

FACULTAD DE CIENCIAS

CUESTIONARIO

DE

GEOMETRÍA ANALÍTICA

REDACTADO POR

D. Santiago Mundí y Giró

Doctor en Ciencias

y Catedrático de la Facultad de Ciencias



BARCELONA

TIPOGRAFÍA DE LA CASA PROVINCIAL DE CARIDAD

CALLE DE MONTEALEGRE, NÚM. 5

1904

FACULTAD DE CIENCIAS

CUESTIONARIO

DE

GEOMETRÍA ANALÍTICA

REDACTADO POR

D. Santiago Mundí y Giró

Doctor en Ciencias

y Catedrático de la Facultad de Ciencias



BARCELONA

TIPOGRAFÍA DE LA CASA PROVINCIAL DE CARIDAD
CALLE DE MONTEALEGRE, NÚM. 5

1904

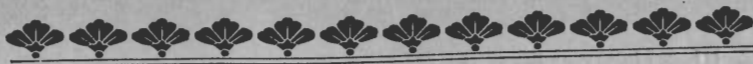
BIBLIOTECA DE LA UNIVERSITAT DE BARCELONA



0701691145

ADVERTENCIA

Con el objeto de lograr la mayor equidad, cada una de las preguntas del Cuestionario se divide en tres partes: los alumnos contestarán de la primera lección la primera serie, luego la otra de la segunda y la tercera de la última.



CUESTIONARIO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

PREGUNTA PRIMERA

I.—Distancia entre dos puntos.—División de una recta en dos segmentos cuya razón sea conocida.

II.—Secciones cíclicas del elipsoide escaleno.—Número de umbílicos.

III.—Las bisectrices de dos ángulos adyacentes son perpendiculares.

PREGUNTA 2.^a

I.—Ecuación de un lugar geométrico.—Ecuaciones de la elipse, hipérbola y parábola.

II.—Secciones cíclicas en los hiperboloídes.—Número de sus umbílicos.

III.—Hallar el área del cuadrilátero $(1, 1)$ $(2, 3)$ $(3, 3)$ $(4, 1)$.

PREGUNTA 3.^a

I.—Transformación de coordenadas.—Cambio de origen.—Cambio de dirección de los ejes.—Transformación general.—Orden de una línea.—Clasificación de las líneas.

II.—Secciones cíclicas del paraboloides elíptico.—Número de sus umbílicos.

III.—Hallar el lugar geométrico de las posiciones que ocupa el vértice de un triángulo cuya base es fija y la diferencia de cuadrados de los otros dos lados es constante.

PREGUNTA 4.^a

I.—Interpretación de la ecuación de primer grado.—Construcción de la recta.—Casos particulares.—Ecuación de una recta.—Ecuación en coordenadas homogéneas.

II.—Doble sistema de generatrices rectilíneas del hiperboloide.

III.—¿Qué condición es necesaria para que las dos rectas

$$(A + A'i)x + (B + B'i)y + C + C'i = 0$$

$$(M + M'i)x + (N + N'i)y + P + P'i = 0$$

tengan un punto real?

PREGUNTA 5.^a

I.—Ecuación de la recta en función de los segmentos que determina sobre los ejes.—Ecuación normal.

II.—Propiedades de las generatrices del hiperboloide, ya sean del mismo sistema ó de sistema diferente.

III.—Se pregunta si la ecuación

$$x^2 - 5xy + 4y^2 + x + 2y - z = 0$$

representa dos rectas.

PREGUNTA 6.^a

I.—Angulo de dos rectas en coordenadas rectangulares ú oblicuas.—Intersección de dos rectas.

II.—Por cada punto del hiperboloide pasa una generatriz de cada sistema.—Proyecciones de las generatrices sobre el plano de la elipse de garganta.—Cono asintótico.

III.—Determinar h de modo que la ecuación

$$x^2 + 2hxy + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$$

represente dos rectas.

PREGUNTA 7.^a

I.—Ecuación de una recta que pasa por uno ó dos puntos.—
Condición para que tres puntos estén en línea recta.—Condición
para que tres rectas sean concurrentes.—Recta concurrente con
otras dos.

II.—Generación rectilínea del hiperboloide.

III.—Transformar en coordenadas cartesianas la ecuación

$$\rho = a + b \cos \omega.$$

PREGUNTA 8.^a

I.—Distancia de un punto á una recta en coordenadas rectan-
gulares ú oblicuas.—Bisectriz del ángulo de dos rectas.

II.—Generatrices rectilíneas del paraboloides hiperbólico.

III.—Construir la espiral logarítmica

$$\rho = a^{\omega}.$$

PREGUNTA 9.^a

I.—Area de un triángulo conocidos los vértices ó los lados.—
Area de un polígono.

II.—Propiedades de las generatrices rectilíneas del paraboloides
hiperbólico.

III.—Construir la curva

$$\rho = \cos. \frac{\omega}{2}$$

PREGUNTA 10

I.—Teorema de Menelao.—Lema para su demostración.—Recíproco del teorema.—Teorema de Ceva.—Lema para su demostración.—Recíproco del teorema.

II.—Generación rectilínea del paraboloides hiperbólico.

III.—Construir la espiral hiperbólica

$$\rho = \frac{a}{\omega}.$$

PREGUNTA 11

I.—Puntos imaginarios.—Rectas imaginarias.—Rectas isotropas.

II.—Generación del hiperboloide de una hoja y del paraboloides hiperbólico por dos sistemas proyectivos.

III.—¿Cuál es la ecuación del círculo que pasa por los puntos (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) ?

PREGUNTA 12

I.—Ecuaciones con una sola variable.—Ecuaciones homogéneas con dos variables.—Condición para que la ecuación de segundo grado con dos variables represente dos rectas.

II.—Generatrices de una superficie.—Número de condiciones necesarias para la determinación.—Directrices.

III.—Hallar el lugar geométrico de puntos cuya suma de cuadrados de distancias á dos puntos fijos es constante.

PREGUNTA 13

I.—Coordenadas polares.—Ecuación polar.—Espiral de Conon.—Tránsito de coordenadas polares á cartesianas y viceversa.—Distancia entre dos puntos.

II.—Generación de las superficies de revolución.

III.—Hallar el lugar geométrico descrito por el vértice de un ángulo constante cuyos lados pasan por dos puntos fijos.

PREGUNTA 14

I.—Ecuación polar de la recta.—Casos particulares.—Construcción de la recta.—Ecuación polar de una recta que pasa por uno ó dos puntos.

II.—Generación de las superficies regladas.—División de las superficies regladas en desarrollables y alabeadas.—Arista de retroceso en las desarrollables.

III.—Dados dos puntos A y B con sus respectivos polares a y b respecto á un círculo cuyo centro es O, se baja desde A una perpendicular AP á b y desde B otra BQ á a demuéstrase la proporción

$$\frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ}.$$

PREGUNTA 15

I.—Ecuación cartesiana de la circunferencia.—Puntos circulares del infinito.—Ecuación polar de la circunferencia.

II.—Plano tangente en las superficies desarrollables.—Envolvente de un plano móvil.

III.—Hallar el polo de la recta

$$Ax + By + C = 0$$

respecto la circunferencia

$$x^2 + y^2 - r^2 = 0.$$

PREGUNTA 16

I.—Intersección de una recta con la circunferencia.—Ecuación

ción de la circunferencia en función de los segmentos que determina sobre los ejes.

II.—Generación de las superficies cilíndricas.—Dada la ecuación de una superficie reconocer si es cilíndrica.

III.—¿Qué representan las ecuaciones

$$2x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x - 8y + 9 = 0$$

$$4x^2 - 2xy + y^2 - 14x + 2y + 13 = 0$$

$$2x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y + 6 = 0?$$

PREGUNTA 17

I.—Tangente en la circunferencia.—Normal.—Polar.—Polaridad recíproca.

II.—Generación de las superficies cónicas.—Dada una superficie por su ecuación reconocer si es cónica.

III.—¿Qué representan las ecuaciones

$$3x^2 - 8xy + 4y^2 - x + 4y + 5 = 0$$

$$- 2xy + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$$

$$- 2xy + y^2 - 4x + 2y - 2 = 0?$$

PREGUNTA 18

I.—Eje radical entre dos circunferencias.—Centro radical.

II.—Generación de las superficies alabeadas.—Línea de stricción.—Plano tangente.

III.—¿Qué representan las ecuaciones

$$x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y - 9 = 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 + 6x - 4y - 9 = 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 6x - 4y - 9 = 0?$$

PREGUNTA 19

I.—Géneros de las curvas de segundo orden.—Especies de los géneros elipse, hipérbola y parábola.

II.—Generación de las conoides.

III.—Hallar la ecuación de las cónicas que pasan por cuatro puntos dados (tomando el eje de las x que pase por dos y el de las y por los otros dos).

PREGUNTA 20

I.—Discusión de la ecuación incompleta en que falta el cuadrado de la ordenada.—Discusión cuando falta el cuadrado de la ordenada y el rectángulo de las variables.

II.—Ecuaciones de la hélice.—Generación del helizoide alabeado de plano director.

III.—Hallar la ecuación de la parábola que pasa por los puntos $(0,3)$ $(0, -4)$ $(-2,0)$ $(5,0)$

PREGUNTA 21

I.—Secciones planas de un cono de revolución.—Determinación de las cónicas.

II.—Interpretación de las ecuaciones con una, dos ó tres variables.

III.—¿Cuál es la polar del origen en la curva representada por la ecuación de segundo grado en x, y ?

PREGUNTA 22

I.—Tangente y normal en la curva dada por la ecuación general de segundo grado.

II.—Coordenadas polares ó esféricas de un punto.—Transformación de coordenadas, rectilíneas á polares y viceversa.

III.—Determinar el centro y las ecuaciones simplificadas de las cónicas

$$2x^2 - 2xy + y^2 - 3x - 2y + 7 = 0$$

$$x^2 - 2xy + 2x + 2y + 1 = 0$$

$$y = \frac{1}{x - a}$$

PREGUNTA 23

I.—Ecuación de las tangentes que puedan trazarse desde un punto á la cónica en general.—Ecuación de la polar.—Construcción de la polar.—Polaridad recíproca.—Regiones en que una cónica divide á un plano.

II.—Transformación de coordenadas rectilíneas.—Traslación del origen.—Cambio de dirección de los ejes.

III.—Hallar la ecuación del eje y las coordenadas del vértice de una parábola representada por la ecuación general.

PREGUNTA 24

I.—Elementos conjugados respecto una cónica.—Dada una recta hallar su polo.—Condiciones para que dos puntos ó dos rectas sean conjugados.—Condición para que una recta sea tangente.

II.—Fórmulas de Euler.—Secciones planas de una superficie.

III.—Hallar los ejes y vértices de la cónica dada por la ecuación

$$x^2 + 2y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$$

PREGUNTA 25

I.—Determinación del centro en las cónicas.—Ecuación reducida de las cónicas con centro.

II.—Superficies de orden m .—Número de sus parámetros que las determinan.

III.—Hallar las asíntotas paralelas al eje de las y de la curva dada por la ecuación

$$x^2y^2 - xy^2 - 2y^2 - x - 2 = 0$$

PREGUNTA 26

I.—Ecuación del diámetro en las cónicas.—Rectas que no cortan á las cónicas más que en un punto.

II.—Ecuaciones de la recta.—Cosenos directores.—Posiciones particulares de la recta.

III.—Hallar las asíntotas de la curva

$$y^3 + xy^2 - 2x^2y - xy - x^2 + 1 = 0$$

PREGUNTA 27

I.—Propiedades de los diámetros en las cónicas.—Ejes y cuerdas principales.

II.—Ecuaciones de una recta que pasa por uno ó dos puntos.—Longitud de una recta.

III.—Demostrar que las rectas representadas por

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 = 0$$

son asíntotas de la curva

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + F = 0$$

PREGUNTA 28

I.—Determinación de las asíntotas en las cónicas en general.—Su coeficiente angular y ordenada en el origen.—Ecuación de las asíntotas.—Casos particulares.

II.—Condición para que dos rectas estén en un plano.—Ángulo de dos rectas.—División de una recta en segmentos de razón conocida.—Puntos y rectas imaginarias.

III.—Los cuadrados de las ordenadas en la elipse é hipérbola son entre sí como los productos de los segmentos formados sobre el eje de abscisas.

PREGUNTA 29

I.—Ecuación de la hipérbola referida á las asíntotas.—Propiedades de la tangente y secante.

II.—Generación del plano.—Ecuación de primer grado con tres variables.—Intersección de recta y plano.

III.—Construir la elipse dados dos diámetros conjugados.

PREGUNTA 30

I.—Determinación de los focos en la ecuación general de las cónicas.—Caso de que la ecuación represente una parábola.

II.—Segmentos que un plano determina sobre los ejes.—Perpendicular a un plano desde el origen.—Plano que pasa por uno, dos ó tres puntos dados.

III.—Dibujada una elipse ó hipérbola hallar los ejes, focos y directrices.

PREGUNTA 31

I.—Reducción de la ecuación de segundo grado, cuando significa cónica con centro.—Invariantes.—Ecuación reducida de la elipse.—Ecuación reducida de la hipérbola.

II.—Intersección de tres planos.—Angulo de dos planos.—Angulo de recta y plano.—Plano imaginario.

III.—Hallar el tercer plano proyectante de

$$x = 3z - 8 \quad y = 4z + 5$$

y sus trazas sobre los planos coordenados

PREGUNTA 32

I.—Reducción de la ecuación de segundo grado cuando representa una parábola.—Valor del parámetro.—Reducción en ejes oblicuos.

II.—Distancia de un punto á un plano.—Distancia de un punto á una recta.—Caso de que el punto sea el origen.

III.—Hallar el lugar geométrico de puntos equidistantes de los puntos (3, 0, 4) (— 1, 2, 0).

PREGUNTA 33

I.—Discusión de las ecuaciones reducidas de la elipse, hipérbola y parábola.—Ecuación de las cónicas en función del semeje y semiparámetro.

II.—Distancia entre dos rectas que se cruzan.—Distancia entre dos paralelas.—Distancia de una recta á los ejes coordenados.

III.—Hallar la ecuación del lugar geométrico de las perpendiculares á la recta

$$x = az + p \qquad y = bz + q$$

trazadas desde el punto (x_1, y_1, z_1) .

PREGUNTA 34

I.—Ecuación de la tangente cuando la cónica está dada por su ecuación reducida.—Subtangente.—Normal y subnormal.—Distancia del centro á una tangente.

II.—Ecuación de la esfera.—Esfera que pasa por cuatro puntos dados.—Cono circunscrito á la esfera.

III.—Hallar las coordenadas del centro de gravedad de un tetraedro, dadas las coordenadas de sus vértices.

PREGUNTA 35

I.—Determinación de focos y directrices en la elipse, hipérbola y parábola dadas por sus ecuaciones reducidas.

II.—Plano tangente á la esfera.—Plano polar.—Plano, eje y centro radical.

III.—Demostrar que el lugar geométrico de las paralelas á un plano que pasan por un punto es un plano paralelo al dado.

PREGUNTA 36

I.—Radios vectores en la elipse, hipérbola y parábola.—

Ecuación focal de las cónicas.—Relación de distancias de los puntos de una cónica al foco y directriz.

II.—Cono circunscrito á la superficie de segundo orden.—Plano tangente.—Normal y plano normal.

III.—Demostrar que el lugar geométrico de rectas perpendiculares á otra dada, desde un punto, es un plano perpendicular á dicha recta.

PREGUNTA 37

I.—Producto de distancias de los focos á una tangente en la elipse ó hipérbola. —Ecuación polar de las cónicas siendo polo el foco.—La parábola como límite de elipse ó hipérbola.

II.—Plano polar en las superficies de segundo orden.—Polaridad recíproca.—Elementos conjugados.

III.—Demostrar que todos los planos paralelos á una recta, y que pasan por un punto se cortan en una recta paralela á la primera.

PREGUNTA 38

I.—Construcción de la elipse.—Construcción de la hipérbola.—Construcción de la parábola.

II.—Determinación del centro en las superficies de segundo orden.—Ecuación reducida cuando hay centro único.—Superficie cónica de segundo orden.

III.—Demostrar que todos los planos perpendiculares á otro y que pasan por un punto se cortan en la perpendicular bajada desde dicho punto al plano.

PREGUNTA 39

I.—Bisectriz del ángulo formado por dos radios vectores en la elipse ó hipérbola.—Círculos focales y círculo principal.

II.—Determinación de los planos diametrales en las superficies de segundo orden.—Propiedades de los planos diametrales.

III.—Hallar la condición para que el plano

$$lx + my + nz + p = 0$$

sea tangente á la superficie de segundo orden

$$f(x, y, z) = 0$$

PREGUNTA 40

I.—Propiedades de las tangentes á la parábola.—Construcción de tangentes á las cónicas, conocido el punto de contacto, ó un punto exterior ó la dirección.

II.—Diámetros en las superficies de segundo orden.—Diámetros conjugados.

III.—Determinar el centro y la ecuación reducida de la superficie

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2yz + 2xz + 2xy + x + y + z - 1 = 0$$

PREGUNTA 41

I.—Relación entre los coeficientes angulares de dos diámetros conjugados en la elipse é hipérbola.

II.—Determinación de los planos principales en las superficies de segundo orden.—Discusión de la ecuación característica.—Longitud de los ejes.

III.—Hallar las coordenadas del centro de gravedad de un triángulo cuyos vértices son $(0, 7)$ $(-2, 0)$ $(5, -3)$.

PREGUNTA 42

I.—Longitudes de dos diámetros conjugados.—Suma de sus cuadrados en la elipse. - Diferencia en la hipérbola.

II.—Reducción de la ecuación de segundo grado con tres va-

riables cuando hay centro único.—Clasificación de las superficies con centro.

III.—Hallar el centro de un círculo que pase por los tres puntos $(0, 7)$ $(-2, 0)$ $(5, -3)$.

PREGUNTA 43

I.—Angulo de dos diámetros conjugados.—Dos cuerdas suplementarias son paralelas á dos diámetros conjugados.

II.—Reducción de la ecuación de segundo grado cuando representa superficie sin centro único.—Cuando la ecuación característica tiene dos raíces iguales la superficie es de revolución.

III.—Construir las curvas representadas por

$$y = \text{sen. } x, \quad y = \text{cos. } x$$

PREGUNTA 44

I.—Relación entre los parámetros principal y secundarios de la parábola.

II.—Forma y secciones principales del elipsoide.—Secciones paralelas á las principales.—Sección producida por un plano cualquiera.

III.—Construir las curvas representadas por

$$y = \text{tg. } x, \quad y = \text{sec. } x$$

PREGUNTA 45

I.—Ecuación de las cónicas referidas á dos diámetros conjugados.—Determinar los ejes dados dos diámetros conjugados.

II.—Forma y secciones principales del hiperboloide de una hoja.—Secciones paralelas á las principales.—Sección por un plano cualquiera.

III.—Construir las curvas representadas por

$$y = \log. x, \quad x = a^y$$

PREGUNTA 46

I.—Condiciones determinantes de las curvas de orden m .—Intersección de dos curvas de orden m y n .

II.—Hiperboloide de dos hojas.—Secciones principales.—Secciones paralelas á las principales.—Sección por un plano cualquiera.

III.—Cuales son los ángulos que la recta $y = 3x - 4$ forma con los ejes coordenados suponiendo que el ángulo formado por estos es de 60° .

PREGUNTA 47

I.—Cuando una curva tiene más de un centro tiene una infinidad.—Determinación de los centros en las curvas algébricas y transcendentales.

II.—Conos asintóticos de los dos hiperboloides.

III.—Suponiendo (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) los tres vértices de un triángulo hallar sus medianos y demostrar que concurren en un punto.

PREGUNTA 48

I.—Definición del diámetro en las curvas de orden m .—Determinación de los diámetros ya sean curvilíneos ya rectilíneos.

II.—Paraboloide elíptico.—Sus secciones principales.—Secciones paralelas á los planos coordenados.—Sección por un plano cualquiera.

III.—Suponiendo (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) los tres vértices de un triángulo hallar las alturas y demostrar que concurren en un punto.

PREGUNTA 49

I.—Ecuación de la tangente en las curvas de orden m .

II.—Paraboloide hiperbólico.—Secciones principales.—Secciones paralelas á los planos coordenados.—Sección por un plano cualquiera.

III.—Hallar las ecuaciones de las perpendiculares levantadas en los puntos medios de los lados del triángulo (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) y demostrar que concurren en un punto.

PREGUNTA 50

I.—Clase de una curva de orden m .—Polares de diversos órdenes.

II.—El paraboloide elíptico puede considerarse como límite de un elipsoide y el hiperbólico como límite del hiperboloide de una hoja.

III.—Las tres bisectrices de un triángulo son concurrentes, así como lo son las bisectrices de dos ángulos externos y una interior.

PREGUNTA 51

I.—Coordenadas trilineales de un punto.—Parámetros de referencia.—Las coordenadas cartesianas son un caso particular de las trilineales.—Coordenadas poligonales.

II.—Fórmulas de transformación homográfica.—Fórmulas inversas.—Planos homólogos.—Determinación de la homografía.

III.—Hallar la ecuación y forma de la cisoide.

PREGUNTA 52

I.—División de una recta en dos segmentos de razón conocida (en coordenadas trilineales).—Ecuación de la recta.—Distancia de los vértices del triángulo de referencia á la recta.

II.—Proyectividad de la homografía.—Planos límites.—Puntos dobles.—Casos particulares.—Importancia de la homografía.

III.—Hallar la ecuación y forma de la lemniscata

PREGUNTA 53

I.—Relación que liga las distancias de los vértices del triángulo de referencia á una recta.

II.—Fórmulas de afinidad en el espacio.—Elementos dobles.—Casos particulares.

III.—Hallar la ecuación y forma de la conchoide.

PREGUNTA 54

I.—Intersección de dos rectas en coordenadas trilineales.—Distancia de un punto á una recta.

II.—Definición y fórmulas de semejanza en el espacio.—Superficies de segundo orden semejantes.

III.—Hallar la ecuación y forma de la cicloide.

PREGUNTA 55

I.—Coordenadas tangenciales de una recta.—Ecuaciones tangenciales.—Ecuación de un punto.—Intersección de dos rectas.—Recta que pasa por dos puntos.

II.—Intersección de superficies en general.—Caso de que las superficies sean de segundo orden y semejantes.—Intersección cuando hay curva de entrada plana.—Intersección cuando hay plano principal común.

III.—Hallar la ecuación y forma de la epicicloide.

PREGUNTA 56

I.—Condición para que tres puntos estén en línea recta (coordenadas tangenciales).—División de una recta en segmentos de razón conocida.—Angulo de dos rectas.—Distancia de un punto á una recta.

II.—Fórmulas de homología.—Plano central.—Fórmulas co-

rrelativas.— Fórmulas inversas.— Determinación de la homología.

III.—Hallar la ecuación y forma de la envolvente de círculo.

PREGUNTA 57

I.—Coordenadas tangenciales homogéneas.—Ecuación del punto.—Determinar sus coordenadas cartesianas y trilineales.—Distancia de un punto á una recta.

II.—Característica de la homología.—Casos particulares de la homología.—Figura homológica de una esfera.

III.—El centro del círculo circunscrito á un triángulo, su centro de gravedad, y el punto de concurso de las alturas están en línea recta y la distancia entre los primeros dos es la mitad de la de los dos últimos.

PREGUNTA 58

I.—Razón anarmónica de cuatro puntos en línea recta ó de cuatro rectas concurrentes en un punto.—Sistemas armónicos.

II.—Fórmulas de la involución.—Sistemas armónicos.—Casos particulares.

III.—Hallar las coordenadas trilineales de los centros de los círculos inscrito y circunscrito al triángulo de referencia.

PREGUNTA 59

I.—Alineaciones y haces proyectivas.—Triángulos homológicos.

II.—Fórmulas de transformación correlativa.—Fórmulas inversas.—Fórmulas correlativas.—Determinación de la correlación.

III.—¿Qué significa en coordenadas tangenciales una ecuación homogénea en u y v de grado m ?—Hallar el área de un triángulo dadas las coordenadas de sus lados.

PREGUNTA 60

I.—Propiedades armónicas del cuadrilátero y cuadrivértice completos.—Polar de un punto respecto á dos rectas y polo de una recta con respecto á dos puntos.

II.—Propiedad de la correlación.—Caso particular.—Doble correspondencia entre punto y plano.—Lugar de puntos superpuestos á sus planos homólogos.—Envolvente de planos superpuestos á sus puntos homólogos.

III.—Dos alineaciones proyectivas con un elemento común son perspectivas.—Propiedad correlativa.

PREGUNTA 61

I.—Definición de la involución.—Relaciones métricas de la involución de seis puntos ó seis radios.—Ecuaciones de los seis elementos.—Sistemas armónicos de la involución.

II.—Transformación polar.—Caso particular.—Tetraedro autopolar determinante.—Superficie directriz.

III.—Formar las ecuaciones de los seis lados de un cuadrivértice completo tomando como de referencia el triángulo diagonal.

PREGUNTA 62

I.—Condiciones para que la ecuación de segundo grado en coordenadas trilineales represente una circunferencia.

II.—Ecuación de la polar de una superficie dada.—Superficie recíproca de una esfera.

III.—Una transversal corta los lados de un cuadrivértice completo en seis puntos que están en involución.

PREGUNTA 63.

I.—Ecuación del círculo en coordenadas tangenciales binarias ó ternarias.

II.—Superficie recíproca de una superficie de segundo orden y de revolución.

III.—Uniendo por rectas un punto cualquiera á los vértices de un triángulo, las seis rectas de la figura están cortadas por una recta cualquiera en puntos que están en involución.

PREGUNTA 64

I.—Coordenadas de los centros de semejanza entre dos círculos.—Ejes de semejanza de tres círculos.

II.—Coordenadas tetraédricas de un punto.—Parámetros de referencia.

III.—Determinar el centro y el radio del círculo inscrito al triángulo de referencia.

PREGUNTA 65

I.—Cónicas representadas en coordenadas trilineales.—Cónica circunscrita al triángulo de referencia.—Caso de que la cónica sea una circunferencia.

II.—Ecuación del plano en coordenadas tetraédricas.—Distancia del plano á los vértices del tetraedro.

III.—Determinar el radió y el centro del círculo circunscrito al triángulo de referencia.

PREGUNTA 66

I.—Cónica inscrita en el triángulo de referencia.

II.—Coordenadas tangenciales del plano.—Ecuación del punto.—Ecuaciones de la recta.

III.—Hallar el centro del círculo, respecto el cual sea autopolar el triángulo de referencia.

PREGUNTA 67

I.—Cónica referida á un triángulo autopolar.—Caso particular de que la cónica sea una circunferencia.

II.—Problemas en coordenadas tangenciales.—Angulo de dos rectas.—Coordenadas tetraédricas tangenciales.

III.—En un triángulo circunscrito á un círculo las rectas que unen los vértices á los puntos de contacto de los lados opuestos concurren en un punto (coordenadas trilineales.)

PREGUNTA 68

I.—Cónica referida á dos tangentes y la cuerda de contactos.—Caso particular de que la cónica sea una circunferencia.

II.—Razón anarmónica de cuatro planos concurrentes en una recta.—Sistema armónico de planos.—Haces de planos proyectivos.

III.—Las polares de un punto fijo con relación á todas las cónicas que pasan por cuatro puntos dados, concurren en un mismo punto.

PREGUNTA 69

Cónica circunscrita á un cuadrilátero.—Caso de que la cónica sea circunferencia.

II.—Involución de planos.—Ecuaciones de seis planos en involución.—Tres pares de planos armónicamente separados de otros dos están en involución.

III.—El lugar de los polos de una recta fija, respecto á todas las cónicas circunscritas á un cuadrilátero es una curva de segundo orden.

PREGUNTA 70

- I.—Teoremas de Chasles y de Pascal, sus aplicaciones.
- II.—Centros de semejanza de dos esferas.—Ejes y planos de semejanza.
- III.—Hallar el lugar de centros de las cónicas que pasan por cuatro puntos dados.

PREGUNTA 71

- I.—Tránsito de la ecuación tangencial de una cónica á la cartesiana.—Paso de la ecuación cartesiana á la tangencial.
- II.—Ecuación general de segundo grado en coordenadas tangenciales.—Ecuación del punto de contacto.
- III.—En todas las cónicas que pasan por cuatro puntos fijos, los diámetros conjugados á una dirección dada, concurren en un mismo punto.

PREGUNTA 72

- I.—Ecuación del punto de contacto dadas las coordenadas de la tangente.—Ecuación del polo de una recta.—Determinación del género de las cónicas dadas por su ecuación tangencial.
- II.—Superficies de segunda clase en coordenadas de puntos.—Superficies de segundo orden en coordenadas tangenciales.
- III.—Transfórmase por polaridad la propiedad siguiente: la tangente al círculo es perpendicular al radio que va al punto de contacto.

PREGUNTA 73

- I.—Ecuación tangencial de la cónica inscrita en el triángulo de referencia.—Caso de que la cónica sea una circunferencia.
- II.—Plano tangente en el elipsoide, hiperboloides y paraboloides dados por su ecuación reducida.

III.—Si en un exágono inscrito en un círculo dos pares de lados opuestos son paralelos, el tercer par también lo es.—Transformase homográficamente esta propiedad.

PREGUNTA 74

I.—Ecuación tangencial de una cónica siendo autopolar el triángulo de referencia.—Caso de que la cónica sea una circunferencia.

II.—Triedro trirectángulo circunscrito ya sea al elipsoide, ya á los dos hiperboloides, ya á los dos paraboloides.

III.—La curva inversa de una parábola es una cisoide.

PREGUNTA 75

I.—Cónica inscrita en un cuadrilátero.—Teorema correlativo del de Chasles.—Teorema de Brianchon.

II.—Ecuaciones de la normal trazada en un punto del elipsoide ó de los dos hiperboloides.—Desde un punto exterior pueden trazarse seis normales que están sobre un cono de segundo orden.

III.—La pedal de una parábola es una cisoide. (Se entiende por pedal el lugar geométrico de los pies de las perpendiculares trazadas desde el origen á todas las tangentes de la curva.)

PREGUNTA 76

I.—Fórmulas de homografía.—Fórmulas inversas.—Rectas homólogas.—Determinación de la homografía.

II.—Ecuaciones de la normal trazada en un punto de uno de los paraboloides.—Desde un punto exterior pueden trazarse cinco normales que están sobre una superficie de revolución.

III.—Hallar la ecuación tangencial del elipsoide y los dos hiperboloides.

PREGUNTA 77

I.—Proyectividad de la homografía.—Rectas límites.—Puntos dobles.—Casos particulares.—Importancia de la homografía.

II.—Plano diametral en las superficies de segundo orden, con ecuación reducida.

III.—Hallar la ecuación tangencial de los dos paraboloides.

PREGUNTA 78

I.—Definición y fórmulas de la afinidad.—Puntos y rectas dobles.—Casos particulares.—Correlación entre cónicas.

II.—La suma de los cuadrados de los inversos de tres diámetros rectangulares es constante en el elipsoide y los dos hiperboloides.

III.—Hallar la ecuación de la superficie alabeada llamada *cuerno de vaca*, cuyos directrices son:

$$\begin{array}{l} (x - a)^2 + z^2 = r^2 \\ y = -b \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} (x + a)^2 + z^2 = r^2 \\ y = b \end{array} \right. \begin{array}{l} x = 0 \\ z = 0 \end{array}$$

PREGUNTA 79

I.—Definición y fórmulas de la semejanza.—Elementos dobles.—Razón de semejanza.—Cónicas semejantes.

II.—Condiciones para que tres diámetros sean conjugados en el elipsoide y los dos hiperboloides.

III.—Hallar la ecuación de una conoide recta suponiendo que la directriz curvilínea es la circunferencia.

$$y = -p \quad x^2 + z^2 = r^2$$

PREGUNTA 80

I.—Definición y fórmulas de la homología.—Eje de homología.—Fórmulas correlativas.—Fórmulas inversas.

II.—Suma de los cuadrados de tres diámetros conjugados en el elipsoide.—Propiedades correlativas referentes al hiperboloide de una hoja y de dos hojas.

III.—Hallar la ecuación del helizoide desarrollable.

PREGUNTA 81

I.—Rectas límites de la homología.—Característica.—Determinación de la homología.—Casos particulares.

II.—Volumen del paralelepípedo formado por tres diámetros conjugados del elipsoide y los dos hiperboloides.

III.—Hallar la condición para que una superficie de segunda clase se reduzca á una cónica plana. (Propiedad correlativa de la condición para que una superficie de segundo orden sea un cono).

PREGUNTA 82

I.—Definición de formas involutivas.—Fórmulas de la involución.—Sistemas armónicos.—Casos particulares.

II.—Ecuaciones del elipsoide y los dos hiperboloides siendo los ejes coordenados tres diámetros conjugados.

III.—El plano tangente al elipsoide da siempre por sección dos rectas imaginarias.

PREGUNTA 83

I.—Fórmulas de transformación correlativa.—Fórmulas inversas.—Fórmulas correlativas.—Determinación de la transformación.—Proyectividad de la correlación.

II.—Ecuación reducida de los paraboloides en ejes reducidos.

III.—El coseno del ángulo de dos rectas imaginarias conjugadas es real y mayor que la unidad, mientras que el seno y tangente son imaginarios.

PREGUNTA 84

I.—Caso particular de la correlación.—Doble correspondencia entre punto y recta.—Lugar de puntos superpuestos á sus rectas homólogas.—Envolvente de rectas superpuestas á sus puntos homólogos.

II.—Transformación por radios vectores recíprocos (en Geometría analítica plana).—Propiedades de las líneas inversas.

III.—Hallar la ecuación de la superficie de revolución llamada *toro*, engendrada por una circunferencia que gira alrededor de un eje situado en su plano y que no pasa por el centro.

PREGUNTA 85

I.—Transformación polar.—Caso particular.—Caso inadmisibles.—Triángulo autopolar determinante.

II.—Curva directriz en la transformación polar de Geometría plana.—Ecuación de la polar de una curva dada.—Curva polar recíproca de una circunferencia.—Importancia de la transformación polar.

III.—Demostrar que es cónica la superficie

$$\left. \begin{aligned} x^3 - y^3 + z^3 - xyz - 3x^2 - 3y^2 - 6z^2 \\ + yz - xz + 2xy + 5x - 5y + 13z - 12 \end{aligned} \right\} = 0$$
