

Treball final de grau

**GRAU DE
MATEMÀTIQUES**

**Facultat de Matemàtiques
Universitat de Barcelona**

INTRODUCCIÓ A L'ECONOMIA MATEMÀTICA

Maria Adan Naranjo

Directora: Pilar Bayer Isant
Realitzat al: Departament d'Àlgebra i
Geometria, UB

Barcelona, 24 de gener de 2013

Introduction

Economics is that way of understanding behavior that starts from the assumption that people have objectives and tend to choose the correct way to achieve them. The second half of the assumption, that people tend to find the correct way to achieve their objectives, is called rationality.

David Friedman

Price Theory: An Intermediate Text, 1986

We can define *economics* as the science which studies the rational manner of achieving a specific objective, often with limited resources.

The current global economic crisis dates back to 2007. Since the start of the crisis we have been bombarded with economic terminology describing its evolution, in the press, television, web pages and the reports issued by banks and institutions. Economic science has its own language and many of its concepts are hard for the lay person to understand, since they are usually expressed in the vocabulary of the day life but with specific meanings.

This study is an attempt to understand the problems created by the crisis, its main causes, its historical roots, and its language. Above all we are interested in the mathematical modeling of the problems and in the tools for resolving them.

Although there is no universal definition of economics as a social science, we can identify the questions that economists try to analyse. First we have *microeconomic* questions such as the analysis of the forces that determine the prices of goods and services, and of the resources that produce them. Then there are the *macroeconomic* questions that focus on the aggregates (the global magnitudes obtained from adding together the microeconomic data) such as a country's income, employment, or investment flows. Economists base

their analyses on their experience and on the application of mathematical tools such as differential calculus, statistics, and numerical calculus.

Analysts agree that the global economic crisis began on August 9, 2007. On that day, as a consequence of the *subprime mortgage crisis*, the first major bankruptcies were recorded in US financial entities involved in mortgage credit and asset-backed securities. In Europe, some of the leading banks suspended their investment funds due to the lack of credit in the system and in order to obtain liquidity. The massive sale of assets in other sectors by financial entities caused dramatic falls in the world's stock markets. The beginning of this global crisis hit Spain hard, with the collapse of the housing bubble, the banking crisis of 2010, and the steep increase in unemployment.

The circumstances described up to now —and the short term we had at our disposal— has motivated the structure of this study in three main chapters, focusing in turn on the evolution of economic thought, the establishment of microeconomic mathematical concepts, and the treatment of macroeconomic mathematical concepts.

The first chapter studies the evolution of economic ideas from Ancient times until the present day. The second chapter focuses on the main microeconomic concepts, and presents the mathematical formulation essential to understanding the monetary transactions that ordinary people may encounter in their daily lives. Finally, the third chapter considers certain macroeconomic concepts. It contains a description of the principal macroeconomic indicators, a short introduction to the vocabulary of financial markets, and an introduction to the mathematical tools used in the futures markets.

Introducció

L'economia és aquella manera d'entendre el comportament que parteix del supòsit que les persones tenen objectius i que tendeixen a escollir la manera correcta d'assolir-los. La segona part de la suposició, que la gent tendeix a trobar el camí correcte d'aconseguir els seus objectius, s'anomena racionalitat.

David Friedman

Price Theory: An Intermediate Text, 1986

Podem definir l'*economia* com la ciència que estudia la manera racional d'aconseguir un objectiu concret, sovint amb recursos escassos.

Actualment ens veiem immersos en una crisi econòmica mundial que començà l'any 2007. Des de l'esclat d'aquesta crisi, hem estat constantment envoltats de conceptes econòmics referits a la seva evolució. Aquests es poden trobar fàcilment en la premsa, televisió, pàgines web, informes bancaris, informes institucionals, etc. La ciència econòmica té el seu propi llenguatge i molts dels seus conceptes poden ser difícils d'assolir sense una preparació prèvia, atès que solen expressar-se en el vocabulari de la vida corrent, però amb significats específics.

Hem dut a terme aquest treball per tal d'arribar a entendre els problemes que es plantegen en la crisi, les causes principals, les seves arrels històriques, i el seu llenguatge. Ens ha interessat principalment la modelització matemàtica dels problemes, així com també les eines per a resoldre'ls.

Encara que no hi ha una definició universal de l'economia com a ciència social, podem indicar quines són les preguntes que els economistes proven d'analitzar. En primer lloc, hi ha les preguntes de la *microeconomia*, com ara, analitzar les forces que determinen els preus dels béns i dels serveis, i dels recursos que els produeixen. Per altra banda, hi ha les preguntes de la *macroeconomia*, que s'enfoca en els agregats (magnituds globals obtingudes

a base de sumar les dades microeconòmiques) com ara la renda d'un país, l'ocupació laboral o el flux d'inversió. Els economistes basen les seves anàlisis en l'experiència i en l'aplicació d'eines matemàtiques, com ara el càlcul diferencial, l'estadística i el càlcul numèric.

El 9 d'agost de 2007 és la data que els analistes assenyalen com l'inici de la crisi econòmica a escala mundial. Aquest dia, com a conseqüència de la *crisi de les hipoteques subprime*, es produïren les primeres fallides importants d'entitats financeres nord-americanes dedicades al crèdit hipotecari i a la titulització d'actius. A Europa, alguns dels principals bancs suspengueren diversos fons d'inversió per falta de crèdit en el sistema i a fi d'obtenir liquiditat. La venda massiva de títols d'altres sectors duta a terme per les entitats financeres ocasionà que les borses de tot el món patissin fortes caigudes. El començament d'aquesta crisi mundial va suposar per a Espanya l'aparició dels problemes següents: l'esclat de la bombolla immobiliària, la crisi bancària de 2010 i, actualment, l'augment de la desocupació.

Les circumstàncies descrites fins ara —i el temps de què disposàvem— ens han conduït a l'estructuració d'aquest treball en tres capítols bàsics, relatius a: l'evolució del pensament econòmic, l'establiment de conceptes matemàtics microeconòmics i el tractament de conceptes matemàtics macroeconòmics.

En el primer capítol s'hi planteja un estudi de l'evolució de les idees econòmiques des de l'antiguitat clàssica fins a l'actualitat.

En el segon capítol presentem un estudi centrat en els principals conceptes microeconòmics. Hem procurat abastar-hi la formulació matemàtica bàsica i indispensable per entendre les transaccions monetàries que es poden presentar en la vida ordinària de les persones.

Per últim, el tercer capítol està dedicat a la comprensió d'alguns conceptes macroeconòmics. Conté una descripció dels principals indicadors macroeconòmics, una petita introducció al vocabulari dels mercats financers i una introducció a les eines matemàtiques emprades en els mercats de futurs.

Índex

Introduction	i
Introducció	iii
1 Un passeig per la història del pensament econòmic	1
1.1 Inicis de les idees econòmiques	2
1.2 Adam Smith	9
1.3 El refinament de l'obra d'Adam Smith	14
1.4 Karl Marx	21
1.5 La Gran Depressió	27
1.6 L'estat del benestar	30
1.7 John Maynard Keynes	37
1.8 L'escola d'economia de Chicago	49
1.8.1 George Joseph Stigler	51
1.8.2 Milton Friedman	52
1.9 Repercussions de l'especulació en borsa	54
2 Conceptes matemàtics en microeconomia	63
2.1 Règims financers	65
2.1.1 Operacions de finançament	66
2.1.2 Règim financer d'interès simple vençut	70
2.1.3 Règim financer de descompte comercial	71
2.1.4 Règim financer d'interès a tipus constant	74
2.1.5 Règim financer d'interès compost a tipus variable	80
2.1.6 TAE d'una operació financera de finançament	81
2.2 Rendes financeres	82
2.2.1 Definició i classificació	83

2.2.2	Valoració d'una renda vençuda, immediata i temporal .	87
2.2.3	Renda constant	91
2.2.4	Renda de variació geomètrica	92
2.2.5	Renda de variació lineal	95
2.2.6	Valoració d'una renda vençuda i diferida, i d'una renda anticipada i immediata o diferida	96
2.3	Préstecs	99
2.3.1	Definició	100
2.3.2	Classificació	101
2.3.3	Magnituds	102
2.3.4	Préstecs amortitzables mitjançant pagament únic de capital i interessos al final de l'operació	104
2.3.5	Préstecs amortitzables mitjançant un sol pagament i abonament periòdic d'interessos	112
2.3.6	Préstecs d'amortització periòdica a interès compost ven- çut. Estudi general	121
2.4	Emprèstits	145
2.4.1	Definició	145
2.4.2	Classificació	146
2.4.3	Magnituds	148
3	Conceptes matemàtics en macroeconomia	151
3.1	Els mercats financers	152
3.2	Indicadors macroeconòmics	155
3.3	Els mercats de futurs	165
3.3.1	El model Black-Scholes	166
3.3.2	El moviment brownià dels preus	169
3.3.3	La fórmula de Black-Scholes	170
3.3.4	Les gregues	173
3.4	L'economia del bé comú	175
3.5	La classe evanescent: la classe mitjana	177
	Apèndix: Glossari de termes	181

Capítol 1

Un passeig per la història del pensament econòmic

Per entendre l'economia hem de conèixer la seva història ja que les idees econòmiques són producte de la seva època i del seu indret; no se les pot veure al marge del món que interpreten. I aquest món evoluciona, trobant-se en continu procés de transformació, la qual cosa exigeix que aquestes idees, per conservar la seva pertinència, es modifiquin consegüentment. Durant els últims cent anys, la vida econòmica s'ha vist radicalment alterada, i fins i tot revolucionada, per tot un gran conjunt de factors: el sorgiment de les grans societats anònimes, el sindicalisme, la depressió i la guerra, l'increment i difusió de la prosperitat, la naturalesa canviant dels diners, el paper nou i poderós del banc central, la pèrdua de protagonisme de l'agricultura paral·lela a la urbanització i a l'increment de la pobresa en les ciutats, l'aparició de l'estat del benestar, les noves responsabilitats dels governs pel que fa al funcionament general de l'economia, la implantació dels estats socialistes i la valoració del capital humà.

Per tant, en aquest primer capítol farem un resum de les idees econòmiques més importants que han succeït al llarg de la història: les d'Adam Smith en el context de l'inici de la Revolució industrial, les de David Ricardo en les etapes posteriors i més madures de la mateixa, les de Karl Marx en l'era del poder capitalista desenfrenat, les de John Maynard Keynes com a resposta a l'implacable desastre de la Gran Depressió i, finalment, els desequilibris derivats de la generalització dels mercats de futurs.

Les principals referències consultades en aquest capítol han estat [8] i [12].

1.1 Inicis de les idees econòmiques

En temps de la polis grega i de l'imperi atenès, i després en l'època romana, l'activitat econòmica bàsica era l'agricultura; la unitat de producció era la llar, i la força del treball era la dels esclaus. L'existència de l'esclavitud va ser la raó més important perquè s'atenguessin preferentment les qüestions ètiques en detriment de les econòmiques. Per tant, les economies de Grècia i de Roma en aquells temps no eren economies de béns de consum.

Es planteja el problema ètic: què és el correcte, just i decent en matèria de relacions entre els que posseeixen amplis recursos financers i els febles o necessitats? Aristòtil (384-332 a. C.) va condemnar enèrgicament el cobrament d'interessos:

“La forma més odiada (de lucre), i amb tota raó, és la usura [...]. Doncs la moneda s'ha fet per a l'intercanvi, però no per a l'acumulació mitjançant l'interès.”

Aristòtil també va prestar atenció a altres problemes de projecció ètica que continuarien després preocupant els economistes d'avui dia: per què algunes de les coses més útils són les que tenen els preus més baixos en el mercat, mentre que algunes de les menys útils es cotitzen a preus molt elevats? Ja ben entrat al segle XIX, els autors econòmics haurien de continuar bregant amb el motiu de la diferència entre el *valor d'ús* i el *valor de canvi*. Pel que fa al desenvolupament comercial, Aristòtil, precursor distant de la preocupació pel creixement econòmic, es va limitar, com els romans que el van succeir, a formular suggeriments sobre millores en matèria d'organització i pràctiques agrícoles. I igual que els romans més endavant, va atribuir gran superioritat moral a l'economia agrària, opinió que trobaria fort ressò en els economistes francesos del segle XVIII i que segueix vigent encara avui entre els agricultors.

Una qüestió primordial, suscitada pels grecs, d'impressionant pertinència al nostre temps, és la relativa a la principal força organitzadora i motivadora de l'economia; a saber, si es tracta de l'interès propi o bé del comú. L'origen d'aquest dilema rau en la presumpta adhesió al comunisme de Plató (c. 428-348 a.C.). Aquest va concebre un Estat que sorgia essencialment sota la forma d'una entitat econòmica, és a dir, com a conjunt de les diverses ocupacions i professions necessàries per a una vida civilitzada. Plató escriví un tractat polític anomenat *La República*. Al llarg dels 10 capítols de l'obra, s'hi exposen les teories principals sobre l'origen de la *polis* i el concepte de justícia. L'obra conté una reflexió sobre la política i les relacions entre els governants i els

ciudadans, i intenta preveure les conseqüències de la implantació de l'estat just que propugna. *La República* és, a més d'una utopia social, un tractat de política i una reflexió sobre l'ésser humà. La influència d'aquesta obra ha estat contínua en el pensament polític d'occident al llarg del temps.

Respecte a la moneda, en les seves formes i usos més elementals, és una mercaderia que per la seva divisibilitat, durabilitat, disponibilitat adequada però no il·limitada, i, en conseqüència, per la seva acceptabilitat, ha ocupat i ocupa un paper intermediari en l'intercanvi. Aquest paper ha estat desenvolupat per l'or, la plata, el coure, el ferro, algunes petxines marines, el tabac, el bestiar i el whisky, així com el paper moneda i els dipòsits bancaris. Quan una mercaderia s'utilitza com a diners adquireix certa personalitat, caràcter místic i escassetat, i determinar el seu preu, és a dir, les quantitats o volums d'altres mercaderies que s'han de cedir per obtenir-la, es converteix en un problema especial.

Xenofont (c. 440-355 aC), deixeble de Sòcrates, es va dedicar un breu període a l'economia. En el seu *Ciropèdia*, anticipant-se a Adam Smith, exposa l'avantatge que tenen les ciutats grans sobre les petites pel que fa a les oportunitats per especialitzar-se en les activitats mercantils mitjançant la divisió del treball. I en una altra de les seves obres, el *Tractat sobre les rendes: orientacions per a l'organització de la hisenda pública a Atenes*, considera les fonts de la relativa prosperitat de la ciutat i les formes d'augmentar-la. Atribueix aquesta prosperitat a l'excel·lència de l'entorn agrícola i sosté que aquesta podria incrementar-se atorgant hospitalitat i privilegis als mercaders i marins estrangers, sense excloure els espartans, tenint en compte especialment les obres públiques, enviant el major nombre possible de treballadors a les mines de plata i, per sobre de tot, conservant la pau. Per Xenofont, la guerra representa tota la diferència entre la prosperitat i la catàstrofe.

Encara que no reconegut com a part de la tradició històrica del pensament econòmic, el compromís dels romans amb la institució de la propietat privada, com en diríem avui, ha constituït un llegat d'importància permanent per a la vida econòmica i social. En ell s'hi troba l'origen d'innombrables revoltes camperoles contra el domini dels terratinents i dels aristòcrates, com ara la Revolució francesa i, finalment, de la major revolució dels temps moderns: la revolta socialista contra el poder i contra la capacitat d'imposar la submissió que acompanya la possessió de la propietat, tant industrial com rural.

L'era romana també va deixar un altre llegat, potser més important, que va ser el Cristianisme, basat en la tradició, la llei i els ensenyaments jueus. En certa manera, constitueix la primera revolució social en tant que s'oposa a

l'esclavitud. La principal de les actituds socials perdurables pel cristianisme fou sentar el principi de la igualtat de tots els éssers humans. Sent tots fills de Déu, comparteixen per igual la fraternitat humana. D'acord amb aquest ensenyament, va resultar inevitablement sospitosa la riquesa com a element diferenciador entre germans i com a font de poder, prestigi i gaudis desiguals. La relació més específica del cristianisme amb l'economia es va desenvolupar en el terreny de les lleis relatives al préstec amb interès. Es considerava que el treball, com a factor de producció, era en si una cosa bona. Jesús i els apòstols es van referir a ell en forma encomiàstica. S'estimava que el treballador era digne del seu salari i no es criticava amb severitat la renda del terratinent. Els historiadors han escrutat atentament el pensament erudit i sacerdotal dels mil anys que van seguir a la dissolució de l'Imperi romà a la recerca d'alguna expressió formal d'idees econòmiques; com en el cas dels grecs i dels romans, el resultat però ha estat pobre. En efecte, la vida bàsica de l'Edat Mitjana s'assemblava molt poc a l'actual. El mercat constituïa un element local de l'existència de dimensions reduïdes. La immensa majoria dels camperols vivia del que ells mateixos conreaven, criaven, caçaven o pescaven; es vestien amb el que filaven i teixien, i lliuraven, però no venien, part d'aquests productes als seus amos o senyors en pagament del seu dret a procedir així, i de la protecció que els prestaven.

L'era dels mercaders, època que es designa sota el nom de *capitalisme mercantil* o *mercantilisme*, es considera que va durar uns tres-cents anys, des del segle XV fins a mitjans del segle XVIII, coincidint el seu final amb la Revolució francesa, els començaments de la Revolució industrial, la Revolució nord-americana i la publicació de *La riquesa de les nacions* d'Adam Smith. Aquesta gran obra va aparèixer el 1776, any de la Declaració d'Independència dels Estats Units. Tots dos esdeveniments van guardar certa relació, doncs tots dos van ser reaccions enèrgiques contra les polítiques i pràctiques econòmiques de l'era mercantilista.

Des de l'Edat Mitjana havia tingut lloc una expansió irregular però contínua del comerç dins dels països europeus i la Mediterrània oriental. En l'època dels mercaders es va produir un gran increment del comerç, tant local com de llarga distància. Van sorgir mercats molt diversos en els quals es venien teixits, filats, vins, articles de pell, sabates, cereals (principalment blat) i molts altres productes. Els vaixells transportaven productes cada vegada més llunyans. Van aparèixer els bancs, primer a Itàlia i després a Europa del nord. Els llocs dels canvistes, en els quals es pesava i barataven monedes de diferents països, van arribar a convertir-se en una característica habitual

de la vida comercial. El mercader va sorgir de les ombres feudals per esdevenir un personatge ben definit, i quan prosperava i operava a vasta escala, era acceptat en societat i es cobria de prestigi. A les ciutats comercials, els grans mercaders no només influïen en el govern, sinó que ells mateixos eren el govern (com ara en el cas de Venècia).

Conjuntament amb la proliferació dels mercats i l'ascens de la classe mercantil van tenir lloc tres esdeveniments que haurien d'influir en les actituds i les polítiques econòmiques de l'època. El primer el van constituir el descobriment d'Amèrica i els viatges a l'Extrem Orient. Això va ocasionar un flux de nous i productes exòtics que s'importaven a Europa des de l'Orient, i el que és encara més important, una sèrie contínua de carregaments d'or i plata de les mines del Nou Món. El segon gran esdeveniment d'aquells anys va ser el notable ascens dels preus a causa del transport dels metalls preciosos, exposats a les inclemències del temps i a la intrusió dels pirates. L'increment de preus es va iniciar a Espanya i es va estendre després a la resta d'Europa. El tercer i més important dels esdeveniments va ser l'aparició i consolidació de l'autoritat de l'Estat modern, procés que no arribaria a culminar fins a la unificació d'Itàlia el 1861 i d'Alemanya, a Versalles, deu anys després.

El mercantilisme va representar una assenyalada ruptura amb les actituds ètiques i amb les prescripcions d'Aristòtil i de sant Tomàs d'Aquino, com amb les pròpies de l'Edat Mitjana en general. Atès que els mercaders buscaven obertament la riquesa en una societat en la qual exercien influència, per moments dominant, aquesta activitat va perdre les seves connotacions perverses o negatives. Els mercaders tenien una actitud negativa respecte a la competència. La detestaven tant que van aprovar l'adopció del monopoli, o de la regulació monopolista de preus i de productes.

Al final de l'era mercantilista van sorgir idees a França lligades a la producció agrícola, que era d'una gran varietat en el país. Aleshores, havien aparegut en aquell país el capitalisme mercantil i l'artesanat que l'assortia amb els seus productes i, posteriorment, una varietat de manufactures com les que estaven sorgint en tota l'Europa septentrional i a Anglaterra. En major mesura que qualsevol altre país europeu, França havia conservat un fort interès en l'agricultura. El govern francès s'havia sotmès menys que els d'altres països als interessos i polítiques del mercantilisme. A la segona meitat del segle XVIII es va produir una aportació francesa summament innovadora al pensament econòmic que va provenir de la reducció considerable, i en molts aspectes de la destrucció, del poder independent de la classe feudal. Però va succeir que l'aristocràcia francesa a Versalles es caracteritzava per la seva dis-

tinció artística i intel·lectual, sent inevitable que alguns dels seus membres reflexionessin sobre l'origen de la seva hegemonia, i, durant els regnats de Lluís XIV i Lluís XVI, sobre els mitjans per assegurar-los una supervivència cada vegada més improbable. Aquesta aportació es va produir conforme a l'esperit de la Il·lustració, i de l'ànim exploratori i dels escrits de Voltaire, Diderot, Condorcet i, sobretot, de Rousseau. Alhora que compartien la seva visió del canvi, l'esperança i la reforma, el seu tema central era el paper de l'agricultura com a font de tota riquesa. Mentre que s'acordava als mercaders un estatut subsidiari apropiat, es confirmava l'antiga eminència del món rural, i aquest sorgia dominant i triomfador. Però al mateix temps es reconeixien les greus debilitats públiques de l'estructura econòmica i política contemporànies, indicant que aquestes deficiències s'havien de superar. En aquesta forma, es va combinar l'afirmació dels valors històrics de la terra i del seu corresponent poder polític i precedència social amb la proclamada necessitat de la seva reforma, considerant aquesta última indispensable per a la supervivència del sistema tradicional. Els membres d'aquesta escola del pensament econòmic es van anomenar ells mateixos *economistes*, tot i que no arribaria a utilitzar-se aquest terme per a designar els professionals de la matèria fins després d'Alfred Marshall, a finals del segle XIX. Adam Smith, que va visitar Versalles, i va conversar amb els principals progenitors de l'escola en 1765, va assignar al conjunt de les seves idees el títol de *Sistema agrícola*. En una de les seves subtils combinacions d'elogi i menyspreu, Smith diu, a *La riquesa de les nacions*:

“Aquest sistema, que descriu la producció de la terra com l'única font de rendes i de riquesa en qualsevol país, mai, que jo sàpiga, s'ha arribat a adoptar en cap nació, i en l'actualitat només existeix en les especulacions d'alguns homes de gran saber i enginy, a França. Segurament no valdria la pena posar-se a examinar extensament els errors d'un sistema que mai ha causat cap dany, i possiblement mai n'arribi a causar, en cap part del món.”

Els historiadors del pensament econòmic han adoptat fa ja molt temps la designació de *fisiòcrates* —és a dir, els que sostenen el paper preponderant de la natura— per a designar aquells primers *economistes*. Constituïen un grup molt coherent i moltes de les seves idees no s'atribueixen a determinats autors sinó al conjunt. Tanmateix destaquen tres dels seus membres. El primer, i més important, va ser François Quesnay (1694-1774), l'obra del qual tractarem tot seguit. El segon va ser Anne Robert Jacques Turgot

(1727-1781), que va arribar a ser considerat a França com el defensor dels interessos comercials. Va patrocinar un conjunt de reformes destinades a fomentar l'agricultura, promoure el comerç local, millorar el transport per carretera i limitar els abusos fiscals. I el tercer en importància es tracta de Pierre Samuel du Pont de Nemours (1738-1817), que va exercir una influència pràctica perdurable sobre la República nord-americana, en major grau que qualsevol altre francès de la seva època, sense excloure el propi marquès de Lafayette. Nemours edità un diari sobre qüestions agrícoles, escriví sobre temes polítics, compilà i publicà algunes de les obres de Quesnay sota el títol de *La Physiocratie*.

La fi primordial dels fisiòcrates era conservar, mitjançant reformes, una antiga societat en la qual els propietaris rurals gaudien de superioritat social i privilegis, a la qual tots ells eren addictes, i rebutjar les pretensions i intrusions engendrades pel capital-mercaderia i les forces industrials rebels, crues i vulgars, segons el concepte que se'n tenia.

El principi bàsic dels fisiòcrates era el concepte de dret natural (*le droit naturel*), doncs consideraven que era aquest el que en última instància regia el comportament econòmic i social. El dret dels reis i dels legisladors només és tolerable en la mesura que és compatible amb el dret natural, o bé quan es considera una extensió limitada d'aquest. L'existència i protecció de la propietat concorden amb el dret natural, el mateix que la llibertat de comprar i vendre, llibertat de comerç i les disposicions necessàries per a assegurar la defensa del Regne. Consideraven que "el més savi és deixar que les coses funcionin pel seu compte, d'acord amb els motius i restriccions naturals". La norma orientadora en matèria de legislació i, en general, de govern, hauria de ser *laissez faire, laissez passer*. El màxim llegat dels fisiòcrates van ser aquestes quatre paraules que tenen diferents significats. En èpoques posteriors, el *laissez faire* va arribar a ser entès pels economistes com una cosa idèntica a les realitzacions del mercat competitiu. Però també arribaria a ser la consigna de rigor contra tota forma d'intervenció de l'Estat en matèria social. Sobre la base de *droit naturel* es va edificar l'al·legat contra el mercantilisme. S'havia formulat una altra doctrina que resultava encara més clarament oposada al prestigi i a la consegüent influència dels mercaders. Es tractava de la noció del *produit net* que afirmava que tota riquesa s'origina en l'agricultura, i en cap altra activitat econòmica, ofici o bé ocupació. Segons ella, els mercaders, en particular, compraven i venien el mateix producte, sense afegir res en aquest procés. I el mateix succeïa, tot i de manera una mica ambigua, en la indústria, és a dir, en la manufactura. Es considerava

que aquesta només *afegia* un contingut de mà d'obra als productes de la terra, però no creava res de nou, en una època en què la mà d'obra era encara extraordinàriament barata. A més, la indústria estava limitada en la seva extensió pels seus orígens i subministraments agrícoles:

“Perquè pugui augmentar el nombre de sabaters, ha d'augmentar la quantitat de cuirs bovins.”

Alexander Gray

The Development of Economic Doctrine, Londres, 1948

L'actitud general enfront de la manufactura figura en l'obra de François Quesnay, *Sur les travaux des Artisans*.

Hi va haver una altra contribució dels fisiòcrates que ha adquirit gran ressò en la nostra època. Es tracta del *Tableau Économique*, enginyós model també ideat per François Quesnay amb el propòsit d'indicar com els productes circulaven del productor als terratinents o propietaris i d'aquests als mercaders, fabricants o altres classes “estèrils”, i com els diners, per diverses vies, retornaven al productor. Així, es podia apreciar com cada part de l'economia —cadascuna de les principals branques d'activitats o d'interessos— servia a les altres i era al seu torn compensada. D'aquesta forma, el sistema de compra i venda es va revelar com un sistema complet d'interconnexions.

Les transformacions de l'economia han estat de difícil gestació i només s'han acceptat amb recança. Els qui es beneficien de l'*status quo* s'oposen als canvis, i també aquells economistes que tenen interessos creats en una cosa que sempre han ensenyat i cregut. En tota anàlisi econòmica i en tot ensenyament de la disciplina és crucial preguntar-se què és el que determina els preus dels béns i dels serveis. I com es distribueixen els beneficis d'aquesta activitat econòmica. I què és el que determina la participació dels salaris, els interessos, els beneficis, i així mateix, encara que de manera menys precisa, la renda de la terra i d'altres mitjans fixos i immutables utilitzats en la producció. Al llarg de la vida moderna de l'economia, aquests dos temes: la *teoria del valor* i la *teoria de la distribució*, han polaritzat l'interès màxim. Encara avui es considera que l'economia va arribar a la seva maduresa quan aquestes dues qüestions van ser tractades sistemàticament, a finals del segle XVIII i, principalment, per Adam Smith.

1.2 Adam Smith

Adam Smith va néixer el 1723 en una petita ciutat escocesa anomenada Kirkcaldy, situada al nord d'Edimburg. Va assistir a la Universitat de Glasgow i després al Balliol College, a Oxford.

La Revolució industrial, que va tenir lloc a Anglaterra i al sud d'Escòcia durant l'últim terç del segle XVIII, va desplaçar cap a les fàbriques i les ciutats industrials els treballadors que fins aleshores havien produït mercaderies en les seves cabanes o aliments i llana en les seves granges, dependents o no de terratinents. Els capitals, que en un temps van ser invertits pels mercaders en matèries primeres que s'enviaven a les aldees per a ser convertides en teixits o que havien servit per a adquirir la producció d'artesans independents, van començar en aquesta època a invertir-se en magnituds molt més grans en fàbriques i maquinària, o en els jornals, gens generosos, mitjançant els quals subsistien els treballadors, ni que fos per poc temps. La figura dominant en aquesta transformació ja no va ser el mercader, que tenia per vocació la compra i la venda de mercaderies, sinó l'industrial, orientat cap a la producció de les mateixes. La Revolució industrial va modelar profundament el desenvolupament econòmic. La figura de Smith presenta un problema d'ubicació en el temps. El seu gran tractat, *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations* es va publicar el 1776. En aquest mateix any els tallers i les mines de l'era industrial eren ja una realitat en els camps d'Anglaterra i en les terres d'Escòcia. Smith no va arribar a veure gran cosa del que en el futur hauria de dir-se Revolució industrial, ja que no va conèixer fàbriques realment grans, ni les ciutats industrials, ni els regiments de treballadors dirigint-se als tallers i retornant d'ells, ni el sorgiment polític i social dels empresaris. La major part del procés va tenir lloc després de la publicació de la seva obra.

Smith descriu el treball en una fàbrica d'agulles, però justament d'una índole molt diferent del que arribarien a ser les plantes industrials dels decennis posteriors. El que va captar la seva atenció va ser que cada treballador era un expert en una minúscula part de tot el procés. D'aquesta especialització —la divisió del treball— va provenir la gran eficiència de la empresa contemporània, combinada amb la natural propensió humana de permutar una cosa per una altra, s'establiren les bases de tot el comerç. Però aquesta no va ser tota la realitat de la Revolució industrial. Encara que Smith no hagués vist ni previst per complet la Revolució industrial en la seva manifestació capitalista acabada, va advertir amb gran claredat les contradiccions, l'obsolescència i,

per sobre de tot, el caràcter socialment restrictiu de les motivacions industrials del vell ordre. La seva obra *La riquesa de les nacions* conté abundants elements raonables a favor del nou món que llavors alboreaba. La seva major contribució fou la destinada a destruir el vell món econòmic i, d'aquesta manera, obrir pas al futur. S'ha considerat que el tret notable d'aquesta obra és el seu to cosmopolita a causa dels seus anys de viatge per Ginebra, on va visitar Voltaire, i per París i Versalles, on va conèixer, entre d'altres, a Quesnay i a Turgot. Hi ha tres temes fonamentals, assenyalats en el capítol I de l'obra. El primer és la noció de les vastes forces que motiven la vida i l'esforç econòmic; és a dir, la naturalesa del sistema econòmic. El segon és la forma en què es fixen els preus i com es distribueixen consegüentment els ingressos en salaris, beneficis i rendes. Finalment, les polítiques que l'Estat aplica per fomentar i promoure el progrés econòmic i la prosperitat.

Per a Smith, l'incentiu fonamental de l'activitat econòmica és l'interès individual. La seva consecució privada i competitiva és la font del màxim bé públic. El valor i la distribució, és a dir, els preus i l'adjudicació dels productes, constitueixen el segon dels temes bàsics de l'economia que va encarar Smith. Aquests temes sobreviuen actualment en els llibres de text de microeconomia. Pel que fa als preus, li va intrigar la circumstància tan interessant com pertorbadora que molts dels elements millors, o gairebé indispensables per a la vida, són gratuïts o gairebé. Així l'aigua, per més variable que fos per aquell temps la seva qualitat, era molt barata o gratuïta, mentre que els diamants, la més gran de totes les superfluïtats, eren, com avui, summament cars. D'aquí provenia la inquietant diferència entre el *valor d'ús* i el *valor de canvi*. Com en el cas de l'aigua potable, el valor d'ús podia ser molt elevat i el valor de canvi molt baix. Smith va resoldre el problema en la seva època: es limita a deixar de banda el valor d'ús (real) per a preconitzar un valor de canvi, que era una versió del que s'arribaria a conèixer com la *teoria del valor-treball* o teoria laboral del valor. Segons aquesta, el valor de canvi d'un bé o servei depèn directament de la quantitat de treball que porta incorporat. Resulta que el valor de canvi depèn, aparentment, de tots els costos de producció dels béns, solució que exigeix, com sempre, una bona explicació de què és el que determina els costos, en cas contrari, el problema de la determinació del preu es trasllada simplement d'un a un altre conjunt d'incògnites. L'ambigüitat en la qual Smith va deixar finalment la qüestió de la determinació del preu ha estat debatuda interminablement pels estudiosos.

Referint-nos al que determina la partició en els ingressos procedents de la venda del producte, que s'ha d'adjudicar respectivament a treballadors,

terratinents i capitalistes, Smith va especificar la pregunta corresponent, i va tornar a ser ambigu en la resposta. Segons ell, el salari era, en general, el cost d'atraure el treballador al seu treball i de mantenir-lo perquè seguís exercint-lo. Sobre aquesta base, David Ricardo formularia la *lleï de bronze dels salaris*, segons la qual la classe treballadora percep la remuneració mínima indispensable per a la seva supervivència. La remuneració del capital i del capitalista —ja que no distingia clarament entre l'interès i el benefici— és un assumpte que Smith només va arribar a deduir, amb certa dificultat, de la teoria del valor-treball. La quantitat de treball i el cost consegüent per sustentar-lo determinen el preu. Per tant, la remuneració del capital ha de constituir una exacció per part del capitalista, en forma d'impostos, tributs o taxes, sobre la llegítima porció pertanyent al treballador. La tasca del treballador estableix el preu, i a ell correspon, presumiblement, el profit obtingut de la venda del producte. De manera que es tracta de l'apropiació d'un valor excedent, diferència entre el valor creat pel treballador i la seva paga i que, un cop més, el capitalista té aparentment dret a reclamar. I aquí va deixar Smith la qüestió, en la mesura que la seva posició és clara. Aquesta noció innocentment subversiva seria també elaborada i refinada per Ricardo al segle següent. I es convertiria en una font principal d'indignació i agitació revolucionàries en Karl Marx.

I finalment, la renda de la terra. L'atenció dedicada a aquest assumpte en els escrits de Smith, i posteriorment en els de Ricardo i altres autors, presenta avui un aspecte lleugerament arcaic. Estem considerant la renda de la terra en èpoques en què l'agricultura revestia una significació econòmica fonamental i el pagament dels arrendataris o masovers per al seu ús constituïa una de les principals (i opressives) transferències de renda. Smith, va emetre explicacions diferents i contradictòries. Després d'haver fet un determinant del preu, juntament amb els salaris i el benefici, la converteix en un residu dels ingressos per vendes un cop pagats els salaris i els beneficis.

“La renda de la terra [...] entra en la composició del preu de les mercaderies de diferent manera que els salaris i el benefici. Els salaris i els beneficis alts o baixos són la causa dels preus alts o baixos, mentre que la renda deduïda, baixa o elevada, és el seu efecte.”

Després relaciona el nivell d'aquest residu amb la qualitat de la terra:

“La renda de la terra s'eleva en proporció amb la qualitat de les pastures.”

Aquí es llisca també un matís fisiocràtic; efectivament, en matèria d'agricultura, sosté Smith, la natura treballa juntament amb l'home, posant una mica de la seva part —una vegada més un *produit net*. És particularment pertorbadora la contradicció entre la noció de preus proposada per Smith, segons la qual aquests responen al cost del treball incorporat al producte, i el seu concepte de la funció de la terra, que “en gairebé qualsevol situació, produeix una quantitat d'aliments major a la necessària per mantenir tota la mà d'obra que es requereix per portar-la al mercat”.

I en tercer lloc, finalment, vegem el que sosté Smith sobre el que anomenaríem actualment la política pública referent als factors que estimulen el creixement econòmic. La seva recomanació més urgent en matèria de política pública és la llibertat de comerç interior i internacional. Gran part del seu raonament, potser una part excessiva, prové de la fascinació que sentia per la divisió del treball —la famosa fàbrica d'agulles. Només amb la llibertat de bescanvi i de comerç poden alguns treballadors especialitzar-se en la fabricació d'agulles, altres en activitats diferents, i entre tots establir l'intercanvi que satisfà les diferents necessitats del consumidor. Si no hi ha llibertat de comerç, cada treballador ha de concentrar-se de manera incompetent en la fabricació de les seves pròpies agulles, i desapareixerien les economies de l'especialització. D'això Smith conclou que com més gran és l'àrea d'intercanvi, major és l'oportunitat d'especialització, és a dir, de divisió del treball, i *pari passu* (és a dir, en igualtat de condicions), major l'eficiència, o com diríem ara, la productivitat del treball. La divisió del treball es veu limitada, en altres de les famoses conclusions de Smith, per la grandària del mercat. Això argumenta en favor d'una àrea de lliure comerç el més vasta possible, que proporcionaria, consegüentment, la màxima eficiència possible del treball. És molt probable que l'aplicació de l'energia i de la maquinària a la producció, fins i tot en temps de Smith, hagi pogut representar una font d'eficiència molt més gran que l'aplicació dels treballadors a tasques especialitzades. I, sens dubte, així ha ocorregut des de llavors. Però això no impedeix que en l'actualitat la divisió del treball preconitzada per Smith constitueixi tot un tòtem de l'eficiència, un estereotip en tot debat sobre polítiques de comerç internacional. La defensa del lliure canvi per part de Smith es converteix en un atac directe contra la concepció mercantilista de l'or i de la plata com a fonament de la riquesa nacional, i contra la creença que les restriccions a l'intercanvi poden augmentar les existències de metalls preciosos. Ja en les primeres línies de *La riquesa de les nacions*, Smith proclama que ni l'or ni la plata constitueixen la riquesa d'un país:

“És el treball anual de cada nació la font original que li proporciona la satisfacció de les necessitats i les comoditats de la vida.”

La riquesa està en funció de la preparació, la destresa i el judici que resulten de l'aplicació general del treball de la nació, i en segon lloc, de la proporció entre el nombre de les persones ocupades en un treball útil, i el de les que no hi són. Smith no és rígidament dogmàtic en matèria de comerç lliure; així, admet la conveniència d'aranzels en indústries essencials per a la defensa i, donat el cas, amb caràcter de represàlia per l'aplicació d'altres mesures abusives a l'estranger, aconsellant al mateix temps que es vagi retirant gradualment el suport a les empreses protegides i als seus treballadors.

Així com Smith era contrari a les restriccions en l'intercanvi internacional, també s'oposava a les del comerç nacional i amb les colònies. En una època en què eren comuns els tractes de favor, els privilegis i la cessió de monopolis oficials, s'oposava a tots ells. També es va manifestar contrari a les associacions que formaven entre si els productors i els treballadors, si bé, en un comentari marginal característic, va observar que hi havia més lleis contra pràctiques similars dels mercaders i manufacturadors. Però no era del tot optimista pel que fa a la possibilitat de fer front a les aliances privades. En efecte, l'impuls favorable a aquesta classe d'associacions era molt fort. De Smith prové l'adhesió a la competència com a principi de totes les societats capitalistes, suposant que podia garantir el millor funcionament possible de l'economia. Però en canvi va tenir molta menys influència l'advertència preventiva del mateix autor pel que fa a la institució que, en termes moderns, ha esdevingut la societat anònima. La seva crítica d'aquestes societats es va dirigir especialment contra les que gaudien de privilegis monopolistes, com passava en l'era colonial. Smith considerava que s'havia de deplorar el fet que societats anònimes fossin dirigides per administradors assalariats:

“Sent gestors dels diners aliens, i no del propi, difícilment es pot esperar que en tinguin cura amb la mateixa diligència que solen desplegar els membres d'una societat privada per a vigilar els seus fons [...]. En conseqüència, és evident que la negligència i la prodigalitat prevaldran sempre, d'una manera o d'una altra, en l'administració dels assumptes de tal companyia.”

Els consells i recomanacions de Smith s'estenen també a altres aspectes de l'economia. Com quadra a la reputació dels seus avantpassats ètnics, exhorta la parsimònia en les despeses personals i fa extensiu aquest consell,

en termes enèrgics, a l'Estat. Limita rigorosament l'activitat del govern a la gestió de la defensa comuna, l'administració de la justícia i la construcció de les obres públiques necessàries. Les seves normes en matèria tributària, justament cèlebres, prescriuen que els impostos siguin de percepció segura, convenients, i econòmics en la seva avaluació i recaptació. És partidari que s'apliqui, com a mínim, un impost sobre la renda, de caràcter proporcional:

“ Els súbdits de tot Estat haurien de contribuir al sosteniment del govern, el més ajustadament possible, en proporció a les seves respectives possibilitats; és a dir, en funció dels ingressos que respectivament perceben sota la protecció comú de l'Estat.”

Adam Smith va donar a l'economia política la seva estructura moderna. Aquesta estructura li va ser revelada, al seu torn, per les etapes inicials de la Revolució industrial. En 1759 va publicar *The Theory of Moral Sentiments*, obra actualment gairebé oblidada i en gran part precursora del seu interès en l'economia política.

1.3 El refinament de l'obra d'Adam Smith

La història del pensament econòmic registrà el major dels seus progressos gràcies a les aportacions d'Adam Smith. Gran part de les obres publicades immediatament després d'Adam Smith revesteixen un interès purament transitori. Es presentaren idees, es formularen teories, es feren observacions sobre les contínues i, de vegades, amargues polèmiques de l'època, que no van arribar a sobreviure.

Van sorgir tres grans figures que van refinar i ampliar la seva obra: el francès Jean-Baptiste Say (1767-1832) i els anglesos Thomas Robert Malthus (1766-1834) i David Ricardo (1772-1823). Els tres van presenciar l'esclatada de la Revolució industrial, i, perfeccionant l'obra de Smith, van intentar que la ciència econòmica es desenvolupés d'acord amb aquest enorme canvi. Amb ells va arribar la teoria econòmica corresponent a l'ordre industrial.

Una part de la tasca de Jean-Baptiste Say fou la transformació del conjunt desordenat d'idees i informació de *La riquesa de les nacions* en una presentació més ordenada. La seva pròpia obra principal, *Traité d'Économie Politique*, és un treball molt més concís, que va tenir una gran circulació, tant en francès com traduït. Els seus antecedents com a home de negocis dugueren a Say a ressaltar el ben definit i fins i tot decisiu paper de l'*empresari*,

l'individu que concep l'empresa o es fa càrrec d'ella, descobreix i explota l'oportunitat, i encarna la força motriu de les transformacions i les millores de l'economia. Però la principal contribució de Say al pensament econòmic, que des de fa 130 anys constitueix una aportació perdurable i de gran influència, va ser la seva llei dels mercats. La *llei de Say* sosté que la producció de béns genera una *demanda agregada* efectiva —és a dir, realment gastada— suficient per comprar tots els béns oferts. Per tant, segons ell, mai pot originar-se en el sistema econòmic una superproducció generalitzada. En termes una mica més moderns, aquesta llei ve a expressar que el preu de cada unitat de producte venut genera uns ingressos ja siguin en forma de salaris, interessos, beneficis, o rendes de la terra, suficients per comprar aquest producte. Algú, en algun lloc, percep tot aquest valor. I un cop percebut, el desemborsa fins que s'arriba al preu de la seva producció. En conseqüència, opinava que mai no pot ocórrer una insuficiència de la demanda, que és l'altra cara de la moneda de la superproducció. És possible que algunes persones estalviïn part dels ingressos resultants de la venda, però un cop realitzat aquest estalvi, hauran d'invertir-lo, assegurant així la continuïtat de la despesa. Fins i tot en el cas que atresorin part d'aquests ingressos no es modificarà la situació, ja que llavors els preus baixaran, per adaptar-se al menor flux d'ingressos. Un cop més, no hi haurà excés general de béns ni insuficiència generalitzada de capacitat adquisitiva.

No tothom va acceptar la llei de Say, com ara Thomas Robert Malthus, que veurem més endavant. En el decenni següent es varen donar períodes repetits de crisis i depressions, durant els quals les mercaderies no es podien vendre i, en conseqüència, la força de treball es quedava sense feina. Tot semblava indicar que, amb tota seguretat, hi havia algun factor en algun lloc de l'economia que provocava una insuficiència del poder adquisitiu. Els economistes van oposar a aquesta idea el concepte d'un *cicle econòmic recurrent* que ocasionava desajustos temporals, però que no alterava les condicions fonamentals. I, d'aquesta manera, va sobreviure la llei de Say. La seva acceptació va arribar a convertir-se en l'índex d'un adequat nivell de refinament en matèria d'economia. Es tractava de la prova de foc mitjançant la qual es diferenciaven els estudiosos genuïns dels farsants i els maniàtics, és a dir, dels que per debilitat intel·lectual no podien o no volien veure com òbviament l'oferta creava la seva pròpia demanda. Era també una indispensable i aguerrida defensa contra aquells que, mitjançant la monetarització de la plata, la impressió i posada en circulació de paper moneda, i l'endeutament i despesa governamentals, es proposaven augmentar el poder adquisitiu per

superar el que era falsament percebut com una insuficiència de la demanda. Es tractava d'una recepta contra un mal que, en teoria, no podia existir.

La llei de Say va prevaler triomfant fins a la Gran Depressió de l'any 1929. Només en aquestes circumstàncies va poder ser refutada per John Maynard Keynes, qui va sostenir i argumentar, influentment, que hi podia haver —i que llavors hi havia, en efecte— una insuficiència de la demanda. En un moment donat podia donar-se, efectivament, una preferència per la retenció i atresorament de diners, és a dir, una preferència per la liquiditat, i que els preus no s'ajustessin a un flux de demanda menor. En aquest cas, les mercaderies, en general, es deixarien de vendre, i els qui les fabricaven es quedarien sense feina. L'Estat, per la seva banda, podia i havia de posar remei a la situació, endeutant-se i gastant per complementar el flux de demanda. Això va posar fi a la llei de Say. Mentre es va creure que estava assegurada una demanda suficient de mercaderies, el nivell d'activitat del mercat era, en termes reals, òptim, no calia cap mesura de l'Estat ni del banc central per augmentar-lo o disminuir-lo. En perdre vigència la llei de Say, el control de la demanda agregada —o sigui, el que els governs, directament o per mitjà dels bancs centrals, haurien de fer per a augmentar o disminuir la renda i el poder adquisitiu— es va convertir en una preocupació òbvia. El valor i la distribució, els preus, els salaris i altres conceptes habituals fins aleshores van perdre molts llocs en la jerarquia del pensament econòmic, com ho indica l'actual designació del seu estudi sota el nom de *microeconomia*. En canvi, la gestió de la demanda es va convertir en un nou sector al qual es dedica més atenció i es reconeix més prestigi, sota el nom de *macroeconomia*. La macroeconomia va néixer en alliberar la disciplina del pensament de Jean-Baptiste Say.

Thomas Robert Malthus va ser clergue britànic d'instint aristocràtic. Els dos llibres de Malthus, *An Essay on the Principle of Population* i *Principles of political Economy*, abasten gran varietat de matèries, però només van aportar a la ciència econòmica dues proposicions, una de les quals, rivalitzant amb les de Say, ha prevalgut poderosament fins a l'actualitat. L'altra, perduda durant un segle, va ser reviscuda per Keynes.

La suprema contribució de Malthus —que ha incorporat la paraula *malthusianisme* a tots els idiomes moderns— va ser la llei que al seu criteri regia el creixement demogràfic, influint a més en la determinació dels salaris:

“No es coneixen molts detalls sobre la població d'Irlanda. Per tant, em limitaré a observar aquí que el cultiu creixent de la pa-

tata ha donat lloc a la seva ràpida multiplicació durant el segle passat. El baix preu d'aquesta arrel nutritiva i la petitesa de la parcel·la que per a aquesta classe de cultiu és suficient per produir en anys ordinaris l'aliment d'una família, sumat a la ignorància i la depauperació dels habitants que els han induït a seguir les seves inclinacions sense altra perspectiva que la mera subsistència immediata, han fomentat fins a tal punt el matrimoni, que la població va augmentant molt més enllà del que permeten la indústria i els recursos presents del país.”

Robert Malthus
An Essay on the Principle of Population

Les conclusions bàsiques de Malthus van ser: la primera, els mitjans de subsistència limiten la població; la segona, la població augmenta quan aquests mitjans ho permeten, i ho fa en forma geomètrica, mentre que l'oferta d'aliments, en el millor dels casos, només podria incrementar-se aritmèticament; i la tercera, aquesta asimetria persistirà, el que significa que l'increment demogràfic serà limitat per l'oferta d'aliments, llevat que apareguin abans altres limitacions.

Segons Malthus, cada vegada que l'Estat, o un altre benefactor omnipotent, es proposi millorar la situació de les masses, la procreació desenfrenada d'aquestes les tornarà ràpidament al seu estat anterior. Amb aquesta hipòtesi, Malthus va proporcionar un poderós argument contra la caritat, pública o privada, i va rendir un assenyalat servei als que trobaven públicament apropiat o personalment econòmic ometre l'ajuda als infortunats. Va considerar que la qüestió es podria solucionar, en part, postergant l'edat del matrimoni. I a més, va proposar que en el servei religiós de les noces s'inclogués un advertiment dirigit a les parelles joves, recordant-los que elles mateixes haurien de sufragar les despeses i patir les conseqüències de la seva passió. Per tant, va carregar sobre les esquenes dels pobres el pes de la seva pobresa i va alliberar-ne les dels rics. Malthus ha sobreviscut com a profeta del que s'ha anomenat l'*explosió demogràfica*. Les seves observacions constitueixen una amarga veritat en el nostre temps per als països agrícoles més pobres d'Àsia i d'Àfrica, mentre que el món industrial ric, ajudat pels contraceptius i per l'avortament, ha evitat aquesta amenaça.

La segona proposició per la qual Malthus segueix sent famós en l'actualitat és la seva actitud de dubte davant la llei de Say. Malthus va sostenir que,

com a conseqüència de la pobresa dels treballadors —reduïts per efecte de la seva pròpia fecunditat a nivells mínims de salaris o altres ingressos— hi hauria una tendència a la producció de més mercaderies de les que poguessin ser comprades i consumides, ja fos per aquests infortunats o per les classes més opulentes. I això passaria amb tanta més raó quan els capitalistes o industrials concentrassin obsessivament la seva atenció en els negocis, abstenint-se dels plaers del consum que bé podrien permetre's. En conseqüència, sobrevindria una superproducció de mercaderies. Malthus va considerar que aquesta situació podria atenuar-se fins a cert punt gràcies a l'existència d'una classe de consumidors no productius: servents, polítics, soldats, jutges, advocats, metges, cirurgians i clergues. Tots ells, al seu entendre, s'afanyaven sense arribar a produir res, però consumien.

Segons l'historiador Galbraith, quan les autoritats nacionals o municipals o les cambres de comerç deliberen sobre desenvolupament econòmic, segueixen pensant avui en termes de fàbriques que produeixen mercaderies.

David Ricardo i Malthus van escriure sobre aquestes qüestions durant els mateixos anys. Ricardo va defensar la llei de Say de l'atac malthusià; per a ell, els ingressos procedents de la producció de mercaderies creaven, en efecte, la seva pròpia demanda.

En comparació amb Smith o amb Malthus, Ricardo representà un canvi de mètode lògic molt convincent. Ricardo era teòric i inductiu, a partir d'una proposició evident o tinguda per tal, continuava raonant de manera abstracta fins a arribar a una conclusió plausible, o potser inevitable. Era un mètode que d'ara endavant seduiria els economistes, per no exigir moltes dades i perquè en cas necessari pot divorciar-se d'una realitat desagradable o inconvenient.

Ricardo, seguint Smith, va definir els principals temes de la ciència econòmica, però amb certa vehemència en denunciar-ne els errors. Entre els factors que determinen el valor o preu d'un producte, creu que el primer és la *utilitat*:

“Si una mercaderia no fos útil en absolut, és a dir, si no pogués contribuir a la nostra satisfacció, no tindria tampoc valor de canvi.”

Amb aquest judici, encara que hi havia precedents, sorgeix en primera aproximació l'altre costat de la teoria moderna de la determinació dels preus, és a dir, la interacció de l'oferta i de la demanda. Un cop establerta la necessitat dels productes “intercanviables”, adverteix després que el seu valor prové ja sigui de la seva escassetat o de “la quantitat de treball necessària per a

obtenir-los”. Això s’aplica a tot el reproduïble, amb excepció de “estàtues i pintures rares, llibres i monedes escassos i vins de qualitat peculiar que només es puguin fer amb raïm cultivades en determinat sòl”. Les mercaderies i els artefactes no reproduïbles, el valor de canvi dels quals està regit pel treball incorporat als mateixos, constitueixen el cas general. La seva adhesió a una teoria del valor-treball plenament fundada és l’element principal de la influència que arribaria a exercir en anys posteriors. Ricardo afirma que els salaris són “el preu necessari per permetre als treballadors subsistir i perpetuar la seva raça, sense augment ni disminució”. Aquesta idea, coneguda com la *llei de bronze dels salaris*, sostenia que els qui treballaven tenien la pobresa com a destí i no havien de ser redimits per la compassió de l’Estat ni dels empresaris, ni tampoc per l’organització sindical, ni per iniciativa pròpia. La llei de bronze dels salaris era el preu natural del treball, o com es diria ara, el preu d’equilibri de la mà d’obra, és a dir, el nivell al qual, romanent igual tota la resta, haurien de tendir els salaris. Però en Ricardo incloïa no només les necessitats del treballador, sinó també “les conveniències que han arribat a resultar-li indispensables per costum”. En el seu conjunt, es tractaria del que avui anomenem un nivell de vida convencional. Ell creia que l’aportació de capitals i noves tècniques podria continuar indefinidament, amb el correlatiu efecte ascendent del preu de mercat de la mà d’obra.

Ricardo es va ocupar també dels ingressos del terratinent en concepte de renda, que va definir, en un altre dels passatges immutables de l’economia, com “la porció del producte de la terra que es paga al terratinent per l’ús dels poders originals i indestructibles del sòl”. Va concebre aquesta categoria d’ingressos dins el context malthusià de la pressió demogràfica sobre els mitjans de subsistència; segons ell, el seu efecte era impulsar el cultiu de terres cada vegada més pobres. Aquesta pressió hauria de continuar fins que el sòl, cada vegada més empobrit, només rendís el mínim necessari per a sustentar les vides dels qui les treballaven, i aquest mínim, al seu torn, determinaria en forma general les remuneracions de tots els treballadors i, en particular, les de tots els camperols. De la possessió de les millors terres —superiors a les de pitjor qualitat o marginals— provindria un excedent per sobre del cost. Aquest seria més gran com millor fos la qualitat dels sòls i com més gran fos la pressió general de la població sobre l’oferta total de terres. D’aquesta manera, el propietari de les terres més fèrtils es beneficiaria no només de la seva bona fortuna, sinó també de la creixent pobresa o mala fortuna de tots els altres. A Ricardo no li importava la noció de l’ingrés immerescut o del *decòrum social*. La renda de la terra no augmentava els preus, sinó que es

consistia en un residu que s'acumulava passivament gràcies a l'increment de la població i al progrés general de la societat.

“L'augment de la renda és sempre conseqüència de la riquesa creixent del país i de la dificultat de proveir aliments per a la majoria de la seva població.”

Ni Malthus ni Ricardo foren conscients que estaven posant les bases dels textos de la dissidència i de la revolució. Segons Galbraith, les classes governants, els privilegiats, sempre dirigirien la vista, amb tarannà aprovador, cap al seu propi medi, i no cap a l'exterior per preocupar-se de la gent, la ira i furor dels quals podrien estar suscitant, o suscitarien en l'esdevenidor.

Malthus i Ricardo foren portaveus de la nova classe dirigent en un nou ordre econòmic.

Durant els setanta-cinc anys següents a la mort de David Ricardo, l'economia va experimentar una transformació de particular importància. Va deixar de ser un tema de contemplació i discussió per part de persones que tenien altres ocupacions i es va convertir en una professió.

El corrent principal de les idees econòmiques, segons anà desenvolupant-se a partir de Ricardo i de Malthus, juntament amb l'argumentació defensiva per ell engendrada, va arribar a revestir un poder molt considerable. Ja fora obeint a un ensenyament específic, o en virtut de l'estat general dels coneixements en aquella època, va constituir la noció acceptada de la vida econòmica i de l'acció pública, i les aspiracions privades es van adaptar a ell. Per descomptat, en tots els països industrials s'originaven crítiques al sistema industrial, examinat per gent observadora, i hi va haver qui va dissentir amb les idees mitjançant les quals s'interpretava i defensava (vegi's per exemple, *Els anys d'aprenentatge de Wilhelm Meister*, de Goethe). Entre els dissidents es trobaven aquells a qui es va acabar designant amb el nom de *socialistes*, que qüestionaven el poder, les motivacions humanes i el comportament associats amb la possessió de la propietat privada i amb la prossecució de la riquesa. Però el destí de totes aquestes persones, algunes d'elles dignes de considerable interès i dotades de no poca eloqüència, va ser el de quedar relegades a les ombres per la personalitat abassegadora de Karl Marx.

1.4 Karl Marx

Karl Marx (1818-1883) va néixer a Tréveris, ciutat situada a la capçalera de la vall del Mosel, a Alemanya. Va ser el crític del poder que la Revolució industrial havia atorgat als amos del que hauria de denominar-se els *mitjans de producció* i, al mateix temps, el crític de la pobresa i l'opressió que el procés havia comportat als treballadors.

S'ha dit que autors com Adam Smith, David Ricardo i Thomas Robert Malthus van donar forma a la història de l'economia i a la noció d'ordre econòmic i social, però Karl Marx va donar forma a la història del món. Els economistes clàssics van escriure, preconitzar i exhortar, mentre que Marx va fundar i va encapçalar un moviment polític que encara avui constitueix la font principal de tensió política dins dels països i entre ells.

La tradició clàssica havia postulat un equilibri, que arribaria a anomenar-se l'*equilibri econòmic*. Segons aquesta tesi, les relacions bàsiques entre patrons i treballadors, entre la terra, el capital i el treball, mai es modificaven. Podien produir canvis en l'oferta de mà d'obra i de capital, però només per a determinar, al seu torn, un nou equilibri anàleg. Marx, prenent a Hegel com a punt de partida, es va sentir obligat a rebutjar el més fonamental dels supòsits en què es basava l'economia clàssica. L'equilibri no era per a ell la finalitat, sinó només un incident en un procés de canvi molt més gran, que alterava del tot la relació entre capital i treball. Aquí s'hi troba la base d'una de les diferències més importants en les actituds econòmiques modernes. Per als economistes d'inclinació clàssica o neoclàssica subsisteix encara una norma fixa, immutable, a la qual tendeix a tornar la vida econòmica, siguin quines siguin les perturbacions o interferències momentànies. La ciència econòmica refina i perfecciona el coneixement de les institucions i relacions bàsiques, que són constants. A aquesta concepció s'oposa la creença en un canvi continu, al qual s'han d'adaptar els economistes i les idees econòmiques, que és el llegat de Hegel i de Marx. Segons aquests, totes les institucions econòmiques —sindicats, corporacions, manifestacions econòmiques i polítiques de l'Estat o conflictes de classes— estan en moviment o són una font de moviment. Creure en un equilibri —o concebre l'estudi de l'economia com la recerca del coneixement progressiu d'un tema fix i final, a la manera (segons Marx) de ciències com la física o la química— és dirigir-se irremeiablement cap a l'obsolescència.

Els esdeveniments que van determinar i van dominar el seu pensament són els ocorreguts després de la seva partida de Berlín, el 1841. Va publi-

car, en col·laboració amb Friedrich Engels (1820-1895), el més celebrat i més enèrgicament denunciat pamflet polític de tots els temps, a saber, el *Manifest comunista* (*Manifest der Kommunistischen Partei*), en el qual es va plasmar el descontentament general expressat en els moviments revolucionaris de 1848. Marx mai va posar en dubte les realitzacions productives del sistema capitalista, d'aquestes, com ja s'ha dit, va formular el més gran dels elogis:

“Durant la seva hegemonia de tot just cent anys, ha creat forces de producció més sòlides i més colossals que les de totes les generacions anteriors juntes.”

Com prosa subsidiària, “ha creat enormes ciutats, ha incrementat molt la població urbana respecte a la rural, i així ha rescatat una part considerable de la població de la idiotesa de la vida camperola... Els preus baixos dels seus productes són l'artilleria pesada amb la qual enderroca totes les muralles de la Xina.” Els treballadors havien de recordar també que el “primer” objectiu de la seva atenció revolucionària no havien de ser els grans capitalistes, que eren la font d'aquesta capacitat productiva, sinó “els residus de la monarquia absoluta, els grans terratinents, els burgesos no industrials, la petita burgesia”, que eren els enemics del poder i de les realitzacions del capitalisme.

Segons la seva opinió, el primer dels punts vulnerables del sistema capitalista i de la interpretació d'aquest era la distribució del poder, que havia estat de fet ignorada, i gairebé universalment, pels economistes clàssics. En segon lloc, venia la distribució summament desigual de la renda, que la tradició clàssica explicava, però no aconseguia justificar convincentment. En tercer lloc, la susceptibilitat del sistema econòmic a la crisi i a la desocupació —en termes moderns, a la depressió—, un factor que, si bé havia estat reconegut pels economistes clàssics, no estava de cap manera integrat en la seva teoria. La tendència de l'economia, segons s'entenia en el sistema clàssic, com ja s'ha observat, era la plena ocupació dels recursos productius, inclosa l'oferta de treballadors capaços i disposats a treballar, l'últim dels quals determinava la magnitud del salari. Finalment, el monopoli, defecte també reconegut per la tradició clàssica, que per a Marx no es tractava d'un fenomen aïllat, sinó d'una tendència bàsica, que influiria de manera decisiva en la destinació final del capitalisme.

Marx considerava que el poder era un factor ineludible de la vida econòmica, el seu origen residia en la possessió de béns, i per això era atribut natural del capitalista. El treballador, inclòs el nen en repetides referències de

Marx, va a la fàbrica sense res més per a vendre que el seu esforç físic, i sense més alternativa que presentar-s'hi. Tal és el poder i l'autoritat del capitalista, tal la impotència del treballador. Però aquesta distribució desigual del poder no és original del capitalisme. Marx va destacar l'anterior apropiació del poder per les classes feudals, aristòcrates i terratinents. Tampoc no creia que les indústries artesanals que van precedir el capitalisme haguessin estat una panacea de l'economia:

“L'explotació és més desvergonyida en la indústria domèstica que en les manufactures perquè el poder de resistència dels operaris va disminuint amb la seva dispersió, i perquè tot un seguit de paràsits espoliadors s'introdueixen entre el patró i el treballador.”

Si bé va al·ludir al possible paper corrector dels sindicats o associacions de treballadors, Marx va assenyalar la subsistència del fet fonamental: en el capitalisme, el poder resideix en el capitalista; en efecte, és l'atribut natural de la propietat productiva que li pertany. Els pagaments que emanen d'ella imposen obediència i submissió als que manquen de propietat i, per tant, d'ingressos alternatius. I, d'altra banda, el poder del capitalista no es limita únicament a l'empresa, sinó que s'estén a la societat i a l'Estat. En una reflexió particularment mordaç, s'estén aquest mateix caràcter als economistes i als teòrics de la política que interpreten el sistema, i a la pròpia tradició clàssica de l'economia:

“Les idees dominants de cada època han estat sempre les idees de la seva classe dominant.”

És a dir, en temps de Marx, les dels capitalistes i les dels qui exposaven el seu sistema. D'aquesta forma, l'economia política i els economistes quedaven sotmesos a l'autoritat del poder dominant.

Paral·lelament a l'extraordinària desigualtat en la distribució del poder té lloc una distribució summament desigual de la renda, el segon dels arguments crítics de Marx. Aquesta tesi la va prendre de Ricardo, però afegint refinaments, moltes ostentacions tècniques i no poca subjectivitat, gràcies a la qual ha inquietat i extasiat els seus partidaris durant un segle.

La *teoria de la productivitat marginal* intenta en essència determinar la influència de l'oferta i de la demanda de treball. Els defensors d'aquesta teoria, que seria desenvolupada més endavant sobretot per l'economista nord-americà John Bates Clark, sostenien que els salaris tendeixen a estabilitzar-se

a l'entorn d'un punt d'equilibri on l'empresari obté beneficis en contractar l'últim treballador que busca ocupació en aquest nivell de sous; aquest seria el *treballador marginal*.

Segons Marx, el treballador marginal rep un pagament com a salari que és igual a la seva contribució addicional a l'ingrés total de l'empresa. Aquesta contribució, per l'acció inexorable de la llei dels rendiments decreixents, disminueix a mesura que augmenta el nombre de treballadors. I el salari marginal determina el salari de tots. Però els que estan allunyats del marge aporten als ingressos de l'empresa una contribució major, potser molt més gran, que la remuneració per ells percebuda. Aquests es troben en les etapes intramarginals, més fructíferes, del rendiment decreixent. Així creen una plusvàlua, que s'adjudica, no als qui la produeixen, sinó al capitalista. En justícia pertany als treballadors, però el capitalista hi intervé i s'apropia d'ella. Marx observa que, mentre que existeixen lleis de la producció dictades per la naturalesa, com la dels rendiments decreixents, en canvi les lleis de la distribució les dicten les persones, i no hi ha cap raó superior en virtut de la qual els treballadors han d'acatar aquests procediments instaurats per altres persones.

El tercer argument de l'atac de Marx va ser fer característica inherent del capitalisme les crisis del capitalisme —que no feien acte de presència en la tradició clàssica. La seva explicació sobre això és actualment una curiositat històrica: la capacitat productiva del capitalisme, que Marx tant respectava, bolcaria incansablement béns al mercat, i a mesura que l'oferta de mà d'obra s'anés esgotant, els salaris augmentarien inevitablement. Arran d'això es produiria una disminució de la taxa de beneficis, amb pèrdues i retracció per part de les empreses productores, i un desequilibri del procés productiu. A la pràctica, l'equilibri només es podria restablir quan la disminució de la producció, amb el consegüent atur i caiguda de les taxes de salaris, tornessin a fer rendible la producció. Per a Marx era important destacar que el sistema només era estable quan l'existència d'una reserva de treballadors aturats —el que ell anomenava l'exèrcit industrial de reserva dels aturats— mantenia els salaris a nivells baixos. La plena ocupació era una situació possible, però inestable. Per a Marx, ni la desigual distribució del poder, ni la supervivència del capitalisme, serien la màxima amenaça per a la supervivència del capitalisme, sinó la seva propensió a les depressions i a l'atur.

En la tradició clàssica, el monopoli era un defecte que va quedar especialment gravat en la mentalitat i psicologia nord-americanes. En canvi, per a Marx era molt més que un defecte: en efecte, al seu criteri, la creixent concen-

tració de l'activitat econòmica en mans d'un nombre cada vegada menor de capitalistes constituïa una tendència orgànica del capitalisme que avançava amb ímpetu irresistible. Aquesta concentració, juntament amb el caràcter cada vegada més clarivident i socialitzat dels treballadors, a mesura que aquests anaven comprenent millor el sistema capitalista i el paper que exercien en el mateix, haurien de contribuir en forma inevitable a l'ensorrament del sistema.

“Un capitalista sempre mata molts altres... Paral·lelament a la constant disminució del nombre de magnats del capital, que usurpen i monopolitzen tots els avantatges d'aquest procés de transformació, augmenta el cúmul de misèria, opressió, esclavatge, degradació, explotació, però al mateix temps creix també la revolta de la classe treballadora, una classe, el nombre de membres de la qual va sempre en augment, i que és disciplinada, unida, organitzada, pel mateix mecanisme del procés de la producció capitalista. El monopoli del capitalisme es converteix en una trava per la manera de producció que ha sorgit i florit amb ell, i sota ell. La centralització dels mitjans de producció i la socialització del treball arriben finalment a un estat en el qual es tornen incompatibles amb el seu embolcall capitalista. Aquest embolcall esclata. Toquen a morts per la propietat privada capitalista. Els expropiadors són expropiats.”

D'aquesta manera, segons Marx, arribaria la fi del sistema econòmic celebrat per la tradició clàssica, i seria un final comportat per característiques les més importants de les quals ja havien estat identificades per Ricardo i pels propis economistes clàssics.

El sistema de Marx tenia també els seus aspectes vulnerables obvis, que van resultar seriosos i decisius. En primer lloc, existia “l'amenaça” de la reforma, és a dir, la possibilitat que les penalitats del capitalisme arribessin a mitigar tant que ja no despertessin la fúria revolucionària dels treballadors. Marx tenia consciència d'aquest *perill*, però no obstant això no podia condemnar o resistir-se fàcilment a les reformes específiques que servissin els interessos dels obrers. Efectivament, no hi ha tal oposició al *Manifest comunista*. En ell s'hi preconitzen, entre moltes mesures, un impost progressiu sobre la renda, la propietat pública dels ferrocarrils i de les comunicacions, l'ensenyament gratuït, l'abolició del treball dels nens i ocupació per a tots.

També existia la possibilitat que les organitzacions sindicals es desenvolupessin i s'enfortissin, rebessin protecció oficial, i alleugeressin o anul·lessin el progressiu empobriment dels treballadors, que el sistema marxista preveia com a conseqüència de l'increment demogràfic i de la contínua disminució del rendiment marginal de la mà d'obra. Tot això ha succeït. D'altra banda, seria summament perjudicial per al sistema marxista qualsevol factor que minorés l'impacte de les crisis del capitalisme.

En una resposta a Marx extraordinàriament lògica, el posterior establiment de l'estat de benestar, el foment de l'educació popular, l'abolició del treball dels nens i l'enèrgic tractament keynesià de la crisi capitalista van anar a esmenar gairebé tots els punts vulnerables del sistema capitalista que Marx havia identificat. Hi havia, així mateix, dos factors potencialment contraris a Marx. Juntament amb les reformes contrarevolucionàries que ell mateix s'havia vist obligat a propiciar ja en el seu temps, entre les quals hi havia les prestacions de benestar social —és a dir, ingressos externs al sistema productiu— per a gent gran, aturats, minusvàlids i menors d'edat, haurien d'exercir després els seus efectes les enormes forces productives del capitalisme, que Marx havia destacat amb tanta freqüència. Aquestes forces, en veritat, podien multiplicar la disponibilitat de béns, que podrien quedar a l'abast de la població treballadora i actuar com a cobertura de la pobresa i de les reivindicacions. I a més, finalment, existia una altra possibilitat que Marx no va preveure, o que almenys, amb seguretat, no va enunciar mai: potser el capitalisme, en si, pogués transformar-se; potser podria tenir lloc un capitalisme que es desenvolupés amb un rumb diferent, potser el capitalista despietadament agressiu pogués ser suplantat per una organització més madura, més inclinada a les negociacions, com ho seria la burocràcia pròpia de les societats anònimes. En aquest cas, els ressorts del poder no estarien en mans del capitalista, sinó del tecnòcrata i del “cap de l'organització”. Segons Galbraith, tot això ha arribat a passar; en efecte, el desenvolupament de la societat econòmica no ha estat clement amb les prediccions de Marx. Els països industrials avançats han resultat en gran mesura immunes a la seva revolució. Les reformes, els sistemes de benestar, les polítiques macroeconòmiques dels governs, l'auge de les burocràcies de les societats anònimes i del “cap de l'organització” són factors que han temperat, i fins i tot destruït, l'ímpetu revolucionari inicial del marxisme. Allà on les idees de Marx varen tenir èxit, com ara a Rússia i a la Xina, no fou perquè triomfessin sobre el capitalisme, sinó que ho feren contra romanents feudals, dins d'un marc de guerres i d'anarquia. També a Cuba i, després a l'Amèrica Central, són els

terratinents i els seus agents governatius, no els industrials ni els capitalistes, els que han suscitat el fervor revolucionari dels espoliats. Galbraith considera que la crítica formulada per Marx va ser també errònia en un altre aspecte. Segons Marx, una vegada que el proletariat prengués el poder, l'Estat aniria desapareixent gradualment. Però al revés, l'Estat modern, en la seva encarnació pràctica aclaparadora, ha conservat el poder sota el socialisme, i això ha conduït als problemes burocràtics amb què s'enfronten els marxistes moderns en llocs de comandament. I alhora lluiten amb les dificultats conseqüents que romanen en el sistema socialista en matèria de producció. Marx creia que les forces productives del capitalisme avançat serien transferides, més o menys automàticament, al socialisme, però la cosa no va resultar tan fàcil.

En molts aspectes del pensament i dels esdeveniments, fins i tot en el món no socialista, Marx segueix constituint fins avui una de les principals influències i una gran força.

1.5 La Gran Depressió

La Gran Depressió va ser una crisi econòmica mundial que es va perllongar durant la dècada dels anys 1930, anterior a la Segona Guerra Mundial. La seva durada depèn dels països que s'analitzin, però en la majoria va començar al voltant de l'any 1929 i es va estendre fins a finals de la dècada dels anys trenta o principis dels quaranta. Va ser la depressió més llarga en el temps, de major profunditat, i la que va afectar més països de les sofertes en el segle XX. En el segle XXI ha estat utilitzada com a paradigma de fins a quin punt pot arribar a disminuir l'economia mundial.

L'anomenada Gran Depressió es va originar als Estats Units, a partir de la caiguda de la Borsa del 29 d'octubre de 1929 (conegut com a Dimarts Negre, encara que cinc dies abans, el 24 d'octubre, ja s'havia produït el Dijous Negre), i ràpidament es va estendre a gairebé tots els països del món.

Les causes que la van originar començaren a sorgir cap el 1925, quan l'economia mundial es trobava bastant equilibrada: la producció havia tornat al nivell d'abans de la Primera Guerra Mundial, la cotització de les matèries primeres semblava estabilitzada i els països que travessaven un període d'alta conjuntura eren nombrosos. No obstant això, no era un retorn a la “Belle Époque”. Una sèrie d'equilibris tradicionals quedaven alterats: la producció i el benestar progressaven de manera espectacular en unes parts (Estats Units,

Japó), mentre que en altres, perduda la prosperitat anterior a la guerra, vivien aclaparades per la desocupació i les crisis endèmiques; en particular al Regne Unit. Alhora, els nord-americans complicaven de manera singular la posició dels europeus. El deute internacional no podia pagar-se sinó amb or o amb mercaderies, i els nord-americans frenaven les seves importacions d'Europa amb nous i cada vegada més elevats drets d'aranzels, alhora que utilitzaven la seva superioritat per a imposar les seves exportacions a Europa.

D'altra banda, els Estats Units disposaven de les majors reserves d'or del món, de manera que, per mantenir el patró or, van haver de concedir quantiosos préstecs a Europa. Tal va ser l'origen dels anomenats *plans Dawes* i *Young*. El 1914, l'economia nord-americana vivia en plena era de prosperitat, i la guerra europea la va acréixer: durant tres anys successius, els Estats Units van ser els proveïdors d'un mercat gairebé il·limitat, mentre que les potències europees s'aniquilaven entre elles. La capacitat industrial dels Estats Units també havia augmentat considerablement, i la seva agricultura progressava amb un ritme idèntic.

Des del 1925, l'activitat de la Borsa havia evolucionat tan vertiginosament com la producció industrial del país. La cotització de les accions pujava regularment d'any en any, i van ser nombrosos els nord-americans que van trobar en l'especulació de la borsa la font d'una fortuna ràpida: la febre de jugar a la Borsa temptava tots els estrats de la població de manera irresistible, tant rendistes i jubilats, com aprenents, que ignoraven tot el que fa a la indústria, a l'economia i a la pròpia Borsa. Tothom considerava que l'economia del país s'encaminava cap a nivells insospitats, i tots estaven enlluernats per les "millors accions" que podien aconseguir-se amb molt pocs diners, pensant que calia aprofitar-se d'aquella rauxa abans que finalitzés.

La demanda continuada va fer pujar les accions a altures increïbles, i aviat la cotització en borsa va ser *pura especulació*, que res tenia amb comú amb l'autèntica solvència d'una societat. Mentre que per al ciutadà mitjà només es va tractar d'invertir els seus estalvis, l'especulació va seguir dins d'uns límits més o menys raonables, però va transcórrer el temps i els nord-americans van començar a jugar a la Borsa amb diners prestats. Una acció de cent dòlars nominals podia obtenir-se només per deu, mentre que la resta, anomenat "excedent" —és a dir, noranta dòlars—, es pagava a crèdit. Si l'acció seguia pujant, tot anava perfectament: una alça del 10%, és a dir, que passés de 100 a 110 dòlars proporcionava a l'accionista un benefici net del 100% sobre els 10 dòlars que en realitat havia desemborsat, suficient per pagar els interessos del crèdit. En canvi, si l'acció baixava en un 5 o en un 10%, el corredor

borsari exigia nou pagament al comptat, i si el client no podia fer front a aquest, es veia obligat a vendre amb pèrdues, amb la finalitat de cobrir-se ell i cobrir a altres creditors eventuais. Entre els petits especuladors —desenes de milers de ciutadans— eren molt pocs els que posseïen reserves de liquiditat apreciable.

La depressió va tenir efectes devastadors en gairebé tots els països, rics i pobres. La renda nacional, els ingressos fiscals, els beneficis i els preus van caure, i el comerç internacional va baixar entre un 50% i un 66%. La desocupació als Estats Units va augmentar al 25%, i en alguns països va arribar el 33%. Ciutats de tot el món es van veure greument afectades, especialment les que depenien de la indústria pesada, i la construcció es va aturar pràcticament en moltes àrees. L'agricultura i les zones rurals van patir la caiguda dels preus de les collites que va aconseguir aproximadament un 60%. Davant la caiguda de la demanda, les zones dependents de les indústries del sector primari, amb poques fonts alternatives d'ocupació, van ser les més perjudicades.

Els països van començar a recuperar-se a mitjans de la dècada de 1930 però, en molts països, els efectes negatius de la Depressió van durar fins al començament de la Segona Guerra Mundial. L'elecció com a president de Franklin Delano Roosevelt i l'establiment del New Deal el 1932 varen marcar l'inici del final de la Gran Depressió als Estats Units. No obstant això, a Alemanya, la desaparició del finançament exterior, a principis de la dècada de 1930, i l'augment de les dificultats econòmiques, van propiciar l'aparició del nacionalsocialisme i l'arribada al poder d'Adolf Hitler.

El *New Deal* (literalment en català, “Nou tracte”) és el nom donat pel president nord-americà Franklin D. Roosevelt a la seva política intervencionista posada en marxa per lluitar contra els efectes de la Gran Depressió als Estats Units. Aquest programa es va desenvolupar entre 1933 i 1938 amb l'objectiu de sostenir les capes més pobres de la població, reformar els mercats financers i redinamitzar una economia nord-americana ferida des del Crac del 29 per la desocupació i les fallides en cadena.

Comunament, es distingeixen dos New Deals. Un primer, marcat particularment pels “Cent Dies de Roosevelt” el 1933, que apuntava a una millora de la situació a curt termini. Es poden trobar, doncs, lleis de reforma dels bancs, programes d'assistència social urgent, programes d'ajuda per al treball, o encara programes agrícoles. El govern va realitzar així inversions importants i va permetre l'accés a recursos financers a través de les diverses agències governamentals. Els resultats econòmics van ser moderats, però la

situació va millorar.

El “Segon New Deal” es va estendre entre 1935 i 1938, posant per davant una nova distribució dels recursos i del poder en una escala més àmplia, amb lleis sindicals de protecció, la *Social Security Act*, així com també programes d’ajuda per a agricultors i treballadors ambulants. No obstant això, la Cort Suprema va jutjar nombroses reformes com inconstitucionals, però algunes parts dels programes van ser reemplaçades ràpidament, a excepció de la *National Recovery Administration* (NRA). El segon New Deal va ser molt més costós que el primer, i va augmentar el dèficit públic. D’altra banda, tot i programes com ara la *Public Works Administration*, la desocupació encara arribava a 11 milions de nord-americans el 1938.

No hi ha cap prova que el New Deal tingués eficàcia en la lluita contra la crisi, que va perdurar fins que els Estats Units van mobilitzar la seva economia arran de la Segona Guerra Mundial. En canvi, el seu èxit és innegable en el pla social. La política portada pel president Franklin D. Roosevelt va canviar el país mitjançant reformes i no mitjançant una revolució. D’altra banda, els programes del New Deal eren obertament experimentals, manifestament perfectibles, i donats els costos d’aquest procés, es podria haver preferit un programa de canvi més complet. No obstant això, el caràcter imperfecte del New Deal va permetre una crítica constructiva i una reflexió més pausada que va obrir la via a una millora de la democràcia nord-americana en els anys següents i que perdura fins a l’actualitat. En matèria sindical, l’adopció de la *Wagner Act* —que comprèn la legislació més important empresa als Estats Units en matèria laboral— va permetre fer dels sindicats uns col·lectius poderosos.

Nombrosos programes del New Deal encara romanen actius als Estats Units, entre els que han mantingut el seu nom original hi ha la *Federal Deposit Insurance Corporation* (FDIC), la *Federal Housing Administration* (FHA), la *Tennessee Valley Authority* (TVA), però també el *Social Security System*, la primera experiència d’Estat del benestar als Estats Units, i la *Securities and Exchange Commission* en l’àmbit de la regulació financera —entitats accessibles via web.

1.6 L’estat del benestar

Un dels fenòmens més rellevants que es varen produir als Estats Units com a resposta a la Gran Depressió va ser el sorgiment del que amb el temps, de

vegades en forma aprovadora i també, amb freqüència, en to condemnatòri, arribaria a denominar-se l'*estat del benestar*. Aquesta seria la creació més perdurable de la revolució rooseveltiana. Però els Estats Units no van ser de cap manera els precursors d'aquesta innovació. En efecte, els orígens ambientals i les fonts intel·lectuals d'aquest canvi transcendental en la vida econòmica han de rastrejar-se a Europa mig segle abans. L'estat del benestar va néixer a l'Alemanya del comte Otto von Bismarck (1815-1898).

Durant el decenni de 1880 el desenvolupament de la societat alemanya no es va veure pertorbat per les restriccions ricardianes i clàssiques al paper de l'Estat. Els economistes alemanys s'ocupaven de la història i no solien atendre en les seves obres les advertències greus pel que fa a les intromissions del govern. D'acord amb la tradició prussiana i alemanya, l'Estat era competent, benèfic i summament prestigiós. El que es considerava com a principal perill de l'època era l'activa militància de la classe obrera industrial en ràpid creixement, amb la seva ostensible proclivitat a les idees revolucionàries i, en particular, a les que provenien del seu compatriota recentment mort, Karl Marx. Proporcionant l'exemple més clar de por a la revolució com a incentiu per a la reforma, Bismarck va instar a que es mitiguessin les crueltats més flagrants del capitalisme. El 1884 i el 1887, després d'apassionades polèmiques, el *Reichstag* va adoptar un conjunt de lleis que atorgaven una protecció elemental en forma d'assegurances en previsió d'accidents, malalties, vellesa i invalidesa. Encara fragmentàriament, es van adoptar després disposicions similars a Àustria, Hongria i en altres països europeus.

Una etapa de major abast, i en certa mesura més influent d'aquest procés, va sobrevenir a Gran Bretanya cinc anys després de la gran iniciativa de Bismarck. En aquest cas es tractava molt menys de la por a la revolució que de l'agitació conscient i informada d'homes i dones, i d'organitzacions, preocupades pel destí de la societat, com ara el matrimoni de sociòlegs Sidney i Beatrice Webb, el novel·lista H. G. Wells, l'autor teatral i economista George Bernard Shaw, la Societat Fabiana de caire socialista i els sindicats obrers, que eren aleshores influents i tenien objectius ben formulats. Sota el patrocini de Lloyd George, ministre d'Hisenda de la Gran Bretanya, es van adoptar el 1911 lleis mitjançant les quals es van implantar les assegurances oficials de malaltia i d'invalidesa, i posteriorment de desocupació. El subsidi d'atur britànic va superar considerablement les proporcions del seu precursor alemany.

Paral·lelament a la implantació dels impostos corresponents —que es van incloure per primera vegada en el pressupost de 1910—, la legislació de benes-

tar social a Gran Bretanya desencadenà conflictes i pertorbacions socials sense precedents. Aquesta situació donà lloc al fet que se celebressin eleccions el 1910, al mateix temps que se suscità una memorable crisi constitucional, durant la qual l'oposició en la Cambra dels Lords als impostos necessaris només va poder superar-se quan els liberals van amenaçar a crear tants nous pars com fossin necessaris perquè s'aprovés aquesta legislació. Si bé és veritat que tant a Gran Bretanya com a Alemanya les mesures de promoció del benestar venien a protegir els afortunats contra futures agressions, salta a la vista que els privilegiats no s'havien adonat fins aleshores d'aquestes necessitats. El triomf de Lloyd George el 1910 i 1911 obrí el camí per al canvi que sobrevindria als Estats Units cinc lustres més tard. Gran Bretanya era la pàtria de l'ortodòxia clàssica, però havia arribat a acceptar, encara que amb recança, una transformació molt important del sistema, o en termes més concrets, una atenuació realment substancial dels seus rigors. Es tractava d'un exemple que els Estats Units bé podien emular.

Durant els anys següents a la iniciativa de Lloyd George va tenir lloc a la Gran Bretanya una perceptible suavització de les actituds clàssiques cap a la legislació social. El 1920, Arthur C. Pigou (1877-1959), successor d'Alfred Marshall tant en prestigi com a la càtedra de la Universitat de Cambridge, va publicar la seva obra bàsica d'economia política anomenada *The Economics of welfare* (L'economia de benestar), rèplica d'una obra anterior de Marshall.

Pigou no era home propens a innovacions radicals, en efecte, encara el 1933 afirmava el següent:

“En condicions de competència perfectament lliure —que ell donava per suposada en gran mesura, encara que no de manera total— sempre hi haurà una forta tendència cap a la plena ocupació. La desocupació existent en qualsevol moment donat prové de resistències per efecte de fricció, que impedeixen l'ajust instantani apropiat de preus i salaris.”

I no obstant això, el seu pronunciament era subversiu pel que fa a la doctrina clàssica en un aspecte subtil, però fonamental. En la seva expressió més rigorosa, la teoria tradicional havia sostingut sempre que la utilitat marginal dels diners, per a cada comprador individual, a diferència de la utilitat marginal de cada mercaderia presa per separat, no podia baixar. Romania constant i, per tant, una major quantitat de diners no implicaria cap disminució de la satisfacció per unitat afegida. I en termes encara més peremptoris, la teoria admesa afirmava també que no es podien fer comparacions interpersonals

d'utilitat. En anar adquirint quantitats cada vegada majors d'un producte donat, l'usuari aniria obtenint, de cada increment, una satisfacció cada vegada menor. Però no podia en canvi sostenir que qui posseís més rebés de cada increment menys satisfacció que qui posseïa menys. Els sentiments de diferents persones no eren comparables; establir semblants comparacions equivalia a negar la profunditat i complexitat de les emocions humanes, i això representava una negació de les modalitats de raonament científiques a què aspirava tot economista total i de bona reputació. Els resultats pràctics d'aquest postulat van ser impressionants. D'allí es deduïa que en termes econòmics estrictes no hi havia cap raó per transferir rendes —o riquesa acumulada— dels rics als pobres. L'estima i el gaudi dels diners per part del ric no disminuïa amb l'increment de la quantitat. En conseqüència, no podia afirmar-se que el ric, pel fet de ser-ho, patís menys que els pobres qual-sevol pèrdua de riquesa o ingrés marginals. Tampoc podia sostenir-se que la satisfacció provinent del consum al qual renunciaven hagués estat menor que la satisfacció —és a dir, la utilitat— obtinguda pel pobre. En termes de teoria econòmica estricta es tractava d'una comparació il·legítima. Per tant, l'economia clàssica no era partidària de la redistribució de la renda. I aquí arribem a l'aspecte decisiu de la qüestió: d'una o d'altra manera, les mesures de benestar social sempre impliquen una redistribució, de manera que l'ortodòxia clàssica continuà oposant-se a elles. Per als rics, aquesta tornava a ser una molt adequada conclusió. Pigou va proposar una alternativa a aquesta línia del pensament clàssic. Segons ell, mentre la producció total no disminuís a conseqüència del canvi introduït, l'economia del benestar, és a dir, la suma total de satisfacció proporcionada pel sistema, era realçada per la transferència de recursos disponibles per a la despesa de rics a pobres.

Segons el seu criteri, la utilitat marginal dels diners disminuïa en augmentar la seva quantitat i, en conseqüència, la persona pobra, o la família necessitada, gaudien més que els rics d'un increment d'ingressos o de mercaderies obtingut en aquesta forma. Amb això no s'establia un cop mortal a les actituds ortodoxes, ja que la comparació interpersonal de les utilitats va seguir constituint objecte de sospita. I fins a cert punt segueix passant fins ara. Però les opinions de Pigou proporcionaren un suport clamorós a la redistribució de la renda implicada per les mesures de benestar. I aquesta aprovació ha vingut de l'interior mateix del sistema.

L'escletxa en l'ortodòxia clàssica que acabem de descriure representà un factor favorable en l'evolució cap a l'estat del benestar. Però en els Estats Units va assumir major importància el sorgiment, entre els propis economis-

tes professionals, d'un grup influent que de forma expressa abraçà les seves finalitats.

Cap a 1935, un nombre considerable de joves economistes havien anat a treballar a Washington. A més de la principal concentració d'aquests professionals al Departament d'Agricultura, molts van anar ocupant càrrecs en diverses oficines públiques. De la mateixa manera que els economistes agraris, que en l'aspecte acadèmic s'havien vist lliures de les restriccions clàssiques, els institucionalistes s'encarregaven també de la política i l'administració en matèria d'agricultura, exempts igualment d'aquestes limitacions, van prendre al seu càrrec la promoció i el disseny de l'estat de benestar. La Universitat de Wisconsin va constituir la font de les idees i, alhora, de la iniciativa pràctica que foren fonamentals en la legislació de l'estat del benestar. John R. Commons (1862-1945), catedràtic d'aquesta universitat, és als Estats Units la figura equivalent a Bismarck o Lloyd George.

Richard T. Ely (1854-1943), per la seva banda, havia actuat també com a precursor de la dissensió en l'economia política nord-americana i havia estat un dels fundadors, l'any 1885, de l'*American Economic Association*, l'organització professional més antiga dedicada a l'economia. Ell fou qui portà Commons a la Universitat de Wisconsin on aquest últim va escriure una quantitat d'obres acadèmiques en les que de manera àmplia, i de vegades incoherent, investigava la influència del sistema econòmic i de l'Estat sobre els ciutadans. Per analitzar-la procedí a enumerar els fonaments jurídics d'aquestes relacions, i la seva història en la teoria i en la pràctica al llarg dels segles.

Els llibres de Commons, tant llavors com ara, no van arribar a tenir molts lectors. El màxim que va aconseguir va ser reunir entorn seu un brillant i devot cercle de col·legues i estudiants que, en no estar lligats als principis clàssics ortodoxes, es van posar en forma summament pràctica a redreçar els greuges socials evidents de l'època. Els seus instruments primordials van ser el govern de l'estat de Wisconsin, amb seu a Madison, capital oportunament pròxima a la universitat i a la seva família governant, que era Robert La Follete i els seus dos fills.

El Pla Wisconsin, obra conjunta d'economistes i de polítics, estava integrat per una llei d'administració pública de l'Estat de característiques progressistes, una normativa eficaç de les tarifes dels serveis públics, una limitació dels interessos crediticis (tot i que amb un màxim encara prohibitiu del 3,5% mensual, és a dir, del 42% anual), una política de suport al moviment sindical dels treballadors, un impost estatal sobre la renda i, finalment, el

1932, un sistema estatal de subsidi d'atur. Aquesta última mesura va tenir un efecte molt considerable en les actituds econòmiques i polítiques nord-americanes, i cap altre factor va contribuir de manera tan directa a l'adopció de la legislació federal en la matèria tres anys després. I van ser els economistes de l'equip de Commons i de la Universitat de Wisconsin, un cop més, els que van portar endavant la iniciativa en l'àmbit federal. Edwin E. Witte (1887-1960), professor d'economia política en aquesta universitat, i arquitecte del Pla Wisconsin, va ser director executiu del Comitè de Seguretat Econòmica del gabinet que va redactar la legislació federal. En estreta cooperació amb ell va treballar Arthur J. Altmeyer (1891-1972), qui també havia col·laborat en les reformes de Wisconsin.

La primera etapa de la legislació federal en la matèria, projecte que va ser redactat el 1935 per Thomas H. Eliot (1907), preveia un sistema de subvencions als estats amb destinació als ancians necessitats i als fills a càrrec de famílies de baixos recursos, així com també a altres aspectes de la previsió social. També va establir un règim conjunt federal i dels estats per a les indemnitzacions d'atur, com un sistema obligatori de pensions de vellesa per als treballadors dels principals sectors industrials i comercials de l'economia. El pla de pensions, de proporcions molt modestes, es basava en una caixa els fons de la qual provindrien d'una taxa específica descomptada sobre els salaris, amb les reserves de les quals es podrien pagar les prestacions, cada vegada més quantioses, que caldrien a mesura que un major nombre de treballadors fos aconseguint l'edat de la jubilació. En un país que encara experimentava els efectes d'una greu deflació, aquest pla era obertament deflacionari, ja que la suma dels recursos retirats de la circulació, en detriment de la capacitat adquisitiva, era més gran que el retornat per mitjà de les prestacions corrents; és a dir, baixava el poder adquisitiu dels treballadors. En canvi, l'alternativa de finançar les prestacions amb recursos del pressupost general de l'Estat hauria augmentat el dèficit, o hauria requerit un increment de les contribucions menys específic, possiblement una elevació de l'impost sobre la renda. El primer d'aquests dos procediments quedava exclòs per la perdurable adhesió dels economistes al sistema financer conservador, i el segon, per la resistència política a aplicar un impost als més opulents per benefici dels més pobres, dels nens i de la gent gran. El principi que els recursos de la seguretat social i, en particular els de la pensió de vellesa, s'han de constituir mitjançant un impost percebut dels propis interessats, ha subsistit des de llavors gairebé sense oposició. I no obstant això, només per consideracions d'aparent oportunitat política en el moment de la seva implantació,

no va arribar a establir-se com una partida més dels pressupostos generals de l'Estat. El subsidi d'atur, pagat mitjançant els impostos sobre els salaris, va exigir al seu torn una intricada combinació de disposicions federals i dels estats, amb les consegüents diferències de prestacions entre aquests últims. Lamentablement, es va encoratjar en gran mesura als estats a que s'esforcessin, més aviat menys que més, millorant així les seves respectives posicions en la competència del mercat en imposar menors impostos sobre les indústries en ells establertes, o les que desitjaven atreure. Però almenys va ser un començament.

En el món dels negocis, cap text jurídic en la història dels Estats Units va ser tan aferrissadament atacat pels portaveus d'aquest mitjà com el projecte de la *Llei de la Seguretat Social*, el pare de la qual foren Commons i els seus estudiants.

Però aquests eren només els començaments. Després vindrien l'assegurança de salut, l'assistència a les famílies amb fills al seu càrrec, l'habitatge per a famílies de baixos ingressos, els subsidis d'habitatge, la formació professional i altres prestacions suplementàries per als necessitats. I el mateix que als Estats Units va succeir en tots els països industrials.

Va sobrevenir, paral·lelament, un corrent interminable de preocupacions i de laments dels qui, com dirigents empresarials, veien en les mesures de previsió l'enemic natural de la lliure empresa, l'agent destructor de la motivació que feia girar els engranatges. En èpoques posteriors s'hi sumarien les veus de governs obertament conservadors als Estats Units i a la Gran Bretanya.

Mentrestant, a mesura que anaven assossegant-se la fúria i l'alienació dels desposseïts, calmats precisament per l'estat del benestar, anava també dissipant-se la por bismarckiana a la revolució. I el socialisme, assetjat per persistents problemes d'ineficàcia, va anar perdent importància com a solució alternativa. Arran d'això es va intensificar l'ofensiva verbal contra les mesures socials. Però, en general, tan àmplia i efusiva retòrica no va tenir aplicació pràctica en cap país industrialitzat. Enfrontats a la realitat i, entre altres aspectes, a les formidables conseqüències polítiques que podien comportar els intents de desmantellar l'estat del benestar, tant els legisladors com els ministeris es van fer enrere arribat el cas, tal com va fer la Cambra de Representants dels Estats Units en aquella ocasió inicial. L'estat del benestar, malgrat tota retòrica, s'ha convertit en una sòlida part integrant del capitalisme modern i de la moderna vida econòmica fins a avui.

La reacció del món empresarial contra la *Llei de la Seguretat Social* va assenyalar l'inici d'un canvi en les relacions entre aquest sector i el dels econo-

mistes, en endavant va prevaler una certa tensió. Els economistes van deixar de ser una font de bona racionalització dels esdeveniments econòmics com en èpoques anteriors i, per contra, alguns d'ells van començar a promoure idees i actes profundament renyits amb les circumstàncies. Això ja s'havia pogut advertir inicialment en l'ocasió de la compra d'or, però amb l'adveniment de l'estat del benestar la transformació va ser evident. I molt aviat, amb John Maynard Keynes, arribaria a ser-ho amb la major vivacitat ja que Keynes observà que els éssers humans no havien experimentat fins llavors cap canvi bàsic i permanent en el seu nivell de vida: les coses havien anat bé i, de vegades, una mica millor o, de vegades, pitjor, però no es definia cap tendència fonamental i duradora. En canvi, amb la industrialització, hi havia una millora del benestar, per dolenta que fos la servitud fabril, era gairebé amb seguretat millor per a tots, millor que l'existència anterior a les aldees, treballant interminablement en els telers domèstics, o en les feines solitàries i mal remunerades de l'agricultura.

Cal preguntar-se per què els interessos empresarials es van resistir a l'adopció de mesures econòmiques tan palesament destinades a protegir el sistema econòmic, i aquesta pregunta es va plantejar, una i una altra vegada, de manera enèrgica i urgent, arran de l'actuació de Keynes.

1.7 John Maynard Keynes

El decenni de 1930 va ser, especialment als Estats Units, el més fèrtil en innovacions, a causa de la incessant pressió exercida pels esdeveniments sobre les idees econòmiques i, sobretot, per la que en general ocasionava la Gran Depressió. Com ja s'ha observat, es van adoptar mesures directes per afrontar la caiguda dels preus industrials i agrícoles, es va proveir auxili organitzat als que més ho necessitaven, es van emprendre obres públiques per a crear oportunitats d'ocupació, i el 1935 es van implantar el subsidi d'atur i el sistema de pensions a la vellesa. Però, amb tot això, subsistia el problema que implicava el greu fracàs del sistema en el seu conjunt. El 1936, quart any del New Deal, després d'una lleu recuperació, les despeses personals seguien sent baixes, el 17% de la força de treball nord-americà continuava aturada, i el Producte Nacional Brut equivalia a només el 95% del que havia estat l'any ja llunyà del 1929. En efecte, no havien tingut lloc els grans increments anuals promesos per tots els polítics. El 1937 va tornar a produir-se una abrupta caiguda de l'activitat econòmica, com que ja existia una depressió,

s'havia de buscar un altre nom, i es va anomenar una *recessió*; és a dir, una depressió dins d'una depressió.

L'ortodòxia econòmica no podia explicar cap d'aquests fenòmens. En ella, l'economia trobava el seu equilibri amb la plena ocupació i d'aquesta, al seu torn, provenia la demanda que el sustentava. Així, sostenia la llei de Say, persistia la possibilitat dels dèficits passatgers, que eren una cosa acceptada però, per descomptat, cap que pogués durar com aquest, cap al 1936, uns sis anys d'interminable foscor. Un segle abans, Thomas Robert Malthus havia sostingut la possibilitat d'una superproducció generalitzada com a contrapartida a una escassetat de la demanda. Aquesta hipòtesi va ser considerada com possiblement excèntrica i, per descomptat, errònia. S'havien mantingut, com a veritats acceptades, les opinions de Say i de David Ricardo, i amb elles, el rebuig del que era designat gairebé universalment com la fal·làcia del subconsum i la poca demanda. I si no podia en veritat haver tal escassetat, era bastant obvi que no era incumbència de l'Estat adoptar mesures per promoure la demanda: a part de ser innecessari, hauria representat una violació dels canons de tota política fiscal correcta. El govern, el mateix que les llars, vivia al seu abast. O, si més no, ho havia de fer. Era plausible, i fins i tot evident, la possibilitat que els tipus d'interès poguessin reduir-se mitjançant la intervenció dels bancs centrals, però a mitjans de la dècada de 1930 eren ja tan baixos que no podia aplicar-se aquest recurs per a continuar fomentant els crèdits i les inversions.

D'aquestes circumstàncies, i amb una força que només pot avaluar-se degudament si se la veu en aquest context, sorgí, amb enormes efectes, l'obra de John Maynard Keynes (1883-1946). Els elements bàsics del seu al·legat estaven destinats, en forma tan senzilla com directa, a alliberar la política antidepresiva de les seves restriccions clàssiques. Segons ell, l'economia moderna no troba necessàriament el seu equilibri en la plena ocupació, sinó que el pot trobar encara que la desocupació subsisteixi, o en altres termes, és possible un equilibri amb atur. En aquest cas, la llei de Say ja no regeix, i pot haver una escassetat de la demanda. Llavors, el govern pot i ha de prendre mesures per esmenar-la. Quan apareix una depressió, els preceptes de la hisenda pública correcta han d'inclinar-se davant d'aquesta necessitat. L'equilibri amb subocupació, l'abolició de la llei de Say, la necessitat de promoure la demanda recorrent a despeses públiques, més enllà del límit dels ingressos disponibles, són els elements bàsics del sistema de Keynes, als quals tornarem a referir-nos. Ells resumeixen el que, amb una hipèrbole inofensiva, s'ha anomenat la *Revolució keynesiana* o *keynesianisme*.

Un dels trets més notables d'aquesta revolució és que molts l'havien previst. En efecte, hi va haver keynesians abans de Keynes. Un d'ells va ser Adolf Hitler, qui, en els seus inicis i lliure de les cadenes d'una teoria econòmica, va emprendre un gran programa d'obres públiques en prendre el poder l'any 1933, entre les quals l'exemple més visible van ser les *Autobahnen* (autopistes). En veritat, començà invertint en obres d'enginyeria civil, abans d'emprendre les despeses armamentístiques. Els nazis tampoc no feien cap cas a les limitacions dels ingressos públics, ja que recorrien sense escrúpols al finançament a través del dèficit. D'aquesta manera, l'economia alemanya va poder recuperar-se momentàniament de la caiguda devastadora soferta a la fi de la Primera Guerra Mundial. Cap el 1936, la desocupació, que havia exercit una influència tan considerable en l'accés de Hitler al poder, havia estat eliminada en gran mesura. Però aquest procés no impressionà el món econòmic; en efecte, Hitler i els nacionalsocialistes no eren un model a imitar. En aquells anys, els economistes i els portaveus més expressius de la sapiència financera que visitaven el Reich, van predir unànimement un desastre econòmic. Segons ells, com a resultat de les polítiques no únicament temeràries, sinó demencials, l'economia alemanya s'ensorraria completament, i el nacionalsocialisme, al seu torn, quedaria desacreditat i desapareixeria.

Més civilitzat i molt més d'acord amb un pensament econòmic deliberat i solvent va ser el cas de Suècia. En aquest país, durant dues generacions, un grup alerta d'economistes havia anat desenvolupant un examen crític de les idees econòmiques en la seva relació amb els assumptes públics. I més enllà d'aquesta reflexió, recorrent a l'ensenyament i a la publicació dels seus escrits, van aconseguir que els seus conceptes i orientacions es convertissin en polítiques i en mètodes pràctics de l'administració pública. La figura fundadora de la primera generació fou Knut Wicksell (1851-1926), un estudiós de la tradició clàssica i utilitarista, però alhora de mentalitat fortament independent i original. Entre altres coses, va ser criticat per la seva pionera defensa en favor del control de la natalitat, el 1908, havent expressat en una conferència certes opinions poc reverents sobre la Immaculada Concepció. Les opinions de Wicksell assentaren els precedents de molts debats posteriors en la matèria, per exemple, anticipant-se a Chamberlin i a Robinson, va sostenir que el monopoli i la competència eren els extrems oposats d'un espectre en el qual s'alineaven moltes formes diferents d'organització del mercat. Aquesta i altres actituds irrespectuoses cap a les doctrines de l'ortodòxia el van mantenir durant tota la seva vida en conflicte amb Gustav Cassel (1866-1944), pilar del pensament econòmic conservador a Suècia i, en certa mesura, a tot Eu-

ropa. Cassel va ser defensor acèrrim del sistema clàssic, del patró or i d'una limitació, d'abast mínim, de la intervenció del govern en l'economia. Recordem que el patró or preconitzava que les reserves monetàries d'un país havien de respondre a la quantitat d'or emmagatzemada pel seu govern. A les files de l'oposició a Cassel es va distingir tota una segona generació d'economistes notables per la seva mentalitat independent, com Gunnar Myrdal (1899), Bertil G. Ohlin (1899-1979), Erik Lindahl (1891-1960), Erik F. Lundberg (1907) i Dag Hammarskjöld (1905-1961), després secretari general de Nacions Unides. Bons coneixedors de la teoria clàssica i conscients de les seves limitacions, es van enfrontar directament als problemes pràctics de l'economia, la societat i la política de Suècia. A mesura que s'aprofundia la depressió, van començar a dedicar especial interès a les conseqüències d'aquesta, com, per exemple, la deflació dels preus, la disminució de la producció, la desocupació i el desastre agrícola. En les dimensions relativament petites de la comunitat sueca, els economistes es trobaven en estreta comunicació, inclusivament quotidianament, amb els dirigents polítics i els funcionaris públics, quan no exercien ells mateixos aquestes funcions. D'aquesta associació va sorgir un ampli projecte encaminat a alleujar les penúries i a millorar el funcionament general de l'economia. En aquest projecte estava comprès el que per les pautes de l'època era un sistema de seguretat social ben desenvolupat i, a més, preus de suport per a l'agricultura. Finalment, com a complement i correctiu del capitalisme i de l'empresa competitiva, es va preveure un sistema molt estructurat de cooperatives agràries i de consum.

Però, en aquest tema, el que més ens interessa és la utilització deliberada del pressupost de l'estat per a donar suport a la demanda i l'ocupació. La depressió va conduir els economistes d'Estocolm a abandonar l'esperança que el banc central, reduint els tipus d'interès, pogués induir un augment efectiu de la inversió, la despesa corresponent i la demanda. Per contra, van afirmar que si bé en èpoques normals el pressupost estatal havia de mantenir-se equilibrat, en temps de depressió, al revés, convenia desequilibrar-lo deliberadament, de manera que l'excedent de les despeses sobre els ingressos contribuís a sostenir la demanda i l'ocupació. Tot això es deia i es feia a Estocolm en la dècada de 1930, molt abans que Keynes. A mitjans del decenni, les notícies relatives a les novetats del pensament suec van anar penetrant lentament a Gran Bretanya i als Estats Units. Al cap d'un temps, Suècia fou presentada com la Via Intermèdia a un món pertorbat per la idea que el socialisme i el comunisme eren les úniques alternatives al capitalisme rigorosament ortodox, per això es destacaven el seu sistema de benestar social,

ja llavors ben desenvolupat, les seves cooperatives agràries i de consum, la seva tolerància general de la modificació i esmena del rigor clàssic, i la seva utilització del pressupost de l'Estat per a respaldar la demanda. Però, com ha destacat Ben B. Seligman, la barrera lingüística ha impedit durant molt temps la difusió d'aquest model. I d'altra banda, no es concebia que les grans idees econòmiques s'originessin en països petits.

També els Estats Units van tenir precursors de Keynes. En el decenni de 1920, William Trufant Foster (1879-1950) i Waddill Catchings (1879-1967), el primer d'ells economista amb reputació d'excèntric, i el segon un *Wunderkind* (nen prodigi) de les grans promocions (i desastres) dels *trusts* (monopolis) d'inversions en els anys immediatament anteriors i posteriors a la crisi de 1929, van publicar una sèrie de llibres en els quals s'exhortava enèrgicament a reclamar la intervenció de l'Estat per a donar suport i reforçar la demanda. Els objectius de les seves crítiques eren la llei de Say i les creences econòmiques en què aquesta es recolzava. Les idees de Foster i de Catchings no mancaven per complet d'atractiu per a l'opinió pública, així és com en els primers anys de la Depressió van tenir una audiència considerable entre els profans, i se les va comentar extensament. Però entre els economistes més tradicionals van servir principalment com a exemple d'un error popular i superficial, i van ser citats una i altra vegada com a exponents de la tendència a aquest error.

Finalment, va servir de precedent a Keynes l'aplicació summament pràctica als Estats Units d'un element que hauria de constituir la seva prescripció més important, a saber, que l'Estat ha de recórrer al deute públic per finançar part de la seva despesa amb la finalitat de sostenir la demanda i l'ocupació. Durant la major part del decenni de 1930, el govern federal nord-americà va mantenir en el seu pressupost un dèficit considerable. A partir de 1933, aquest va anar augmentant arran de les despeses en auxili social directe, obres públiques i altres mesures públiques per a promoure l'ocupació, particularment per mitjà de l'Administració Federal d'Auxili d'Urgència, l'Administració d'Obres Públiques i l'Administració d'Obres d'Execució. Fins el 1936, havent transcorregut tres anys del *New Deal*, i en el que podria anomenar-se l'any de Keynes, només es finançaven amb les rendes federals el 59% de les despeses, és a dir, poc més de la meitat. El dèficit equivalia al 4,2% del Producte Nacional Brut d'aquell any. És a dir, que les aleshores considerades difícils circumstàncies de l'època —aquella força inexorable de l'economia— havien imposat ja el que Keynes vindria a proposar. I per això, en opinió de molts, sense excloure el president Franklin D. Roosevelt, l'economia keyne-

siana seria considerada, durant molt temps, una racionalització refinada del que havia resultat políticament inevitable.

Entre les primeres iniciatives tendents a promoure la política keynesiana hi va haver intents enèrgics del propi Keynes per a exercir la persuasió. En una notable “*Carta oberta al President*”, publicada al New York Times el 31 de desembre de 1933, durant el primer any del *New Deal*, va fer saber al nou govern que li semblava indispensable dedicar “una atenció predominant en el més alt grau a l’increment de la capacitat de compra nacional resultant de les despeses públiques, finançat mitjançant emprèstits”, i, l’any següent, va celebrar una entrevista amb Roosevelt, sense molt èxit, per a insistir en la seva recomanació. Però cap d’aquestes temptatives inicials rivalitzen en importància amb la publicació el 1936 de *The General Theory of Employment Interest and Money (La Teoria General)*, esdeveniment en la història de l’economia política comparable en importància amb l’aparició de *La riquesa de les nacions*, el 1776, i amb la primera edició de *El capital*, el 1867. La Teoria General va clavar, com Keynes li havia proposat, un cop mortal a les conclusions clàssiques relatives a la demanda, la producció i l’ocupació, i la política fundada en les mateixes. Com es dedueix del que s’ha dit, *La Teoria General* va ser acceptada, en gran mesura, a conseqüència de la Gran Depressió i de la incapacitat de l’economia clàssica per bregar amb un succés tan universalment desestabilitzador. Però aquesta acceptació també va ser deguda en gran part a la seguretat de la que Keynes feia gala en matèria d’argumentació i anàlisi econòmica, en la confiada originalitat de la seva expressió i de la seva actitud, i en la qualitat dels seus textos.

La guerra i la postguerra de 1914-1918 reportarien fama a Keynes i, amb ella, la seguretat característica que d’ara endavant assumiria la seva paraula davant l’opinió pública, atorgant-li una influència cada vegada major i finalment irresistible. Durant aquests anys va ser funcionari del Tresor, on va adquirir notable reputació per la competència i enginy que va desplegar per a l’administració dels ingressos britànics en les operacions de canvi de divises estrangeres, els procedents dels emprèstits i els reportats pels títols estrangers adquirits i venuts a l’exterior. També es va distingir per la seva habilitat en l’oportuna distribució dels ingressos entre les importacions i despeses necessàries a ultramar, i per l’orientació i ajuda que va prestar als seus col·legues francesos i russos en aquestes mateixes activitats. En finalitzar la guerra, Keynes era tan conegut per la seva capacitat en política econòmica i en administració, que va ser escollit per a integrar la delegació de Gran Bretanya a la *Conferència de París* el 1919, en un càrrec de

particular interès i distinció. El comportament futur d'aquest jove especialista que va tenir accés, durant la *Conferència de París*, a una companyia tan impressionant com la del polític lliberal britànic David Lloyd George, el polític francès Georges Clemenceau i el vint-i-vuitè President dels Estats Units Woodrow Wilson, i a la no menys impressionant tasca d'assegurar la pau mundial, semblava fàcil de predir. Keynes va partir de París el juny de 1919 animat per un profund menyspreu per les actuacions de la Conferència que ofegaven econòmicament Alemanya. Va tornar a Anglaterra per a escriure *The Economic Consequences of the Peace*. Aquest llibre es va publicar a Anglaterra aquell mateix any i va ser traduït a molts idiomes i continua sent fins ara el més important document econòmic sobre la Primera Guerra Mundial i la postguerra. És també, com s'ha dit sovint, una de les diatribes més eloqüents que mai s'hagin escrit. Descriu l'ambient de la Conferència com venjatiu, miop i profundament renyit amb la realitat. Però van ser les clàusules de reparacions les que van suscitar particularment la condemnaió professional de Keynes. Alemanya, al seu entendre, no podria pagar les sumes fixades amb els ingressos obtinguts de les exportacions, així mateix, els seus esforços en aquesta direcció i la dislocació resultant del comerç i les finances serien desastrosos no només per l'enemic derrotat, sinó també per a tot Europa. D'aquesta conclusió, més aviat que de cap altra font, provindria la convicció, prevalent en els decennis de 1920 i 1930, que les condicions de la pau havien estat, en realitat, com les imposades el seu dia a Cartago pels romans. En conseqüència, Alemanya ja no apareixia davant els ulls del món com un agressor castigat, sinó com una víctima. Aquest va ser el llegat de Keynes. I hi va haver conseqüències de llarg abast. Després de la Segona Guerra Mundial, la iniciativa d'imposar reparacions a Alemanya i Japó, sota la forma de transferències monetàries, va ser uniformement rebutjada; l'error estigmatitzat per Keynes no s'hauria de repetir. A canvi d'elles, aquesta vegada, seria més sensat exigir reparacions en espècie, particularment en forma de plantes industrials i béns d'equip. Malauradament, aquestes, excepte per la circumstància de no poder portar fàcilment a la pràctica, van resultar encara bastant més pertorbadores i cruels que les altres. Els treballadors i les comunitats senceres van haver de presenciar el desmantellament i la despulla de les fàbriques i màquines que constituïen el seu mitjà de vida. De moment, si més no, s'havia evaporat tota esperança en el futur. En síntesi, aquesta sí que era una pau com la imposada a Cartago, les conseqüències només van ser limitades pels problemes pràctics que representava el trasllat i utilització de les plantes industrials.

Durant el decenni de 1920 i principis de 1930, Keynes va escriure prodigiosament, es va interessar en les arts, va ser president del *New Statesman and Nation*, va formar part de l'important òrgan oficial del denominat Comitè d'Investigació de les Finances i la Indústria, va exercir la presidència d'una empresa d'assegurances, va ser director de beques i subsidis del *King's College*, a Cambridge, i va especular.

El 1925, en plantejar-se la qüestió del patró or, i l'amenaça que arribaria a convertir-se, com ell aviat ho va advertir, en una temporada tempestuosa, va sostenir una brillant polèmica amb el llavors ministre d'hisenda (*Chancellor of the Exchequer*) Winston Churchill. Es tractava del retorn de la lliura, després del deteriorament de la guerra, al seu antic valor en metall de 123,7 grams d'or fi, i a la seva paritat anterior de 4,87 dòlars nord-americans per una lliura esterlina. Aquesta era una mesura reclamada per la solemne saviesa financera i la tradició a Gran Bretanya, però succeïa al mateix temps que amb una lliura esterlina cara, els preus de l'exportació dels productes britànics, i en particular del carbó, venien a situar-se en un 10% per sobre del preu del mercat mundial. Des del punt de vista dels seus efectes sobre les exportacions i importacions, es creava la situació inversa de la política de comprar or i reduir el preu d'aquest metall adoptada per Roosevelt vuit anys després, i va ser la contrapartida per l'alt valor del dòlar a mitjans dels anys vuitanta. Per tal de poder afrontar la competència, el govern havia de reduir els preus de les mercaderies britàniques, i com a condició per a això, també els costos i, en especial, els salaris. Gradual i penosament, després d'una llarga i molt ingrata vaga dels miners del carbó, i de la gran Vaga General de 1926, es van abaixar els salaris. En síntesi, el retorn de Gran Bretanya al patró or, l'any 1925, encara es recorda com a una de les decisions més evidentment equivocades en la llarga i impressionant història de l'error econòmic.

Keynes va ser implacable en la seva oposició a la decisió de Churchill, i particularment en les crítiques que li va dirigir, però el ministre, per la seva banda, com després es va saber, tenia també els seus seriosos dubtes quant a l'encert d'aquesta mesura. Keynes va preguntar llavors:

“Per què ha adoptat Churchill una mesura tan ximple? Perquè no té judici instintiu que li impedeixi cometre errors (semblants) [...], perquè està ensordit pel clam dels financers convencionals, i [...] perquè els seus experts l'han aconsellat molt malament.”

L'assaig en el qual figurava aquest atac es va titular *Conseqüències econòmiques del senyor Churchill*.

Finalment, el 1930, Keynes va publicar la seva obra en dos volums *Treatise on Money*. Hi figurava una fascinant història de la moneda, amb la notable observació que l'or devia la seva distinció a un atractiu freudià, i un càlcul segons el qual tot l'or acumulat en el món des dels temps més remots fins ara podia aleshores (com seguirà passant sens dubte ara) transportar-se a través de l'Atlàntic en un sol vaixell.

També apareixien idees que presagiaven *La Teoria General*:

“Podria suposar-se, i s’ha suposat sovint, que la suma total de les inversions és necessàriament igual a la suma total dels estalvis. Però si es reflexiona, es comprovarà que això no és cert.”

En aquest enunciat, en termes moderats, figura una tesi que posteriorment seria exposada en tot el seu significat: no pot tenir la seguretat que tota la renda ha de refluïr necessàriament sota la forma de demanda de mercaderies i de serveis, com ho prescriu la llei de Say. Una part d’aquests recursos ha de perdre’s en forma d’estalvis no utilitzats o no invertits.

En canvi, pel que fa a altres qüestions, Keynes arribava a conclusions que després hauria de rebatre en *La Teoria General*. En un principi, no s’ocupava dels factors que causen els canvis en el nivell de producció i en el consegüent volum d’ocupació en l’economia en el seu conjunt, omisió que, d’altra banda, va reconèixer posteriorment. Keynes fou un lúcid mestre de la prosa anglesa, fèrtil en recursos idiomàtics, el mateix que Smith, Bentham, Malthus, els dos Mill, Marshall i Veblen. Tanmateix, *The General Theory of Employment Interest and Money* és una obra reconeguda pels experts com a complexa, mal estructurada i de vegades fosca, com ho va reconèixer el mateix Keynes, qui va observar així mateix que el públic en general “encara que sigui admès en el debat, només ho és en qualitat d’oient”, tractant-se el text d’un esforç tècnic necessari per persuadir els seus col·legues, els economistes. I són molt poques les persones alienes a la professió de l’economia política que han arribat a acceptar mai la invitació de Keynes a escoltar.

I no obstant això, les idees centrals del llibre, com ja s’ha dit, no presenten, relativament, moltes dificultats. El problema decisiu de l’economia no és el de determinar com s’estableix el preu de les mercaderies. Tampoc ho és la manera de distribuir els ingressos resultants. La qüestió important és esbrinar com es determinen els nivells de producció i d’ocupació. Sovint, quan augmenten la producció, l’ocupació i la renda, va disminuint el consum obtingut dels augments addicionals de l’ingrés, és a dir —en termes de la formulació històrica de Keynes—, decreix la propensió marginal al consum.

És a dir, que els estalvis augmenten. No hi ha cap seguretat que, com creien els economistes clàssics, amb el descens dels tipus d'interès els estalvis hagin de ser invertits; és a dir, gastats. Poden en efecte romandre sense gastar, per una varietat de raons de precaució que responen a la necessitat o al desig de l'individu, o de l'empresa, de comptar amb liquiditat. Si els ingressos s'estalvien i no es gasten, tindrà lloc una reducció de la demanda total de béns i serveis (demanda agregada o efectiva), i amb això, dels productes i de l'ocupació. I la reducció de la demanda agregada continuarà fins que es redueixin els estalvis al nivell apropiat. Aquest descens de béns i de serveis pot produir com a reacció una propensió marginal al consum creixent de la classe treballadora. El menor volum d'estalvi és llavors absorbit per una despesa en inversió, i el descens de la demanda agregada és més lent.

El mateix que en la concepció clàssica del problema, l'estalvi i la inversió han de ser iguals. La diferència és que ja no s'igualen necessàriament, ni tan sols normalment, en els nivells corresponents a la plena ocupació. Per igualar els estalvis a les inversions, i per assegurar que els primers siguin gastats, pot ser necessari reduir els ingressos i forçar una reducció de la despesa. De manera que la situació d'equilibri en l'economia no assegura la plena ocupació obligatòriament, sinó que pot assumir diferents graus de desocupació, fins i tot en proporcions severes. Com ja hem vist més amunt, a aquest fenomen se li ha donat el nom d'*equilibri amb subocupació*.

Hi va haver, a més, una altra nota discordant en la corda keynesiana. Des del punt de vista de l'economia clàssica, una situació d'atur, deixant a part els treballadors que estaven momentàniament desocupats per trobar-se canviant d'ocupació o perquè les seves qualificacions no quadraven amb les necessitats dels llocs disponibles, es devia al fet que els salaris eren massa elevats o massa rígids. En aquest cas, era evident que els causants eren els sindicats amb les seves exigències. Els beneficis addicionals d'afegir nous treballadors, l'ingrés marginal obtingut en incrementar la força de treball, no arribaven, senzillament, per poder pagar els salaris pretesos. En aquest cas, l'economia clàssica preconitzava la reducció dels salaris, superant totes les resistències a aquesta mesura, i els treballadors desocupats tornarien així a trobar feina. En opinió de Keynes —i això té una importància decisiva—, tal hipòtesi ja no responia en absolut a la realitat, ja que el que podia passar en el cas d'un empresari particular no tenia perquè passar en el conjunt dels patrons. Això és el que els economistes, i altres autors que al·ludeixen a la tendència de procedir del simple al complex, com, per exemple, de les finances de la llar a les de l'Estat, diuen la fal·làcia de composició. Si els empresaris

en general reduïen els salaris en una situació d'atur, el flux de la capacitat adquisitiva —és a dir, la demanda efectiva agregada— disminuiria *pari passu* amb la reducció dels salaris. I en aquest cas, la contracció de la demanda efectiva incrementaria la desocupació. Per tant, ja no es podria atribuir la desocupació a les elevades remuneracions ni als sindicats. Herbert Hoover (president republicà, del 1929 al 1933) i Franklin D. Roosevelt (president demòcrata, del 1933 al 1945), el segon mitjançant la NRA, havien coincidit almenys en aquest principi d'orientació: tots dos s'havien oposat a la reducció dels salaris. En canvi, els economistes, fidels a la seva fe clàssica, havien criticat els dos presidents. Va ser Keynes qui els va reivindicar.

Amb el diagnòstic va arribar la cura. Els governs ja no podien esperar el remei de forces autocorrectives, doncs l'equilibri amb subocupació podia ser estable i persistent. Ja no calia esperar que la desocupació reduís els salaris, ja que això, per contra, podia conduir a un equilibri amb un nivell inferior de producció i d'ocupació. No podia comptar-se amb què la reducció dels tipus d'interès provoqués l'augment de la inversió i de les despeses d'inversió, ja que hi havia la possibilitat contrària que només anessin a reforçar la preferència per la liquiditat. En veritat, per quina raó hauria de renunciar-se als diversos avantatges de posseir diners en efectiu a canvi d'un benefici purament simbòlic? I, a més a més, era també força evident en l'escenari econòmic del moment que fins i tot les rebaixes més sorprenents dels tipus d'interès que es produïen resultaven insuficients per estimular la inversió, donat el gran excés de la capacitat productiva i l'absència d'un benefici acceptable. En definitiva, aleshores quedava un recurs, i només un; a saber, la intervenció de l'Estat per a elevar el nivell de les despeses d'inversió: l'emissió de deute públic i l'augment de la despesa pública. El dèficit deliberat. En aquells moments, només en aquesta forma podria destruir-se l'equilibri amb subocupació: gastant, en forma voluntària i intencionada, els estalvis no utilitzats del sector privat. Venia així a confirmar-se terminantment l'encert del que ja venia fent-se sota la pressió de les circumstàncies.

En particular, hi va haver una característica de la Revolució keynesiana que gairebé no va arribar a esmentar-se. En impressionar-se tant en la magnitud dels canvis introduïts, els economistes no es van aturar a reflexionar sobre el molt que romania invariable. Això motivà que, des d'aleshores, es confiés a l'Estat la missió de dirigir el funcionament general de l'economia. Encara que hi hagués desacords sobre les mesures que havien d'aplicar-se, no n'hi va haver pel que fa a la responsabilitat del govern o, si més no, dels bancs centrals. S'havia dissipat la creença en la possibilitat de la plena ocu-

pació amb el manteniment de preus estables, que només va persistir en les ments d'alguns excèntrics. Però l'ensenyament i els debats sobre com podrien assegurar-se la plena ocupació i l'estabilitat dels preus s'integrarien d'ara endavant en una branca especial, per separat dins de l'economia, que rebria el nom de *macroeconomia* (economia dels estats). Però en canvi, Keynes no va arribar a abordar en absolut el que s'anomenaria després *microeconomia* (economia de les llars).

Per a la microeconomia, el mercat, les firmes comercials i els empresaris seguien igual. I també el monopoli, la competència, la competència imperfecta i la teoria de la distribució. De manera que, per resumir, en aquest sector el sistema clàssic quedava, en termes generals, intacte. Aquest sistema funcionava dins d'un flux de demanda regulat, i en aquest àmbit, la major part de la vida econòmica gairebé no havia canviat en absolut. La distribució del poder entre les corporacions, els sindicats, els treballadors a títol individual, i els consumidors subsistia dins de la seva concepció clàssica. Respecte a totes aquestes qüestions, l'Estat no tenia per què intervenir més del que havia intervingut en èpoques anteriors.

Keynes es va proposar conjurar l'angoixa de la depressió i de l'atur, alliberant d'ell el capitalisme. Així, va eliminar l'únic aspecte que el capitalisme no podia explicar i que, segons Marx, no podia superar. Des d'aquest punt de vista, però, la Revolució keynesiana va ser limitada i, també, intensament conservadora. El 1935, el primer dia de l'any, en resposta a una carta de George Bernard Shaw en què aquest posava sobre la taula un judici formulat per Marx, Keynes va replicar:

“Però per entendre el meu estat d'ànim, heu de saber que crec estar escrivint un llibre sobre teoria econòmica que en gran part revolucionarà (no de seguida, m'imagino, sinó en els propers deu anys) el pensament mundial sobre els problemes econòmics.”

Aquesta previsió no era del tot infundada. Per descomptat que sobrevindria un canvi. Però en contrast amb el que Marx havia preconitzat i previst, la proesa de Keynes es xifra en haver deixat tantes coses com abans. Durant les dues dècades següents, sobretot als Estats Units, el nom de Keynes arribaria a adquirir una assenyalada connotació de radicalisme. Entre els homes de negocis i en el món bancari arribaria a considerar-se els keynesians tan enemics de l'ordre establert com els mateixos marxistes i, fins i tot, com un perill més concret i imminent a curt termini. Vet aquí una altra gran constant de la vida econòmica, segons Galbraith: quan es tracta de triar entre el

desastre definitiu i les reformes conservadores que podrien evitar-lo, el més freqüent és que s'opti pel primer.

1.8 L'escola d'economia de Chicago

L'*escola d'economia de Chicago* és una escola neoclàssica de pensament econòmic partidària del lliure mercat, encara que dins d'un règim monetari estricte, definit pel govern. Es va originar, en la dècada de 1950, en els departaments d'economia i en l'escola de negocis *Booth School of Business* de la Universitat de Chicago. Històricament va ser liderada per George Stigler (Premi Nobel d'Economia, el 1982) i Milton Friedman (Premi Nobel d'Economia, el 1976). Dins de l'economia de mercat, el pensament econòmic d'aquesta escola es troba en contradicció amb les teories de la síntesi clàssica-keynesiana. En la seva metodologia, els estudis solen basar-se més en l'ús de l'estadística que en el de la teoria.

La teoria macroeconòmica de l'escola de Chicago va rebutjar el keynesianisme a favor del *monetarisme* fins a mitjans de la dècada de 1970, en què experimentà un retorn cap a la macroeconomia clàssica, basada en gran mesura en les anomenades *expectatives racionals*.

El monetarisme considera que la quantitat de diner és un factor determinant de la demanda agregada. Són partidaris del control estricte de la inflació, de la desregulació de l'activitat econòmica i de la reducció de la pressió fiscal a les empreses, a fi que aquestes siguin més competitives. Són partidaris de la supressió del salari mínim, estan a favor de la liberalització dels acomiadaments i d'una reducció dels costos de la seguretat social. Creuen que les crisis estan motivades per una reducció de l'oferta monetària, en lloc de la disminució de la demanda efectiva. En general són partidaris d'una disminució del paper de l'Estat en l'economia i de la liberalització del crèdit i dels tipus de manera que permeti una progressiva regulació automàtica de la massa monetària.

L'escola està caracteritzada per tractar una àmplia gamma de temes, entre els quals es troben les regulacions del matrimoni civil, l'esclavitud o aspectes demogràfics. A partir de 1957 i en el decurs de més de 30 anys, Friedman es concentrà en l'anàlisi del diner i produí resultats destacables en àmbits com l'anàlisi teòric dels impostos, la teoria dels preus o la teoria del capital humà.

El 1976 Milton Friedman guanyà el Premi Nobel d'Economia per la seva

aportació a la *Teoria Monetària* i, a partir de llavors, l'escola de Chicago començà a tenir renom per les aportacions dels seus economistes.

Actualment, no tots els economistes del Departament d'Economia comparteixen les idees de l'escola de Chicago; de fet, menys de la meitat dels professors de la institució es consideren partidaris d'ella.

Les teories de l'escola de Chicago estan darrere de moltes de les polítiques del *Banc Mundial* i del *Fons Monetari Internacional*, institucions que es caracteritzen pel seu suport a l'anomenat *Consens de Washington*. A partir dels anys 1980, a banda d'aquestes institucions internacionals, molts països també van començar a tenir en compte la teoria econòmica del monetarisme, sent la dècada dels 1990 el període de major expansió de les teories de l'escola en bona part del món.

L'escola de Chicago, juntament amb la Universitat de Chicago, la *Booth School of Business* (amb la qual comparteix nombrosos professors), és també famosa per tenir els següents Premis Nobel d'economia entre els seus professors:

- 1976 - Milton Friedman
- 1979 - Theodore Schultz
- 1982 - George J. Stigler
- 1990 - Merton H. Miller
- 1991 - Ronald Coase
- 1992 - Gary Becker
- 1993 - Robert Fogel
- 1995 - Robert Lucas
- 2000 - James Heckman
- 2007 - Roger B. Myerson

Adicionalment, molts Premis Nobel d'Economia han passat pel Departament d'Economia com a estudiants, professors, o investigadors, com ara:

- 1970 - Paul Samuelson - Graduat (1935)

- 1972 - Kenneth Arrow - Investigador Associat (1947-1948)
- 1974 - Friedrich Hayek - Professor (1950-1964)
- 1975 - Tjalling Koopmans - Professor Assoc., Professor (1944-1955)
- 1978 - Herbert Simon - Graduat, Doctor, Investigador (1936-1938)
- 1980 - Lawrence Klein - Investigador (1942-1943)
- 1983 - Gerard Debreu - Investigador Associat (1950-1955)
- 1986 - James M. Buchanan - Doctor (1948)
- 1989 - Trygve Haavelmo - Invest. Asso., Prof. visitant (1957-1958)
- 1990 - Harry Markowitz - Graduat, Màster, Doctor (1955)
- 1997 - Myron Scholes - Màster, Doctor (1970)
- 1999 - Robert Mundell - Professor (1966-1971)
- 2000 - Daniel McFadden - Professor Visitant (1966-1967)
- 2004 - Edward C. Prescott - Professor Visitant, Professor (1998-1999)

En aquest punt, però, potser seria convenient esmentar que el Premi Nobel d'Economia, de fet, no existeix. El que s'atorga des de l'any 1969 és el "Premi del Banc Central de Suècia en les Ciències Econòmiques en memòria d'Alfred Nobel". El Comitè dels Premis Nobel de la Fundació Nobel no intervé ni en les nominacions ni en el finançament d'aquest premi instaurat pels i per als economistes.

1.8.1 George Joseph Stigler

George Joseph Stigler (17 gener 1911—1 desembre 1991) va ser un economista nord-americà. Va guanyar el Premi Nobel de Ciències Econòmiques el 1982 i va ser un líder clau de l'Escola d'Economia de Chicago, al costat del seu gran amic Milton Friedman. A Chicago, va ser influenciat en gran mesura per Frank Knight, el seu supervisor de tesi. Jacob Viner i Henry Simons també van influir en ell i, entre els seus alumnes, s'hi troben W. Allen Wallis i Milton Friedman.

Stigler és conegut pel desenvolupament de la teoria econòmica de la regulació. Són de gran interès les seves aportacions a l'estudi de la regulació pública de l'activitat econòmica. De la seva anàlisi va extreure la conclusió que responia menys als preceptes de la política econòmica tradicional que a les pressions de grups organitzats. També sobresurten els seus treballs sobre el funcionament dels mercats no competitius i sobre la determinació de les mides eficients de les empreses de cada indústria.

També va dur a terme una investigació àmplia en la història del pensament econòmic.

La contribució de Stigler més important a l'economia va ser difosa en un històric article titulat "*L'economia de la informació*", pioner en el tractament matemàtic de la informació com a factor econòmic. D'acord amb Friedman, Stigler "va crear essencialment una nova àrea d'estudi per als economistes". En aquest article, Stigler va posar èmfasi per escrit en la importància de la informació:

“Un no hauria d’haver de dir als acadèmics que la informació és un recurs valuós: coneixement és poder i, això no obstant, ocupa un tuguri en barris marginals de la ciutat de l’economia.”

1.8.2 Milton Friedman

Milton Friedman (31 juliol 1912—16 novembre 2006) va ser un economista nord-americà, estadístic i escriptor, que va ensenyar a la Universitat de Chicago durant més de tres dècades. Va ser guardonat amb el Premi Nobel de Ciències Econòmiques i és conegut per les seves investigacions sobre l'anàlisi del consum, història i teoria monetària, i la complexitat de la política d'estabilització. Com a líder de l'escola d'economia de Chicago, va influir en establir les directrius de la recerca en la professió econòmica. Una enquesta d'economistes qualificats com Friedman, l'economista segon més popular del segle XX, darrere de John Maynard Keynes, i *The Economist* el va descriure com "l'economista més influent de la segona meitat del segle XX i, possiblement, de tot".

La teoria de Friedman tractà d'ingènua algunes formulacions de la teoria keynesiana i es va iniciar amb una reinterpretació 1950 de la funció de consum. Friedman es va convertir en el principal opositor de les polítiques activistes keynesianes del govern.

A la fi dels 1960 va descriure el seu propi enfocament (juntament amb totes les de l'economia dominant) per mitjà del llenguatge i eines keynesianes, però rebutjà les seves “conclusions inicials”. Durant la dècada de 1960 va impulsar una política macroeconòmica alternativa coneguda com “monetarisme”. Va teoritzar que existia una taxa “natural” de desocupació, i va argumentar que els governs podrien augmentar l'ocupació per sobre d'aquest tipus, per exemple, en augmentar la demanda agregada, amb el risc de causar que la inflació s'acceleri. Va argumentar que la corba de Phillips no és estable i va predir el que vindria a ser conegut com *estanflació*; és a dir, els períodes en què coexisteixen una alta taxa de desocupació amb un procés inflacionari i un estancament de l'activitat econòmica. Encara que es va oposar a l'existència de la *Reserva Federal*, Friedman va argumentar que, atès que hi era, un increment petit en el proveïment de diners, per part d'aquesta, era l'única política intel·ligent.

Friedman va ser assessor econòmic de Ronald Reagan, President republicà dels EUA. La seva filosofia política va ser enlairar les virtuts d'un sistema econòmic de mercat lliure amb intervenció estatal mínima. En una ocasió va dir que el seu paper en l'eliminació del servei militar obligatori als EUA era el seu major orgull. El seu suport a l'elecció d'escola el portà a fundar la *Fundació Friedman per a l'Opció Educativa*. En el seu llibre *Capitalisme i Llibertat* 1962, Friedman va advocar per polítiques com les d'un servei militar voluntari, tipus de canvi de flotació lliure, l'abolició de les llicències mèdiques, un impost sobre la renda negatiu, i els vals educatius. Les seves idees sobre la política monetària, fiscal, la privatització i la desregulació van influir en les polítiques governamentals, especialment durant la dècada de 1980. La seva teoria monetària ha influït en la resposta de la Reserva Federal a la crisi financera global del 2007-2012.

Obres de Milton Friedman inclouen moltes monografies, llibres, articles acadèmics, articles, columnes de revistes, programes de televisió, vídeos i conferències, i abasten una àmplia gamma de temes de la microeconomia, macroeconomia, història econòmica i qüestions de política pública. Els seus llibres i assajos van ser molt llegits i han tingut una influència internacional, fins i tot en els antics estats estalinistes.

1.9 Repercussions de l'especulació en borsa

La crisi financera iniciada al 2007 està sent especialment dura i llarga en el nostre país. La crisi va ser iniciada pels excessos de la banca nord-americana en els mercats de derivats i per les ja conegudes “hipoteques subprime”, les quals desencadenaren posteriorment en una crisi de deute europeu. Ha estat un gran terrabastall que molt pocs podien preveure i que ha posat en entredit l'estat del benestar que coneixíem. Alguns economistes, i el propi govern en el seu dia, preveieren una crisi manejable i de curta durada. La realitat ha estat molt diferent a les previsions esmentades a l'inici de la crisi, quan eren pocs els qui deien que la crisi es prolongaria durant un període ampli. Molts són els ciutadans que es pregunten quan en sortirem i què s'ha de fer davant d'aquesta situació que ara comença a calar i a canviar la mentalitat de la gent. En efecte, una situació d'incertesa com l'actual i unes perspectives gens encoratjadores provoquen un desànim col·lectiu dels ciutadans.

La crisi iniciarà el seu sisè any a mitjans del 2013. Durant tot aquest sexenni, s'ha intentat sortir del pas amb mesures puntuals, encaminades únicament a sostenir l'estat del benestar tal com el coneixíem però sense arribar a solucionar-ne els problemes. Però, a les portes de saber la quantia exacta del rescat europeu i dels venciments de deute que ens depararà el futur, hi ha un missatge clar: l'estat del benestar fins ara vigent ha d'evolucionar i s'han de fer una sèrie de reformes que impulsin la productivitat i les bones pràctiques. Al mateix temps, cada vegada són més nombroses les veus que clamen que cal fer una revisió en profunditat del sistema retributiu de les rendes més altes i aturar la sagnia que representa la fugida de capital local cap a paradisos fiscals. A Espanya, la dècada precedent a la crisi va ser una etapa expansiva amb creixements forts basats en la construcció i una gran flexibilitat del crèdit, que provocaren distorsionaments forts en els preus de les vivendes i unes ràtios d'ingressos/endeutament, tan públic com privat, difícils de gestionar. Entre 1996 i 2007, la construcció va tenir un creixement del 5% anual que representa, ni més ni menys, que la construcció total de més de 5.700.000 vivendes, quasi el 30% del total de vivendes a Espanya. Aquest gran esclat de la construcció porta a preguntar-se a molts ciutadans si realment calia aquesta renovació tan espectacular d'un parc de vivendes que, d'altra banda, es manté inaccessible per a la majoria dels ciutadans.

En els gràfics (1.1) i (1.2) es pot observar el fort increment de la despesa i de l'endeutament públics. Gran part d'aquest augment esdevé pels increments poblacionals i pels augments del nivell de preus.

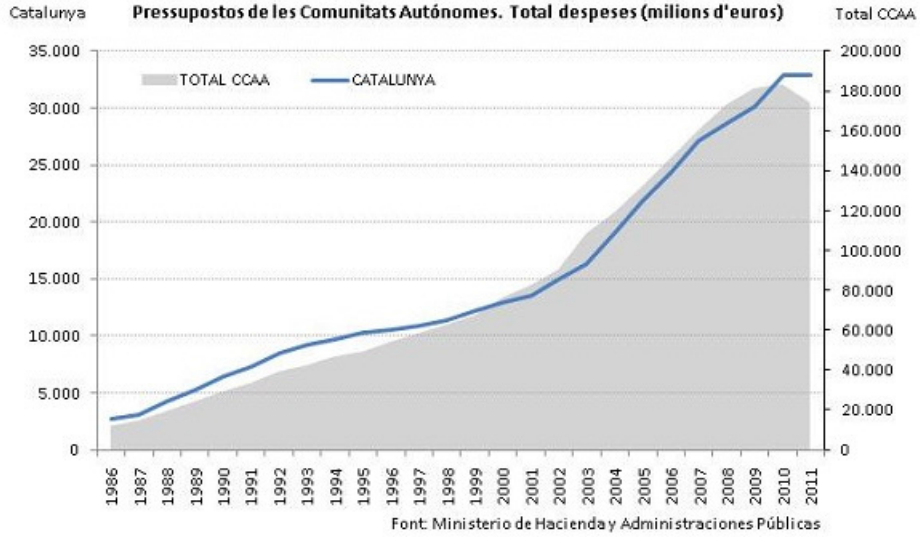


Figura 1.1: Pressupostos CA

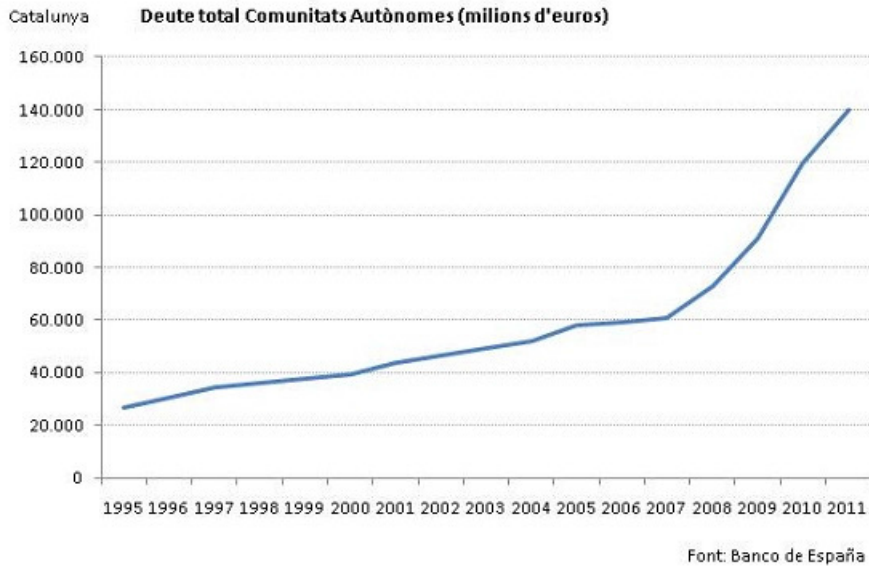


Figura 1.2: Deute total de Catalunya

En relació al gràfic de la despesa, s'observa que la despesa creix de forma exponencial. No obstant, si analitzem aquesta magnitud per càpita, s'identifica un creixement del 820% en el cas català i d'un 1020% en el cas espanyol. En xifres absolutes, la despesa pública per càpita anual a Catalunya ha passat de 420 euros, el 1986, fins a 4.361 euros, el 2011.

Les crisis poden anar bé per a racionalitzar la despesa de moltes coses de les quals ara ens preguntem si calen. El problema esdevé quan ens trobem en situacions recessives com les actuals, on els ajustos que es proposen i s'adopten esdevenen socialment injustos i, per tant, són difícils d'aplicar.

Entre les preguntes que es fa el contribuent alhora de pagar impostos, trobem, per exemple:

- Cal que Espanya tingui més de 70 aeroports?
- Cal construir línies d'AVE poc rentables?
- Cal ser un dels primers països del món amb més cotxes oficials?
- Cal tenir més polítics que bombers, policies i metges junts?

Països rics i pobres han experimentat correlacions directes durant qualsevol crisi important. Després que la borsa estavellés el 1929, els països poderosos deixaren a la resta del món en una dècada de llarga depressió. El 2007 portà la pitjor crisi des d'aquell esdeveniment: la recessió global. La recessió mundial va provocar una caiguda universal de la borsa de valors, el col·lapse de grans institucions financeres, i el rescat dels bancs pels governs nacionals. No obstant això, aquesta vegada, la caiguda de les grans potències del segle 21 no ha arrossegat la resta del món juntament amb elles. Els *mercats emergents* han estat capaços d'establir una economia estable, tot i els patrons anteriors, i gràcies, principalment, a la deslocalització de les empreses del primer món.

Mentre intentaven solucionar els desastres de la zona euro i ajudar l'economia col·lapsada del món, una gran majoria de països poderosos ha reconegut la influència creixent dels mercats emergents. Serà un canvi significatiu en les regles del joc el que afecti el poder d'aquestes economies hegemòniques? L'economia futura del món sol ser impredecible i volàtil però amb la creixent població de la Xina i la creixent taxa d'atur dels Estats Units, les prediccions de la futura pèrdua de poder dels Estats Units són cada vegada més presents.

En economia, BRIC (generalment traduït com “els BRIC” o “els països BRIC”) és un acrònim que fa referència al ràpid creixement de les economies

en desenvolupament com Brasil, Rússia, Índia i la Xina. L'acrònim va ser encunyat i utilitzat destacadament per Goldman Sachs el 2001 com a símbol del canvi en el poder econòmic mundial a través del seu desenvolupament econòmic avançat. Aquestes economies emergents han assolit un 7,1% de taxa de creixement, superant notablement les dels països hegemònics. Segons les dades publicades el 2009 per l'agència nordamericana d'informació econòmica Bloomberg, els països del BRIC van sostenir els 4 millors mercats de valors rendibles, en dòlars, enmig dels 20 majors del món. Entre aquests mercats BRIC, la Xina ha experimentat un dels creixements més ràpids i evidents convertint-se en el tercer mercat en el món.

Xina ha anat augmentant lentament la seva influència sobre les economies de molts països del primer món, convertint-se en una destinació important per a la producció de deslocalització. Als Estats Units, per exemple, l'externalització de llocs de treball a l'estranger ha estat un dels factors clau en el seu manteniment d'una alta taxa d'atur, del 8,2 % a partir de juny de 2012, amb una disminució de menys del 2% en els últims tres anys. A Espanya, en el mes d'octubre de 2012, la taxa d'atur arribà a la xifra rècord del 25,8%.

En l'actualitat, els Estats Units està lluitant per aconseguir un 2,7% de taxa de creixement. Malgrat aquests dilemes, els Estats Units segueixen incrementant les seves despeses, que és, econòmicament parlant, el seu pitjor vici. La seva despesa incessant, fins i tot després de l'arribada de la recessió, ha acumulat 3,1 bilions de dòlars en els últims 4 anys, agregant el seu deute públic rècord de 15,7 bilions de dòlars. (Prenem 1 bilió = 10^{12} .) D'altra banda, la complaença dels Estats Units no només ha ajudat a equilibrar el cisma entre els països emergents i els mercats desenvolupats, sinó que també ha ajudat el comerç i la producció en països com la Xina i la Índia. A Espanya, l'any 2011, va acumular un deute públic de 0,736 bilions d'euros, que representa un 69,30% del seu PIB.

La Unió Europea ha estat una altra gran super potència que s'ha vist molt afectada per la recessió global. Era la major potència comercial del món, amb un 40% del comerç mundial i un GDP (*Gross domestic product* o l'equivalent al nostre PIB) igual al dels Estats Units. No obstant això, la UE ha patit després de l'any 2007 descensos forts en les exportacions mundials, depreciacions de canvi de divises respecte del dòlar EUA, i situacions creixents d'immigració i de desocupació.

La reacció ha estat molt diferent entre l'enfocament de les superpotències i la dels mercats més petits. Els mercats emergents han mantingut un cert avantatge respecte de la crisi del 2007; amb base a la seva experiència prèvia

amb les recessions, varen implementar mesures estrictes i polítiques monetàries i fiscals més conservadores. Així, a partir del 2007, aquests mercats han establert una base estable de l'estructura financera conformista que els mercats del primer món no han fet. Mentrestant, la Xina segueix mantenint una escala massiva de la producció a un valor baix, aplica control de preus i manté devaluada la seva moneda, amb un valor més baix que el que correspon a la seva economia.

Dominarà la Xina aviat els Estats Units d'Amèrica? Mentre que el FMI (Fons Monetari Internacional) respon amb un ressonant sí, encara hi ha algunes qualitats respectables nord-americanes a considerar, com ara el nivell elevat d'oportunitats que ofereixen els Estats Units enfront de Xina, la internacionalització del seu idioma i el respecte pels drets humans. A més, la tecnologia asiàtica està retrocedint i el 13,4% de la població xinesa, 128 milions de ciutadans, encara viuen profundament sota el llindar de la pobresa. En contrast, la forta classe mitjana nord-americana domina el cisma entre les classes altes i baixes, encara que el 8,2% de la taxa d'atur ha deixat 12,7 milions de nord-americans sense feina. En les relacions internacionals també es vinculen aquestes dues nacions: els Estats Units són actualment el primer client de la Xina en el comerç, mentre que la Xina posseeix una de les majors participacions en bons del govern nord-americà.

Les prediccions per la pèrdua de poder dels Estats Units són cada vegada més evidents a mesura que els mercats emergents són capaços de controlar més l'economia mundial, i les relacions amb les superpotències monopolistes són cada vegada més tenses des de la crisi econòmica. En un món que consta de 196 països on els 20 primers tenen el 93% del poder de mercat, és lògic que l'equilibri a poc a poc comenci a canviar el seu curs i els mercats emergents comencin a guanyar poder. El mercat no ha eradicat les superpotències, sinó que ha incorporat un major nombre de participants en l'economia global.

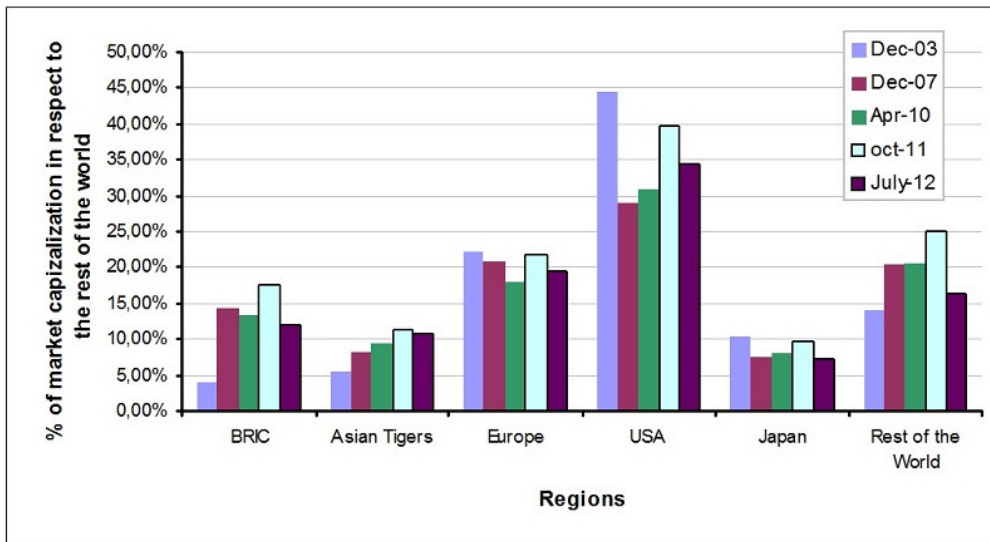


Figura 1.3: Evolució del pes relatiu dels mercats en l'economia mundial

Períodes	Autors	Teories
Antiguitat grega	Aristòtil Xenofont Plató	L'agricultura com a font econòmica bàsica <i>Ciropèdia</i> : divisió del treball <i>Tractat sobre les rendes</i> <i>La República</i>
Època romana	—	Economia agrària Institució de la propietat privada Cristianisme
Edat mitjana	—	Hegemonia de la classe feudal
Mercantilisme (s. XV–s. XVIII)	—	Increment del comerç local i del global Primers bancs i monopolis Aparició de l'Estat modern
Il·lustració (s. XVII–s. XIX)	Voltarie, Condorcet Diderot, Rousseau	Agricultura com a font de tota riquesa
Fisiocràcia (s. XVIII)	Quesnay, Turgot, Nemours	<i>Droit naturel, produit net</i> Conservar la superioritat social i privilegis dels propietaris rurals <i>Laissez faire, laissez passer</i> <i>Sur les travaux des Artisans</i> <i>Tableau Économique</i>
Economia clàssica (s. XVIII)	Adam Smith	<i>An Inquiry into the Nature and Courses of the Wealth of Nations</i> , 1776 (<i>La riquesa de les nacions</i>) <i>The theory of Moral Sentiments</i> : valor d'ús i valor de canvi Teoria del valor-treball
Revolució industrial (s. XVIII–s. XIX)	Jean -Baptiste Say Thomas R. Malthus David Ricardo	<i>Traité d'Économie Politique</i> La llei de Say: equilibri econòmic <i>An Essay on the Principle of Population</i> <i>Principles of Political Economy</i> Llei del creixement demogràfic Llei de bronze dels salaris
Marxisme (s. XIX)	Friedrich Engels Karl Marx	<i>Manifest comunista</i> <i>El Capital</i> Defensor de la teoria de la productivitat marginal

s. XX (1929–1939)	La Gran Depressió	S'originà als Estats Units, 1929 L'especulació en Borsa, amb diners prestats, fou la font d'una fortuna ràpida Caiguda de la renda nacional, ingressos fiscals, beneficis i preus, comerç internacional Augment de la desocupació <i>New Deal</i> (1932–1938), F. D. Roosevelt
1939–1945	Segona Guerra Mundial	Reconstrucció dels Estats
s. XIX–s. XX	L'estat del benestar O. von Bismarck Lloyd George A. C. Pigou J. R. Commons	Neix a Alemanya amb Otto v. Bismarck Sorgí als EUA com a resposta a la Gran Depressió <i>The Economics of welfare</i> Redistribució de la renda Pla Wisconsin Llei de la Seguretat Social
Keynesianisme (s. XX)	J. M. Keynes	<i>Carta oberta al president</i> <i>The General Theory of Employment</i> <i>Interest and Money</i> <i>The Economic Consequences of the Peace</i> <i>Treatise on Money</i>
Economia neoclàssica (s. XX)	Escola d'economia de Chicago G. J. Stigler M. Friedman	S'originà a Booth School of Business de la Universitat de Chicago Monetarisme Espectatives racionals Líder de l'Escola de Chicago Desenvolupà la teoria econòmica de la regulació Article: <i>L'Economia de la informació</i> Líder de l'Escola de Chicago Estudis sobre l'anàlisi de consum, història i teoria monetària i la complexitat de la política d'estabilització Assessor econòmic de R. Reagan <i>Capitalisme i Llibertat</i>
s. XXI (2007–)	La crisi bancària del 2010	S'origina als Estats Units, 2007 L'especulació en Borsa com a font de bombolles Caiguda de la renda nacional, ingressos fiscals, beneficis i preus, comerç internacional i de la classe mitjana Augment de la desocupació

Taula 1.1: Resum de la història del pensament econòmic

Capítol 2

Conceptes matemàtics en microeconomia

Una *operació financera* és un servei que consisteix en la cessió temporal de liquiditat dinerària a canvi del pagament d'un preu. La *valoració d'operacions financeres* efectua l'anàlisi de les operacions de finançament que es pacten en el mercat financer. El moment de pagament i la manera de calcular el preu dependrà dels pactes o acords a què arribin els subjectes que duen a terme les operacions de finançament. La formalització matemàtica d'aquests pactes es coneix amb el nom de *règims financers*.

En la primera secció d'aquest capítol estudiarem els règims principals que s'utilitzen en el mercat per a pactar les operacions de finançament, que són:

- (a) Interès simple vençut.
- (b) Descompte comercial.
- (c) Interès compost a tipus constant.
- (d) Interès compost a tipus variable.

Un aspecte important que cal tenir en compte en cada règim és la definició del tipus d'interès o de descompte al qual es pacta l'operació. I, en concret, dins el règim financer d'interès compost serà important diferenciar entre tipus nominal i tipus efectiu d'interès, per a poder interpretar adequadament la informació que ens proporciona el mercat. En la majoria de les operacions financeres el nombre de capitals financers que intervé és elevat. Per a facilitar la valoració d'aquestes operacions és útil disposar d'un instrument que agiliti

els càlculs implicats. L'estudi d'aquest instrument de càlcul serà l'objecte de la segona secció del capítol, dedicada a les rendes financeres.

Una *renda financera* és un conjunt de capitals financers (termes) que presenta periodicitat en els seus diferiments. Valorar una renda financera consisteix a trobar la suma del valor, en un moment determinat del temps, de cadascun dels capitals que defineixen aquesta renda.

En la secció corresponent valorarem, en règim financer d'interès compost, els tipus de rendes financeres següents:

- (a) Constants.
- (b) Variables en progressió geomètrica.
- (c) Variables linealment o en progressió aritmètica.

Les rendes financeres, i en concret les fórmules que ens permeten valorar-les d'una manera ràpida i senzilla, ens facilitaran l'anàlisi d'operacions de finançament en què intervé un conjunt de capitals financers amb diferiments periòdics. Aquest és el cas, per exemple, dels préstecs, que estudiarem a la tercera secció. Les operacions de préstec són una de les modalitats d'operacions de finançament que es pacten en el mercat financer. Diferenciarem entre préstecs d'amortització única de capital, és a dir, préstecs en què el capital prestat es torna de cop al final de l'operació, i préstecs d'amortització periòdica, en què la devolució del capital prestat es fa periòdicament en terminis fixats en l'operació. Dins d'aquest segon grup cal destacar l'estudi del préstec d'amortització periòdica amb termes amortitzatius constants, denominat també préstec francès, que és el més habitual en el mercat financer.

Per a analitzar cada modalitat de préstec seguirem l'esquema següent:

- (a) Formalitzarem les condicions inicials de cada préstec, que es dedueixen dels pactes establerts entre els subjectes que hi intervenen.
- (b) Obtindrem les magnituds fonamentals de l'estructura amortitzativa del préstec.
- (c) Plantejarem les equacions que ens permetran calcular la rendibilitat per al prestador i el cost de l'operació per al prestatari, com també la TAE (taxa anual equivalent) de l'operació.
- (d) Calcularem el valor financer, o preu teòric de mercat, de cada préstec utilitzant el tipus d'interès de mercat vigent a partir del moment de la valoració.

- (e) En els préstecs d'amortització periòdica també analitzarem els efectes de la introducció de períodes de carència, és a dir, períodes en què no s'amortitza capital.

En l'última secció analitzarem unes operacions de préstec especials, que són els *emprèstits o operacions d'emissió de títols o de valors*. De vegades, la quantia per la qual s'ha d'endeutar una empresa és tan elevada que difícilment trobarà una entitat financera disposada a concedir-li un préstec a causa del risc de crèdit o impagament que estaria assumint. En aquest cas, l'empresa en comptes de sol·licitar un préstec pot fer una emissió de títols. Cada títol representa un préstec i d'aquesta manera s'aconsegueix repartir el risc entre un conjunt de prestadors. Estudiarem dues de les modalitats d'emprèstits més habituals que fan servir les empreses privades i l'estat per a obtenir finançament. La primera modalitat són els emprèstits formats per títols emesos al descompte, que es caracteritzen perquè l'obligacionista (posseïdor d'un títol) no cobra res fins que arriba el venciment del títol. La segona modalitat són els emprèstits formats per bons o obligacions amortitzables en el venciment i amb pagament periòdic de cupó. Els títols pertanyents a aquesta segona modalitat es caracteritzen perquè el títol s'amortitza mitjançant un sol pagament al final de l'operació però l'obligacionista cobra periòdicament els interessos generats pel nominal del títol. En el mercat financer hi ha altres tipus d'emprèstits a més de les dues modalitats anteriors però els conceptes estudiats en aquesta secció i la metodologia seguida també es poden aplicar a aquests altres tipus d'emprèstits.

Les principals referències consultades en aquest capítol han estat [17] i [4].

2.1 Règims financers

Per a poder analitzar les operacions financeres de finançament que es pacten en el mercat financer cal definir en primer lloc el que s'entén per operació financera i, concretament, el que s'entén per operació financera de finançament, i també quins són els elements que la defineixen. Mitjançant les operacions financeres de finançament es presta un servei, que consisteix en la cessió temporal de liquiditat dinerària, servei que s'ha de pagar. Per exemple, en una operació de préstec, qui rep l'import del préstec, a més d'estar obligat a restituir l'import, ha de pagar un preu, ja que li han avançat una quantitat de diners determinada i n'ha pogut disposar durant un cert

espai de temps. En general, ens interessarà saber quan es paga el preu i com es determina aquest preu en les operacions de finançament. El moment de pagament i la manera de calcular el preu dependrà dels pactes o acords a què arribin els subjectes que participen en les operacions de finançament. La formalització matemàtica d'aquests pactes es coneix amb el nom de *règims financers*. En aquesta primera secció estudiarem els règims financers principals que s'utilitzen en el mercat per a pactar les operacions de finançament, que són: interès simple vençut, descompte comercial, interès compost a tipus constant i interès compost a tipus variable.

Insistirem especialment en l'estudi dels tipus d'interès, diferenciant entre tipus nominals i tipus efectius, i també en el càlcul dels tipus efectius d'interès compost equivalents, que com veurem són uns tipus d'interès que, aplicats a una mateixa operació, permeten obtenir el mateix resultat.

2.1.1 Operacions de finançament

2.1.1.1 Operació financera de finançament

Una *operació financera* és tot intercanvi, entre subjectes econòmics, de disponibilitats monetàries en moments de temps diferents; és a dir, els subjectes que intervenen en l'operació s'intercanvien diferents quantitats de diners en moments diferents. Dins de les operacions financeres, centrarem el nostre estudi en les operacions financeres de finançament, com dipòsits bancaris, operacions de préstec, descompte d'efectes comercials, etc.

Una *operació financera de finançament* és una operació financera en què el *subjecte actiu*, o finançador, proporciona al *subjecte passiu*, o finançat, la liquiditat dinerària temporal que el subjecte passiu necessita per a dur a terme el seu projecte econòmic de consum o d'inversió. En una operació financera de finançament, el subjecte actiu o finançador no participa en el projecte econòmic del subjecte passiu o finançat, sinó que es limita a prestar un servei: subministrar liquiditat temporalment. A canvi d'aquest servei, el finançador exigeix al finançat que li torni la quantia prestada i que pagui un preu, que es denomina interès.

L'*interès* és un preu, el preu d'un servei, i per tant és positiu, i es determina en el mercat dels diners.

Les operacions de finançament tenen lloc en el mercat financer i el seu preu es determina com a conseqüència de les lleis d'equilibri que regeixen en aquest mercat.

Tota operació financera de finançament consta de tres elements:

1. *Element personal*: qui fa l'operació?
2. *Element material*: què és el que s'intercanvia en l'operació?
3. *Element convencional*: en quin context es fa l'operació?

1. Element personal

Tal com hem dit, en tota operació de finançament intervenen dos subjectes: el subjecte actiu i el subjecte passiu. El subjecte actiu o finançador és el que disposa d'una certa quantitat de diners i decideix cedir-la, durant un cert termini, a canvi de rebre un preu. Mentre que el subjecte passiu és el que necessita liquiditat per a dur a terme el seu projecte econòmic.

Així, per exemple, en un dipòsit bancari el subjecte actiu és la persona que fa el dipòsit, mentre que el subjecte passiu és l'entitat bancària en què es fa el dipòsit. En una operació de préstec, el subjecte actiu és l'entitat bancària que concedeix el préstec, i el subjecte passiu és qui sol·licita el préstec.

2. Element material

En tota operació financera de finançament hi ha un intercanvi de disponibilitats monetàries en moments de temps diferents. Els elements que s'intercanvien entre els subjectes són els denominats capitals financers.

Tot capital financer està format per dos components:

- (i) *Quantia*, que simbolitzem per C , que és l'import de la disponibilitat monetària expressat en unitats monetàries. S'ha de satisfer que $C > 0$.
- (ii) *Diferiment*, que simbolitzem per T , indica el temps que ha de transcórrer des de l'origen de l'operació perquè la quantia estigui disponible. Està expressat en anys i $T \geq 0$, ja que el termini durant el qual el subjecte actiu cedeix diners al subjecte passiu sempre és positiu.

Un capital financer se simbolitza mitjançant un parell ordenat el primer component del qual és la quantia, C , i el segon component és el diferiment, T . Tots dos components són positius, encara que el diferiment pot ser igual a zero quan coincideix amb l'origen de l'operació o amb el moment en què es fa l'anàlisi:

$$(C, T), \text{ amb } C > 0 \text{ i } T \geq 0.$$

Els capitals financers que s'intercanvien entre el subjecte actiu i el subjecte passiu d'una operació de finançament es denominen *prestacions* i *contraprestacions*:

- (i) *Prestacions*: capital o conjunt de capitals financers cedits pel subjecte actiu al subjecte passiu.
- (ii) *Contraprestacions*: capital o conjunt de capitals financers cedits pel subjecte passiu al subjecte actiu.

En una operació de préstec, per exemple, el que és més habitual és que la prestació sigui única, un únic capital en l'origen de l'operació, que és la quantia que deixa l'entitat bancària, mentre que la contraprestació sol estar formada per un conjunt de capitals financers, ja que el més freqüent és que el subjecte passiu pagui al final de cada període una certa quantia, que es destina a pagar els interessos generats en el període i a tornar una part de la quantia prestada.

3. Equivalència de capitals

Com ja hem dit, les operacions de finançament tenen lloc en el mercat financer i estan regides per les seves lleis d'equilibri, de manera que és el mercat el que proporciona les bases per a establir l'equivalència, l'intercanvi de capitals financers entre els subjectes de l'operació.

Definició Es diu que dos capitals financers són *equivalents*, i se simbolitza per

$$(C, T) \sim (C', T'),$$

quan sigui possible fer una operació financera de finançament en què el subjecte actiu cedeixi una quantia C en el diferiment T a canvi de rebre una quantia C' en el diferiment T' . Si el diferiment T' és posterior al diferiment T , ($T' > T$), la quantia C' que rebrà el subjecte actiu estarà formada per la devolució de la quantia inicial, C , més el pagament del preu. De manera que en tota equivalència financera hi ha un preu definit, al qual s'ha pactat en l'operació. Per tant, es verifica que si $T' > T$ aleshores és $C' > C$.

2.1.1.2 Règims financers: definició i classificació

El mercat se serveix de maneres pròpies per a definir els seus equilibris, per a pactar les operacions, que es coneixen com a règims financers.

Un *règim financer* és l'expressió formal del conjunt de pactes o acords que regeixen una operació de finançament en el mercat dels diners. Aquests pactes fan referència al preu, a la quantia sobre la qual es calcula el preu i al moment en què es paga aquest preu.

El règim financer formalitza matemàticament els acords entre els subjectes d'una operació de finançament sobre el moment en què s'ha de pagar i de quina manera s'ha de calcular el preu de l'operació.

Els règims financers es poden classificar segons criteris diferents. Nosaltres els classificarem en:

1. *Règims financers simples.*
2. *Règims financers compostos.*

La diferència principal entre aquests règims és que en els règims financers simples el preu es calcula i es paga una vegada en el termini, mentre que en els règims compostos, encara que el preu també es paga una vegada en el termini, es calcula periòdicament.

1. Règims financers simples

Els *règims financers simples* es caracteritzen perquè fan servir expressions matemàtiques molt senzilles, però que presenten algunes limitacions que cal tenir en compte en l'aplicació pràctica. Se solen aplicar en operacions a curt termini, és a dir, amb termini inferior o igual a 1 any. En aquest grup estudiarem:

- (i) *Règim financer d'interès simple vençut.* Aquest règim coincideix formalment amb el règim financer de descompte matemàtic o racional; per això, només farem referència a l'interès simple vençut.
- (ii) *Règim financer de descompte comercial.* Aquest règim coincideix formalment amb el règim financer d'interès simple anticipat; per aquest motiu només farem referència al descompte comercial.

En el mercat, les operacions a curt termini se solen pactar en règim financer d'interès simple vençut i en règim financer de descompte comercial: aquesta denominació és la més comuna per a identificar-los. Així, per exemple, la rendibilitat que donen les lletres del tresor per a terminis inferiors a l'any natural es calcula en interès simple vençut, i els efectes comercials, amb venciment inferior a l'any, se solen descomptar aplicant descompte comercial.

2. Règims financers compostos

Els *règims financers compostos* són els més utilitzats i es poden aplicar a la pràctica sense cap tipus de limitació temporal. Se solen utilitzar en operacions de termini superior a l'any. En aquest grup estudiarem:

- (i) *Règim financer d'interès compost a tipus constant.*
- (ii) *Règim financer d'interès compost a tipus variable.*

Per a estudiar els règims financers considerarem una operació de finançament elemental, és a dir, amb prestació i contraprestació úniques, que està representada per l'equivalència financera següent:

$$(C, T) \sim (C', T'), \text{ amb } T' > T,$$

on C és la quantia inicial, C' és la quantia final i $t = T' - T > 0$ és el termini de l'operació, expressat en anys.

2.1.2 Règim financer d'interès simple vençut

Si una operació de finançament es pacta en règim financer d'interès simple vençut, els pactes que s'estableixen entre els subjectes són els següents:

- (a) El preu o interès total es paga al final de l'operació conjuntament amb la devolució de la quantia inicial.
- (b) El preu o interès total és proporcional a la quantia inicial i al termini de l'operació, i es calcula basant-se en una constant de proporcionalitat, i , que és el tipus nominal d'interès.

Siguin

C quantia inicial,

C' quantia final,

Y interès total,

i tipus nominal d'interès simple (tipus anual), en tant per 1,

$t = T' - T > 0$ termini de l'operació, expressat en anys.

Tenint en compte els dos pactes anteriors resulta:

$$\begin{aligned} Y &= Cit, \\ C' &= C + Y = C + Cit, \end{aligned}$$

i, per tant,

$$C' = C(1 + it). \quad (2.1.1)$$

El tipus nominal d'interès és un tipus anual, de manera que el termini de l'operació s'ha d'expressar en anys.

A partir de l'expressió (2.1.1), que caracteritza el règim financer d'interès simple vençut, es dedueix que

$$\begin{aligned} C &= C'(1 + it)^{-1}, \\ i &= \frac{C' - C}{Ct}, \quad t = \frac{C' - C}{Ci}. \end{aligned}$$

2.1.3 Règim financer de descompte comercial

Si una operació es pacta en règim financer de descompte comercial, els pactes que s'estableixen entre els subjectes són:

- (a) El preu o descompte total es paga a l'inici de l'operació.
- (b) El preu o descompte total és proporcional a la quantia final, que en aquest règim es denomina nominal, i al termini de l'operació, i es calcula basant-se en una constant de proporcionalitat, d , que és el tipus nominal de descompte.

Siguin

C quantia inicial o líquid o valor descomptat,

C' quantia final o nominal,

D descompte total,

d tipus nominal de descompte (tipus anual), en tant per 1,

$t = T' - T > 0$ termini de l'operació, expressat en anys.

Tenint en compte els dos pactes anteriors resulta que

$$\begin{aligned} D &= C' dt, \\ C &= C' - D = C' - C' dt, \end{aligned}$$

i, per tant,

$$C = C'(1 - dt). \quad (2.1.2)$$

El tipus nominal de descompte és un tipus anual, de manera que el termini de l'operació s'ha d'expressar en anys. Si analitzem l'expressió (2.1.2) que caracteritza aquest règim, per a poder assegurar la positivitat de les quanties C i C' s'ha de satisfer que:

$$1 - dt > 0,$$

o bé, el que és el mateix,

$$dt < 1 \Rightarrow t < \frac{1}{d}.$$

Per tant, el règim financer de descompte comercial només es podrà aplicar en les operacions el termini de les quals satisfaci la condició següent:

$$t < \frac{1}{d}.$$

En la pràctica, aquesta restricció temporal no sol ser significativa a causa dels tipus de descompte comercial vigents. Així, per exemple, si el tipus de descompte comercial aplicat és un 2% anual, aquest tipus de descompte es podrà aplicar en operacions amb un termini comprès entre:

$$0 \leq t < \frac{1}{0,02} = 50 \text{ anys}$$

i com que els règims pràctics se solen aplicar en operacions a curt termini, aquesta restricció temporal no té importància en la pràctica.

A partir de l'expressió (2.1.2) que caracteritza el règim financer de descompte comercial, es dedueix que:

$$\begin{aligned} C' &= C(1 - dt)^{-1}, \\ d &= \frac{C' - C}{C't}, \quad t = \frac{C' - C}{C'd}. \end{aligned}$$

2.1.3.1 Tipus d'interès simple vençut i de descompte comercial equivalents

Donada l'equivalència entre dos capitals financers:

$$(C, T) \sim (C', T') \text{ amb } T' > T,$$

si l'operació es pacta en règim financer d'interès simple vençut resulta que

$$C' = C(1 + it).$$

De la mateixa manera, si aquesta mateixa operació es pacta en règim financer de descompte comercial resulta que

$$C = C'(1 - dt),$$

o bé, el que és el mateix,

$$C' = C(1 - dt)^{-1}.$$

Com que es tracta de la mateixa equivalència financera, la quantia final, la quantia inicial i el termini de l'operació són els mateixos, per tant s'han de verificar simultàniament les dues equacions:

$$\begin{cases} C' = C(1 + it) \\ C' = C(1 - dt)^{-1} \end{cases}$$

i per a això s'ha de satisfer que:

$$1 + it = (1 - dt)^{-1},$$

en què, si aïllem el tipus nominal d'interès simple vençut resulta que

$$i = \frac{d}{1 - dt}, \quad (2.1.3)$$

o bé, si aïllem el tipus nominal de descompte comercial, obtenim que

$$d = \frac{i}{1 + it}. \quad (2.1.4)$$

Els tipus i i d s'anomenen *tipus equivalents* i se simbolitzen amb $i \sim d$.

Aquesta equivalència implica que el resultat d'aplicar a una mateixa operació un règim financer d'interès simple a un tipus i és exactament el mateix que s'obté en aplicar un règim financer de descompte comercial al tipus d , si és equivalent al tipus d'interès simple vençut aplicat.

Si ens fixem en les expressions que hem obtingut per a trobar els tipus d'interès (2.1.3) i de descompte (2.1.4) equivalents, cal destacar la dependència dels tipus equivalents del termini de l'operació. El tipus d'interès simple vençut, i , equivalent al tipus de descompte comercial, d , no solament depèn del tipus de descompte comercial donat sinó que també depèn del termini de l'operació. De manera que, per a un tipus de descompte comercial donat, el valor numèric del tipus d'interès simple vençut equivalent és diferent segons quin sigui el termini de l'operació. Passa el mateix amb el tipus de descompte comercial equivalent.

2.1.4 Règim financer d'interès a tipus constant

Si una operació de finançament es pacta en règim financer d'interès compost a tipus constant, els pactes que s'estableixen entre els subjectes de l'operació són els següents:

- (a) El preu o interès total es paga al final de l'operació conjuntament amb la devolució de la quantia inicial.
- (b) El termini total de l'operació es divideix en períodes de capitalització i el preu es calcula periòdicament aplicant en cada període una constant de proporcionalitat, i , que és el tipus nominal d'interès, a la quantia acumulada a l'inici del període considerat i a l'extensió del període.

El primer pacte coincideix amb el del règim financer d'interès simple vençut. El que diferencia un règim i un altre és la manera de calcular el preu. A diferència del règim d'interès simple vençut, que calcula el preu una vegada en el termini sobre la quantia inicial i sobre el termini de l'operació, en el règim d'interès compost els interessos es generen en cada període i s'acumulen al capital, i així generen més interessos en els períodes següents i es produeix la denominada *capitalització dels interessos*.

Siguin

C quantia inicial,

C_r quantia acumulada al final del període r , amb $r = 1, \dots, n$, essent
 $C_n = C'$,

i tipus nominal d'interès, que és un tipus anual, en tant per 1,

$t = T' - T > 0$ termini de l'operació, expressat en anys,

p període de capitalització, expressat en anys,

m freqüència de capitalització, que és el nombre de períodes de capitalització en 1 any. Se satisfà que $m = \frac{1}{p}$,

n nombre de períodes de capitalització en què es divideix el termini de l'operació. Se satisfà que $n = \frac{t}{p} = mt$.

Per a interpretar correctament les magnituds definides anteriorment vegem l'exemple següent:

Suposem una operació pactada en règim financer d'interès compost de 5 anys de termini. La periodicitat amb què es calcularan els interessos podrà ser, per exemple:

Anual $p = 1 \Rightarrow m = 1$ essent $n = mt = 1 \cdot 5 = 5$,

Semestral $p = 1/2 \Rightarrow m = 2$ essent $n = mt = 2 \cdot 5 = 10$,

Trimestral $p = 1/4 \Rightarrow m = 4$ essent $n = mt = 4 \cdot 5 = 20$,

Mensual $p = 1/12 \Rightarrow m = 12$ essent $n = mt = 12 \cdot 5 = 60$.

L'esquema temporal corresponent a aquest règim és el que es pot observar en la figura (2.1).

Si analitzem l'evolució de la quantia acumulada, període a període, podrem obtenir l'expressió característica d'aquest règim aplicant els pactes establerts entre els subjectes abans descrits. Vegeu la taula (2.1).

La relació entre la quantia final i la quantia inicial que es dedueix de l'aplicació dels pactes del règim financer d'interès compost a tipus constant és:

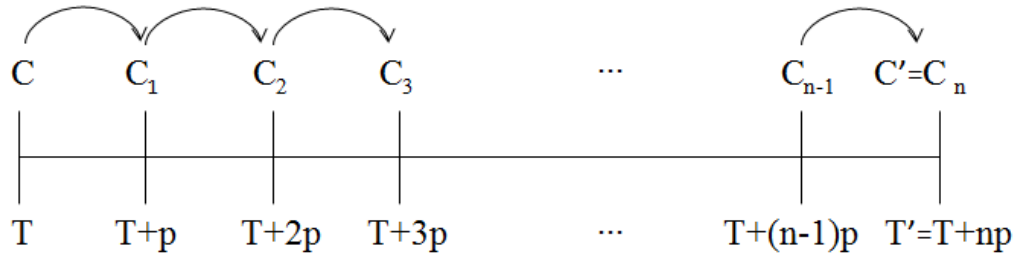


Figura 2.1: Esquema temporal d'interès a tipus constant

$$C' = C(1 + ip)^n,$$

o bé, substituint el nombre de períodes de capitalització en el termini, n , per la seva expressió en funció del termini i del període de capitalització o de la freqüència,

$$C' = C(1 + ip)^{\frac{t}{p}} = C(1 + ip)^{mt},$$

i, per tant, obtenim que

$$C' = C(1 + ip)^{mt}. \quad (2.1.5)$$

A partir d'aquesta expressió (2.1.7), que caracteritza el règim financer d'interès compost a tipus constant, es dedueix:

$$C = C'(1 + ip)^{-mt},$$

$$i = \frac{\left(\frac{C'}{C}\right)^{\frac{1}{mt}} - 1}{p}, \quad t = \frac{\ln\left(\frac{C'}{C}\right)}{m \ln(1 + ip)},$$

2.1.4.1 Tipus d'interès: tipus nominal i tipus efectiu

1. Tipus nominal d'interès

En l'expressió que caracteritza el règim financer d'interès compost (2.1.7), apareix el *tipus nominal d'interès*, i , que és un tipus anual en tant per 1. És un tipus anual encara que la seva freqüència de capitalització pugui ser diferent de l'anual, per això, és important posar de manifest la seva freqüència de capitalització. A partir d'ara simbolitzarem el tipus nominal d'interès amb i_m .

Diferiment	Quantia
T	C
$T + p$	$C_1 = C + Cip = C(1 + ip)$
$T + 2p$	$C_2 = C_1 + C_1ip = C_1(1 + ip) = C(1 + ip)^2$
$T + 3p$	$C_3 = C_2 + C_2ip = C_2(1 + ip) = C(1 + ip)^3$
...	...
$T' = T + np$	$C_n = C_{n-1} + C_{n-1}ip = C_{n-1}(1 + ip) = C(1 + ip)^n$

Taula 2.1: Evolució de la quantia acumulada

Per exemple, i_{12} simbolitza un tipus nominal d'interès capitalitzable mensualment, és a dir, un tipus anual amb freqüència de capitalització mensual. És un tipus anual però els interessos es calcularan dins l'any per mesos. De la mateixa manera, per exemple, i_4 simbolitza un tipus anual d'interès capitalitzable trimestralment. En aquest cas, el tipus també és anual però els interessos es calcularan dins l'any per trimestres.

Si utilitzem i_m per a simbolitzar el tipus nominal d'interès, l'expressió que caracteritza el règim financer d'interès compost es pot escriure així:

$$C' = C(1 + i_m p)^{mt}. \quad (2.1.6)$$

2. Tipus efectiu d'interès

Com ja sabem, hi ha una relació inversa entre la freqüència i el període de capitalització, $p = \frac{1}{m}$, de manera que si l'apliquem en l'expressió que relaciona les quanties (2.1.6) aquesta també es pot escriure així:

$$C' = C \left(1 + \frac{i_m}{m} \right)^{mt}.$$

El quocient entre el tipus nominal d'interès i la seva freqüència de capitalització l'anomenem *tipus efectiu d'interès amb freqüència de capitalització*

m , i se simbolitza amb I_m :

$$I_m = \frac{i_m}{m}.$$

El tipus efectiu d'interès en tant per 1, I_m , es refereix al període de capitalització. És un preu unitari respecte a la quantia inicial de cada període, i total respecte al període de capitalització.

Així, per exemple, si el tipus nominal d'interès és del 3% anual capitalitzable mensualment, el tipus efectiu mensual d'interès serà:

$$i_{12} = 0,03 \Rightarrow I_{12} = \frac{0,03}{12} = 0,0025.$$

El tipus nominal és un tipus anual, però en aquest cas els interessos no es calcularan anualment en el termini, sinó que, com que és un tipus anual capitalitzable mensualment, es calcularan mensualment. Com que en 1 any hi ha 12 mesos, si el tipus anual és del 3%, cada mes s'aplicarà un 0,25%. De manera que el tipus efectiu mensual serà d'un 0,25%.

L'expressió que caracteritza el règim financer d'interès compost segons el tipus efectiu d'interès és:

$$C' = C(1 + I_m)^n = C(1 + I_m)^{mt}. \quad (2.1.7)$$

A continuació, mostrem alguns exemples numèrics, obtinguts a partir del Mathematica, del càlcul de la *taxa efectiva d'interès* corresponent a un tipus d'interès nominal i_m de període $t = 1$ que, per definició, és igual a

$$\frac{C' - C}{C} = -1 + (1 + I_m)^m,$$

fórmula que es dedueix de (2.1.7).

La taxa efectiva corresponent a una taxa nominal del 5% compost 4 vegades per període:

```
In[1]:= EffectiveInterest[.05, 1/4]
Out[1]:= 0.0509453
```

Escala de les taxes nominals a taxes efectives, compost 12 vegades per període:

```
In[1]:= EffectiveInterest[.05, 1/12]
```

```
Out[1]= {0.0511619}
```

Convertir una escala de taxes nominals a taxes efectives compostes 12 vegades per període:

```
In[1]:= EffectiveInterest[{{1, .05}, {2, .065}, {3, .07},
                          {4, .085}}, 1/12]
```

```
Out[1]= {{1, 0.0511619}, {2, 0.0669719}, {3, 0.0722901},
          {4, 0.0883909}}
```

Taxa composta de creixement anual (CAGR) que correspon a una escala de taxes:

```
In[1]:= EffectiveInterest[ {.05, .065, .04, .07, .085}]
```

```
Out[1]= 0.0618842
```

2.1.4.2 Tipus efectius d'interès equivalents

Donada l'equivalència entre dos capitals financers:

$$(C, T) \sim (C', T') \text{ amb } T' > T,$$

si l'operació es pacta en règim financer d'interès compost al tipus efectiu I_m resulta que

$$C' = C(1 + I_m)^{mt}. \quad (2.1.8)$$

De la mateixa manera, si aquesta mateixa operació es pacta en règim financer d'interès compost però al tipus efectiu $I_{m'}$ resulta que, com que es tracta de la mateixa equivalència financera, la quantia final, la quantia inicial i el termini de l'operació són els mateixos, per tant s'han de satisfer simultàniament les dues equacions:

$$\begin{cases} C' = C(1 + I_m)^{mt} \\ C' = C(1 + I_{m'})^{m't} \end{cases}$$

i per això s'ha de satisfer que:

$$(1 + I_m)^{mt} = (1 + I_{m'})^{m't}.$$

Els tipus efectius d'interès I_m i $I_{m'}$ que permeten obtenir la mateixa equivalència financera es denominen *tipus efectius d'interès equivalents* i se simbolitzen de la manera següent:

$$I_m \sim I_{m'}.$$

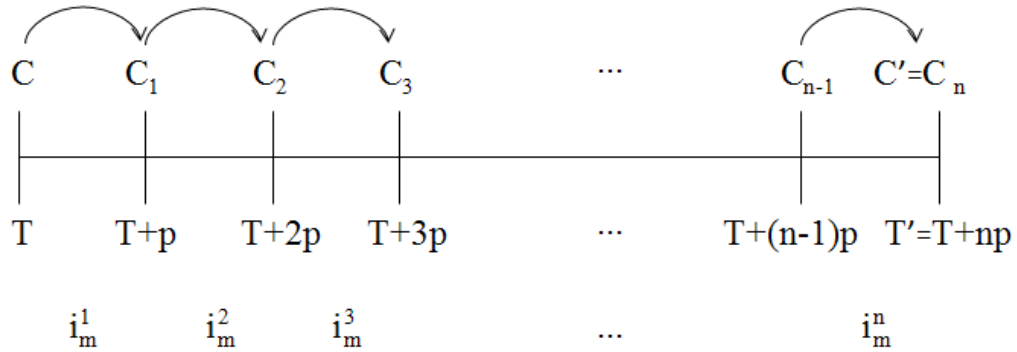


Figura 2.2: Esquema temporal d'interès compost a tipus variable

Un cop conegut el tipus efectiu I_m , l'expressió que ens permetrà determinar el tipus efectiu $I_{m'}$ equivalent és:

$$I_{m'} = (1 + I_m)^{\frac{m}{m'}} - 1.$$

2.1.5 Règim financer d'interès compost a tipus variable

L'única diferència que hi ha entre aquest règim i l'anterior, el règim financer d'interès compost a tipus constant, és que el tipus nominal d'interès que cal aplicar en cada període de capitalització considerat pot ser diferent. Simbolitzarem per i_m^s , amb $s = 1, \dots, n$, el tipus nominal d'interès en tant per 1, de freqüència m , per a cadascun dels períodes de capitalització.

En aquest cas, l'esquema de l'operació es pot observar en la figura (2.2) i l'evolució de la quantia acumulada, període a període, es pot observar en la taula (2.2).

La relació entre la quantia final i la quantia inicial que es dedueix de l'aplicació del règim financer d'interès compost a tipus variable és:

$$C' = C \prod_{s=1}^n (1 + i_m^s p),$$

o bé substituint $p = \frac{1}{m}$ i tenint en compte la relació que hi ha entre el tipus nominal i el tipus efectiu de la mateixa freqüència, $I_m = \frac{i_m}{m}$, resulta que

Diferiment	Quantia
T	C
$T + p$	$C_1 = C + C i_m^1 p = C(1 + i_m^1 p)$
$T + 2p$	$C_2 = C_1 + C_1 i_m^2 p = C_1(1 + i_m^2 p) = C(1 + i_m^1 p)(1 + i_m^2 p)$
$T + 3p$	$C_3 = C_2 + C_2 i_m^3 p = C_2(1 + i_m^3 p) = C(1 + i_m^1 p)(1 + i_m^2 p)(1 + i_m^3 p)$
...	...
$T' = T + np$	$C_n = C_{n-1} + C_{n-1} i_m^n p = C_{n-1}(1 + i_m^n p) = C \prod_{s=1}^n (1 + i_m^s p)$

Taula 2.2: Evolució de la quantia acumulada

$i_m^s p = \frac{i_m^s}{m} = I_m^s$, i l'expressió característica d'aquest règim és:

$$C' = C \prod_{s=1}^n (1 + I_m^s).$$

2.1.6 TAE d'una operació financera de finançament

Considerem una operació financera de finançament definida pels dos conjunts de capitals financers següents:

- (a) Prestacions: $\{(C_r, T_r)\}_{r=1, \dots, n}$.
- (b) Contraprestacions: $\{(C'_s, T'_s)\}_{s=1, \dots, m}$.

La *taxa anual equivalent* (TAE) a la que resulta l'operació de finançament és el tipus efectiu anual d'interès compost, I_1 , que equilibra les prestacions i les contraprestacions:

$$\{(C_r, T_r)\}_{r=1, \dots, n} \underset{I_1}{\sim} \{(C'_s, T'_s)\}_{s=1, \dots, m},$$

independentment del règim financer al qual l'operació s'hagués pactat inicialment.

L'equivalència financera ens indica que el valor de les prestacions i contraprestacions, en un mateix moment, ha de ser igual. Si, per exemple, plantegem l'equivalència en l'origen de l'operació, moment zero, l'equació resultant és:

$$\sum_{r=1}^n C_r(1 + I_1)^{-T_r} = \sum_{s=1}^m C'_s(1 + I_1)^{-T'_s},$$

en què la incògnita és el tipus efectiu anual d'interès compost que equilibra prestacions i contraprestacions, que no és més que la TAE de l'operació.

L'equivalència entre prestacions i contraprestacions es defineix en règim financer d'interès compost, i per a calcular la TAE s'ha d'igualar el valor, en un mateix instant, de les prestacions i de les contraprestacions.

2.2 Rendes financeres

Una *renda financera* és un conjunt de capitals financers que presenta periodicitat en els diferiments. No totes les rendes financeres són iguals i, per això, les classificarem segons criteris diferents que es poden combinar entre ells. Aquests criteris ens serviran per a poder definir les característiques de la renda associada a una operació de finançament determinada. En aquesta secció aprendrem a valorar diferents tipus de rendes financeres:

- (a) Constants.
- (b) Variables en progressió geomètrica.
- (c) Variables linealment o en progressió aritmètica.

Valorar una renda financera consisteix a trobar la suma del valor, en un moment determinat, de cada capital que defineix aquesta renda. Com a hipòtesi de treball se suposa que per a obtenir aquest valor sempre s'aplica règim financer d'interès compost. Això significa que hem de saber quina és l'expressió característica d'aquest règim i també la diferència entre un tipus d'interès nominal i un tipus d'interès efectiu. També cal recordar la relació entre tipus d'interès efectius equivalents. Les rendes financeres, i en concret les fórmules que ens permeten valorar-les d'una manera ràpida i senzilla, ens facilitaran l'anàlisi d'operacions de finançament en què intervé un conjunt de capitals financers amb diferiments periòdics. Aquest és el cas, per exemple, dels préstecs, que veurem en la secció següent.

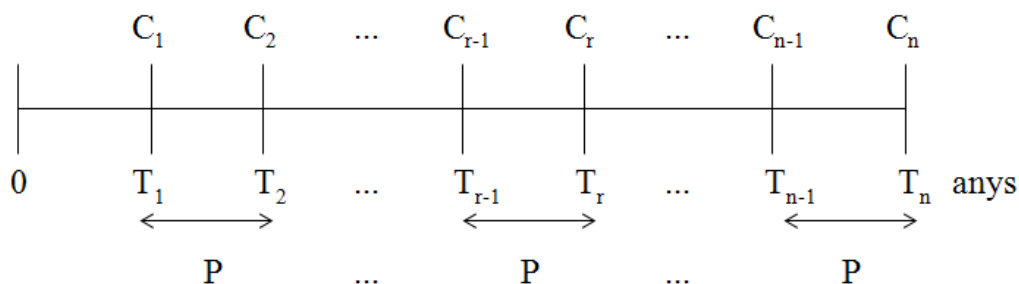


Figura 2.3: Esquema temporal d'una renda financera

2.2.1 Definició i classificació

Una *renda financera* que, com hem dit, és un conjunt de capitals financers (anomenats termes) amb diferiments periòdics, es representa per

$$\{(C_r, T_r)\}_{r=1, \dots, n} \text{ amb } T_r - T_{r-1} = P \text{ i } r = 2, \dots, n,$$

on

C_r és el terme r -èsim de la renda,

T_r és el diferiment, en anys, associat al terme- r -èsim de la renda,

n és el nombre de termes de la renda,

P és el període de la renda i, com a diferiment, està expressat en anys.

La condició perquè un conjunt de capitals constitueixi una renda financera és que la diferència entre dos diferiments consecutius sigui sempre la mateixa:

$$T_r - T_{r-1} = P, \quad r = 2, 3, \dots, n.$$

Aquesta periodicitat permet expressar el diferiment de la manera següent:

$$T_r = T_1 + P(r - 1), \quad r = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Es pot observar en la figura (2.3) l'esquema temporal d'una renda financera, en què zero simbolitza l'origen de l'operació financera o la data d'anàlisi. Les rendes financeres es poden classificar segons criteris diferents.

1. Segons la periodicitat

Segons el període, P , una renda pot ser:

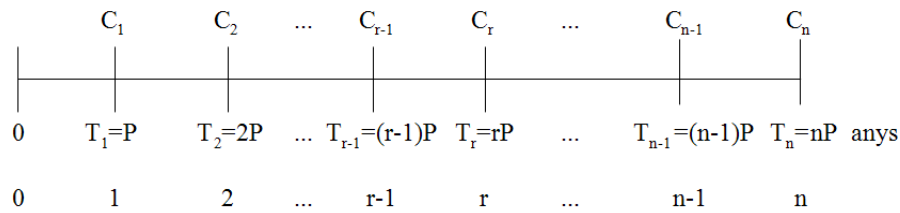


Figura 2.4: Esquema temporal d'una renda financera immediata i vençuda

Anual $P = 1$, freqüència $m = \frac{1}{P} = 1$,

Semestral $P = \frac{1}{2}$, freqüència $m = \frac{1}{P} = 2$,

Trimestral $P = \frac{1}{4}$, freqüència $m = \frac{1}{P} = 4$,

Mensual $P = \frac{1}{12}$, freqüència $m = \frac{1}{P} = 12$.

2. Segons la localització del terme dins del període

Se suposa que cada terme està associat a un període i , segons la localització del terme dins del període, la renda pot ser:

- (i) *Vençuda o postpagable*, si el terme es fa efectiu al final de cada període.
- (ii) *Anticipada o prepagable*, si el terme es fa efectiu a l'inici de cada període.

3. Segons l'origen de la renda respecte a l'origen de l'operació

L'origen de la renda pot coincidir o no amb l'origen de l'operació, de manera que la renda pot ser:

- (i) *Immediata*, si l'origen de la renda i el de l'operació coincideixen. En aquest cas, el primer període de la renda coincideix amb el primer període de l'operació.

L'esquema temporal d'una renda immediata i vençuda es pot observar a (2.4). Si la renda és immediata i anticipada, el seu esquema temporal és (2.5).

- (ii) *Diferida*, si l'origen de la renda és posterior al de l'operació. La diferència entre els dos orígens es denomina *diferiment*, se simbolitza amb d i s'expressa en períodes de la renda.

L'esquema temporal d'una renda diferida d períodes i vençuda és (2.6).

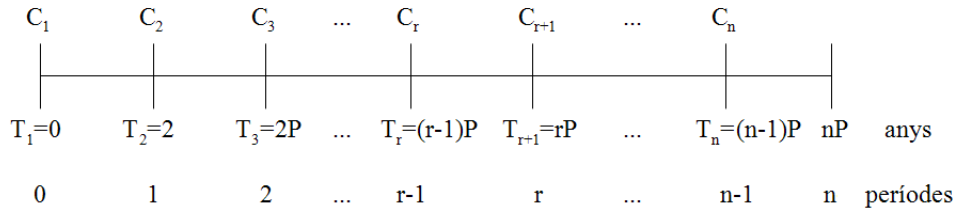


Figura 2.5: Esquema temporal d'una renda financera immediata i anticipada

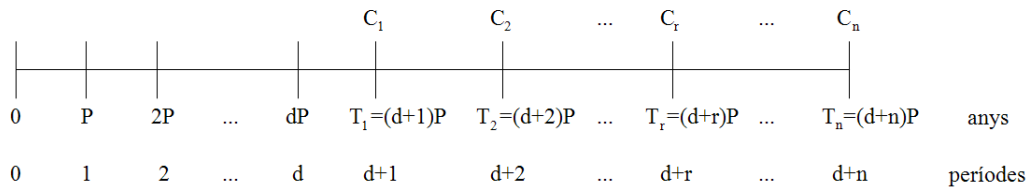


Figura 2.6: Esquema temporal d'una renda financera diferida i vençuda

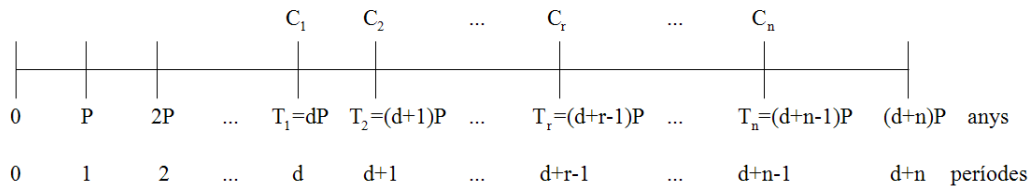


Figura 2.7: Esquema temporal d'una renda financera diferida i anticipada

Si la renda és diferida d períodes i anticipada, llavors el seu esquema temporal és (2.7).

4. Segons el nombre de termes de la renda

Segons aquest criteri, la renda pot ser:

- (i) *Temporal*, si la renda té un nombre n finit de termes.
- (ii) *Perpètua*, en cas que el nombre de termes de la renda tendeixi cap a l'infinit ($n \rightarrow \infty$). Això passa si el final de l'operació no està definit.

La majoria de les rendes són temporals, ja que sabem per endavant el nombre de termes que les defineixen. Aquest és el cas de la renda associada a un préstec del qual sabem el termini i, per tant, el nombre de quotes que haurem de pagar. Però hi ha operacions de finançament que no tenen el final predefinit i que, per tant, tenen associades rendes perpètues. Aquest és el cas del deute perpetu que poden emetre algunes empreses per a obtenir finançament. El venciment dels títols de les emissions de deute perpetu no està fixat i, per tant, no hi ha data per al reembossament del principal. Mitjançant aquesta operació, l'empresa únicament es compromet a pagar periòdicament i de manera indefinida els interessos. La renda associada als interessos generats per aquesta operació és perpètua ja que el final no està definit.

5. Segons la naturalesa del terme

Segons el comportament dels termes, C_r , la renda pot ser:

- (a) *Constant*, si tots els termes són iguals: $C_r = C$, $r = 1, \dots, n$.
- (b) *Variable*, si els termes són diferents. Les rendes variables que nosaltres veurem són aquelles en què el terme C_r pot representar-se mitjançant una funció discreta determinada, que especifiquem tot seguit:
 - (i) *Renda de variació geomètrica*

Una renda és geomètrica si el quocient entre dos termes consecutius de la mateixa és constant. És a dir, $\frac{C_{r+1}}{C_r} = q$, essent q la raó de la progressió geomètrica. Com que C_{r+1} i C_r són quanties de capitals financers, aquesta raó és sempre positiva però prendrà valors superiors a 1 o inferiors a 1 segons si la renda és creixent o decreixent, respectivament. Així,

- Renda creixent: $C_{r+1} > C_r \Leftrightarrow \frac{C_{r+1}}{C_r} = q > 1$.
- Renda decreixent: $C_{r+1} < C_r \Leftrightarrow \frac{C_{r+1}}{C_r} = q < 1$.

Els termes d'una renda de variació geomètrica satisfan la relació següent:

$$C_r = C_1 q^{r-1}, \text{ on } r = 1, \dots, n.$$

(ii) *Renda de variació lineal o aritmètica*

Una renda és lineal si la diferència entre dos termes consecutius d'aquesta és constant. És a dir,

$$C_{r+1} - C_r = h,$$

essent h la diferència de la progressió aritmètica o lineal, i pot ser positiva o negativa segons si la renda és creixent o decreixent, respectivament. Així,

- Renda creixent: $C_{r+1} > C_r \Leftrightarrow C_{r+1} - C_r = h > 0$.
- Renda decreixent: $C_{r+1} < C_r \Leftrightarrow C_{r+1} - C_r = h < 0$.

Els termes d'una renda de variació lineal satisfan la relació

$$C_r = C_1 + h(r - 1), \text{ on } r = 1, \dots, n.$$

2.2.2 Valoració d'una renda vençuda, immediata i temporal

El valor d'una renda en un determinat diferiment T és la suma del valor financer, en aquest diferiment, de cadascun dels capitals que componen la renda. Si es valora la renda en l'origen de l'operació, en $T = 0$, aquest valor rep el nom de *valor actual* i el simbolitzarem per V_0 .

El valor actual de la renda, V_0 , és la quantia d'un capital financer situat en l'origen de l'operació, $T = 0$, que és equivalent al conjunt de capitals financers que constitueixen aquesta renda. Aquesta equivalència s'expressa així:

$$\{(C_r, T_r)\}_{r=1, \dots, n} \sim (V_0, 0).$$

Com que hi ha diversos tipus de rendes que sorgeixen de la combinació dels diferents criteris de classificació detallats en l'apartat anterior, per a sistematitzar la valoració de les rendes es prendrà com a referència una renda model amb les característiques següents:

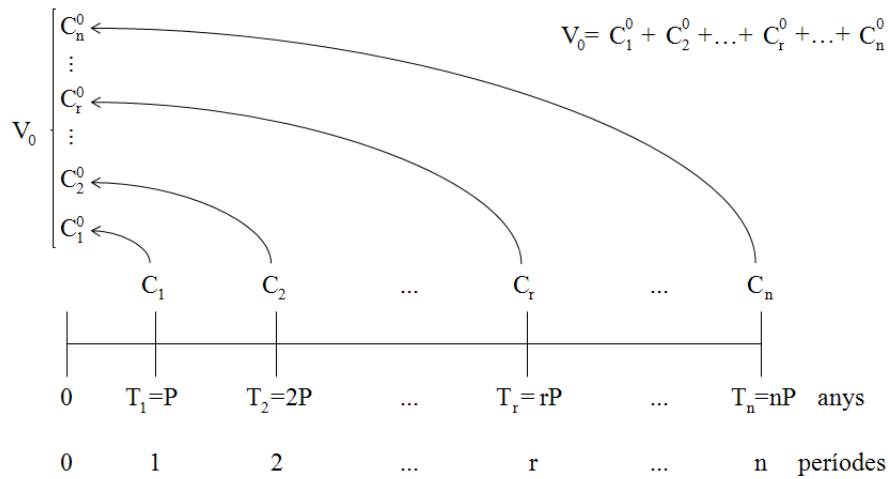


Figura 2.8: Esquema temporal del valor actual d'una renda vençuda, immediata i temporal

- (i) Periodicitat P o freqüència $m = \frac{1}{P}$,
- (ii) Vençuda,
- (iii) Immediata,
- (iv) Temporal.

En aquest apartat deduirem l'expressió general que permet trobar el valor actual d'una renda que té les característiques anteriors, independentment de la naturalesa del terme. En els apartats posteriors deduirem les expressions particulars per a valorar la renda constant, la renda de variació geomètrica i la renda de variació lineal.

La valoració es farà en règim financer d'interès compost a tipus constant l'expressió característica del qual és (2.1.8).

La freqüència del tipus d'interès efectiu, I_m , utilitzat per a valorar la renda és la mateixa que la de la renda, és a dir, $m = \frac{1}{P}$. Així, si la renda és mensual, utilitzarem un tipus d'interès efectiu mensual per a valorar-la. Si la renda és trimestral, el tipus d'interès efectiu de valoració serà efectiu trimestral, etc.

El valor actual d'una renda vençuda, immediata i temporal, es pot representar gràficament mitjançant l'esquema temporal (2.8).

El valor actual de cada capital (C_r, T_r) el simbolitzarem per C_r^0 , amb $r = 1, \dots, n$, i s'obindrà aplicant l'expressió característica del règim financer d'interès compost (2.1.8):

$$C = C'(1 + I_m)^{-mt},$$

on la quantia final és $C' = C_r$, la quantia inicial és $C = C_r^0$ i el termini d'actualització que afecta cada quantia per a poder traslladar-la des del seu diferiment, T_r , fins a l'inici de l'operació, zero, és $t = T_r - 0 = rP$.

D'aquesta manera, sabent que $m = \frac{1}{P} \Leftrightarrow mP = 1$, el valor actual de cada capital és:

$$C_r^0 = C_r(1 + I_m)^{-mrP} = C_r(1 + I_m)^{-r}, \text{ on } r = 1, \dots, n.$$

A partir del valor actual de cada capital, el valor actual de la renda financera és:

$$V_0 = C_1^0 + \dots + C_r^0 + \dots + C_n^0 = C_1(1 + I_m)^{-1} + \dots + C_r(1 + I_m)^{-r} + \dots + C_n(1 + I_m)^{-n}.$$

Aquesta última suma es pot expressar, de manera resumida, de la manera següent:

$$V_0 = \sum_{r=1}^n C_r(1 + I_m)^{-r}. \quad (2.2.1)$$

Si observem l'esquema temporal associat a la renda immediata, temporal i vençuda, comprovem que el sumatori anterior proporciona el valor de la renda un període abans de trobar el primer dels termes d'aquesta renda. En el cas de la renda analitzada, el valor ja s'obté en l'origen de l'operació, a zero. Però si la renda no té aquestes característiques, en calcular aquest sumatori s'obindrà el valor de la renda en un moment diferent de l'origen de l'operació. En aquest cas, si volem obtenir el valor actual de la renda, caldrà traslladar el resultat obtingut fins aquest origen. Per a això només s'haurà de tenir en compte que el valor obtingut és la quantia d'un capital situat en un moment determinat i que podrem traslladar-lo fins a l'origen de l'operació actualitzant o capitalitzant el nombre necessari de períodes, aplicant l'expressió característica del règim financer d'interès compost.

També ens pot interessar obtenir el valor de la renda al final de l'operació. En aquest cas, el valor obtingut el denominem *valor final* i el simbolitzarem amb V_f . Aquest valor s'obindrà sumant el valor financer, al final de l'operació, de cadascun dels capitals que constitueixen la renda.

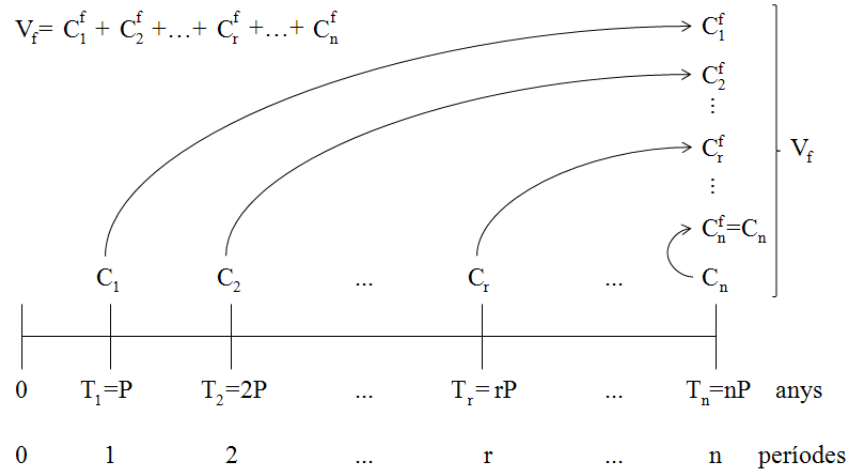


Figura 2.9: Esquema temporal del valor final d'una renda vençuda, immediata i temporal

El valor final de la renda, V_f , és la quantia d'un capital financer situat al final de l'operació, $T = T_n$, i serà equivalent al conjunt de capitals financers que constitueixen aquesta renda. Aquesta equivalència s'expressa així:

$$\{(C_r, T_r)\}_{r=1, \dots, n} \sim (V_f, T_n).$$

Com en el cas del valor actual, deduirem l'expressió general del valor final d'una renda vençuda, immediata i temporal, que es pot representar gràficament mitjançant l'esquema temporal (2.9).

El valor final de cada capital (C_r, T_r) el simbolitzarem per C_r^f , amb $r = 1, \dots, n$, i s'obté aplicant l'expressió característica del règim financer d'interès compost (2.1.8), tenint en compte que la quantia final és $C' = C_r^f$, la quantia inicial és $C = C_r$ i el termini de capitalització que afecta cada quantia per a poder traslladar-la des del seu diferiment, T_r , fins al final de la operació, T_n , és $t = T_n - T_r = nP - rP = (n - r)P$.

D'aquesta manera, el valor final de cada capital és:

$$V_f = \sum_{r=1}^n C_r (1 + I_m)^{n-r}.$$

Si es té en compte que el valor actual d'una renda financera és la quantia d'un capital, equivalent a la renda, situat a zero:

$$\{(C_r, T_r)\}_{r=1, \dots, n} \sim (V_0, 0),$$

i que, el valor final de la mateixa renda financera és la quantia d'un capital, també equivalent a la renda, situat a T_n :

$$\{(C_r, T_r)\}_{r=1, \dots, n} \sim (V_f, T_n),$$

podem trobar el valor final a partir del valor actual si es capitalitza aquest últim T_n anys, ja que $(V_0, 0) \sim (V_f, T_n)$.

Si apliquem l'expressió característica del règim financer d'interès compost (2.1.8), on la quantia final és $C' = V_f$, la quantia inicial és $C = V_0$ i el termini de capitalització que afecta el valor actual per a traslladar-lo des del seu diferiment, zero, fins al final de l'operació, T_n , és $t = T_n - 0 = nP$. Sabent que $m = \frac{1}{P}$, obtindrem que

$$V_f = V_0(1 + I_m)^{mnP} = V_0(1 + I_m)^n. \quad (2.2.2)$$

2.2.3 Renda constant

En aquest apartat obtindrem les expressions corresponents al valor actual i final d'una renda de periodicitat P , vençuda, immediata, temporal i, a més, constant.

Per a trobar el *valor actual* substituïrem en l'expressió general del valor actual de la renda model deduïda en l'apartat anterior (2.2.1), el terme general de la renda C_r pel característic de la renda constant $C_r = C$, on $r = 1, \dots, n$.

Per tant, el valor actual d'una renda de periodicitat P , vençuda, immediata, temporal i constant és:

$$V_0 = \sum_{r=1}^n C(1 + I_m)^{-r} = C \sum_{r=1}^n (1 + I_m)^{-r} = C \frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{I_m}. \quad (2.2.3)$$

El quocient $\frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{I_m}$ expressa el valor actual d'una renda amb periodicitat $P = \frac{1}{m}$, vençuda, immediata, temporal i unitària, valorada al tipus I_m , i se simbolitza per $a_n \rfloor I_m$:

$$a_n \rfloor I_m = \frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{I_m}.$$

L'aplicació de (2.2.3) sempre ens proporciona el valor de la renda un període abans d'on es troba el primer terme. Per a valorar correctament una renda financera constant haurem de seguir els passos següents:

- (i) Apliquem la fórmula (2.2.3).
- (ii) Identifiquem en quin diferiment està situat el valor de la renda obtingut de l'aplicació de la fórmula anterior.
- (iii) Si volem tenir la renda valorada en qualsevol altre diferiment, actualitzarem o capitalitzarem el resultat obtingut d'aplicar (i) el nombre de períodes necessari.

Si la renda en comptes de temporal és perpètua, llavors el seu valor actual és:

$$V_0^\infty = C \frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{I_m} = C \frac{1}{I_m}.$$

Tal com hem vist en l'apartat anterior, el valor final d'una renda de periodicitat P , vençuda, immediata i temporal, sigui quina sigui la naturalesa del terme, s'obté a partir de (2.2.2).

Si substituïm V_0 per l'expressió particular de la renda constant, obtindrem el valor final d'una renda de periodicitat P , vençuda, immediata, temporal i constant:

$$V_f = C \frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{I_m} (1 + I_m)^n = C \frac{(1 + I_m)^n - 1}{I_m} = C s_{n|I_m},$$

en què $s_{n|I_m}$ és el valor final d'una renda vençuda, immediata, temporal i unitària, valorada al tipus I_m :

$$s_{n|I_m} = \frac{(1 + I_m)^n - 1}{I_m}.$$

En una renda perpètua el final no està definit i, per tant, no es pot calcular el valor final.

2.2.4 Renda de variació geomètrica

Segons hem vist en (2.2.1), si la renda és variable en progressió geomètrica, llavors la relació entre dos termes consecutius és:

$$\frac{C_{r+1}}{C_r} = q \Leftrightarrow C_{r+1} = C_r q,$$

essent q la raó de la progressió geomètrica. Aquesta raó pot ser:

$$\begin{cases} q > 1 \Leftrightarrow \text{renda creixent,} \\ 0 < q < 1 \Leftrightarrow \text{renda decreixent.} \end{cases}$$

El terme d'una renda geomètrica s'ajusta a la llei de variació següent:

$$C_r = C_1 q^{r-1}, \quad r = 1, \dots, n.$$

Per a obtenir el valor actual d'una renda de periodicitat P , vençuda, immediata, temporal i de variació geomètrica, només cal substituir en l'expressió general del valor actual de la renda model (2.2.1), el terme general de la renda C_r pel característic de la renda geomètrica:

$$V_0 = \sum_{r=1}^n C_r (1 + I_m)^{-r} = \sum_{r=1}^n C_1 q^{r-1} (1 + I_m)^{-r} = C_1 \sum_{r=1}^n q^{r-1} (1 + I_m)^{-r}.$$

Per a trobar el valor del sumatori, cal distingir dos casos:

1) Cas $1 + I_m \neq q$

En aquest cas, el sumatori anterior és:

$$(1 + I_m)^{-1} + q(1 + I_m)^{-1} + q^2(1 + I_m)^{-3} + \dots + q^{n-1}(1 + I_m)^{-n},$$

i comprovem que cada terme s'obté a partir de l'anterior multiplicant per $q(1 + I_m)^{-1}$. Per tant, es tracta de la suma de n termes d'una progressió geomètrica de raó $r = q(1 + I_m)^{-1}$, en què el primer terme de la progressió geomètrica és $a_1 = (1 + I_m)^{-1}$ i l'últim terme és $a_n = q^{n-1}(1 + I_m)^{-n}$.

En definitiva, s'obté que

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^n q^{r-1} (1 + I_m)^{-r} &= \frac{(1 + I_m)^{-1} - q^{n-1} (1 + I_m)^{-n} q (1 + I_m)^{-1}}{1 - q(1 + I_m)^{-1}} \\ &= (1 + I_m)^{-1} \frac{1 - q^n (1 + I_m)^{-n}}{1 - q(1 + I_m)^{-1}} \\ &= \frac{1 - q^n (1 + I_m)^{-n}}{(1 + I_m)[1 - q(1 + I_m)^{-1}]} \\ &= \frac{1 - q^n (1 + I_m)^{-n}}{1 + I_m - q}. \end{aligned}$$

Segons aquesta última expressió, el valor actual d'una renda de periodicitat P , vençuda, immediata, temporal i de variació geomètrica amb $1 + I_m \neq q$ és:

$$V_0 = C_1 \sum_{r=1}^n q^{r-1} (1 + I_m)^{-r} = C_1 \frac{1 - q^n (1 + I_m)^{-n}}{1 + I_m - q}.$$

2) Cas $1 + I_m = q$

En aquest cas s'obté que

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^n q^{r-1} (1 + I_m)^{-r} &= q^{-1} \sum_{r=1}^n q^r (1 + I_m)^{-r} \\ &= q^{-1} \sum_{r=1}^n (q(1 + I_m)^{-1})^r \\ &= q^{-1} n = n(1 + I_m)^{-1}. \end{aligned}$$

D'aquesta manera, el valor actual d'una renda de periodicitat $P = \frac{1}{m}$, vençuda, immediata, temporal i de variació geomètrica amb $1 + I_m = q$ és:

$$V_0 = C_1 \sum_{r=1}^n q^{r-1} (1 + I_m)^{-r} = C_1 n (1 + I_m)^{-1}.$$

I, per tant, el valor actual d'una renda de periodicitat P , vençuda, immediata, temporal i de variació geomètrica és:

$$V_0 = \begin{cases} C_1 \frac{1 - q^n (1 + I_m)^{-n}}{1 + I_m - q}, & \text{si } 1 + I_m \neq q, \\ C_1 n (1 + I_m)^{-1}, & \text{si } 1 + I_m = q. \end{cases} \quad (2.2.4)$$

Sempre ens proporciona el valor de la renda un període abans d'on es troba el primer terme. Si volem el valor en un altre diferiment, simplement hem d'actualitzar o capitalitzar el resultat obtingut de l'aplicació de la fórmula el nombre de períodes necessari per a tenir la renda valorada en aquest diferiment.

Per a valorar una renda financera geomètrica haurem de seguir els passos següents:

- (i) Comprovem si $1 + I_m \neq q$ o bé $1 + I_m = q$.

- (ii) Apliquem l'expressió corresponent de la fórmula (2.2.4).
- (iii) Identifiquem en quin diferiment està situat el valor de la renda obtingut de l'aplicació de la fórmula anterior.
- (iv) Si volem tenir la renda valorada en qualsevol altre diferiment, actualitzarem o capitalitzarem el resultat obtingut de l'aplicació de la fórmula descrita en el pas (ii) el nombre de períodes necessari.

Si la renda geomètrica és perpètua en comptes de temporal, llavors el seu valor actual només està definit quan $q < 1 + I_m$ i en aquest cas:

$$V_0^\infty = \frac{C_1}{1 + I_m - q}.$$

Per a trobar el valor final d'una renda de periodicitat P , vençuda, immediata, temporal i geomètrica aplicarem la relació general entre valor actual i final:

$$V_f = V_0(1 + I_m)^n.$$

2.2.5 Renda de variació lineal

En el primer apartat (2.2.1) hem vist que si la renda és variable linealment o en progressió aritmètica, llavors la relació entre dos termes consecutius és:

$$C_{r+1} - C_r = h \Leftrightarrow C_{r+1} = C_r + h,$$

essent h la variació de la progressió aritmètica. Aquesta variació o diferència pot ser:

$$\begin{cases} h > 0 \Leftrightarrow \text{renda creixent,} \\ h < 0 \Leftrightarrow \text{renda decreixent.} \end{cases}$$

El terme d'una renda lineal s'ajusta a la llei de variació següent:

$$C_r = C_1 + h(r - 1), \quad r = 1, \dots, n.$$

Per a obtenir el valor actual d'una renda de periodicitat P , vençuda, immediata, temporal i de variació lineal només cal substituir, en l'expressió general del valor actual de la renda model (2.2.1), el terme general de la renda C_r pel característic de la renda lineal:

$$V_0 = \sum_{r=1}^n C_r(1 + I_m)^{-r} = \sum_{r=1}^n (C_1 + h(r - 1))(1 + I_m)^{-r} = \dots =$$

$$= \left(C_1 + \frac{h}{I_m} + nh \right) a_{n|I_m} - \frac{nh}{I_m}. \quad (2.2.5)$$

Ens proporciona el valor de la renda un període abans d'on es troba el primer terme de la renda, que en aquest cas és l'origen de l'operació. Això significa que quan valorem rendes de característiques diferents aplicant aquesta mateixa fórmula haurem de tenir en compte en quin diferiment obtenim el valor i aplicar, si cal, l'actualització o capitalització que sigui necessària.

Per a valorar correctament una renda financera lineal haurem de seguir els passos següents:

- (i) Apliquem la fórmula (2.2.5).
- (ii) Identifiquem en quin diferiment està situat el valor de la renda obtingut de l'aplicació de la fórmula anterior.
- (iii) Si volem tenir la renda valorada en qualsevol altre diferiment, actualitzarem o capitalitzarem el resultat obtingut de l'aplicació de la fórmula descrita en el pas (i) el nombre de períodes necessari.

En cas que la renda lineal sigui vençuda, immediata i perpètua, el valor actual és:

$$V_0^\infty = \frac{C_1}{I_m} + \frac{h}{I_m^2}.$$

Per a trobar el valor final d'una renda de periodicitat P , vençuda, immediata, temporal i lineal, aplicarem la relació general entre valor actual i final:

$$V_f = V_0(1 + I_m)^n.$$

2.2.6 Valoració d'una renda vençuda i diferida, i d'una renda anticipada i immediata o diferida

En aquest apartat generalitzarem les correccions que hem fet a l'expressió (2.2.1) que permet trobar el valor actual de la renda vençuda, immediata i temporal i que ens permetran trobar el valor actual de les rendes que segueixen.

1. Renda de periodicitat P , vençuda, diferida d períodes i temporal

Si apliquem el sumatori $\sum_{r=1}^n C_r(1 + I_m)^{-r}$ a una renda de periodicitat P , vençuda, diferida d períodes i temporal, obtindrem el valor d'aquesta renda

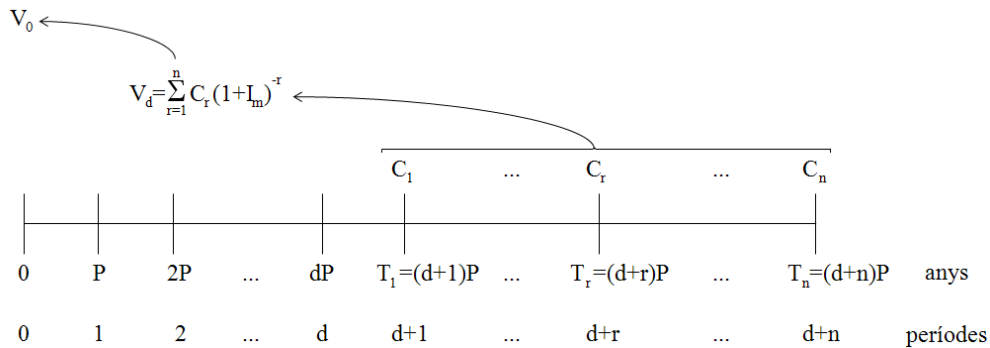


Figura 2.10: Esquema temporal del valor actual d'una renda vençuda, diferida d períodes i temporal

en l'origen de la renda o, el que és el mateix, al cap de d períodes de l'origen de l'operació. Per tant, si volem obtenir el valor en l'origen de l'operació, haurem d'actualitzar el resultat del sumatori d períodes. D'aquesta manera i, en general, per a obtenir el valor actual d'una renda vençuda, diferida d períodes i temporal farem:

$$V_0 = V_d(1 + I_m)^{-d}, \text{ on } V_d = \sum_{r=1}^n C_r(1 + I_m)^{-r}.$$

Ho podem observar gràficament a la figura (2.10).

Substituint el sumatori per l'expressió particular deduïda segons la naturalesa del terme, obtindrem el valor actual d'una renda vençuda i diferida d períodes que, a més, sigui constant, o geomètrica o lineal.

Una vegada obtingut el valor actual d'aquesta renda, el valor final l'obtinguem així:

$$V_f = V_0(1 + I_m)^{d+n},$$

ja que el nombre de períodes entre l'origen i el final de l'operació és $d + n$.

2. Renda de periodicitat P , anticipada, immediata i temporal

Si apliquem el sumatori $\sum_{r=1}^n C_r(1 + I_m)^{-r}$ a una renda de periodicitat P , anticipada, immediata i temporal, obtindrem el valor d'aquesta renda un període abans de l'origen de l'operació, ja que el primer terme es troba a l'inici del primer període de la renda. Per tant, si volem obtenir el valor

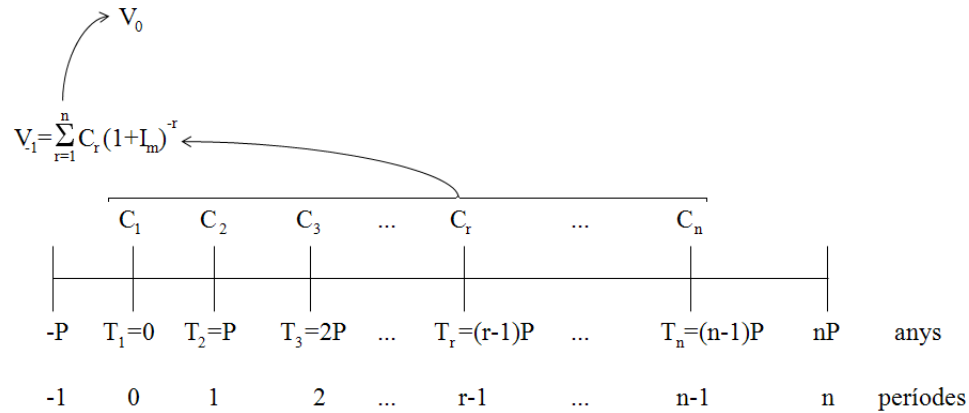


Figura 2.11: Esquema temporal del valor actual d'una renda vençuda, diferida d períodes i temporal

en l'origen de l'operació haurem de capitalitzar el resultat del sumatori un període. D'aquesta manera, i en general, per a obtenir el valor actual d'una renda anticipada, immediata i temporal farem:

$$V_0 = \left[\sum_{r=1}^n C_r (1 + I_m)^{-r} \right] (1 + I_m), \text{ on } V_{-1} = \sum_{r=1}^n C_r (1 + I_m)^{-r}.$$

Ho podem observar gràficament a la figura (2.11).

Si tenim en compte que el nombre de períodes entre l'inici i el final de l'operació és n , el valor final d'aquesta renda és:

$$V_f = V_0(1 + I_m)^n.$$

3. Renda de periodicitat P , anticipada, diferida d períodes i temporal

Si apliquem el sumatori $\sum_{r=1}^n C_r (1 + I_m)^{-r}$ a una renda de periodicitat P , anticipada, diferida d períodes i temporal, obtindrem el valor d'aquesta renda 1 període abans de l'origen de la renda, o el que és el mateix, als $d - 1$ períodes de l'origen de l'operació. Per tant, si volem obtenir el valor en l'origen de l'operació, haurem d'actualitzar el resultat del sumatori $d - 1$ períodes. D'aquesta manera i, en general, per a obtenir el valor actual d'una

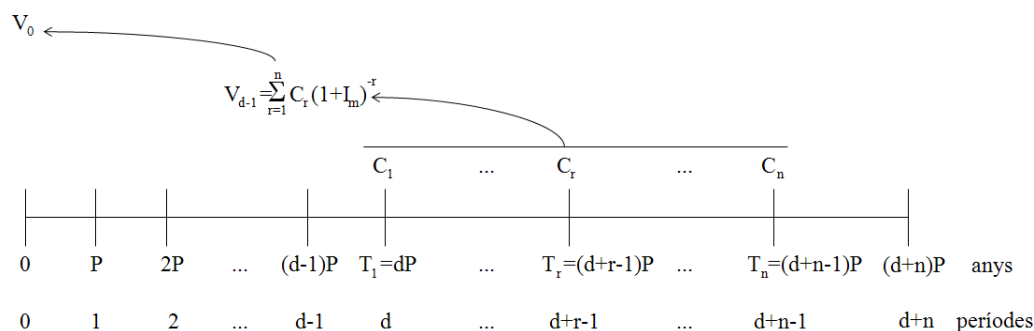


Figura 2.12: Esquema temporal del valor actual d'una renda vençuda, diferida d períodes i temporal

renda anticipada, diferida d períodes i temporal farem:

$$V_0 = \left[\sum_{r=1}^n C_r (1 + I_m)^{-r} \right] (1 + I_m)^{-(d-1)}, \text{ on } V_{d-1} = \sum_{r=1}^n C_r (1 + I_m)^{-r}.$$

Ho podem observar gràficament a la figura (2.12).

Igual que en la renda vençuda i diferida, el nombre de períodes entre l'origen i el final de l'operació és $d + n$. Per tant, el valor final d'aquesta renda és:

$$V_f = V_0(1 + I_m)^{d+n}.$$

2.3 Préstecs

En aquest apartat estudiarem les operacions de préstec, que són una de les modalitats d'operacions financeres de finançament que es pacten en el mercat financer. Distingirem entre préstecs d'amortització única de capital, és a dir, préstecs en què el capital prestat es torna d'un sol cop al final de l'operació, i els préstecs d'amortització periòdica, en què la devolució del capital prestat es fa periòdicament en el termini de l'operació. Insistirem especialment en l'estudi del préstec d'amortització periòdica amb termes amortitzatius constants, denominat també préstec francès, perquè és el més habitual en el mercat financer.

Normalment les operacions de préstec es pacten a llarg termini i, per tant, el règim financer que s'utilitza per a analitzar-les és l'interès compost a tipus

constant o a tipus variable.

2.3.1 Definició

Un *préstec* és una operació de finançament en què s'efectua un intercanvi de capitals financers entre els subjectes que hi intervenen. El subjecte actiu, denominat *prestador*, lliura al subjecte passiu, denominat *prestatarí*, un capital o un conjunt de capitals financers, i a canvi el prestatarí es compromet a reemborsar, en un termini concret, ja sigui mitjançant un sol pagament o mitjançant desemborsaments periòdics, la quantia prestada i a pagar els interessos. En una operació de préstec distingim:

- (a) La *prestació* és el capital o conjunt de capitals financers que el prestador lliura al prestatarí. Normalment la prestació és única, és un únic capital financer en l'origen de l'operació $(C, 0)$, en què C és el nominal del préstec.
- (b) La *contraprestació* és el capital o conjunt de capitals financers que es compromet a pagar el prestatarí al prestador, i pot estar formada per:
 - Un únic capital financer situat al final de l'operació: (C', T') .
 - Un conjunt de n capitals financers: $\{(C'_r, T'_r)\}_{r=1, \dots, n}$ en què C'_r és la quantia que ha de pagar el prestatarí en el diferiment T'_r .

Si la prestació i contraprestació són úniques, l'operació de préstec és una *operació financera simple*:

$$(C, 0) \sim (C', T').$$

Si la prestació és única i la contraprestació està formada per un conjunt de capitals financers, que és el més habitual en el mercat financer, l'operació de préstec és una *operació parcialment complexa*:

$$(C, 0) \sim \{(C'_r, T'_r)\}_{r=1, \dots, n}.$$

Els capitals financers que s'intercanvien entre els subjectes de l'operació han de ser financerament equivalents. L'equivalència se sol pactar en règim financer d'interès compost.

Si l'operació de préstec es pacta en règim financer d'interès compost a tipus constant, I_m , per a tot el termini, l'equivalència entre prestació i contraprestacions està determinada per:

$$(C, 0) \underset{I_m}{\sim} \{(C'_r, T'_r)\}_{r=1, \dots, n}.$$

2.3.2 Classificació

Les operacions de préstec es poden classificar segons diversos criteris. Nosaltres les classificarem en dos grans grups, segons la manera en què s'efectua la devolució del capital prestat:

1. Préstecs en què la devolució del capital prestat s'efectua de cop al final de l'operació

En aquest grup es distingeixen al seu torn dues modalitats de préstecs:

- (i) Préstecs amortitzables mitjançant pagament únic de capital i interessos al final de l'operació.
- (ii) Préstecs amortitzables mitjançant un sol pagament de capital i abonament periòdic d'interessos.

2. Préstecs d'amortització periòdica de capital

En aquests préstecs, el prestatari paga en cada període una certa quantia que es destina a cobrir els interessos meritats en el període i , a més, a tornar una part de la quantia prestada. Dins d'aquest grup estudiarem quatre modalitats de préstecs:

- (i) Préstecs d'amortització periòdica amb termes amortitzatius constants. Préstec francès.
- (ii) Préstecs d'amortització periòdica amb termes amortitzatius variables en progressió geomètrica.
- (iii) Préstecs d'amortització periòdica amb termes amortitzatius variables en progressió aritmètica.
- (iv) Préstecs d'amortització periòdica amb quotes d'amortització de capital constants.

2.3.3 Magnituds

Les magnituds principals que intervenen en les operacions de préstec són:

- (i) *Nominal*: és la quantia del capital financer que lliura el prestador al prestatari en l'origen de l'operació.
- (ii) *Tipus efectiu d'interès compost* al qual es pacta l'operació de préstec.
- (iii) *Terme amortitzatiu*: és la quantia que paga el prestatari al prestador al final de cada període, en els préstecs d'amortització periòdica. Tot terme amortitzatiu compleix una finalitat doble, d'una banda paga els interessos generats en el període, que és la denominada *quota d'interès*, i d'altra banda torna una part del nominal prestat, que és la denominada *quota d'amortització de capital* o *quota de capital*. La suma de totes les quotes de capital ha de ser igual que el nominal del préstec.
- (iv) *Deute pendent*: és la part del nominal del préstec pendent de devolució pel prestatari en un moment qualsevol.
- (v) *Total amortitzat*: és la part del nominal del préstec que ja ha tornat el prestatari en un moment qualsevol.
- (vi) *Reserva matemàtica*: ens indica el desequilibri intern de l'operació en un moment qualsevol i ens permet calcular l'import que cancel·la el préstec en aquest moment, és a dir, la quantia que el prestatari hauria de lliurar al prestador per a cancel·lar el préstec anticipadament en aquest moment. La reserva matemàtica es pot calcular de dues maneres, analitzant el passat de l'operació, i obtindríem la denominada reserva matemàtica retrospectiva, o bé analitzant el futur de l'operació, i en aquest cas obtindríem la denominada reserva matemàtica prospectiva. En tots dos casos s'utilitza el tipus efectiu d'interès compost al qual s'ha pactat el préstec.

En un moment determinat, la reserva matemàtica retrospectiva es calcula valorant les prestacions menys les contraprestacions que ja s'han fet des de l'inici de l'operació fins ara, i la reserva matemàtica prospectiva es troba valorant les contraprestacions menys les prestacions pendents des del moment considerat fins al final de l'operació. En tots dos casos s'obté el mateix resultat, ja que les dues reserves coincideixen.

- (vii) *Tipus efectiu prestatari, tipus efectiu prestador i taxa anual equivalent, TAE.* Tota operació de préstec pot portar associades unes despeses que poden anar a càrrec del prestador o a càrrec del prestatari. Això implica que si bé el tipus d'interès al qual s'ha pactat l'operació en el moment de concertar-la permet obtenir les magnituds de l'estructura amortitzativa del préstec, no és representatiu del tipus al qual resulta l'operació de préstec per al prestatari o per al prestador.

El *tipus efectiu prestatari* indica el cost al qual resulta l'operació de préstec al prestatari. El *tipus efectiu prestador* és un indicador de la rendibilitat que obtindrà el prestador en l'operació de préstec. El càlcul de la taxa anual equivalent, TAE, està regulat pel Banc d'Espanya en la circular número 8/1990, de 7 de setembre, que estableix:

“En el cálculo del coste efectivo se incluirán las comisiones y demás gastos que el cliente esté obligado a pagar a la entidad como contraprestación por el crédito recibido o los servicios inherentes al mismo. No se consideran a estos efectos las comisiones o gastos que se indican a continuación, aún cuando debe quedar expresa y claramente indicado que la tasa anual equivalente no los incluye:

- (1) Los gastos que el cliente pueda evitar en uso de las facultades que le concede el contrato, en particular, y, en su caso, los gastos por transferencia de los fondos debidos por el cliente.
- (2) Los gastos a abonar a terceros, en particular los corretajes, gastos notariales e impuestos.
- (3) Los gastos por seguros o garantías. No obstante, se incluirán las primas de los seguros que tengan por objeto garantizar a la entidad el reembolso del crédito en caso de fallecimiento, invalidez, o desempleo de la persona física que haya recibido el crédito, siempre que la entidad imponga dicho seguro como condición para conceder el crédito.”

- (viii) *Valor financer del préstec:* ens indica el preu teòric de mercat de l'operació de préstec en un moment determinat o el valor de cessió del préstec.

2.3.4 Préstecs amortitzables mitjançant pagament únic de capital i interessos al final de l'operació

En aquesta modalitat de préstec, el prestador lliura al prestatari el nominal del préstec en l'origen de l'operació i, com a contrapartida, el prestatari es compromet a efectuar un sol pagament al final, que inclou el nominal prestat i els interessos generats durant tot el termini sobre el nominal. L'operació es pacta en règim financer d'interès compost a tipus constant.

2.3.4.1 Equació d'equilibri inicial

L'equivalència financera entre prestació i contraprestació és:

$$(C, 0) \underset{I_m}{\sim} (C', T'),$$

essent:

C el nominal del préstec,

I_m el tipus efectiu d'interès compost al qual s'ha pactat l'operació,

C' la quantia que paga el prestatari al prestador al final de l'operació, que comprèn la devolució del nominal i el pagament dels interessos,

Y els interessos acumulats durant tot el termini de l'operació,

$t = T' - 0 = T'$ el termini total de l'operació, expressat en anys.

Per a obtenir la quantia final C' plantejarem l'equivalència financera al final de l'operació, amb el tipus efectiu d'interès compost I_m que regeix l'operació, i només cal aplicar l'equació característica del règim financer d'interès compost:

$$C' = C(1 + I_m)^{mT'} \text{ en què } Y = C' - C = C((1 + I_m)^{mT'} - 1).$$

En resum, en els préstecs amortitzables mitjançant un sol pagament es torna el capital prestat i es paguen els interessos generats sobre el nominal d'un sol cop, al final de l'operació.

2.3.4.2 Deute pendent

El *deute pendent* és la part del nominal del préstec pendent de devolució en qualsevol moment τ (expressat en anys), amb $0 \leq \tau \leq T'$, deute que simbolitzarem amb D_τ . Si tenim en compte que, des que el prestador lliura el nominal C a l'inici de l'operació, el prestatari no amortitza capital fins al final de l'operació, el deute pendent sempre coincideix amb el nominal del préstec, excepte al final de l'operació, en què el deute pendent és nul, ja que es torna el nominal d'un cop:

$$\begin{cases} D_0 = C, \\ D_\tau = C \text{ amb } 0 < \tau < T', \\ D_{T'} = 0. \end{cases}$$

2.3.4.3 Total amortitzat

El total amortitzat, en un moment qualsevol de l'operació, τ (expressat en anys), amb $0 \leq \tau \leq T'$, el simbolitzarem per M_τ . Com ja hem dit, el total amortitzat es defineix com la part del nominal del préstec que el prestatari ja ha tornat, i es pot calcular com la diferència entre el nominal del préstec i el deute pendent en qualsevol moment de l'operació:

$$M_\tau = C - D_\tau.$$

En aquesta modalitat de préstec, en qualsevol moment de l'operació i com que el prestatari no efectua cap pagament fins al final, el total amortitzat és nul. Al final de l'operació, en T' , un cop que el prestatari ha efectuat el pagament de la quantia final C' , el total amortitzat coincideix amb el nominal:

$$\begin{cases} M_0 = 0, \\ M_\tau = 0 \text{ amb } 0 < \tau < T', \\ M_{T'} = C. \end{cases}$$

2.3.4.4 Reserva matemàtica

La reserva matemàtica en τ (expressat en anys) amb $0 \leq \tau \leq T'$, que simbolitzem amb R_τ , ens permet calcular l'import que cancel·la el préstec en aquest moment τ .

En l'origen de l'operació la reserva matemàtica coincideix amb el nominal del préstec, i al final de l'operació, un cop pagada la quantia final, C' , la reserva és nul·la:

$$R_0 = C \text{ i } R_{T'} = 0.$$

En un moment τ (expressat en anys), amb $0 \leq \tau \leq T'$, la reserva matemàtica, R_τ , es pot calcular mitjançant dos mètodes alternatius:

- (i) *Reserva matemàtica retrospectiva.* S'obté valorant en el moment τ , amb el tipus efectiu d'interès compost al qual s'ha pactat el préstec, l'única prestació rebuda pel prestatari, ja que s'haurien de restar les contraprestacions que el prestatari ja ha efectuat, també valorades en τ , però en aquest cas encara no s'ha efectuat cap contraprestació:

$$R_\tau^{retro} = C(1 + I_m)^{m\tau}.$$

- (ii) *Reserva matemàtica prospectiva.* N'hi ha prou de valorar en τ , amb el tipus efectiu d'interès compost al qual s'ha pactat el préstec, l'única contraprestació pendent de pagament, ja que no hi ha cap prestació pendent de rebre a partir de τ :

$$R_\tau^{prosp} = C'(1 + I_m)^{-m(T'-\tau)}.$$

Se satisfà que

$$R_\tau^{prosp} = R_\tau^{retro},$$

ja que

$$\begin{aligned} R_\tau^{prosp} &= C'(1 + I_m)^{-m(T'-\tau)} = C(1 + I_m)^{mT'}(1 + I_m)^{-m(T'-\tau)} = \\ &= C(1 + I_m)^{m(T'-T'+\tau)} = C(1 + I_m)^{m\tau} = R_\tau^{retro}. \end{aligned}$$

Si volem cancel·lar l'operació de préstec en τ , amb $0 < \tau < T'$, hem de tornar el nominal prestat i pagar els interessos generats sobre el nominal des de l'origen de l'operació fins a τ .

L'esquema temporal que ens pot ajudar a comprendre la reserva matemàtica és el que es pot observar a la figura (2.13).

Gràficament la reserva matemàtica ens indica l'evolució de l'operació en qualsevol moment del termini (2.14).

Relació entre reserva matemàtica i deute pendent

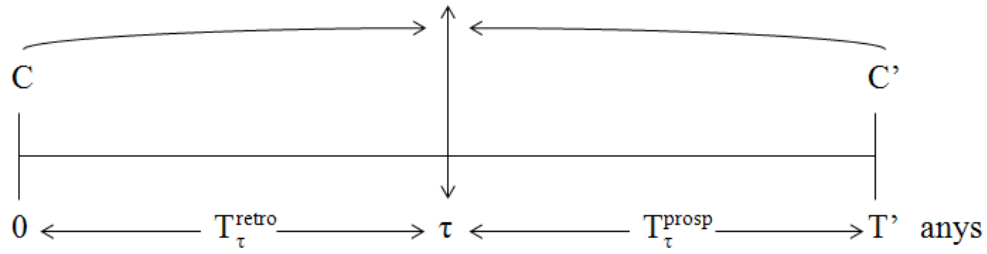


Figura 2.13: Esquema temporal de la reserva matemàtica

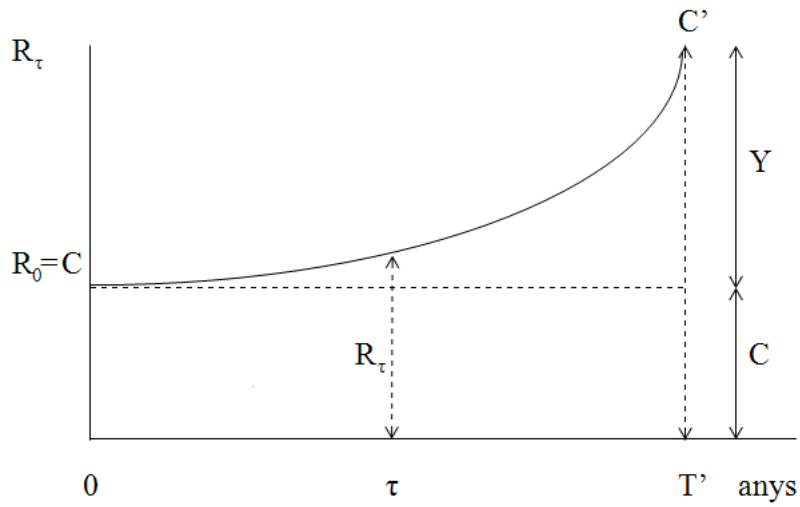


Figura 2.14: Evolució de l'operació en qualsevol moment del termini

A l'inici de l'operació, deute pendent i reserva matemàtica coincideixen amb el nominal del préstec:

$$D_0 = R_0 = C.$$

En τ , amb $0 < \tau < T'$, el deute pendent coincideix amb el nominal del préstec, i la reserva matemàtica augmenta a causa dels interessos generats sobre el nominal, durant els τ anys transcorreguts des de l'inici de l'operació:

$$D_\tau = C \neq R_\tau = C(1 + I_m)^{m\tau}.$$

Al final de l'operació, en T' , es torna el nominal prestat i es paguen els interessos generats durant el termini de l'operació, per la qual cosa el deute pendent i la reserva matemàtica tornen a coincidir i tots dos són nuls:

$$D_{T'} = R_{T'} = 0.$$

2.3.4.5 Tipus efectiu prestatari, tipus efectiu prestador i taxa anual equivalent, TAE

Tota operació de préstec pot portar associades unes despeses a càrrec del prestador o a càrrec del prestatari. Això implica que, si bé el tipus d'interès al qual s'ha pactat l'operació en el moment de concertar-la permet obtenir les magnituds de l'estructura amortitzativa del préstec, no és representatiu del tipus al qual resulta l'operació de préstec per al prestatari o el prestador.

Els tipus efectius prestatari i prestador s'obtenen de la comparació entre els capitals financers pagats i rebuts per cada subjecte que intervé en l'operació.

1. Tipus efectiu prestatari

El *tipus efectiu prestatari*, que simbolitzarem amb I'_m , és el tipus efectiu d'interès compost que fa equivalents els dos conjunts de capitals següents:

- (i) El *conjunt unitari* format pel nominal del préstec, C , que el prestador lliura al prestatari a l'inici de l'operació: $(C, 0)$.
- (ii) El *conjunt de capitals pagat pel prestatari*, que a més de la contraprestació C' inclou les despeses a càrrec seu. Algunes d'aquestes despeses repercuteixen directament en el prestador, mentre que d'altres són despeses necessàries per a obtenir el préstec però no repercuteixen en l'entitat prestadora, com seria el cas de les despeses notariales. El més habitual és que totes aquestes despeses es facin efectives en el moment de contractar el préstec: $\{(G_0, 0), (C', T')\}$.

El tipus efectiu prestatari indica el cost de l'operació de préstec al prestatari. Si:

- G_0 són totes les despeses que el prestatari ha de pagar a l'inici de l'operació.
- $G_{0,1}$ són les despeses inicials a càrrec del prestatari que repercuteixen en el prestador, com per exemple les comissions d'obertura.
- $G_{0,2}$ són les despeses inicials a càrrec del prestatari que no repercuteixen en el prestador, com per exemple les despeses notarials.

se satisfà que

$$G_0 = G_{0,1} + G_{0,2}.$$

El tipus efectiu prestatari, I'_m , és el tipus efectiu d'interès compost que fa equivalents els dos conjunts de capitals següents:

$$(C, 0) \underset{I'_m}{\sim} \{(G_0, 0), (C', T')\}.$$

La valoració es pot plantejar en qualsevol moment, encara que generalment es planteja en l'origen de l'operació. En aquest cas, l'equació que ens permet obtenir el tipus efectiu prestatari és la següent:

$$C = G_0 + C'(1 + I'_m)^{-mT'}, \text{ on } I'_m = \left(\frac{C - G_0}{C'} \right)^{\frac{-1}{mT'}} - 1.$$

Si el prestatari no té despeses a càrrec seu a l'inici de l'operació, el tipus efectiu prestatari coincideix amb el tipus efectiu del préstec:

$$G_0 = 0 \Rightarrow I'_m = I_m.$$

2. Tipus efectiu prestador

El *tipus efectiu prestador*, que simbolitzarem per I''_m , és el tipus efectiu d'interès compost que fa equivalents els dos conjunts de capitals següents:

- (i) El *conjunt de capitals format pel nominal del préstec*, que el prestador lliura al prestatari a l'inici de l'operació i, si n'hi haguessin, les despeses que l'entitat financera prestadora tingués a càrrec seu: $(C, 0)$.

- (ii) El *conjunt de capitals rebuts pel prestador*, que inclou, a més de la contraprestació C' , les despeses a càrrec del prestatari que repercuteixen directament en el prestador. El més habitual és que aquestes despeses les rebi en el moment de la contractació del préstec: $\{(G_{0,1}, 0), (C', T')\}$.

El tipus efectiu prestador és un indicador de la rendibilitat que obtindrà el prestador en l'operació de préstec.

Si, com hem vist, $G_{0,1}$ són les despeses inicials a càrrec del prestatari que repercuteixen en el prestador, l'equivalència financera que hem de plantejar per a trobar el tipus efectiu prestador, I''_m , suposant que el prestador no té despeses a càrrec seu, és la següent:

$$(C, 0) \underset{I''_m}{\sim} \{(G_{0,1}, 0), (C', T')\}.$$

La valoració es pot plantejar en qualsevol moment, encara que generalment es planteja al principi de l'operació. En aquest cas, l'equació que ens permet obtenir el tipus efectiu prestador és:

$$C = G_{0,1} + C'(1 + I''_m)^{-mT'}, \text{ on } I''_m = I''_m = \left(\frac{C - G_{0,1}}{C'} \right)^{\frac{-1}{mT'}} - 1$$

3. Taxa anual equivalent, TAE

La *taxa anual equivalent*, que simbolitzarem per I_1^* , d'acord amb la definició general de l'apartat (2.1.6), és el tipus efectiu anual d'interès compost que fa equivalents els dos conjunts de capitals financers següents:

- (i) El conjunt unitari format pel nominal del préstec, C , que el prestador lliura al prestatari a l'inici de l'operació: $(C, 0)$.
- (ii) El conjunt format per la contraprestació C' i per les despeses pagades pel prestatari i que repercuteixen en el prestador: $\{(G_{0,1}, 0), (C', T')\}$.

Si $G_{0,1}$ són les despeses inicials a càrrec del prestatari que repercuteixen en el prestador, l'equivalència financera que hem de plantejar per a trobar la TAE, I_1^* , és la següent:

$$(C, 0) \underset{I_1^*}{\sim} \{(G_{0,1}, 0), (C', T')\}.$$

La valoració es pot plantejar en qualsevol moment, encara que generalment es planteja al principi de l'operació. En aquest cas, l'equació que ens permet obtenir la TAE és:

$$C = G_{0,1} + C'(1 + I_1^*)^{-T'}, \text{ on } I_1^* = \left(\frac{C - G_{0,1}}{C'} \right)^{-1/T'} - 1.$$

En resum, la TAE és un tipus efectiu anual d'interès compost que s'obté de l'equació que resulta d'igualar el nominal del préstec amb les despeses pagades pel prestatari i que repercuteixen en el prestador, $G_{0,1}$, i el valor en zero de la contraprestació C' .

Si el prestador no té despeses a càrrec seu, les prestacions i contraprestacions que ens permetran obtenir el tipus efectiu prestador i la TAE del préstec són les mateixes i, per tant, els dos tipus d'interès són equivalents:

$$I_1^* \sim I_m'' \Rightarrow I_1^* = (1 + I_m'')^m - 1.$$

Per aquesta raó, la TAE s'ha d'entendre més com un tipus de rendibilitat obtingut pel prestador que no pas com un cost per al prestatari, ja que habitualment el prestatari, a més de pagar les despeses que repercuteixen en el prestador, ha de fer front a altres despeses addicionals.

Normalment el cost de l'operació de préstec per al prestatari és superior a la rendibilitat obtinguda pel prestador, a causa de les despeses que ha de pagar el primer i que no repercuteixen en el segon. Al seu torn, aquests dos tipus són superiors al tipus efectiu del préstec, en el qual no es considera cap despesa:

$$I_m' > I_m'' > I_m.$$

2.3.4.6 Valor financer

Quan un prestador concedeix un préstec ho fa ajustant-se a les condicions de mercat que hi ha en el moment de la concessió. Aquestes condicions depenen, entre d'altres factors, dels tipus d'interès, de la solvència del prestatari, del volum de l'operació, del termini del préstec, etc.

És possible que, transcorregut un cert termini des de la concessió del préstec, el prestador vulgui cedir el préstec a un tercer, és a dir, vulgui vendre el préstec. Si es du a terme aquesta cessió el més normal serà fer-ho segons les condicions del mercat que hi hagi llavors. Normalment, aquestes condicions seran diferents de les que hi havia en el moment de la concessió

del préstec, ja que el més probable és que els tipus d'interès hagin variat, a la baixa o a l'alça. D'altra banda, el temps ha transcorregut i el moment de l'amortització del préstec està més pròxim.

Es denomina *valor financer* d'un préstec en el moment τ (expressat en anys), amb $0 < \tau < T'$, que simbolitzarem per V_τ , el valor en aquest moment de totes les quanties pendents de pagament a partir de τ , utilitzant per a valorar-lo el tipus efectiu d'interès compost que reflecteix les condicions de mercat a partir de τ , tipus d'interès que simbolitzarem per I_m^v .

El valor financer d'un préstec sempre es calcula pel *mètode prospectiu*, mesura el desequilibri de l'operació en un moment determinat, i per a valorar-lo s'utilitza el tipus d'interès de mercat. El valor financer ens indica el preu teòric de mercat de l'operació de préstec en un moment determinat o el valor de cessió del préstec.

Suposem que, en el préstec amortitzable mitjançant pagament únic de capital i interessos al final de l'operació, han transcorregut τ anys des de la concessió del préstec ($0 < \tau < T'$) i que el tipus d'interès de mercat vigent a partir de τ és I_m^v . El valor financer del préstec en τ , V_τ , s'obté calculant el valor en τ de la contraprestació C' pendent de pagament:

$$V_\tau = C'(1 + I_m^v)^{-m(T'-\tau)}.$$

Aquesta expressió coincideix amb la de la reserva matemàtica prospectiva, però en el càlcul del valor financer en comptes d'utilitzar el tipus d'interès del préstec s'utilitza el tipus d'interès de mercat.

En el cas particular que el tipus d'interès de mercat vigent a partir de τ coincideixi amb el tipus d'interès al qual es va concertar l'operació de préstec, el valor financer en τ coincidirà amb l'import de la reserva matemàtica en aquest mateix moment:

$$I_m^v = I_m \Leftrightarrow V_\tau = R_\tau.$$

Si $I_m^v \neq I_m$ resulta que

$$I_m^v > I_m \Leftrightarrow V_\tau < R_\tau.$$

2.3.5 Préstecs amortitzables mitjançant un sol pagament i abonament periòdic d'interessos

En aquesta modalitat de préstec, el prestador lliura al prestatari un únic capital a l'inici de l'operació, el nominal del préstec, i a canvi el prestatari

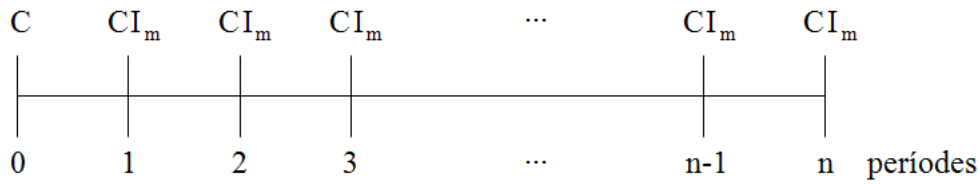


Figura 2.15: Esquema temporal dels préstecs amortitzables mitjançant un sol pagament i abonament periòdic d'interessos

es compromet a pagar al prestador, al final de cada període, els interessos meritats en aquest i a restituir el nominal del préstec al final de l'operació. Aquest tipus de préstec es pacta en règim financer d'interès compost a tipus constant.

2.3.5.1 Equació d'equilibri inicial

L'equivalència financera entre prestació i contraprestacions és:

$$(C, 0) \underset{I_m}{\sim} \{(CI_m, rP), (C, nP)\}_{r=1, \dots, n}$$

Com que els interessos es paguen periòdicament, però no s'amortitza capital fins al final de l'operació, l'import de la quota d'interès és constant i es calcula en cada període sobre el nominal del préstec. El tipus efectiu d'interès utilitzat per a calcular-la ha de tenir la mateixa freqüència de capitalització que la del pagament dels interessos del préstec.

L'esquema temporal de l'operació és el que es pot observar a la figura (2.15), essent:

C el nominal del préstec,

I_m el tipus efectiu d'interès compost a què s'ha pactat l'operació la freqüència de capitalització del qual coincideix amb la de l'abonament dels interessos,

$m = \frac{1}{P}$ la freqüència de capitalització del tipus efectiu del préstec,

CI_m la quota d'interès que paga el prestatari al final de cada període,

n el nombre de períodes en el termini,

$T = nP$ el termini total de l'operació expressat en anys.

2.3.5.2 Deute pendent

El deute pendent és la part del nominal del préstec pendent de devolució en qualsevol moment τ (expressat en períodes), amb $0 \leq \tau \leq n$. Si tenim en compte que des que el prestador lliura el nominal C a l'inici de l'operació el prestatari no amortitza capital fins al final de l'operació, el deute pendent sempre coincideix amb el nominal del préstec excepte al final de l'operació, en què el deute pendent és nul, ja que el nominal es torna d'un sol cop:

$$\begin{cases} D_0 = C, \\ D_\tau = C, \text{ amb } 0 < \tau < n, \\ D_n = 0. \end{cases}$$

2.3.5.3 Total amortitzat

El *total amortitzat* es defineix com la part del nominal del préstec que ja ha estat tornada pel prestatari, i es pot calcular com la diferència entre el nominal del préstec i el deute pendent en un moment τ qualsevol de l'operació:

$$M_\tau = C - D_\tau.$$

El total amortitzat en qualsevol moment τ (expressat en períodes), amb $0 \leq \tau < n$, és nul, ja que els pagaments periòdics que fa el prestatari es destinen a pagar els interessos generats en el període i no a amortitzar capital. Al final de l'operació, quan el prestatari retorna el nominal, el total amortitzat coincideix amb la quantia prestada inicialment:

$$\begin{cases} M_0 = 0, \\ M_\tau = 0, \text{ amb } 0 < \tau < n, \\ M_n = C. \end{cases}$$

2.3.5.4 Reserva matemàtica

Com ja hem dit en definir les magnituds del préstec, la reserva matemàtica en qualsevol moment τ (expressat en períodes), amb $0 \leq \tau \leq n$, ens permet calcular la quantia que ha de pagar el prestatari per a cancel·lar anticipadament el préstec.

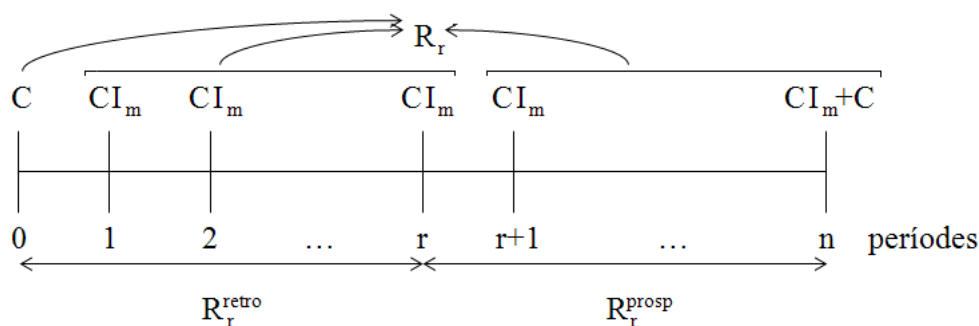


Figura 2.16: Esquema temporal dels préstecs amortitzables mitjançant un sol pagament i abonament periòdic d'interessos

Si analitzem amb detall l'evolució de la reserva resulta que:

- (i) En l'origen de l'operació, τ , la reserva matemàtica coincideix amb el nominal del préstec: $R_0 = C$.
- (ii) Al final de cadascun dels $n - 1$ primers períodes, $\tau = r = 1, \dots, n - 1$, després de pagar la quota d'interès corresponent, la reserva matemàtica també coincideix amb el nominal del préstec: $R_r = C$, ja que un cop pagada la quota d'interès corresponent només queda pendent de pagament el nominal del préstec.

La reserva matemàtica es pot obtenir pel mètode retrospectiu o pel mètode prospectiu, es pot observar en la figura (2.16).

- *Reserva matemàtica retrospectiva.* L'import que cancel·la el préstec transcorreguts r períodes des de la concessió del préstec s'obté per diferència entre el que el prestador lliura al prestatari al principi de l'operació, valorat en r , en aquest cas el nominal del préstec, i el que el prestatari ja ha tornat al prestador, valorat també en r , que en aquest cas són les r quotes d'interès ja pagades, que constitueixen una renda constant de quantia CI_m , immediata, temporal de r termes i vençuda, de la qual hem de calcular el valor final:

$$R_r^{retro} = C(1 + I_m)^r - CI_m s_{\overline{r}|I_m} = C.$$

- *Reserva matemàtica prospectiva.* Al final del període r queden pendents de pagament les $n - r$ últimes quotes d'interès i la de-

volució del nominal, que valorades al final del període r permeten obtenir la quantia que el prestatari ha de pagar al prestador per a cancel·lar el préstec anticipadament. En analitzar l'operació en r , les $n - r$ quotes d'interès pendents de pagament constitueixen una renda constant, de quantia CI_m , immediata, temporal de $n - r$ termes i vençuda, i en aquest cas n'hem de calcular el valor actual per a trobar-ne el valor en r :

$$R_r^{prosp} = CI_m a_{n-r|I_m} + C(1 + I_m)^{-(n-r)} = C.$$

- (iii) En el moment τ , essent $r < \tau < r + 1$ i τ expressat en períodes, la quantia que cancel·la anticipadament el préstec es pot obtenir capitalitzant la reserva matemàtica al final del període r la fracció de període transcorreguda:

$$R_\tau = R_r(1 + I_m)^{\tau-r} = C(1 + I_m)^{\tau-r}.$$

Com es pot veure, si volem rescindir l'operació en τ , amb $r < \tau < r + 1$, hem d'abonar el nominal del préstec més els interessos generats des de r fins a τ .

- (iv) Al final de l'operació, $\tau = n$, un moment després d'haver pagat la quota d'interès corresponent i de tornar el nominal del préstec, la reserva matemàtica és nul·la: $R_n = 0$.

1. Relació entre reserva matemàtica i deute pendent

- (i) A l'inici de l'operació, el deute pendent i la reserva matemàtica coincideixen amb el nominal del préstec:

$$D_0 = R_0 = C.$$

- (ii) Al final de cada període, $\tau = r = 1, \dots, n - 1$, un cop pagada la quota d'interès corresponent, el deute pendent i la reserva matemàtica coincideixen, també, amb el nominal prestat:

$$D_r = R_r = C, \text{ amb } r = 1, \dots, n - 1.$$

- (iii) En τ , amb $r < \tau < r+1$ i τ expressat en períodes, el deute pendent coincideix amb el nominal del préstec, mentre que la reserva matemàtica ha augmentat a causa dels interessos generats durant la fracció de període que ha transcorregut des de r fins a τ :

$$D_\tau = D_r = C \neq R_\tau = C(1 + I_m)^{\tau-r}.$$

- (iv) Al final de l'operació, un cop pagada la quota d'interès corresponent i el nominal prestat, tant el deute pendent com la reserva matemàtica són nuls:

$$D_n = R_n = 0.$$

2.3.5.5 Tipus efectiu prestatari, tipus efectiu prestador i taxa anual equivalent, TAE

Com ja hem vist en la modalitat de préstec anterior, els tipus efectius prestador i prestatari, i també la TAE de l'operació, s'obtenen de la comparació entre els capitals financers pagats i rebuts per cada subjecte que intervé en l'operació.

Assumirem que l'operació de préstec genera unes despeses totals per al prestatari, G_0 , tals que:

$$G_0 = G_{0,1} + G_{0,2},$$

en què $G_{0,1}$ són les despeses inicials a càrrec del prestatari que repercuteixen en el prestador i $G_{0,2}$ les despeses inicials a càrrec del prestatari que no repercuteixen en el prestador.

1. Tipus efectiu prestatari

El cost al qual resulta l'operació al prestatari o tipus efectiu prestatari s'obté comparant els dos conjunts de capitals següents:

- (i) El nominal del préstec rebut del prestador en l'origen de l'operació, que és la prestació: $(C, 0)$.
- (ii) El conjunt de capitals financers que el prestatari ha de pagar com a contrapartida, que inclou les quotes d'interès que paga periòdicament, la devolució del nominal al final de l'operació i les despeses inicials a càrrec seu, tant les que paga al prestador com les que paga a altres entitats, despeses que hem simbolitzat per G_0 :

$$\{(G_0, 0), (CI_m, rP), (C, nP)\}_{r=1, \dots, n}.$$

Per tant, el tipus efectiu prestatari, I'_m , que té una freqüència de capitalització que coincideix amb la de les quotes d'interès, és el que resulta de l'equivalència financera següent:

$$(C, 0) \underset{I'_m}{\sim} \{(G_0, 0), (CI_m, rP), (C, nP)\}_{r=1, \dots, n}.$$

Si valorem els dos conjunts de capitals en l'origen de l'operació obtindrem l'equació que permet obtenir el tipus efectiu prestatari I'_m , que indica el cost al qual resulta el préstec al prestatari:

$$C = G_0 + CI_m a_{n|I'_m} + C(1 + I'_m)^{-n}.$$

El tipus efectiu prestatari, I'_m , s'obté de l'equació resultant d'igualar el nominal del préstec amb les despeses inicials a càrrec del prestatari, el valor actual de les quotes d'interès, que constitueixen una renda constant de quantia CI_m , immediata, temporal de n termes i vençuda, i l'actualització del nominal, que es paga al final de l'operació.

Si, a més de les despeses inicials, el prestatari tingués altres despeses a càrrec seu, per exemple, despeses periòdiques, també s'haurien d'incloure en l'equació anterior i les hauríem de valorar a l'inici de l'operació, amb el tipus efectiu prestatari que estem cercant.

2. Tipus efectiu prestador

Si suposem que el prestador no té despeses a càrrec seu, que és el més habitual, el tipus efectiu prestador o la rendibilitat a la qual resulta al prestador l'operació de préstec s'obté de comparar els dos conjunts de capitals següents:

- (i) El nominal prestat en l'origen de l'operació al prestatari, que és la prestació: $(C, 0)$.
- (ii) El conjunt de capitals rebuts pel prestador, que, a més de les quotes d'interès que paga periòdicament el prestatari i la devolució del nominal al final de l'operació, inclou les despeses a càrrec del prestatari que repercuteixen directament en el prestador. El més habitual és que aquestes despeses les rebem en el moment de contractar el préstec, despeses que hem simbolitzat per $G_{0,1}$: $\{(G_{0,1}, 0), (CI_m, rP), (C, nP)\}_{r=1, \dots, n}$.

El tipus efectiu prestador, I''_m , la freqüència de capitalització del qual coincideix amb la de les quotes d'interès, és el que resulta de l'equivalència financera següent:

$$(C, 0) \underset{I''_m}{\sim} \{(G_{0,1}, 0), (CI_m, rP), (C, nP)\}_{r=1, \dots, n}.$$

Si valorem els dos conjunts de capitals en l'origen de l'operació, obtindrem l'equació que permet obtenir el tipus efectiu prestador I_m'' :

$$C = G_{0,1} + CI_m a_n |_{I_m''} + C(1 + I_m'')^{-n},$$

en la qual el nominal del préstec és igual que les despeses inicials a càrrec del prestatari que repercuteixen directament en el prestador, més el valor actual de les quotes d'interès que el prestatari paga periòdicament, que constitueixen una renda constant de quantia CI_m , immediata, temporal de n termes i vençuda, i més l'actualització del nominal, que es paga al final de l'operació.

Si el prestador tingués alguna despesa inicial o periòdica a càrrec seu, l'equació a partir de la qual es calcularia el tipus efectiu prestador s'obtidria igualant el nominal del préstec i el valor actual de les despeses a càrrec seu amb el valor actual de tots els pagaments que rep del prestatari.

3. Taxa anual equivalent, TAE

La TAE, I_m^* , d'acord amb la definició general donada en l'apartat (2.1.6), és el tipus efectiu anual d'interès compost que fa equivalents els dos conjunts de capitals financers següents:

- (i) El nominal del préstec que el prestador lliura al prestatari a l'inici de l'operació: $(C, 0)$.
- (ii) El conjunt format per les quotes d'interès que el prestatari paga periòdicament i la devolució del nominal al final de l'operació i les despeses a càrrec del prestatari que repercuteixen directament en el prestador, despeses que normalment rep el prestador en el moment de contractar el préstec i que hem simbolitzat per $G_{0,1}$:

$$\{(G_{0,1}, 0), (CI_m, rP), (C, nP)\}_{r=1, \dots, n}.$$

L'equivalència financera entre prestació i contraprestacions és:

$$(C, 0) \underset{I_m^*}{\sim} \{(G_{0,1}, 0), (CI_m, rP), (C, nP)\}_{r=1, \dots, n},$$

en què I_m^* és el tipus efectiu d'interès compost, amb la mateixa freqüència que les quotes d'interès, a partir del qual obtindrem la TAE de l'operació.

Si valorem els dos conjunts de capitals en l'origen de l'operació, obtindrem l'equació que permet obtenir el tipus efectiu, equivalent a la TAE:

$$C = G_{0,1} + CI_m a_n |_{I_m^*} + C(1 + I_m^*)^{-n},$$

essent la TAE el tipus efectiu anual equivalent a l'anterior:

$$TAE = I_1^* = (1 + I_m^*)^m - 1.$$

El tipus efectiu I_m^* s'obté de l'equació que iguala el nominal del préstec amb les despeses inicials que rep el prestador en l'origen de l'operació, el valor actual de les quotes d'interès que el prestatari paga periòdicament, que constitueixen una renda constant de quantia CI_m , immediata, temporal de n termes i vençuda, i l'actualització del nominal, que es paga al final de l'operació.

Si el prestador no té despeses a càrrec seu, la prestació i les contraprestacions que ens permetran obtenir el tipus efectiu prestador i la TAE del préstec són les mateixes i, per tant, els dos tipus d'interès són equivalents:

$$I_1^* \sim I_m'' \Rightarrow I_1^* = (1 + I_m'')^m - 1.$$

Com ja hem vist en la modalitat de préstec anterior, la TAE s'ha d'entendre més com un tipus de rendibilitat obtingut pel prestador que com un cost per al prestatari, ja que habitualment, a més de pagar les despeses que repercuteixen en el prestador, el prestatari ha de fer front a altres despeses addicionals.

Normalment el cost de l'operació de préstec per al prestatari és superior a la rendibilitat obtinguda pel prestador, a causa de les despeses que ha de pagar el primer i que no repercuteixen en el segon. Al seu torn, aquests dos tipus són superiors al tipus efectiu del préstec, en el qual no es considera cap despesa:

$$I_m' > I_m'' > I_m.$$

2.3.5.6 Valor financer

Suposem que han transcorregut r períodes des de la concessió del préstec ($0 < r < n$) i que el tipus d'interès de mercat vigent a partir de r és I_m^v , la freqüència de capitalització del qual coincideix amb la de les quotes d'interès del préstec tal com es pot observar a la figura (2.17).

El valor financer del préstec en r , V_r , s'obté calculant el valor en r de totes les contraprestacions pendents de pagament, utilitzant el tipus d'interès de mercat I_m^v , és a dir, s'hauran d'actualitzar les $n - r$ quotes d'interès pendents de pagament, que constitueixen una renda constant de quantia

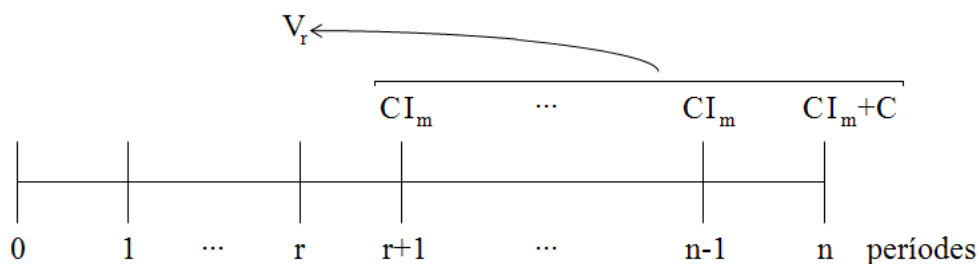


Figura 2.17: Esquema temporal dels préstecs amortitzables mitjançant un sol pagament i abonament periòdic d'interessos

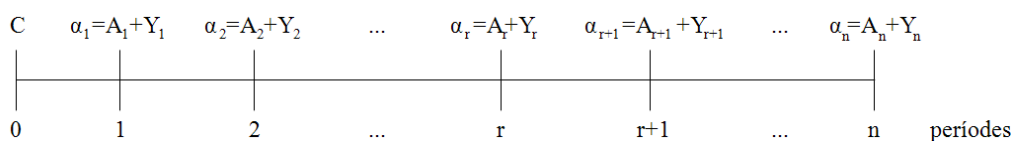


Figura 2.18: Esquema temporal del préstec d'amortització periòdica

CI_m , immediata, temporal de $n - r$ termes i vençuda. El nominal del préstec és:

$$V_r = CI_m a_{n-r|I_m^v} + C(1 + I_m^v)^{-(n-r)}.$$

2.3.6 Préstecs d'amortització periòdica a interès compost vençut. Estudi general

Els préstecs d'amortització periòdica es caracteritzen perquè el prestatari paga, al final de cada període en què es divideix el termini de l'operació, una certa quantia denominada terme amortitzatiu, que compleix una finalitat doble: d'una banda paga els interessos generats en el període, que és la denominada quota d'interès, i d'altra banda torna una part del nominal prestat, que és la denominada quota d'amortització de capital o quota de capital. La suma de totes les quotes de capital ha de ser igual que el nominal del préstec.

L'esquema temporal del préstec d'amortització periòdica es pot observar a la figura

C el nominal del préstec,

n el nombre de períodes en què es divideix el termini de l'operació,

P la periodicitat del pagament dels termes amortitzatius, de les quotes de capital i de les quotes d'interès,

α_r el terme amortitzatiu pagat al final del període r , amb $r = 1, \dots, n$.

El terme amortitzatiu pot ser:

- **Constant:** $\alpha_r = \alpha$ amb $r = 1, \dots, n$. El préstec d'amortització periòdica amb terme amortitzatiu constant, que sol ser el més habitual en el mercat financer, es denomina *préstec amortitzable pel sistema francès o préstec francès*.
- **Variable en progressió geomètrica:** $\alpha_r = \alpha_1 q^{r-1}$, $r = 1, \dots, n$.
- **Variable en progressió aritmètica:** $\alpha_r = \alpha_1 + h(r-1)$, $r = 1, \dots, n$.

Cada terme amortitzatiu està format per la quota de capital i la quota d'interès:

- A_r , la quota d'amortització de capital o quota de capital pagada al final del període r , amb $r = 1, \dots, n$. És la part del terme amortitzatiu que el prestatari destina, en cada període, a amortitzar el capital prestat. En tots els préstecs d'amortització periòdica s'haurà de complir que la suma de totes les quotes de capital coincideix amb el nominal del préstec:

$$C = \sum_{r=1}^n A_r.$$

- Y_r , la quota d'interès pagada al final del període r , amb $r = 1, \dots, n$. És la part del terme amortitzatiu que el prestatari destina, al final de cada període, a pagar els interessos meritats en aquest.

2.3.6.1 Equació d'equilibri inicial

En els préstecs d'amortització periòdica, el prestatari rep una prestació única, a l'inici de l'operació, que és el nominal del préstec. Com a contraprestació paga, periòdicament i per vençut, el terme amortitzatiu:

Prestació: $(C, 0)$,

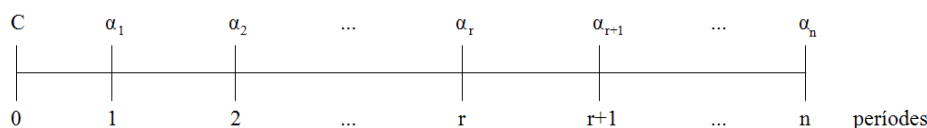


Figura 2.19: Esquema temporal de la prestació i les contraprestacions

Contraprestacions: $\{(\alpha_r, rP)\}_{r=1,\dots,n}$.

L'esquema temporal de la prestació i les contraprestacions es pot observar a la figura (2.19) i l'equivalència financera entre la prestació i les contraprestacions:

$$(C, 0) \underset{I_m}{\sim} \{(\alpha_r, rP)\}_{r=1,\dots,n}$$

en què I_m és el tipus efectiu d'interès compost al qual s'ha pactat el préstec i la freqüència de capitalització del qual coincideix amb la freqüència de pagament dels termes amortitzatius, $m = 1/P$ o bé $P = 1/m$.

L'equació d'equilibri inicial s'obté igualant el valor, en l'origen de l'operació, de la prestació i de les contraprestacions, utilitzant el tipus efectiu d'interès compost del préstec, I_m :

$$C = \sum_{r=1}^n \alpha_r (1 + I_m)^{-r}.$$

El nominal del préstec és igual que el valor, en l'origen de l'operació, dels termes amortitzatius, que constitueixen una renda de periodicitat P , immediata, temporal de n termes i vençuda.

2.3.6.2 Deute pendent

El *deute pendent* en qualsevol moment τ (expressat en períodes), amb $0 \leq \tau \leq n$, ens diu quina part del nominal del préstec el prestatari encara no ha tornat al prestador. En els préstecs d'amortització periòdica, el deute pendent disminueix a mesura que el prestatari paga periòdicament els termes amortitzatius, ja que cadascun incorpora una quota d'amortització de capital.

L'esquema temporal a partir del qual podem analitzar l'evolució del deute pendent es pot observar a la figura (2.20).

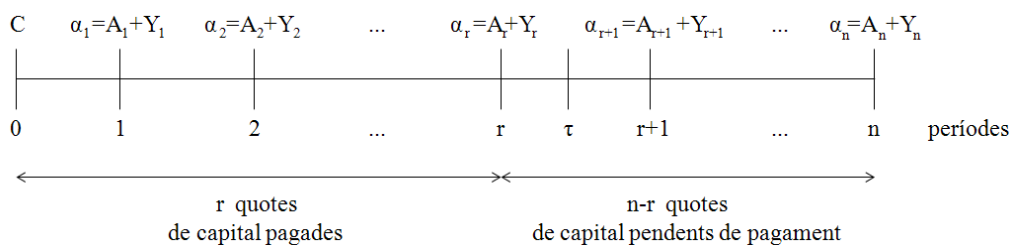


Figura 2.20: Esquema temporal de la prestació i de les contraprestacions

- (i) En l'origen de l'operació, $\tau = 0$, el deute pendent coincideix amb el nominal del préstec:

$$D_0 = C.$$

- (ii) Al final de cada període, amb $\tau = r = 1, \dots, n-1$, després del pagament del terme amortitzatiu corresponent, el deute pendent es pot obtenir com la suma de les $n - r$ quotes de capital pendents de pagament a partir de r :

$$D_r = \sum_{s=r+1}^n A_s.$$

També es pot obtenir el deute pendent al final del període r com a diferència entre el nominal i la suma de les quotes d'amortització de capital pagades fins a r :

$$D_r = C - \sum_{s=1}^r A_s.$$

Si volem obtenir el deute pendent al final del període r segons les definicions anteriors, cal que calculem prèviament les quotes d'amortització.

- En τ , amb $r < \tau < r + 1$,

$$D_\tau = D_r.$$

El deute pendent no varia des del final del període r fins al final del període $r+1$, ja que és llavors quan el prestatari torna a amortitzar una part del nominal del préstec. Per tant, si ens trobem en un moment τ , amb $r < \tau < r + 1$, entre dues dates de pagament del

terme amortitzatiu, el deute pendent coincidirà amb el que hi ha al final del període r .

- Al final de l'operació, $\tau = n$, un cop pagat el terme amortitzatiu corresponent, el deute pendent és nul:

$$D_n = 0.$$

La relació entre el deute pendent en dos períodes consecutius és la següent:

$$D_0 = C$$

$$D_1 = D_0 - A_1$$

$$D_2 = D_1 - A_2$$

$$D_3 = D_2 - A_3$$

...

$$D_n = D_{n-1} - A_n = 0.$$

Si generalitzem les relacions anteriors veiem que el deute pendent al final del període r , amb $r = 1, \dots, n$, és igual que el deute pendent del final del període $r - 1$ menys la quota d'amortització de capital pagada al final del període r :

$$D_r = D_{r-1} - A_r.$$

El deute pendent es pot obtenir sense necessitat de calcular les quotes d'amortització de capital. Per a això cal saber la relació que hi ha entre el deute pendent i la reserva matemàtica, que veurem més endavant.

2.3.6.3 Total amortitzat

El *total amortitzat* en qualsevol moment τ (expressat en períodes), amb $0 \leq \tau \leq n$, ens diu quina part del nominal del préstec el prestatari ja ha tornat al prestador. En els préstecs d'amortització periòdica, el total amortitzat augmenta a mesura que el prestatari paga periòdicament els termes amortitzatius, ja que cadascun incorpora una quota d'amortització de capital.

L'esquema temporal a partir del qual podem analitzar l'evolució del total amortitzat és el mateix que hem observat a la figura (2.20).

- (i) En l'origen de l'operació, $\tau = 0$, el total amortitzat és nul:

$$M_0 = 0.$$

- (ii) Al final de cada període, amb $\tau = r = 1, \dots, n-1$, després del pagament del terme amortitzatiu corresponent, el total amortitzat es pot obtenir a partir de la suma de les quotes d'amortització de capital pagades fins a r :

$$M_r = \sum_{s=1}^r A_s.$$

També es pot obtenir restant al nominal la suma de les $n - r$ quotes de capital pendents de pagament a partir de r :

$$M_r = C - \sum_{s=r+1}^n A_s.$$

Igual que en el cas del deute pendent, si volem obtenir el total amortitzat al final del període r segons les definicions anteriors cal que calculem prèviament les quotes d'amortització de capital.

- En τ , amb $r < \tau < r + 1$,

$$M_\tau = M_r.$$

El total amortitzat no varia des del final del període r fins al final del període $r + 1$, ja que és llavors quan el prestatari torna a amortitzar una part del nominal del préstec. D'aquesta manera, el total amortitzat en un moment τ , amb $r < \tau < r + 1$, entre dues dates de pagament del terme amortitzatiu coincidirà amb el total amortitzat al final del període r .

- Al final de l'operació, $\tau = n$, un cop pagat el terme amortitzatiu corresponent, el total amortitzat coincideix amb el nominal del préstec:

$$M_n = C.$$

L'evolució del total amortitzat a mesura que el prestatari paga la quota d'amortització de capital és la següent:

$$M_0 = 0$$

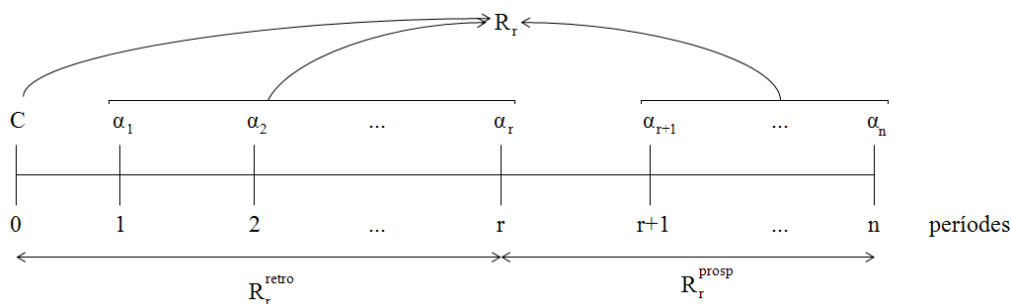


Figura 2.21: Esquema temporal de la prestació i les contraprestacions

$$M_1 = M_0 + A_1$$

$$M_2 = M_1 + A_2$$

$$M_3 = M_2 + A_3$$

...

$$M_n = M_{n-1} + A_n = C.$$

En les definicions anteriors es veu que el total amortitzat és la diferència entre el nominal del préstec i el deute pendent:

$$M_\tau = C - D_\tau, \text{ amb } 0 \leq \tau \leq n.$$

2.3.6.4 Reserva matemàtica

La *reserva matemàtica* en qualsevol moment τ (expressat en períodes), amb $0 \leq \tau \leq n$, és la quantia que ha de pagar el prestatari per a cancel·lar anticipadament el préstec.

- (i) En l'origen de l'operació, $\tau = 0$, la reserva matemàtica coincideix amb el nominal del préstec:

$$R_0 = C.$$

- (ii) Al final de cada període, amb $\tau = r = 1, \dots, n - 1$, després del pagament del terme amortitzatiu corresponent, la reserva matemàtica es pot obtenir calculant-la pel mètode retrospectiu o prospectiu, d'acord amb l'esquema temporal de la figura (2.21).

- *Reserva matemàtica retrospectiva.* L'import que cancel·la el préstec transcorreguts r períodes des de la concessió s'obté per diferència entre la quantia que cedeix el prestador al prestatari en l'origen de l'operació, nominal del préstec, valorada en r , i els termes amortitzatius que el prestatari ja ha pagat al prestador, $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$, valorats també en r . Aquests termes amortitzatius constitueixen una renda de periodicitat P , immediata, temporal de r termes i vençuda de la qual haurem de buscar el valor final. El tipus d'interès de valoració utilitzat per a calcular la reserva és el tipus efectiu d'interès compost al qual s'ha pactat el préstec, I_m , la freqüència de capitalització del qual coincideix amb la freqüència de pagament dels termes amortitzatius.

$$R_r^{retro} = C(1 + I_m)^r - \sum_{s=1}^r \alpha_s(1 + I_m)^{r-s}.$$

- *Reserva matemàtica prospectiva.* Al final del període r queden pendents de pagament, per part del prestatari, $n - r$ termes amortitzatius ($\alpha_{r+1}, \alpha_{r+2}, \dots, \alpha_n$), que valorats al final del període r , amb el tipus efectiu d'interès compost al qual s'ha pactat l'operació, I_m , permeten obtenir la quantia que el prestatari ha de pagar al prestador per a cancel·lar el préstec de manera anticipada:

$$R_r^{prosp} = \sum_{s=r+1}^n \alpha_s(1 + I_m)^{-(s-r)}.$$

Si analitzem l'operació en r , els termes amortitzatius que intervenen en la definició de la reserva prospectiva constitueixen una renda de periodicitat P , immediata, temporal de $n - r$ termes i vençuda de la qual hem de buscar el valor actual.

La reserva matemàtica retrospectiva i prospectiva coincideixen, $R_r^{retro} = R_r^{prosp}$. Per tant, podem dir que la reserva és única en cada moment, però hi ha dues maneres de calcular-la.

- (iii) Un cop obtinguda la reserva matemàtica al final del període r podem calcular la reserva matemàtica en τ (expressat en períodes), essent $r < \tau < r + 1$, de la manera següent:

$$R_\tau = R_r(1 + I_m)^{\tau-r}.$$

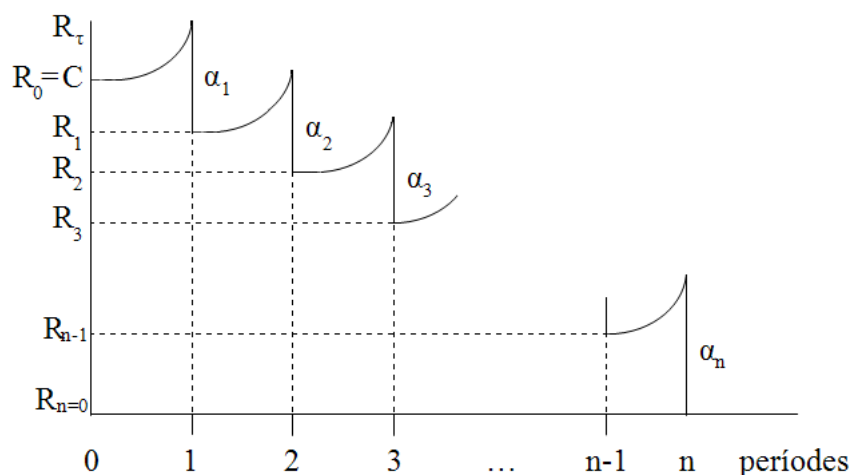


Figura 2.22: Esquema temporal de la prestació i les contraprestacions

L'import que cancel·la el préstec en τ , amb $r < \tau < r + 1$, serà igual que l'import que cancel·la el préstec al final del període r , R_r , més els interessos generats des de r fins a τ .

- (iv) Al final de l'operació, $\tau = n$, un cop pagat el terme amortitzatiu corresponent, la reserva matemàtica és nul·la:

$$R_n = 0.$$

La representació gràfica de l'evolució de la reserva matemàtica es pot observar en la figura (2.22).

Si ampliem l'evolució de la reserva entre r i $r + 1$, la relació que hi ha entre la reserva al final del període r i la reserva al final del període $r + 1$:

$$R_{r+1} = R_r(1 + I_m) - \alpha_{r+1}.$$

1. Relació entre reserva matemàtica i deute pendent

A partir de la definició de deute pendent i de reserva matemàtica es dedueixen les relacions següents entre els dos conceptes en qualsevol moment τ (expressat en períodes), amb $(0 \leq \tau \leq n)$:

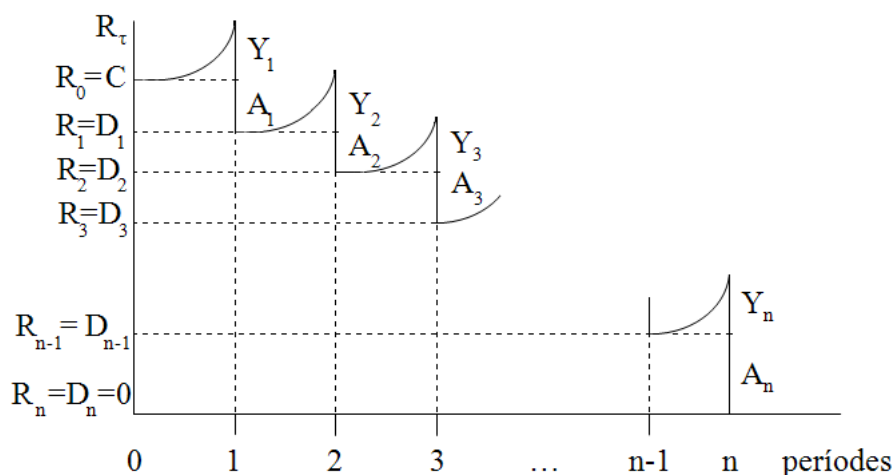


Figura 2.23: Esquema temporal de la prestació i les contraprestacions

- (i) A l'inici de l'operació, $\tau = 0$, deute pendent i reserva matemàtica coincideixen amb el nominal del préstec:

$$D_0 = R_0 = C.$$

- (ii) Al final de cada període, amb $\tau = r = 1, \dots, n-1$, un cop que s'ha pagat el terme amortitzatiu corresponent, el deute pendent i la reserva matemàtica també coincideixen:

$$D_r = R_r, \text{ amb } r = 1, \dots, n-1.$$

Aquesta relació es pot veure en la representació gràfica (2.23).

La relació que hi ha entre el deute pendent i el total amortitzat ens permet expressar aquest últim de la manera següent:

$$M_r = C - D_r = C - R_r, \text{ amb } r = 1, \dots, n.$$

- (iii) En τ , amb $r < \tau < r+1$:

$$D_\tau = D_r = R_r \neq R_\tau = R_r(1 + I_m)^{\tau-r}.$$

Si volem cancel·lar el préstec en τ , amb $r < \tau < r + 1$, haurem de pagar l'import de la reserva al final del període r més els interessos generats des de r fins a τ . Però el deute pendent en τ continua essent el mateix que el que hi ha al final del període r , ja que no s'ha amortitzat més capital. Per aquest motiu, en τ , amb $r < \tau < r + 1$, la reserva matemàtica i el deute pendent no coincideixen.

- (iv) Al final de l'operació, $\tau = n$, un cop pagat el terme amortitzatiu corresponent, la reserva matemàtica i el deute pendent coincideixen i són nuls:

$$D_n = R_n = 0.$$

Aquestes relacions entre reserva matemàtica i deute pendent ens permeten calcular aquesta última sense necessitat de saber l'import de les quotes d'amortització de capital pagades o el de les quotes d'amortització pendents de pagament.

2.3.6.5 Quota d'interès i quota d'amortització de capital

El terme amortitzatiu pagat periòdicament pel prestatari està format per la quota d'interès i la quota d'amortització de capital:

$$\alpha_r = Y_r + A_r, \text{ amb } r = 1, \dots, n.$$

- (i) *Quota d'interès.* És la part del terme amortitzatiu que es destina a pagar els interessos generats en el període. En cada període es paguen els interessos sobre la reserva matemàtica del període anterior i, per tant, sobre el deute pendent del període anterior:

$$Y_r = R_{r-1}(1 + I_m) - R_{r-1} = R_{r-1}I_m = D_{r-1}I_m, \text{ amb } r = 1, \dots, n.$$

Com que la reserva matemàtica disminueix a mesura que avança el termini de l'operació, les quotes d'interès són decreixents.

- (ii) *Quota de capital.* És la part del terme amortitzatiu que es destina a amortitzar el nominal del préstec. Conegut l'import del terme amortitzatiu i l'import de la quota d'interès podem obtenir, per diferència, la quota de capital:

$$A_r = \alpha_r - Y_r, \text{ amb } r = 1, \dots, n.$$

També la podem obtenir per diferència entre el deute pendent o la reserva matemàtica del període anterior i la del període en qüestió:

$$A_r = D_{r-1} - D_r = R_{r-1} - R_r, \text{ amb } r = 1, \dots, n.$$

Conegudes les quotes d'amortització de capital, podrem calcular el deute pendent i el total amortitzat a partir d'aquestes.

2.3.6.6 Quadre d'amortització

r	α_r	Y_r	A_r	M_r	$D_r = R_r$
0				$M_0 = 0$	$D_0 = C$
1	α_1	$Y_1 = CI_m$	$A_1 = \alpha_1 - Y_1$	$M_1 = M_0 + A_1$	$D_1 = C - M_1$
2	α_2	$Y_2 = R_1 I_m$	$A_2 = \alpha_2 - Y_2$	$M_2 = M_1 + A_2$	$D_2 = C - M_2$
...
r	α_r	$Y_r = R_{r-1} I_m$	$A_r = \alpha_r - Y_r$	$M_r = M_{r-1} + A_r$	$D_r = C - M_r$
...
$n-1$	α_{n-1}	$Y_{n-1} = R_{n-2} I_m$	$A_{n-1} = \alpha_{n-1} - Y_{n-1}$	$M_{n-1} = M_{n-2} + A_{n-1}$	$D_{n-1} = C - M_{n-1} = A_n$
n	α_n	$Y_n = R_{n-1} I_m$	$A_n = \alpha_n - Y_n$	$M_n = M_{n-1} + A_n = C$	$D_n = C - M_n = 0$

Taula 2.3: Quadre d'amortització

Les magnituds de l'estructura amortitzativa del préstec es poden resumir en el quadre d'amortització, que recull la informació relativa a aquestes període a període es pot observar a (2.3).

El quadre d'amortització s'elabora de la manera següent:

- (i) En la *primera columna* figura cadascun dels n períodes en els quals es divideix el termini del préstec.
- (ii) En la *segona columna* posarem l'import dels termes amortitzatius, α_r .
- (iii) En la *tercera i quarta columna* hi ha el desglossament del terme amortitzatiu en quota d'interès i quota de capital, Y_r i A_r , respectivament.

- (iv) En la *cinquena columna* posarem el total amortitzat, M_r , i en l'*última columna* el deute pendent, que coincideix amb la reserva matemàtica, $D_r = R_r$.
- (v) En la *primera fila*, la de l'origen de l'operació, l'única magnitud diferent de zero és el deute pendent, que coincideix amb el nominal prestat.
- (vi) Les magnituds de les *files restants* s'obtenen de la manera següent:
- El *terme amortitzatiu* és l'única magnitud del préstec que s'obté independentment del quadre d'amortització, ja que el primer terme amortitzatiu es calcula a partir de l'equació d'equilibri inicial. Si el préstec és francès, el terme amortitzatiu és el mateix en totes les files. En el cas del préstec amb termes amortitzatius variables en progressió geomètrica, el terme amortitzatiu es calcula a partir del primer tenint en compte que $\alpha_r = \alpha r - 1q$, i si el terme amortitzatiu és variable en progressió aritmètica llavors se satisfà que $\alpha_r = \alpha_{r-1} + h$.
 - La *quota d'interès* es calcula sobre el deute pendent del període anterior: $Y_r = R_{r-1}I_m$.
 - La *quota de capital* no és més que la diferència entre l'import del terme amortitzatiu i la quota d'interès: $A_r = \alpha_r - Y_r$.
 - El *total amortitzat* s'obté sumant la quota de capital del període al total amortitzat del període anterior: $M_r = M_{r-1} + A_r$.
 - El *deute pendent*, que coincideix amb la reserva matemàtica, es calcula restant al nominal del préstec el total amortitzat del període: $D_r = C - M_r$.
- (vii) Per a verificar que el quadre d'amortització és correcte hem de comprovar que:
- La quota de capital de l'últim període coincideix amb el deute pendent del penúltim període: $A_n = D_{n-1}$.
 - El total amortitzat al final de l'operació coincideix amb el nominal prestat: $M_n = C$.
 - El deute pendent al final de l'operació és nul: $D_n = 0$.

El quadre d'amortització d'un préstec recull la informació relativa a totes les magnituds que intervenen en l'estructura amortitzativa d'aquest, període a període:

- Es parteix del nominal del préstec i de l'import dels termes amortitzatius, que es calcula independentment del quadre.
- El terme amortitzatiu es descompon en quota d'interès i quota de capital.
- S'obté el total amortitzat sumant la quota de capital del període al total amortitzat del període anterior.
- El deute pendent es calcula restant al nominal del préstec el total amortitzat del període.

2.3.6.7 Tipus efectiu prestatari, tipus efectiu prestador i taxa anual equivalent, TAE

Per a deduir el tipus efectiu prestatari, el tipus efectiu prestador i la TAE d'un préstec d'amortització periòdica haurem de tenir en compte les prestacions i contraprestacions associades a aquest préstec i que intervenen en la definició de cadascun dels tipus anteriors.

1. Tipus efectiu prestatari

El tipus efectiu prestatari descriu el cost al qual resulta l'operació de préstec al prestatari i s'obté comparant els conjunts de capitals següents, que constitueixen la prestació i contraprestació, respectivament, per al prestatari:

- (i) El nominal del préstec rebut del prestador en l'origen de l'operació: $(C, 0)$.
- (ii) El conjunt de capitals financers que el prestatari ha de pagar com a contrapartida, que a més dels termes amortitzatius inclou les despeses inicials a càrrec seu, tant les que paga al prestador com les que paga a altres entitats, $G_0: \{(G_0, 0), (\alpha_r, rP)\}_{r=1, \dots, n}$.

L'equivalència financera entre prestació i contraprestacions de la qual es dedueix el tipus efectiu prestatari, I'_m , és:

$$(C, 0) \underset{I'_m}{\sim} \{(G_0, 0), (\alpha_r, rP)\}_{r=1, \dots, n}.$$

Valorant els dos conjunts de capitals en l'inici de l'operació s'obté l'equació que permet determinar el tipus efectiu prestatari, I'_m :

$$C = G_0 + \sum_{r=1}^n \alpha_r (1 + I'_m)^{-r}.$$

En aquesta equació, el nominal del préstec és igual que les despeses inicials a càrrec del prestatari més el valor actual dels termes amortitzatius, que constitueixen una renda de periodicitat P , immediata, temporal de n termes i vençuda.

A l'inici de l'operació, les úniques despeses que es coneixen són les que paga el prestatari llavors. Si més tard el prestatari s'ha de fer càrrec d'un altre tipus de despeses, per exemple, per amortització anticipada, també s'hauran de tenir en compte en el càlcul del tipus efectiu prestatari.

2. Tipus efectiu prestador

El *tipus efectiu prestador* descriu la rendibilitat a la qual resulta al prestador l'operació de préstec. Si suposem que el prestador no té despeses a càrrec seu, que és el més habitual, el tipus efectiu prestador s'obté de la comparació dels dos conjunts de capitals següents, que constitueixen la prestació i contraprestació, respectivament, per al prestador:

- (a) El nominal prestat en l'origen de l'operació al prestatari: $(C, 0)$.
- (b) El conjunt de capitals que rep el prestador, que a més dels termes amortitzatius inclou les despeses a càrrec del prestatari que repercuteixen directament en el prestador. El més habitual és que aquestes despeses les rebí en el moment de contractar el préstec, despeses que hem simbolitzat per $G_{0,1}$: $\{(G_{0,1}, 0), (\alpha_r, rP)\}_{r=1, \dots, n}$.

L'equivalència financera entre prestació i contraprestacions de la qual es dedueix el tipus efectiu prestador, I''_m , és:

$$(C, 0) \underset{I''_m}{\approx} \{(G_{0,1}, 0), (\alpha_r, rP)\}_{r=1, \dots, n}.$$

Valorant els dos conjunts de capitals en l'inici de l'operació s'obté l'equació que permet determinar el tipus efectiu prestador, I''_m :

$$C = G_{0,1} + \sum_{r=1}^n \alpha_r (1 + I''_m)^{-r}.$$

En aquesta equació, el nominal del préstec és igual que les despeses inicials a càrrec del prestatari que repercuteixen en el prestador més el valor actual dels termes amortitzatius, que constitueixen una renda de periodicitat P , immediata, temporal de n termes i vençuda.

3. Taxa anual equivalent, TAE

La TAE, I_1^* , d'acord amb la definició general de l'apartat (2.1.6), és el tipus efectiu anual d'interès compost que fa equivalents els dos conjunts de capitals financers següents:

- (a) El nominal del préstec que el prestador lliura al prestatari a l'inici de l'operació: $(C, 0)$.
- (b) El conjunt format pels termes amortitzatius i les despeses a càrrec del prestatari que repercuteixen directament en el prestador, despeses que normalment rep aquest prestador en el moment de la contractació del préstec, $G_{0,1}$: $\{(G_{0,1}, 0), (\alpha_r, rP)\}_{r=1, \dots, n}$.

L'equivalència financera entre prestació i contraprestacions de la qual es dedueix la TAE és:

$$(C, 0) \underset{I_m^*}{\sim} \{(G_{0,1}, 0), (\alpha_r, rP)\}_{r=1, \dots, n},$$

en què I_m^* és el tipus efectiu d'interès compost, amb la mateixa freqüència que els termes amortitzatius, a partir del qual obtindrem la TAE de l'operació. Valorant els dos conjunts de capitals a l'inici de l'operació s'obté l'equació que permet obtenir el tipus efectiu I_m^* :

$$C = G_{0,1} + \sum_{r=1}^n \alpha_r (1 + I_m^*)^{-r}.$$

En aquesta equació, el nominal del préstec és igual que les despeses inicials a càrrec del prestatari que repercuteixen en el prestador més el valor actual dels termes amortitzatius, que constitueixen una renda de periodicitat P , immediata, temporal de n termes i vençuda.

Un cop obtingut el tipus efectiu la freqüència del qual és igual que la dels termes amortitzatius del préstec, la TAE s'obté a partir de la relació entre tipus d'interès efectius equivalents:

$$TAE = I_1^* = (1 + I_m^*)^m - 1.$$

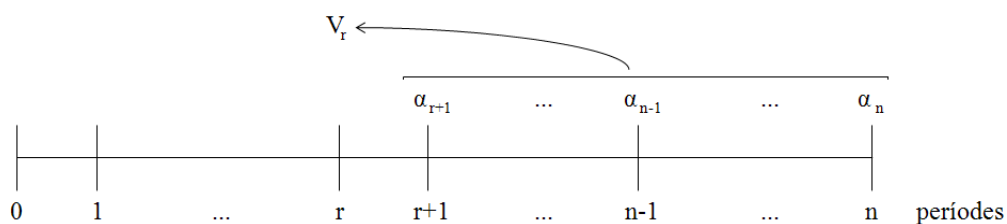


Figura 2.24: Esquema temporal de la prestació i les contraprestacions

Si el prestador no té despeses a càrrec seu, la prestació i les contraprestacions que ens permeten obtenir el tipus efectiu prestador i la TAE del préstec són les mateixes i, per tant, els dos tipus d'interès són equivalents:

$$I_1^* \sim I_m'' \Rightarrow I_1^* = (1 + I_m'')^m - 1.$$

Normalment el cost de l'operació de préstec per al prestatari és superior a la rendibilitat obtinguda pel prestador, a causa de les despeses que ha de pagar el primer i que no repercuteixen en el segon i també perquè el prestador no sol tenir despeses a càrrec seu. Al seu torn, aquests dos tipus són superiors al tipus efectiu del préstec, en el qual no es considera cap despesa:

$$I_m' > I_m'' = I_m^* > I_m.$$

2.3.6.8 Valor financer

El *valor financer* d'un préstec en r , amb $0 < r < n$, V_r , s'obté calculant el valor en r de tots els termes amortitzatius pendents de pagament, $\alpha_{r+1}, \alpha_{r+2}, \dots, \alpha_n$, utilitzant el tipus efectiu d'interès de mercat, I_m^v , la freqüència de capitalització del qual coincideix amb la dels termes amortitzatius del préstec.

L'esquema temporal es pot observar a la figura (2.24).

En general, per a tots els préstecs d'amortització periòdica, el valor del préstec s'obté de:

$$V_r = \sum_{s=r+1}^n \alpha_s (1 + I_m^v)^{-(s-r)}.$$

Si analitzem l'operació en r , els termes amortitzatius que intervenen en la definició del valor financer constitueixen una renda de periodicitat P , im-

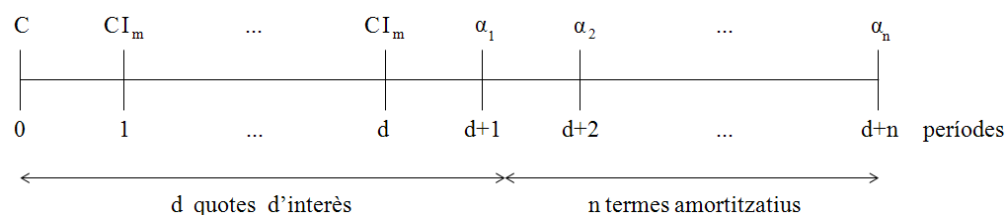


Figura 2.25: Esquema temporal de la prestació i les contraprestacions

mediata, temporal de $n - r$ termes i vençuda de la qual cerquem el valor actual.

Podem veure que aquesta expressió és la mateixa que la que ens permet calcular la reserva matemàtica prospectiva. La diferència és que mentre per a calcular la reserva el tipus d'interès utilitzat és el pactat en l'origen de l'operació de préstec, per a trobar el valor financer utilitzem el tipus d'interès vigent en el mercat a partir del moment de la valoració.

2.3.6.9 Préstecs d'amortització periòdica amb carència parcial

En general, en els préstecs d'amortització periòdica amb carència parcial, el prestador cedeix el nominal del préstec a l'inici de l'operació i el prestatari es compromet a pagar, al final de cada període que dura la carència parcial, la quota d'interès generada en el període, però no s'amortitza capital. Un cop finalitzada la carència, el prestatari paga al final de cada període el terme amortitzatiu corresponent.

L'esquema temporal d'un préstec d'amortització periòdica amb carència parcial és el de la figura (2.25).

Si suposem que a l'inici de l'operació hi ha una carència parcial de d períodes i que es paguen n termes amortitzatius, l'equivalència financera entre prestació i contraprestacions en el préstec d'amortització periòdica amb carència parcial és la que es pot observar a la figura (2.25).

Si suposem que a l'inici de l'operació hi ha una carència parcial de d períodes i que es paguen n termes amortitzatius, l'equivalència financera entre prestació i contraprestacions en el préstec d'amortització periòdica amb carència parcial és la següent:

$$(C, 0) \underset{I_m}{\sim} \{(CI_m, sP)_{s=1, \dots, d}, (\alpha_r, (d+r)P)_{r=1, \dots, n}\},$$

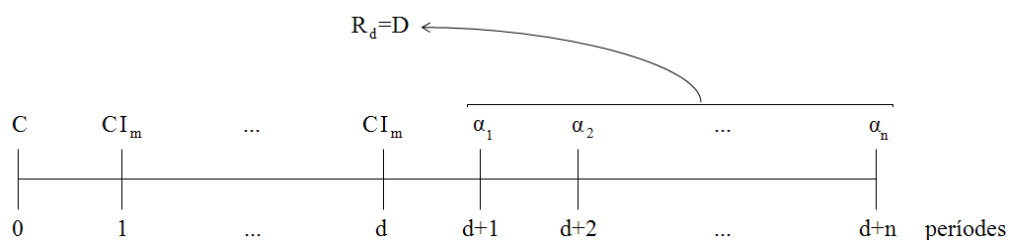


Figura 2.26: Esquema temporal de la prestació i les contraprestacions

en què I_m és el tipus efectiu d'interès compost al qual s'ha pactat l'operació de préstec, la freqüència de capitalització del qual coincideix amb la freqüència de pagament de les quotes d'interès i dels termes amortitzatius.

Durant els períodes de carència parcial el prestatari no amortitza capital i, per això, l'import de la quota d'interès sempre és el mateix i es calcula sobre el nominal del préstec: CI_m .

En els préstecs d'amortització periòdica amb carència parcial, la reserva al final dels d períodes de carència és igual que el nominal del préstec, ja que si el prestatari volgués cancel·lar el préstec en aquell moment hauria de tornar únicament el nominal del préstec perquè encara no ha amortitzat res, però, en canvi, ha pagat els interessos que s'han generat periòdicament. Així, podem expressar que: $R_d = C$.

Això implica que, un cop finalitzada la carència, el prestatari ha d'amortitzar el nominal C pagant n termes amortitzatius. Per tant, si valorem l'equivalència financera al final de la carència parcial, amb el tipus efectiu d'interès compost del préstec, s'obté que el nominal del préstec ha de ser igual que el valor, al final del període d , dels n termes amortitzatius:

$$C = \sum_{r=1}^n \alpha_r (1 + I_m)^{-r}.$$

La reserva al final del període d , que coincideix amb el nominal del préstec, és igual que el valor en d dels termes amortitzatius, que constitueixen una renda de periodicitat P , immediata, temporal de n termes i vençuda. Aquesta equació és la mateixa equació d'equilibri inicial que la deduïda en l'apartat (2.3.6.1) per al préstec d'amortització periòdica sense carència.

Gràficament, l'equació d'equilibri anterior és (2.26).

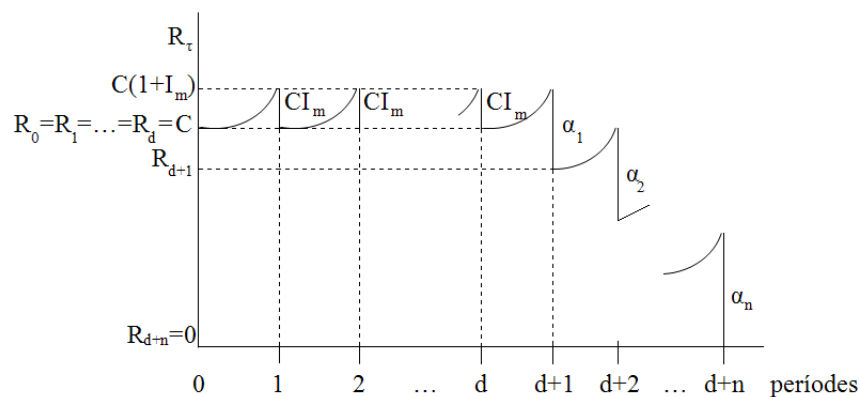


Figura 2.27: Esquema temporal de la prestació i les contraprestacions

La representació gràfica de l'evolució de la reserva matemàtica en aquesta modalitat de préstec es pot observar a la figura (2.27).

Com es pot apreciar en el gràfic, un cop pagada la quota d'interès corresponent, la reserva matemàtica al final de cada període de la carència parcial coincideix amb el nominal del préstec, reserva que al seu torn coincideix amb el deute pendent:

$$R_s = D_s = C, \text{ amb } s = 1, \dots, d.$$

Transcorreguts els d períodes de carència parcial, com que $R_s = D_s = C$, el préstec d'amortització periòdica amb carència parcial es comporta exactament igual que el préstec d'amortització periòdica sense carència, que ja hem estudiat.

En un préstec d'amortització periòdica amb carència parcial és molt important no oblidar-se d'incloure les quotes d'interès pagades durant els períodes de carència dins el conjunt de contraprestacions, en el càlcul dels tipus efectius associats al préstec. Així, per exemple, si volem trobar el tipus efectiu prestatari haurem de recordar que la prestació i les contraprestacions que s'han de tenir en compte són les següents:

- (a) *Prestació*: $(C, 0)$.
- (b) *Contraprestacions*: $\{(G_0, 0), (CI_m, sP)_{s=1, \dots, d}, (\alpha_r, (d+r)P)_{r=1, \dots, n}\}$.

L'equivalència financera entre prestació i contraprestacions de la qual es

dedueix el tipus efectiu prestatari, I'_m , és:

$$(C, 0) \underset{I'_m}{\approx} \{(CI_m, sP)_{s=1, \dots, d}, (\alpha_r, (d+r)P)_{r=1, \dots, n}\},$$

Valorant els dos conjunts de capitals en l'inici de l'operació s'obté l'equació que permet determinar el tipus efectiu prestatari,

$$C = G_0 + \sum_{s=1}^d CI_m(1 + I'_m)^{-s} + \sum_{r=1}^n \alpha_r(1 + I_m)^{-(d+r)}.$$

Podem valorar directament els termes amortitzatius en l'origen de l'operació o podem valorar-los primer al final de la carència i després actualitzar el resultat d períodes. En aquest cas, l'equació de la qual es dedueix el tipus efectiu prestatari, I'_m , és:

$$C = G_0 + \sum_{s=1}^d CI_m(1 + I'_m)^{-s} + \left[\sum_{r=1}^n \alpha_r(1 + I_m)^{-r} \right] (1 + I'_m)^{-d}.$$

Les quotes d'interès pagades durant la carència parcial defineixen una renda de periodicitat P , temporal de d termes que, analitzada en l'origen de l'operació, és immediata i vençuda. Com que, a més, el terme de la renda és constant i de quantia CI_m , podem substituir el primer sumatori per l'expressió del valor actual d'una renda constant, de periodicitat P , amb d termes de quantia CI_m , immediata i vençuda:

$$\sum_{s=1}^d CI_m(1 + I'_m)^{-s} = CI_m a_{d|I'_m}.$$

Això permet escriure l'equació de la qual s'obté el tipus efectiu prestatari, I'_m , de la manera següent:

$$C = G_0 + CI_m a_{d|I'_m} + \left[\sum_{r=1}^n \alpha_r(1 + I_m)^{-r} \right] (1 + I'_m)^{-d}.$$

D'altra banda, els termes amortitzatius defineixen una renda de periodicitat P , temporal de n termes que, analitzada en l'origen de l'operació, és diferida d períodes i vençuda.

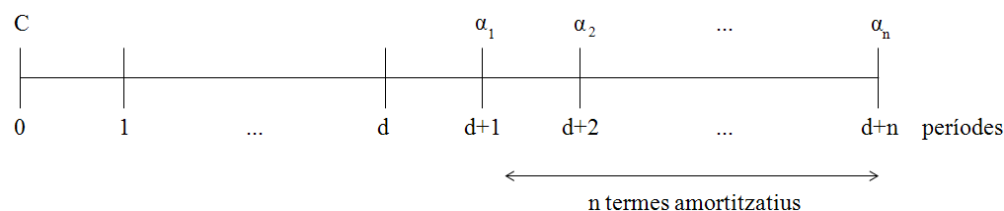


Figura 2.28: Esquema temporal d'un préstec d'amortització periòdica amb carència total

2.3.6.10 Préstecs d'amortització periòdica amb carència total

En general, en els préstecs d'amortització periòdica amb carència total, el prestador cedeix el nominal del préstec a l'inici de l'operació i el prestatari no efectua cap pagament fins que no han transcorregut els d períodes de carència total. Finalitzada la carència, el prestatari deu al prestador el nominal del préstec més els interessos generats durant la carència, import que restituirà pagant els termes amortitzatius.

L'esquema temporal d'un préstec d'amortització periòdica amb carència total és el que es pot observar a la figura (2.28).

Si suposem que a l'inici de l'operació hi ha una carència total de d períodes i es paguen n termes amortitzatius, l'equivalència financera entre prestació i contraprestacions és la següent:

$$(C, 0) \underset{I_m}{\sim} \{(\alpha_r, (d+r)P)\}_{r=1, \dots, n},$$

en què I_m és el tipus efectiu d'interès compost al qual s'ha pactat l'operació de préstec, la freqüència de capitalització del qual coincideix amb la freqüència de pagament dels termes amortitzatius.

L'equació d'equilibri del préstec amb carència total s'obté igualant el valor de la prestació amb el valor de les contraprestacions, tenint en compte que el moment de valoració ha de ser el mateix. Si valorem a l'inici de l'operació, amb el tipus efectiu d'interès compost del préstec, s'obté l'equació d'equilibri inicial que permet trobar l'import dels termes amortitzatius, que el prestatari ha de pagar al final dels n últims períodes. En aquest cas, l'equació d'equilibri resulta d'igualar el nominal del préstec amb el valor, en l'origen de l'operació,

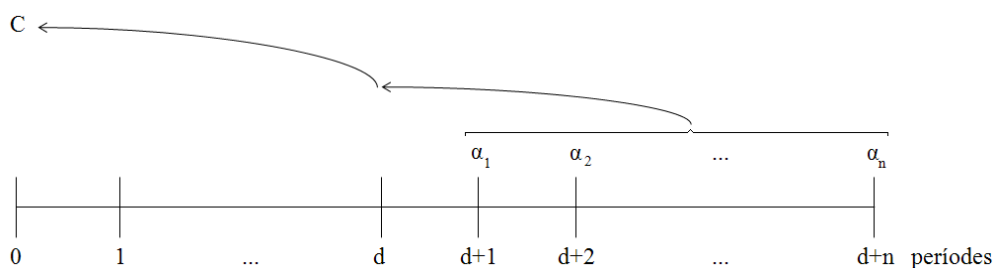


Figura 2.29: Esquema temporal d'un préstec d'amortització periòdica amb carència total

dels n termes amortitzatius:

$$C = \sum_{r=1}^n \alpha_r (1 + I_m)^{-(d+r)}.$$

Si valorem els termes amortitzatius en l'origen de l'operació, la renda associada de periodicitat P és temporal de n termes, diferida d períodes i vençuda.

Podem valorar directament els termes amortitzatius en l'origen de l'operació o podem valorar-los primer al final de la carència i després actualitzar el resultat d períodes, d'acord amb l'esquema (2.29).

Així, també podem expressar l'equació anterior de la manera següent:

$$C = \sum_{r=1}^n \alpha_r (1 + I_m)^{-(d+r)} = \left[\sum_{r=1}^n \alpha_r (1 + I_m)^{-r} \right] (1 + I_m)^{-d},$$

o bé

$$C(1 + I_m)^d = \sum_{r=1}^n \alpha_r (1 + I_m)^{-r}.$$

Aquesta última equació resulta d'igualar el valor del nominal i dels termes amortitzatius al final dels d períodes de carència. Per això, capitalitzem el nominal del préstec d períodes i igualem el resultat al valor, en d , dels termes amortitzatius, que en aquest cas constitueixen una renda de periodicitat P , temporal de n termes, immediata i vençuda.

Gràficament, l'equació d'equilibri anterior és (2.30).

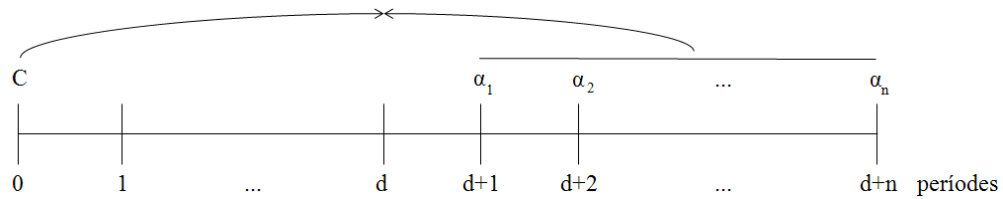


Figura 2.30: Equació d'equilibri d'un préstec d'amortització periòdica amb carència total

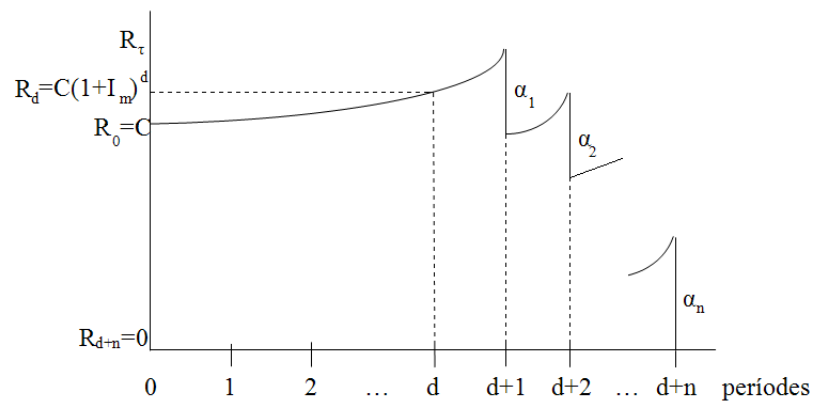


Figura 2.31: Evolució de la reserva matemàtica d'un préstec d'amortització periòdica amb carència total

El resultat de $C(1 + I_m)^d$ ens proporciona la reserva matemàtica al final dels d períodes de carència, R_d , ja que si el prestatari volgués cancel·lar el préstec en aquell moment hauria de tornar el nominal del préstec i pagar l'import dels interessos generats des de l'origen de l'operació fins a la finalització de la carència total.

La representació gràfica de l'evolució de la reserva matemàtica en aquesta modalitat de préstec és la següent (2.31).

En un préstec d'amortització periòdica amb carència total hem de tenir en compte que durant els primers d períodes el prestatari no fa cap pagament en concepte de quota d'interès o de terme amortitzatiu. Així, per exemple, si volem trobar el tipus efectiu prestatari la prestació i les contraprestacions que s'han de tenir en compte són les següents:

(a) *Prestació*: $(C, 0)$.

(b) *Contraprestacions*: $(G_0, 0), (\alpha_r, (d+r)P)_{r=1, \dots, n}$.

L'equivalència financera entre prestació i contraprestacions de la qual es dedueix el tipus efectiu prestatari, I'_m , és:

$$(C, 0) \underset{I'_m}{\sim} (G_0, 0), (\alpha_r, (d+r)P)_{r=1, \dots, n}.$$

Valorant els dos conjunts de capitals en l'inici de l'operació s'obté l'equació que permet determinar el tipus efectiu prestatari, I'_m :

$$C = G_0 + \sum_{r=1}^n \alpha_r (1 + I'_m)^{-(d+r)} = G_0 + \left[\sum_{r=1}^n \alpha_r (1 + I'_m)^{-r} \right] (1 + I'_m)^{-d}.$$

Els termes amortitzatius que hem de valorar per a obtenir el tipus efectiu prestatari constitueixen una renda de periodicitat P , temporal de n termes, diferida d períodes i vençuda.

2.4 Emprèstits

2.4.1 Definició

Un *emprèstit* o operació d'emissió de títols de renda fixa és un tipus especial de préstec en què el subjecte actiu està format per un conjunt de prestadors, que denominem *obligacionistes*, i el subjecte passiu o prestatari continua essent únic i el denominem *emissor*.

En general, parlem d'obligacionista quan ens referim a la persona física o jurídica que compra títols de renda fixa ja sigui en el moment de l'emissió, en el mercat primari, o en qualsevol moment posterior en el mercat secundari. En particular, l'obligacionista que adquireix els títols en el moment de l'emissió el denominem *subscriber*.

Els emprèstits neixen per la necessitat de finançament dels estats, empreses estatals i grans empreses privades. L'import pel qual necessiten endeutar-se és tan elevat que difícilment trobaran un únic prestador que vulgui fer-se càrrec de l'operació pel gran risc que comporta. Mitjançant l'emprèstit, s'aconsegueix repartir la quantia finançada i el risc entre un gran nombre de prestadors. A més, els emprèstits permeten, als emissors, finançament a molt

llarg termini, fins i tot a vegades a perpetuïtat. L'existència, en la majoria dels casos, d'un mercat secundari organitzat permet als subscriptors de l'emprèstit vendre els títols en qualsevol moment, al preu fixat en aquest mercat, sense necessitat d'esperar que arribi el venciment.

Un emprèstit es formalitza mitjançant l'emissió de *títols* o *valors* que reben diferents noms com, per exemple, lletres del Tresor de deute públic, pagarés d'empresa, bons i obligacions.

Els títols són les parts alíquotas en què es divideix el nominal de l'emprèstit. D'aquesta manera, un emprèstit es divideix en un conjunt de títols, tots amb el mateix nominal.

2.4.2 Classificació

Els emprèstits que estudiarem en aquest mòdul es caracteritzen perquè tots els títols tenen el mateix venciment i no hi ha la possibilitat d'amortització anticipada, ni per part de l'emissor, ni per part de l'obligacionista. D'aquesta manera, tots els títols que formen l'emprèstit tenen la mateixa estructura amortitzativa i permeten considerar l'emprèstit com la suma de tants préstecs com títols emesos.

Aquests emprèstits es poden classificar segons la modalitat d'amortització i el pagament dels interessos de cada títol:

- (i) *Emprèstits formats per títols emesos al descompte (rendiment implícit)*
L'emissor no paga res fins al venciment dels títols i per això també s'anomenen *títols cupó zero*.

Un títol emès al descompte es caracteritza perquè el subscriptor rep en el venciment el seu valor nominal, i en la data d'emissió paga un preu efectiu inferior a aquest valor nominal.

En el mercat espanyol de deute públic i privat, els títols emesos al descompte són els següents:

- (a) *Lletres del Tresor*, emeses pel Tresor Públic amb un valor nominal de 1.000 € i venciment als 3, 6, 12 i 18 mesos.
- (b) *Valors segregats o strips* (“separately trade registered interest and principal securities”) de deute públic. Aquests valors sorgeixen de la segregació d'algunes emissions de bons i obligacions de l'Estat amb pagament periòdic de cupons que descriurem en el pròxim apartat d'aquesta secció.

- (c) *Pagarés* emesos per empreses privades. El seu valor nominal pot ser diferent d'una entitat a una altra i també pot variar el venciment, que oscil·la entre els 7 dies i els 25 mesos, encara que els venciments més habituals solen ser d'1, 3, 6, 12 i 18 mesos.

A més dels títols emesos al descompte, hi ha altres valors cupó zero, de rendiment explícit, que es caracteritzen perquè l'obligacionista rep en el venciment el preu d'amortització del títol i els interessos acumulats fins llavors segons el tipus d'interès definit en les condicions de l'emissió.

- (ii) *Emprèstits formats per bons o obligacions amortitzables en el venciment i amb pagament periòdic de cupó*

Cadascun dels títols que formen part de l'emprèstit s'amortitza mitjançant un únic pagament en el venciment. Durant la vida del títol, l'emissor paga periòdicament i per vençut la quota d'interès corresponent. Aquesta quota d'interès rep el nom de cupó. Dins d'aquesta modalitat distingim:

- (a) Els *bons i obligacions de l'Estat*, que es caracteritzen perquè tenen un nominal de 1.000€ i paguen interessos anualment (cupó anual). La diferència entre un bo i una obligació rau en el termini des de l'emissió fins al venciment, ja que mentre que el termini dels bons sol ser de 3 i 5 anys, el de les obligacions és de 10, 15 i 30 anys.

Aquests bons i obligacions es poden segregar de manera que es poden comprar per separat cadascun dels seus cupons i el valor del nominal corresponent al venciment. En aquest cas es transforma un bo o obligació en un conjunt de títols emesos al descompte i amb venciment diferent. Així, per exemple, un bo a 5 anys es pot segregar en 6 títols cupó zero amb rendiment implícit. D'aquests 6 títols, 5 corresponen als 5 cupons anuals amb venciments des d'1 fins a 5 anys i el sisè correspon al nominal amb venciment al cap de 5 anys. Els títols procedents de la segregació són els que denominem *strips* i, en general, el seu venciment pot arribar fins als 30 anys. Si l'estrip procedeix d'un cupó, s'anomena *strip de cupó*, mentre que si procedeix del valor nominal del títol s'anomena *strip principal*.

- (b) *Els bons i obligacions emesos per empreses privades* tenen característiques que poden ser molt diferents. Aquestes característiques

afecten, per exemple, el nominal dels títols, el venciment, la periodicitat dels cupons, etc. Totes aquestes característiques figuren en el fullet informatiu que publica l'emissor.

A més dels bons i obligacions descrits hi ha bons i obligacions amortitzables per reducció del nominal. En aquest cas, l'obligacionista rep periòdicament i durant tota la vida del títol no solament els interessos corresponents, sinó també els reembossaments parcials del nominal del títol, d'acord amb la dinàmica de qualsevol dels mètodes d'amortització periòdica estudiats en el mòdul de préstecs.

La informació relativa a les emissions de deute públic espanyol es pot consultar en les pàgines web del Tresor Públic (www.Tesoro.es) i del Banc d'Espanya (www.bde.es), mentre que la relativa a les emissions de deute privat espanyol es pot consultar en les pàgines web de la Comissió Nacional del Mercat de Valors (www.cnmv.es) i de l'Associació d'Intermediaris d'Actius Financers (www.aiaf.es), que és el mercat secundari oficial espanyol de negociació de valors de renda fixa emesos per entitats privades (empreses de tipus industrial i entitats financeres) o públiques (administracions públiques territorials).

2.4.3 Magnituds

Per a estudiar les diferents modalitats d'emprèstits cal definir les magnituds següents, comunes per a totes:

- *Nominal de l'emprèstit*: S €.
- *Nombre de títols emesos*: N títols.

Suposarem que l'emissor posa en circulació (ven) tots els títols emesos.

- *Nominal de cada títol*: C €/títol.

Com ja hem dit, els títols són les parts alíquotes en què es divideix el nominal de l'emprèstit. Per tant, s'haurà de satisfer que $S = NC \Leftrightarrow C = S/N$.

- *Moment de l'emissió*: 0.
- *Moment del venciment del títol i de l'emprèstit*: T' anys.

- *Moment d'adquisició del títol:* T_C anys.

El títol es pot comprar en la data que s'emet o en qualsevol altre moment anterior a la data de venciment. Per tant, es satisfarà que $0 \leq T_C < T'$.

- *Moment de venda o d'amortització del títol:* T_V anys.

El títol es pot vendre en qualsevol moment posterior al de l'adquisició. En cas que el títol es mantingui fins al venciment, llavors $T_V = T'$. Es satisfarà que $T_C < T_V \leq T'$.

- *Preu d'adquisició del títol*, expressat en unitats monetàries: P_C €/títol.

És el preu que haurà de pagar l'obligacionista per a comprar el títol en el moment d'adquisició, T_C . Si el títol es compra en una data posterior a la de l'emissió, aquesta compra s'efectuarà normalment en el mercat secundari i al preu vigent en aquest mercat. Si el títol no cotitza en el mercat secundari, el preu de compra serà el pactat entre comprador i venedor. En el cas particular que el títol s'adquireixi en el moment de l'emissió, en $T_C = 0$, llavors el preu d'adquisició del títol es denomina *preu d'emissió* i el simbolitzarem per P_E .

- *Preu de venda o d'amortització del títol*, expressat en unitats monetàries: P_V €/títol.

És el preu que cobrarà l'obligacionista en el moment de venda o amortització del títol, P_V . Si el títol es ven en una data anterior al venciment, el preu de venda està determinat per les condicions del mercat secundari o es pacta entre comprador i venedor. En el cas particular en què el títol es mantingui fins al venciment, aquest preu es denomina *preu d'amortització* i el simbolitzarem per P_A €/títol.

- *Tipus d'interès obligacionista:* I_m^{OB} .

És la rendibilitat que obté un obligacionista que compra el títol en la data d'adquisició, T_C , i el manté fins al venciment cobrant el preu d'amortització o bé el liquida en un moment anterior al venciment amb la qual cosa obté, en aquest cas, el preu de venda corresponent. Segons la modalitat de l'emprèstít i el termini fins al venciment, aquest interès es defineix en interès simple vençut o en interès compost (I_m^{OB}) com un tipus efectiu de freqüència igual que la del pagament de cupons, o anual, si es tracta de títols cupó zero emesos al descompte.

- *Tipus d'interès efectiu emissor: I_m^E .*

És el cost de l'emprèstit per a l'emissor i es defineix en interès compost com un tipus efectiu de freqüència igual que la del pagament de cupons, o anual, si es tracta de títols cupó zero emesos al descompte.

- *Valor financer d'un títol: V_τ €/títol.*

Aquest valor ens proporciona el preu teòric del títol segons el tipus d'interès vigent en el mercat en el moment de la valoració. L'obtenció d'aquest valor és important, especialment, per a posar preu als títols que no cotitzen en el mercat o per a saber si el mercat valora correctament un títol determinat. A partir del valor financer d'un títol podrem trobar el valor financer de l'emprèstit, ja que tots els títols que els formen tenen les mateixes característiques i el seu valor serà també el mateix.

- *Despeses a càrrec de l'emissor, pagades en l'origen de l'operació: G_0^E €.*

Les despeses a què ha de fer front l'emissor són per exemple les despeses de publicitat, de registre en la "Comissió Nacional del Mercat de Valors", d'estudi i registre en l'AIAF, comissions, etc.

- *Despeses a càrrec de l'obligacionista, pagades en el moment de la compra del títol: G_C^{OB} €/títol.*

De vegades, l'obligacionista compra els títols per mitjà d'un intermediari financer i això pot comportar el pagament de comissions.

A més, en el cas dels emprèstits formats per bons o obligacions amortitzables en el venciment i amb pagament periòdic de cupó, també haurem de tenir en compte:

- *Periodicitat del pagament de la quota d'interès o cupó: P anys.*
- *Nombre total de períodes de pagament de cupó associats a un títol: n períodes.*
- *Tipus efectiu de l'emissió: I_m^e .*

És el tipus efectiu d'interès compost segons el qual es calcula el cupó periòdic associat a cada títol.

Capítol 3

Conceptes matemàtics en macroeconomia

Aquest capítol no pretén ser cap tractat de macroeconomia. En ell ens limitem a presentar, per una banda, la terminologia més bàsica emprada en els *mercats* i, per l'altra, hi fem una exposició del model Black-Scholes, que impera en els mercats de futurs.

En els darrers anys s'han desenvolupat uns mercats, altament especulatius, en els quals no s'hi compra ni s'hi ven cap producte tradicional (ja sigui en espècie o financer). Es tracta de mercats en què s'hi compra una *opció de comprar* un cert producte (*stock*) (respectivament, una *opció de vendre* un cert producte), en un futur, a una entitat. És a dir, es paga una *prima* a una entitat per a que ens faci la reserva d'un producte subjacent a fi de, en principi, comprar-lo (respectivament, vendre'l) a un preu i termini acordats. Però, a més, potser que, arribat el moment, no comprem (o venguem) l'*stock* reservat, amb la qual cosa perdrem la prima. O bé, també, es pot donar que, efectivament, comprem el producte a qui ens ha fet la reserva, però només per a tornar-lo a vendre de seguida al mercat (respectivament, el venguem a qui no ens ha fet la reserva, amb pèrdua de la prima). Tot això es decideix en funció d'optimitzar els nostres guanys i aquí és on hi entren les matemàtiques! El model Black-Scholes proporciona una fórmula per al preu d'aquestes reserves o primes, considerada "equitativa", i que és funció del termini acordat (T), de la volatilitat del producte subjacent (σ) i de la quantitat (K) que estariem disposats a pagar a l'entitat (respectivament, acceptar cobrar) pel producte, arribat el moment (T).

No entrarem, a banda d'algunes referències al final del capítol, en les

conseqüències que aquesta teoria matemàtica ha tingut en la transformació de l'economia mundial.

Les principals referències consultades en aquest capítol han estat [10], [20] i [22].

El capítol conclou amb el resum de dos articles periodístics ([16], [19]), el contingut dels quals ens ha semblat adient a la temàtica del treball.

3.1 Els mercats financers

Mercats de valors

Els *mercats de valors* (en anglès: *stock markets*) són un tipus de mercat de capitals en què es negocia la renda variable i la renda fixa d'una forma estructurada, a través de la compravenda de valors negociables. Permet la canalització de capital, a mitjà i a llarg termini, dels inversors o prestadors als usuaris o prestataris.

El Banc Central Europeu

El *Banc Central Europeu* (BCE) és el banc central de l'eurozona i és responsable de la política monetària dels països que participen en la unió monetària i comparteixen l'euro com a moneda única. És una de les institucions amb més poder de la Unió Europea. Té la seva seu a la ciutat alemanya de Frankfurt.

L'objectiu principal del BCE és mantenir l'estabilitat dels preus. És a dir, mantenir un nivell baix de la *inflació* (actualment no pot excedir el 2% anual). Per a fer-ho, fixa *els tipus d'interès* en la reunió del primer dijous de cada mes, i utilitza les operacions de mercat obert per a augmentar o disminuir la liquiditat en el sistema financer europeu.

El seu equivalent americà és el *Sistema de Reserva Federal* (*Federal Reserve System, FED*), amb seu central a Washington.

Tant el Banc Central com la Reserva Federal tenen la capacitat d'emissió de moneda.

Instruments financers

Un *actiu financer* és, per al seu titular, un dret patrimonial sobre els recursos que pugui generar una empresa. Les empreses venen o emeten actius financers

—drets— als inversors a fi d’obtenir finançament per poder comprar actius reals, de manera que tot actiu financer en mans d’un inversor és, per a l’empresa emissora, un *passiu financer*, és a dir, un deute.

Els actius financers es poden negociar als mercats financers resultant-ne un *valor mobiliari*. La seva correcta valoració, en funció de la rendibilitat, el risc i els temps, és el camp d’estudi de l’*economia financera*. Donat que tot actiu financer és alhora un passiu financer, les *Normes Internacionals de Comptabilitat* han definit el concepte genèric de “instrument financer” que recull, alhora, la seva doble naturalesa: és un actiu —un dret— per a qui en sigui el seu titular i, al mateix temps, és un passiu —una obligació— per a l’empresa emissora.

Valors mobiliaris

Un *valor mobiliari* o simplement valor (en anglès: *security*) és qualsevol actiu financer que ha estat materialitzat com a instrument financer i que, per tant, pot ser negociat —comprat o venut— en un mercat de valors. Si el valor és representat físicament per un document de paper s’anomena *títol-valor*, per bé que majoritàriament els valors són representats mitjançant anotacions en un compte, anomenant-se *dret-valor*. La companyia o l’entitat que emet el valor mobiliari s’anomena *emissora*. Els valors financers es classifiquen principalment en tres tipus:

- (a) *De propietat*: accions, participacions preferents, quotes participatives.
- (b) *De deute o crèdit*: obligacions/bons, cèdules hipotecàries, lletres de canvi, pagarés, deute públic, etc.
- (c) *De drets*: *forwards*, futurs, opcions, *swaps*, *covered warrants*, etc.

Deute públic

El *deute públic* es defineix com un instrument financer de naturalesa passiva per a l’ens públic emissor (País, Província, Estat, Departament, Districte o Municipi) que busca en els mercats nacionals o estrangers captar fons sota la promesa de futur pagament i renda fixada per una taxa en els temps estipulats pel bo.

Per deute públic o deute sobirà s’entén el conjunt de deutes que manté un Estat enfront dels particulars o un altre país. Constitueix una forma d’obtenir recursos financers per l’estat o qualsevol poder públic que es materialitza

normalment mitjançant emissions de títols de valors. És, a més, un instrument que usen els Estats per a resoldre el problema de la manca puntual de diners; per exemple, quan es necessita un mínim de tresoreria (diners en caixa) per a afrontar els pagaments més immediats o bé quan es necessita finançar operacions a mitjà i llarg termini, fonamentalment inversions.

Classes de deute públic:

- (a) *Deute real i deute fictici.* Quan el Tresor Públic emet títols de deute, aquests poden ser adquirits per bancs privats, particulars o bé pel sector exterior, però també es pot oferir el deute al Banc Central del país. Aquest últim deute es considera fictici ja que aquest banc és un organisme de l'administració pública i en realitat l'operació de deute equival, fins i tot en els seus efectes monetaris, a una creació solapada de diners. La distinció entre deute real i deute fictici és de gran importància des del punt de vista de l'estabilitat econòmica.
- (b) *Deute a curt, mitjà i llarg termini.* Un aspecte que revesteix importància a efectes de la política econòmica és el del termini de durada de l'emprèstit.
 - Deute a curt termini: s'emet amb un venciment inferior a un any i sol funcionar com una espècie de lletra de canvi, en aquest cas de l'Estat. A Espanya el deute a curt termini està representat per les Lletres del Tresor. El deute a curt termini s'ha utilitzat per cobrir necessitats de tresoreria de l'Estat, els anomenats dèficit de caixa que presenten conjunturalment els pressupostos de l'Estat.
 - Deute a mig termini: té la missió d'aconseguir fons per al finançament de despeses ordinàries. A Espanya satisfan aquest paper els bons de l'Estat.
 - Deute a llarg termini: té la missió de finançar despeses extraordinàries i de dilatada rendibilitat. Dins el llarg termini poden tenir una durada molt variada i, fins i tot, pot ser de durada il·limitada, donant lloc al deute perpetu. A Espanya està representat per les obligacions de l'Estat.
- (c) *Deute amortitzable i deute perpetu.* L'Estat pot emetre títols de deute amortitzables, en els quals en arribar el moment del venciment el principal del deute és reemborsat al seu titular.

Davant aquest tipus de deute existeix un model de deute perpetu en el qual no existeix venciment de la mateixa i, per tant mai, és reemborsat el principal per l'Estat, a canvi el seu titular cobrarà de manera perpètua els interessos pactats en la seva emissió. Perquè aquest tipus de deute tingui sentit ha d'existir un mercat on es pugui negociar aquest títol. Quan l'Estat desitja amortitzar aquest deute haurà d'acudir al mercat i haurà de comprar-lo al preu al qual estigui vigent en aquell moment.

- (d) *Deute intern i deute extern* Un dels aspectes que ofereix major importància per les seves repercussions econòmiques, és el de conèixer la nacionalitat del prestatari i en aquest sentit cal distingir entre deute intern i deute extern.

El primer és subscrit per nacionals i tots els seus efectes resten circumscrits a l'àmbit de l'economia interna; el deute extern per contra, és subscrit per estrangers i això té importants novetats relatives als seus aspectes econòmics, tant per a l'economia nacional com per a la d'aquells que subscriuen el deute.

En aquest sentit el deute extern possibilita els fons necessaris sense menyscabament de l'estalvi nacional. Aquests avantatges que ofereix a curt termini el deute extern té la seva contrapartida en el moment de l'amortització del deute, quan serà necessari captar els recursos al país sense que aquests recursos produeixin una compensació en altres ciutadans interns.

En general, els prestataris internacionals són el Fons Monetari Internacional i el Banc Mundial.

3.2 Indicadors macroeconòmics

Inflació

La *inflació* és el fenomen econòmic que reflecteix les pujades generalitzades dels preus. Se sol associar a una emissió excessiva de moneda respecte a l'oferta de béns i serveis. Però aquesta interpretació només respon a una part dels processos inflacionaris, si bé aquests són precisament els més extrems i persistents. Una pujada relativa dels preus respecte a la moneda és sinònim d'una pèrdua del valor d'aquesta.

	Milions €	% PIB	€per Càpita
2011	736.468 €	69,30%	15.887 €
2010	644.692 €	61,50%	13.908 €
2009	565.082 €	53,90%	12.152 €
2008	436.984 €	40,20%	9.512 €
2007	382.307 €	36,30%	8.484 €
2006	391.055 €	39,70%	8.870 €
2005	392.497 €	43,20%	9.030 €
2004	389.142 €	46,30%	9.101 €
2003	382.032 €	48,80%	9.058 €
2002	383.435 €	52,60%	9.293 €
2001	378.247 €	55,60%	9.269 €
2000	374.033 €	59,40%	9.251 €
1999	361.556 €	62,30%	9.034 €
1998	345.953 €	64,10%	8.654 €

Taula 3.1: Deute Públic d'Espanya, www.datosmacro.com

El procés contrari a la inflació; és a dir, quan aquesta es torna negativa, és l'anomenada *deflació*.

La fórmula general del nivell-preus fou elaborada per Irving Fisher. És:

$$P = \frac{MV + M'V'}{T},$$

on P (*price*) és l'índex de preus, M (*money*) la quantitat de diner circulant, V la seva velocitat de circulació, M' el volum de dipòsits bancaris i V' el ritme en què aquests es gasten. T (*transactions*) és el volum de transaccions o, aproximadament, el nivell de comerç.

L'anàlisi de la fórmula anterior permet elaborar els models de les principals teories de la inflació. La interpretació monetarista de Milton Friedman, considera que en tot moment la inflació està causada per un excés relatiu de moneda i, per tant, responsabilitza de la política monetària i financera a l'Estat. És a dir, simplifiquen la fórmula a $P = M/Q$, on M és la massa monetària existent i Q la quantitat de béns i serveis oferts.

Els post-keynesians distingeixen tres tipus d'inflació, que es poden complementar els uns als altres. Un és causat per un increment global de la *demanda agregada*, un altre per la reducció de l'*oferta agregada* i, finalment,

un de caràcter estructural: les *espirals salaris-preus*. Més planerament: si hi ha molts diners, la gent compra més i, si la gent compra més, automàticament s'apugen els preus; és a dir, puja la inflació. Si bé els dos primers casos podrien semblar coincidir amb la visió monetarista, cal dir que això no és així necessàriament, ja que, per exemple, un increment de l'activitat productiva podria ocasionar aquest excés de demanda. Alguns corrents de pensament no diferencien entre la moneda i altres mercaderies i, per tant, consideren que el seu valor està subjecte a la llei de l'oferta i de la demanda. Per tant, consideren que mentre hi hagi demanda, es pot emetre més moneda. Aquesta demanda pot ser ocasionada per l'ofertament de béns i serveis o per l'atresorament ($M'V'$ negatiu).

Demanda agregada

La demanda agregada (en anglès *aggregate demand*, AD) és la despesa estimada per al conjunt d'una economia i per un període de temps. Està determinada per les despeses totals en béns i serveis de consum, despesa pública, inversions i exportacions netes. Es tracta d'una de les variables bàsiques en l'evolució de la conjuntura econòmica. La seva disminució indica l'entrada en una fase de recessió. La corba de la demanda agregada es pot desplaçar cap a la dreta per causa d'un increment en la renda dels consumidors, que genera un augment en la demanda de béns. També pot variar, entre d'altres causes, per l'aparició en el mercat de nous béns.

La demanda agregada se sol descriure com la suma de quatre fonts de demanda diferents,

$$AD = C + I + G + (X - M),$$

on C és el consum, I és la inversió, G és la despesa del govern, X és el total de les exportacions, i M és el total de les importacions.

IPC

L'*índex de preu al consum* o IPC mesura l'evolució del conjunt de preus dels béns i serveis que consumeix la població resident amb vivendes familiars a Espanya.

Cal destacar que l'Índex de Preus de Consum (IPC) no es calcula utilitzant la fórmula de Fisher, per impossibilitat tècnica, sinó mitjançant una

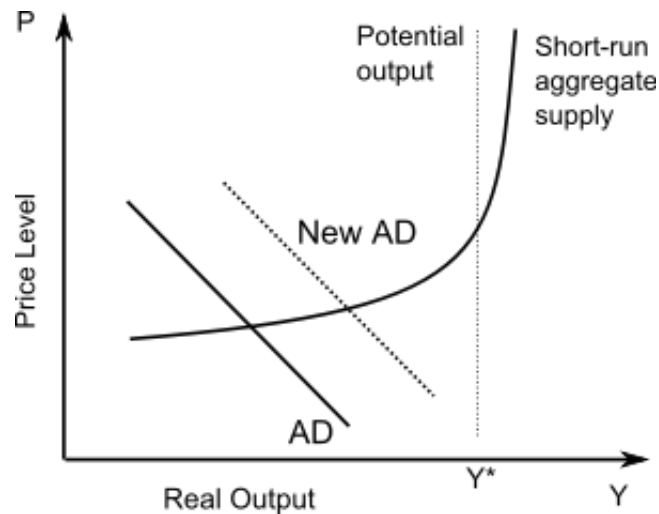


Figura 3.1: Representació gràfica d'una demanda agregada

cistella de la compra que inclou una sèrie de productes, dels quals es mesura el preu nominal mitjà.

En el IPC espanyol hi entren, segons la darrera base reguladora establerta l'any 2006, un total de 491 productes, que s'agrupen d'acord amb la taula (3.2).

La informació relativa a l'IPC s'utilitza per a la regulació anual dels salaris i de les pensions.

Euribor

L'*Euribor* —acrònim de *European Interbank Offer Rate*— és la taxa d'interès interbancària de referència de la Zona Euro. L'Euribor és la taxa d'interès de referència a Europa per a dipòsits interbancaris, valorats en euros i realitzats entre els bancs més importants de la Zona Euro.

Concretament, és la taxa d'interès que, a uns terminis determinats (d'una setmana i des d'un mes fins a un any), estan disposats a prestar fons a altres bancs, els 57 grans bancs que componen la Federació Bancària Europea i l'Associació Internacional de Canvistes. Els grans bancs que elaboren l'Euri-

Grups, IPC 2006	Nombre d'articles
1 Alimentos y bebidas no alcohólicas	176
2 Bebidas alcohólicas y tabaco	12
3 Vestido y calzado	67
4 Vivienda	18
5 Menaje	60
6 Medicina	13
7 Transporte	31
8 Comunicaciones	3
9 Ocio y cultura	43
10 Enseñanza	7
11 Hoteles, cafés y restaurantes	23
12 Otros bienes y servicios	38
Total	491

Taula 3.2: IPC espanyol segons la darrera base reguladora (2006)
INE (Instituto Nacional de Estadística)

bor són: 47 bancs de l'Eurozona més 4 bancs d'altres països comunitaris (no pertanyents a la zona euro) i 6 bancs internacionals.

L'Euribor “a 12 mesos” ha substituït el Mibor a Espanya, el Libor a Londres, el Pibor a París.

L'Euribor es pren com a tipus de referència per a la majoria dels nous préstecs hipotecaris.

PIB

El *producte interior brut* o *producte intern brut* (*PIB*) és la suma de tots els béns i serveis finals produïts en un espai econòmic durant un període de temps determinat, normalment un any, excloent el consum intermedi utilitzat en la producció. Fins a la dècada de 1980 es preferia l'ús del Producte Nacional Brut (PNB), un altre mesurament gairebé idèntic al PIB, però que incorpora els béns i serveis produïts per factors propis a l'exterior.

La variació del PIB se sol utilitzar per a mesurar el creixement econòmic.

El PIB per capita és el PIB dividit per la població de l'espai econòmic. Sovint s'utilitza per comparar el grau de desenvolupament entre països, encara que, més aviat, és una simple comparació de la capacitat productiva per individu. Tanmateix, com a mitjana aritmètica, no és un mesurament adequat del benestar, de la distribució de la riquesa, ni de l'accés a aquesta o al capital perquè no mostra la realitat.

Per a mesurar i entendre el concepte del PIB s'utilitza el *mètode de les despeses*:

$$PIB = C + I + (X - M),$$

on C denota el consum, I la inversió, X les exportacions i M les importacions. El consum i la inversió en l'equació són les despeses en béns i serveis finals. La diferència entre les exportacions i les importacions ajusten el mesurament restant les despeses en productes i serveis proveïts per països estrangers i afegint la producció nacional, encara que sigui consumida a l'estranger.

Des de Keynes, els economistes prefereixen dividir el consum en dues parts: consum privat i les despeses públiques atès que:

- El *consum privat* és una preocupació central de l'economia del benestar. La inversió privada i el comerç (en alguns models macroeconòmics) es tradueixen en un increment en el consum privat a llarg termini.
- El *consum públic* (del govern) pot ser estudiat com a variable exògena; així es poden modelar diverses opcions de despeses governamentals en els models econòmics.

Per tant, el PIB també és sovint expressat com:

$$PIB = C + D + I + X - M,$$

on C denota el consum privat, D la despesa pública, I la inversió i $X - M$ les exportacions menys les importacions.

	PIB Milions €	Variació anual	Data
Espanya	1.063.355 €	0,4%	2011

Taula 3.3: PIB anual, www.datosmacro.com

	PIB per càpita	Variació anual	Data
Espanya	23.100 €	2,2%	2011

Taula 3.4: PIB per càpita anual, www.datosmacro.com

	Valor	Pes
SAN	Banco de Santander Central Hispano	22,93%
TEF	Telefónica	14,82%
BBVA	Banco Bilbao Vizcaya	14,20%
ITX	Inditex	9,13%
IBE	Iberdrola	7,63%

Taula 3.5: Valors amb pes més gran en l'ÍBEX-35, www.deutsche-bank.es

IBEX-35

L'IBEX-35 és l'índex oficial del mercat continu de les borses espanyoles que es creà el 10 de gener del 1992. En el seu capital hi participen amb un 25% cadascuna de les quatre borses: Madrid, Barcelona, Bilbao i València. Està forma per les 35 accions de més liquiditat, és a dir, de volum més gran de contractació diària en euros efectius. En general, l'índex es revisa cada 6 mesos: els dies 2 de gener i 1 de juliol. Els seus resultats es publiquen a temps real entre les 10h i les 17h d'evolució del mercat obert i es poden consultar *online*. A diferència d'altres índexs, com ara el Dow Jones, no totes les empreses que formen l'ÍBEX-35 entren amb el mateix pes. Segons la darrera revisió d'aquest índex, del 2 de gener de 2013, actualment l'ÍBEX és, de fet, un ÍBEX-34, atesa la sortida de Bankia. Segons aquesta darrera revisió, les cinc primeres empreses de l'ÍBEX, amb els seus pesos respectius, es troben a la taula (3.5).

Prima de risc

En economia, la *prima de risc* és la diferència entre l'interès que es paga pel deute d'un país i el que es paga per la d'un altre. La quantitat de diners que demanen els països entre si es coneix com a deute públic i, com qualsevol préstec, aquest té uns interessos que es paguen depenent de la fiabilitat del país. Si un estat pot pagar els seus préstecs sense problemes tindrà menys interessos que un que pugui tenir problemes de diners. Per a calcular la prima de risc, mesurada en punts, s'escull el país amb menys interès de deute i es compara el seu interès amb el dels altres. Per exemple, si l'interès d'un país *A* és de l'1% i el d'un altre país *E* és del 5%, la prima s'obté restant ambdós percentatges i multiplicant per 100, és a dir, $5\% - 1\% = 4\%$ d'on $4 \times 100 = 400$ punts bàsics. Aquesta seria la prima de risc del país *E*.

Aquesta definició general admet dues accepcions particulars:

- (a) La *prima de risc teòrica*, que seria la mínima propensió a pagar un preu pel risc i es basaria en un càlcul de probabilitats objectiu.
- (b) La *prima de risc subjectiva o negociada*, que seria el valor estimat per un mecanisme de mercat sobre el veritable valor de la prima de risc teòrica, que en moltes ocasions pel fet que les probabilitats són desconegudes no pot estimar objectivament.

En el mercat de deute públic, la prima de risc, també coneguda com a diferencial de deute, és el sobrepreu que paga un país per finançar-se en els mercats en comparació amb altres països. Aquest diferencial de deute és un tipus de prima de risc subjectiva o negociada, que reflecteix el consens o estimació obtingut en els mercats financers; el seu valor pot diferir de la prima de risc teòrica, ja que es troba influïda per rumors i el seu valor podria canviar també en presència d'informacions econòmiques falses.

D'aquesta manera, com més gran és el risc d'un país, més alta serà la seva prima de risc i més alt serà el tipus d'interès del seu deute. Altrament dit, és la rendibilitat que exigeixen els inversors (interès) a un país per a comprar el seu deute sobirà en comparació amb la que exigeixen a altres països. La prima de risc significa, d'aquesta manera, la confiança dels inversors en la solidesa d'una economia.

En el cas d'Espanya (*E*), la prima de risc s'avalua en relació amb Alemanya (*A*).

Taxa d'atur

La *població activa* d'un país és la quantitat de persones que s'han incorporat al mercat de treball, és a dir, que tenen una feina o que la busquen actualment.

No convé confondre la població activa amb la *població en edat laboral o població en edat econòmicament activa (PEEA)*, que és la que segons la legislació té capacitat legal d'incorporar-se al mercat de treball (per exemple, entre els 16 i els 65 anys, variant segons la legislació en cada època i lloc — majors de 14 o 18 en alguns casos; diferents edats de jubilació, etc.—). Fins avui, encara no es considera població activa la que realitza un treball sense remunerar; com ara les persones dedicades a la cura de la pròpia llar o a l'estudi sense pretendre estar incorporades al mercat de treball.

Tampoc no convé confondre-la amb la *població ocupada*, que és la part de la població activa que efectivament té un treball remunerat.

La població activa d'un país (o una altra entitat geogràfica) està composta per tota persona en edat laboral que o bé treballa en una feina remunerada (població ocupada) o bé es troba en plena recerca de feina (població en atur). Per tant, la població activa es divideix en dos grups, els empleats i els desocupats. La fracció de població activa que cerca feina però no és capaç de trobar-la determina la *taxa d'atur*.

Dividends

El *dividend* és la part dels beneficis d'una empresa que es paga als accionistes, en proporció al nombre d'accions per aquests posseïdes i al percentatge del capital desemborsat. Els dividends poden ser:

- (1) *Bruts*: si sobre ells no s'ha deduït la retenció a compte de l'impost sobre la renda de les persones físiques (IRPF).
- (2) *Nets*: si s'ha deduït la retenció a compte de l'IRPF.

Els dividends constitueixen la remuneració que reben els accionistes per la seva inversió. La inversió en accions s'anomena renda variable perquè la seva rendibilitat depèn dels dividends repartits i aquests varien segons el resultat que hagi obtingut l'empresa o la política de repartiment dels mateixos que segueixi la societat. La rendibilitat per dividend que ofereixen les accions és un dels ràtios més utilitzats en la valoració de les accions. Determinar com es reparteix el dividend és una decisió de la junta general d'accionistes.

Els dividends repartits poden ser:

- (a) *Únics*: es realitza només un pagament als accionistes pels beneficis de l'exercici anterior ja finalitzat.
- (b) *A compte*: es realitzen un o diversos pagaments pels beneficis que previsiblement s'obtidran en l'exercici en curs.
- (c) *Complementaris*: finalitzat un exercici i determinat el benefici a repartir, es realitza un pagament als accionistes per la diferència entre el que ja ha estat percebut en els dividends a compte i la xifra a percebre.
- (d) *Excepcionals*: l'empresa reparteix entre els accionistes part de les seves reserves de lliure disposició.

Normalment les empreses procuren repartir una xifra de dividends prudent a fi de no descapitalitzar-se i poder fer front al seu pagament en anys de crisi, el percentatge de beneficis destinat a dividends es denomina *—out*.

En dret mercantil societari, el terme dividend pot tenir dues accepcions diferents, podent distingir el dividend actiu del dividend passiu.

D'una banda, el *dividend actiu*, és la part del benefici obtingut per les societats mercantils els òrgans socials de les quals acorden que sigui repartit

entre els socis de les mateixes. És a dir, un cop acordat el seu repartiment, és un crèdit del soci enfront de la societat. D'altra banda, el *dividend passiu* és el crèdit que ostenta la societat mercantil enfront del soci, per la part del capital social que va subscriure i que es va comprometre a desemborsar. La diferència entre les aportacions i el desemborsament inicial dels accionistes.

3.3 Els mercats de futurs

Un *derivat* és un contracte sobre un actiu financer subjacent que permet obtenir un benefici positiu a la data del venciment del contracte. Les anomenades opcions de compra i les opcions de venda són exemples representatius de productes financers derivats.

Per tal de cobrir els riscos que comporten les fluctuacions dels preus en els mercats financers, van aparèixer les anomenades *opcions de compra* i les *opcions de venda* (*stock options*). La seva filosofia és semblant a la de les assegurances. Un inversor que posseeix una cartera d'accions amb rendibilitat superior al tipus d'interès fix, però que necessita garantir un capital al cap d'un cert temps, subscriu una opció de venda (PUT) que li permeti vendre les seves accions a un preu d'exercici K a una data de venciment T . D'aquesta manera s'assegura el preu K per a les seves accions. Si el preu de les accions, S_T , al mercat a la data de venciment és superior a K , l'inversor no exerceix la seva opció de venda, ja que li és més rendible vendre les seves accions al mercat. Per tant, el propietari o propietària d'una opció de venda farà un benefici per opció igual a

$$(K - S_T)^+ := \max(K - S_T, 0).$$

De forma paral·lela, s'estableixen les opcions de compra (CALL). Una opció de compra és un contracte que dona al seu propietari el dret, però no l'obligació, d'adquirir accions a un cert preu K fixat en el contracte (preu d'exercici) a una data de venciment T . Si a l'instant T el preu de les accions al mercat S_T és superior a K , el propietari del contracte comprarà accions al preu K i les vendrà al mercat al preu S_T fent un benefici igual a $S_T - K$ per a cada acció. Si el preu de les accions S_T és inferior a K , el propietari del contracte no té cap interès en exercir el seu dret a comprar accions al preu K . D'aquesta manera, el propietari d'una opció de compra farà un benefici per acció igual a

$$(S_T - K)^+ := \max(S_T - K, 0).$$

En un principi, la valoració de productes derivats es feia en base a l'experiència i a la intuïció dels agents de borsa, però la situació canvià radicalment en els anys 1970. L'any 1973, Robert C. Merton, sociòleg de la Universitat de Columbia, publicà el treball *Theory of Rational Option Pricing* [13] en el qual feia referència a un model matemàtic desenvolupat per Fisher Black i Myron Scholes. Aquest model, que Merton denominà de Black-Scholes, és el que s'empra per a estimar el preu d'una *opció europea de compra* (CALL) o d'una *opció europea de venda* (PUT) d'actius financers en una data futura i sota uns determinats supòsits (com ara que els actius subjacents no produïen dividendes). Posteriorment el model fou ampliat, en part pel propi Merton, per a accions que produïen dividendes i fou adaptat per a valorar les anomenades *opcions americanes* i del mercat monetari.

Les carreres universitàries de Black i de Scholes es desenvoluparen entre les Universitats de Chicago i de Stanford. L'any 1997, Merton i Scholes varen rebre el Premi Nobel d'Economia pel seu treball. Black no hi va poder accedir, atès que havia mort l'any 1995.

L'any 1974, un any després de la publicació de l'article de Black i Scholes, el mercat de derivats financers començà a operar a Chicago. Aquest mercat opera a Espanya des de l'any 1991 amb el nom de *Mercado español de futuros financieros* (MEFF). La banca i grans empreses han vist en el mercat de derivats la possibilitat d'enriquir els seus directius proporcionant-los opcions de compra a un preu assequible. Si en el moment d'exercir l'opció, la cotització de la companyia ha pujat, el seu posseïdor pot vendre tot seguit l'actiu subjacent al mercat, amb guanys espectaculars. Altrament, el més probable és que aquell no exerceixi la seva opció de compra i perdi, per tant, el preu d'aquesta. Curt i ras, detallarem una de les fórmules matemàtiques que han fet moure més diners en els darrers anys i que, en conseqüència, han tingut més repercussió en l'evolució de l'economia mundial.

3.3.1 El model Black-Scholes

It's not every day that someone writes down an equation that ends up changing the world. But it does happen sometimes, and the world doesn't always change for the better. It has been argued that one formula known as Black-Scholes, along with its descendants, helped to blow up the financial world.

T. Harford, [9]

En el model de Black-Scholes, la determinació del valor teòric de la prima d'una opció (és a dir, del preu del seu contracte) es basa en la formació d'una cartera sense riscos, integrada per bons i accions. El model s'estableix sota uns supòsits bàsics, que detallem tot seguit.

Supòsits del model Black-Scholes

(1) El mercat financer és *perfecte*.

Això significa, entre d'altres, que les taxes d'interès pels emprèstits i préstecs financers coincideixen; que totes les parts tenen accés immediat a tot tipus d'informació; que els actius i els crèdits estan disponibles a qualsevol hora i en qualsevol quantitat. En conseqüència, totes les variables poden prendre qualsevol valor real. A més, les negociacions individuals no tenen efectes sobre els preus.

(2) En el període de vida de l'opció, no es tenen en compte els dividendes que les accions subjacents poden generar.

(3) Hi ha absència d'impostos.

(4) Inexistència de costos de transacció i de formació.

(5) La negociació de valors en els mercats és contínua.

(6) La distribució probabilística de les cotitzacions futures de les accions és logarítmico-normal i la variància del rendiment de les accions és constant, per unitat de temps, en el període.

Les opcions europees només poden exercir-se en la data d'expiració, T . Per contra, les opcions americanes poden exercir-se en qualsevol moment de la vida de l'opció.

El model s'expressa en funció d'una sèrie de variables que, per comoditat, detallem a continuació

Variables del model

Recordem, també, els conceptes següents:

t	temps, expressat en anys; $t_0 \leq t \leq T$
$t_0 = 0$	data en què se signa i es paga l'opció
T	temps d'exercici o de maduració: data en què l'opció expira
S	tipus d'actiu (subjacent), que pot ésser comprat o venut
S_t	preu en el mercat d'un actiu S (<i>stock</i>) en l'instant t
$V(x, T)$	preu d'una opció europea en funció del preu inicial de l'actiu i de T
$C(x, T)$	preu d'una opció europea de compra (CALL)
$P(S, T)$	preu d'una opció europea de venda (PUT)
K	preu d'exercici de l'opció, acordat en el contracte
$(K - S_T)^+$	premi d'una opció de compra
$(S_T - K)^+$	premi d'una opció de venda
r	taxa d'interès anual, lliure de riscos
μ	velocitat anual de creixement del preu de S
σ	volatilitat de l'actiu
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	lleï normal de paràmetres μ (esperança), σ^2 (variància)

Taxa anual contínua de pagament d'un actiu

$$r = \frac{1}{t} \log \left(\frac{S_t}{S_0} \right),$$

atès que $S_t = S_0 e^{rt}$.

Funció de distribució d'una variable aleatòria normal $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

$$\Phi(x) := \mathbb{P}(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp \left(-\frac{(t - \mu)^2}{2\sigma^2} \right) dt, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Funció de densitat d'una variable aleatòria normal $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

$$\phi(x) := \Phi'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Arbitratges

En el marc econòmic, sota el nom d'*arbitratge* es designa l'adquisició d'una mercaderia en un mercat A seguida de la seva venda immediata en un mercat B amb la intenció d'obtenir un benefici a partir de les diferències de preus

vigents en A i B . En els mercats financers *eficients* es considera que les oportunitats d'arbitratge duren poc temps i tendeixen a compensar-se. Per això, una hipòtesi fonamental en el model Black-Scholes és l'*absència d'oportunitats d'arbitratge*. Aquesta hipòtesi exclou les oportunitats d'obtenir beneficis sense risc. El raonament bàsic consisteix en establir que dues inversions que es liquiden al mateix moment T i produeixen beneficis o pèrdues idèntiques en tot moment cal que tinguin el mateix preu. A la pràctica aquest fet es tradueix en la *paritat call-put*:

$$C_t - P_t = S_t - e^{-r(T-t)}K.$$

3.3.2 El moviment brownià dels preus

La definició rigorosa del moviment brownià com a objecte matemàtic no fou aconseguida fins l'any 1923, i és deguda a Norbert Wiener. Les irregulars trajectòries d'aquest moviment, que hem vist aproximades multitud de vegades en els informes econòmics de les entitats financeres, són corbes contínues, no derivables enlloc, i de variació no fitada en cap interval.

En el model de Black-Scholes se suposa que la distribució de probabilitat dels preus futurs d'un actiu S és un moviment brownià geomètric. Aquest model estableix que els preus futurs d'un actiu estan normalment distribuïts i que la seva desviació típica, anomenada *volatilitat*, es pot estimar mitjançant les dades del passat.

Hipòtesi sobre l'evolució dels preus dels actius

Se suposa que la taxa de pagament d'un actiu entre el moment actual i un breu instant futur Δt està normalment distribuïda. La mitjana d'aquesta distribució és $\mu\Delta t$ i la desviació típica $\sigma\sqrt{\Delta t}$. És a dir,

$$\frac{\Delta S}{S} \sim \mathcal{N}(\mu\Delta t, \sigma^2\Delta t).$$

El procés estocàstic (seqüència contínua de variables aleatòries) dels preus $\{S_t\}_{t \in [0, T]}$ d'un actiu amb risc és donat per la solució d'una equació diferencial estocàstica

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t; \quad S_0 > 0, \quad (3.3.1)$$

on W_t modela el risc. La corba de preus

$$S_t = S_0 \exp \left(\sigma W_t + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t \right)$$

proporciona una solució de l'equació diferencial estocàstica lineal (3.3.1).

La taxa de pagament Y de S entre l'instant t i qualsevol altre moment T , donada per

$$Y = \frac{1}{T-t} \log \left(\frac{S_T}{S_t} \right),$$

és una variable aleatòria normal, de mitjana i desviació típica donades per

$$\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \quad \sigma\sqrt{T-t},$$

respectivament.

3.3.3 La fórmula de Black-Scholes

L'equació de Black-Scholes és una equació estocàstica en derivades parcials. L'any 1942, Itô seria capaç de donar sentit a les diferencials i integrals respecte d'un moviment brownià, en un article (en japonès) titulat *Differential Equations Determining a Markoff Process* [11]. L'anomenada "fórmula d'Itô" proporciona l'anàleg estocàstic del teorema fonamental del càlcul i és a la base de l'anàlisi estocàstica i de la teoria de les equacions diferencials estocàstiques. Aquesta anàlisi incorpora a l'anàlisi tradicional termes que depenen de l'atzar. Com veurem, serà la fórmula de Itô la que ens permetrà resoldre el problema de la valoració dels derivats.

El problema de Black-Scholes: valoració d'opcions

El problema que es planteja en l'entorn Black i Scholes consisteix en dissenyar una cartera de valors $\{(a_t, b_t)\}_{t \in [0, T]}$ i calcular una funció $H(S_t, t)$ de manera que:

- (1) La cartera consta, en l'instant t , de a_t unitats de bons B_t i de b_t unitats d'accions S_t .
- (2) $X_t = a_t B_t + b_t S_t = H(S_t, t)$, és el valor de la cartera en l'instant t .
- (3) El moviment brownià econòmic expressa la variació dels preus de l'actiu amb risc de la cartera; és a dir, de les accions:

$$S_t = S_0 \exp \left(\sigma W_t + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t \right).$$

(4) Cal que se satisfaci la igualtat

$$H(x, T) = (x - K)^+$$

Aquesta condició s'expressa dient que la funció H replica l'opció: el valor de la cartera en l'instant T és el premi de l'opció.

(5) Els canvis de capital són producte exclusivament de la variació dels preus:

$$dX_t = a_t dB_t + b_t dS_t.$$

Aquesta condició s'expressa dient que la *cartera de valors és autofinançada*.

El model estableix que, aleshores, el preu $V(x, T)$ de l'opció associada a la cartera serà el de comprar la cartera autofinançada en l'instant t_0 . És a dir,

$$V(x, T) = a_0 B_0 + b_0 S_0.$$

Aquest preu és el que s'abona en el moment de signar el contracte. Determinarem el seu valor amb la fórmula de Black-Scholes.

L'equació diferencial de Black-Scholes

Es tracta ara de construir una funció $H(x, t)$ que satisfaci les condicions de la secció anterior. És a dir, tal que

$$X_t = a_t B_t + b_t S_t = H(S_t, t).$$

El preu de l'opció serà aleshores

$$V(x, T) = H(S_0, 0).$$

Tal com es detalla a [9], l'aplicació de la fórmula de Itô del càlcul diferencial estocàstic permet escriure l'equació diferencial estocàstica que ha de satisfer la funció H :

$$dH = (rSH_x + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 H_{x,x} + H_t)dt + H_x S \sigma dW^*. \quad (3.3.2)$$

D'altra banda, com que X és autofinançada:

$$dX = a dB + b dS = r(aB + bS)dt + bS\sigma dW^* = rHdt + bS\sigma dW^*, \quad (3.3.3)$$

on

$$W_t^* := W_t + \frac{\mu - r}{\sigma} t.$$

Un teorema, degut a Girsanov, afirma ara que existeix una probailitat P^* tal que el procés W^* és un moviment brownià respecte de P^* .

Atès que volem que $X = H$, igualem en les equacions diferencials (3.3.2) i (3.3.3) els coeficients de dt . Així obtenim l'equació diferencial, dita de Black-Scholes, que determina el preu d'una opció europea amb premi $f(S_T)$,

$$\left. \begin{aligned} rxH_x(x, t) + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 H_{x,x}(x, t) + H_t(x, t) &= rH(x, t) \\ H(x, T) &= f(x) \end{aligned} \right\}.$$

Es tracta d'una equació en derivades parcials en què la condició de rèplica es tradueix en una condició de contorn. En igualar l'altre coeficient, s'obté que

$$b_t = H_x(S_t, t)$$

que ens determina el nombre d'accions que necessitarem en la nostra cartera a fi de replicar l'opció.

Calcularem ara $H(x, 0)$. Sigui $f(S_T)$ el premi de l'opció. Suposem que es tracta d'una opció de compra (CALL). A fi que la valoració de l'opció sigui "justa", s'imposa que:

$$H(x, 0) = V(x, T) = C(x, T) = E^*(e^{-rT} f(S_T)) = e^{-rT} E^*(f(S_T)).$$

Ara definim la *variable* $x = S_0$, amb la qual cosa,

$$S_T = x \exp\left(\sigma W_T^* + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T\right)$$

i, en ser $W_T^* \sim \mathcal{N}(0, T)$, tindrem que

$$C(x, T) = e^{-rT} \int_{x_0}^{+\infty} \left(xe^{\sigma u - \frac{1}{2}\sigma^2 T + rT} - K\right) \frac{1}{\sqrt{T}} \phi\left(\frac{u}{\sqrt{T}}\right) du, \quad (3.3.4)$$

on x_0 és un valor per al qual $e^{\sigma x_0 - \frac{1}{2}\sigma^2 T + rT} \geq K$.

La fórmula de Black-Scholes que valora els derivats

Per a obtenir el valor que hem de pagar per la compra d'una opció de compra (CALL) de les característiques anteriors, cal només reescriure la fórmula (3.3.4):

$$C(x, T) = x\Phi(x_0) - e^{-rT}K\Phi(x_1),$$

on

$$x_0 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \log \frac{x}{Ke^{-rT}} - \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T},$$

$$x_1 = x_0 + \sigma\sqrt{T}.$$

La paritat call-put permet establir aleshores el preu de l'opció de compra (PUT) com

$$P(x, T) = C(x, T) - x + e^{-rT}K = -x\Phi(-x_0) + K\Phi(-x_1)e^{-rT}.$$

Els valors de Φ es calculen mitjançant taules; r és donat i σ es calcula en el moment de la compra consultant l'evolució de les accions que componen l'actiu subjacent. Aquest és el paràmetre més difícil d'estimar. Els valors de T i de K figuren en el contracte de l'opció.

3.3.4 Les gregues

Les anomenades *gregues*, en l'entorn Black-Scholes, són un conjunt de cinc funcions que expressen la sensibilitat de la fórmula de Black-Scholes respecte dels seus paràmetres. Les seves fórmules s'obtenen directament per derivació de la fórmula de Black-Scholes (3.3.4). Es poden consultar en la taula (3.6).

A continuació mostrem alguns exemples numèrics, obtinguts a partir del Mathematica.

```
In[1]:= FinancialDerivative[{"European", "Call"},
  {"StrikePrice" -> 40000.0, "Expiration" -> 1},
  {"InterestRate" -> 0.1, "Volatility" -> 0.77,
  "CurrentPrice"->35000.0, "Dividend" -> 0.00}]
```

```
Out[1]= 10083.4
```

		Calls	Puts
δ	$\frac{\partial V}{\partial S}$	$\Phi(x_0)$	$-\Phi(-x_0) = \Phi(x_0) - 1$
γ	$\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}$	$\frac{\Phi'(x_0)}{S\sigma\sqrt{T-t}}$	$\frac{\Phi'(x_0)}{S\sigma\sqrt{T-t}}$
ν	$\frac{\partial V}{\partial \sigma}$	$S\Phi'(x_0)\sqrt{T-t}$	$S\Phi'(x_0)\sqrt{T-t}$
θ	$\frac{\partial V}{\partial t}$	$-\frac{S\Phi'(x_0)\sigma}{2\sqrt{T-t}} - rKe^{-r(T-t)}\Phi(x_1)$	$-\frac{S\Phi'(x_0)\sigma}{2\sqrt{T-t}} + rKe^{-r(T-t)}\Phi(-x_1)$
ρ	$\frac{\partial V}{\partial r}$	$K(T-t)e^{-r(T-t)}\Phi(x_1)$	$-K(T-t)e^{-r(T-t)}\Phi(-x_1)$

Taula 3.6: Sensibilitat de BS respecte dels paràmetres

```
In[2]:= FinancialDerivative[{"European", "Call"},
  {"StrikePrice" -> 40000.0, "Expiration" -> 1},
  {"InterestRate" -> 0.1, "Volatility" -> 0.77,
  "CurrentPrice"->35000.0,"Dividend"->0.0},
  {"Value","Greeks"}]
```

```
Out[2]= {10083.4, {"Delta" -> 0.63362, "Gamma" -> -0.187226,
  "Rho"-> 12093.2,"Theta"->-6280.65,"Vega"->13172.3}}
```

```
In[3]:= FinancialDerivative[{"European", "Put"},
  {"StrikePrice" -> 35000.0, "Expiration" -> 1},
  {"InterestRate" -> 0.1, "Volatility" -> 0.77,
  "CurrentPrice" -> 40000.0, "Dividend" -> 0.00}]
```

```
Out[3]= 7040.45
```

```
In[4]:= FinancialDerivative[{"European", "Put"},
  {"StrikePrice" -> 35000.0, "Expiration" -> 1},
```

```

{"InterestRate" -> 0.1, "Volatility" -> 0.77,
 "CurrentPrice" -> 40000.0, "Dividend" -> 0.0},
 {"Value", "Greeks"}]

```

```

Out[4]= {7040.45, {"Delta" -> -0.245635, "Gamma" -> -0.0693559,
 "Rho"-> -16865.9, "Theta"-> -3161.38, "Vega"->12592.1}}

```

Els valors que apareixen en l'exemple del Mathematica corresponen a:

<i>CurrentPrice</i>	price of the underlying asset at the reference time, S_0
<i>Volatility</i>	current volatility of the underlying asset, σ
<i>InterestRate</i>	risk-free interest rate, r
<i>Dividend</i>	dividend paid per time unit, 0
<i>ReferenceTime</i>	reference date or time, $t_0 = 0$
<i>StrikePrice</i>	strike price, K

3.4 L'economia del bé comú

L'economia del bé comú és un nou concepte econòmic i polític promogut per l'economista austríac Christian Felber. Felber, professor d'economia alternativa a la Universitat de Viena i membre i fundador del projecte *Attac* (Àustria), ha iniciat el desenvolupament d'un model econòmic alternatiu al capitalisme i a l'economia planificada. El seu principi és que les empreses deixin de competir i cooperin. Així ho va escriure fa dos anys en el seu llibre *La Economía del Bien Común* [7] i ja hi ha més de 500 empreses de 10 països que s'hi han adherit.

Felber afirma que l'economia del bé comú posa fi a l'abisme ètic actual entre els mercats capitalistes sense escrúpols i els valors que, després, cadascú viu en les seves relacions humanes. És a dir, les lleis del mercat contradiuen els valors de la societat, com l'honestedat, la transparència o la responsabilitat i, a més, es comporten de manera desconsiderada i egoista, tendents únicament a la persecució de l'èxit econòmic. La competència i l'afany de

lucre, els dos pilars que regeixen el sistema capitalista, estimulen l'enveja, l'egoisme i la desconfiança. Per tant, és necessari canviar aquests dos principis pels del bé comú i de la cooperació.

A més, Felber considera que el bé comú és l'equivalent de la dignitat humana a nivell col·lectiu. Aquest bé comú, però, s'ha de definir entre tots de manera democràtica: cal poder escollir les necessitats bàsiques, quins són els factors que determinen la qualitat de vida i quins són els valors fonamentals. El primer pas és modificar el concepte d'èxit empresarial, ja que una empresa és una eina de l'economia i la meta de l'economia és la creació del bé comú. Per tant, la seva proposta consisteix en anomenar "firma d'èxit" no a la que tingui més benefici financer, sinó a la que porti més al bé comú.

L'aportació que cada empresa fa al bé comú s'avalua mitjançant un balanç del bé comú (BBC): una matriu de 17 indicadors que mesura aspectes com ara la forquilla salarial, la presa de decisions de manera democràtica, si evadeix impostos, si es produeix localment, el respecte per al medi ambient, etc. Però, malauradament, la dinàmica actual del sistema provoca que les empreses que satisfan els indicadors perdin competitivitat. Per això, Christian Felber creu que si el BBC fos vinculant, les empreses serien més competitives a mesura que s'ajustessin més a aquests indicadors, perquè disposarien de més avantatges i ajuts, com per exemple de millors condicions en els crèdits, aranzels més baixos, prioritat en compres públiques i pocs impostos.

Encara que sembla difícil que es pugui veure factible la incorporació d'aquests avantatges, tenint en compte que els governs només es preocupen de retallar i de reduir el dèficit, ja s'està produint aquesta dinàmica a Àustria: les principals comunitats autònomes estan fomentant els processos per a l'economia del bé comú i, a nivell local, les administracions estan cooperant amb empreses que ja n'apliquen el model. Els canvis s'han d'anar produint a poc a poc. A més, el canvi principal ha de venir des de la base, de tal manera que sigui un procés democràtic, emprès des de les bases de la població i que podria arribar a modificar les constitucions.

La situació en què ens trobem actualment és una crisi que, a més de laboral i financera, és de valors, ecològica, energètica i democràtica. Hi ha enquestes, fins i tot a països amb un nivell de vida alt com Alemanya o Àustria, que mostren que la majoria de la població està demanant un altre model econòmic; no és només una minoria descontenta, sinó una majoria aclaparadora. Definitivament, el capitalisme, tal com es planteja avui, està perdent la seva autoritat natural.

L'economia del bé comú també planteja prohibir pràctiques que, en el

sistema actual, estan molt esteses. Es proposa que el benefici financer de les empreses no es desviï a inversions en mercats financers, que no es distribueixin beneficis a persones que no treballin en l'empresa i que no hi hagi donacions a partits polítics. Com que els beneficis financers no es poden destinar a altres finalitats que no sigui la pròpia empresa, l'objectiu final és que els mercats financers especulatius desapareguin i resti un sector bancari útil per a l'economia. Els bancs haurien de ser entitats sense ànim de lucre, com ara les escoles, els hospitals, les universitats públiques, tal com ho eren inicialment les caixes i les cooperatives de crèdit. Els bancs farien la funció de servidors de l'economia.

Aquesta transformació es pot començar a promoure vinculant els rescats; és a dir, que les entitats que necessiten injeccions dels estats es converteixin en entitats sense ànim de lucre, deixin d'especular i, a més, donin prioritat en la concessió de crèdits als projectes amb valor econòmic i social. Una vegada s'apliqués el model, s'acabaria progressivament la coerció a les empreses per a créixer i engolir altres empreses, perquè amb l'economia del bé comú es reemplaça la competència per la cooperació. A més, una altra conseqüència seria l'augment del nombre de la classe empresarial i de l'obra.

3.5 La classe evanescent: la classe mitjana

En els darrers anys, la classe mitjana ha experimentat una regressió considerable. En el món occidental, en països com els Estats Units, el Regne Unit o Espanya, s'han polaritzat les rendes: han crescut les dels rics alhora que ha augmentat el nombre de persones amb menys recursos. Això fa que cada vegada menys gent es defineixi com de classe mitjana, a l'inrevés del que passava anys enrere. Les raons són diverses, però l'actual crisi i les polítiques per a eludir-la condueixen a la paradoxa de què, en la societat del consum, molts ja no tinguin diners per a consumir.

Fins fa relativament poc, i seguint el guió del progrés econòmic, l'economia manufacturera occidental donava pas als serveis i la classe alta s'apartava per a cedir el lloc a la classe mitjana. En el Regne Unit, per exemple, entre 1960 i el 2000, el percentatge de la població que es qualificava a si mateixa com de classe obrera va caure del 70% al 44%, i el de la classe mitjana va pujar del 31% al 55%. Segons la frase de Philip Gould —un dels assessors de Tony Blair—, els “ni necessitats ni privilegiats”, que gaudien de salaris raonables, pensions garantides, assegurança mèdica pública i optimisme

respecte al futur dels seus fills, omplirien els grans magatzems, els centres comercials i les urbanitzacions de xalets unifamiliars. Però la desregulació i la “desindicalización” del mercat de treball britànic, així com les successives retallades de l’Estat del benestar (iniciades fa 33 anys pels governs de Margaret Thatcher i mantingudes sense grans modificacions des de llavors) han canviat el panorama, i la classe mitjana ja no és el que havia de ser. El resultat pràctic és que s’ha incrementat de manera dràstica la diferència entre els ingressos en un sector de serveis dividit entre llocs de treball cada vegada millor remunerats (de professionals i executius) i llocs de treball d’altres sectors pèssimament pagats, com ara l’hostaleria, la neteja, la seguretat, etc.

Als Estats Units, on la classe mitjana havia estat l’enveja de la postguerra mundial, el procés ha estat encara més devastador. Segons diversos estudis, només l’1% més ric s’ha beneficiat del creixement dels darrers trenta anys. Josh Bivens —un dels autors del *State of Working America*— adverteix que, fins als anys setanta, els beneficis de creixement i augments de la productivitat estaven repartits igualment. A més, afegeix que, des de l’inici de la política econòmica de Ronald Reagan, a principis dels anys vuitanta, la renda de les famílies de classe mitjana i baixa ha registrat creixements zero o negatius. La renda real de l’1% de la població, la dels més rics, gairebé s’ha multiplicat per tres, un 278%, des de 1979, enfront d’un augment del 35% a la classe mitjana. En els últims 12 anys, la renda mitjana ha caigut el 6%. Des de l’inici d’aquesta crisi, el procés s’ha accelerat. El coeficient Gini, que mesura la desigualtat, se situa en els Estats Units en el nivell més elevat des dels anys vint del segle passat.

La configuració política actual dels mercats fa als més rics cada vegada més rics. El darwinista social i liberal Herbert Spencer fa més d’un segle i mig va utilitzar la següent expressió en un sentit altisonant:

“La política econòmica que es fa és l’única possible. No hi ha una altra opció, no hi ha alternativa.”

Però va ser Margaret Thatcher, i no Spencer, qui la va portar a la fama. Fins i tot, va ser coneguda com “Tina” Thatcher (*there is no alternative*). És l’idea absurda que les decisions econòmiques són exclusivament tècniques. Segons aquest pretès raonament, qualsevol decisió seria producte de la conclusió que la tècnica ens aconsella. Va ser l’economista i historiador John Kenneth Galbraith un dels molts que va escriure, ja fa alguns anys, contra aquesta pretensió:

“L’economia no existeix a part de la política, i és d’esperar que el mateix segueixi succeint en el futur.”

Però el suposat argument de “no hi ha alternativa” té molts adeptes, atès que es repeteix sense parar des dels governs, alguns mitjans acadèmics i molts mitjans de comunicació, i, fins i tot, sembla que de vegades es lamenti.

La política econòmica, tal com indica l’ordre de les paraules, ha de ser primer política i després econòmica. No hi ha res més qüestionable que les afirmacions, tantes vegades repetides per gairebé tots els governants europeus: “són les mesures que el país necessita”, “són necessaris aquests sacrificis per sortir aviat de la crisi”, “la situació econòmica imposa aquestes desagradables mesures”, “tots hem de sacrificar-nos per tirar endavant”, etc. Ni una mesura de política econòmica mínimament important és neutral, en el sentit precís de què perjudica o beneficia tota la població. Tota mesura de política econòmica perjudica uns sectors socials i en beneficia uns altres. Si considerem, per exemple: abaixar els impostos als més rics, congelar o baixar les pensions, facilitar i abaratir els acomiadaments laborals, gravar amb aranzels productes estrangers, baixar el sou dels treballadors del sector públic, destinar menys recursos a l’educació pública, introduir el copagament sanitari, idear uns pressupostos públics d’austeritat en plena recessió... És difícil descobrir qui guanya i qui perd en cada un d’aquests casos? Cosa ben diferent és la suposada justificació que es dona en cada cas per part dels responsables. És palès que primer es decideix quins sectors socials es volen afavorir i, després, s’instrumenten els mitjans econòmics que ho han de fer possible. En paraules de Joseph Stiglitz:

“El govern té la potestat de traslladar els diners de la part superior a la inferior i a la intermèdia, i viceversa.”

Apèndix: Glossari de termes

Català	Anglès
Acció	share, stock
Accions	stocks, holdings
Accionista	stockholder, shareholder
Acreedor	creditor
Actius	assets
Antimonopoli	antitrust
Arbitratge	arbitrage
Arrendar	to lease
Avaluar	to assess
Banca	banking
Bé	commodity, good
Billet	banknote
Bombolla immobiliària	housing bubble
Bons	bonds
Bons del tresor	treasuries
Borsa de comerç	stock market
Borsa de valors	stock market
Casa de canvis	currency exchange
Cobertura	hedge
Companyies d'accionistes	holding companies
Compte corrent	account

Contribuent	taxpayer
Corredor de borsa	broker
Corrent d'efectiu	cash flow
Cotitzar	to quote
Data d'emissió	date of issue
Data de venciment	maturity date
Desgravable	tax deductible
Despesa pública	public spending
Deute	debt
Deute financer	financial liability
Devolució d'impostos	tax refund
Dividend	installment, dividend
Divises	foreign exchange
Empresa	company, firm, entreprise
Empresaris	entrepreneurs
Empreses que gestionen amb accions molt segures	blue-chip companies
Especuladors	speculators
Finançament fiscal	fiscal funding
Finançar	to fund
Fixació (control) de preus	price regulations
Flux de capitals	capital flow
Flux (afluència) de fons	cash flow
Fons d'inversió	investment funds
Fons de pensions	pension funds
Garantia	collateralization, assurance
Gir	draft
Girs	remittances
Gravamen	assessment
Gravar	to tax
Guanys	earnings, profits
Hipoteca	mortgage

Imposar (o establir) impostos	to lay taxes
Imposicions	contributions
Inflació	inflation rate
Ingrés	flow
Ingrés (persona natural o física)	income
Ingrés estatal	revenue
Ingrés líquid	net income
Leasing	lease
Liquiditat	liquidity
Lletres de canvi	letters of exchange, bills of exchange
Llei d'aranzels	tariff act
Lliure d'impostos	duty-free
Mercaderia	merchandise
Mercat borsari	stock market
Mercat de divises	foreign currency market
Moneda nacional	domestic currency
Negociació	deal, negotiation
Oferta mundial	world supply
Operacions a futur	futures trading
Pagar	to pay
Pagaré	promissory note
Paper moneda	bills of credit
Paper or	paper gold
Paquet d'accions	block of shares
Paradís tributari	tax haven
Percentatge	rate
Precaucions tributàries	tax collections
Preu d'adquisició	purchase price
Premi	risk premium

Pressupost	budget
Préstec	loan
Préstec de valors	securities lending
Prestataris	borrowers
Prima	premium, bounty
Producte	commodity
Proveïdor	vendor, supplier
Quedar en la ruïna	to be broken
Recuperar-se (mercats)	to bounce back
Reducció de pressupost	budget cut
Reemborsar	to reimburse
Salari mínim	minimum wage
Sortida de divises	foreign exchange outflow
Sou base	gross salary
Sou líquid	net salary
Subproducte	byproduct
Tallers sindicalitzats	union shops
Taxa	rate
Taxar	to assess on
Taxes d'interès	interest rates
Tipus de canvi	exchange rate
Titular d'una acció, compte bancari, etc.	holder
Transacció	deal, transaction, operation
Transacció de valors	securities handings
Valor de les accions	paper or stock value
Valors borsaris	securities
Vendre a un preu més baix que el just	to underprice

Taula 3.7: Glossari català/anglès de termes econòmics

Bibliografia

- [1] Club de bolsa Alumni UB 2.0: <http://www.alumni.ub.edu/>
- [2] Bayer, P.: Discurs de resposta a la memòria d'ingrés a la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de l'acadèmic David Nualart Rodón "El moviment brownià i els mercats financers". *Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona*, 984 (2003); v. LX, n. 9, 333-339.
- [3] Black, F.; Scholes, M.: The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy* 81, No. 3 (May - Jun., 1973), 637-654. The University of Chicago Press.
- [4] Bustos Contell, E.: *Matemáticas financieras en el nuevo PGC*. Ediciones Pirámide, 2010.
- [5] Corcuera, J. M.: *Modelización estocástica*. Apuntes, 2012. Campus Virtual, UB.
- [6] *Diccionario de Economía y Finanzas*. Larousse. Spes Editorial, Barcelona, 2003.
- [7] Felber, C.: *L'economía del bien común*. Deusto, S.A. Ediciones, 2012. ISBN 9788423412808.
- [8] Galbraith, J. K.: *Historia de la economía*. Ariel, 9^a edición, Madrid, 2003.
- [9] Harford, T.: *Black-Scholes: The maths formula linked to the financial crash*. BBC Radio 4 *More or Less*; BBC News, Magazine, 27 April 2012.
- [10] Hull, J. C.: *Introducción a los Mercados de futuros y opciones*. Pearson, 6^a edición, 2009.

- [11] Itô, K.: Differential equations determining a Markov process. *J. Pan-Japan Math. Coll.* 1077 (1942); English transl. *Kiyosi Itô Selected Papers*, Springer-Verlag, 1986.
- [12] Keynes, J. M.: *Ensayos de persuasión*. Fundación ICO, 2009. Traducció de l'obra *Essays in Persuasion*. The Royal Economic Society, Londres, 1972.
- [13] Merton, R.: Theory of Rational Option Pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, No. 1, (1973), 141-183. RAND Corporation. Article Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/3003143>.
- [14] Mordecki, E.: *Modelos matemáticos en finanzas: Valuación de opciones*. Curso de actualización para egresados. UPAE, Facultad de Ciencias Económicas y Administración. Centro de Matemática. Facultad de Ciencias. Montevideo, Uruguay. www.cmat.edu.uy/mordecki/.
- [15] Nualart, D.: El moviment brownià i els mercats financers. *Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona*, 984; v. LX, n. 9, (2003), 311-332.
- [16] Pinter, A.; Felber, C. “El capitalisme ha perdut autoritat, la gent vol un altre model econòmic”. *L'Econòmic*, El Punt Avui, 6-10-2012, 22.
- [17] Pons M. A.; preixens, T. P.: *Valoració d'operacions financeres*. Material docent de la UOC. FUOC, 2010. ISBN: 978-84-692-8523-7.
- [18] Price, J. F.: Optional Mathematics Is Not Optional. *Notices of the AMS*, 43(1996), 964-971.
- [19] Robinson, A.: La clase evanescente. Magazine, La Vanguardia, 14 d'octubre(2012), 39-45. www.magazinedigital.com
- [20] Seydel, R. U.: *Tools for computational finance*. Fifth edition. Universitext. Springer-Verlag, 2012. xvii+429 p. ISBN: 978-1-4471-2993-6.
- [21] Tamames, R.: *¿Cuándo y cómo acabará la crisis? (Tractatus logicus economicus)*. Ediciones Turpial, S. A., 2011.
- [22] Torres López, L.: *Introducción a la economía*. Ediciones Pirámide, 2011.

[23] Wikipedia, <http://en.wikipedia.org/>