas mediante el applet, o bien el profesor, pide a los alumnos que lo operen para apoyar su explicación.

En general los profesores se preocupan de que el uso de la tecnología sea comprendido y utilizado en función de intenciones y objetivos claros. Se les advierte que los recursos proporcionados, por si solo, no resuelven los problemas, que es necesario que ellos tengan un esquema previo, que deben tener claro lo que están haciendo y no esperar que aparezcan los resultados en forma automática. Que para eso tienen que saber cuál es el problema y qué tienen que hacer, ya que sino los recursos digitales (applets) no les serán útiles.

#### **5.11.4 Resumen general Actitud**

**Actitud de los alumnos:** En los tres establecimientos, se observa una buena disposición a trabajar en las tareas diseñadas. Hay algunos que no avanzan mucho, pues se dedican a conversar y no a trabajar, esto se da con mayor frecuencia en uno de los establecimientos. A la inversa, en otro hay mucha dedicación e interés por resolver los problemas, desatacándose incluso impaciencia por hacerlos. En algunos grupos se observa, una buena disposición a trabajar en conjunto y a escucharse.

La disposición al trabajo se refuerza, con el rol del docente que ayuda a mantener el clima de trabajo, supervisando y apoyando.

**Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP:** En general se observa un uso permanente de herramientas de apoyo, principalmente los applets y calculadora. Se observa una relación directa y espontánea con la tecnología que se utiliza en función de resolver los problemas. Generalmente es uno del grupo quien manipula el Aplet, mientras que otros están atentos a lo que se hace o realizan otras actividades como anotar datos y resultados en sus guías o en las tablas. En algunos casos, se observa que les es más fácil y rápido utilizar la calculadora, cosa que los mismos alumnos advierten, por ejemplo, para sacar el cálculo de potencias.

Algunos grupos de un establecimiento, trabajan con otros recursos que el profesor les presentó y recomendó para tabular los datos, como el uso de la planilla Excel, sin embargo, este es un recurso escasamente utilizado. También se utilizan videos

y las páginas web, aunque el uso de estos es irregular y no todos los grupos los usan con igual intensidad.

En el caso de los grupos que utilizan bien el applet, se observa que ello les permite realizar varias operaciones y además comprobar relaciones entre variables que están enlazadas. Algunos alumnos señalan que solo los ayuda a "hacer un cálculo". En otros casos, aunque se utiliza el applet, no se entiende su funcionamiento, se ponen a jugar con la herramienta o se olvidan del problema.

En un establecimiento destaca la motivación del profesor para que los alumnos utilicen el applet, en algunos problemas en que se requiera probar con distintos valores y ver cual es la mejor opción. En estos casos algunos grupos responden más que otros y logran un mejor uso de la herramienta y la información.

En general, al final de la clase los profesores preguntan si les sirvió o no el applet y cómo lo utilizaron. Los grupos responden afirmativamente a ello y socializan el uso que le dieron, como ubicar variables o manejar las variables en una forma ordenada y rápida, comprendiendo el problema y resolviendo el problema en su globalidad. Aunque no todos responden, comparten información e impresiones. En un caso, el profesor realiza una reflexión más profunda sobre la ayuda de las tecnologías y comenta cómo el applet ayuda a resolver el problema que tenían.

**Actitud del profesor durante la sesión:** Los profesores demuestran una buena disposición a responder las consultas de los alumnos, en apoyar y estimular su trabajo. Ellos responden a los requerimientos de los alumnos, les despejan las dudas del ejercicio y en algunos casos se dedican a generar razonamientos en ellos y aclarar conceptos.

También, es una inquietud de los profesores el que utilicen la tecnología para hacer los ejercicios, especialmente el applet. En varias oportunidades los docentes muestran como funciona el sistema y dan indicaciones sobre su uso. Igualmente, señalan e insisten en que cuando manipulen variables deben saber que hacer y no empezar a mover elementos sin saber por qué. Se explica que si no hay claridad en lo que se hace, el trabajo carece de sentido, que lo más importante es que entiendan lo que hagan, que tomen decisiones fundadas y las sepan justificar.

**Clima de trabajo en la sala de clases:** Los alumnos trabajan en sus grupos y también pueden desplazarse por la sala, solicitar el apoyo del profesor, pueden discutir al interior de los grupos o con otros grupos. Se destaca la creación de un trabajo colaborativo, al interior de casi todos los grupos de los establecimientos. Otro aspecto del trabajo en los grupos es la presencia de debate entre los alumnos, quienes, al utilizar los applets, ven los valores que colocan y como se modifican, discuten entre ellos, analizan los resultados y verifican si están mal o parecen correctos. El trabajo se mantiene casi siempre al interior de los grupos, pero en otras ocasiones, se produce la intervención entre los participantes de distintos grupos, pero luego de intercambiar opiniones continúan cada uno su trabajo independientemente.

Existe un ruido permanente en la clase debido a la discusión de los alumnos al interior de los grupos. En la mayoría de los casos esas conversaciones se deben a que están concentrados en la solución del problema, realizan acciones y hablan en relación a ello. En otros casos se nota que se conversa de otros temas y hay menos motivación por la tarea.

El clima positivo se activa con las intervenciones de los profesores. En algunos casos ellos intervienen en los grupos directamente y en otros cuando los alumnos lo solicitan. Algunos grupos requieren bastante de los profesores.

**Relación profesor alumnos:** Los profesores tienen una activa participación en el desarrollo de la clase, en distintos momentos y con diferentes funciones.

Al comienzo presentan rápidamente la actividad y piden que lean bien el problema. También se explica el uso de la tecnología.

Durante el trabajo de grupos, se hace evidente la importancia del apoyo por parte de los profesores. Ellos van por los distintos grupos, están atentos a que les soliciten pero también preguntan a los alumnos, piden que les expliquen y conversan sobre las soluciones. Por otra parte, los profesores actúan como apoyo afectivo de los alumnos, comentando también cosas positivas del trabajo, que "van bien", los felicita, les pide que estén más ordenados y que muestren sus avances.

Gran parte de las conversaciones con los grupos, son provocadas por el interés de los alumnos, quienes quieren mostrarle lo que están haciendo y también consultarle

sobre el ejercicio. En general los profesores aclaran lo que no se entiende y piden que analicen bien el problema. En muchas situaciones orientan y contra preguntan, aprovechando para incentivar el pensamiento o reflexionar sobre los problemas y las posibilidades de resolución. En muchas ocasiones, los profesores se preocupan porque los alumnos entiendan lo que hacen, interrogando sobre las estrategias que usaron para desarrollar el ejercicio y por los fundamentos respecto de lo que los alumnos van haciendo. Recalcan que se deben tomar decisiones y justificarlas y que ello debe estar en relación a los datos dados.

En varias oportunidades, los profesores se preocupan de cerrar la clase haciendo que los alumnos comenten como resolvieron los problemas y que compartan las decisiones que tomaron y también de aprovechar para reforzar varios conceptos.

#### **5.11.5 Resumen general Sala de computación o Laboratorio de computación**

**Trabajo al interior del grupo:** Algunos profesores organizan los puestos y los grupos, otros dejan esto a criterio de los alumnos. Se reparten los recursos guía por alumno, los cuales comienzan a leerla en sus grupos. En general los profesores señalan que primero deben entender el problema y definir los pasos a seguir. En los grupos los alumnos conversan y realizan distintas actividades y operaciones: calculan valores; anotan números en la guía; copian las fórmulas en los cuadernos; prueban y cambian valores; arman tablas; etc. En algunos grupos no se produce mucho intercambio sino que cada uno trabaja por su cuenta, sin embargo, en la mayoría se da un trabajo común.

Mientras los alumnos comienzan a interactuar al interior de cada grupo, el profesor se desplaza por los bancos y responde dudas. Se observa a los grupos trabajar ordenadamente respondiendo a los problemas. Algunos lo asumen como un reto. El trabajo no es igual en todos los casos, pero en general los alumnos se dedican a hacer la tarea. La dinámica de los grupos está marcada por responder a la guía, uno de los alumnos es el que generalmente maneja el applet, mientras que otros, en algunas ocasiones, usan la calculadora y anotan en tablas o cuadernos. Algunos grupos generan tablas o gráficos.

Más allá de que el profesor mira lo que van haciendo en los grupos, en general todos lo consultan o requieren para algo. En ocasiones los profesores hacen

preguntas al grupo, les pide que expliquen y digan que hicieron. El profesor revisa y ayuda a formalizar las respuestas.

**Trabajo entre grupos distintos:** En varias oportunidades se dan situaciones de intercambio espontáneo, entre alumnos de diferentes grupos, generalmente entre los que están al lado del otro, sin embargo, no es muy frecuente y depende del momento en que se encuentre el proceso de desarrollo de los problemas, siendo más los intercambios entre grupos cuando han avanzado el entender y tratar de resolver los problemas de manera de intercambiar ideas o para explicarse lo realizado o para consultarse sobre el uso de los applet y al final para comparar resultados. La mayor parte del tiempo se trabaja al interior de los grupos.

En algunas situaciones los profesores piden a los grupos que muestren y comenten sus avances, aprovechando esto para realizar un intercambio entre los grupos y generar una reflexión en la clase acerca de los procedimientos. También se realizan momentos colectivos al final de la clase, en donde los profesores piden a los grupos que compartan las estrategias que usaron para resolver el problema.

En esos momentos de trabajo colectivo también se hace alusión al uso de las herramientas tecnológicas, a como se usaron y al aporte que hacen al trabajo.

**Recursos:** En las clases se utilizan las guías, computadores, applets, proyector y calculadoras, ya sea las de celulares o las de Windows. Durante las sesiones lo más utilizado son las guías y los applet.

El profesor es un recurso más requerido, siempre se lo llama para preguntarle algo sobre un problema, consultar por la alternativa más adecuada o presentar los resultados. Igualmente la intensidad de este papel del profesor depende de la clase.

**Trabajo con alumnos:** Los docentes acuden al llamado de los alumnos, quienes los van requiriendo ante las dudas que les surgen en el entendimiento y resolución de los problemas. En general, los profesores tienen la iniciativa de consultar a los grupos más allá de que estos los llamen, generando preguntas acerca de lo que van haciendo y como están enfrentando la tarea. La base del trabajo con los grupos y alumnos es preguntarles lo que hacen y ejemplificar con alternativas concretas para responder a los problemas. En todo momento los profesores procuran que los

alumnos desarrollen su pensamiento y opten por soluciones. Cuando se trabaja, con el conjunto del curso se abordan comúnmente temas más generales y aspectos teóricos.

Mientras se trabaja en los aspectos de procedimientos con los grupos, también se incorpora el uso del applet para realizar algunas operaciones y ejemplificaciones.

### **5.12 SÍNTESIS DEL ESTUDIO**

Con el objeto de realizar una caracterización sobre el uso de la tecnología de la información y comunicación y desarrollar un proceso para analizar el comportamiento del trabajo del profesorado y sus alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemática en educación secundaria, que se desenvuelven en el contexto de una sala o laboratorio de computación, se realizó una investigación en la cual se modificó una pauta de observación<sup>23</sup> no cerrada, se observó el trabajo de tres cursos de segundo año de enseñanza media (grado 10), dos de ellos a cursos completos y la tercera a solo dos grupos de alumnos, compuesto por dos alumnos cada grupo, con un total de 19 sesiones durante 28 horas y media, registrándose 693 observaciones para el total de categorías de la sección cerrada del instrumento y un total de 1.678 frecuencia de observación a la totalidad de categorías de la sección abierta del instrumento.

Las preguntas planteadas para orientar el estudio fueron las siguientes:

- 1 ¿Cómo se comportan al trabajar profesorado y sus alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemática en educación secundaria, en un contexto de sala o laboratorio de computación?
- 2 ¿Qué variables intervienen en el trabajo del profesorado y el alumnado al resolver problemas abiertos en matemática?
- 3 ¿Cuáles son los aportes que hace la tecnología de la información y comunicación, a nivel instrumental y cognitiva, en trabajo de profesores y alumnos en resolución de problemas abiertos?
- 4 ¿Cuál puede ser una caracterización que permita "medir" la conducta de un profesor y sus alumnos al trabajar en resolución de problemas abiertos, haciendo uso de la tecnología de la información y comunicación?

---

<sup>23</sup> A partir de los insumos generados en el marco del proyecto Fondef DOOI 1073, "Aprender matemática creando soluciones", y el trabajo del DEA cuyo tema fue "Metodológica de Resolución de Problemas en Matemática haciendo uso de las TIC", se construyó una pauta de observación no cerrado.

- 5 ¿Cuál es la caracterización del uso de la tecnología de la información y comunicación por parte de profesores y alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemática en educación secundaria, en un contexto de sala o laboratorio de computación?

Los principales resultados de la investigación de esta tesis fueron:

1. Es factible implementar cambios en las prácticas docentes y en el rol de profesores y alumnos, para trabajar en resolución de problemas abiertos, en el marco de condiciones presentadas en esta investigación. Requiriéndose mejorar algunas condiciones, como la formación de los docentes en el manejo de la metodología en el marco del modelo interactivo (Pifarré, 2004; Santos, 2008).
2. Los docentes fueron efectivamente un monitor externo del proceso de aprendizaje de sus alumnos, según lo señalado por Pifarré (2001) al citar a Lester (1985). Sin embargo, no actuaron como lo que define Schoenfeld (1989), un modelo del comportamiento metacognitivo.
3. Los alumnos aprendieron estrategias de resolución de problemas tanto presentadas por sus profesores, como en forma intuitiva.
4. El trabajar en problemas abiertos no rutinarios, involucró a los estudiantes, los "obliga" a tomar decisiones y utilizar diferentes estrategias, heurísticas. Además, si bien se observaron pocas acciones por parte de los alumnos del tipo metacognitivas, estas se fueron incrementando con el paso de los distintos problemas presentados (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2000c; Pifarré, 2004; Santos, 2008; Schoenfeld, 1985; 1989; 1992).
5. Esta investigación es consistente con otras respecto al trabajo de los alumnos, en las etapas en la resolución de problemas de análisis y ejecución, sin embargo, en el marco de esta investigación, a diferencia de otras, se observó que los alumnos hicieron verificación o revisión de los resultados, principalmente por el factor de uso de los recursos digitales (Pifarré, 2004; Pifarré & Sanuy, 2001; Schoenfeld, 1985).
6. Cuando se tienen problemas que le son de interés a los estudiantes y de un nivel de dificultad apropiados, estos trabajan más motivados y de mejor forma. Pasando de estudiantes pasivos a tener un rol activo (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2000c; Pelgrum, 2001; Salomon & Perkins, 1998 citados por Pifarré 2001; Schoenfeld, 1989; Takahashi, 2000).
7. Trabajar en resolución de problemas abiertos permitió observar: una mayor participación de los alumnos; existió un mayor tiempo en que estos trabajaban

- y pensaban en el problema; existió participación individual como grupal; tuvieron espacio para descubrir y verificar sus conjeturas (Martín et al., 2003; Pifarré, 2004; Santos, 2008; Sawada, 1997 citado en Takahashi 2000).
8. Se observó un cambio en las prácticas del docente y de roles del profesor y de los alumno, además, del manejo de nuevas habilidades necesarias tanto para el manejo de tecnología como de la metodología de resolución de problemas (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2001; Monereo, 2000; Pelgrum 2001; Reigeluth; Santos, 2008).
  9. El uso de materiales y recursos, del tipo del modelo interactivo, significó un cambio en el rol del alumno y del docente. Como lo señala Fullan (1982 citado por Akker et al., 1992), si bien los materiales por si solos no son suficiente para aplicar la innovación, se observó que su influencia es muy grande.
  10. Existió una diferencia entre lo planificado y lo sucedido en cada sala de clases (Coll, 2004).
  11. Los docentes, adaptaron su intervención dependiendo del tipo de grupo, siendo menos exigente con alumnos de rendimientos más bajos, además, de destinar más tiempo a los mejores grupos de alumnos. Esto es resultado de que los alumnos con rendimientos más altos hacen más preguntas, por lo que los profesores les dedican más tiempo.
  12. La mayor cantidad del tiempo, la interacción del profesor con los alumnos, se daba cuando el docente se trasladaba entre los grupos (Cho & Jonassen, 2002; Miller, 2000; Pifarré & Sanuy, 2002; Santos, 2008).
  13. Se pudo constatar, que es factible integrar tecnologías de la información y comunicación, con una metodología de resolución de problemas apoyando a docentes y alumnos en el marco de un modelo de innovación curricular como el modelo interactivo (Coll, 2004; Jonassen, 2000c; Pifarré, 2004; Santos, 2008; Schoenfeld, 1989).
  14. Profesores y alumnos, destacaron la incorporación de recursos tecnológicos en el marco de problemas reales, conectados con otras áreas del conocimiento distintas a la matemática, y en contextos de modelos matemáticos complejos (Martín et al., 2003; NCTM, 2000; Onrubia et al., 2001; Jonassen, 2000c; Santos, 2001; Waits, 2003).
  15. El uso de los recursos digitales ayudaron a los estudiantes en la resolución de problemas en aspectos relacionados con habilidades, competencias y conocimientos matemáticos, con aspectos propios de la metodología de resolución de problemas y en forma especial con aspectos que ayudan al aprendizaje de la matemática (Coll, 2004; Gamboa, 2007; Jonassen, 2000c;

- Martín et al., 2003; Pifarré, 2004; Rubin, 2000; Santos, 2001; 2008; Schoenfeld, 1989).
16. El uso de los recursos digitales, permitieron que los alumnos comprendieran que un problema pudiera tener más de una solución (Pifarré, 2004).
  17. En la medida que el docente hizo una mejor presentación del recurso digital y su vinculación con el problema, los estudiantes se demoraron menos en entender cómo y cuándo utilizar el applet para apoyar la resolución del problema.
  18. El uso e integración de TIC introdujo problemáticas nuevas al profesor (Coll, 2004; Godino, et al., 2005; Hiebert, 1999 citado en Takahashi, 2000; Lim & Hang, 2003; Pelgrum, 2001; Pifarré, 2004; Santos, 2008).
  19. Se pudo observar, que los alumnos hicieron un uso de las tecnologías en forma instrumental y como apoyo cognitivo (Coll, 2004; Jonssen, 2000b; 2001c; Martín et a., 2003; Pifarré, 2004; Prensky, 2009).
  20. Se observaron varias aspectos que se asocian con la integración de TIC (Gros, 2000; Lim & Hang, 2003; Sánchez, 2003).
  21. Los docentes usaron en muy pocas ocasiones el recurso digital para hacer los cierres de la clase.
  22. El recurso digital facilitó el uso de determinadas estrategias por parte de los estudiantes, como el ensayo y error (Pifarré 2004; Santos, 2008).
  23. La manipulación libre de los recursos tecnológicos tuvo aspectos positivos y negativos. Entre los primeros permitió obtener diferentes soluciones (Sawada, 1997), seguir distintos caminos de indagación (Coll, 2004) y en el segundo tiene relación con la posibilidad de que sea un distractor (Pifarré, 2004).
  24. Se observó la incidencia de determinados factores o variables en la resolución de problemas, como los determinados en la tesis (Charles & Lester, 1989 citados por González, 2000; Pifarré & Sanuy 2002; Pifarré 2004; Schoenfeld 1985; 1989; 1992, 2007).
  25. Una mejor actitud, disposición para trabajar en el modelo propuesto, disposición hacia las tecnologías y hacia la innovación, por parte de profesores y alumnos, permitieron un mejor uso e integración de las TIC, una mejor implementación del modelo y un mejor trabajo en resolución de problemas (Marcinkiewicz, 1993 citado por Braak et al., 2004).

### Anexo 5.1: "Análisis de Kruskal Wallis y su significancia estadística"

Los resultados de esta investigación de las observaciones realizadas, para su contraste se utilizó la Prueba de Kruskal Wallis, prueba no paramétrica de comparación de poblaciones, además del software SPSS para la realización de esta prueba. A continuación se muestran las salidas del software SPSS para las comparaciones realizadas, estas salidas detallan el estadístico de la función Chi-cuadrado determinado mediante la prueba, su grados de libertad (estimador del número de grupos independientes) y la significancia asintótica.

La estadística Chi-cuadrado que arroja el software, se refiere a la función determinada por la prueba, este estadístico viene deducido por la siguiente formula:

$$K = (N - 1) \cdot \frac{\sum_{i=1}^g n_i \cdot (\bar{r}_i - \bar{r})^2}{\sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (r_{ij} - \bar{r})^2}$$

Donde:

g : Grupos a observar.

$n_i$  : Número de observaciones en el grupo i.

$r_{ij}$  : Rango de la observación j del grupo i.

$\bar{r}_i$  : Rango promedio de las observaciones del grupo i.

$\bar{r}$  : Rango promedio de las observaciones de todos los grupos.

N : Número total de observaciones entre todos los grupos.

La significancia se refiere a la probabilidad de obtener un valor como el observado o más extremo si la hipótesis nula es cierta, esto se denomina p-valor. Se usó como mediada de significancia 5%, es decir, si el p-valor o significancia asintótica es mayor a 0,05, esto indica que no se puede rechazar la hipótesis nula, en este caso, se dirá que no hay diferencias en las observaciones y si el p-valor es menor a 0,05 se dirá que las diferencias entre las observaciones es estadísticamente significativa.

**Anexo 5.2: "Prueba de Kruskal-Wallis y Variable de agrupación por Guía por cada establecimiento"**

**Cristóbal Colón:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	7,834
Gl	2
Sig. asintót.	,020

a Prueba de Kruskal-Wallis  
b Variable de agrupación: Guía

**Santa Cruz:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	1,856
Gl	2
Sig. asintót.	,395

a Prueba de Kruskal-Wallis  
b Variable de agrupación: Guía

**Santa María:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	4,265
Gl	2
Sig. asintót.	,119

a Prueba de Kruskal-Wallis  
b Variable de agrupación: Guía

**Anexo 5.3: "Prueba de Kruskal-Wallis y Variable de agrupación por categoría por cada establecimiento"**

**Cristóbal Colón:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	12,889
Gl	3
Sig. Asintót.	,005

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Categorías

**Santa Cruz:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	32,244
Gl	3
Sig. Asintót.	,000

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Categorías

**Santa María:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	22,398
Gl	3
Sig. Asintót.	,000

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Categorías

**Anexo 5.4: "Prueba de Kruskal-Wallis y Variable de agrupación por Guía, para la categoría Docente"**

**Categoría Docentes:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	36,394
Gl	2
Sig. Asintót.	,000

a Prueba de Kruskal-Wallis  
b Variable de agrupación: Establecimientos

**Colegio Cristóbal Colón:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	5,419
Gl	2
Sig. asintót.	,067

a Prueba de Kruskal-Wallis  
b Variable de agrupación: Guía

**Colegio Santa Cruz:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	3,594
Gl	2
Sig. asintót.	,166

a Prueba de Kruskal-Wallis  
b Variable de agrupación: Guía

**Colegio Santa María:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	,639
Gl	2
Sig. Asintót.	,727

a Prueba de Kruskal-Wallis  
b Variable de agrupación: Guía

**Anexo 5.5: "Prueba de Kruskal-Wallis y Variable de agrupación por Guía, para la categoría Alumnos"**

**Categoría Alumnos:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	39,367
gl	2
Sig. asintót.	,000

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Establecimientos

**Colegio Cristóbal Colón:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	5,051
Gl	2
Sig. asintót.	,080

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Guía

**Colegio Santa Cruz:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	2,147
Gl	2
Sig. asintót.	,342

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Guía

**Colegio Santa María:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	4,949
Gl	2
Sig. Asintót.	,084

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Guía

**Anexo 5.6: "Prueba de Kruskal-Wallis y Variable de agrupación por Guía, para la categoría Uso de TIC"**

**Categoría Uso de la TIC:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	16,780
gl	2
Sig. asintót.	,000

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Establecimientos

**Colegio Cristóbal Colón:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	4,663
Gl	2
Sig. asintót.	,097

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Guía

**Colegio Santa Cruz:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	2,704
Gl	2
Sig. asintót.	,259

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Guía

**Colegio Santa María:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	7,664
Gl	2
Sig. Asintót.	,022

a Prueba de Kruskal-Wallis  
 b Variable de agrupación: Guía

**Anexo 5.7: "Prueba de Kruskal-Wallis y Variable de agrupación por Guía, para la categoría Laboratorio de Computación"**

**Categoría Laboratorio de computación:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	55,499
gl	2
Sig. asintót.	,000

a Prueba de Kruskal-Wallis  
b Variable de agrupación: Establecimientos

**Colegio Cristóbal Colón:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	6,336
Gl	2
Sig. asintót.	,042

a Prueba de Kruskal-Wallis  
b Variable de agrupación: Guía

**Colegio Santa Cruz:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	,380
Gl	2
Sig. asintót.	,827

a Prueba de Kruskal-Wallis  
b Variable de agrupación: Guía

**Colegio Santa María:**

**Estadísticos de contraste(a,b)**

	Valor observación
Chi-cuadrado	,661
Gl	2
Sig. Asintót.	,719

a Prueba de Kruskal-Wallis  
b Variable de agrupación: Guía

## **Anexo 5.8: Análisis Cualitativo, Descripción por establecimiento y categoría**

### **1. Descripción por establecimiento Aspectos pedagógicos**

#### **1.1. Colegio Cristóbal Colón**

**En el inicio de la clase:** El profesor presenta los temas de manera simple. Señala lo realizado en la sesión anterior y pide que continúen con la guía trabajada. Respecto de los problemas planteados, explica de donde sale el modelo matemático, como se crea y lo que significa aplicar una fórmula ya dada. Se refiere también a las estrategias sobre resolución de problema, presenta –aunque de manera superficial- el recurso digital, da breves motivaciones. Finalmente pide leer y entender bien el problema y que miren las alternativas distintas de solución. Organiza los grupos y se refiere a como deben trabajar al interior remarcando que trabajen todos.

**Frente a consultas:** Muchas de las preguntas de los alumnos surgen de la falta de lectura, el apuro y la dificultad de los alumnos para tomar decisiones. En algunos momentos, incluso antes de leer los problemas, los alumnos se dirigen al profesor para decirle “no entiendo”, preguntarle “que tienen que hacer”, o solicitar sugerencias puntuales para avanzar. El docente responde de buena forma y con buena disposición a los llamados.

**Al responder preguntas:** El profesor responde preguntas de un alumno, de un grupo o del curso en general. En los grupos tienden a releer los ejercicios con los alumnos, da orientaciones, hace contra preguntas, las contextualiza y da ejemplos particulares. A veces, hace uso de los recursos digitales para responder las dudas de los alumnos.

**Al dirigirse al grupo curso:** El profesor desarrolla contenidos y entrega conceptos: trata un contenido matemático; analiza parte del problema; trata de advertir sobre problemas que se les presentarán a los alumnos antes que sucedan. En ocasiones hace preguntas a un alumno en particular o al grupo curso entero y comúnmente consulta sobre las estrategias usadas. Utiliza para ello la pizarra y en algunas situaciones vincula su explicación con el recurso applet.

**Al trabajar con un grupo:** Comúnmente el profesor les hace preguntas, hace que los alumnos se cuestionen y les da orientaciones. Además, trata de integrar los

recursos digitales en el contexto del problema que resuelven y vean alternativas usando el applet.

**Al preguntar cómo resolvieron el problema:** Los alumnos repiten las mismas estrategias que el docente les ha comunicado. En ocasiones se refieren a elementos propios del cálculo. En dos oportunidades, el profesor destaca el uso de estrategias del tipo heurísticas desarrolladas por los alumnos.

**Respecto a las etapas de la resolución de problema:**

- Relacionados con el análisis del problema: El docente pide que lean y entiendan el problema.
- Sobre la generación de un plan y su implementación: No hace referencia
- Sobre el conocimiento matemático a utilizar: En dudas generalizadas se trabaja presentándolo al curso e intercambiando preguntas y respuestas.
- Respecto al chequeo de la solución: Pide que verifiquen las soluciones y revisen.

**Como proceso evaluativo:** En algunas ocasiones el profesor hace preguntas a sus alumnos, mantiene un diálogo con estos respecto a los avances y a como lo resuelven. Se refiere a las dificultades que observa en la resolución de los problemas, les dice cuando ve que lo que están desarrollando bien y pide a algunos grupos que le expliquen lo que han realizado. Para ello se desplaza por la sala. Al terminar las guías se las pide a sus alumnos pero nunca se observó que entregara retroalimentación.

**En los cierres:** El profesor pide apagar los monitores para iniciar un diálogo con sus alumnos. Arma una puesta en común de las soluciones y lo realizado por lo grupos. Allí se ven elementos puntuales del desarrollo de la guía y se logran discusiones sobre la base de las distintas soluciones encontradas, pero no se pone el énfasis que debería en su vinculación a la matemática. El docente hace preguntas respecto a las dificultades que tuvieron, a las soluciones encontradas, a la matemática que trabajaron, al uso que hicieron de la tecnología y a si esta les fue útil o no. La participación de los alumnos es baja y poco fluida. En general los alumnos valoran el trabajo utilizando el applet, pero, en ocasiones, reconocen que les es complejo entenderlo y su aplicación para resolver el problema. Ellos manifiestan que hay una evolución, desde un primer momento en que se señala que el applet no les aporta, hasta reconocer que les permite concentrarse en lo

pedido, evitar cálculos engorrosos, dedicar más tiempo a pensar y resolver el problema, entre otros. No hay formalización de la matemática trabajada.

**Respecto al dominio del material (guía y recursos digitales):** No se observa un dominio absoluto por parte del profesor. Hay momentos en que los alumnos le hacen preguntas y se nota que improvisa. Tiene momentos en que la matemática es formalizada, al inicio de una clase o al ver dudas generalizadas, pero ello no se mantiene durante ni al final de la clase.

## 1.2. Colegio Santa Cruz

**En el inicio de la clase:** El profesor señala el conjunto del trabajo que se realizará y da introducciones contextualizadas del problema. En ocasiones, para la presentación usa como apoyo el proyector, que es manejado por un alumno. Señala la organización del trabajo en la sala (se utiliza sala de biblioteca) y el laboratorio de computación (sala adjunta) y dice que se trabaje solo al interior de cada grupo. Pide a los alumnos que lean el problema y luego pide a algunos de ellos que expliquen lo entendido. También, hace preguntas sobre algunos términos del problema. Consulta por lo tratado en la sesión anterior, se refiere al manejo de tiempos para la lectura de los problemas y señalar que continúen el trabajo de la sesión anterior (cuando corresponda). Entrega motivaciones para el trabajo e informa la manera en que se evaluará.

**Frente a consultas:** Los alumnos leen en silencio y llaman al profesor para hacer consultas. El profesor responde siempre de buena forma y con buena disposición y se limita en distintas ocasiones a señalar que “deben tomar decisiones” y fundamentarlas. Se observa que muchos alumnos preguntan, respecto a la imposibilidad de dejar ingresar en forma exacta determinados valores en el applet

**Al responder preguntas:** El profesor evita responder en forma directa, hace contra preguntas o da ejemplos; pide que lean y releen el problema. Señala a veces el contexto del problema para ayudar a los alumnos a pensar. En ocasiones pide a los alumnos interactuar con el applet para entender mejor, ver una dificultad, o apoyar la explicación. El profesor se refiere en forma especial a que el applet no permite, en algunos casos, dejar el valor exacto, lo que les obliga a tomar decisiones en el marco del problema y también a justificarlas.

**Al dirigirse al grupo curso:** El docente hace preguntas individuales y generalizadas durante la clase. Pregunta por actividades puntuales de la guía. Tiene una especial preocupación porque los alumnos apliquen y entiendan las estrategias utilizadas: solicita que anoten lo que hacen para responder el problema; genera discusiones a partir de las distintas soluciones encontradas; pide a diferentes grupos en los que observó que encontraron soluciones interesantes o diferentes que las compartan en el curso; les solicita que se comuniquen con "sus palabras" y que sean "competentes" en las expresiones utilizadas; consulta por dificultades presentadas respecto a valores entregados por applet y la toma de decisiones. Sobre aspectos matemáticos hace referencias muy superficiales o muy generales.

**Al trabajar con un grupo:** El profesor realiza diferentes actividades: les hace preguntas sucesivas relacionadas a un problema; responde dudas, algunas en forma directa otras con ejemplos o contra preguntando; pide verificar y ver alternativas a las soluciones que tienen, preguntando cuales son más óptimas; verifica con los alumnos las soluciones encontradas; revisa los resultados utilizando el applet; incentiva cuando ve avances interesantes; entrega sugerencias como seguir la solución del problema; da sugerencias de estrategias para resolver el problema; chequea coherencia y consistencia entre la solución y el problema presentado; ayuda a formalizar las respuestas; discuten sobre los modelos matemáticos.

**Respecto a las etapas de la resolución de problema:**

- 1) Relacionados con el análisis del problema: El docente pide que lean y entiendan el problema, hace leer a distintos alumnos en voz alta (para el curso), solicita interpretaciones, hace consultas respecto de los términos del problema.
- 2) Sobre la generación de un plan y su implementación: No hace referencia.
- 3) Sobre el conocimiento matemático a utilizar: Esto se ve en términos generales aludiendo al contenido que se ha trabajado, pero no se formaliza.
- 4) Respecto al chequeo de la solución: El docente pide que verifiquen las soluciones y revisen, chequea con ellos, ve alternativas y generalizaciones.

**Como proceso evaluativo:** En general el docente se traslada en numerosas oportunidades entre los grupos a supervisar. Hace preguntas al curso entero o en forma individual sobre decisiones que tendrían que haber tomado, pregunta sobre lo realizado, cómo lo hicieron, los resultados intermedios o finales y pide anotar en las guías las estrategias utilizadas. En algunas ocasiones insta a los alumnos que

usen el applet o lo usa él para revisar las soluciones de los distintos grupos, discuten sobre ello y se hacen correcciones colectivas. En ese plano, discute sobre dificultades de manejo de algunos valores exactos con el applet. Verifican soluciones, ven consistencias y coherencias y requiere buscar soluciones más óptimas. Solicita informes. Profesor hace puesta en común de cómo les fue, las estrategias utilizadas para responder y las dificultades que tuvieron. También analizan errores cometidos, revisa modelos matemáticos a los que llegan los alumnos, los discute con el curso y consulta aspectos generales de la matemática trabajada.

**En los cierres:** El docente hace preguntas generales sobre lo aprendido, la resolución de problemas abiertos, la matemática utilizada y también sobre para que les sirvió el applet. Además, responde dudas, ven problemas encontrados, entrega fechas de informes de los problemas trabajados, pregunta por estrategias heurísticas puntuales que hayan utilizado, ven los modelos matemáticos encontrados, coherencia y consistencia de las soluciones. Por momentos, utiliza el applet para revisar soluciones y discutir resultados.

**Respecto al dominio del material (guía y recursos digitales):** Se observa que si bien el docente conoce la guía, se puede deducir por algunas reacciones frente a preguntas de sus alumnos, que el recurso digital no lo maneja del todo bien.

### 1.3. Colegio Santa María

**En el inicio de la clase:** La profesora explica el nuevo problema o, cuando es un trabajo de continuación de la sesión anterior, hace un repaso de lo que se ha visto en clases anteriores, ya que lo que se ve es continuación de temas desarrollados en ellas. Les pregunta a los alumnos que es lo que han visto y repasan el tema de la resolución de problemas. Luego, la profesora pregunta que falta por hacer y como lo hacen y habla de la importancia de tomar decisiones, enfocarse en el problema y utilizar la tecnología. Pide que se acerquen en grupos para ver el applet y, generalmente utilizando un proyector, explica su funcionamiento a medida que lo ejecuta. Al introducirles los computadores la profesora les habla de que son un medio para responder, para resolver distintos tipos de problema, pero señala que antes se requiere hacer un esquema de cual es el problema y que tienen que hacer, pues sino el computador no les será útil. Luego se reparten las guías, se pide que

las lean en silencio, que comprendan bien las instrucciones y entiendan el problema. Se les avisa que luego tendrán que entregar un informe.

**Frente a consultas:** La docente responde siempre de buena manera y con disposición. Siempre plantea nuevas preguntas, genera reflexiones sobre los problemas y les insta a tomar decisiones. En varias ocasiones, le hace ver al grupo que tiene que pensar en las variables y las posibles soluciones. Les dice que no sean impulsivos.

**Al responder preguntas:** La profesora responde generalmente contra preguntando. Les pide que lean nuevamente y revisen los problemas, que verifiquen los datos y que le muestren lo que van haciendo. Usualmente, se involucra con el problema que están resolviendo los grupos y trata de ejemplificar las posibles alternativas.

**Al dirigirse al grupo curso:** La docente trabaja con todos los grupos y en el inicio y cierre con toda la clase. En todo momento les incita a resolver los problemas reflexionando sobre este y las alternativas y que importa más como lo hicieron que el resultado mismo. También les avisa que tendrán que entregar un informe al final.

**Al trabajar con un grupo:** La profesora trata de que los alumnos vayan aclarando los problemas ellos mismos, deja que avance a su ritmo, a partir de las preguntas orientadoras por ella y de remitirlos al problema a resolver. Generalmente, se queda con el grupo hasta que este se orienta en la resolución de la tarea y a veces los deja solos para que avancen y prueben alternativas. Siempre realiza operaciones y pruebas junto con ellos, utilizando muchas veces el applet y dando orientaciones acerca de cómo usarlo mejor.

**Al preguntar cómo resolvieron el problema:** Pregunta por los procedimientos, genera preguntas, plantea alternativas y compara soluciones.

**Respecto a las etapas de la resolución de problema:**

- 1) Relacionados con el análisis del problema: Plantea la importancia de que primero lean y entiendan el problema.
- 2) Sobre la generación de un plan y su implementación: Plantea que tienen que identificar las variables y tomar decisiones.

- 3) Sobre el conocimiento matemático a utilizar: Al final hace referencia al vínculo de los ejercicios con la matemática y repasa dicha conexión. Explica los conceptos y contenidos involucrados.
- 4) Respecto al chequeo de la solución: Pide que verifiquen las soluciones y revisen. Plantea la posibilidad de varias alternativas de solución, trata de desarrollar discusiones para ver la generalización.

**Como proceso evaluativo:** En varios momentos de la clase la profesora va pasando por los grupos, pregunta por lo que van haciendo, cuales son los avances y dificultades que se han encontrado y pide pensar un poco más sobre los problemas. Pregunta por las estrategias que utilizaron para resolver el problema tanto con la guía como con el computador. También, va preguntando a los grupos sobre la evaluación del uso de la tecnología para resolver los problemas.

**En los cierres:** Al cerrar la clase la profesora pregunta a los alumnos que es lo que hicieron. En ese momento aprovecha para repasar conceptos matemáticos, pregunta a los alumnos pero ellos no responden. La profesora les recuerda lo que vieron sobre modelos matemáticos, fórmulas y soluciones de problemas. Luego, se refiere a cuales fueron las fórmulas usadas en las guías y en el applet. Después de ese repaso pregunta por las respuestas y se hace notar que existen algunas que coinciden pero que también hay varias distintas. Ante ello, les señala que son problemas de respuestas abiertas y que por eso no es que sean malas, sino que hay diferentes maneras de responderlos. Señala que más que el resultado importa como lo resolvieron. La profesora hace consultas sobre el uso de los recursos digitales, si les son útiles y para qué. Los alumnos responden de que manera lo usaron y se establece un dialogo sobre como usar esa tecnología. Una de las cosas que reitera la profesora, es que primero hay que entender el problema, identificar las variables en el problema y luego usar el computador. Hace la diferencia entre problemas de cálculo y problemas con el enunciado verbales de tipo abiertos.

**Respecto al dominio del material (guía y recursos digitales):** Se observa que la docente maneja los recursos, tanto guías con los problemas planteados, los digitales y el uso del proyector, que los utiliza en los distintos momento de la clase y que incentiva a los alumnos a utilizarlos.

## 2. Descripción por establecimiento Estrategias de resolución de problema usadas

### 2.1. Colegio Cristóbal Colón

**Sugerencias del profesor para resolver problemas:** El profesor comienza presentando en forma básica el problema. Señala que para resolver el problema tienen que mirar el applet, leerlo y ver las actividades y recursos propuestos. Se refiere al tipo de problema que enfrentan, por lo que les pide que trabajen solos al interior de cada grupo y que no transfieran a otros las soluciones.

Luego se dirige al curso y le pide que lean bien el problema. Les dice que no solo lean y comiencen a desarrollar la guía, sino que entiendan que se pide.

Ante la llamada de los grupos que lo solicitan para hacerle diferentes preguntas, éste acude y generalmente relee con ellos los ejercicios de la guía y les da orientaciones. En estas consultas les pide que verifiquen datos, que analicen bien el problema, que debatan entre todos. Insiste especialmente en que “las soluciones encontradas deben ser discutidas”, señala que tienen que tomar decisiones pero que deben saber lo que están haciendo, ya que en algunos momentos entran en la desesperación. Por otro lado, conversando sobre los problemas, les plantea a los alumnos la posibilidad de tener varias soluciones.

**Estrategias de RP usadas por el alumno:** En su mayoría los alumnos comienzan leyendo en forma individual el problema y algunos grupos lo hacen a media voz. Luego en todos los grupos se inicia una discusión, al interior de estos, en relación a los problemas presentados. Se escucha un ruido permanente en la clase debido al debate. En algunos casos, también se producen intercambios de explicaciones entre alumnos de diferentes grupos y algunos se trasladan para ayudar a otros.

Los alumnos realizan anotaciones en las guías y algunos en sus cuadernos. Los grupos van armando tablas con la información y algunos de ellos trabajan con el applet. Con este recurso van probando los datos, modificándolos y mirando como se relacionan los modelos para responder el problema. En todos los grupos también se hace uso de la calculadora para hacer cálculos y verificar.

En muchos grupos se observa la existencia de dudas y dificultades para comprender los problemas. Un grupo no entiende el resultado y piensa que está malo; en otro los alumnos dudan del trabajo porque les salen valores grandes; en

otro los alumnos no entienden el problema, pero actúan intuitivamente; en otro no termina de entender la fórmula; en otro se obtienen resultados fuera del rango, se duda y se intenta nuevamente. Ante estas situaciones repetidas se consulta al profesor, pero también se continúa trabajando sin tener claros los criterios. En todo caso, se nota que a los alumnos les costaba el tomar decisiones.

En algunas ocasiones, el uso del applet no resultó muy eficiente para la resolución de problemas, debido a la incompreensión, que muchos expresaron, respecto de entender el problema. En algún momento los alumnos señalaban que el applet les fue útil para responder, pero que no quedaban conforme con esa respuesta, que buscaban algo para entender pero que no lo encontraban; en otros momentos señalaban que entendieron el applet, pero no para entender la pregunta. En algunos casos se expresa que el applet sí les ayudó a avanzar.

En cuanto a otros recursos, algunos alumnos ven páginas web, pero generalmente no se dan el tiempo para leerlas y siguen básicamente la guía.

## **2.2. Colegio Santa Cruz**

**Sugerencias del profesor para resolver problemas:** El profesor reparte las guías y pregunta que le cuenten lo que han estado aprendiendo en las clases anteriores. Señala lo que verán en esta clase y les da 10 minutos para que lean. Luego presenta el applet utilizando un proyector, le pide a un alumno que lo manipule mientras el explica. Pide abrir un archivo y muestra algunas operaciones algebraicas y la manera en que aparecen resultados, cómo se manipula y la forma en que valores se modifican, de forma general, presenta las fórmulas involucradas en el problema.

El profesor se desplaza por los bancos y responde dudas. También va preguntando por iniciativa propia a los grupos, incentivándolos a que reflexionen sobre lo que hacen. En muchas ocasiones les plantea que releen el problema, que se tomen un tiempo para ello; en otras les recomienda intervenir los datos, modificarlos, analizarlos. Cuando los alumnos presentan lo que van haciendo, el docente les hace preguntas sobre qué y cómo lo hicieron y les señala, cuando observa que hay algún error, para que lo corrijan los mismos estudiantes. En esas intervenciones, el docente pide que los alumnos le expliquen bien y que lo formalicen.

Durante los comentarios a los grupos solicita que no trabajen con la calculadora, que no interesa el dato exacto sino que tomen decisiones. En varias oportunidades les pide que busquen otra solución más óptima al problema planteado y les refuerza la idea de que muchas veces los problemas tienen más de una solución y que todas son defendibles, que ellos deben tomar decisiones y fundamentarlas. El docente les indica que para eso usen la información. Todo el tiempo insiste en que tienen que tomar decisiones fundamentadas y que, como se enfrentan a un problema abierto, en la medida en que avancen deberán tomar cada vez más decisiones. En ese sentido, recomienda que lleguen a acuerdos en el trabajo de grupo.

En varias oportunidades el profesor detiene el trabajo y pregunta por las estrategias utilizadas. Los alumnos indican que leen la información, buscan y analizan datos, los ubican en una tabla y los comparten con el compañero para ver dudas. El profesor dice que es importante que se den cuenta de lo que hacen y, fundamentalmente, de que entiendan los pasos para resolver el problema. Les pide que cada uno anote en la guía las estrategias que van utilizando, algunas de las cuales él ha mencionado y otras que hayan desarrollado los alumnos.

El profesor se preocupa de cerrar la clase. Les pide que compartan las decisiones que tomaron, para lo cual les va preguntando sobre los ejercicios. El profesor pregunta quienes lo hicieron "al tanteo" y quienes usaron estrategias de análisis. Algunos alumnos van respondiendo dando ejemplos sobre cómo enfrentaron y resolvieron los problemas mientras todos escuchan. Luego de que cuentan su trabajo, les pregunta sobre las ventajas y desventajas que encontraron en los procedimientos. También el profesor pregunta si el applet les fue útil o no. En algunas ocasiones señalaban que no lo usaron mucho, en otras que lo usaban para comprobar lo realizado, en otras para probar valores, en otras que lo encontraban muy interactivo, en otras que les permitió dedicar más tiempo a entender el problema y ver las variables y fórmulas en su conjunto, además, que les permitía ver más y variados tipos de soluciones.

**Estrategias de RP usadas por el alumno:** Los alumnos comienzan leyendo en silencio los problemas. Luego de ello se ponen a interactuar al interior de cada grupo, generalmente empiezan el trabajo llenando la tabla. Se generan pocas preguntas por no entender el problema. Se observa a los grupos trabajar

ordenadamente.

Los grupos usan la calculadora para hacer cálculos y el applet para ingresar valores y ver los resultados. Hay alumnos, en algunas ocasiones, que manifiestan que le es más fácil y rápido manejar la calculadora y parece que a varios les da más seguridad comprobar los resultados del applet con la calculadora. Generalmente, es uno del grupo el que manipula mientras el otro entrega datos, todos anotan los resultados en sus guías.

También se anotan las fórmulas para realizar luego los cálculos. En algunos grupos se recurre a la web, se buscan en google diversos elementos, se pasan varias páginas pero no entran en todas. No parece hacerse un uso constante ni intenso de este recurso.

Comúnmente se debate sobre el problema y los resultados al interior del grupo, pero también algunos recurren en ocasiones a consultar con compañeros de otros grupos. Durante la actividad surgen dudas en todos los casos, hay grupos y ocasiones en que se consulta directamente al profesor y en algunas oportunidades, el grupo intenta otras alternativas por sí mismo, como revisar y discutir sobre todo lo que han hecho. De todas maneras el recurso a consultar es principalmente el profesor, siendo esta una acción constante y regular en todos los grupos.

Para responder a las preguntas se ve que en general analizan las variables y piensan cuales pueden y conviene modificar para que de los resultados esperados, no es común que se aplique una estrategia de "tanteo" o "ensayo y error", sin haberlo conversado. Discuten respecto a cuáles pueden cambiar, qué se puede hacer, se proponen algunas hipótesis y las prueban.

### **2.3. Colegio Santa María**

**Sugerencias del profesor para resolver problemas:** La profesora, al introducir el tema, se centra en describir el método de resolución de problemas. Indica que tienen un documento, la guía, que primero tienen que leer cuidadosamente, entenderlo, encontrar datos y variables. Habla también de la preparación y recopilación de información y de meditar un esquema de resolución del problema. Plantea que dentro de ese esquema cuentan con tecnología, planillas, los applet, Internet, software. Insiste en la necesidad de mirar bien y señala los pasos a seguir. En algunas ocasiones, ayuda a los alumnos, apoyándolos con un diagrama

escrito por ella en la pizarra, explicando algunos conceptos y relacionando varios términos involucrados en los problemas, vinculándolos con ejemplos concretos.

Durante la clase los alumnos requieren de la profesora y ésta también va interrogando a los grupos sobre su avance. En todo momento ella genera preguntas a los alumnos y también entrega algunos conceptos, indicaciones y recomendaciones. Ante algunas dudas persistentes de los alumnos, les sugiere que sigan pensando, que releen la guía, que conversen más y luego la llamen y también les ejemplifica usando el applet o la pizarra para ayudarse.

Ejemplos de ello hay muchos: a un grupo les pregunta si lo hicieron con calculadora, ellos responden que si y les pide que lo hagan con el applet y le muestren como cambiar los valores, al darse cuenta que ellos no sabían usarlo; en otra situación pregunta que estrategia utilizaron para resolver el problema y un alumno dice identificar las variables en el problema y en el computador, la profesora reitera que primero entiendan el problema y luego usen el computador; la profesora les dice que tienen que tomar decisiones y que no se desesperen por tener resultados distintos, ya que esto puede suceder.

Respecto al uso de los recursos digitales, la profesora plantea que lean y saquen los datos de la guía y primero llenen la tabla, que no "se aceleren" -como algunos hacen- en sacarlos del applet. La profesora presenta dudas respecto a hacer todo con el applet, en algunas ocasiones les dice que hagan las operaciones en calculadora y que comparen resultados con el applet. Les señala que además de manejar los valores con el applet, deben saber las formulas involucradas. Igualmente señala que el applet es muy importante, porque les ayuda a resolver los problemas.

La profesora también va pidiendo que le muestren avances, les dice que tienen que ver si tiene sentido los cambios que hacen en relación al problema, que no se puede llegar a tomar decisiones sin pensar en el problema. Les hace notar, que en muchos casos no hay un plan de trabajo, que solo miran los datos y esa no es una forma de resolver el problema.

**Estrategias de RP usadas por el alumno:** Los alumnos en primer lugar leen el problema presentado en la guía, aunque no todos se dan el tiempo suficiente para hacerlo con detenimiento. Pareciera que prima el apuro por conversar con los

compañeros de grupo. Esto genera que en varios casos los alumnos no entiendan el ejercicio o lo que tienen que hacer. En esos casos, los alumnos igualmente avanzan en el ejercicio –como un grupo que comienzan a modificar datos sin pensar que pueden hacer o por qué- y en determinado momento recurren a la profesora, incluso, en varias situaciones el grupo se da cuenta y le señalan que estaban desarrollando mal el problema y/o que habían entendido mal la pregunta. En otro grupo, que se detienen a revisar las preguntas también surgen dudas, pero se hacen más concientes las dificultades desde el comienzo del ejercicio.

Es común a todos los grupos hacer anotaciones en las guías en sus cuadernos, en varios casos se copian fórmulas, se hace y completan tablas, se anotan nombres de variables.

Existe un grupo que interactúa mucho a diferencia del segundo grupo. Se conversa permanentemente sobre lo que se hace, los problemas, las alternativas y las soluciones. En el otro caso los miembros del grupo, trabajan cada uno por su cuenta durante un tiempo, pero llega un momento en que trabajan en conjunto.

La dinámica de los grupos implica diversas actividades. Una de ellas es la búsqueda de información. Para ello trabajan con el applet y la calculadora modificando variables y datos. Otro paso que se observa en todos los casos es la prueba o ensayo. En todos los casos, los alumnos van generando alternativas de solución a los ejercicios y realizan pruebas. En general ellas son producto de la conversación del grupo. Otra actividad es la discusión y verificación de los resultados. Para ello consultan las formulas, los valores resultantes, chequean con los compañeros y los de otros grupos. En el curso de estas verificaciones surgen dudas y también se observan, con y sin la ayuda del profesor, errores de conceptos y/o procedimientos. En un grupo, por ejemplo, mientras ingresan datos un alumno piensa que se equivocaron y otro le dice que revise; en otro momento, mientras un alumno manipula el applet para ingresar valores, indica que encuentra algo raro, que le faltan variables; un alumno de otro grupo que revisa su guía, ve que les falta información, mira la guía y en un momento dice que está malo y cambia un valor en la fórmula.

### **3. Descripción por establecimiento Forma de uso de las TIC**

#### **3.1. Colegio Cristóbal Colón**

**Organización del trabajo de los alumnos en el uso de TIC:** El profesor no da indicaciones generales para organizar los grupos, se observa que tienen organizados los grupos con anterioridad a la llegada al laboratorio de computación. La clase se organiza en grupos de dos y tres alumnos, en algunos momentos se ha llegado a tener grupos mayores. En general, los grupos trabajan dejando a uno que manipule el applet, permaneciendo siempre el mismo. En una oportunidad les pide que trabajen solos al interior de cada grupo, que no transfieran a otros las soluciones, insiste en que cada equipo resuelva el problema. Los grupos en general escuchan en silencio.

**Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos:** En general los alumnos trabajan con el applet pero no todos. En algunos momentos y dependiendo del tipo de trabajo que se realice, es más masiva la utilización de calculadoras y en particular las calculadoras de los celulares, en algunos momentos los cálculos los hacen solo con las calculadoras y en otros momentos las usan para verificar los resultados del applet. El applet lo usan para ingresar los valores, en las condiciones que va presentando el desarrollo del problema.

También hay grupos que trabajan haciendo uso de la planilla Excel, principalmente para tabular algunos valores y realizar cálculos.

Hay grupos que revisan la página web y ven videos para discutir respecto al problema, pero en un grupo se observa que al llegar a la página, no se dan el tiempo para leer sino que siguen a otros sitios.

**Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos:** Se observa que un grupo, luego de colocar los datos según condiciones del problema, comienza a modificar valores intentando resolverlo, pero pareciera que los hacen sin criterios claros. En un punto se observa el comentario de un alumno de un grupo, que señala que un dato no se puede manipular, que los que se requieren manipular corresponden a los que cumplen otro criterio. Otros grupos, para responder a la guía, miran los modelos propuestos para ver las variables que intervienen y modificar solo estas, evitando con esto el "ensayo y error". En estos grupos se

hacen modificaciones a los valores y variables para acercarse al rango deseado, se los manipulan y se llega a los valores esperados.

Los grupos que van más avanzados usan el applet, ven lo solicitado en la guía, miran en el applet los modelos representados y modifican algunos valores para responder.

Por otro lado, hay grupos que no comprenden los datos entregados por los applet y por tanto no los interpretan ni trabajan. Un grupo, por ejemplo, al tratar de responder a partir de los datos entregados por el applet, no saben la relación de los datos obtenidos con la pregunta del problema presentado.

Los alumnos pasan del uso de la calculadora (para realizar los cálculos o para verificar los resultados del applet), al uso exclusivo del applet, en la medida que este recurso y en particular en una etapa de la resolución del problema, no solo involucra cálculos simples, sino que incorpora modelos matemáticos más complejos.

**Uso instrumental de las tecnologías por parte del profesor:** El profesor entrega la guía y las indicaciones básicas para usar los applet. Solicita, que ingresen valores iniciales a los problemas que representan la base de su solución.

**Uso cognitivo de las tecnologías por parte del profesor:** En algunos momentos, frente a dudas de los alumnos, este hace sugerencias, que implican el uso del applet, les hace preguntas, de manera que usando los recursos digitales, los alumnos analicen alternativas de resolución del problema. En otros momentos, el docente manipula directamente el applet, para desarrollar discusiones frente al problema y generar análisis por parte de sus alumnos a partir de los cambios que realiza en el recurso digital. En otros momentos, frente a la duda presentada por algún grupo, usa el recurso digital para apoyar sus explicaciones, por medio de ejemplos, interactuando con preguntas y respuestas. Cuando los alumnos han encontrado soluciones, los invita a que vean, utilizando el recurso digital, si existen otras soluciones y cuales son más óptimas.

### **3.2. Colegio Santa Cruz**

**Organización del trabajo de los alumnos en el uso de TIC:** En el establecimiento hay un laboratorio de computación que cuenta con menos computadores que el número de alumnos del curso. El trabajo se realiza usualmente en grupos de dos o tres alumnos, que generalmente son del mismo sexo. El docente organiza el trabajo entre una sala de la biblioteca y el laboratorio, las que están una al lado de la otra. Inicia el trabajo en la biblioteca y cuando los alumnos están en la necesidad de usar el recurso digital, les pide que pasen a la sala a trabajar en los computadores. En la sala de la biblioteca, el trabajo se hace en forma ordenada, el profesor solicita dejar espacio para transitar entre los puestos y supervisar la tarea. El profesor pide que solo se converse al interior de los grupos, dentro de los que se observa que se discute, se resuelven dudas y se toman decisiones respecto del trabajo. En otros momentos, cuando se requiere que todo el curso este en la sala de computación, organiza los grupos en tres alumnos por computador y otros de dos alumnos. En los grupos, un alumno es el que manipula y usa el applet para ingresar valores, mientras que otro dicta los datos, pero todos anotan los resultados en sus guías.

**Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos:** Los alumnos realizan distintas operaciones e introducen datos utilizando los applet. En determinados momentos, todos los alumnos utilizan calculadora. Utilizan la calculadora para realizar cálculos básicos y verificar los resultados del applet.

Los alumnos manejan recursos y operaciones tales como ajustar valores iniciales de applet y eliminar información que no necesita. Cuando el profesor pregunta por qué tomaron la decisión de usar calculadora y no applet un alumno señala que está más acostumbrado a usar calculadora. Otro decía que cuando dudaba lo comprobaba con la calculadora. Otro alumno señala que el applet era "mucho más rápido".

**Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos:** Los grupos trabajan en las preguntas de los ejercicios. Los alumnos leen el problema y discuten entre ellos y se observa que en muchas ocasiones lo asumen como un reto. Para algunos problemas usan calculadora y no el applet, hacen anotaciones en papel, pero para ciertos problemas, para verificar y para analizar respuestas usan efectivamente el applet. Para responder las preguntas se conversa al interior de los grupos, que en general los alumnos analizan las variables y piensan cuales se

pueden y conviene modificar, para que llegaran a los resultados esperados. No se observa que se aplique una estrategia de "tanteo", es decir, de probar sin analizar.

Los alumnos discuten respecto a cuáles variables pueden cambiar, proponen algunas hipótesis, prueban y si hay alguna dificultad comienzan a revisar todo. Con los datos se realizan diferentes operaciones y acciones: en situaciones los grupos logran percibir que hay datos erróneos ingresados y revisan los valores; en otros casos los alumnos se dan cuenta que si cambian un dato todo se modifica; en otros los alumnos dejan en cero las variables no consideradas en el problema, aunque aparezcan en el applet, lo que permite deducir que efectivamente utilizan el recurso digital según las condiciones del problema.

El uso de la tecnología varía según las estrategias cognitivas. En una pregunta un grupo hace una conjetura y prueban con calculadora, otro comienza a proponer alternativas y las verifica con el applet. Otros usan el applet para mirar, ven lo que pasa y verifican. Otro grupo señala que usó la tabla y que el applet lo usaron para confirmar lo realizado.

Los alumnos hacen usos diferentes del applet. Un grupo comenta en un ejercicio que no lo utilizaron mucho, que probaron hasta llegar al valor. Otro grupo dice que prefirieron hacer una tabla y que el applet les sirvió para el final del ejercicio para comprobar lo realizado. A la observación del profesor diciendo si eso "le dio seguridad a lo que había encontrado a mano" el alumno ratifica que efectivamente, luego de ello pudo seguir haciendo con seguridad lo que seguía. En otros momentos, les señalaban los alumnos que les permitía concentrarse mejor en el problema y analizarlo en su conjunto, ya que si solo utilizaran calculadora sería muy complejo analizar el modelo propuesto, en el marco del problema perdiendo tiempo en los cálculos, de manera que al manipular el applet y modificarse de manera simple los valores en su conjunto facilitaba su comprensión.

**Uso instrumental de las tecnologías por parte del profesor:** El profesor utiliza la tecnología para mostrar contenidos y también para enseñar a realizar operaciones. Más que nada entrega indicaciones para que los alumnos manipulen la tecnología y realicen las actividades. Por ejemplo, pide abrir un applet, muestra las operaciones algebraicas que se pueden realizar, presenta fórmulas y muestra como hacer el ejercicio. Se busca también que el uso de la tecnología tenga un carácter grupal. Se los hace trabajar en grupos para producir resultados.

**Uso cognitivo de las tecnologías por parte del profesor:** El profesor plantea comentarios y sugerencias a los alumnos durante la resolución de los problemas, les habla de las diferentes alternativas posibles, les pide revisar nuevamente los procedimientos y resultados. Luego de los ejercicios el profesor pregunta de donde salen los resultados, si hay dificultades (como aproximar valores, expresar fracciones de una hora, etc.) les pide que tomen decisiones y que las fundamenten. Solicita que pasen distintos alumnos al computador para proyectar sus resultados y analizar sus respuestas. En varias situaciones se comentan las posibles alternativas de soluciones a los problemas, incentivando a los alumnos para que busque diferentes alternativas y vean cual es la más óptima.

Un ejemplo de ello, es ante una consulta de un alumno, respecto a una división que realiza utilizando una calculadora, en la que le pregunta si hace una aproximación matemática de un resultado que contiene decimales, preguntando si aproxima "hacia arriba o hacia abajo", el profesor le pide que decida él, donde el alumno señala que aproximaría "hacia abajo", a lo cual el docente le dice que la decisión matemática está bien, pero que analice el contexto de la pregunta.

Los alumnos trabajan en el applet mientras el profesor va haciendo preguntas. Un grupo, al enfrentar un problema, hace una pregunta al profesor, le explican sus dudas y el profesor pide a las alumnas hacer cambios al applet para apoyar su explicación.

También pide al resto de los alumnos que compartan las decisiones que tomaron y chequeen los resultados que se presentan.

### **3.3. Colegio Santa María**

**Organización del trabajo de los alumnos en el uso de TIC:** En este curso se observaron dos grupos, uno de buen rendimiento y otro de rendimiento más bajo en matemática, cada uno tiene dos alumnos. El grupo de buen rendimiento fue observado durante todas las sesiones, sin embargo, el grupo de rendimiento más bajo, compuesto por dos hermanos, dejan de asistir a clases por lo que la profesora sugiere observar a otro grupo de similares características compuesto por dos niñas. El primer grupo de rendimiento más bajo, trabajaban en silencio, cada cual usaba el computador indistintamente, las preguntas a la profesora siempre las hacía el

joven, en algunas ocasiones se les veía conversar, cuando uno manipulaba el applet el otro usaba la calculadora y luego se intercambiaban para hacer el uso del recurso digital, su avance era a un ritmo similar, e incluso un poco mejor que el de los alumnos de buen rendimiento. Cuando dejaron de asistir a clases y se observó al segundo grupo de dos niñas de rendimiento bajo, estas trabajaban muy poco en los problemas propuestos, conversaban mucho de temas no relacionados con la tarea, se reían constantemente y en otros momentos trabajaba, pero algunos problemas los resolvían mirando al grupo de su costado. El grupo de buenos resultados, trabajaban en forma consistente, deteniéndose en algunos momentos, en que principalmente uno de ellos se distraía y el otro alumno le pedía concentrarse en el trabajo. El alumno que se distraía, era el que la gran mayoría de las veces usó el recurso digital. En los momentos que trabajaban en el problema, lo hacían en forma conjunta, leían, discutían, pero principalmente el que no usaba el recurso digital, era el que sugería las acciones a realizar. Este mismo alumno, era el que hacía la mayoría de las consultas a la profesora, las cuales eran abundantes. Se organiza el espacio para que los grupos puedan ver lo que se proyecta en una de las paredes laterales de la sala, en los momentos en que la profesora usa el proyector. En el grupo de buenos resultados, por ejemplo, se observa a los alumnos discutiendo sobre los cambios que deben hacer, sobre como modificar valores específicos según las condiciones analizadas. Uno de ellos siempre le dice al otro lo que hay que ir haciendo, hacen los cambios y luego miran el valor resultante. Uno de los alumnos hace anotaciones y cálculos en forma manual, el otro le hace preguntas y vuelve a realizar cambios en el applet. También se observa que cuando se presentan dudas, se establecen conversaciones con un grupo contiguo.

**Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos:** Los alumnos utilizan la calculadora y el applet, la calculadora se usa más para cálculos básicos y cuando el problema apunta a análisis o manejo de variables en modelos más complejos, se usa el applet. En el primer grupo observado de alumnos con rendimientos menores, se observa que uno de los alumnos utiliza el applet y el otro la calculadora. Usan el recurso digital para ingresar los datos, para dejarlo en las condiciones solicitadas por el problema. Un alumno señala a la profesora que los valores del applet no son exactos en relación a lo que entrega la calculadora, sin embargo, la profesora le pide que usen el applet. Igualmente, la profesora les indica que también usen la calculadora y luego lo comparen con el applet.

Los alumnos manejan el applet para poner, cambiar valores y posteriormente revisarlos. La profesora les revisa los datos, les observa cuando hay algo que corregir y les explica lo que deben hacer. Respecto a la valoración de la tecnología, los alumnos responden que sí les sirve para optimizar el tiempo.

**Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos:** Además del manejo de la tecnología, la profesora se preocupa de que entiendan el sentido de los ejercicios. Una alumna comenta que para responder como resolvieron poner determinados valores, pensaron primero y luego ensayaron cual era el valor que necesitaban, movieron los valores del applet y vieron si eso era una forma lógica o debían cambiar otra variable. La profesora refuerza la importancia de la lógica para trabajar los ejercicios.

La profesora les dice que tienen que tomar decisiones y que no deben desesperarse por obtener resultados distintos. Insiste en que cuando resuelven un problema, no solo tienen que ver el applet, tienen que analizar las situaciones que están presentes en ese problema. En ese sentido, se observa que el grupo de alumnos de rendimiento bueno, se dan cuenta que hay algo raro en los resultados, modifican datos del applet, lo conversan y llegan a la conclusión que deben cambiar algunas variables, para responder a lo que les pide la guía. Estas situaciones se dan en más de un caso, es común en el grupo de buen rendimiento, que la dinámica es realizar cambios, modificar valores específicos y discutir resultados. Este grupo, primero lee bien el problema y analizan estrategias de solución variadas, utilizando el recurso digital. En algunos momentos y por solicitud de la profesora, buscan soluciones diferentes para ver cual es el más óptimo. Se percibe que generalmente miran el problema, ven lo que se les pide, analizan el Applet y hacen algunos cambios, sin embargo, cuando no pueden encontrar los resultados, rápidamente se distraen, se derivan en pequeñas discusiones internas, se desordenan hasta que retoman el trabajo.

**Uso instrumental de las tecnologías por parte del profesor:** la profesora usa proyector para presentar el applet. Proyecta los contenidos, conceptos y comienza a tratar cada uno de ellos, lee el material con los alumnos y pregunta por algunos de ellos. La profesora manipula el applet para presentar algunos contenidos específicos. También hace uso de un video que posee el applet para mostrar ejemplos, relacionados con el problema propuesto. En un momento los alumnos le preguntan cómo se usa el applet y ésta les da algunas instrucciones pero

intentando que los alumnos vayan probando ellos mismos y comprobando los resultados. Permanentemente manipula el applet para mostrar diversos funcionamientos, muestra las partes, los datos que se entregan, las variables y la información de salida que entrega el applet. También usa el proyector para presentar las guías.

**Uso cognitivo de las tecnologías por parte del profesor:** La profesora se preocupa en todo momento, de que el uso de la tecnología sea comprendido y utilizado en función de intenciones y objetivos claros. Por ejemplo, les señala en un caso que "el computador sabe lo que hace pero ustedes no sabían lo que estaban haciendo" y les habla de la necesidad de tener un esquema previo, tener claro lo que están haciendo y no esperar que aparezcan los resultados en forma automática. La profesora señala, que los computadores son un medio para responder y resolver distintos tipos de problema, pero que deben interpretar los resultados que les entrega, que para eso tienen que saber cuál es el problema y qué tienen que hacer, ya que sino el computador no les será útil. Además, en todo momento la profesora pregunta si usaron el applet, si comprobaron los valores que intervienen en el problema. Cuando encuentran soluciones, los motiva a ver si hay otras más óptimas. En ocasiones, les hace preguntas pidiéndoles que manipulen el applet para analizar lo que sucede.

En los cierres analiza con los alumnos respecto al problema, cómo lo resolvieron, los problemas encontrados, la matemática involucrada y cómo la tecnología le era o no un aporte.

#### **4. Descripción por establecimiento Actitud**

##### **4.1. Colegio Cristóbal Colón**

**Actitud de los alumnos:** Los grupos presentan actitudes dispares frente a la tarea. Se observan algunos que no avanzan mucho, que no trabajan y conversan. Otros, en cambio trabajan en el desarrollo de la guía, hacen anotaciones en el cuaderno, usan la calculadora y el applet y requieren ayuda al profesor. Hay algunos alumnos que siempre participan.

**Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP:** En todos los grupos se inicia el trabajo con el applet. En varios de ellos trabajan en la guía, utilizando los applet según las indicaciones señaladas en ésta. Los grupos manipulan el recurso

digital, haciendo las acciones solicitadas para responder el problema, observan los modelos, cambian las variables, ven como se relacionan. En algunos casos, se observa que aumentan los valores sin criterios. En ese sentido, hay alumnos que usan el applet, pero parece que se olvidan del problema, al ver que era fácil de usar comenzaron a poner y cambiar valores. Sin embargo otros alumnos, se concentraron en el problema y discutían al interior del grupo sobre la secuencias a seguir y la utilización de estos recursos. Hay apertura a usar calculadoras, tanto del computador como la de celulares y los recursos digitales proporcionados. En uno de los cierres de una clase, al discutir sobre los resultados obtenidos por los distintos grupos y sobre cómo llegaron a estos, un alumno, por su iniciativa, comenzó a verificar dichos resultados utilizando el applet.

Algunos alumnos señalan que lo importante es la guía y no el applet, ya que en este último "aparecen cosas demás que no se ocupan" y comentan que solo los ayuda a "hacer un cálculo, eso nada más". Esto se hacía evidente en varios grupos, que encontraron que el applet le sirvió para armar una respuesta, pero no quedaban conforme con la mismas, pues buscaban una manera de entenderla y no la encontraban en la tecnología. Se daban cuenta que podían manipular el applet ,pero no le quedaba claro qué habían hecho. Otro alumno señaló, que si ellos hubiesen anotado los datos y desarrollado los cálculos manualmente, "hubieran aprendido más y se le hubiera quedado más en la mente", el profesor trata de resaltar los beneficios de la tecnología.

En determinados momentos, los alumnos usan la calculadora, ya sea como herramienta central o bien para acompañar el applet. Algunos grupos trabajan haciendo uso de la planilla Excel, recurso que el profesor les presentó y recomendó para tabular los datos. Otros recursos tecnológicos que utilizan son los videos y las páginas web. El uso de estos es irregular, a veces es utilizado con sentido y otras casi no se usan realmente.

En la medida que el modelo matemático es más complejo y han avanzado en la solución, se observa que los alumnos, principalmente aquellos que están más dedicados a la tarea, utilizan fundamentalmente el applet.

**Actitud del profesor durante la sesión:** El profesor responde a los requerimientos de los alumnos, les despeja las dudas del ejercicio y en algunos casos se dedica a generar razonamientos en ellos. Se muestra dispuesto a

conversar con todos. A unos les explica haciendo uso del applet, a un grupo que ha leído mal le corrige y da indicaciones, en otro caso muestra cómo cambian los datos al modificar una o más variables, a unos les dice que deben tomar decisiones y verificar si están en el rango de valores posibles. En varias oportunidades señala que cuando manipulen variables, deben saber que hacer para no empezar a mover sin saber por qué. Explica que si no hay claridad en lo que se hace, es un trabajo sin sentido.

En algunas situaciones el profesor no logra aclarar las dudas o motivar al grupo y éstos continúan con su dinámica.

Ello sucedió en el caso de unas alumnas, que modificaron valores de variables de una función, lo que era incorrecto pues a esos valores no correspondían ser modificados, pero en la conversación con el profesor no queda claro que eso era un error y las alumnas continúan con el trabajo.

**Clima de trabajo en la sala de clases:** Los alumnos trabajan en sus grupos y también pueden desplazarse por la sala, solicitar el apoyo del profesor, pueden discutir al interior de los grupos o con otros grupos. Se genera un espacio de libertad de trabajo y una relación horizontal y de respeto entre profesor y alumno. Existe un ruido permanente en la clase, debido a la discusión de los alumnos al interior de los grupos. En el transcurso de la clase el ruido de la sala disminuye, algunos alumnos pidieron silencio. En la mayoría de los casos, esas conversaciones se deben a que están concentrados en la solución del problema, realizan acciones y hablan en relación a ello. En otros casos, se nota que se conversa de otros temas y hay menos motivación por la tarea. Los alumnos que van más adelantados realizan las actividades, manejan el applet, responden y argumentan sus respuestas, escribiendo en los espacios que dispone la guía.

En varios casos se percibe que los alumnos se involucran en la tarea y debaten entusiasmadamente, modificando valores del applet, planteando variables y discutiendo su pertinencia. Este debate se mantiene casi siempre al interior de los grupos, pero a veces se produce la intervención de algún alumno de otro grupo. Como en el caso de alumnos de grupos distintos, que conversan en un momento sobre las alternativas de un ejercicio sobre manipulación de superficies y coeficiente de absorción, pero luego de intercambiar opiniones continúan cada uno su trabajo independientemente y discuten que es lo que se debe manipular.

**Relación profesor alumnos:** En un primer momento el profesor instruye que lean el problema y les da unos minutos para hacerlo. Luego se dedica a responder a los requerimientos y consultas de los alumnos, quienes solicitan su ayuda y lo llaman. En algunos casos responde brevemente y en otros se queda un tiempo.

En general el profesor aclara lo que no se entiende y pide que analicen bien el problema. En algunas situaciones orienta y contra pregunta. En algunos casos el profesor da sugerencias y orientaciones por medio de ejemplos concretos y cercano a la realidad de los alumnos.

En otro caso le señala a un grupo que no están analizando bien el problema, les señala que se apuren y no saben lo que están haciendo, les solicita que lo revisen y respondan lo que se pide. En otro grupo las alumnas comienzan a presentar su análisis al profesor, este les hace preguntas relacionadas a variaciones del problema, generando y enriqueciendo las interacciones y posibilidades de soluciones de los problemas que los alumnos enfrentan.

En diferentes ocasiones, el profesor se dirige al curso llamándoles la atención, pidiéndoles que se dediquen al trabajo solicitado, les señala que no logran resolver los problemas por que no lo analizan y no lo entienden, tampoco generan un plan de trabajo, generando en algunos momentos un clima complejo.

#### **4.2. Colegio Santa Cruz**

**Actitud de los alumnos:** Se observa que todo el curso está dedicado a trabajar. Los alumnos se ven involucrados en la tarea, realizan las actividades y discuten respecto al problema. La presencia y actitud del profesor ayuda a mantener el clima de trabajo. Cuando tienen dudas o se dan cuenta que están haciendo algo mal, consultan al profesor y lo corrigen. Son varias las oportunidades en que tienen que probar y revisar todo lo realizado, pero no tienen problemas para eso. También existe una buena disposición a trabajar en grupo y a escucharse.

**Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP:** Se observa un uso permanente de herramientas de apoyo, especialmente de la calculadora y applet. Usan los applet para ingresar valores, ver y analizar resultados. Generalmente uno es quien lo manipula y otro anota datos y resultados en sus guías, en las tablas que

tenían confeccionadas. En algunos casos se observa que les es más fácil y rápido utilizar la calculadora, cosa que los mismos alumnos advierten, por ejemplo, para sacar potencias. Durante la clase el profesor motiva a los alumnos que utilicen el applet en algunos ejercicios, en que se requiera probar con distintos valores y ver cual es la mejor opción. En estos casos algunos grupos responden más que otros y logran un mejor uso de la herramienta y la información.

Un grupo también utiliza la página Web para buscar información, realizan varias búsquedas hasta que logran llegar a ubicar los datos que están necesitando. De todas maneras en cada sitio que les aparece, solo miran la primera página y no exploran el contenido. Otros grupos no utilizan este recurso.

Al final, a instancias del profesor, se realiza una reflexión sobre la ayuda de las tecnologías para resolver los cálculos y de cómo el applet ayuda a resolver el problema que tenían. Los alumnos manifiestan que les gustan los ejercicios porque son situaciones reales y que de esa manera aplican mejor lo que han aprendido en álgebra.

Se observa que algunos alumnos se impacientan por el uso del applet y que este, en determinadas variables, no permita dejarla en el valor correspondiente, obligándolos a realizar aproximaciones y tomar decisiones en el marco del problema. Esto en ocasiones los hace enojarse, al parecer no aceptan que una máquina como un computador, no pueda manejar valores exactos. En algunos casos, usan la calculadora para complementar el trabajo. Esto se observa en pocos alumnos, sin embargo según la opinión del profesor, son estudiantes con buenos resultados y buena participación.

Respecto al applet, unos alumnos señalan que les ha servido para resolver el problema, otros dicen que les facilita el trabajo, que ayuda a los cálculos y los hace más didácticos y que eso les ayuda a aprender más rápido. Un grupo comenta que no le sirvió mucho al principio, pero que luego le sirvió para comprobar lo realizado. Otros señalamientos marcan que les permitió darse cuenta que si una variable cambia o se ajustaba un dato otras se modifican. Allí el profesor aprovecha para hablar de problemas multivariados.

**Actitud del profesor durante la sesión:** El profesor se muestra muy interesado en generar mecanismos de reflexión en los alumnos. Responde a sus

requerimientos pero más que nada se preocupa por preguntar y contra preguntar respecto de los ejercicios.

En relación a las herramientas se dedica a presentar el applet. Al inicio lo hace mediante un proyector. Pide a un alumno que lo manipule mientras él explica como funciona. Ejemplifica su uso con algunas operaciones y entrega luego indicaciones para usarlo con las guías. Sin embargo, advierte que lo más importante es que entiendan lo que hagan, tomen decisiones fundadas y las sepan justificar.

Igualmente pide a los alumnos que utilicen las herramientas para hacer los cálculos y probar soluciones, incentivando la incorporación de la tecnología. Al final, cuando una alumna pregunta sobre el informe que hay que entregar, el profesor solicita que agreguen las imágenes de las pantallas de los applet.

**Clima de trabajo en la sala de clases:** Los alumnos se organizan en grupos sin intervención del profesor. Igual este pide que se organicen en grupos de dos. En general se juntan alumnos de igual sexo. El profesor solicita dejar espacio para poder transitar entre los puestos. Los alumnos leen en silencio la guía, conversan entre ellos y llaman al profesor para hacer consultas. Se observa a los grupos trabajar ordenadamente, todos leen y anotan, conversan, ingresan datos, manejan las herramientas y discuten.

Los grupos requieren bastante del profesor, no debido al entendimiento del problema, sino respecto a las discusiones que tienen de las soluciones. El profesor se desplaza por los bancos y responde las dudas, tratando también de apoyar los desarrollos, procedimientos y razonamientos de los alumnos. Se destaca que la iniciativa de la conversación con el profesor, no parte solo de los alumnos sino que el docente pregunta también a los grupos por los ejercicios.

El trabajo se da especialmente entre los integrantes de los grupos, también, hay casos en que se conversa con grupos diferentes sobre las alternativas y las soluciones encontradas. Como un alumno que hace una pregunta al grupo que está a su lado, respecto a unos aspectos a considerar o no en la solución del problema y luego de que discuten, se continúa la discusión al interior de los grupos. El profesor genera momentos de intercambios generales durante la clase y especialmente al final arma un espacio común para que todos compartan las decisiones que tomaron.

**Relación profesor alumnos:** El profesor entrega rápidamente el trabajo de grupos y la resolución de la guía, asumiendo un papel muy activo en el proceso. El profesor va por los distintos grupos, está atento a que le hagan consultas pero también pregunta a los alumnos, pide que le expliquen y conversa sobre las soluciones.

Siempre el profesor aprovecha las preguntas para generar debate y ampliar los procedimientos y posibilidades matemáticas. Le formulan preguntas a lo que él responde orientando con nuevas preguntas. Ante la consulta de un alumno sobre cómo hacer una aproximación, el profesor responde que tiene que tomar una decisión matemática, en un contexto determinado. En un grupo que trabajaban en un problema, les cuestiona lo que hacen y pregunta que pasaría si hacen determinados cambios y que le indiquen que alternativas surgen. En otro caso, el profesor pregunta a una alumna cómo resolvió un problema referido al tonelaje de unos camiones y le hace ver que tiene que puede buscar otra solución.

Se observa, que el profesor está preocupado porque los alumnos entiendan lo que hacen. En un momento pide que no trabajen con la calculadora, que no le interesa el dato exacto, sino que tomen decisiones. En medio de la clase pregunta a todos por las estrategias que usaron para desarrollar el problema. En otro momento detiene los trabajos y genera explicaciones y preguntas. También, se preocupa por solicitar de que se genere un fundamento, respecto de lo que los alumnos van haciendo. Recalca que se deben tomar decisiones, justificarlas y que ello debe estar en relación a los datos otorgados.

El profesor se preocupa de cerrar la clase haciendo que los alumnos comenten respecto de cómo resolvieron los problemas y compartan las decisiones que tomaron, también de aprovechar para reforzar varios conceptos. Además, se pregunta sobre la utilidad del uso de las herramientas applet y la calculadora.

#### **4.3. Colegio Santa María**

**Actitud de los alumnos:** Los alumnos se muestran dispuestos y atentos a realizar la tarea. En general conversan bastante entre ellos para analizar lo pedido y lo que tienen que hacer, pero algunos grupos se muestran más silenciosos durante el trabajo. En los grupos los alumnos discuten respecto a lo solicitado, se preguntan cosas y van haciendo anotaciones en la guía. En algunos casos, se observa que los

alumnos van pensando en los problemas y las alternativas, en otros se ve más impaciencia por resolverlos. En otros, se ve un especial interés en hacer los ejercicios.

**Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP:** Se observa una relación directa y espontánea con la tecnología, se la utiliza en función de realizar los problemas. Se ve a los alumnos ingresar datos, modificarlos y analizar los resultados. Prácticamente, siempre es uno del grupo quien se relaciona con el applet, pero el resto está atento a lo que se hace o mira los resultados de la operación. Ocasionalmente se pregunta sobre el applet, porque no se entiende su funcionamiento, los alumnos ven que datos faltan y no saben como se agregan. En algunos momentos, uno de los grupos, el de mejor rendimiento en matemática, el alumno que manipula el recurso digital se pone a jugar con el applet.

En algunas ocasiones usan calculadora y cuando se dan cuenta y se da la oportunidad la profesora les pide que lo hagan también con el applet. En el caso de los grupos que utilizan bien el applet, se observa que ello les permite realizar varias operaciones.

Al final, cuando la profesora pregunta si les sirvió o no el applet, el grupo curso en conjunto responde que si y al preguntar para qué, una alumna responde para ubicar las variables, para manejarlas en una forma ordenada y rápida. Pero no todos responden.

**Actitud del profesor durante la sesión:** La profesora demuestra una buena disposición a responder las consultas de los alumnos, a apoyar y estimular su trabajo. No se observan situaciones conflictivas, de mucha desatención o desorden en los alumnos que requieran su intervención y señalamiento. Siempre responde a los llamados de los grupos. Además, de responder a las consultas y aclarar conceptos, la actitud de la profesora es de generar debate y mecanismos de razonamiento en torno a los problemas planteados. También, es una inquietud suya el que utilicen la tecnología para resolver los problemas, como cuando luego de explicar unas fórmulas, dice que comparen las que aparecen en la guía con las del applet.

**Clima de trabajo en la sala de clases:** El primer grupo observado de rendimiento más bajo en matemática, conversan poco y trabajan más en forma

individual, en ciertos momentos intercambian ideas o le hacen preguntas a la profesora. Al dejar de asistir este grupo, se observa un segundo grupo de bajo rendimiento, las que conversan mucho, con poca disposición al trabajo, se ríen mucho y conversan entre ellas de temas no relacionados con la tarea. El grupo de alumnos de buen rendimiento se relaciona bien, en lo general, es el mismo alumno el que usa el applet y el otro es el que más trabaja en pensar la solución y buscar las alternativas, sin embargo, existe abundante discusión y colaboración entre ellos. Se destaca, la creación de un trabajo colaborativo en varios de los grupos. En todo caso la atención, participación y colaboración entre alumnos es bien masiva en la clase. Otro aspecto del trabajo del grupo de buen rendimiento, es la presencia del debate entre los alumnos, quienes ven los valores que colocan, ven como se modifican, discuten entre ellos, analizan los resultados y verifican si están mal o parecen correctos. Esto se aprecia en que se lee la pregunta, se subrayan algunos datos, un alumno dice a otro que anote un determinado dato y luego que manipulan el applet ven como funciona.

El clima positivo se activa con las intervenciones de la profesora, más que nada cuando los alumnos lo solicitan.

**Relación profesor alumnos:** La profesora tiene una activa participación en el desarrollo de la clase en distintos momentos y con diferentes funciones. Al comienzo presenta la actividad y el uso de la tecnología. Eso lo hace brevemente. Durante el trabajo de grupos se hace más evidente el apoyo de parte de la profesora. Gran parte de las conversaciones con los grupos, son provocadas por el interés de los alumnos, quienes quieren mostrarle lo que están haciendo y también consultarle sobre el problema. En estas situaciones la profesora aprovecha para incentivar el pensamiento o reflexionar sobre los problemas y las posibilidades de resolución, como cuando un alumno le pregunta sobre un tema y ella le pide pensarlo un poco, cuando le pide a un grupo que repita parte de la solución de un problema, cuando les pide que hagan el problema con el applet, cuando pide a un alumno que le hizo una pregunta que se la explique a su compañero, cuando le dice a un grupo de alumnos que no se puede llegar a tomar decisiones sin pensar en el problema. A su vez, la profesora se relaciona con los grupos y los alumnos entregando explicaciones, pero generalmente les deja inquietudes y contrapreguntas para que los alumnos sigan pensando.

Por otra parte, la profesora actúa como apoyo afectivo de los alumnos, comentando también cosas positivas del trabajo, que “van bien”, los felicita, les pide que estén más ordenados y que muestren sus avances.

## **5. Descripción por establecimiento Sala o laboratorio de computación**

### **5.1. Colegio Cristóbal Colón**

**Trabajo al interior del grupo:** El trabajo se desarrolla en grupos. Primeramente el profesor pide a algunos alumnos que repartan las guías. Se ponen a trabajar al interior de los grupos centrados en la solución del problema. Debido a la discusión al interior de todos los grupos, existe un ruido permanente en la sala. Se observan, discusiones acerca de cómo resolver el problema en todos los casos.

Los grupos leen y releen los problemas, hacen anotaciones en el cuaderno, gráficos y cálculos. En general los alumnos, trabajan con el applet para ingresar los valores y fundamentalmente con la calculadora para verificar los resultados. Se sigue básicamente la guía. En los grupos se discute y se generan explicaciones entre los miembros. Se observa que varios avanzan más rápido que otros, mientras que a otros les cuesta más comprender los ejercicios. Algunos grupos requieren del profesor para hacerle consultas y éste por su lado hace preguntas a algunos grupos, pero no se observa una presencia permanente ni definida del profesor en el trabajo.

**Trabajo entre grupos distintos:** Las relaciones entre grupos no son comunes ni intencionadas, pero igualmente se dan. La relación más corriente es que se pregunten unos a otros entre los grupos cercanos, pero también existen alumnos que se trasladan para ayudar a otros, para conversar respecto a los resultados obtenidos y discutir sobre estos temas. Por ejemplo, un alumno le señala a un grupo que está al lado que un coeficiente no se puede manipular, que se requiere manipular otras variables, luego los grupos siguen trabajando independientemente y discuten al interior.

**Recursos:** Para el trabajo se utilizan las guías, calculadoras y el applet. También se incorpora el uso del video, la consulta a páginas web y las planillas Excel. El recurso al profesor no es tan requerido ni presente en el trabajo, pero existen grupos que consistentemente le hacen preguntas.

## 5.2. Colegio Santa Cruz

**Trabajo al interior del grupo:** El profesor organiza los puestos y los grupos. Entrega las guías y pide que lean personalmente el problema en silencio. Les da 5 a 10 minutos y explica que pueden rayar y luego hacerle preguntas. Los alumnos leen en silencio, algunos alumnos hacen preguntas y el profesor responde. Luego señala que los grupos deben tomar decisiones y fundamentarlas. Da instrucciones muy generales respecto al applet.

Mientras los alumnos comienzan a interactuar al interior de cada grupo, el profesor se desplaza por los bancos y responde dudas. Se observa a los grupos trabajar ordenadamente, respondiendo a los problemas. Algunos lo asumen como un reto.

En cuanto al trabajo que realizan, se observa que ingresan datos a partir de las tablas que llenaron anteriormente, hacen anotaciones en las guías utilizando el applet y calculadoras, efectúan anotaciones y reiteran la manipulación del applet probando diferentes alternativas, realizan operaciones algebraicas cuando corresponde, dan valores particulares y prueban con la calculadora. En general, un alumno del grupo dicta los valores o usa la calculadora y otro maneja el applet. Algunos grupos generan tablas o gráficos.

Al responder las preguntas se ve que conversan al interior de los grupos, se observa que en general interactúan, analizan las variables y analizan cuáles pueden y conviene modificar para resolver los problemas y prueban soluciones. Un grupo hace una conjetura y usa la calculadora para comprobarla. Otro propone alternativas y las verifica con el applet. En general se toman las decisiones en conjunto.

Más allá de que el profesor mira lo que están haciendo en los grupos, en general todos lo consultan o requieren para algo, manteniendo de esta forma un clima de interés. Un alumno hace una consulta al profesor, respecto a una división que realiza utilizando la calculadora y pregunta si hace una aproximación, a lo cual el profesor contesta que él tiene que tomar la decisión. Otro grupo lo llama para presentarle el resultado, ante el cual el profesor realiza algunas preguntas e indica nuevas operaciones. En otra ocasión el profesor pregunta al grupo de donde sacaron un valor, les pide que expliquen y que señalen que hicieron. El profesor

revisa y ayuda a formalizar las respuestas.

**Trabajo entre grupos distintos:** En varias oportunidades, se dan situaciones de intercambio espontáneo entre alumnos de diferentes grupos, generalmente entre los que están al lado del otro, pero no es muy frecuente. La mayor parte del tiempo se trabaja al interior de los grupos. Sin embargo, en la sala de computación, se nota un ambiente de mayor colaboración entre grupos distintos, principalmente con el que está más próximo.

Al final de la clase el profesor pide apagar los monitores y girar las sillas y solicita que los grupos compartan las estrategias que usaron para resolver el problema. Luego de que varios alumnos describen lo que hicieron, el profesor pregunta si el applet les sirvió para encontrar la solución al problema. En algunos momentos, señalan que les fue útil para diferentes niveles de solución (cálculo, verificación, mejor manejo del tiempo, facilitar una mirada más general del problema centrándose en este y no en los cálculos, etc.) y en otros instantes utilizaron otras estrategias (usando el cuaderno para manejar diagramas, tablas, cálculos con la calculadora, entre otros.)

**Recursos:** En la clase se utilizan las guías, la computadora, el applet, proyectores de video y calculadoras, ya sea las tradicionales o las de Windows. El profesor es un recurso muy requerido, constantemente se lo llama para preguntarle algo sobre un ejercicio, consultar por la alternativa más adecuada o presentar los resultados.

### 5.3. Colegio Santa María

**Trabajo al interior del grupo:** Se reparte una guía por alumno y ellos comienzan a leerla en sus grupos. Mientras la profesora señala que deben entender de que trata el problema y definir los pasos a seguir. En los grupos los alumnos conversan y realizan distintas actividades y operaciones: calculan valores; anotan números en la guía; copian las fórmulas en los cuadernos; prueban y cambian valores; desarrollan tablas; etc. El trabajo no es igual en todos los casos, pero en general los alumnos se dedican a resolver el problema. La dinámica de los grupos está marcada por responder a la guía, uno de ellos es él que generalmente maneja el applet, mientras que otros usan la calculadora y anotan en tablas o cuadernos.

De los grupos observados, uno de buen rendimiento y otro de rendimiento más bajo en matemática, cada grupo se conforma de dos alumnos. El primer grupo de rendimiento más bajo, trabajaban en silencio, cada cual usaba el computador indistintamente, las preguntas a la profesora siempre las hacía el joven, en algunas ocasiones se les veía conversar, cuando uno manipulaba el applet el otro usaba la calculadora y luego se intercambiaban para hacer el uso del recurso digital, su avance era a un ritmo similar, e incluso un poco mejor que el de los alumnos de buen rendimiento. Cuando dejaron de asistir a clases y se observó al segundo grupo de dos niñas de rendimiento bajo, éstas trabajaban muy poco en los problemas propuestos, conversaban mucho de temas no relacionados con la tarea, se reían constantemente y en otros momentos trabajaban, pero algunos problemas los resolvían mirando al grupo de su costado. El grupo de buenos resultados, trabajaban en forma consistente, deteniéndose algunos momentos en que principalmente uno de ellos se distraía, donde el otro alumno le pedía concentrarse en el trabajo. El alumno que se distraía era él que la gran mayoría de las veces usó el recurso digital. En los momentos que trabajaban en el problema, lo hacían en forma conjunta, leían, discutían, pero principalmente él que no usaba el recurso digital era él que sugería las acciones a realizar.

En el grupo de mejor rendimiento, se generan debates, manipulan el applet, analizan los resultados, surgen dudas y se discuten, etc. En este grupo, el que manipula el recurso digital, en algunos momentos comienza a cambiar valores y su compañero le dice que los deje como estaban. Este grupo también, anota tablas y valores en la guía y mira las formulas del cuaderno, a los compañeros para verificar lo que tiene y al observar el applet ven que les falta información.

En el grupo de resultados más bajos, uno del grupo usa el applet y el otro calculadora, ambos logran resultados con distintos valores ante lo cual conversan sobre el problema.

Todos los grupos recurren a la profesora como recurso. La llaman o se paran a decir o preguntarle algo y ella misma recorre los grupos para ver como trabajan y responder dudas de los alumnos. En la conversación con los grupos la profesora les recuerda lo que deben hacer, les formula preguntas y observaciones, comprueba con ellos las decisiones que tomaron, les advierte que deben cambiar algunas variables, etc. En varias ocasiones les plantea el uso del applet, como por ejemplo: que revisen los datos del applet, comparen las fórmulas de la guía con las del

applet, que en el applet está la respuesta a lo que buscan. La profesora revisa los datos que los alumnos van ingresando y las soluciones que están planteando, preguntando y explicando lo que pueden hacer cuando corresponde.

**Trabajo entre grupos distintos:** Espontáneamente se producen contactos entre miembros de los grupos. Comúnmente estos contactos se producen ante dudas de un alumno, a partir de lo cual, se establece la conversación con compañeros del grupo de al lado. En todos los casos los alumnos responden explicando.

En un momento la profesora pide a los grupos que muestren sus avances, les dice que vean si tienen sentido los cambios que hacen en relación al problema. Luego de que algunos le muestran lo que hicieron, la profesora les consulta si había otra variable que se pudiera modificar y plantea la idea de que hay que tomar decisiones en relación al problema. Posteriormente, pregunta al curso si les ha servido la tecnología, a lo que algunos contestan que si. También, si les resulta cómodo el manejo de variables mediante el uso de la tecnología, a lo que algunos contestan que si pero la mayoría no opina.

**Recursos:** Se utilizan como recursos básicos la guía, el applet y la calculadora. También la profesora usa el proyector para presentar contenidos de la guía, así como también manipula el applet, para mostrar su funcionamiento. Muestra sus componentes, los datos de entrada, las variables y los datos de salida. Se señala que el applet es muy importante, por que les ayudará a resolver los problemas de la guía.

La profesora es un recurso importante, introduce el tema y realiza su presentación en base a un diagrama realizado por ella en la pizarra. Ella insiste, en que primero tienen que entender el problema y saber con qué variables cuentan. Se refiere al método que requiere: leer cuidadosamente, recopilación de información, meditar un esquema, definir variables y tomar resoluciones. Señala que para resolver el problema cuentan con tecnología, planillas, los applet, internet, software. Una vez que se inicia el trabajo la profesora actúa pero no con tanta intensidad como al inicio.



**CAPITULO VI:**  
**CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**



## **6.1 CONCLUSIONES**

### **6.1.1 Los profesores**

La estrategia utilizada para trabajar en resolución de problemas abiertos, en el marco del modelo interactivo, donde se proporcionan recursos, en particular guías de trabajo con actividades y recursos digitales asociados a éstas, mostró ser factible de implementar, a la luz de la realidad del sistema educacional chileno, donde los docentes no manejan adecuadamente la metodología de resolución de problemas y, cuando se trabaja en problemas, pocas veces son del tipo abiertos. Sin embargo, este modelo requiere de algunas modificaciones referidas a la formación previa de docentes (Harskamp & Suhre, 2007; Pifarré, 2004; Santos, 2008), la implementación progresiva de la estrategia y del nivel de dificultad del problema (Pifarré, 2004) y a que los alumnos tengan mejores apoyos, en las guías y recursos digitales, en el uso de estrategias heurísticas y metacognitivas, para las diferentes etapas (Pifarré, 2004; Schoenfeld, 1985; 1989; 1992).

Desde la perspectiva de profesores eficientes descrita por Colomina et al., (2001), si bien no es generalizable, los docentes tenían expectativas altas del rendimiento de sus alumnos, supervisaron su trabajo, mostraron entusiasmo, hicieron preguntas que los alumnos generalmente pudiesen contestar, ofrecieron retroalimentación a las respuestas de sus alumnos y proporcionaron tiempo suficiente para que éstos respondieran. Sin embargo, no se constató, o al menos no en forma consistente o suficiente que los profesores realizaran resúmenes, síntesis periódicas, repitieran y revisaran los conceptos e ideas claves.

En forma especial, se debe trabajar con los docentes y mejorar los recursos para perfeccionar lo que son los cierres de la clase, que es el momento en que se levantan y responden las dudas generalizadas emergentes durante la sesión, se analizan las distintas soluciones, los problemas encontrados, las estrategias y metacognición utilizadas, el uso de los recursos y pasar "en limpio" la matemática aprendida.

Por una parte, los docentes involucrados tenían nociones básicas de la metodología de resolución de problemas, por otra, la literatura hace referencia de la complejidad de trabajar dicha metodología. Por lo que la implementación de la estrategia se vio

limitada por la actuación del docente (Galin, 2001; Monereo, 2000; Lacasa & Herranz, 1995; Pifarré & Sanuy, 2002; Rizo & Campistrous, 2002).

Al implementar la metodología de resolución de problemas, en el marco del *modelo interactivo*, los recursos, en particular, la guía donde se trabajan los problemas, es la que organiza y "lleva" el desarrollo de la clase. En efecto, los docentes luego de un breve trabajo inicial, dejaban trabajar al alumno, interviniendo principalmente a partir de las preguntas emergentes o interactuando en cada grupo según sus avances y dudas.

A las reacciones iniciales de los alumnos quienes requerían que se les explicara "lo que había que hacer", incluso antes de que miraran el problema, donde el profesor reacciona solicitándoles que leyeran y releyeran el problema e hicieran una puesta en común sobre la base de preguntas y respuestas, se logró la instalación de estas estrategias básicas en los alumnos. Esto es consistente con las etapas de comprender o analizar el problema (Monereo, 2000; Polya, 1979; Schoenfeld, 1985).

En la etapa de comprensión o análisis del problema, los docentes proponen estrategias básicas: leer, releer y anotar los datos. Al ver emerger nuevas estrategias de sus alumnos, tales como, subrayar ideas, hacer anotaciones al margen o hacer representaciones de los datos, el docente las sociabilizaba con el curso.

El docente al no generar discusiones, ni hacer preguntas, en la etapa de planificación y limitarse generalmente a que los alumnos sigan las indicaciones de la guía, las que en esta etapa fundamentalmente se reducen a la organización de los datos, no se logró que los estudiantes intercambiaran ideas de cómo resolver el problema o discutir sobre las acciones a realizar.

Los docentes fueron efectivamente, un monitor externo del proceso de aprendizaje de sus alumnos, según lo señalado por Pifarré (2001) al citar a Lester (1985). Sin embargo, estos no actuaron como lo define Schoenfeld (1989), un modelo del comportamiento metacognitivo, ya que éstos en ningún momento intentan resolver un problema frente a sus alumnos, haciendo explícito su actuar. Es importante que el alumno conozca la forma y dificultades que se presentan al resolver un problema, siendo desarrollado por el profesor en un proceso de discusión al curso

(Martín et al., 2003; Lester, 1985 citado por Pifarré, 2001; Pifarré, 2004; Schoenfeld, 1992). Cabe hacer notar, que la estrategia implementada no consideraba esta acción por parte del docente.

Los docentes durante la mayor cantidad del tiempo, relacionada principalmente con la etapa de ejecución del problema, interactuaban con los diferentes grupos de alumnos, mientras éstos últimos resolvían los problemas. Los docentes, más que responder las preguntas de sus alumnos contra preguntaban, dando ejemplos, contextualizaciones, mantenían discusiones, daban recomendaciones, motivaba y a los que avanzaban bien en la solución del problema los felicitaban. Esto es consistente con lo que la literatura recomienda, donde los alumnos realizan acciones y procedimientos matemáticos para resolver el problema (Schoenfeld, 1985, Pifarré, 2004).

En forma escasa, los docentes generaron discusiones sobre lo que Schoenfeld denomina procesos de control, tanto de la forma en que los alumnos usan la información, para la resolución del problema y el uso de los recursos durante este proceso. El mayor esfuerzo que realizaron en este sentido, fue para lograr que los alumnos comprendieran el problema y en algunas oportunidades se refirieron a que hay más de una manera de resolver los problemas, sin embargo, no generaron discusiones sobre los procesos de resolución o la toma de decisiones respecto a abandonar una línea de resolución, de igual manera son escasas sus referencias a que los alumnos realicen monitoreo o evaluación periódica (Schoenfeld, 1992).

La falta de conocimiento o dominio del docente respecto al contenido matemático, la metodología, el material y/o los recursos digitales, repercutió en forma significativa en el desarrollo adecuado de la clase e incidió en el trabajo de los alumnos (Coll et al., 2008).

Respecto a las funciones a desempeñar por el docente, según Pifarré (2001) al citar a Lester (1985), estos: a) facilitaron parcialmente el aprendizaje de estrategias, tanto en forma directa como con los materiales y recursos proporcionados, b) No fueron un modelo de pensamiento para sus alumnos, al no desarrollar él un problema, y c) fueron efectivamente un monitor externo del proceso de aprendizaje de sus alumnos, siendo una ayuda cognitiva para estos, la cual fue dosificando de manera de retirarla en la medida que los alumnos lo lograran.

### **6.1.2 Los alumnos**

Se logró que todos los grupos implementaran una etapa de análisis y ejecución del problema. Si bien inicialmente los alumnos no leían el problema y menos trataban de entenderlo, solicitando a su docente que se los explicara, en el transcurso del primer problema, los docentes lograron que los propios alumnos comenzara a leer y por medio de preguntas y respuestas a comprender el problema. Cabe señalar, que Chile, junto con tener resultados deficientes en matemática en evaluaciones a nivel nacional e internacional, también tiene resultados deficientes en lectura y comprensión.

En el marco de la estrategia en la cual se implementó esta tesis, se constató que es factible que los alumnos puedan trabajar dicha metodología, avanzando en un proceso de apropiación. Sin embargo, este modelo requiere de algunas modificaciones referidas a la formación previa de docentes, la implementación progresiva y a que se incorporen en los recursos aspectos referidos al uso de estrategias heurísticas y metacognitivas, para las diferentes etapas.

Trabajar en resolución de problemas abiertos permitió observar: una mayor participación de los alumnos; existió un mayor tiempo en que estos trabajaban y pensaban en el problema propuesto; existió participación individual como grupal, trabajándose indistintamente en la solución del problema; tuvieron espacio para descubrir y verificar sus conjeturas (Martín et al., 2003; Pifarré, 2004; Santos, 2008; Sawada, 1997).

Los alumnos tomaron mayor conciencia de las metodología y complejidades de trabajar en resolución de problemas. En forma especial, se pudo observar la evolución en que los alumnos utilizaron o aparecieron nuevas estrategias a la luz de la interacción entre éstos con el profesor.

El trabajar en problemas abiertos no rutinarios, involucró a los estudiantes, los "obliga" a tomar decisiones, definir el camino a seguir y cuándo cambiarlo en caso de ser necesario, junto con activar conocimientos, habilidades y competencias matemáticas, de uso de tecnología y especialmente propias de la estrategia de resolución de problemas. Si bien en menor medida, se observó un manejo de los alumnos de saber cuándo y cómo utilizar las estrategias aprendidas y el manejo metacognitivo del proceso, sin embargo, estas se fueron incrementando con el paso

de los distintos problemas presentados (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2000c; Pifarré, 2004; Santos, 2008; Schoenfeld, 1985; 1989; 1992).

A partir de los resultados de la categoría "Alumno", es posible pensar que la estrategia utilizada, logra que los alumnos avancen en la apropiación de la metodología y en particular en el uso de estrategias de resolución de problemas. En particular, estas últimas surgen principalmente desde los alumnos de manera intuitiva, en forma espontánea o a partir de las preguntas o sugerencias de sus profesores. Sobre esto, si bien hay consensos sobre la importancia de enseñar a los estudiantes a resolver problemas, no hay consenso sobre la estrategia a utilizar (Pifarré y Sanuy, 2001; Santos, 2008; Schoenfeld 1985; 1989; 1992; 2007).

Al ver los resultados, de usos de estrategias de resolución de problemas por parte de los alumnos, se puede señalar que al inicio del trabajo de un problema, es donde emergen las principales estrategias de resolución, para luego dedicar la mayor cantidad del tiempo, a la etapa de ejecución del problema y en menor tiempo los alumnos trabajaron en su verificación o revisión. Esto es consistente con diferentes estudios (Pifarré, 2004; Pifarré & Sanuy, 2001; Shoenfeld, 1985, 1992).

Cuando se tienen problemas que le son de interés a los estudiantes y de un nivel de dificultad apropiados, estos trabajaban más activos, motivados y de mejor forma. En efecto, se observó que cuando el nivel de dificultad/problema era muy alto, la comprensión y trabajo de esta por parte de los estudiante fue baja y compleja. Este aspecto es visto en diferentes investigaciones, donde se señala la necesidad de plantear problemas que sean un reto para el estudiante, ni muy bajo ni muy complejo, de manera que sea solucionable por éste. Además, hay referencia al tratamiento incremental en las dificultades de los problemas y en forma inversa proporcionando mayor ayuda inicial y de manera paulatina ir retirando estos y posicionando nuevos apoyos (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2000c; Pelgrum, 2001; Salomon & Perkins, 1998 citados por Pifarré 2001; Schoenfeld, 1989; Takahashi, 2000).

Se pudo constatar, que en los alumnos existió una mayor conciencia y conocimiento en los procedimientos y contenidos matemáticos, que en temas asociados a la estrategias de resolución de problemas. Esto se observó en los procesos de cierre, donde a las preguntas del profesor al referirse a las estrategias, usualmente se limitaban a señalar las que el docente había mencionado en la clase,

sin embargo, al explicar sobre la solución matemática, éstos entregaban más y nueva información. Lo cual es consistente, al ser resolución de problemas una metodología no trabajada en las salas de clases de nuestro país o en forma muy escasa. Esto, además explica la dificultad de los estudiantes al momento de resolver los problemas (Harskamp & Suhre, 2007).

El comportamiento al interior de los grupos es variado, en algunos casos existió un trabajo cooperativo (Miller, 2000), en otro los miembros de los grupos trabajan cada uno por su cuenta durante un tiempo, pero llegaba un momento en que trabajan en conjunto en forma colaborativa. En general, como se ha señalado los alumnos en forma intuitiva, iniciaron los procesos de uso de estrategias de resolución de problemas, teniendo esto un interesante potencial reconocido por la literatura (Sawada, 1997).

Se logró observar avances respecto a tomar conciencia sobre la estrategias de resolución de problema y en particular sobre estrategias metacognitivas, las que luego de que el docente consultara a sus alumnos, en ocasiones estos entregaron estrategias nuevas de resolución de problemas y se referían a como fueron pensando y logrando los resultados, además de señalar algunos procesos de control (Schoenfeld, 1992).

En forma intuitiva, se observó un actuar de los alumnos sobre lo que Schoenfeld denomina procesos de control, tanto de la forma en que éstos usan la información para la resolución del problema, como en el uso de los recursos durante este proceso. Hay distintos niveles de generalización, teniéndose que en todos los grupos tenían claridad acerca de lo que se trataba el problema, sin embargo, fueron menos los grupos que consideraron varias formas para su resolución, al igual que son pocos los que llevaron un monitoreo, tomando conciencia de decidir cuando abandonarlos (Schoenfeld, 1992).

Parte del comportamiento de algunos alumnos, generalmente los mejores para matemática según sus profesores, fue variando, en la medida que comenzaron a aparecer estrategias de las denominadas por Schoenfeld (1992) de control, donde los alumnos discutían y revisaban sus desarrollos, respecto a que podrían cambiar, miraban alternativas, se proponían algunas hipótesis y las probaban, decidían cuando no seguir por un camino, en otros momentos se comunicaban entre grupos distintos.

En diferentes ocasiones, al interior de los grupos el alumno que llevaba el control de la actividad y él que tenía un mayor manejo de conocimiento matemático, en forma reiterada cuestionaba su trabajo (Harskamp & Suhre, 2007).

### **6.1.3 Interacción profesor-alumno**

Profesores y alumnos, valoran trabajar los contenidos de manera contextualizada, significativa y situada, con la posibilidad de vincular y trabajar la matemática con otras disciplinas, junto con disponer de materiales que tratan temas de la vida diaria, que no siempre se trabajan en clases.

Existe una diferencia entre el diseño y planificación inicial de la actividad y lo sucedido en las salas de clases. Esto dependió de la interacción de profesores y alumnos y del desarrollo de la actividad, lo cual obedece a elementos relacionados, entre otros aspectos con: conocimientos del docente respecto a la metodología de resolución de problemas; conocimientos de los contenidos tratados; apropiación del *modelo interactivo* y de los recursos proporcionados (descrito en el capítulo 3); relación con sus alumnos; actuación de los alumnos; uso de los recursos; manejo y gestión de la clase (Coll, 2004; Coll, Mauri & Onrubia, 2008).

En la medida que se avanzaba en el trabajo de un mismo problema, disminuyeron las intervenciones del docente (en particular, las referidas a sugerencias para resolver problemas) y aumentó el trabajo de los alumnos en forma individual y grupal.

Los docentes, adaptaron su intervención dependiendo del tipo de grupo, siendo menos exigente con alumnos de rendimientos más bajos. Los docentes destinaban más tiempo a los mejores grupos de alumnos. En efecto, los profesores se desplazan continuamente entre los distintos grupos, sin embargo, el tiempo dedicado a cada uno es escaso, aumentando estos tiempos en la medida que un grupo hace más preguntas, correspondiendo estos en muchas oportunidades a los alumnos con mejores resultados.

Se pasó de manera significativa de un trabajo expositivo del profesor, de las clases tradicionales, a un trabajo grupal centrado en el alumno. El docente utiliza la práctica expositiva, para dar instrucciones sobre el problema o el recurso tecnológico, responder preguntas generalizadas, hacer preguntas y sugerencias

cuando hay dificultades en el curso para avanzar en la solución del problema, transferir estrategias que fuesen interesantes para todos los alumnos o realizar el proceso de cierre (Miranda y Villarreal, en prensa; Oyeiza & Miranda, 2004).

La mayor cantidad del tiempo, la interacción del profesor con los alumnos, se daba cuando el docente se trasladaba entre los grupos, hacían preguntas y dialogaban en torno al problema. Se notaba una muy buena relación y disposición tanto del docente como de los alumnos. Surgieron en forma indistinta, estrategias vinculadas a trabajos cooperativos (Miller, 2000) y otras más colaborativas donde los docentes por medio de preguntas y sugerencias incentivaron dicho trabajo en la búsqueda de soluciones al problema, incentivaron la discusión entre profesor y alumno y entre sus pares generando nuevas estrategias (Cho & Jonassen, 2002, Pifarré & Sanuy, 2002; Santos, 2008).

Como estrategias generales, frente al surgimiento de dudas generalizadas, los docentes hablaban al curso, sugerían que siguieran pensando, que leyeran nuevamente el problema, verificaran datos y que "conversaran más".

Un aspecto en que los profesores fueron significativamente reiterativos, fue el que los alumnos tomaran decisiones, sin embargo, se pudo apreciar también en forma generalizada, que este era uno de los aspectos más complejos para los alumnos. El autor de esta tesis, piensa que esto es un resultado de la formación de nuestros alumnos, la cual es principalmente frontal, con una estrategia expositiva siendo un proceso unidireccional de transmisión del conocimiento, del profesor al alumno (Monereo, 2000), a partir de este escenario, la interacción y participación del alumno en su proceso de aprendizaje es escasa, por lo que claramente no está acostumbrado a tomar decisiones.

En estos momentos el recurso más utilizado era la pizarra tradicional. Algunos docentes fueron más activos en que los alumnos aplicaran y entendieran las estrategias utilizadas, por lo que hacían preguntas y planteaban nuevas situaciones de manera de incentivar su reflexión.

Se observó un cambio en las prácticas del docente y en su rol y el de los alumnos, además, del manejo de nuevas habilidades necesarias tanto para el uso de tecnología como de la metodología de resolución de problemas. El docente fue un guía, una ayuda para sus estudiantes y estos tomaron una actitud activa,

participaban en grupos, formulaban preguntas, tomaron una actitud de interés, exploraron, hicieron conjeturas (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2001; Monereo, 2000; Pelgrum 2001; Reigeluth; Santos, 2008).

También el uso de materiales y recursos del modelo interactivo, significó un cambio en el rol del alumno y del docente, generando además un cambio en las prácticas docentes. Como lo señala Fullan (1982 citado por Akker et al., 1992), si bien los materiales por si solos no son suficientes para aplicar la innovación, la influencia de los materiales es muy grande.

#### **6.1.4 Aportes de la tecnología de la información y comunicación**

Se pudo constatar, que es factible integrar tecnologías de la información y comunicación, con una metodología de resolución de problemas apoyando a docentes y alumnos en el marco de un modelo de innovación curricular como el modelo interactivo (Coll, 2004; Jonassen, 2000c; Pifarré, 2004; Santos, 2008; Schoenfeld, 1989). Los recursos digitales, proporcionaron determinadas posibilidades y limitaciones que están vinculadas con la actividad definida, la cual se produce en un marco del trabajo de profesores y alumnos (Coll, 2004, Lim & Hang, 2003).

Profesores y alumnos, destacaron la incorporación de recursos tecnológicos en el marco de problemas reales, conectados con otras áreas del conocimiento distintas a la matemática, y en contextos de modelos matemáticos complejos, en particular, indicaron que este tipo de problemas, sería difícil de ser resuelto sin el apoyo de la tecnología, aumentando el tipo y forma de problemas que se pueden trabajar (Martín et al., 2003; NCTM, 2000; Onrubia et al., 2001; Jonassen, 2000c; Santos, 2001; Waits, 2003).

Los docentes tienen claridad que el recursos applet, por si solo no resuelve los problemas, dándole énfasis a entender los problemas, a saber usar estrategias y al conocimiento matemático que deben utilizar.

Si bien se utilizaron applet de distintos niveles de dificultad, desde el punto de vista de su comprensión por parte de los estudiantes, éstos fueron factibles de integrar, en la labor de profesores y principalmente de alumnos en el proceso de resolución de problemas, en la medida que los profesores hicieron una adecuada presentación

de éstos y su vinculación con el problema a resolver, mejoró el uso que los estudiantes hicieron de él.

El uso e integración de los recursos digitales, introdujo problemáticas nuevas al profesor, aquellos que son propios de un conocimiento adicional al contenido matemático y estrategia utilizada, así como en el cambio de la actuación y prácticas del docente y del alumno (Coll, 2004; Godino, et al., 2005; Hiebert, 1999 citado en Takahashi, 2000; Lim & Hang, 2003; Pelgrum, 2001; Pifarré, 2004; Santos, 2008).

Los applet presentaron una facilidad de uso y flexibilidad, los cuales en forma intuitiva pudieron ser manipulados por los estudiantes y profesores para apoyar la resolución de los problemas planteados.

Los applet fueron una ayuda tanto a nivel instrumental, como para aprender con ellos, usándolos como instrumento cognitivo, instrumentos mentales o como señala Jonassen, "herramientas de la mente", permitiendo que los alumnos aprendieran en forma significativa, descubriendo y construyendo el conocimiento, en forma colaborativa, en ambientes realistas y enriquecidos (Jonassen, 2000c).

Se pudo observar, que los alumnos hicieron un uso de las tecnologías en forma instrumental y como apoyo cognitivo, siendo este último, el más valorado por los estudiantes frente a la ayuda que prestó para resolver los problemas presentados. Las tecnologías les permitió a los alumnos resolver problemas o parte de éstos, que sin ella sería más compleja. Se observó, que los alumnos aprendieron descubriendo y construyendo el conocimiento, en forma colaborativa, en ambientes realistas y enriquecidos (Coll, 2004; Jonssen, 2000b; 2001c; Martín et al., 2003; Pifarré, 2004; Prensky, 2009).

Los alumnos usaron el applet a un nivel instrumental, para organizar la información y realizara cálculos. A nivel cognitivo, el applet apoyó: a detectar errores o situaciones anómalas; el trabajo colaborativo; la discusión y análisis de los problemas; visualizar el modelo y conceptos matemáticos; ver soluciones distintas. El applet no fue un apoyo, a nivel cognitivo, para los estudiantes en el entendimiento de los problemas, ni para realizar generalizaciones de éste (Goldenberg, 2000; Onrubia et al., 2001; Jonassen, 2000c; Waits, 2003).

El uso de los recursos digitales, ayudaron a los estudiantes en la resolución de problemas en aspectos tales como: la operatoria; visualizar y trabajar modelos matemáticos complejos; "manipular la matemática" manejando sus propiedades, viendo los cambios o invariantes; explorar y experimentar la matemática; buscar patrones; buscar relaciones matemáticas; generación de diferentes representaciones; obtener retroalimentación inmediata; en la toma de decisiones; facilitar la interacción del grupo; aplicación de estrategias; examinar el problema de diferentes perspectivas; analizar cualidades matemáticas del problema; realizar conjeturas a partir de la representación de los datos en el recurso tecnológico; ayudó a que se implementaran algunas heurísticas; manejo de diferentes representaciones de información, además de facilitar el tránsito entre uno y otro; generalizar los resultados; realizar análisis de situaciones particulares; comprobar los resultados; entre otros (Coll, 2004; Gamboa, 2007; Jonassen, 2000c; Martín et al., 2003; Pifarré, 2004; Rubin, 2000; Santos, 2001; 2008; Schoenfeld, 1989).

El computador y los recursos digitales, simplificó algunos tipos de trabajo al alumno (lo mecánico y costoso), dejando que el alumno dedicara más tiempo a los procesos de resolución del problema (entender el problema, estrategias, procedimientos) (Jonassen, 2000c).

Todos los alumnos en algunos momentos trabajaron con el applet, con el cual probaban los datos, modificándolos y mirando como se relacionaban las variables del modelo para responder el problema. En muchos grupos, también se hizo uso de la calculadora para verificar resultados, se pudo constatar que es en esos momentos se logró un uso integrado de las tecnologías, donde estas se hacen invisibles (Gros, 2000).

En relación a los resultados, la categoría "Forma de uso de las TIC"<sup>24</sup> se observa un aumento del 67% en la frecuencia de observaciones en el transcurso de una a otra sesión, al trabajar un mismo problema, se puede señalar que en la primera etapa de la resolución del problema, profesores y alumnos se concentraron más en el análisis del problema (leerlo y comprenderlo) en explorar y conocer el recurso digital.

---

<sup>24</sup> Esta categoría va desde su uso instrumental (búsqueda y organización de información, realización de cálculos, entre otros) hasta un uso más cognitivo (entender el problema apoyado por el recurso tecnológico, organización y representación del conocimiento, manejo de situaciones reales, visualización de conceptos, etc.).

A partir de los resultados, los alumnos hacen mayor uso instrumental de los recursos applet durante la primera sesión del problema, para disminuir durante la segunda sesión, en la continuación de la solución del mismo problema. En forma inversa el uso cognitivo aumenta de la primera a la segunda sesión.

En la medida que el docente hizo una mejor presentación del recurso digital y su vinculación con el problema, los estudiantes se demoraron menos entender cómo y cuándo utilizar el applet para apoyar la resolución del problema.

Existió una mejor integración del recurso digital cuando: en la guía se lo vinculaba en cálculos o preguntas complejas que requerían el uso del applet; el docente hizo una adecuada presentación de éste y vinculación al problema; el docente lo utilizó para responder dudas de alumnos y cuando le pedía explicaciones a éstos de lo realizado, haciendo uso del applet; cuando les solicitaban presentar los resultados al curso haciendo uso del proyector; o les instaba a que buscaran otras soluciones al problema usando el recurso digital (Pifarré, 2004; Santos, 2008). Es en estos momentos que el trabajo se concentró en el contenido y no en el recurso (Gross, 2000).

Los docentes usaron en muy pocas ocasiones el recurso digital, para hacer los cierres, limitándose a preguntar cómo lo utilizaron o simplemente si les había sido útil y en qué. El no uso de estos recursos hizo que no se aprovechara su potencial para: analizar las alternativas en el marco del problema mismo; ver los resultados y el comportamiento matemático de los modelos involucrados; permitir enriquecer la discusión; darle al docente herramientas para presentar a los alumnos en forma visual y concreta las alternativas desarrolladas en clase; manejar situaciones límites del problema; hacer visibles posibles errores que se presentaron; analizar la consistencia entre los resultados y el problema planteado; aumentar la comprensión y atención por parte de sus alumnos; hacer explícito su uso para los alumnos.

Un número importante de alumnos, de los que tienen buenos resultados en matemática, no confiaban en los valores que entregaba el applet, quienes comprobaban los resultados haciendo uso de calculadoras. En la medida que estos fueron viendo la consistencia, dejaron de usar la calculadora.

El recurso digital "obligó" a que las decisiones se tomaran. En general a los alumnos les costaba tomar decisiones, incluso al usar los recursos digitales, donde tenían la posibilidad equivocarse y de modificar fácilmente su decisiones.

Los recursos digitales, le permitió una visión en una única pantalla, de todas las variables y su comportamiento, de los modelos matemáticos involucrados, los cuales tenían una alta complejidad. Esto ayudó al estudiante en la resolución del problema y en definir estrategias a utilizar.

Algunos alumnos usaron estrategias de ensayo y error, principalmente por la facilidad en la manipulación del applet, sin embargo, otros al poder mirar el comportamiento de las variables involucradas en el modelo, implementaban estrategias más cognitivas y realizaban previamente análisis matemáticos, para luego tomar decisiones de caminos a seguir. En todos, la retroalimentación inmediata es un factor altamente relevante en el avance de los procesos y toma de decisiones.

El recurso digital, permitió que los alumnos comprendieran el uso de la estrategia de ensayo y error (Pifarré, 2004; Santos, 2008), sin embargo, al existir demasiadas variables que intervienen en los modelos implementados, utilizar dicha estrategia de una manera no sistemática y ordenada, podía hacer que los alumnos entraran en un proceso encadenado de modificaciones de diferentes variables, pudiéndose perder el camino, sin saber hasta donde estaba bien avanzando en el desarrollo, teniendo que volver a recomenzar.

El recurso digital permitió hacer explícita algunas estrategias utilizadas. Un ejemplo fue que en un problemas, el recurso applet, no permitía manejar determinados valores de manera exacta, frente a esto muchos alumnos (en particular de aquellos considerados por sus profesores buenos para la matemática) se enojaban y decían "como un computador no puede dar un valor exacto". Esto obligó a tomar decisiones por parte de los alumnos, donde debían decidir por un valor aproximado. Situación que reflejó dos cosas: una que a los alumnos les costaba mucho tomar decisiones; otra que los alumnos, y en particular los más "matemáticos", al no poder usar el valor exacto, decidieron hacer una aproximación, sin pensar en la respuesta más adecuada en el marco del problema. Se destaca el papel que jugó en este aspecto la tecnología, enfrentando a cada estudiante o grupo a tomar

decisiones y ponerlos en situaciones conflictivas, "tensionando" el trabajo y sacándolos de procesos repetitivos o algorítmicos.

El recurso tecnológico, facilitó el que los alumnos implementaran la etapa de validez. A diferencia de otros estudios (Pifarré, 2004; Pifarré & Sanuy, 2001; Santos, 2008; Shoenfeld, 1992), en esta investigación se pudo constatar que un gran número de grupos de alumnos, logró implementar una etapa de verificación, donde revisaron posibles errores y los cálculos, entre otros.

El incluir preguntas al final de los problemas, en que se proponían algunas condiciones que cambiaban el problema original o forzaban a que el alumno, definiera bajo qué condiciones se podía lograr determinados resultados en el mismo problema, permitió hacer un uso intensivo del applet, de manera que en forma más libre, los alumnos comprendieran que un problema pudiera tener más de una solución (Pifarré, 2004; Santos, 2008). Inicialmente los alumnos no entendían este aspecto, sin embargo, de manera rápida pudieron verificarlo al trabajar los problemas planteados usando el applet, tomando diferentes decisiones y cambiando valores frente a una misma pregunta, pudieron comprobar que tenían más opciones y eran correctas, encontrando en algunos casos generalizaciones.

La manipulación libre de los recursos tecnológicos tiene aspectos positivos y negativos. Entre los primeros permitió observar que los alumnos llegaban a diferentes soluciones (Sawada, 1997), seguir distintos caminos de indagación (Coll, 2004) y en lo segundo se pudo observar que en algunos momentos fue un distractor (Pifarré, 2004).

Los recursos tecnológicos se complementaron bien con los problemas planteados, siguiendo los principios de Goldenberg (2000), referido a que: los profesores conocían las metas de la clase; la tecnología se usó cuando ayudó con el propósito de la clase; los recursos applet no ocultaron procedimientos ni resultados intermedios, que eran de interés para los objetivos de la clase; se dejó al computador lo que mejor hace y en el estudiante el pensar en la solución del problema; los applet fueron herramientas fáciles de manejar y manipular por parte de profesores y alumnos.

Los applet, integrados como recursos digitales en la solución de los problemas trabajados, en el marco de esta tesis permitieron: simular modelos de la vida real;

demonstraron ser flexibles y dinámicos; entregar retroalimentación inmediata al alumno; fueron fáciles de acceder y usar por parte de estudiantes y profesores; se vincularon bien con la actividad diseñada; promovieron la interacción; permitieron encontrar más y diversas soluciones (Coll, 2004; Matus & Miranda, 2010; Takahashi, 2000).

Los applet facilitaron el que se realizaran algunas discusiones, como el sentido de la toma de decisiones (por ejemplo, hacer una aproximación matemática o no); discutir sobre diferentes alternativas que tenían al resolver un problema, el sentido de los resultados; revisar los procedimientos y consecuencias; buscar otras soluciones.

Se observaron varios aspectos que se asocian con la integración de TIC: valoración de las TIC por parte de docentes y alumnos; cambió los roles de docentes y alumnos; el currículum orientó el uso de las TIC; se produjo una invisibilidad de las tecnologías; el proceso se concentró en el aprendizaje y no en la tecnología; se produjo una innovación educativa; se usó la tecnología para apoyar las clases (Gros, 2000; Lim & Hang, 2003; Sánchez, 2003).

La investigación, permitió observar mejoramientos que se le pueden hacer a los recursos, para facilitar el uso reiterado por parte de los alumnos, proporcionando el ingreso y manejo de datos y evitando un cansancio por la realización de acciones repetitivas entre otros.

### **6.1.5 Los materiales (guías)**

En relación a los materiales y el tipo de problema, descritos en el capítulo 3, estos apoyaron al docente en la organización y gestión de la clase. Los alumnos, haciendo uso de los recursos proporcionados, trabajaron en grupos, en forma motivada, con buena disciplina, generándose discusiones al interior del grupo y entre grupos. Orientó y organizó el trabajo para responder el problema. Esto, junto a los recursos digitales, permitió que la mayoría de los estudiantes se dedicaran a resolver el problema, durante gran parte del tiempo.

El material "obligaba" a los alumnos a leer y comprender el problema, al desarrollo de algunas estrategias básicas de resolución de problemas, como: que leyeran el problema; buscaran datos; generaran tablas.

Se observó, que los materiales permiten “nivelar hacia arriba” el trabajo del docente y el uso de estrategias de resolución de problemas. En este marco el docente dispuso de un tiempo importante para observar y apoyar a sus alumnos, en forma más focalizada y cada estudiante tuvo la posibilidad de trabajar en forma independiente y grupal en los problemas propuestos. En este aspecto, es básico la disposición del estudiante y su permanente intensidad por ser el principal actor en su proceso de aprendizaje (Oteiza & Miranda, 2004, Miranda & Villarreal, en prensa).

La estrategia de los materiales, donde se presenta un problema abierto y luego en una secuencia de actividades va logrando que el alumno resuelva el problema y/o vaya presentando sub divisiones de problemas a ser resueltos por los alumnos, es una estrategia que logra resultados, se piensa que estos podrían mejorar en la medida que los profesores sean: previamente formados en la metodología de resolución de problemas; se apropien del *modelo interactivo* y se mejoren los recursos.

Se logró una buena integración entre recursos guías y applet. Tanto en los cálculos requeridos como en el manejo de problemas complejos, haciendo uso de modelos matemáticos trabajados con el applet, hicieron posible el incorporar estos temas a la sala de clases, permitiendo que los alumnos usaran en forma efectiva las tecnologías.

Por medio de la estrategia utilizada, en el marco del *modelo interactivo* (descrita en el capítulo 3), es factible, aunque difícil, lograr un cambio cultural en relación a cómo se realiza el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática actualmente. En particular, se avanzó en la disposición hacia la matemática y tender a un pensamiento que “si se puede”, desde la perspectiva que todos pueden aprender matemática. Se observó, cambios fundamentales de las prácticas tradicionales de docentes expositivos y transmisores de conocimiento y las de los alumnos pasivos (Oteiza y Villarreal, 2006).

Los resultados, sobre la base que gran parte de las valoraciones de las categorías implementadas en esta tesis, o de la frecuencia de sus observaciones, disminuían entre la primera y segunda sesión de trabajo de un mismo problema, hacen pensar que es recomendable implementar, problemas que puedan ser resueltos en el transcurso de una sola sesión. Sin embargo, se puede señalar que los problemas

trabajados en el marco de esta tesis, al ser de tipo abiertos, donde se integra la tecnología en un sistema educacional como el chileno, junto a las recomendaciones de la literatura, se piensa que es adecuada la estrategia y tiempo utilizada. Lo anterior, no significa que descarten alternativas de problemas que puedan ser resueltos en menores o mayores tiempos de trabajo, lo cual puede ser de gran interés de futuras investigaciones.

Un nivel de problemas, que es señalado en la literatura (Harskamp & Suhre, 2007), es que los alumnos manejen el conocimiento matemático, pero les complica su aplicación, el saber cuándo y cómo utilizar el conocimiento, es un aspecto central en los procesos de resolución de problemas (Schoenfeld, 1985: 1989; 1992). De esta manera, el material utilizado en el marco del *modelo interactivo*, resultó ser un apoyo importante en este aspecto, sin embargo, no se observó que una mayoría de los alumnos haga conciencia de este conocimiento y por otra parte tampoco los docentes lo destacan.

#### **6.1.6 Variables y categorías que intervienen**

Se observó la incidencia de determinados factores o variables, en la resolución de problemas como los determinados en esta tesis (Charles & Lester, 1989 citados por González, 2000; Pifarré & Sanuy 2002; Pifarré 2004; Schoenfeld 1985; 1989; 1992, 2007).

Una mejor actitud, interés para trabajar en el modelo propuesto, disposición hacia las tecnologías y la innovación por parte de profesores y alumnos, permitieron un mejor uso e integración de las TIC, una mejor implementación del modelo y un mejor trabajo en resolución de problemas (Marcinkiewicz, 1993 citado por Braak et al., 2004).

Se modificó el instrumento no cerrado, a partir de estudios previos señalados en el capítulo 4 de resultados, sobre la base de un modelo curricular, en el cual se implementó la investigación y teniendo como centro la integración de recursos digitales con la metodología de resolución de problemas abiertos.

El total de variables pudieron ser efectivamente observadas y analizadas, las cuales son desde la perspectiva de la enseñanza: métodos de enseñanza utilizados por el profesor; actitudes del profesor sobre la matemática y su aprendizaje. Desde la

perspectiva del aprendizaje: presencia de estrategias generales o heurísticas, específicas y actitudes.

Si bien las anteriores fueron la base del estudio, a partir de las observaciones realizadas a nivel cualitativo, se pudo incluir la variable referida a: estrategias metacognitivas y de control.

El instrumento no cerrado contó en su sección cerrada de cuatro secciones, a saber: Docente; El laboratorio de computación; Alumnos; uso de las TIC. Además, de nueve sub secciones. El instrumento en su sección abierta dispuso de cinco categorías, las cuales son: Aspectos pedagógicos; sala de computación o laboratorio de computación; Estrategia de resolución de problemas; Forma de uso de las TIC; Actitud. Además esta sección tuvo 21 sub categorías. Estas son consistentes con las variables involucradas en la resolución de problemas y uso de TIC que la literatura señala (Jonassen, 2000a; Mayer, 1986; Onrubia et. al., 2001; Pifarré, 2004; Schoenfeld, 1985; Villarreal, 2006).

Se usó como criterios incluir aquellas variables que fuesen factibles de observar en el marco de esta tesis. Otras variables, que son consideradas por la literatura, se incluyeron en el marco de la investigación, como son las del tipo de problemas y recursos.

Se destaca el esfuerzo por construir un instrumento no cerrado, permitiendo tener un análisis de datos y resultados del tipo cuantitativo y cualitativo.

En lo referido a la categoría Actitud, se sugiere para futuras investigaciones, analizar su permanencia o modificación. Esta se relaciona con la variable, tanto en la dimensión de enseñanza como aprendizaje, con los componentes individuales y afectivos. Desde esta perspectiva, se piensa que puede ser más coherente con este tipo de estudios, el observar categorías relacionadas más con emociones o disposiciones de alumnos y profesores frente al trabajo en las salas de computación en el trabajo con tecnología, lo referido a la metodología y a la resolución de problemas y en la relación entre profesores y alumnos.

## 6.2 RECOMENDACIONES

Una primera recomendación que el autor de esta tesis desea sugerir, es de un orden más bien político y social, que si bien no es el motivo de esta tesis, pero es uno de los aspectos que incide de manera importante, en el resultados de nuestros estudiantes y esta tiene relación con avanzar en el reconocimiento social de la labor del docente; profesionalizar dicha labor; mejorar sus condiciones profesionales; y en incentivos para tener a los mejores alumnos-profesionales trabajando en la docencia de nuestro país. De igual manera, se recomienda el aumentar y mantener centros de investigación y desarrollo con fondos concursables, que permitan avanzar en las líneas de interés para el país y en particular en la educación matemática y tecnologías de la información y comunicación.

Si bien, la estrategia implementada sobre la base de una metodología de resolución de problemas abiertos, integrada con tecnologías de la información y la comunicación en el marco del *modelo interactivo*, se observaron buenos resultados, además de ser valorada por profesores y alumnos, esta requiere incorporar en las guías, preguntas y actividades, que permitan a los alumnos tomar conciencia de las estrategias de resolución de problemas que están utilizando, conjuntamente con incorporar aspectos relacionados con la estrategias metacognitivas y de control propuestas por Schoenfeld (1992).

Se sabe de la dificultad de incorporar estas estrategias, por lo que se sugiere continuar con investigaciones, que permitan analizar qué pasa cuando al eliminar las actividades propuestas que apoyan al alumno en la búsqueda de solución del problema, como por ejemplo, presentar solo el enunciado del problema.

Otro aspecto que se sugiere, es avanzar en la necesidad de formar a los docentes, en el uso de la metodología de resolución de problemas y su rol en este marco unido a la implementación del modelo interactivo. De igual manera, se recomienda con especial énfasis que se incorpore un trabajo con los recursos tecnológicos, definiendo con los docentes, la potencialidad que este tiene en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Asimismo se sugiere incorporar en procesos de trabajo de salas de clases, actividades donde el profesor desarrolle un problema, no de forma "limpia" donde todo sale bien y se ve simple, sino, donde lo que se espera, es que los alumnos

observen la dificultad de trabajar en resolución de problemas, donde principalmente el profesor pueda ser un modelo en forma explícita a sus alumnos, de cómo resolver un problema haciendo uso de tecnologías, que etapas realiza, que estrategias usa, cómo y cuándo las usa, cuándo cambia una por otra estrategia, la vinculación de estrategias con los recursos tecnológicos y el conocimiento matemático.

Se recomienda analizar y considerar en forma especial los intereses de los estudiantes, para implementar problemas que le sean cada vez más atractivos y útiles para su aprendizaje para la vida.

Se sugiere mejorar el tipo de recursos digitales applet, donde estos puede ayudar en forma especial a entender el problema, en lo que Martín et al. (2003) señala como "descubrir el problema", hacer más explícita una vinculación con estrategias de resolución de problemas, junto con investigar los aportes que puede ofrecer en los procesos de cierre, que son generalmente un aspecto complejo, en lo que se observó en todas las salas y sesiones de trabajo. En particular, se pueden mejorar estos recursos facilitando y simplificando el ingreso y manejo de datos, la recuperación de estos. Además, de perfeccionar aspectos de interfaz para su posible uso con pizarras interactivas, las cuales están incorporándose de manera importante, en las salas de clases de nuestro país.

Otro elemento observado, se relaciona con el cuidado en el incremento de los niveles de dificultad de un problema, siendo un reto, pero al mismo tiempo que sean factibles de resolver. De igual manera, se sugiere el analizar el retiro paulatino de determinados apoyos y la incorporación de otros dependiendo del problema, contenido matemático, aprendizajes y competencias que se desean lograr y recursos digitales integrados.

Como se hace ver en la literatura, hay una relación importante entre las estrategias de resolución de problemas y el contenido matemático, al cual se debe agregar la integración de tecnologías.

También se propone, poder avanzar en líneas de investigación que permitan analizar los aspectos del punto anterior, pero además, agregando variables del tipo trabajo colaborativo y distintas tecnologías, tanto a nivel de hardware como de software.

En esta misma línea, se puede avanzar en lo relacionado con el uso de redes sociales y lo que es la Web 2.0, tanto en los procesos de espacios de desarrollo profesional para profesores, como en la de diseño y desarrollo de andamiajes que favorezcan el trabajo en estas metodologías.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- Abramovich, S. (2003). Spreadsheet-Enhanced Problem Solving in Context as Modeling. *Spreadsheets in Education*. 1 (1). En <http://www.sie.bond.edu.au/>
- Abramovich, S. & Brouwer, P. (2003). Revealing hidden mathematics curriculum to pre-teachers using technology: the case of partitions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(1), pp. 81-94.
- Abrantes, P., Barba, C., Batlle, I., Bofarull, M., Colomer, T., Fuentes, M., García, J.E., García, J.A., Martí, E., Ramos, N., Recarens, E., Segarra, L., Serra, T. y Torra, M. (2002). *La resolución de problemas en matemática. Teorías y experiencias*. Barcelona: Graó.
- Akker, J., Keursten, P. & Plomp, T. (1992) The integration of computer use in education. *International Journal of Educational Research*, 17 (1), 65-76
- Araya, R. (2000). *Inteligencia Matemática*. Santiago-Chile: Editorial Universitaria.
- Anguera, M. (1985). Posibilidades de la metodología cualitativa vs. cuantitativa. *Revista de Investigación Educativa*, 3 (6), 127-144.
- Ávalos, B. (2003). La formación de profesores y su desarrollo profesional. Prácticas innovadoras en busca de políticas. El caso de Chile, en Cox, C., editor. *Políticas educacionales en el cambio de siglo*, Editorial Universitaria. Santiago, Chile.
- Azinian, H. (2000). *Resolución de problemas matemáticos. Visualización y manipulación con computadora*. Buenos Aires: Novedades Educativas.
- Baker, J. y Sugden, S. (2003). Spreadsheets in Education–The First 25 Years. *Spreadsheets in Education*. 1 (1). En <http://www.sie.bond.edu.au/>
- Bakerman, R., y Gottman, J. (1989). *Observación de la interacción: introducción al análisis secuencial*. Madrid, Morata.
- Balanskat, A. y Blamire, R. (2007). ICT in Schools: Trends, Innovations and Issues in 2006-2007. *Insight – knowledge building and exchange on ICT policy and practice*. Publicado por European Schoolnet en [http://insight.eun.org/shared/data/pdf/ict\\_in\\_schools\\_2006-7\\_final.pdf](http://insight.eun.org/shared/data/pdf/ict_in_schools_2006-7_final.pdf)
- Barba, D. y Segarra, L. (1997). *Estratègies per a resoldre problemes*. Barcelona: Proa.
- Barba, D. y Segarra, L. (1997). *Estratègies per a resoldre problemes*. Llibre d'activitats. Barcelona: Proa.
- Barberà, E. (1995). Estrategias en matemática. *Cuadernos de pedagogía*. Nº 237, 29-32.
- Baugh, I., & Raymond. A. (2003). *Making Math Success Happen: The Best of Learning & Leading with Technology on Mathematics*. EE.UU. ISTE.

- Baylor, A. y Ritchie, D. (2002). *What factors facilitate teacher skill, teacher morale, and perceived student learning in technology-using classrooms?* Computers & Education, 39(1), 395-414.
- BECTA 2007. *Harnessing Technology. Review 2007: Progress and impact of technology in education.*
- Bellei, C. (2003). ¿Ha tenido impacto la Reforma Educativa Chilena. En *Políticas educacionales en el cambio de siglo (Cristian Cox editor)*. Editorial Universitaria, pp. 125-209.
- Bellman, R. (1978), *An introduction to Artificial Intelligence: Can Computers Think?* San Francisco: Boyd & Fraser Publishing Company.
- Bransford, J. y Stein, B. (1984). *Solución IDEAL de problemas: Guía para mayor pensar, aprender y crear.* Barcelona. Paisdos.
- Braak, J., Tondeur, J. & Valcke, M. (2004). Explaining different types of computer use among primary school teachers. *European Journal of Psychology of Education*. 19 (4), 407-422.
- Briones, G. (1967). *Metodología y técnicas de investigación para las ciencias sociales*. México: Trillas.
- Brünner, J. (2000). Educación: Escenarios de Futuro. Nuevas Tecnologías y Sociedad de la Información. *PREAL: Promoción de la Reforma Educativa en América Latina y el Caribe*.
- Brünner, J. (2003). *Educación e Internet ¿La próxima revolución?* Santiago: Fondo de cultura económica.
- Burkhardt, H. & Bell, A. (2007). Problem solving in the United Kingdom. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39, (5-6), 395-403.
- C5- Universidad de Chile (2008). *Estudio sobre Buenas Prácticas Pedagógicas con Uso de TIC's al Interior del Aula*. Informe Final (pp.153). Santiago: ENLACES- Ministerio de Educación
- Cabero, J. (1996). Nuevas tecnologías, comunicación y educación. *Edutec*. Nº 1.
- Cabero, J. (2001). *Tecnología Educativa. Diseño y utilización de medios en la enseñanza*. Barcelona: Paidós.
- Cabero, J. (2007). Las nuevas tecnologías en la sociedad de la información. En Cabero, J. (2007). *Nuevas tecnologías aplicadas a la educación*. Madrid. Mc Graw Hill.
- Cai, J. & Nie, B. (2007). Problem solving in Chinese mathematics education: research and practice. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39, (5-6), 459-473.
- Campos, M. y Estrada, J. (1999). Representación matemática de estudiantes pre-universitarios en la resolución de un problema de optimización. *Educación Matemática*. 11 (2), 32-51.

- Castells, M. (2002). Lección inaugural del programa de doctorado sobre la sociedad de la información y del conocimiento, *Documento presentado en Inauguración doctorado sociedad de la Información*, Barcelona: Editorial UOC. Disponible en <http://www.uoc.edu/web/esp/articles/castells/menu10.html>
- Centro de educación y tecnología, Red Enlaces, Ministerio de Educación de Chile. En [www.redenlaces.cl](http://www.redenlaces.cl)
- Cho, K., & Jonassen, D. (2002). The effects of argumentation scaffolds on argumentation and problem solving. *Educational Technology: Research & Development*, 50 (3), 5-22.
- Choua, C., Chanb T. & Linc C. (2002). Redefining the learning companion: the past, present, future of educational agents, *Computer & Education*, 40(3), 255-269.
- Cisneros, C. (2003). Análisis Cualitativo Asistido por Computadora. Sociologías. 9 Porto Alegre. En [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1517-45222003000100010](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-45222003000100010)
- Colomina, R., Onrubia, J. y Rochera, M. Interactividad, mecanismos de influencia educativa y construcción del conocimiento en el aula. En Coll, C. Palacios, J. y Marchesi, A. (2001). *Desarrollo psicológico y educación. Psicología de la educación escolar*. Madrid: Alianza.
- Coll, C. (2004). Psicología de la educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación. Una mirada constructivista. *Sinéctica*, 25, 1-24.
- Coll, C., Mauri, T. y Onrubia, J. (2008). El análisis de los proceso de enseñanza y aprendizaje mediados por las TIC: una perspectiva constructivista. En E. Barberà, T. Mauri y J. Onrubia (Eds.), *La calidad educativa de la enseñanza basada en las TIC. Pautas e instrumentos de análisis* (pp. 47-62). Barcelona: Graó.
- Collect, investigadores de mercado. (2002). Resultados generales del estudio "penetración y usos de Tecnología en los profesores", *Encuesta encargada por Ministerio de Educación de Chile*.
- Comisión Nacional para la Modernización de la Educación. 1995. *Los desafíos de la educación chilena frente al siglo XXI*. Editorial Universitaria. Santiago, Chile.
- Cox, C. (2003). *Políticas Educativas en el cambio de siglo. La reforma del sistema educacional de Chile*. Santiago: Editorial Universitaria.
- Cox, C. (2003). El nuevo currículum del sistema escolar, en Hevia, R. *La Educación en Chile Hoy*. Ediciones Universidad Diego Portales, Santiago, Chile.
- Cuban, L. (2001). *Oversold and Underuse: Computer in the Classroom*. London: Harvard University Press.
- Da Ponte, J. P. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39, (5-6), 419-430.

- Dario, R., Haydeé, Y. & Pedrosa, M. (2007). Informática y educación matemática en Latino América: Un panorama. *VII Congreso Iberoamericano de Informática Educativa*. Mar Del Plata, Argentina. 18-20 de Agosto, 2007. 1167-1175.
- De Ketele, J. (1984). *Observar para educar, Observaciones y evaluaciones en la práctica educativa*. Madrid, Visor.
- Dockstader, J. (1999). Teachers of 21 century know the what, and how of technology integration. *T.H.E. Journal*, 73-74, January
- Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., Van den Heuvel-Panhuizen, M., de Lange, J. & Wijers, M. (2007). *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39,(5-6), 405-418.
- EduTEKA, *Sáquele provecho a las "macros" de la hoja de cálculo*. En <http://www.eduteka.org/MacrosExcel.php>
- European Schoolnet. (2006). *The ICT Impact Report A review of studies of ICT impact on schools in Europe*. Comunidad Europea, Educación y Cultura.
- Feicht, L. (2000). Guess and Check: A viable problem-solving strategy. *Learning & Leading with Technology*, 27 ( 5), 50 – 54.
- Felmer, P. (2008). *Una ventana al mundo ¿Cómo se forman los profesores de enseñanza básica para enseñar matemática?* Academia chilena de ciencias. Santiago, Chile.
- Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 2, (3), 11-44.
- Gardner, H. (1991). *The unschooled mind: How children think and how schools should teach*. New York, NY: Basic Books.
- Gaulin, C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Sigma*. Nº 19. En [http://www.berrikuntza.net/edukia/matematika/sigmaaldizkaria/sigma\\_19/TENDENCI.PDF](http://www.berrikuntza.net/edukia/matematika/sigmaaldizkaria/sigma_19/TENDENCI.PDF)
- Gil, J.(1994). *Análisis de datos cualitativos aplicaciones a la investigación educativa*. Barcelona: PPU.
- Godino, J., Recio, A., Roa, R., Ruiz, F. & Pareja, J. (2005). Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio de las matemáticas.
- Goldenberg, P. (2000). Thinking (And Talking) About Technology in Math Classrooms. En *Education Development Center, Inc.* [http://www2.edc.org/mcc/iss\\_tech.pdf](http://www2.edc.org/mcc/iss_tech.pdf)
- González, R. (2000). *Metodología para la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas*. Barcelona. Cedecs.
- Gros, B. (2000). *El ordenador invisible: hacia la apropiación del ordenador en la enseñanza*. Barcelona: Gedisa

- Gros, B. (1997) *Diseños y programas educativos Pautas pedagógicas para la elaboración de software*. Barcelona: Ariel Educación.
- Guzmán, M. (2001). *Para pensar mejor*. Madrid: Piramide.
- Halmos, P. (1980). *The heart of mathematics*. American Mathematical Monthly, 87(7), 519-524.
- Harskamp, E. & Suhre, C. (2007). Schoenfeld's problem solving theory in a student controlled learning environment. *Computers & Education*. 49, 822-839
- Hepp, P. (2003). La educación digital. En Hevia, R. (2003). *La educación en Chile, hoy*. Chile: Ediciones Universidad Diego Portales.
- Hino, K. (2007). Toward the problem-centered classroom: trends in mathematical problem solving in Japan. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39, (5-6), 503-514.
- IPE - UNESCO @lis-INTEGRA. (2007). Políticas públicas para la inclusión de las TIC en los sistemas educativos de América Latina. Buenos Aires.
- Irwin, D. & Bushnell, M. (1980). *Observational strategies for child study*. Holt, EE.UU.: Rinehart and Winston.
- Informe Cockcroft. (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC.
- Jay, C. y Cunningham, D. (1998). Searching for Learner-Centered, Constructivist and Sociocultural Component of Collaborative Educational Learning Tools. En Jay, C y King, K. (1998). *Electronic Collaborators*. London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Jonassen, D. (2000a). Toward a Meta-Theory of Problem Solving. *Educational Technology: Research & Development*, 48 (4), 63-85.
- Jonassen, D. (2000b). El diseño de entornos constructivista de aprendizaje. En Reigeluth, Ch (2000). *Diseño de la instrucción. Teoría y modelos*. Madrid: Aula XXI Santillana.
- Jonassen, D. (2000c). Computers as mindtools for schools. EE.UU.: Prentice-Hall.
- Jonassen, D. (2001). Communication Patterns in Computer Mediated vs. Face-to-Face Group Problem Solving. *Educational Technology: Research and Development*, 49 (10), 35-52.
- Johnson W.L, Rickel J.W. & Lester J.C. (2000). Animated Pedagogical Agents: Face-to-Face Interaction in Interactive Learning Environments, *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 11(2000), 47-78.
- Kluttig, M., Peirano, C & Vergara, C. (2009). Evidencia sobre el uso de tecnologías y su correlación con el desempeño en Pisa-Ciencias 2006.
- Krulik, S. & Rudnick J. (1987) *Problem solving A Handbook for teachers*. Massachusetts: Allyn and Bacon.

- Lacasa, P. & Herranz P. (1995). *Aprendiendo a aprender: Resolver problemas entre iguales*. Madrid: Ministerio de Educación y ciencia CIDE.
- Latorre, A. (2003). *La investigación-acción conocer y cambiar la práctica educativa*. España: Graó
- Latorre, A., Rincón, D., y Arnal, J. (1996). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona: Hurtado
- Lim, C. & Hang, D. (2003). An activity theory approach to research of ICT integration in Singapore schools. *Computers & Education*. 41 (1), 49-63. En [http://dx.doi.org/10.1016/S0360-1315\(03\)00015-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0360-1315(03)00015-0).
- Luceño, J. (1999). *La resolución de problemas aritméticos en el aula*. Barcelona. Aljibe.
- Machin, S., McNally, S., y Silva, O. (2006). *New Technology in Schools: Is there a Payoff?* IZA Discussion Paper No. 2234. En <http://ssrn.com/abstract=923543>.
- Martín, J., Beltrán, J. y Pérez, L. (2003). *Como aprender con internet*. Madrid: Foro pedagógico de internet.
- Martínez, F. (2007). La integración escolar de las nuevas tecnologías. En Cabero, J. (2007). *Nuevas tecnologías aplicadas a la educación*. Madrid. Mc Graw Hill.
- Matus, C., y Miranda, H. (2010). Lo que la investigación sabe acerca del uso de manipulativas virtuales en el aprendizaje de la matemática. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 5 (6), 143-152. En <http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/download/641/634>.
- Mayer, R (1986). *Pensamiento, resolución de problema y cognición*. Barcelona: Paidós.
- Miller, L. (2000). La resolución de problemas en colaboración. En Reigeluth, Ch (2000). *Diseño de la instrucción. Teoría y modelos*. Madrid: Aula XXI Santillana.
- Ministerio de Educación Chile. MINEDUC. (1998). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios para la Educación Media*. MINEDUC: Santiago.
- Miranda, H. & Villarreal, G. (2010). Tecnologías digitales en el contexto de un modelo de innovación curricular en matemática en Chile. *Revista EM TEIA*. Universidad Federal de Pernambuco.
- Miranda, H. & Moya, M. (2004). *Serie aprender matemática creando soluciones. Unidad de Álgebra: El poder generalizador de los símbolos*. Santiago, Chile: Editorial Zig-Zag.
- Monereo, C. (2000). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: Visor.
- Moreno, L. (2002a). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. En Proyecto incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. (2002). *Ministerio de Educación Nacional*

*Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media*, Colombia  
Pág. 40-66.

<http://www.mineducacion.gov.co/documentos/alldocs.asp?it=87&s=1&id=29>

Moreno, L. (2002b). Instrumentos matemáticos computacionales. En Proyecto incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. (2002). *Ministerio de Educación Nacional Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media*, Colombia  
Pág. 81-86.

<http://www.mineducacion.gov.co/documentos/alldocs.asp?it=87&s=1&id=29>

National Research Council. (2002). *Learning and understanding. Improving advanced study of mathematics and science in U.S. high schools*. Washington, D.C.: National Academy Press.

Naciones Unidas (2001) *Informe Anual para el Desarrollo Humano, Poner el adelanto tecnológico al servicio del desarrollo humano*. Nueva York: Ediciones Mundi-Prensa. Disponible en <http://www.undp.org/hdr2001/spanish/>

Naciones Unidas (1998). *Informe Anual para el Desarrollo Humano, Consumo para el desarrollo*. Nueva York: Ediciones Mundi-Prensa.

National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action*. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Washington D.C: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.  
OCDE. (2004). *Revisión de políticas nacionales de educación, Chile*. Paris: OCDE.

Núñez, I. 2003. El profesor, su gremio y la reforma de los noventa: presiones del cambio y evoluciones de la cultura docente, en Cox, C., editor. *Políticas educacionales en el cambio de siglo*, Editorial Universitaria. Santiago, Chile.

OCED, Organización para la cooperación y el desarrollo económico. 2004. Revisión de políticas nacionales de educación Chile. OCDE. París, Francia.

Onrubia, J., Cochera, M., y Barberà, E. (2001). La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva psicológica. En Coll, C. Palacios, J. y Marchesi, A. (2001). *Desarrollo psicológico y educación. Psicología de la educación escolar*. Madrid: Alianza.

Oteiza, F. & Silva, J (2001). Computadores y Comunicaciones en el Currículo Matemático: Aplicaciones a la Enseñanza Secundaria. *Revista Pensamiento Educativo*, Vol. 27, pp. 127-168. Santiago-Chile: Pontificia Universidad Católica de Chile.

Oteiza, F. & Miranda, H. (2004). *Modelo interactivo para el aprendizaje matemático*. Santiago, Chile: Editorial Zig-Zag.

- Oteiza, F., Araya, R. & Miranda, H. (2004). *Aprender matemáticas creando soluciones: Material del profesor*. Santiago, Chile: Editorial Zig-Zag.
- Oteiza, F. & Miranda, H. (1997). El computador, las comunicaciones electrónicas y el currículo escolar: lecciones desde la experiencia. *Revista Pensamiento Educativo*, 20, pp. 343 - 383. Santiago-Chile: Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Pedró, F. (2006). Aprender en el nuevo milenio: Un desafío a nuestra visión de las tecnologías y la enseñanza. OCDE-CERI.
- Pelgrum, W. (2001). Obstacles to the integration of ICT in education: results from a worldwide educational assessment. *Computers in Education*, 37, 163-178.
- Pifarré, M. (2001). Estrategias de resolución de problemas matemáticos: incidencia del uso de una hoja de cálculo en la enseñanza/aprendizaje de la proporcionalidad. En *Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. CIDE (Comp.) Premios Nacionales de Investigación Educativa 2000* (193-230). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. CIDE.
- Pifarré, M. Sanuy, J. (2001). La enseñanza de la estrategia de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. *Enseñanza de las ciencias*. 19 (2), 297-308.
- Pifarré, M. y Sanuy, J. (2002). La resolución de problemas entre iguales: incidencias de la mediación del ordenador en los procesos de interacción y el aprendizaje. *Infancia y Aprendizaje*. 25 (2), 209-225.
- Pifarré, M. (2004). *El ordenador y el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas en la E.S.O.* Lleida. Universidad de Lleida.
- Pisa 2006. *¿Qué nos dice Pisa sobre la educación de los jóvenes en Chile? Nuevos análisis y perspectivas sobre los resultados en PISA 2006*. Unidad de Currículum y Evaluación, SIMCE, Ministerio de Chile. Chile. En <http://www.simce.cl/index.php?id=440>.
- Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trilla.
- Pozo, J. y Postigo, Y. (1994). La Solución de Problemas como Contenido Procedimental de la Educación Obligatoria. En Pozo, J. (1994). *La solución de problemas*. Madrid. Santillana.
- Prendes, M. (2007). Selección e integración de medios en la enseñanza. En Cabero, J. (2007). *Tecnología educativa*. Madrid. Mc Graw Hill
- Prensky, M. (2009). *Digital Wisdom (H. Sapiens Digital): Moving beyond Natives and Immigrants*. En <http://www.marcprensky.com/writing/>.
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada. Comares.
- Puy, P. (1994). La Solución de problemas en matemáticas. En Pozo, J. (1994). *La solución de problemas*. Madrid. Santillana.

- Reichardt Ch. y Cook T. (1986). Hacia una superación del enfrentamiento entre los métodos cualitativos y cuantitativos, en Cook T. y Reichardt Ch., *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa* (pp.25-57). Ediciones Morata, S.A. Madrid.
- Reigeluth, Ch. (2000). *Diseño de la instrucción. Teorías y modelos. Parte I*. España: Aula XXI Santillana.
- Riberos, M., Zanocco, P. Cunde, V., y León, I. (2002). *Resolver problemas matemáticos: una tarea de profesores y alumnos*. Santiago: Facultad de educación Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Rizo, C. y Campistrous, L. (2002). *Didáctica y solución de problemas*. UNESCO. En [http://www.unesco.cl/pagina\\_ciencia\\_02/Documento/didactica\\_y\\_solucion\\_de\\_problemas.doc](http://www.unesco.cl/pagina_ciencia_02/Documento/didactica_y_solucion_de_problemas.doc)
- Román, M. (2004). Evaluación en Profundidad Programa Red Tecnológica Educacional ENLACES. *Informe final CIDE- Universidad Alberto Hurtado*. Santiago: Ministerio de Educación de Chile.
- Rubin, A. (2000). *Technology meets math education: Envisioning a practical future forum on the future of technology in education*. En <http://www.air-dc.org/forum/abRubin.htm>
- Rubin, A. (2002). Interactive Visualizations of Statistical Relationships: What Do We Gain? *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Durban, South Africa. En [http://icots6.haifa.ac.il/PAPERS/7F6\\_RUBI.PDF](http://icots6.haifa.ac.il/PAPERS/7F6_RUBI.PDF).
- Ruiz, J. (2003). *Metodología de la investigación cualitativa*. Universidad de Deusto, Bilbao. España.
- Ryokai, K., Vaucelle, C., & Cassell, J. (2002a). Literacy Learning by Storytelling with a Virtual Peer. Documento presentado. En *Proceedings of Computer Support for Collaborative Learning 2002*. Disponible en <http://web.media.mit.edu/~justine/publications.html>
- Ryokai, K., Vaucelle, C. & Cassell, J. (2002b). Virtual Peers as Partners in Storytelling and Literacy Learning. *Journal of Computer Assisted Learning*.
- Salomon, G., Perkins, D. y Globerson, T. (1991). Partners in cognition: extending human intelligence with intelligent technologies. *Educational Researcher*, 20 (3), 2-9.
- Santos, L. y Díaz, E. (1999). Validación y exploración de métodos de solución a problemas propuestos a través del uso de la tecnología. *Educación Matemática*. 11 (2), 90-1001.
- Santos, M. (2001). Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas. *Avance y Perspectiva*. (20), 247- 258.
- Santos, M. (2007). *Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain*. ZDM The International Journal on Mathematics Education, 39, 5-6, pp.523-536.

- Santos, M. (2008). La Resolución de problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. *Memoria del seminario Resolución de Problemas: 30 años después del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*.
- Sánchez, J. (2004) Bases constructivistas para la integración de las TICs. *Revista enfoque educativo*.V 6(1), 75-89. Facultad de ciencias sociales, Universidad de Chile. Santiago, Chile <http://www.csociales.uchile.cl/publicaciones/enfoques/>.
- Sánchez, J. (2003) Integración Curricular de las TICs: Conceptos y Modeos. *Revista enfoque educativo*.V 5(1), 51-65. Facultad de ciencias sociales, Universidad de Chile. Santiago, Chile <http://www.csociales.uchile.cl/publicaciones/enfoques/>.
- Sánchez, J. (2002) Integración Curricular de las TICs: Conceptos e ideas: Conceptos e Ideas, en Actas del VI Congreso Iberoamericano de Informática Educativa. RIBIE. Vigo: Universidad de Vigo <http://lsm.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt2003729191130paper-325.pdf>.
- Schiefelbein, E., Leiva, R. & Schiefelbein, P. (2004). Closing the math learning gap between Chile and developed countries. *Journal of International Cooperation in Education* 7 (1), 99-114.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. California: Academic Press.
- Schoenfeld, A. (1989). La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas. En Resnick, L. y Klopfer, L. (1989). *Curriculum y Cognición*. Buenos Aires: Aique.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. En *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* ( pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Schoenfeld, A. H. (2002). Making mathematics works for all children: issues of standards, testing, and equity. *Educational Researcher*, 31(1), 13-25.
- Schoenfeld, A. (2007). Problem solving in the United Status, 1970-2008: research and theory, practice and politics. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39, (5-6), 537-551.
- SEDICI. (2000). *Métrica de la Sociedad de la Información*.
- SIMCE. (abril 2008). Prueba SIMCE 2º Medio 2007. *Análisis de resultados. Departamento de Planificación y estudio, división de planificación y presupuesto. Ministerio de educación de Chile*. [www.simce.cl](http://www.simce.cl)
- SIMCE. (abril 2004). Prueba SIMCE 2º Medio 2003. *Análisis de resultados. Departamento de Planificación y estudio, división de planificación y presupuesto. Ministerio de educación de Chile*. [www.simce.cl](http://www.simce.cl)
- Silva, J. y Villarreal, G. (2004). El uso de graficadores y procesadores geométricos en la enseñanza de la matemática en el nivel secundario, Marco teórico. Material desarrollado para Enlaces en Red, del Proyecto Enlaces, Mineduc.

- SITES M1 (2002). Second Information Technology in Education Study. *Estudio Internacional Tecnologías de Información en el Sistema Escolar, el caso de Chile*. Ministerio de Educación de Chile.
- Takahashi, A. (2000). Open-ended problem solving and computer instantiated manipulativas (CIM) Research thesis. University of Illinois at Urbana-Champaign. En <http://www.students.edu.uiuc.edu/takahash/mcme9-cim.pdf>
- Taylor, S. y Bogdan, R. (1986), *Introducción a los métodos cualitativos de la investigación*, Buenos Aires, Paidós.
- Timss, 2003. *Chile y el aprendizaje de matemáticas y ciencias según TIMSS: Resultados de los estudiantes chilenos de 8º básico en el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias 2003*. Unidad de Currículum y Evaluación, SIMCE, Ministerio de Chile. Chile. En <http://www.simce.cl/index.php?id=103>.
- Törner, G., Schoenfeld, A. H., & Reiss, K. M. (2007). *Problem solving around theWorld: Summing up the state of the art*. ZDM Mathematics Education, 39, 5-6, 353 p.
- Tondeur, J., Keer, H., Braak, J. & Valcke, M. (2008). ICT integration in the classroom: Challenging the potential of a school policy. *Computers & Education*. 51(1), 212-223.
- UNESCO. (2000) *Informe Mundial sobre la Comunicación y la Información 1999-2000*.
- Valles, M.S. (2001) "Ventajas y desafíos del uso de programas informáticos (e.g. ATLAS.ti y MAXqda) en el análisis cualitativo. Una reflexión metodológica desde la *grounded theory* y el contexto de la investigación social española", Ponencia presentada en el Seminario sobre Investigación Avanzada Cualitativa Asistida por Ordenador, Granada: Fundación de Centros de Estudios Andaluces, 22-23 noviembre.
- Valles, M.S. (1997) *Técnicas cualitativas de investigación social. Reflexión metodológica y práctica profesional*, Madrid, Síntesis.
- Ver Douglas C. Montgomery. (1996) "Diseño y Análisis de Experimentos", Grupo Editorial Ibero América, página 112.
- Vigotsky, L.S. (1986). *Thought and language*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Vigotsky, L.S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Edited by Michael Cole, Vera John-Steiner, Sylvia Scribner, and Ellen Souberman. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Villarreal, G. (2001). *Informe proyecto Enlaces Montegrande*, Centro Comenius Universidad de Santiago de Chile, entregado al Ministerio de Educación de Chile.
- Villarreal, G. (2003). Agentes Inteligentes en Educación, *Revista Electrónica Edutec*. En <http://edutec.rediris.es/Revelec2/revelec16/villarreal.htm>
- Villarreal, G. (2004). Generación de material didáctico en Excel, Marco Teórico. *Material desarrollado para Enlaces en Red, del Proyecto Enlaces, Mineduc*.

- Villarreal, G. (2005). La resolución de problemas en matemática y el uso de las TIC: resultados de un estudio en colegios de Chile, *Edutec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, Núm. 19. <http://edutec.rediris.es/Revelec2/revelec19/Villarreal.pdf>
- Villarreal, G. (2005, Noviembre). Uso de la pizarra interactiva en salas de clases como apoyo a la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Documento presentado en I Encuentro de proyectos de innovación tecnológica, Centro de Educación y tecnología Ministerio de Educación. Santiago, Chile.
- Villarreal, G. (2006). La pizarra interactiva una estrategia metodológica de uso para apoyar la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. En López Ricardo (Coord) Educación matemática y tecnologías de la información [monográfico en línea] *Revista Electrónica Teoría de la Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, Número 7(1) Universidad de Salamanca <http://www3.usal.es/~teoriaeducacion/DEFAULT.htm>
- Villarreal, G. y Molina, O. (2006, Julio). Estrategias de uso de la Pizarra Digital Interactiva con un modelo de innovación curricular en matemática: una experiencia en escuelas chilenas. Documento presentado en XI Congreso Internacional de Informática Educativa. Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid, España.
- Villarreal, G. y Molina, O. (2007, Julio). La Pizarra Interactiva en la enseñanza de la matemática: resultados de una experiencia en escuelas chilenas. Documento presentado en XII Congreso Interamericano de educación matemática. Querétaro, México.
- Villarreal, G. y Molina, O., (2008a, Noviembre). Pizamat: pizarra Interactiva en matemática primer ciclo básico. *III Informática Educativa, proyectos de Innovación*. Centro de Educación y Tecnología, Ministerio de Educación. Santiago, Chile.
- Villarreal, G. y Molina., O. (2008b, Agosto). Integración de las Pizarras Interactivas al Curriculum de Matemática. Un Modelo basado en la Resolución de Problemas. Documento presentado al ExpoEnlaces 2008. Centro de Educación y Tecnología, Red Enlaces, Ministerio de Educación.
- Villarreal, G. y Molina., O. (2008c, Agosto). Integración de las Pizarras Interactivas al Curriculum de Matemática. Un Modelo basado en la Resolución de Problemas. Documento presentado al Primer encuentro de Estudiantes de Educación Matemática. Valparaíso, Chile.
- Villarreal, G. y Pardo, R. (2008, Noviembre). Pizamat: pizarra Interactiva en matemática primer ciclo básico. *III Informática Educativa, proyectos de Innovación*. Centro de Educación y Tecnología, Ministerio de Educación. Santiago, Chile.
- Waits, B. (2003). Computadores de Bolsillo: ingrediente esencial en la enseñanza y aprendizaje de la matemáticas. Entrevista en *EduTEKA* <http://www.eduteka.org/ediciones/articulo18-7a.htm>
- Wertheimer, M. (1991). *El pensamiento Productivo*. Barcelona: Paidós. (1ª Edición 1945).

- Woods, P. (1987). *La escuela por dentro: la etnografía en la investigación educativa*. Barcelona, Paidós.
- Yabar, J. M. & Esteve, J. (1996). Integración curricular de los recursos tecnológicos en el área de matemáticas. En Gallego, D. J., Alonso, C. M. y Cantón, I. (Coord), *Integración curricular de los recursos tecnológicos* (2a. ed., pp. 129-180). Barcelona: Oikos-tau.
- Zhao, Y., Pugh, K., Sheldon, S., & Byers, J. (2002). Conditions for classroom technology innovations: *Executive summary*. *Teachers College Record*, 104 (3) 482-515. En <http://www.tcrecord.org/Collection.asp?CollectionID=77>.

## **ANEXOS**

---



## Anexo 1: Guía 1: Ingeniería y medio ambiente

### Gestión y manejo de residuos sólidos domiciliarios

Nombre: \_\_\_\_\_

Curso: \_\_\_\_\_

#### Residuos domiciliarios

La recolección y el manejo de la basura o de los residuos sólidos, en su lenguaje técnico, es un tema de suma importancia en cualquier parte del mundo. Países desarrollados como Estados Unidos, Japón, Holanda y Alemania, cuentan con avanzados sistemas de recolección y procesamiento, tales como relleno, incineración y reciclaje.



#### Cómo nos organizamos con la recolección

En Chile, a través de las municipalidades en cada comuna, también hay una preocupación por manejar los residuos domiciliarios de la manera más eficiente posible. Particularmente en Santiago, el sistema de recolección de basura es muy similar al de los países desarrollados.

En las municipalidades, de acuerdo a su plan de trabajo, una etapa importante es determinar el número de camiones necesarios para realizar el recorrido desde la comuna al vertedero o estación de transferencia correspondiente. Esto se conoce como el **Diseño Básico de Cuadrilla** y las variables involucradas en este diseño se describen en el siguiente cuadro:

Símbolo	Significado	Unidades
$N_c$	Número de camiones necesarios para el recorrido	----
$Ca$	Capacidad del camión	Ton
$Pr$	Producción de Basura	Ton
$N_v$	Número de viajes	----
$PPC$	Producción <i>per capita</i>	kg / hab / día
$Fr$	Frecuencia de recolección	Días por semana
$D_c$	Días críticos (número de días en que se produce la mayor acumulación de basura)	Días
$N_h$	Número de habitantes	Habitantes
$R$	Rendimiento de recolección	hombres · min / ton
$N_p$	Número de personas recolectoras	hombres
$V_1$	Velocidad de ida	km / hr o bien km / min

Símbolo	Significado	Unidades
$V_2$	Velocidad de vuelta	km / hr o bien km / min
$D$	Distancia de disposición final	km
$T_t$	Tiempo total disponible (jornada de trabajo)	horas
$T_d$	Tiempo de disposición (hacer la operación de descarga en el relleno)	minutos
$T_e$	Tiempo extra dentro del ciclo (peaje, pesaje, control de gases, etc.)	minutos

En adelante te iremos indicando los pasos que seguimos para abordar este problema.

El **Diseño Básico de Cuadrilla** es un modelo matemático que permite abordar el problema de determinar el número de camiones ( $N_c$ ) necesarios para recolectar los residuos domiciliarios de la manera más eficiente posible, es decir, minimizando los costos y maximizando la recolección.

Este modelo se basa en fórmulas que fueron determinadas por matemáticos usando procedimientos que escapan a los fines de esta guía.

Las fórmulas que permiten hacer el Diseño Básico de Cuadrilla o determinar el número de camiones necesarios ( $N_c$ ) para la recolección son:

$$N_c = \frac{Pr}{N_v \cdot Ca}$$

*Fórmula para determinar el **número de camiones** necesarios para transportar la basura. Para obtener el valor, se necesita conocer la producción de basura, el número de viajes y la capacidad de transporte de los camiones.*

$$Pr = \frac{PPC}{1000} \cdot Dc \cdot Nh$$

*Fórmula para la **producción de basura**. Para obtener el valor, se necesita conocer la producción per capita, los días críticos de acumulación y el número de habitantes.*

$$N_v = \frac{60 \cdot Tt}{\frac{R \cdot Ca}{Np} + \frac{60 \cdot D}{V_1} + \frac{60 \cdot D}{V_2} + Td + Te}$$

*Fórmula para determinar el **número de viajes** necesarios en el transporte de la basura. Para obtener el valor, se necesita conocer el tiempo disponible, el rendimiento de recolección, la capacidad de los camiones, la distancia de disposición final, las velocidades de ida y vuelta, el tiempo de disposición y los tiempos extras dentro del recorrido.*

---

**Estrategia:** Arriba están las fórmulas que utilizaremos en la resolución. En esta ocasión te las damos.

---

Para una mayor eficiencia y prevenir estar alerta a imprevistos, al cálculo del número de camiones que se obtiene, se le suma siempre **un camión más**, entonces el número final de camiones es  $N_c + 1$ .

Los cálculos y el modelo matemático para el diseño básico de cuadrilla de esta guía utilizan el applet “Diseño de cuadrilla” que tu profesor te proporcionará.

A continuación te pediremos que desarrolles tres actividades:

- I. Hacer el Diseño Básico de Cuadrilla para la Municipalidad de Ñuñoa (página 3).
- II. Hacer el Diseño Básico de Cuadrilla para una municipalidad hipotética llamada Liliput (página 7), y
- III. Responder algunas preguntas utilizando el modelo matemático del diseño básico de cuadrilla de esta guía utilizando el applet “Diseño de cuadrilla” (página 11).

## I. ¿Cuántos camiones recolectores necesita la Municipalidad de Ñuñoa?

Supongamos que eres un ingeniero especialista en temas medioambientales, contratado por la Ilustre Municipalidad de Ñuñoa. Esta comuna tiene una población aproximada de 163.511 habitantes (Censo de 2002<sup>1</sup>) Se te solicita que te hagas cargo de la recolección de basura en el **sector norte** de la comuna (mitad de la población). Lo que necesitas saber aquí es cuántos camiones son necesarios para hacer una recolección eficiente. Para ello debes considerar un diseño básico de cuadrilla.

En esta etapa sólo debes considerar el recorrido desde la comuna hasta la **estación de transferencia KDM**, la cual se encuentra en Renca a 15 Km.

**Estrategia:** *A continuación te entregamos los datos del problema.*

### Información entregada por la municipalidad

Cuadro 1: “Producción *per cápita* de basura para Santiago, según nivel socioeconómico”

Nivel socioeconómico	PPC ( kg / hab / día)
Alto (20,5%)	1,07
Medio Alto (34,1%)	0,85
Medio Bajo (31,6%)	0,65
Bajo (13,7%)	0,57
Valor Medio	0,77

Fuente: Estudio realizado en Lo Errázuriz en 1995.

Cuadro 2: “Días críticos de acumulación”

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
X		X		X		

Cuadro 3: “Especificaciones técnicas”

Especificación	Unidad
Capacidad de los camiones disponibles	10 Ton
Jornada de trabajo	8 horas
Rendimiento de recolección	6 hombres · min/ ton
Número de recolectores por camión	3 a 5 hombres
Velocidad media en carretera	45 km / hr
Tiempo de descarga en la estación de transferencia.	20 minutos

<sup>1</sup> Fuente: [www.censo2002.cl](http://www.censo2002.cl) o también [www.ine.cl/cd2002/](http://www.ine.cl/cd2002/)

Cuadro 4: “Tiempos adicionales dentro del ciclo”

Evento	Kilómetro de recorrido	Tiempo de detención
Trabajos en la vía	4	3 a 5 min.
Plaza de pesaje	11	2 min.
Tiempo adicional total		5 a 7 min

### Resolviendo el problema

**Estrategia:** *En la tabla siguiente resumimos los datos ordenadamente.*

1. Completa la siguiente tabla, que te permitirá manejar todas las variables y sus valores. En cada caso debes justificar tu elección de valores, en especial para aquellos en los que hay un rango disponible.

Variable	Valores que entrega el problema	Justificación
$PPC$		
$Dc$		
$Nh$		
$Tt$	8 horas	Dato que entrega el problema.
$R$		
$Ca$		
$Np$		
$D$		
$V_1$	45 km/hr	Dato que entrega el problema.
$V_2$		
$Td$		
$Te$		





## II. Otro caso de estudio

Ahora te proponemos hacer el diseño de cuadrilla (utilizando el applet) para la municipalidad de Liliput, de 70.000 habitantes. Los datos son los siguientes:

**Estrategia:** *A continuación te entregamos los datos del problema.*

Cuadro 1: “Producción media *per cápita* de basura para Liliput”

Valor Medio <i>per cápita</i> de basura	0,85
---	------

Cuadro 2: “Días críticos de acumulación”

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
X		X		X		X

Cuadro 3: “Especificaciones técnicas”

Especificación	Unidad
Capacidad de los camiones disponibles	20 Ton
Jornada de trabajo	8 horas
Rendimiento de recolección	5 hombres · min/ ton
Número de recolectores por camión	4 hombres
Velocidad media en carretera	50 km / hr
Tiempo de descarga en la estación de transferencia.	30 minutos

Cuadro 4: “Tiempos adicionales dentro del ciclo”

Evento	Kilómetro de recorrido	Tiempo de detención
Trabajos en la vía	6	4 a 7 min.
Plaza de pesaje	15	4 min.

### Resolviendo el problema

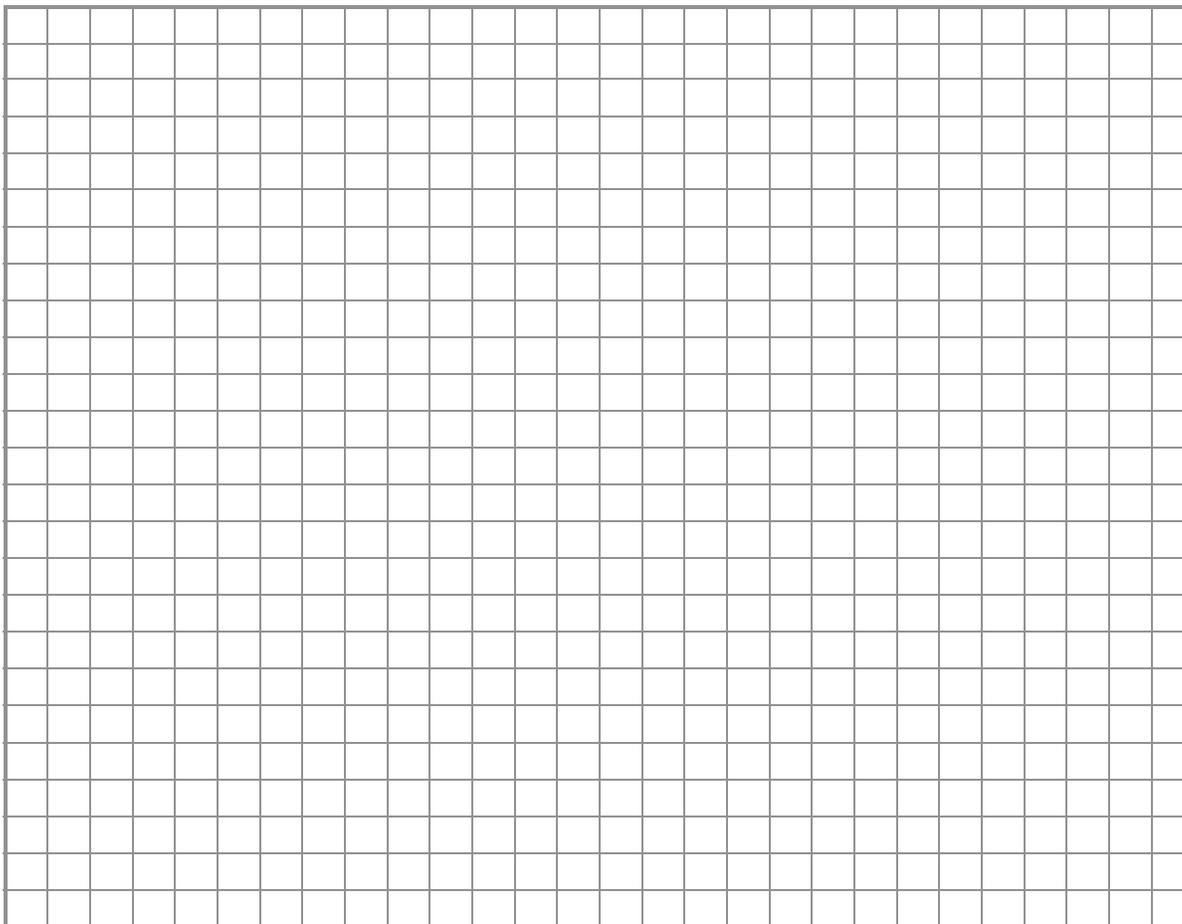
1. Completa la tabla de la siguiente página que resume las variables y sus valores.

En cada caso debes justificar tu elección de valores, en especial para aquellos en los que hay un rango disponible.

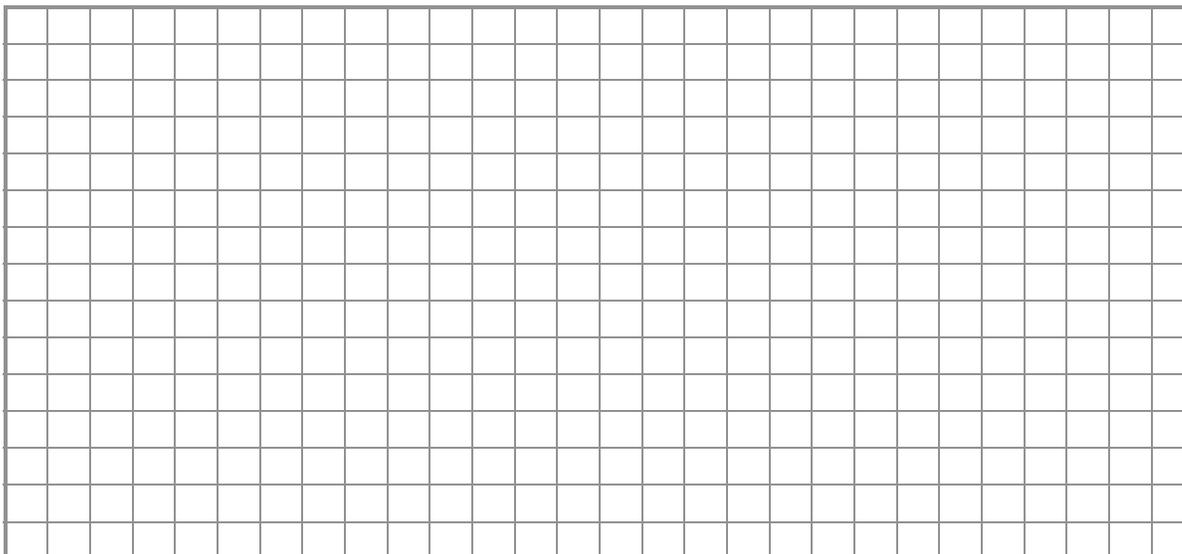
Para este problema, considera que la estación de transferencia está a 20 Km.



3. Determina el **número de viajes** ( $Nv$ ) necesarios para el transporte de la basura.



4. Finalmente, determina el **número de camiones** ( $Nc$ ) necesarios para el transporte de la basura.







**Anexo 1.**

Relleno	Ubicación (Comuna)	Comunas que Atiende	Recepción Ton / día	Pob. Atendida Hab	Producción Per cápita (kg/hab-día)
<b>PROVINCIA DE PETORCA</b>					
Chincolco	Petorca	Petorca	4	9.512	0,42
Pequeño	Cabildo	Cabildo	8	18.997	0,42
Papudo	Papudo	Papudo, Zapallar, La Ligua	20	38.639	0,52
Recepción total diaria y Producción per cápita promedio			32	67.148	0,48
<b>PROVINCIA DE LOS ANDES</b>					
Las Bandurrias	San Esteban	Los Andes, San Esteban, Calle Larga, Rinconada	56	149.202	0,38
Recepción total diaria y Producción per cápita promedio			56	149.202	0,38
<b>PROVINCIA DE SAN FELIPE DE ACONCAGUA</b>					
La Horniga	San Felipe	San Felipe, Panquehue, Catemu	53	78.938	0,67
Santa María	Santa María	Santa María	5	12.693	0,39
Putando	Putando	Putando	5	13.457	0,37
Recepción total diaria y Producción per cápita promedio			63	105.088	0,60
<b>PROVINCIA DE QUILLOTA</b>					
Santa Teresita	Quillota	Quillota	45	71.374	0,63
Limache	Limache	Limache, La Cruz, Olmué	35	62.441	0,56
Nogales	Nogales	Nogales, Calera, Hijuelas, Llay Llay	59	105.381	0,56
Recepción total diaria y Producción per cápita promedio			139	239.196	0,58
<b>PROVINCIA DE VALPARAISO</b>					
El Molle	Valparaíso	Valparaíso	360	292.351	1,23
Lajarilla	Viña del Mar	Viña del Mar, Concón	298	327.295	0,91
Quilpué	Quilpué	Quilpué	63	114.689	0,55
Villa Alemana	Villa Alemana	Villa Alemana	55	80.401	0,68
Casablanca	Casablanca	Casablanca	10	18.003	0,56
Quintero	Quintero	Quintero	10	19.493	0,51
Puchuncaví	Puchuncaví	Puchuncaví	5	11.969	0,42
Recepción total diaria y Producción per cápita promedio			801	864.201	0,93
<b>PROVINCIA DE SAN ANTONIO</b>					
San Antonio	San Antonio	San Antonio, Cartagena, Santo Domingo, Algarrobo	86	111.399	0,77
Blumenber	San Antonio	El Tabo, El Quisco	8	12.365	0,65
Recepción total diaria y Producción per cápita promedio			94	123.764	0,76

Fuente: Universidad Católica de Valparaíso. 2000, Diagnóstico Para la Localización de Vertederos en la V Región.

**Fuentes:**

- Curso “Residuos Sólidos” de la carrera de Ingeniería de Ejecución en Ambiente de la Universidad de Santiago de Chile. Semestre 2000/I, dictado por el profesor: Alfredo Rihm
- Residuos Sólidos: <http://www.fortunecity.es/expertos/profesor/171/residuos.html>



## Anexo 2: Guía 2: Acústica arquitectónica

### Diseño de espacios acústicamente apropiados

Nombre:

Curso:

#### Presentación



La **Acústica** es la rama de la Física que estudia la producción, transmisión y percepción del sonido tanto en el intervalo de la audición humana como en las frecuencias ultrasónicas (sobre el umbral auditivo humano, sonidos muy agudos) e infrasónicas (bajo el umbral, sonidos muy graves).

Dada la variedad de situaciones donde el sonido es de gran importancia, la acústica constituye un área multidisciplinaria. En particular, la **acústica arquitectónica** es la rama que estudia la interacción del sonido con las construcciones. Participa en el diseño de las salas de concierto, auditorios, teatros, estudios de grabación, iglesias, salas de reuniones, salones de clases, etc.

Las variables involucradas en estos cálculos son:

Notación	Descripción	Unidad en que se mide
$Tr$	Tiempo de reverberación	Segundos
$V$	Volumen de la sala	$m^3$
$S$	Superficie lateral de la sala. Se toma como el total de todas las superficies absorbentes.	$m^2$
$S_p$	Unidad de Sabine del público: $S_p = N^\circ \text{ de personas} \cdot 1 \cdot 0,044$	$m^2$
$\alpha$	Coefficiente de absorción	Sin unidad

---

**Estrategia:** *A continuación están las fórmulas que utilizaras en el proyecto. En esta ocasión te las damos.*

---

El **tiempo de reverberación**, que corresponde al lapso de tiempo necesario para que las ondas de sonido se disipen luego de reflejarse en las paredes de la sala estudiada. La expresión algebraica que permite medirlo es la siguiente:

$$Tr = \frac{0,16 \cdot V}{\text{Superficie de Sabine}}$$

La superficie de Sabine, citada en la expresión anterior, se define como

$$\text{Superficie de Sabine} = S_1 \cdot \alpha_1 + S_2 \cdot \alpha_2 + \dots + S_n \cdot \alpha_n + S_p$$

donde los  $\alpha$  son los coeficientes de absorción de las paredes de la sala a la que se le desea calcular su tiempo de reverberancia y las S son las áreas de las respectivas paredes, es decir:

- La pared 1 tiene superficie  $S_1$  y coeficiente de absorción  $\alpha_1$
- La pared 2 tiene superficie  $S_2$  y coeficiente de absorción  $\alpha_2$
- y así sucesivamente...

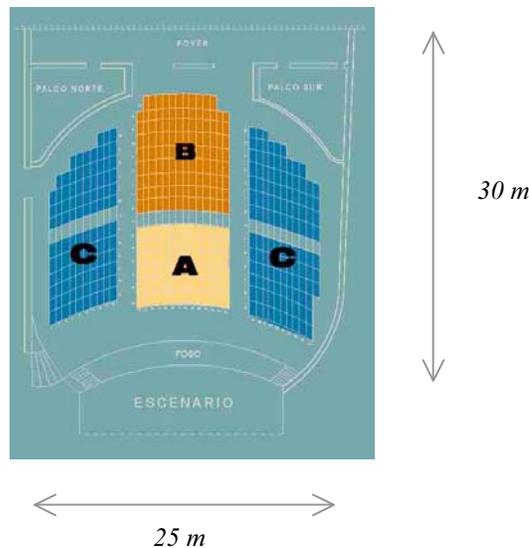
Además, como indica la tabla de la página anterior, el valor  $S_p$  corresponde a la Unidad de Sabine del público.

En el anexo 2 encontrarás información más detallada.

**Estrategia:** *A continuación te entregamos el problema y los datos.*

## El proyecto

La municipalidad de Valparaíso se ha propuesto mejorar la acústica de su Teatro, con el objeto de que sus futuras presentaciones sean de mejor calidad al incorporar nuevas tecnologías y materiales. La sala principal del teatro tiene una capacidad para 1600 espectadores. Su altura alcanza los 18 metros hasta el techo y las dimensiones de su planta son las siguientes:



Se te ha encomendado la tarea de mejorar la acústica del Teatro Municipal de Valparaíso. Para ello sólo puedes modificar los materiales que recubren las paredes del teatro, la superficie que ocupan o ambas simultáneamente, como lo haría un especialista en acústica arquitectónica.

La siguiente tabla, lista los materiales interiores que componen el teatro con su respectivo coeficiente de absorción  $\alpha$ :

Material	$\alpha$
Yeso	0,034
Vidrio	0,025
Madera	0,059
Alfombra	0,025
Género	0,21
Pintura	0,25

## Actividades

Te proponemos resolver el problema siguiendo el plan de actividades propuestas a continuación. Utiliza como apoyo el applet “Tiempo de reverberación”.

**Estrategia:** En los puntos siguientes resumimos los *datos ordenadamente*.

- ¿Cuál es el volumen total interior del teatro en  $m^3$  si ? R: \_\_\_\_\_
- Completa el siguiente cuadro para la sala **LLENA** de público.

Elemento	Material	Superficie total en $m^2$	Coefficiente de absorción	Unidad Sabine
Paredes	Yeso	3.992	0,034	$3.992 \cdot 0,034 = 136$
Ventanas	Vidrio	16,9	0,025	
Piso	Madera	154,5		
Piso	Alfombra	599,5		
Cortina	Género	112,4		
Pared	Pintura	79,0		
Espectadores		1600	0,042	$1600 \cdot 0,042 = 67,2$
Orquesta	(*)		0,042	
Totales	---		---	

(\*) Considere 80 músicos.

- Completa el siguiente cuadro para la sala **MEDIO LLENA** de público.

Elemento	Material	Superficie ( $m^2$ )	Coefficiente de absorción	Unidad Sabine
Paredes	Yeso	3.992		
Ventanas	Vidrio	16,5		
Piso	Madera			
Piso	Alfombra			
Cortina	Género	110		
Pared	Pintura	79,0		
Espectadores				
Orquesta	(*)			
Total	---		---	

(\*) Considere 80 músicos.

- De acuerdo a los materiales de que está hecho el teatro, determina los  $Tr$  para la sala llena y medio llena:

$Tr$  (sala llena) = \_\_\_\_\_

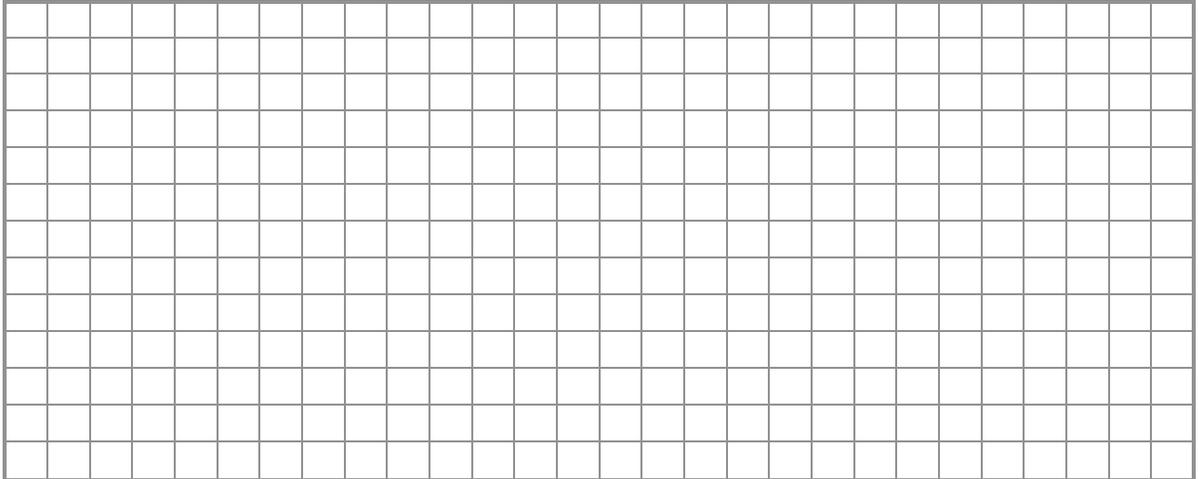
$Tr$  (sala medio llena) = \_\_\_\_\_

---

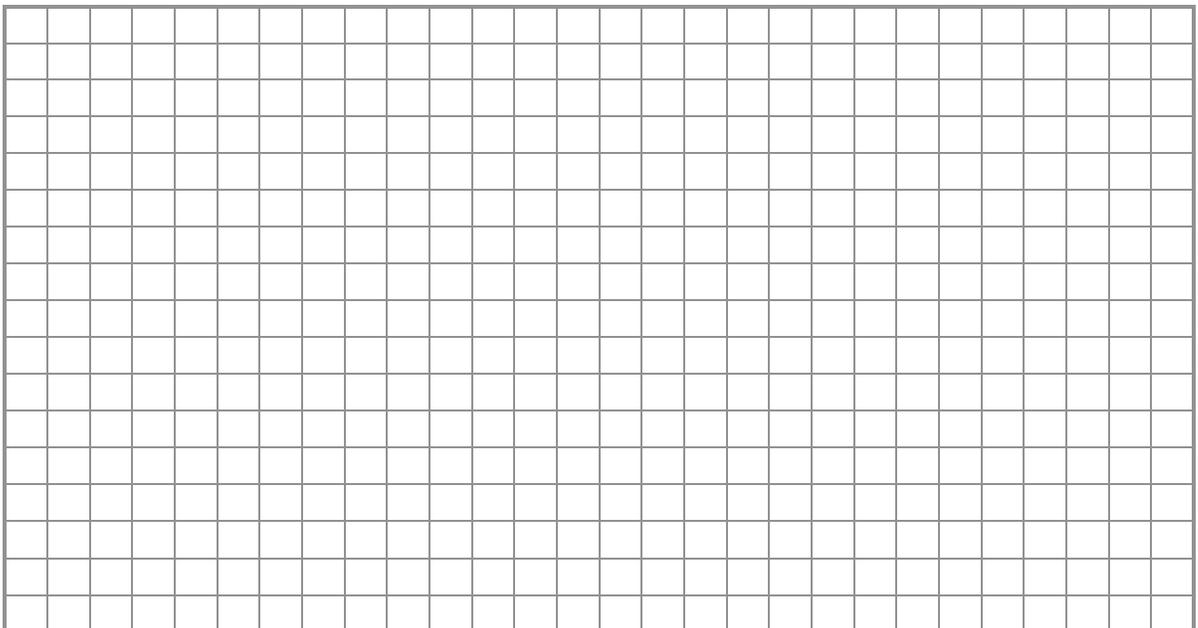
**Estrategia:** *Ahora te pedimos responder una preguntas que entrega **resultados intermedios**. Este resultado te ayudará a proponer como mejorar la acústica del teatro.*

---

5. De acuerdo a la experiencia, se ha determinado que el  $Tr$  adecuado para un salón de estas características debe estar entre 1,2 y 1,7 segundos. ¿Qué se puede concluir de los  $Tr$  anteriores? Considera que bajo 1,2 la onda sonora se pierde, mientras que sobre 1,7 el sonido se hace molesto.



6. Supón que buscas en los centros de venta de materiales de construcción un nuevo material para recubrir muros, pisos y ventanas. Si lo utilizaras en el teatro de Valparaíso, ¿cuál debería ser su coeficiente de absorción  $\alpha$  para que permita obtener un  $Tr$  de 3,0?







## Anexo 2

### Cómo se mide la acústica de una sala cerrada

Cuando un sonido se emite, y encuentra obstáculos en su trayectoria, éste se descompone en sonidos directos y en sonidos reflejados. Para caracterizar la respuesta sonora de un ambiente, se utiliza principalmente el efecto de absorción del sonido que poseen los materiales que conforman dicho ambiente. El **coeficiente de absorción** de un material depende de la frecuencia<sup>1</sup> de la onda sonora que recibe. Este coeficiente varía entre 0, que corresponde a una pared perfectamente reflectora y 1, la absorción equivalente a la que tendría una ventana cuadrada, abierta y de un metro por lado. Los valores intermedios indican el nivel de absorción de materiales que habitualmente conforman un ambiente.

La elección de materiales que tengan un coeficiente de absorción bajo es fundamental a la hora de construir recintos con buena acústica.

En el siguiente cuadro se describe la clasificación de los materiales utilizados en salas acústicas:

Materiales	Descripción
Porosos	Son particularmente efectivos para atenuar las frecuencias elevadas. La <b>lana mineral</b> , por ejemplo, es absorbente para sonidos entre 1000 y 4000Hz (agudos)
Diafragma	Sirve para amortiguar los sonidos graves. Los materiales como el <b>Isorel</b> (cartón compactado) son eficaces para frecuencias que van hasta los 500Hz.
Resonadores	Esto corresponde a ensamblaje de materiales de absorción. Se utilizan para tratar las <b>máximas</b> de resonancia. El objetivo es seleccionar aquellas frecuencias que entran en resonancia con la sala, para que sean absorbidas adecuadamente.

### Tiempo de Reverberación

Otro concepto clave en el diseño de espacios con una acústica apropiada, es el **tiempo de reverberación**. Este corresponde al lapso de tiempo necesario para que las ondas se anulen (disipen) luego de reflejarse en las paredes de la sala estudiada. Más exactamente se define como el tiempo en que una onda sonora disminuye su intensidad en 60dB. Este tiempo varía según la geometría y el revestimiento de la sala en cuestión. El manejo de este tiempo es fundamental para definir la calidad acústica del recinto.

<sup>1</sup> En física, de manera simple, se entiende por frecuencia a al número de pulsos (ondas) que algún fenómeno genere. En este caso estamos hablando de sonido, por lo que la frecuencia será medida en Hertz (Hz). Un Hz es un pulso por segundo.

Existe un modelo semi-empírico que permite estimar el tiempo de reverberación en una sala o recinto. Este modelo establece una relación entre el **coeficiente de absorción**, la **superficie** y el **volumen** de la sala o recinto. Veamos cómo se define.

Un recinto puede componerse de varias paredes interiores. Si designamos por  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$  las medidas de las superficies de dichas paredes y a cada una de ellas se le puede asignar su correspondiente coeficiente de absorción  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$  entonces se define la **unidad de Sabine**<sup>2</sup> como el producto entre el área de una determinada superficie por su respectivo coeficiente de absorción:  $S \cdot \alpha$ . Al sumar las unidades de Sabine, considerando todas las superficies con su correspondiente coeficiente de absorción  $S_1 \cdot \alpha_1 + S_2 \cdot \alpha_2 + \dots + S_n \cdot \alpha_n$  se obtiene la llamada **superficie de Sabine**. A partir de aquí, el modelo introduce una fórmula para determinar el tiempo de reverberación ( $Tr$ ):

$$Tr = \frac{0,16 \cdot V}{\text{Superficie de Sabine}}$$

Esta fórmula no incluye el mobiliario ni los eventuales espectadores que pudiesen encontrarse en la sala. El mobiliario no lo consideraremos en esta oportunidad. Para corregir la superficie que eventualmente ocupa el público, se añade a la medida de la superficie de las paredes de la sala, un valor aproximadamente equivalente a la medida de la superficie que ocupan las personas.

Si se considera que una persona ocupa  $1 m^2$  y que su **coeficiente medio de absorción** es 0,044, entonces la unidad de Sabine para el público ( $S_p$ ) se puede calcular multiplicando el número de personas que caben en el teatro por su superficie y por su coeficiente medio de absorción, es decir, la unidad de Sabine para el público es:

$$S_p = N^\circ \text{ de personas} \cdot 1 \cdot 0,042$$

Luego, cuando la sala está completa, a la superficie de Sabine se le agrega la unidad de Sabine de los espectadores, es decir:

$$\text{Superficie de Sabine} = S_1 \cdot \alpha_1 + S_2 \cdot \alpha_2 + \dots + S_n \cdot \alpha_n + S_p$$

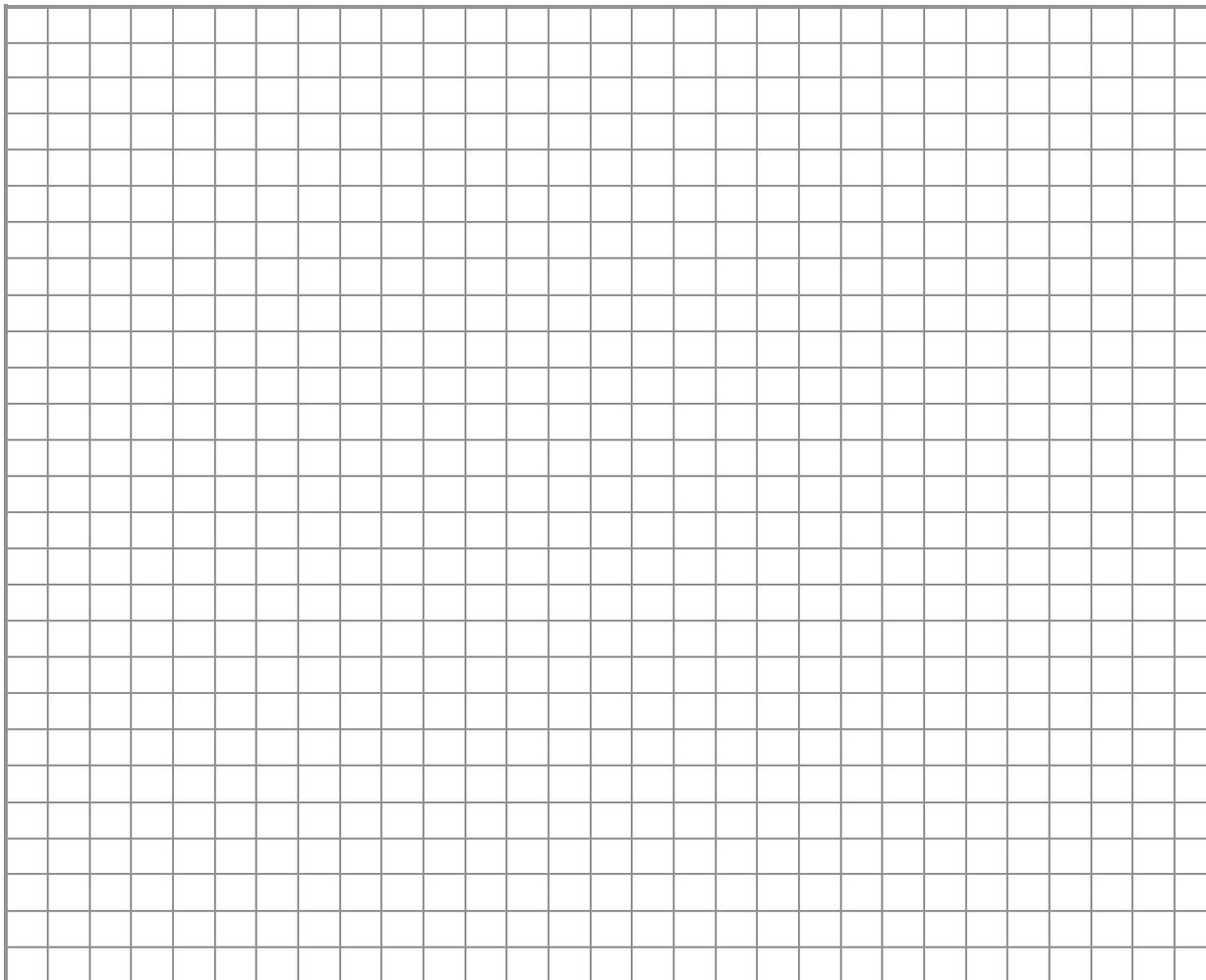
<sup>2</sup> W.C. Sabine. Profesor en ciencias estadounidense de fines del siglo XIX que realizó grandes aportes al área de la acústica arquitectónica.







8. Compara las respuestas de las preguntas 6 y 7 en términos de costo, oportunidad de atención y eficiencia del tratamiento.



## **Anexo 4: Pauta original estudio del DEA Pauta de observación Sesiones de trabajo en Resolución de problemas en matemática usando las TIC**

### **Gonzalo Villarreal Farah**

#### **Contexto**

Se observará dos establecimientos y un curso en cada uno de ellos. Uno de los cursos participa del proyecto actualmente en ejecución del Fondef. Esto significa que el curso –profesores y alumnos- trabajan sobre la base de una propuesta didáctica, metodológica y con materiales tanto para el profesor como el alumno.

Para este primer curso, se realizará una observación de 4 clases de 1 hora 30 minutos cada una, dando un total de 6 horas. El total del trabajo lo realizará el profesor en una sala de computación de 17 equipos, trabajando grupos de 3 alumnos y algunos de 2 alumnos. Además utilizará para cada sesión una guía de trabajo con una propuesta de problema para los alumnos.

Es un colegio de la región metropolitana de un nivel socio económico medio bajo. El establecimiento es pequeño, con un curso por nivel incluyendo cursos de enseñanza básica y secundaria.

Los alumnos a observar son de segundo nivel de secundaria, tiene un total de 45 alumnos, cuyas edades fluctúan entre los 14 y 15 años.

El profesor es un profesional con capacidades importantes, tiene más de 35 años de edad con mas de 7 años de experiencia docente. Tiene un grado de licenciatura en física, con sólidos conocimientos en matemática. A nivel de uso de tecnología, destaca al participar como coordinador del laboratorio de computación para el proyecto enlaces, teniendo un alto perfil como profesional que sabe y hace uso innovador de la tecnología.

#### **Objetivo**

Observar una situación de trabajo real entre profesores y alumnos, en un proceso de resolución de problemas, en un curso de matemática de segundo de enseñanza secundaria, en el cual hacen uso de las tecnologías de la información y comunicación.

#### **Aspectos a observar**

- Características de los aspectos observables sean del tipo cognitivo, metacognitiva y de interacción social y uso de TIC por parte de los alumnos y del profesor durante el proceso de resolución de problemas matemáticos, haciendo uso de las TIC.
- Grado de presencia de las cuatro variables desde el aspecto de enseñanza, las cuales son: **características del problema; métodos de enseñanza utilizados por el profesor;** conocimientos, creencias y actitudes del profesor sobre la matemática y su enseñanza aprendizaje. Para esta observación nos centraremos en las dos primeras.
- Grado de presencia de dos de las cuatro variables desde el aspecto del aprendizaje, que según la literatura, son fundamentales para lograr resolver un problema, las cuales son: **conocimiento del contenido específico; presencia de estrategias generales o heurísticas y específicas;** estrategias metacognitivas; y las que corresponden a componentes individuales o afectivas (actitudes, emociones, creencias). Para esta observación nos centraremos en las dos primeras.
- Uso de las TIC a nivel cognitivo e instrumental.
- Descripción de los recursos TIC usados por el alumno y el profesor en el trabajo de resolución de problemas.

## Acciones

Observar atentamente la clase

Se podrán tomar notas en la parte trasera de la pauta

Al terminar la clase se llenará inmediatamente la pauta

Se utilizará la mejor expresión para cada casillero, de la siguiente clase:

1: totalmente de acuerdo con lo que dice

2: de acuerdo, pero con ciertas restricciones

3: en desacuerdo, pero con ciertas restricciones

4. en total desacuerdo

5. no observado o no corresponde

1: casi siempre

2: frecuentemente

3: algunas veces

4: rara vez

5: no observado o no corresponde

**Pauta de observación  
Sesiones de trabajo en  
Resolución de problemas en matemática usando las TIC**

Nombre Observador: \_\_\_\_\_

Lugar de Observación: \_\_\_\_\_

Nombre del Profesor: \_\_\_\_\_

Día: \_\_\_\_\_ Hora de inicio: \_\_\_\_\_ Hora de término: \_\_\_\_\_

Número de Participantes: \_\_\_\_\_ Mujeres: \_\_\_\_\_ Hombres: \_\_\_\_\_

Unidad: \_\_\_\_\_ Contenido: \_\_\_\_\_

Cantidad de material de trabajo: \_\_\_\_\_

¿Cómo estaba el ambiente físico?


¿Qué actividad se realizaron?


Observaciones Generales:


**Tipo problema**

Características del problema presentado

1. Enunciado:	<input type="checkbox"/> verbal		
2. Permite:	<input type="checkbox"/> múltiples interpretaciones		
3. Nivel de dificultad:	<input type="checkbox"/> alto	<input type="checkbox"/> mediano	<input type="checkbox"/> bajo
4. Posee:	<input type="checkbox"/> respuesta correcta	<input type="checkbox"/> única respuesta	<input type="checkbox"/> múltiples respuestas
5. Problema:	<input type="checkbox"/> significativo para el alumno	<input type="checkbox"/> problemas de la vida diaria (problemas aplicados)	<input type="checkbox"/> contextualizado pensando en el alumno
6. Metas:	<input type="checkbox"/> bien definidas	<input type="checkbox"/> ambiguas	
7. Datos:	<input type="checkbox"/> totalmente definidos	<input type="checkbox"/> definido en forma insuficiente	

8. Problemas:	<input type="checkbox"/> rutinarios	<input type="checkbox"/> no rutinarios
9. Posee:	<input type="checkbox"/> múltiples criterios de evaluación de la solución	<input type="checkbox"/> un único criterio de evaluación de la solución

10. Los alumnos pueden tomar decisiones, permitiéndole apropiarse del problema. 1 2 3 4 5
11. Presentan retos cognitivos similares a los que se encuentran en el mundo real 1 2 3 4 5
12. Permite el uso de diferentes medios, en particular de las TIC 1 2 3 4 5

### Docente

#### Métodos de enseñanza

13. Integra los contenidos del currículo de matemática	1	2	3	4	5
14. Integra diferentes áreas de distintas disciplinas	1	2	3	4	5
15. Proporciona la motivación específica para los temas expuestos	1	2	3	4	5
16. Acepta y busca estrategias de adaptación a los ritmos de trabajo de los estudiantes y a los distintos tipos de aprendizaje	1	2	3	4	5
17. Genera espacios de discusión de lo aprendido por los estudiantes	1	2	3	4	5
18. Genera espacios de discusión de como los estudiantes han utilizado los recursos	1	2	3	4	5
19. Genera estrategias con mayor interacción y participación del estudiante	1	2	3	4	5
20. Genera situaciones de aprendizaje colaborativas	1	2	3	4	5
21. Es un modelo de pensamiento para sus alumnos	1	2	3	4	5
22. Dosifica las ayudas a los alumnos, siendo mayores en un primer momento del proceso y disminuyendo en forma progresiva	1	2	3	4	5
23. Actúa como un recurso, como un tutor y como un mediador	1	2	3	4	5
24. Apoya en la formulación del plan de trabajo	1	2	3	4	5
25. Apoya en la búsqueda y definición de uso de los recursos e información	1	2	3	4	5
26. Formula preguntas que permitan al alumno centrarse en los elementos relevantes del problema, los contenidos y el aprendizaje	1	2	3	4	5
27. Difunde los conocimientos adquiridos por los alumnos y la información y recursos usados	1	2	3	4	5
28. Incentiva que sus alumnos generen procesos de preguntas y respuestas al interior de los grupos	1	2	3	4	5

### Alumnos

#### Conocimiento del contenido específico

29. Realizan acciones básicas de cálculo 1 2 3 4 5
30. Trabajan conocimientos, habilidades y competencias del tema tratado 1 2 3 4 5
31. Trabajan conocimientos, habilidades y competencias de temas propios del trabajo en resolución de problemas 1 2 3 4 5

#### Estrategias de resolución del problema

32. Buscan estrategias para solucionar los problema (por ejemplo generar diagramas, gráficos, tablas u otros elementos) 1 2 3 4 5
33. Leen el problema 1 2 3 4 5
34. Generan una planificación para resolver el problema 1 2 3 4 5
35. Ejecutan la planificación del problema 1 2 3 4 5
36. Buscan datos 1 2 3 4 5
37. Definen las fuentes de información y recursos a utilizar 1 2 3 4 5
38. Realizan "tanteo" en búsqueda de la solución 1 2 3 4 5

39. Se involucran activamente en la resolución del problema	1	2	3	4	5
40. Revisan la validez de los resultados	1	2	3	4	5
41. Generalizan los resultados	1	2	3	4	5
42. Discuten sobre lo aprendido	1	2	3	4	5
43. Se relacionan colaborativamente entre estudiantes	1	2	3	4	5
44. Difunden la información, recursos, conocimientos y habilidades obtenidas, a otros miembros de su grupo	1	2	3	4	5

### Usan las TIC

Los alumnos a nivel cognitivo para:

45. Construir conocimiento	1	2	3	4	5
46. Ayudar a comprender el enunciado del problema	1	2	3	4	5
47. Ayudar en la organización y representación de lo que saben	1	2	3	4	5
48. Observar y manipular situaciones restringidas de fenómenos del mundo real (modelos)	1	2	3	4	5
49. Detectar errores y situaciones anómalas	1	2	3	4	5
50. Analizar las soluciones encontradas y ver si estas son o no coherentes al problema presentado	1	2	3	4	5
51. Ayudar en el trabajo colaborativo entre los estudiantes	1	2	3	4	5
52. Ayudar a enfrentar situaciones complejas, reales del tipo que encontrarán en las diferentes áreas del trabajo sea profesional o no	1	2	3	4	5
53. Apoyar en el logro de los conocimiento del dominio del problema que se soluciona	1	2	3	4	5
54. Ser más analíticos y considerar más alternativas de solución	1	2	3	4	5
55. Generalizar los resultados	1	2	3	4	5

Los alumnos a nivel instrumental para:

56. Buscar información	1	2	3	4	5
57. Organizar información	1	2	3	4	5
58. Desarrollar informes	1	2	3	4	5
59. Desarrollar cálculos y/o expresiones simbólicas	1	2	3	4	5
60. Trabajar diagramas, tablas, figuras y/o gráficos	1	2	3	4	5
61. Trabajar simulaciones, videos y/o animaciones	1	2	3	4	5
62. Tabular y analizar datos	1	2	3	4	5
63. Trabajar elementos geométricos	1	2	3	4	5

Aspectos TIC a considerar por el profesor

64. Conoce las características generales y específicas de la herramientas, de manera de permitirle diseñar la situación educativa que aproveche mejor sus potencialidades para favorecer su aprendizaje	1	2	3	4	5
65. Utiliza estas herramientas para que sus estudiante participen en el pensamiento reflexivo y crítico acerca de los procedimientos y estrategias, conocimientos, ideas y recursos utilizadas	1	2	3	4	5

### 66. Descripción de recursos Tlc usados por el profesor


**67.Descripción de recursos TIC usados por el alumno**


## **Anexo 5: Pauta proyecto Fondef: Pauta para observar al grupo curso y al profesor**

Nombre del observador: \_\_\_\_\_

Nombre del profesor: \_\_\_\_\_

Establecimiento: \_\_\_\_\_

Sesión / situación observada: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_ N° de estudiantes: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

### **Instrucciones**

- Observe atentamente la clase.
- En la parte de atrás de la pauta puede tomar nota de lo que le llame la atención.
- Al terminar la clase llene inmediatamente la pauta.
- Para llenarla, marque el casillero que tiene la letra que mejor expresa lo que observó en la clase:

A: si está **totalmente de acuerdo** con lo que ahí se dice.

B: si está **de acuerdo, pero con ciertas restricciones.**

C: si está **en desacuerdo, pero con ciertas restricciones.**

D: si está **en total desacuerdo.**

A: **Casi siempre**

B: **Frecuentemente**

C: **Algunas veces**

D: **Rara vez**

- Conteste **todos** los ítemes, aún cuando no esté muy clara su decisión.

El profesor

1.	El profesor(a) dedica tiempo de la clase a explicar el "sentido de la matemática" que revisa en la clase.	A	B	C	D
2.	El profesor(a) usa más gratificación que crítica.	A	B	C	D
3.	El docente dedica mucho tiempo al control disciplinario.	A	B	C	D
4.	El profesor(a) trabaja sobre el supuesto de que los alumnos saben materias de cursos anteriores o que ya fueron aprendidas durante el año.	A	B	C	D
5.	El profesor(a) construye sobre las respuestas y preguntas de los alumnos.	A	B	C	D
6.	El profesor(a) modifica el trabajo de la clase cuando advierte las señales de agotamiento y falta atención en el desarrollo de la clase.	A	B	C	D

7.	El profesor(a) hace otra cosa mientras los alumnos trabajan (corrige, lee, escribe, etc.).	A	B	C	D
8.	El profesor(a) pasa bastante tiempo en el pizarrón y/o en su escritorio.	A	B	C	D
9.	El profesor(a) contextualiza la matemática que enseña.	A	B	C	D
10.	El profesor(a) conoce bien el material con que trabaja en la clase.	A	B	C	D
11.	El profesor(a) procura que todos los alumnos se integren a un grupo.	A	B	C	D
12.	El profesor interviene los grupos que no trabajan o tienen dificultades de organización y desempeño.	A	B	C	D
13.	El profesor(a) cuando realiza trabajo en grupo entrega instrucciones claras acerca del funcionamiento y cumplimiento del grupo.	A	B	C	D
14.	El profesor(a) evalúa formativamente el trabajo de los grupos.	A	B	C	D
15.	En general, el profesor(a) no comunica ni interactúa mucho a los alumnos (habla poco, explica poco).	A	B	C	D
16.	El profesor(a) realiza control del trabajo de los grupos.	A	B	C	D
17.	El profesor(a) se desplaza entre los bancos.	A	B	C	D
18.	El profesor(a) en la clase llama la atención sobre contenidos fundamentales de evaluación.	A	B	C	D
19.	El profesor(a) menciona la evaluación y las notas como amenaza (control disciplinario o para conseguir atención).	A	B	C	D
20.	El profesor(a) dedica tiempo de la clase a tratar los conocimientos previos necesarios para los nuevos aprendizajes.	A	B	C	D
21.	El profesor(a) en la clase actúa más como un jefe de proyectos que un expositor de materias.	A	B	C	D
22.	El profesor(a) formula preguntas que animan a los alumnos a aprender.	A	B	C	D
23.	El profesor(a) apoya a los alumnos en las dificultades.	A	B	C	D
24.	El profesor(a) no entrega directamente respuestas, sino que apoya a los alumnos a encontrarlas.	A	B	C	D
25.	El profesor(a) atiende inquietudes y preguntas de los alumnos.	A	B	C	D
26.	El profesor(a) reacciona positivamente cuando los alumnos expresan que la materia es difícil o no han entendido.	A	B	C	D
27.	En la clase, el profesor(a) siempre tuvo control de la situación.	A	B	C	D
28.	El profesor(a) atiende problemas individuales.	A	B	C	D
29.	El profesor(a) respeta los tiempos y ritmos de trabajo de los alumnos.	A	B	C	D
30.	El profesor(a) privilegia el trabajo individual de los alumnos por sobre trabajo grupal.	A	B	C	D
31.	El profesor(a) hace muchos esfuerzos por capturar atención de los alumnos.	A	B	C	D

#### La clase

32.	En la clase no fue necesario mucho control disciplinario.	A	B	C	D	E
33.	La clase tiene momentos en que la matemática se formaliza.	A	B	C	D	E
34.	En la clase hay muchos intercambios que no tienen relación con la materia tratada.	A	B	C	D	E

35.	En el inicio de la clase hay presentación del tema y se indican los propósitos de la sesión.	A	B	C	D	E
36.	En la clase hubo ambiente de aprendizaje.	A	B	C	D	E
37.	La clase, en ocasiones, tiene apariencia desordenada o desorganizada.	A	B	C	D	E
38.	La clase no tiene una organización interna que responda a alguna metodología.	A	B	C	D	E
39.	En la clase se organizan los espacios, mobiliario y recursos de manera distinta a lo habitual (cambia el orden del mobiliario, etc.).	A	B	C	D	E
40.	En la clase los alumnos pueden trabajar fuera de la sala.	A	B	C	D	E
41.	La clase tiene momentos para la duda (donde se pregunta al profesor acerca de la materia), es momento para los alumnos.	A	B	C	D	E
42.	En la clase se observa una organización de laboratorio.	A	B	C	D	E
43.	En la clase hay alumnos y grupos que no son atendidos por el profesor(a).	A	B	C	D	E
44.	El cierre o formalización de la sesión está ausente o en ocasiones es pobre.	A	B	C	D	E
45.	La clase contó con material de aprendizaje para todos los alumnos y grupos.	A	B	C	D	E
46.	Los materiales didácticos que se llevan a la clase facilitan el trabajo de alumnos y grupos.	A	B	C	D	E
47.	Las guías y el material ayudan al clima de trabajo de la clase.	A	B	C	D	E
48.	En la clase los alumnos se centran en la tarea propuesta.	A	B	C	D	E
49.	La evaluación formativa en la clase, no pasa más allá de ser una pregunta ¿qué aprendieron, entendieron, dudas, etc.?	A	B	C	D	E
50.	En la clase hay clima de confianza entre alumnos.	A	B	C	D	E
51.	En la clase hay clima de confianza entre profesor y alumnos.	A	B	C	D	E
52.	En la clase se observan reglas claras que establecen cierto orden en el trabajo.	A	B	C	D	E
53.	En la clase se privilegia la generación de aprendizajes y productos de los alumnos.	A	B	C	D	E
54.	En la clase hay recursos de aprendizaje (libros, computadores, etc.) en los cuales los alumnos pueden consultar.	A	B	C	D	E
55.	En la clase los alumnos pueden utilizar calculadoras y o computadores.	A	B	C	D	E

#### Los alumnos

56.	Los alumnos pierden interés en la clase cuando el profesor(a) expone matemática formal.	A	B	C	D	E
57.	Los estudiantes tienen disposición positiva con las actividades propuestas por el profesor(a)	A	B	C	D	E
58.	Los alumnos colaboran con el profesor(a)	A	B	C	D	E
59.	Los alumnos formulan preguntas que surgen de la matemática vista en clase.	A	B	C	D	E
60.	Los alumnos trabajan con compañeros que ellos mismos eligen.	A	B	C	D	E
61.	En el trabajo en grupo, los alumnos colaboran y se consultan para realizar las actividades.	A	B	C	D	E

62.	Los alumnos en la clase se desenvuelven con libertad, autonomía, tienen libre tránsito por la sala y toman la iniciativa en las actividades propuestas.	A	B	C	D	E
63.	Los desplazamientos de los alumnos en la sala no provocan indisciplina.	A	B	C	D	E
64.	Los alumnos tienen respeto por la autonomía y libertad de movimientos de compañeros en la clase.	A	B	C	D	E
65.	Los alumnos en clase ocupan variadas fuentes de información para apoyar su aprendizaje (libros, computadores, biblioteca, etc.)	A	B	C	D	E
66.	Los alumnos molestan a los compañeros que tienen dificultades con la materia	A	B	C	D	E
67.	Los alumnos disfrutan del trabajo de la clase (se ven relajados, ríen en la clase, etc.).	A	B	C	D	E

**Anexo 6: Pauta utilizada en tesis doctoral: Pauta de observación  
Sesiones de trabajo en Laboratorio de computación  
Resolución de problemas en matemática usando las TIC**

**Pauta de observación  
Sesiones de trabajo en Laboratorio de computación  
Resolución de problemas en matemática usando las TIC**

**Acciones**

Observar atentamente la clase

Al terminar la clase se llenará inmediatamente la pauta

Se utilizará la mejor expresión para cada casillero, de la siguiente clase:

- |  |                   |
|--|-------------------|
| 1: totalmente de acuerdo con lo que dice         | 1: casi siempre   |
| 2: de acuerdo, pero con ciertas restricciones    | 2: frecuentemente |
| 3: en desacuerdo, pero con ciertas restricciones | 3: algunas veces  |
| 4: en total desacuerdo                           | 4: rara vez       |

Nombre Observador: \_\_\_\_\_

Lugar de Observación: \_\_\_\_\_

Nombre del Profesor: \_\_\_\_\_

Día: \_\_\_\_\_ Hora de inicio: \_\_\_\_\_ Hora de término: \_\_\_\_\_

Número de Participantes: \_\_\_\_\_ Femenino: \_\_\_\_\_ Masculino: \_\_\_\_\_

Unidad: \_\_\_\_\_ Contenido: \_\_\_\_\_

Cantidad de material de trabajo: \_\_\_\_\_

**¿Qué actividad se realizaron?**

--

**Observaciones Generales**

--

**Docente**

**Aspectos pedagógicos**

1. Dedicar tiempo de la clase a explicar el "sentido de la matemática" que es revisada	1	2	3	4
2. Usa más gratificación que crítica	1	2	3	4
3. Dedicar mucho tiempo al control disciplinario	1	2	3	4
4. Construye sobre las respuestas y preguntas de los alumnos	1	2	3	4
5. Modifica el trabajo de la clase cuando advierte las señales de agotamiento y falta atención en el desarrollo de la clase	1	2	3	4
6. Dosifica las ayudas a los alumnos, siendo mayores en un primer momento del proceso y disminuyendo en forma progresiva	1	2	3	4
7. El profesor hacen explícita a sus alumnos, las estrategias de resolución de problemas	1	2	3	4
8. Contextualiza la matemática que enseña	1	2	3	4
9. Conoce bien el material con que trabaja en la clase	1	2	3	4
10. Apoya en la formulación del plan de trabajo	1	2	3	4
11. Apoya en la búsqueda y definición de uso de los recursos e información	1	2	3	4
12. Formula preguntas que permitan al alumno centrarse en los elementos relevantes del problema, los contenidos y el aprendizaje	1	2	3	4
13. Incentiva que sus alumnos generen procesos de preguntas y respuestas al interior de los grupos	1	2	3	4
14. Genera espacios de discusión de lo aprendido por los estudiantes y como han usado los recursos	1	2	3	4
15. Difunde los conocimientos adquiridos por los alumnos y la información y recursos usados	1	2	3	4
16. Evalúa formativamente el trabajo de los grupos	1	2	3	4

17. En general, el profesor(a) no comunica ni interactúa mucho con los alumnos (habla poco, explica poco)	1	2	3	4
18. Realiza control del trabajo de los grupos	1	2	3	4
19. Se desplaza entre los bancos	1	2	3	4
20. Dedicar tiempo de la clase a tratar los conocimientos previos necesarios para los nuevos aprendizajes	1	2	3	4
21. En la clase actúa más como un jefe de proyectos que un expositor de materias	1	2	3	4
22. Formula preguntas que animan a los alumnos a aprender	1	2	3	4
23. El profesor(a) no entrega directamente respuestas, sino que apoya a los alumnos a encontrarlas	1	2	3	4
24. Atiende inquietudes y preguntas de los alumnos	1	2	3	4
25. Reacciona positivamente cuando los alumnos expresan que la materia es difícil o no han entendido	1	2	3	4
26. Atiende problemas individuales	1	2	3	4
27. Respeta los tiempos y ritmos de trabajo de los alumnos	1	2	3	4
28. Privilegia el trabajo individual de los alumnos por sobre trabajo grupal	1	2	3	4
29. Hace muchos esfuerzos por capturar atención de los alumnos	1	2	3	4

### Observaciones

--

### El laboratorio de computación

30. En la sala no es necesario mucho control disciplinario	1	2	3	4
31. Existen momentos en que la matemática se formaliza	1	2	3	4
32. Existe muchos intercambios que no tienen relación con la materia tratada	1	2	3	4
33. En el inicio de la clase hay presentación del tema y se indican los propósitos de la sesión	1	2	3	4
34. La clase, en ocasiones, tiene apariencia desordenada o desorganizada	1	2	3	4
35. La clase no tiene una organización interna que responda a alguna metodología	1	2	3	4
36. En la clase los alumnos pueden trabajar fuera del laboratorio	1	2	3	4
37. En la clase hay alumnos y grupos que no son atendidos por el profesor(a)	1	2	3	4
38. El cierre o formalización de la sesión está ausente o en ocasiones es pobre	1	2	3	4
39. Los materiales didácticos que se llevan a la clase facilitan el trabajo de alumnos y grupos	1	2	3	4
40. Las guías y el material ayudan al clima de trabajo en el laboratorio	1	2	3	4
41. Los recursos TIC ayudan al clima de trabajo en el laboratorio	1	2	3	4
42. En la clase los alumnos se centran en la tarea propuesta	1	2	3	4
43. La evaluación formativa en la clase, no pasa más allá de ser una pregunta ¿qué aprendieron, entendieron, dudas, etc.?	1	2	3	4
44. En la clase hay clima de confianza entre alumnos	1	2	3	4
45. En la clase hay clima de confianza entre profesor y alumnos	1	2	3	4
46. En la clase se observan reglas claras que establecen cierto orden en el trabajo	1	2	3	4
47. En la clase hay recursos de aprendizaje (libros, computadores, etc.) en los cuales los alumnos pueden consultar	1	2	3	4

### Observaciones

--

### Alumnos

#### Aspectos generales

48. Los alumnos pierden interés en la clase cuando el profesor(a) expone matemática formal	1	2	3	4
49. Los estudiantes tienen disposición positiva con las actividades propuestas por el profesor(a)	1	2	3	4
50. Los alumnos colaboran con el profesor(a)	1	2	3	4
51. Los alumnos formulan preguntas que surgen de la matemática vista en clase	1	2	3	4
52. En el trabajo en grupo, los alumnos colaboran y se consultan para realizar las actividades	1	2	3	4
53. Los alumnos en la clase se desenvuelven con libertad, autonomía, tienen libre tránsito por la sala y toman la iniciativa en las actividades propuestas	1	2	3	4
54. Los desplazamientos de los alumnos en la sala no provocan indisciplina	1	2	3	4
55. Los alumnos tienen respeto por la autonomía y libertad de movimientos de compañeros en	1	2	3	4

la clase				
56. Los alumnos en clase ocupan variadas fuentes de información para apoyar su aprendizaje (libros, computadores, biblioteca, etc.)	1	2	3	4
57. Los alumnos disfrutan del trabajo de la clase (se ven relajados, ríen en la clase, etc.)	1	2	3	4

#### Conocimiento del contenido específico

58. Realizan acciones básicas de cálculo	1	2	3	4
59. Trabajan conocimientos, habilidades y competencias del tema tratado	1	2	3	4
60. Trabajan conocimientos, habilidades y competencias de temas propios del trabajo en resolución de problemas	1	2	3	4

#### Estrategias de resolución del problema

61. Buscan estrategias para solucionar los problema (por ejemplo generar diagramas, gráficos, tablas u otros elementos)	1	2	3	4
62. Leen el problema	1	2	3	4
63. Generan una planificación para resolver el problema	1	2	3	4
64. Ejecutan la planificación del problema	1	2	3	4
65. Buscan datos	1	2	3	4
66. Definen las fuentes de información y recursos a utilizar	1	2	3	4
67. Realizan "tanteo" en búsqueda de la solución	1	2	3	4
68. Se involucran activamente en la resolución del problema	1	2	3	4
69. Revisan la validez de los resultados	1	2	3	4
70. Generalizan los resultados	1	2	3	4
71. Discuten sobre lo aprendido	1	2	3	4
72. Se relacionan colaborativamente entre estudiantes	1	2	3	4
73. Difunden la información, recursos, conocimientos y habilidades obtenidas, a otros miembros de su grupo	1	2	3	4

#### Observaciones

#### Uso de las TIC

##### Aspectos generales

74. Las TIC permiten reducir los tiempos de la clase para adquirir el dominio de competencias matemáticas	1	2	3	4
75. Se utilizan TIC que distraen la atención del alumno respecto de la tarea	1	2	3	4
76. Los alumnos no usan las TIC en el proceso de resolución del problema	1	2	3	4
77. Ayuda a ver avances de los alumnos	1	2	3	4
78. Ayuda en la discusión de ideas	1	2	3	4

##### A nivel cognitivo ayudan:

79. A los alumnos a entender el enunciado de problemas	1	2	3	4
80. En la organización y representación de lo que saben	1	2	3	4
81. A observar y manipular situaciones restringidas de fenómenos del mundo real (modelos)	1	2	3	4
82. A detectar errores y situaciones anómalas	1	2	3	4
83. A analizar las soluciones encontradas y ver si estas son o no coherentes al problema presentado	1	2	3	4
84. En el trabajo colaborativo entre los estudiantes	1	2	3	4
85. A ser más analíticos y considerar más alternativas de solución	1	2	3	4
86. En la generalización de los resultados	1	2	3	4
87. Al profesor para apoyar la visualización de conceptos tratados	1	2	3	4
88. Al alumno en visualizar el modelo y conceptos utilizados	1	2	3	4
89. Al profesor al utilizar las TIC como medio instrumental de cálculo, tabulación de datos, etc.	1	2	3	4
90. A destinar más tiempo a entender los aspectos esenciales de la matemática (entender el problema, analizar el desarrollo de modelos, ver las soluciones dadas, etc.)	1	2	3	4
91. Al alumno al observar la actuación de su profesor o de otro alumno, al hacerse explícito el conocimiento matemático utilizado	1	2	3	4

##### A nivel instrumental permite:

92. Buscar información	1	2	3	4
93. Organizar información	1	2	3	4
94. Desarrollar cálculos y/o expresiones simbólicas	1	2	3	4
95. Trabajar diagramas, tablas, figuras y/o gráficos	1	2	3	4
96. Trabajar simulaciones, videos y/o animaciones	1	2	3	4
97. Tabular y/o analizar datos	1	2	3	4

Por parte del profesor

98. Conoce las características generales y específicas de la herramientas, de manera de permitirle diseñar la situación educativa que aproveche mejor sus potencialidades para favorecer su aprendizaje	1	2	3	4
99. Utiliza estas herramientas para que sus estudiante participen en el pensamiento reflexivo y crítico acerca de los procedimientos y estrategias, conocimientos, ideas y recursos utilizadas	1	2	3	4

**100.Descripción de recursos Tic usados por el profesor distintos a los planificados para la sesión**

**101.Descripción de recursos TIC usados por el alumno distintos a los planificados para la sesión**

**Observaciones**

## Anexo 7: Categorías desarrolladas en investigación DEA

Categorías generales	Categorías específicas	Descripción
Características del problema	Material utilizado	Hace referencia al uso de materiales del proyecto Fondef "Aprender Matemática creando soluciones" y a la guía utilizada.
	Características del problema	Características del problema utilizado. Se detallan las condiciones y aspectos del tipo de problema, y lo que el problema persigue, llegando a señalar las preguntas involucradas.
	Requerimientos del problema para que el alumno lo resuelva	Se define los conocimientos y habilidades matemáticas que persigue el problema, junto con señalar los recursos TIC deseables de ser utilizados y los fines de logros de conocimientos o habilidades que se persiguen con su uso.
	Deficiencias del material	Elementos que se observan deficientes del material o presentan dificultades pensando en un buen desarrollo y trabajo de los alumnos y en lo que se refiere al manejo de estrategias de resolución de problemas.
Métodos de enseñanza utilizados por el profesor	Actuación / acciones del profesor	Son aspectos observados respecto de su actuación, tipo de preguntas que hace, explicaciones, indicaciones entregadas a sus alumnos.
	Recomendaciones metodológicas al profesor	Existe un material para el profesor entregado por el modelo, del cual se hace uso de los materiales. Este presenta sugerencias y recomendaciones metodológicas de cómo actuar con el material, observándose en que medida las aplica.
	Estrategias metodológicas usadas por el profesor	Son aquellas estrategias metodológicas usadas por el profesor, uso de preguntas, retroalimentaciones entregadas, uso de los tiempos, inicio de la sesión, desarrollo y conclusión de esta, uso de estrategias, orientaciones, entre otros.
	Motivación al inicio de la sesión	Motivaciones entregadas por el profesor a los distintos problemas trabajados. Motivaciones entregadas tanto al inicio como durante el desarrollo de la sesión. Forma de presentar el problema, preguntas realizadas, asociación con ideas y conocimientos previos del alumno, usos de recursos entre otros.
	Evaluación	Existencia o ausencia de espacios, instrumentos de evaluación. Uso de pautas de observación, anotaciones, solicitud de guías con los desarrollos de los alumnos y del material electrónico trabajado.
Presencia de estrategias de resolución de problemas generales o heurística y específica	Acciones / actividades realizadas por los alumnos para resolver el problema	Acciones que reflejan estrategias de resolución de problemas aplicadas por los alumnos.
	Sugerencias para desarrollar estrategias de resolución de problema	Presencia o ausencia por parte del profesor de sugerir la aplicación de estrategias de resolución de problemas por parte de sus alumnos.
	Estrategia para resolución de	Presencia o ausencia de estrategias de

	problema	resolución de problemas implementadas con iniciativa del profesor.
	Estrategias de RP observables	Estrategias de resolución de problemas observadas en el actuar de los alumnos.
	Realización de lectura / relectura	Observación de la estrategia de resolución de problemas de leer y releer el problema planteado.
	Usan al profesor como principal recurso	Estrategia de resolución de problema de sus de recursos, en este caso el profesor
	Buscan datos	Estrategia de resolución de problemas, referido a la búsqueda de datos.
	Organización en grupos	Estrategia de resolución de problemas, referido al trabajo en grupos.
	Ausencia de estrategias superiores	No existencia de estrategias de resolución de problemas de orden superior, por ejemplo, la no generación de plan de trabajo, discusiones en grupo curso, entre otros.
	Buscan nuevas estrategias de RP	Observación de estrategias de resolución de problema distintas a las básicas habitualmente utilizadas, anotar datos, hacer tablas, buscar información complementaria, etc.
	Usan nuevas estrategias de forma inconsciente	Usan estrategias de resolución de problema en forma inconsciente por lo que no la asumen como tal y no la incorporan como nuevo conocimiento.
	Discusión en grupo curso	Realización de una estrategia de resolución de problema como lo es la discusión del grupo curso.
	Aparecen estrategias distintas	Aparición de estrategias distintas a las habituales de leer, buscar datos, etc.
Uso TIC cognitivo / instrumental	Uso cognitivo de las TIC, dado por parte de los alumnos	Uso de las tic como medio/herramienta cognitiva, de apoyo a la construcción y manejo de conocimiento, tales como generación de modelos, usos de variables, entre otros.
	Uso instrumental de las TIC, dado por parte de los alumnos	Uso de las herramientas TIC como instrumentos para actividades básicas como anotar datos, hacer tablas, realizar cálculos, entre otros.
Actitud	Actitud de los alumnos	Actitud de los alumnos en la sala expresado en comportamiento individual, automotivación, trabajo realizado, ausencia de trabajo, comportamiento en clases, realización de acciones con TIC distintas a las requeridas para trabajar en la resolución del problema.
	Clima sala de clases	Forma de trabajo de los alumnos, uso de los recursos y espacios, libertad en el desplazamiento en la sala, discusiones al interior de los grupos.
	Clima sala de clases y relación profesor alumno	Relación y respeto en el trabajo profesor alumno, capacidad de los alumnos de preguntar y el profesor de responder. Disposición del profesor y alumnos en sus labores. Uso del laboratorio y de los computadores.
Características de los aspectos observables de las TIC -sean cognitivo, metacognitivo y usos-	Usos posibles de las TIC para apoyar la resolución del problemas	Descripción respecto a como se podrían usar las TIC para apoyar a alumnos y profesores, en la resolución del problema.
	Uso TIC por parte de los alumnos	Tipo y forma en que usan las TIC los alumnos, cantidad de grupos que usan,

		referencia a la sub utilización de recurso TIC.
	Uso de las TIC por parte del profesor	Tipo y forma en que usa las TIC el profesor, como sugiere a los alumnos su uso, apoyo de esta en aspectos metodológicos y didácticos, referencia a la sub utilización de recurso TIC.
	Uso TIC por parte de los alumnos para resolver problemas	Uso de TIC por parte de los alumnos como acciones directas que apoyan la resolución del problema
	Existencia de alumnos donde las TIC son un distractos	Uso de herramientas TIC que no están siendo utilizadas para apoyar la resolución del problema, por ejemplo, uso de correo electrónico, dibujado, Internet en búsquedas de temas de interés del alumno. Existencia de alumnos que no ponen atención al profesor mientras este se dirige al curso, por estar realizando acciones en el computador.
	Existencia de alumnos que no usa las TIC	Cantidades de alumnos que no usan TIC en ningún aspecto.
Organización	Condiciones sala de clases	Indicadores respecto a espacio físico, accesibilidad, limpieza, humedad, luz, ruido, entre otros.
	Organización de grupos de trabajo por parte de los alumno	Forma de organización de los grupos de trabajo.
	Trabajo al interior del grupo	Estrategias de trabajo al interior de los grupos, tales como, lecturas del problemas, discusiones, búsquedas de datos, uso recurso TIC, desarrollo de las actividades, colaboración interne, reforzamiento de ideas, explicaciones.
	Trabajo entre grupos distintos	Colaboración de al menos un alumno de un grupo con otros grupos, desplazamientos en la sala, apoyos básicos, discusión de resultados, alternativas de caminos y estrategias utilizados, ausencia de discusiones, conversaciones desvinculadas al problema que se resolvía.

## **Anexo 8: Validación de categorías por expertos, Dra. Anna Escofet**

Gonzalo Villarreal Farah  
Dirigida por: Begoña Gros  
Universidad de Barcelona

### **Presentación**

En el marco de la tesis doctoral "Caracterización del uso de las tecnologías, por profesores y alumnos en resolución de problemas abiertos en matemática en el nivel de secundaria", lo(la) hemos invitado(a) en su calidad de experto(a) en las áreas temáticas de interés de esta investigación, para que colabore en el proceso de validación de dichas categorías.

El objetivo de la investigación fue caracterizar el uso de la tecnología de la información y comunicación y desarrollar un proceso para analizar el comportamiento del trabajo del profesorado y sus alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemática en educación secundaria, en un contexto de sala o laboratorio de computación.

En este documento, se presentan algunos antecedentes de la investigación, la solicitud para su participación en la validación de estas categorías y el esquema de categorías desarrollado.

### **Antecedentes**

La investigación, se centró en la realización de observaciones de sesiones de trabajo de profesores y sus grupo de alumnos, los cuales se encontraban participando en el marco del proyecto Enlaces Matemática<sup>1</sup>, en sesiones de resolución de problemas abiertos. Esto significa, que cada curso -profesor y alumnos- trabajaban sobre la base de una propuesta didáctica, metodológica y con materiales propuestos por esta investigación, tanto para el profesor como el alumno, junto con hacer uso de recursos digitales.

En este marco, la investigación se centró en caracterizar el uso de los recursos tecnológicos, por parte de los estudiantes, en particular de applet<sup>2</sup> (del tipo manipulativos virtuales), en la resolución de problemas abiertos en matemática.

Se entregaron tres guías, que planteaban un problema y las actividades para apoyar la solución de este, junto con proporcionar los recursos digitales. El cómo y cuando usar los recursos tecnológicos lo decidían profesores y alumnos.

Los elementos metodológicos utilizados en la investigación, fueron la observación directa de sesiones de trabajo, por parte del autor de esta tesis, haciendo uso de una pauta de observación no cerrada. Esto fue apoyado con la grabación de cada sesión observada. Los elementos a observar fueron: aspectos pedagógicos del docente; elementos de la sala o laboratorio de computación; aspectos generales, conocimiento específico y estrategias de resolución de problemas del alumno; y

---

<sup>1</sup> Enlaces Matemática, es un proyecto basado en el Modelo interactivo para el aprendizaje matemático®, desarrollado por el Centro Comenius de la Universidad de Santiago de Chile, que es implementado con el apoyo del Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación de Chile, Red Enlaces. Para más detalles ver [www.comenius.usach.cl/enlacesmat](http://www.comenius.usach.cl/enlacesmat).

<sup>2</sup> Estos son pequeños programas computacionales, desarrollados para correr bajo Java, que permiten su manipulación por parte de los alumnos y profesores.

aspectos generales, uso de las TIC a nivel cognitivo e instrumental por parte de alumnos y profesores.

Se observó el trabajo de un profesor y su grupo curso, de segundo año de enseñanza secundaria (grado 10). En total se observaron tres curso de tres establecimientos distintos. Dos de los colegios fueron observados durante el año escolar 2005 y uno de ellos durante el año 2006. En todos los colegios, se observó el trabajo del profesor con sus alumnos en la sala o laboratorio de computación. El establecimiento del año 2006, se observó el trabajo de dos grupos de alumnos, sugeridos por su profesora, (uno de alto rendimiento en la asignatura y otro de bajos rendimientos), conformados por dos alumnos cada uno, en el marco del trabajo normal de un grupo curso.

En total se observaron 19 sesiones de clases (6, 6 y 7 sesiones por establecimiento), 28 horas y media, 76 alumnos y tres profesoras.

### **Categorías desarrolladas**

El autor de esta tesis, desarrolló una investigación previa, en el marco del DEA<sup>3</sup> "Metodológica de Resolución de Problemas en Matemática haciendo uso de las TIC", la cual ha sido base para el presente estudio.

Las categorías desarrolladas, se centraron en variables reconocidas por la literatura, junto con que fueran de interés a los objetivos de esta tesis y fuesen factibles de ser observadas. Las variables incluidas en el estudio fueron:

- Desde el proceso de enseñanza: características del problema; **métodos de enseñanza utilizados por el profesor**; conocimientos, creencias y **actitudes** del profesor. Para este estudio, nos centraremos en los métodos de enseñanza utilizados por el profesor y en las actitudes de este. Cabe señalar que si bien las referidas a las características del problema, no se incluyen en este estudio, ya que los problemas y el material son proporcionados en el marco de la investigación.
- Desde el proceso del aprendizaje, las cuales son: **presencia de estrategias generales o heurísticas y específicas**; conocimiento del contenido específico; estrategias metacognitivas; y las que corresponden a componentes individuales o afectivas -**actitudes**, emociones, creencias-. Para este estudio, nos centraremos en la presencia de estrategias generales o heurísticas y específicas, y las referidas a actitudes.

Por la experiencia del autor de esta investigación, se puede señalar que en el marco de este estudio, era complejo intentar incluir las otras variables.

### **Lo solicitado al experto**

En este trabajo, se le solicita dos aportes, uno en la validación del sistema de categorías propuesto y el segundo en la entrega de sugerencias, recomendaciones o modificación respecto a las categorías propuestas.

- Para el primer punto, se basa en la "Tabla 1: Descripción de las Categorías y sub categorías incluidas en el estudio". Esta se compone de 5 categoría generales y 21 sub categorías. En la "Tabla 2: Ejemplos de observaciones a categorizar", se presenta en cada fila tres ejemplos que corresponde a una categoría y sub

---

<sup>3</sup> Proyecto de investigación implementado en el segundo año del doctorado.

categoría de la Tabla 1. Cada fila de ejemplos, se relaciona con **una única sub categoría**. Estos ejemplos son transcripciones de observaciones realizadas en cada uno de los tres colegios observados.

A partir de esta, se le solicita que complete la Tabla 2, para cada fila de ejemplos, colocando el número de categoría y sub categoría que usted piensa que los representa mejor.

Cabe señalar, que las categorías desarrolladas, no son mutuamente excluyente. Por este motivo, existen ejemplos de un colegio, que se pueden repetir, perteneciendo a más de una categoría o sub categoría. De esta manera, es importante ver el conjunto de ejemplos de los distintos colegios (fila), para definir la categoría que le corresponda.

Para este proceso de validación, **no se ha incluido** ejemplos correspondientes a la categoría: "1 Aspectos pedagógicos", a las sub categorías "1.3 Inicio de la sesión", "1.4 Desarrollo de la sesión" y "1.5 Cierre de la sesión". Por este motivo no debe incluir estos números en la Tabla 2 de validación de categorías.

Las categorías se han dividido entre los distintos expertos. Así, le solicitamos a usted validar: "1. Aspectos pedagógicos" y "2. Estrategias de RP usadas".

- Una segunda dimensión de colaboración, que se le solicita, es por medio que pueda entregar sugerencias, recomendaciones y/o modificación respecto a las categorías propuestas. Para esto, puede al fina de este documento ingresar el texto, tablas, gráficos y otros que estime conveniente en el punto de sugerencia, recomendaciones y/o modificación.

## Desglose de Categorías

A continuación se presenta las categorías y sub categorías generadas en el marco de la investigación.

Tabla 1: Descripción de las Categorías y sub categorías incluidas en el estudio

Categorías a observar	Sub categorías	Descripción
1. Aspectos pedagógicos	1.1 Trabajo con alumnos	Trabaja con todos los alumnos, con los más o menos aventajados, trabaja con los que piden o no piden ayuda.
	1.2 Estrategias metodológicas usadas por el profeso	Son aquellas estrategias metodológicas usadas por el profesor, uso de preguntas, retroalimentaciones entregadas, uso de los tiempos, entrega de instrucciones, inicio de la sesión, desarrollo y conclusión de esta, realización de preguntas y contra preguntas, uso de estrategias, orientaciones, entre otros.
	1.3 Inicio de la sesión	Motivaciones entregadas por el profesor a los distintos problemas trabajados. Motivaciones entregadas al inicio de la sesión. Forma de presentar el problema, preguntas realizadas, asociación con ideas y conocimientos previos del alumno, usos de recursos, instrucciones para trabajar y organizarse, entre otros.
	1.4 Desarrollo de la sesión	Estas se refieren a: respuesta a preguntas, sugerencias y orientaciones, tanto individualmente, como al grupo o al curso completo; motivaciones; entrega de información; etc.
	1.5 Cierre de la sesión	Puesta en común, formalización de los contenidos tratados, se retoman las dudas presentadas, discusión de lo realizado, como se hizo, que se usó y lo aprendido.
	1.6 Evaluación	Existencia de evaluación (con algún instrumento o no), del tipo evaluativo o formativa, uso de pautas de observación,

		anotaciones, solicitud de guías con los desarrollos de los alumnos y del material electrónico trabajado, observación y registro del proceso y avance individual y grupal, consultas individuales y grupales, o al curso completo, avance secuenciado en la medida que van resolviendo partes del problema.
2. Estrategias de RP usadas	2.1 Sugerencias del profesor para resolver problemas	Presencia por parte del profesor de sugerir la aplicación de estrategias de resolución de problemas por parte de sus alumnos.
	2.2 Estrategias de RP usadas por el alumno	Estrategias de resolución de problemas observadas en el actuar de los alumnos. Estrategias básicas (leer, buscar y tabular datos, etc.), estrategias heurísticas (resolver sub problemas más simples que se desprenden del original, etc.), estrategias metacognitivas con procesos de autorregulación, análisis y corrección (hacer resumen, dejar de lado partes del problema que no se pueden resolver, en las que se atasca la persona, y continuar con otra)
3. Forma de uso de las TIC	3.1 Organización del trabajo de los alumnos en el uso de TIC	Organización de los alumnos ya sea en un trabajo individual o grupal, número de alumnos del grupo, criterios de organización, uso al interior de los grupos, forma de organizar el uso para resolver el problema distribución en el laboratorio
	3.2 Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos	Uso de las tecnologías como instrumentos para actividades básicas como anotar datos, hacer tablas, realizar cálculos, entre otros. Responde ¿cómo se usa?
	3.3 Uso cognitivo de las tecnología por parte de los alumnos	Uso de las tecnología como medio/herramienta cognitiva, de apoyo a la construcción y manejo de conocimiento, tales como generación de modelos, usos de variables, entre otros. Responde ¿cómo se usa?
	3.4 Uso instrumental de las tecnología por parte del profesor	Uso de las herramientas tecnología como instrumentos para actividades básicas por parte del profesor, cuando este realiza explicaciones con uso de este recurso. Responde ¿cómo se usa?
	3.5 Uso cognitivo de las tecnología por parte del profesor	Uso de las herramientas tecnología como uso cognitivo para actividades más complejas por parte del profesor, cuando este realiza explicaciones con uso de este recurso. Responde ¿cómo se usa?
4. Actitud	4.1 Actitud de los alumnos	Componentes afectivos, focalizada hacia la actitud positiva de los alumnos observada en la sala de computación expresado en comportamiento individual o grupal, automotivación, trabajo realizado, disposición positiva, comportamiento favorable en clases para el trabajo, compromisos con la tarea, toma de iniciativas, interés.
	4.2 Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP	Componentes afectivos, focalizado hacia actitud positiva hacia las TIC, realización de acciones con TIC, en el marco del trabajo en la resolución del problema, disposición positiva hacia el uso de TIC.
	4.3 Actitud del profesor durante la sesión	Componentes afectivos, focalizada hacia la actitud positiva del profesor para trabajar con TIC, disposición, motivación a sus alumnos, sugerencias de uso, actitud positiva hacia la matemática, etc.
	4.4 Clima de la sala de clases	Forma de trabajo de los alumnos, uso de los recursos y espacios, libertad en el desplazamiento en la sala, discusiones al interior de los grupos.
	4.5 Relación profesor alumnos	Relación y respeto en el trabajo profesor alumno, capacidad de los alumnos de preguntar y el profesor de responder. Disposición positiva del profesor y alumnos en sus labores.
5. Sala de computadores o laboratorio de computación	5.1 Trabajo al interior del grupo	Estrategias de trabajo al interior de los grupos, tales como, definición de roles, distribución de tareas, discusiones, búsquedas de datos, definición y organización de uso recurso TIC, desarrollo de las actividades, colaboración interne, reforzamiento de ideas, explicaciones.

	5.2 Trabajo entre grupos distintos	Colaboración de al menos un alumno de un grupo con otros grupos, desplazamientos en la sala, apoyos básicos, discusión de resultados, alternativas de caminos y estrategias utilizados, conversaciones desvinculadas al problema que se resolvía.
	5.3 Recursos	Los alumnos usan diferentes tipos de recursos computadores, proyectos, calculadora, además de libros, uso del profesor como recurso, etc.

## Tabla de ejemplos de situaciones observadas para categorizar

Tabla 2: Ejemplos de observaciones a categorizar

Categoría	Sub categoría	Ejemplo colegio 1 Observación 2005 a grupo curso completo	Ejemplo colegio 2 Observación 2005 a grupo curso completo	Ejemplo colegio 3 Observación realizada el 2006 a dos grupos de alumnos
		Estos (los alumnos) comienzan a discutir en relación a cada una de las respuestas, el profesor les hace preguntas, ¿qué pasaría si se modifican las distancias?	El profesor, al ayudar a un grupo a resolver el punto 3, tratan en primer lugar de explicarle, por medio de interacción de preguntas y respuestas, utilizando el applet. Este proceso se complica, ya que le señala que para ver la solución al punto 3 prefiere que resuelva a mano un ciclo. Pide que de vuelta la página y escriba una tabla ciclos y resultados. Pide que coloque el ciclo 1 al 4 y luego que lea el problema.	Por medio de un diagrama desarrollado en la pizarra, por la profesora, presenta el problema de la nueva guía sobre acústica, se refiere a los conceptos básicos involucrados además de las variables y fórmulas utilizadas. Para lograr esto señala que deben leer bien el problema, presenta las variables involucradas y sus fórmulas y señala que no las tiene completas ya que las desarrollará en conjunto con el curso.
		El profesor pide las guías y señala que serán corregidas.	El profesor va por los distintos grupos, pide que le expliquen y verifica soluciones de los alumnos.	Profesora mira lo que ha realizado G1 (grupo 1) y da retroalimentación señalando que esta bien.
		Señalando (el profesor) que cada uno tiene sus estrategias, ordenan los datos, buscan información, hacen dibujos, modelan, etc.	- Da 5 minutos para lectura personal y pide que hagan anotaciones.  - El profesor, al ayudar a un grupo a resolver el punto 3, tratan en primer lugar de explicarle, por medio de interacción de preguntas y respuestas, utilizando el applet. Este proceso se complica, ya que le señala que para ver la solución al punto 3 prefiere que resuelva a mano un ciclo. Pide (el profesor) que de vuelta la página y escriba una tabla ciclos y resultados. Pide (el profesor) que coloque el ciclo 1 al 4 y luego que lea el problema.	La profesora introduce el tema. Se centra en el método de resolución de problema, se apoya para su presentación de un diagrama realizado por ella en la pizarra. La profesora le dice a sus alumnos, que primero cuentan con un documento (la guía), tienen que entenderlo y existen algunas variables. ¿Con qué se cuenta?, hay un método. ¿Qué se requiere?, habla sobre la preparación, recopilación de información, leer cuidadosamente, encontrar datos, meditar un esquema, resolver el problema. Un esquema para resolver el problema. Además señala que cuentan con tecnología, planillas, los applet, Internet, software, insiste en mirar bien y señala los pasos, para llegar a la solución, que vean y se apoya por el diagrama (el de la pizarra). Luego de esto debe ejecutar el plan de resolución y luego ver si esa solución es correcta, finalmente analizar lo aprendido y su relación con la matemática.
		Mientras leen, el profesor responde dudas de algunos grupos	Los alumnos leen en silencio y llaman al profesor para hacer consultas. El profesor señala al grupo que hace preguntas que debe tomar decisiones y fundamentarla.	La profesora, da explicaciones generales pide regresar al problema. Pide leer nuevamente el problema y completar las tablas del problema.
		Los alumnos inician el trabajo, leen y luego miran los videos. Algunos hacen gráficas que representan el problema, de manera que se representa cada ciclo.	Al responder las preguntas se ve que conversan al interior de los grupos, se observa en general analizan las variables y piensan cuales pueden y convienen modificar para que de los resultados esperados no se observa una estrategia de "tanteo". Discuten respecto a ¿cuáles pueden cambiar?, ¿qué se puede hacer?, proponen algunas hipótesis en sus conversaciones y luego las prueban.	- Ejemplo 1: Alumnos de G1 (grupo 1) conversan y van haciendo anotaciones en la guía. - Ejemplo 2: Alumnos de G.2 (grupo 2) leen y anotan nombres de variables - Ejemplo 3: G2 Encuentran solución y comienzan a verificar dándole valores.



## **Anexo 9: Validación de categorías por expertos, Dr. Carlos Marcelo**

Gonzalo Villarreal Farah  
Dirigida por: Begoña Gros  
Universidad de Barcelona

### **Presentación**

En el marco de la tesis doctoral "Caracterización del uso de las tecnologías, por profesores y alumnos en resolución de problemas abiertos en matemática en el nivel de secundaria", lo(la) hemos invitado(a) en su calidad de experto(a) en las áreas temáticas de interés de esta investigación, para que colabore en el proceso de validación de dichas categorías.

El objetivo de la investigación fue caracterizar el uso de la tecnología de la información y comunicación y desarrollar un proceso para analizar el comportamiento del trabajo del profesorado y sus alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemática en educación secundaria, en un contexto de sala o laboratorio de computación.

En este documento, se presentan algunos antecedentes de la investigación, la solicitud para su participación en la validación de estas categorías y el esquema de categorías desarrollado.

### **Antecedentes**

La investigación, se centró en la realización de observaciones de sesiones de trabajo de profesores y sus grupo de alumnos, los cuales se encontraban participando en el marco del proyecto Enlaces Matemática<sup>4</sup>, en sesiones de resolución de problemas abiertos. Esto significa, que cada curso -profesor y alumnos- trabajaban sobre la base de una propuesta didáctica, metodológica y con materiales propuestos por esta investigación, tanto para el profesor como el alumno, junto con hacer uso de recursos digitales.

En este marco, la investigación se centró en caracterizar el uso de los recursos tecnológicos, por parte de los estudiantes, en particular de applet<sup>5</sup> (del tipo manipulativos virtuales), en la resolución de problemas abiertos en matemática.

Se entregaron tres guías, que planteaban un problema y las actividades para apoyar la solución de este, junto con proporcionar los recursos digitales. El cómo y cuando usar los recursos tecnológicos lo decidían profesores y alumnos.

Los elementos metodológicos utilizados en la investigación, fueron la observación directa de sesiones de trabajo, por parte del autor de esta tesis, haciendo uso de una pauta de observación no cerrada. Esto fue apoyado con la grabación de cada sesión observada. Los elementos a observar fueron: aspectos pedagógicos del docente; elementos de la sala o laboratorio de computación; aspectos generales, conocimiento específico y estrategias de resolución de problemas del alumno; y

---

<sup>4</sup> Enlaces Matemática, es un proyecto basado en el Modelo interactivo para el aprendizaje matemático®, desarrollado por el Centro Comenius de la Universidad de Santiago de Chile, que es implementado con el apoyo del Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación de Chile, Red Enlaces. Para más detalles ver [www.comenius.usach.cl/enlacesmat](http://www.comenius.usach.cl/enlacesmat).

<sup>5</sup> Estos son pequeños programas computacionales, desarrollados para correr bajo Java, que permiten su manipulación por parte de los alumnos y profesores.

aspectos generales, uso de las TIC a nivel cognitivo e instrumental por parte de alumnos y profesores.

Se observó el trabajo de un profesor y su grupo curso, de segundo año de enseñanza secundaria (grado 10). En total se observaron tres curso de tres establecimientos distintos. Dos de los colegios fueron observados durante el año escolar 2005 y uno de ellos durante el año 2006. En todos los colegios, se observó el trabajo del profesor con sus alumnos en la sala o laboratorio de computación. El establecimiento del año 2006, se observó el trabajo de dos grupos de alumnos, sugeridos por su profesora, (uno de alto rendimiento en la asignatura y otro de bajos rendimientos), conformados por dos alumnos cada uno, en el marco del trabajo normal de un grupo curso.

En total se observaron 19 sesiones de clases (6, 6 y 7 sesiones por establecimiento), 28 horas y media, 76 alumnos y tres profesoras.

### **Categorías desarrolladas**

El autor de esta tesis, desarrolló una investigación previa, en el marco del DEA<sup>6</sup> "Metodológica de Resolución de Problemas en Matemática haciendo uso de las TIC", la cual ha sido base para el presente estudio.

Las categorías desarrolladas, se centraron en variables reconocidas por la literatura, junto con que fueran de interés a los objetivos de esta tesis y fuesen factibles de ser observadas. Las variables incluidas en el estudio fueron:

- Desde el proceso de enseñanza: características del problema; **métodos de enseñanza utilizados por el profesor**; conocimientos, creencias y **actitudes** del profesor. Para este estudio, nos centraremos en los métodos de enseñanza utilizados por el profesor y en las actitudes de este. Cabe señalar que si bien las referidas a las características del problema, no se incluyen en este estudio, ya que los problemas y el material son proporcionados en el marco de la investigación.
- Desde el proceso del aprendizaje, las cuales son: **presencia de estrategias generales o heurísticas y específicas**; conocimiento del contenido específico; estrategias metacognitivas; y las que corresponden a componentes individuales o afectivas -**actitudes**, emociones, creencias-. Para este estudio, nos centraremos en la presencia de estrategias generales o heurísticas y específicas, y las referidas a actitudes.

Por la experiencia del autor de esta investigación, se puede señalar que en el marco de este estudio, era complejo intentar incluir las otras variables.

### **Lo solicitado al experto**

En este trabajo, se le solicita dos aportes, uno en la validación del sistema de categorías propuesto y el segundo en la entrega de sugerencias, recomendaciones o modificación respecto a las categorías propuestas.

- Para el primer punto, se basa en la "Tabla 2: Descripción de las Categorías y sub categorías incluidas en el estudio". Esta se compone de 5 categoría generales y 21 sub categorías. En la "Tabla 2: Ejemplos de observaciones a categorizar", se presenta en cada fila tres ejemplos que corresponde a una categoría y sub

---

<sup>6</sup> Proyecto de investigación implementado en el segundo año del doctorado.

categoría de la Tabla 1. Cada fila de ejemplos, se relaciona con **una única sub categoría**. Estos ejemplos son transcripciones de observaciones realizadas en cada uno de los tres colegios observados.

A partir de esta, se le solicita que complete la Tabla 2, para cada fila de ejemplos, colocando el número de categoría y sub categoría que usted piensa que los representa mejor.

Cabe señalar, que las categorías desarrolladas, no son mutuamente excluyente. Por este motivo, existen ejemplos de un colegio, que se pueden repetir, perteneciendo a más de una categoría o sub categoría. De esta manera, es importante ver el conjunto de ejemplos de los distintos colegios (fila), para definir la categoría que le corresponda.

Las categorías se han dividido entre los distintos expertos. Así, le solicitamos a usted validar: "4. Actitud".

- Una segunda dimensión de colaboración, que se le solicita, es por medio que pueda entregar sugerencias, recomendaciones y/o modificación respecto a las categorías propuestas. Para esto, puede al fina de este documento ingresar el texto, tablas, gráficos y otros que estime conveniente en el punto de sugerencia, recomendaciones y/o modificación.

### Desglose de Categorías

A continuación se presenta las categorías y sub categorías generadas en el marco de la investigación.

Tabla 1: Descripción de las Categorías y sub categorías incluidas en el estudio

<b>Categorías a observar</b>	<b>Sub categorías</b>	<b>Descripción</b>
1. Aspectos pedagógicos	1.1 Trabajo con alumnos	Trabaja con todos los alumnos, con los más o menos aventajados, trabaja con los que piden o no piden ayuda.
	1.2 Estrategias metodológicas usadas por el profeso	Son aquellas estrategias metodológicas usadas por el profesor, uso de preguntas, retroalimentaciones entregadas, uso de los tiempos, entrega de instrucciones, inicio de la sesión, desarrollo y conclusión de esta, realización de preguntas y contra preguntas, uso de estrategias, orientaciones, entre otros.
	1.3 Inicio de la sesión	Motivaciones entregadas por el profesor a los distintos problemas trabajados. Motivaciones entregadas al inicio de la sesión. Forma de presentar el problema, preguntas realizadas, asociación con ideas y conocimientos previos del alumno, usos de recursos, instrucciones para trabajar y organizarse, entre otros.
	1.4 Desarrollo de la sesión	Estas se refieren a: respuesta a preguntas, sugerencias y orientaciones, tanto individualmente, como al grupo o al curso completo; motivaciones; entrega de información; etc.
	1.5 Cierre de la sesión	Puesta en común, formalización de los contenidos tratados, se retoman las dudas presentadas, discusión de lo realizado, como se hizo, que se usó y lo aprendido.
	1.6 Evaluación	Existencia de evaluación (con algún instrumento o no), del tipo evaluativo o formativa, uso de pautas de observación, anotaciones, solicitud de guías con los desarrollos de los alumnos y del material electrónico

		trabajado, observación y registro del proceso y avance individual y grupal, consultas individuales y grupales, o al curso completo, avance secuenciado en la medida que van resolviendo partes del problema.
2. Estrategias de RP usadas	2.1 Sugerencias del profesor para resolver problemas	Presencia por parte del profesor de sugerir la aplicación de estrategias de resolución de problemas por parte de sus alumnos.
	2.2 Estrategias de RP usadas por el alumno	Estrategias de resolución de problemas observadas en el actuar de los alumnos. Estrategias básicas (leer, buscar y tabular datos, etc.), estrategias heurísticas (resolver sub problemas más simples que se desprenden del original, etc.), estrategias metacognitivas con procesos de autorregulación, análisis y corrección (hacer resumen, dejar de lado partes del problema que no se pueden resolver, en las que se atasca la persona, y continuar con otra)
3. Forma de uso de las TIC	3.1 Organización del trabajo de los alumnos en el uso de TIC	Organización de los alumnos ya sea en un trabajo individual o grupal, número de alumnos del grupo, criterios de organización, uso al interior de los grupos, forma de organizar el uso para resolver el problema distribución en el laboratorio
	3.2 Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos	Uso de las tecnologías como instrumentos para actividades básicas como anotar datos, hacer tablas, realizar cálculos, entre otros. Responde ¿cómo se usa?
	3.3 Uso cognitivo de las tecnología por parte de los alumnos	Uso de las tecnología como medio/herramienta cognitiva, de apoyo a la construcción y manejo de conocimiento, tales como generación de modelos, usos de variables, entre otros. Responde ¿cómo se usa?
	3.4 Uso instrumental de las tecnología por parte del profesor	Uso de las herramientas tecnología como instrumentos para actividades básicas por parte del profesor, cuando este realiza explicaciones con uso de este recurso. Responde ¿cómo se usa?
	3.5 Uso cognitivo de las tecnología por parte del profesor	Uso de las herramientas tecnología como uso cognitivo para actividades más complejas por parte del profesor, cuando este realiza explicaciones con uso de este recurso. Responde ¿cómo se usa?
4. Actitud	4.1 Actitud de los alumnos	Componentes afectivos, focalizada hacia la actitud positiva de los alumnos observada en la sala de computación expresado en comportamiento individual o grupal, automotivación, trabajo realizado, disposición positiva, comportamiento favorable en clases para el trabajo, compromisos con la tarea, toma de iniciativas, interés.
	4.2 Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP	Componentes afectivos, focalizado hacia actitud positiva hacia las TIC, realización de acciones con TIC, en el marco del trabajo en la resolución del problema, disposición positiva hacia el uso de TIC.
	4.3 Actitud del profesor durante la sesión	Componentes afectivos, focalizada hacia la actitud positiva del profesor para trabajar con TIC, disposición, motivación a sus alumnos, sugerencias de uso, actitud positiva hacia la matemática, etc.
	4.4 Clima de la sala de clases	Forma de trabajo de los alumnos, uso de los recursos y espacios, libertad en el desplazamiento en la sala, discusiones al interior de los grupos.

	4.5 Relación profesor alumnos	Relación y respeto en el trabajo profesor alumno, capacidad de los alumnos de preguntar y el profesor de responder. Disposición positiva del profesor y alumnos en sus labores.
5. Sala de computadores o laboratorio de computación	5.1 Trabajo al interior del grupo	Estrategias de trabajo al interior de los grupos, tales como, definición de roles, distribución de tareas, discusiones, búsquedas de datos, definición y organización de uso recurso TIC, desarrollo de las actividades, colaboración interne, reforzamiento de ideas, explicaciones.
	5.2 Trabajo entre grupos distintos	Colaboración de al menos un alumno de un grupo con otros grupos, desplazamientos en la sala, apoyos básicos, discusión de resultados, alternativas de caminos y estrategias utilizados, conversaciones desvinculadas al problema que se resolvía.
	5.3 Recursos	Los alumnos usan diferentes tipos de recursos computadores, proyectos, calculadora, además de libros, uso del profesor como recurso, etc.

## Tabla de ejemplos de situaciones observadas para categorizar

Tabla 2: Ejemplos de observaciones a categorizar

Categoría	Sub categoría	Ejemplo colegio 1 Observación 2005 a grupo curso completo	Ejemplo colegio 2 Observación 2005 a grupo curso completo	Ejemplo colegio 3 Observación realizada el 2006 a dos grupos de alumnos
		El profesor al explicar, presenta las variables que participan en el modelo, explica ejemplificando usando el applet, muestra cómo cambian los datos al modificar una o más variables.	El profesor, al ayudar a un grupo a resolver el punto 3, trata en primer lugar de explicarle, por medio de interacción de preguntas y respuestas, utilizando el applet. Este proceso se complica, ya que le señala que para ver la solución al punto 3 prefiere que resuelvan a "mano un ciclo". Pide que de vuelta la página y escriban una tabla con los ciclos y resultados. Pide que ingresen el ciclo del 1 al 4 y luego que lea el problema.	La profesora, proyecta el applet y revisa lo que hicieron, presenta las partes del applet y lo que este realiza. Hace pregunta y muestra lo proyectado. Hace consultas sobre los términos presentados. Sigue mostrando otra parte del applet. Pregunta de donde salen los valores, las fórmulas con los que se obtienen los valores finales. Ven los términos y conceptos tratados. La profesora explica a sus alumnos lo que hace el applet los valores y formulas que intervienen, les dice que ellos "no sabían lo que hacían". Se refiere a la fórmula (superficie de sabine), como se obtiene en término general y luego define la secuencia. Señala que "el computador sabe lo que hace pero ellos "no sabían lo que estaban haciendo", luego se refiere a la necesidad de tener un esquema, que necesitan tener claro lo que están haciendo que puede ser que aparezcan los resultados en forma automática pero ellos deben hacer un análisis para poder entregar los informes. Luego hace anotaciones en la pizarra de las fórmulas involucradas.
		Los alumnos manipulan el applet, haciendo acciones solicitadas y mirando los modelos que se relacionan, para responder el problema.	Se observa a todo el curso trabajando, los applet y discutiendo respecto al problema, conversan al interior del grupo y otros alumnos conversan con grupos diferentes sobre las soluciones encontradas.	- G2 (grupo 2) no le funciona el applet, no investigan, no piden ayuda. - G1 (grupo 1) alumno A1 comienza a leer el punto 5, verifican valores con applet, le dice que ponga un determinado valor en el applet y dice "ahora se pone entretenido", A2 comienza a manipular el applet, la profesora llega y les dice que manipulen lentamente el applet, ya que en un minuto se neutraliza. Usan el applet para responder la pregunta. Luego la profesora nuevamente comienza a explicar, pero los alumnos dicen que ya entendieron y le explican a la profesora con el dibujo, ella dice que no, los alumnos corrigen lo que estaban diciendo.
		Existe en general un espacio de libertad de	Se observa a todo el curso trabajando y	G1 conversan entre ellos respecto al problema, uno

		trabajo, los alumnos pueden trabajar y desplazarse por la sala, solicitan el apoyo del profesor, pueden discutir al interior de los grupos o con otros grupos, hay una relación horizontal y de respeto entre profesor y alumno.	discutiendo respecto al problema, conversan al interior del grupo y otros alumnos conversan con grupos diferentes sobre las soluciones encontradas.	de ellos, A2, se refiere a que el toca música (el problema propuesto trata sobre acústica en salas de música) y se refiere al sonido que el siente en diferentes espacios, los alumnos tratan de explicarse por que suena mejor en un lugar que otro, A1 hace una hipótesis referido al tamaño de la sala, A2 dice que puede ser la gente y luego dice que depende de la frecuencia.
		Al término, el profesor habla, los alumnos escuchan, no participan mucho, no se observan motivados, algunos bostezan, miran a diferentes lados y pocos atentos.	Se observa a los grupos trabajar ordenadamente, ingresan datos a partir de las tablas que llenaron anteriormente	G 1 Esta ingresando valores al applet correspondiente al problema original, para resolver nuevos problemas. A2 manipula applet como siempre, A1 dicta los valores para ingresar, en un minuto A2 señala que encuentra algo raro, que le faltan variables, A2 en forma permanente juega con applett, A1 le pide que trabajen.
		- Estos comienzan a discutir en relación a cada una de las respuestas, el profesor les hace preguntas, lo que pasa si se modifican las distancias. - El profesor, se refiere a lo mal que les ha ido (a los alumnos), a que necesitan trabajar y que el alumno que no trabaja, le pedirá que salga de la sala.	Inician (alumnos) una lectura del problema y llenado de tablas. Algunos alumnos hacen preguntas. Profesor se desplaza por los bancos y responde dudas. En general trabajan llenando la tabla.	Profesora pide que se den vuelta. Los trata con amabilidad.



	<p>grupos estaban previamente organizados y se mantenían, no se reagrupaban según necesidades o trabajos distintos, si habían cambios era por la ausencia de algún alumno del grupo.</p>
<p>En relación con la categoría 2 de nuevo me parecen muy pocas las dos subcategorías que identificas. En especial en la subcategoría 2.2 se incluyen muchas y diferentes estrategias. SI no se diferencia entre ellas todo cae en el mismo saco y no se puede discriminar.</p>	<p>Esto queda complementado con la pauta de observación en la sección cerrada, la cual no fue presentada al experto.</p>
<p>En la categoría Actitud, que es la que me asignas, veo que identificas actitud con conducta afectiva, cuando eso no es exacto. Además te refieres a actitud positiva ¿no te interesa un actitud negativa? Yo creo que este componente falta. Yo sugeriría que la categoría no fuera actitud sino Ambiente de clase. Dentro de esta categoría entra la actitud del profesor, de los alumnos, el clima de relaciones profesor alumno y alumno-alumno.</p>	<p>Pienso que está en lo correcto respecto a que no corresponda hablar de Actitud y elementos afectivos, en este sentido yo dejaría Actitud y definiendo rasgos propios de esta, no se si incorporar disposición que es otro elemento distinto de la Actitud e incluso podría cambiarla por disposición. Respecto a positiva y negativa, si bien en uno de los tres colegios es más notoria este elemento, en los otros es muy bajo, pienso que es interesante las relaciones que se producen en ambos casos. Sobre el cambio de nombre a ambiente de clase, puede ser.</p>
<p>En relación con la categoría 5, no entiendo que se denomine "Sala de computadores". ¿Es que las demás categorías se refieren a otro tipo de sala de clase? Todas las categorías deben estar en el mismo nivel temático, por lo que esa categoría resulta extraña, no tiene que ver con las anteriores sino que las contradice. Si lo que quieres es diferenciar lo que ocurre en una sala sin computadores y en el laboratorio con solo indicar en la observación de qué contexto se trata eso basta. Y curiosamente en esta categoría sí añades la subcategoría Recursos cuando no se incluye en la categoría 1, tal como te sugería.</p>	<p>En este punto puede ser interesante mirar recurso desde el punto de vista "Aspectos pedagógicos", lo que sucede es que lo veo como recursos que se disponen en una sala de computadores y de manera independiente que el profesor la intencione, ver que el alumno la use, por ejemplo, los computadores tienen Internet, Excel, calculadora y otros elementos que los alumnos pueden usar o no, hay proyectores, impresoras, etc. Respecto a los trabajos en la sala, lo que se ve es el trabajo entre alumnos del mismo grupo y de grupos distintos. Eventualmente, podría pensarse que el punto 1.1 "Trabajo con alumnos" de la categoría "Aspectos pedagógicos" pase a la categoría "Sala o laboratorio de computación"</p>
<p>Para concluir, me parece que la estructura o modelo del sistema debe de ser revisado, me refiero a las grandes categorías. En segundo lugar creo que se debe de aumentar el número de subcategorías acorde a los razonamientos ya expuestos anteriormente.</p>	<p>Se es en total acuerdo con este punto.</p>

## **Anexo 10: Validación de categorías por expertos, candidato a Dr. Hernán Miranda**

Gonzalo Villarreal Farah  
Dirigida por: Begoña Gros  
Universidad de Barcelona

### **Presentación**

En el marco de la tesis doctoral "Caracterización del uso de las tecnologías, por profesores y alumnos en resolución de problemas abiertos en matemática en el nivel de secundaria", lo(la) hemos invitado(a) en su calidad de experto(a) en las áreas temáticas de interés de esta investigación, para que colabore en el proceso de validación de dichas categorías.

El objetivo de la investigación fue caracterizar el uso de la tecnología de la información y comunicación y desarrollar un proceso para analizar el comportamiento del trabajo del profesorado y sus alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemática en educación secundaria, en un contexto de sala o laboratorio de computación.

En este documento, se presentan algunos antecedentes de la investigación, la solicitud para su participación en la validación de estas categorías y el esquema de categorías desarrollado.

### **Antecedentes**

La investigación, se centró en la realización de observaciones de sesiones de trabajo de profesores y sus grupo de alumnos, los cuales se encontraban participando en el marco del proyecto Enlaces Matemática<sup>7</sup>, en sesiones de resolución de problemas abiertos. Esto significa, que cada curso -profesor y alumnos- trabajaban sobre la base de una propuesta didáctica, metodológica y con materiales propuestos por esta investigación, tanto para el profesor como el alumno, junto con hacer uso de recursos digitales.

En este marco, la investigación se centró en caracterizar el uso de los recursos tecnológicos, por parte de los estudiantes, en particular de applet<sup>8</sup> (del tipo manipulativos virtuales), en la resolución de problemas abiertos en matemática.

Se entregaron tres guías, que planteaban un problema y las actividades para apoyar la solución de este, junto con proporcionar los recursos digitales. El cómo y cuando usar los recursos tecnológicos lo decidían profesores y alumnos.

Los elementos metodológicos utilizados en la investigación, fueron la observación directa de sesiones de trabajo, por parte del autor de esta tesis, haciendo uso de una pauta de observación no cerrada. Esto fue apoyado con la grabación de cada sesión observada. Los elementos a observar fueron: aspectos pedagógicos del docente; elementos de la sala o laboratorio de computación; aspectos generales,

---

<sup>7</sup> Enlaces Matemática, es un proyecto basado en el Modelo interactivo para el aprendizaje matemático®, desarrollado por el Centro Comenius de la Universidad de Santiago de Chile, que es implementado con el apoyo del Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación de Chile, Red Enlaces. Para más detalles ver [www.comenius.usach.cl/enlacesmat](http://www.comenius.usach.cl/enlacesmat).

<sup>8</sup> Estos son pequeños programas computacionales, desarrollados para correr bajo Java, que permiten su manipulación por parte de los alumnos y profesores.

conocimiento específico y estrategias de resolución de problemas del alumno; y aspectos generales, uso de las TIC a nivel cognitivo e instrumental por parte de alumnos y profesores.

Se observó el trabajo de un profesor y su grupo curso, de segundo año de enseñanza secundaria (grado 10). En total se observaron tres curso de tres establecimientos distintos. Dos de los colegios fueron observados durante el año escolar 2005 y uno de ellos durante el año 2006. En todos los colegios, se observó el trabajo del profesor con sus alumnos en la sala o laboratorio de computación. El establecimiento del año 2006, se observó el trabajo de dos grupos de alumnos, sugeridos por su profesora, (uno de alto rendimiento en la asignatura y otro de bajos rendimientos), conformados por dos alumnos cada uno, en el marco del trabajo normal de un grupo curso.

En total se observaron 19 sesiones de clases (6, 6 y 7 sesiones por establecimiento), 28 horas y media, 76 alumnos y tres profesoras.

### **Categorías desarrolladas**

El autor de esta tesis, desarrolló una investigación previa, en el marco del DEA<sup>9</sup> "Metodológica de Resolución de Problemas en Matemática haciendo uso de las TIC", la cual ha sido base para el presente estudio.

Las categorías desarrolladas, se centraron en variables reconocidas por la literatura, junto con que fueran de interés a los objetivos de esta tesis y fuesen factibles de ser observadas. Las variables incluidas en el estudio fueron:

- Desde el proceso de enseñanza: características del problema; **métodos de enseñanza utilizados por el profesor**; conocimientos, creencias y **actitudes** del profesor. Para este estudio, nos centraremos en los métodos de enseñanza utilizados por el profesor y en las actitudes de este. Cabe señalar que si bien las referidas a las características del problema, no se incluyen en este estudio, ya que los problemas y el material son proporcionados en el marco de la investigación.
- Desde el proceso del aprendizaje, las cuales son: **presencia de estrategias generales o heurísticas y específicas**; conocimiento del contenido específico; estrategias metacognitivas; y las que corresponden a componentes individuales o afectivas -**actitudes**, emociones, creencias-. Para este estudio, nos centraremos en la presencia de estrategias generales o heurísticas y específicas, y las referidas a actitudes.

Por la experiencia del autor de esta investigación, se puede señalar que en el marco de este estudio, era complejo intentar incluir las otras variables.

### **Lo solicitado al experto**

En este trabajo, se le solicita dos aportes, uno en la validación del sistema de categorías propuesto y el segundo en la entrega de sugerencias, recomendaciones o modificación respecto a las categorías propuestas.

- Para el primer punto, se basa en la "Tabla 3: Descripción de las Categorías y sub categorías incluidas en el estudio". Esta se compone de 5 categoría generales y 21 sub categorías. En la "Tabla 2: Ejemplos de observaciones a categorizar", se

---

<sup>9</sup> Proyecto de investigación implementado en el segundo año del doctorado.

presenta en cada fila tres ejemplos que corresponde a una categoría y sub categoría de la Tabla 1. Cada fila de ejemplos, se relaciona con **una única sub categoría**. Estos ejemplos son transcripciones de observaciones realizadas en cada uno de los tres colegios observados.

A partir de esta, se le solicita que complete la Tabla 2, para cada fila de ejemplos, colocando el número de categoría y sub categoría que usted piensa que los representa mejor.

Cabe señalar, que las categorías desarrolladas, no son mutuamente excluyente. Por este motivo, existen ejemplos de un colegio, que se pueden repetir, perteneciendo a más de una categoría o sub categoría. De esta manera, es importante ver el conjunto de ejemplos de los distintos colegios (fila), para definir la categoría que le corresponda.

Las categorías se han dividido entre los distintos expertos. Así, le solicitamos a usted validar: "3. Forma de uso de las TIC" y "5. Sala de computadores o laboratorio de computación".

- Una segunda dimensión de colaboración, que se le solicita, es por medio que pueda entregar sugerencias, recomendaciones y/o modificación respecto a las categorías propuestas. Para esto, puede al fina de este documento ingresar el texto, tablas, gráficos y otros que estime conveniente en el punto de sugerencia, recomendaciones y/o modificación.

### Desglose de Categorías

A continuación se presenta las categorías y sub categorías generadas en el marco de la investigación.

Tabla 4: Descripción de las Categorías y sub categorías incluidas en el estudio

<b>Categorías a observar</b>	<b>Sub categorías</b>	<b>Descripción</b>
1. Aspectos pedagógicos	1.1 Trabajo con alumnos	Trabaja con todos los alumnos, con los más o menos aventajados, trabaja con los que piden o no piden ayuda.
	1.2 Estrategias metodológicas usadas por el profeso	Son aquellas estrategias metodológicas usadas por el profesor, uso de preguntas, retroalimentaciones entregadas, uso de los tiempos, entrega de instrucciones, inicio de la sesión, desarrollo y conclusión de esta, realización de preguntas y contra preguntas, uso de estrategias, orientaciones, entre otros.
	1.3 Inicio de la sesión	Motivaciones entregadas por el profesor a los distintos problemas trabajados. Motivaciones entregadas al inicio de la sesión. Forma de presentar el problema, preguntas realizadas, asociación con ideas y conocimientos previos del alumno, usos de recursos, instrucciones para trabajar y organizarse, entre otros.
	1.4 Desarrollo de la sesión	Estas se refieren a: respuesta a preguntas, sugerencias y orientaciones, tanto individualmente, como al grupo o al curso completo; motivaciones; entrega de información; etc.
	1.5 Cierre de la sesión	Puesta en común, formalización de los contenidos tratados, se retoman las dudas presentadas, discusión de lo realizado, como se hizo, que se usó y lo aprendido.
	1.6 Evaluación	Existencia de evaluación (con algún instrumento o no), del tipo evaluativo o formativa, uso de pautas de

		observación, anotaciones, solicitud de guías con los desarrollos de los alumnos y del material electrónico trabajado, observación y registro del proceso y avance individual y grupal, consultas individuales y grupales, o al curso completo, avance secuenciado en la medida que van resolviendo partes del problema.
2. Estrategias de RP usadas	2.1 Sugerencias del profesor para resolver problemas	Presencia por parte del profesor de sugerir la aplicación de estrategias de resolución de problemas por parte de sus alumnos.
	2.2 Estrategias de RP usadas por el alumno	Estrategias de resolución de problemas observadas en el actuar de los alumnos. Estrategias básicas (leer, buscar y tabular datos, etc.), estrategias heurísticas (resolver sub problemas más simples que se desprenden del original, etc.), estrategias metacognitivas con procesos de autorregulación, análisis y corrección (hacer resumen, dejar de lado partes del problema que no se pueden resolver, en las que se atasca la persona, y continuar con otra)
3. Forma de uso de las TIC	3.1 Organización del trabajo de los alumnos en el uso de TIC	Organización de los alumnos ya sea en un trabajo individual o grupal, número de alumnos del grupo, criterios de organización, uso al interior de los grupos, forma de organizar el uso para resolver el problema distribución en el laboratorio
	3.2 Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos	Uso de las tecnologías como instrumentos para actividades básicas como anotar datos, hacer tablas, realizar cálculos, entre otros. Responde ¿cómo se usa?
	3.3 Uso cognitivo de las tecnología por parte de los alumnos	Uso de las tecnología como medio/herramienta cognitiva, de apoyo a la construcción y manejo de conocimiento, tales como generación de modelos, usos de variables, entre otros. Responde ¿cómo se usa?
	3.4 Uso instrumental de las tecnología por parte del profesor	Uso de las herramientas tecnología como instrumentos para actividades básicas por parte del profesor, cuando este realiza explicaciones con uso de este recurso. Responde ¿cómo se usa?
	3.5 Uso cognitivo de las tecnología por parte del profesor	Uso de las herramientas tecnología como uso cognitivo para actividades más complejas por parte del profesor, cuando este realiza explicaciones con uso de este recurso. Responde ¿cómo se usa?
4. Actitud	4.1 Actitud de los alumnos	Componentes afectivos, focalizada hacia la actitud positiva de los alumnos observada en la sala de computación expresado en comportamiento individual o grupal, automotivación, trabajo realizado, disposición positiva, comportamiento favorable en clases para el trabajo, compromisos con la tarea, toma de iniciativas, interés.
	4.2 Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP	Componentes afectivos, focalizado hacia actitud positiva hacia las TIC, realización de acciones con TIC, en el marco del trabajo en la resolución del problema, disposición positiva hacia el uso de TIC.
	4.3 Actitud del profesor durante la sesión	Componentes afectivos, focalizada hacia la actitud positiva del profesor para trabajar con TIC, disposición, motivación a sus alumnos, sugerencias de uso, actitud positiva hacia la matemática, etc.
	4.4 Clima de la sala de clases	Forma de trabajo de los alumnos, uso de los recursos y espacios, libertad en el desplazamiento en la sala,

		discusiones al interior de los grupos.
	4.5 Relación profesor alumnos	Relación y respeto en el trabajo profesor alumno, capacidad de los alumnos de preguntar y el profesor de responder. Disposición positiva del profesor y alumnos en sus labores.
5. Sala de computadores o laboratorio de computación	5.1 Trabajo al interior del grupo	Estrategias de trabajo al interior de los grupos, tales como, definición de roles, distribución de tareas, discusiones, búsquedas de datos, definición y organización de uso recurso TIC, desarrollo de las actividades, colaboración interne, reforzamiento de ideas, explicaciones.
	5.2 Trabajo entre grupos distintos	Colaboración de al menos un alumno de un grupo con otros grupos, desplazamientos en la sala, apoyos básicos, discusión de resultados, alternativas de caminos y estrategias utilizados, conversaciones desvinculadas al problema que se resolvía.
	5.3 Recursos	Los alumnos usan diferentes tipos de recursos computadores, proyectos, calculadora, además de libros, uso del profesor como recurso, etc.

## 1. Ejemplos de situaciones observadas para validar categorías

Tabla 2: Ejemplos de observaciones a categorizar

Categoría	Sub categoría	Ejemplo colegio 1 Observación 2005 a grupo curso completo	Ejemplo colegio 2 Observación 2005 a grupo curso completo	Ejemplo colegio 3 Observación realizada el 2006 a dos grupos de alumnos
		Existen alumnos que se dirigen a otros grupos para conversar respecto a los resultados obtenidos y discuten sobre estos temas.	Un alumno (A) hace una pregunta al grupo que esta a su lado, respecto a la distancia de trayectoria de los camiones, pregunta sobre un valor y discuten si este valor corresponde al viaje de ida solamente o ida y regreso. Luego que se retira el grupo al que le hizo la pregunta, el alumno (A), se queda discutiendo con su compañero de grupo sobre el tema, señala que en la fórmula se considera los viajes de ida y regreso y que el otro grupo estaba equivocado.	G.1 sigue usando applet, modificando los valores según lo propuesto en la guía. G.1 se le presentan dudas de la guía y conversan con una compañera de un grupo contiguo.
		Comienza uso de applet. Colocan los valores, según la tabla que habían llenado anteriormente.	Algunos grupos terminan la actividad 5, le piden permiso al profesor el cual pide que se apuren en el uso del applet y regresen para ver resultados finales. Usan el Aplet para ingresar valores y ver resultados generalmente 1 manipula y el otro entrega datos, todos anotan resultados en sus guías.	G.2 Usan calculadora para hacer cálculo.
		Existe un ruido permanente de los alumnos, debido a la discusión al interior de los grupos, centrados en la solución del problema. Se discute, donde unos explican a otros.	Entran al laboratorio, inician uso applet. En general uno dicta los valores, el otro maneja el mouse, conversan y discuten al interior del grupo, tomando decisiones en conjunto.	- G1 Conversan entre ellos para analizar lo pedido y lo que tienen que hacer. Modifican variables de applet. - G2 Trabajan cada uno por su cuenta, una alumna del grupo, llena la tabla y el otro alumno hace una división en su cuaderno para ver el número de habitantes involucrados en el problema.
		En general los grupos trabajan dejando a un alumno del grupo que manipule el applet, siendo generalmente el mismo.	En general los grupos se organizan por género.	Entran y la profesora pide sentarse de 2 alumnos por computador. Los grupos están ya organizados.
		- Entrega (profesor) las guías. - Los computadores estaban encendidos. - Pide que continúen el trabajo en lo que quedó pendiente de la clase anterior y utilicen los applet. - Un total de 11 grupos usan calculadoras y la calculadoras de los celulares.	- Entrega las guías - Un grupo usa calculadora de Windows	- Usa proyector para presentar guía. - G.2 (grupo 2) Abren la calculadora de Windows, pone cada valor de su tabla y calcula valores finales, luego va anotando en guía.
		Utilizando el applet, les hace preguntas para ver lo que sucede, si se optimiza el	Los grupos trabajan en las preguntas. Los alumnos discuten y entienden en conjunto lo	Lugo (la profesora) muestra otro applet, menciona la relación tiempo, tratamiento, potencia del

		<p>resultado, aumentando o disminuyendo los recorridos de los camiones.</p>	<p>pedido y en forma reiterada usan el Applet para analizar respuestas. En general se ve que saben que se requiere que aparezca en el applet la señal de extinto. Otro grupo al presentar su respuesta al profesor, este les señala que eligieron un determinado tratamiento, con una potencia de medicamento y en un determinado número de días, a lo que un alumno señala que se equivocaron y el profesor dice que es un medicamento muy caro, que pueden disminuir la potencia. Luego, los alumnos, hacen cambios en el applet y discuten sobre los resultados y ven si es más o menos óptimo y toman decisiones.</p>	<p>medicamento y ciclos. Manipula el applet para mostrar funcionamiento. Muestra las partes, los datos que se entregan, variables y los datos de salida o que entrega el applet. Manipula los ciclos y muestra las variables y comportamiento de las bacterias y medicamento. Muestra el proceso hasta que las bacterias "malas" se "extinguieron", luego menciona las variables y sus valores (bacterias, anticuerpo-medicamento- remanente de bacterias, inicio de tratamiento, costo medicamento, potencia del medicamento, costo del medicamento, ciclo, número de días), luego interpreta los resultados que entrega. Señala que el applet es muy importante por que les ayudará a resolver los problemas de la guía.</p>
		<p>Para responder la tercera parte de la guía, los grupos más avanzados, miran los modelos propuestos para ver las variables que intervienen y modificar solo estas, evitando con esto el ensayo y error.</p>	<p>Los grupos trabajan en las preguntas. Los alumnos discuten y entienden en conjunto lo pedido y en forma reiterada usan el Applet para analizar respuestas. En general se ve que saben que se requiere que aparezca en el applet la señal de extinto. Otro grupo al presentar su respuesta al profesor, este les señala que eligieron un determinado tratamiento, con una potencia de medicamento y en un determinado número de días, a lo que un alumno señala que se equivocaron y el profesor dice que es un medicamento muy caro, que pueden disminuir la potencia. Luego, los alumnos, hacen cambios en el applet y discuten sobre los resultados y ven si es más o menos óptimo y toman decisiones.</p>	<p>G1 Para ir contestando la guía se hacen preguntas, A1 dice ¿cómo es la fórmula? A2 la muestra en el applet, A1 pregunta ¿cuales son los materiales que absorben menos? luego A2 las responden, luego A1 toma una decisión, manipulan el applet con valores que consideran de materiales determinados (primero piensan vidrio pero lo cambian a alfombra), ven los valores que se modifican discuten entre ellos, analizan los resultados piensan que están mal y desean dejar los valores originales, prueban con otro material, se cuestiona A1 como lo pueden hacer, A2 modifica valores y A1 le dice que esas variables no se modifican, discuten sobre el número de músicos que están en el escenario. A1 decide llamar a la profesora y preguntarle, señalan que estaban desarrollando mal el problema, según ellos habían entendido mal la pregunta.</p>
		<p>El profesor atiende las preguntas de los alumnos orientando y contra preguntando. El profesor trabaja con los alumnos en la guía utilizando los applet según las indicaciones señaladas en esta, ingresando datos.</p>	<p>Con proyector presenta applet. Pide a un alumno que lo manipule y el profesor explica. Pide abrir un archivo y muestra que hay operaciones algebraicas que comanda el número de viajes, hay operaciones y señala el resultado que aparece. Presenta fórmulas y muestra cómo al "mover las barras", los valores se modifican, tanto de las fórmulas, como en el resultado final, lo cual ayuda a los cálculos que son engorrosos. Pide abrir otros applet y los muestra, incluso pide abrir un applet que corresponde a otra guía, luego</p>	<p>Profesora usa proyector para presentar applet. Organiza el grupo para que puedan ver proyección en una de las paredes laterales de la sala. Todos los alumnos están en grupos.</p>

			<p>señala que todos son manipulables. Luego da las indicaciones de funcionamiento, como hay menos computadores que número de grupos pide que sigan trabajando en la sala anterior (de la biblioteca que esta a un costado) y que pidan autorización para ir al laboratorio, para lo cual el autoriza y cuando terminen de usar los applet, regresen a sus puestos para que otro trabajen en el computador.</p>	
--	--	--	--	--

