

00431

UNIVERSIDAD DE BARCELONA

---

# PROGRAMA

CORRESPONDIENTE A LOS

ELEMENTOS

de

## CÁLCULO INFINITESIMAL

REDACTADOS POR EL

DR. D. LAURO CLARIANA RICART

*Catedrático de la expresada asignatura*

*en la Universidad de Barcelona*

---

BARCELONA

1914



BIBLIOTECA DE LA UNIVERSITAT DE BARCELONA



0701777653

FA-189/2

00481

UNIVERSIDAD DE BARCELONA

---

# PROGRAMA

CORRESPONDIENTE A LOS

ELEMENTOS

de

# CÁLCULO INFINITESIMAL

REDACTADOS POR EL

DR. D. LAURO CLARIANA RICART

*Catedrático de la expresada asignatura  
en la Universidad de Barcelona*



BARCELONA

1914  
B. P. U.  
REGALADO

6



PROGRAMA  
DE  
ELEMENTOS DE CÁLCULO  
INFINITESIMAL

---

PRELIMINARES



TEMA I

Concepto fundamentales de análisis, según Cauchy.

TEMA II

Generalidades acerca de los vectores y cuaternios. — Ideas generales según el método de H. Grassmann.

TEMA III

Estudio de las funciones hiperbólicas, directas é inversas.

TEMA IV

Génesis de la cantidad. — Cantidad infinitesimal.

TEMA V

Estudios de las cantidades que difieren entre sí indefinidamente poco. — Teoremas fundamentales del Cálculo Diferencial é Integral.

*CALCULO DIFERENCIAL*



TEMA VI

Desarrollo de la diferencial primera en una función ordinaria. — Término principal.

TEMA VII

Diferenciales primeras de funciones hiperbólicas directas é inversas.

TEMA VIII

Desarrollo de la diferencial primera en las funciones compuestas.

### TEMA IX

Diferenciales de órdenes superiores al primero en funciones ordinarias. — Determinación de leyes en ciertas clases de funciones.

### TEMA X

Diferenciales de órdenes superiores al primero en funciones compuestas.

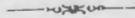
### TEMA XI

Diferenciales de un orden cualquiera en las funciones implícitas.

### TEMA XII

Cambio de variables en las ecuaciones diferenciales.

### APLICACIONES ANALÍTICAS DEL CALCULO DIFERENCIAL



### TEMA XIII

Determinación de ciertas ecuaciones diferenciales como resultado de la eliminación de constantes y funciones arbitrarias

TEMA XIV

Determinantes funcionales de Wronski. Jacobi y Hesse.

TEMA XV

Monogeneidad de las funciones. — Determinar las condiciones necesarias y suficientes de monogeneidad según Forsyth. Fórmula de Lagrange.

*CALCULO INTEGRAL*



TEMA XVI

Conceptos generales sobre el cálculo integral. — Estudio de una ecuación diferencial con dos variables en el caso más sencillo. — Función primitiva. — Procedimientos distintos para efectuar la integración. — Integración inmediata.

TEMA XVII

Integración por sustitución. — Observaciones acerca de los límites de la integral. — Integración por partes. — Integración geométrica. — Diferentes casos que suelen presentarse. — Estudio de la función trascendente denominada logarítmica integral.

### TEMA XVIII

Integración de las funciones fraccionarias algebraicas racionales después de reducidas á fracciones simples. — Estudio de las cuatro formas típicas. — Consecuencias.

### TEMA XIX

Transformar diferentes fracciones diferenciales racionales dependientes de funciones circulares directas, en otras algebraicas y racionales. — Estudiar algunos casos particulares cuya ecuación de condición puede reducirse.

### TEMA XX

Integración de funciones irracionales. — Caso en que los radicales contengan cantidades monomias. — Integración de funciones especiales que pueden reducirse fácilmente á la forma racional. — Integración de funciones que contengan raíces cuadradas de polinomios de segundo grado.

### TEMA XXI

Importancia de las funciones circulares é hiperbólicas para resolver ciertas integrales de funciones algebraicas irracionales. Relaciones notables entre las funciones irracionales y las curvas unicursales.

### TEMA XXII

Integrales binomias. — Desarrollo de las cuatro formas

típicas. — Discusión de cada una de ellas. — Sustitución por funciones circulares é hiperbólicas en ciertos casos particulares

### TEMA XXIII

Integrales hiper-elípticas. — Integrales elípticas de primera, segunda y tercera especie. — Transformación de las mismas por medio de funciones circulares. — Notaciones particulares.

### TEMA XXIV

Integraciones correspondientes á funciones algebraicas en combinación de trascendentes — Integrales de potencias correspondientes á funciones circulares é hiperbólicas.

### TEMA XXV

Integrales definidas. — Campo de la integración. — Importancia de las integrales curvilíneas — Probar como el problema de la integración puede procurar la definición ó la determinación de nuevas funciones. — Medio para transformar los límites variables de una integral en otros fijos y determinados. — Teoremas llamado de la media. — Casos particulares de integrales definidas.

### TEMA XXVI

Integración por medio de series. — Principios fundamentales. — Aplicaciones á funciones cuyas integrales se refieren á trascendentes ordinarias. — Importancia del desarrollo en serie para integrales que se resuelven en trascendentes superiores.

### TEMA XXVII

Determinar si la integral  $\int_a^b F(x) dx$ , tiene un valor finito y determinado cuando uno de sus límites se convierte en una cantidad indefinidamente grande. — Averiguar si la integral

$\int_a^b F(x) dx$ , tiene un valor finito y determinado cuando  $F(x)$

se transforme en una cantidad indefinidamente grande para el valor de la variable que corresponde á uno de los límites de la integral. — Caso en que la función  $F(x)$  resulte indefinidamente grande para un valor de la variable que se halle comprendido entre los límites de la integral.

### TEMA XXVIII

Determinación de integrales definidas por medio de la diferenciación é integración bajo el signo integral. — Casos diferentes que pueden considerarse al diferenciar bajo el signo integral. — Interpretación geométrica. — Principio á que debe atenderse al integrar bajo el signo integral.

### TEMA XXIX

Integración geométrica. — Teorema relativo al valor de la integral cuando la variable independiente sigue caminos diferentes que terminan en los mismos extremos. — Consecuencias Sentidos de los contornos. — Notación especial. — Integral relativa al contorno elemental de un punto crítico. — Residuo de la función. Valor de la integral de una función monodroma á

lo largo de un contorno cerrado y que contiene en su interior un cierto número de puntos críticos.

### TEMA XX

Integrales eulerianas de primera y segunda especie. — Transformación de las mismas por sustitución. — Propiedades. — Determinación de la curva *Gamma*.

### TEMA XXXI

Integrales múltiples en general. — Reducción de dichas integrales. — Método general. — Aplicaciones. — Método de Dirichlet con aplicación al volumen del elipsoide.

### TEMA XXXII

Integración de ecuaciones diferenciales. — Ecuaciones diferenciales ordinarias. — Ecuaciones entre derivadas parciales. — Ecuaciones entre diferenciales totales. — Probar que todo sistema de  $m$  ecuaciones diferenciales entre  $x$  y  $m$  funciones  $y_1, y_2, \dots, y_m$  de la primera variable, puede transformarse en otro donde no figuren más que las derivadas de primer orden. — Forma normal de un sistema simultáneo de  $m$  ecuaciones de primer orden. — Procedimiento general para deducir de un sistema de  $m$  ecuaciones diferenciales, una ecuación diferencial en que no entre más que  $x$  y una de las funciones. — Aplicación de reglas análogas á la formación de una determinante para deducir el orden de la ecuación diferencial definitiva. — Condiciones á que deben satisfacer las integrales además de las que corresponden a las ecuaciones diferenciales respectivas. — Aplicación á la mecánica. respecto al movimiento de un punto.

### TEMA XXXIII

Integración de ecuaciones diferenciales ordinarias. — Probar que toda ecuación diferencial de orden  $m$  admite una integral que encierra  $m$  constantes arbitrarias. — Integrales particulares. — Ordenes respectivos de las ecuaciones diferenciales y de las integrales. — Regla general para conocer si una integral con  $m$  constantes, se refiere á una ecuación diferencial del orden  $m$

### TEMA XXXIV

Integración de ecuaciones diferenciales de primer orden. — Separación de variables. — Casos en que es posible la integración. — Estudiar el caso en que la ecuación diferencial sea homogénea. Caso en que faltando la homogeneidad por alguna transformación puede resultar la ecuación diferencial homogénea.

### TEMA XXXV

Ecuaciones diferenciales lineales. — Estudio de la ecuación diferencial:  $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ . — Fórmula de Bernoulli para in-

tegrar la ecuación siguiente:  $\frac{dy}{dx} + Py = Qy^m$

Caso en que se conozca una integral particular de:

$$\frac{dy}{dx} + Py = Qy^2 + R.$$

### TEMA XXXVI

Ecuación diferencial de primer orden y de un grado cualquiera. — Consideraciones generales. — Casos en que la ecuación diferencial no contenga á las variables. — Ecuaciones diferenciales de M. Lagrange y de M. Clairaut dadas por las formas siguientes:

### TEMA XXXVII

Condiciones necesarias y suficientes de integrabilidad en la expresión diferencial:  $Mdx + Ndy$ . — Determinación de la fórmula integral. — Condiciones necesarias y suficiente de integrabilidad en la expresión diferencial:  $Mdx + Ndy + Pdz$ . — Determinación de la fórmula integral.

### TEMA XXXVIII

Estudio del factor que transforma en integrable el primer miembro de la ecuación diferencial:  $Mdx + Ndy = 0$ . — Determinar dicho factor para cuando la ecuación sea homogénea. — Problema de las trayectorias en general. — Trayectorias ortogonales.

### TEMA XXIX

Soluciones singulares de una ecuación diferencial de primer orden. — Soluciones singulares deducidas de la integral general. — Significación de dicha integral Propiedad del factor integrante en esta clase de integrales. — Método de Lagrange para a solución singular de una ecuación diferencial de primer orden.

## TEMA XL

Integración de ecuaciones diferenciales de un orden superior al primero. — Reducción de la integral múltiple á otras simples — Ecuación diferencial en que entran dos derivadas consecutivas de un orden cualquiera ó que se diferencien en dos unidades — Casos particulares de ecuaciones diferenciales que pueden reducirse á un orden inferior.

## TEMA XLI

Integración de ecuaciones lineales de un orden cualquiera. — Caso en que el segundo miembro sea igual á cero. Integración de la ecuación lineal completa — Casos particulares que pueden ocurrir.

## TEMA XLII

Integración de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes y sin término independiente de la variable. — Método de Euler. — Ecuación modular. — Estudiar los diferentes casos que pueden presentarse según sean las raíces desiguales, iguales ó imaginarias.

## TEMA XLIII

Ecuaciones lineales con coeficientes variables que pueden ser referidas al caso de coeficientes constantes. — Casos particulares en que puede desaparecer el segundo miembro de una ecuación diferencial á coeficientes constantes.

#### TEMA XLIV

Integración por medio de integrales definidas. — Método de Laplace. — Modo de obtener la integral general después que se hallan hayado las integrales particulares.

#### TEMA XLV

Integración de ecuaciones diferenciales simultáneas. — Ecuaciones diferenciales simultáneas de primer orden entre tres variables. — Aplicación á las formas normales. — Casos particulares que pueden ocurrir.

#### TEMA XLVI

Método de  $\Gamma^*$  Alembert para la integración de un sistema de ecuaciones lineales de primer orden en el supuesto de considerar un sistema de dos ecuaciones con tres variables, bajo la forma normal. — Estudiar el caso para cuando los coeficientes sean constantes.

#### TEMA XLVII

Integración de ecuaciones diferenciales por medio de series. — Empleo de la serie de Mac-Laurin y de Taylor. — Casos en que no puede aplicarse la serie de Mac-Laurin. — Dada una integral bajo forma de serie, deducir su ecuación diferencial correspondiente.

### TEMA XLVIII

Tipo general de la ecuación de Ricatti. — Transformación de la ecuación propia de Ricatti.

### TEMA XLIX

Nuevas formas de series para la integración de ecuaciones diferenciales. — Ecuaciones de Causs. — Modo de prolongar analíticamente las funciones. — Integrales regulares. — Teorema de Fuchs. — Ecuación de Bessel.

### TEMA L

Ecuaciones entre derivadas parciales. Caso en que la ecuación diferencial se refiere á una sola variable. — Ecuaciones entre derivadas parciales de órdenes superiores al primero bajo condiciones análogas á las del caso anterior. — Caso general de integración de una ecuación entre derivadas parciales de primer orden y de primer grado, dependiente de tres ó cuatro variables.

### TEMA LI

Ecuaciones á las derivadas parciales de primer orden. — Importancia de la función:  $V(x, y, z, a, b) = 0$ . — Integrales completa, singular y general según Lagrange. — Estudio de Lagrange acerca de las ecuaciones á las derivadas parciales de primer orden. — Importancia de la serie de igualdades siguientes.

$$\frac{dx}{p} = \frac{dy}{q} = \frac{dz}{r+sq} = \frac{-dx}{x+pz} = \frac{-dy}{y+qz}$$

APLICACIONES GEOMÉTRICAS DEL CALCULO DIFERENCIAL

---

TEMA LII

Diferencial del área correspondiente á una curva plana. — Diferencial de un arco de curva plana. — Fórmulas generales, correspondientes á la tangente, subtangente normal y sub-normal. — Aplicación á ejes polares.

TEMA LIII

Contacto de curvas planas. — Línea osculatriz. — Círculo osculador. — Curvatura de curvas planas. — Círculo de curvatura. — Ecuación intrínseca. — Aplicación á la circunferencia.

TEMA LIV

Diferentes formas del radio de la curvatura. — Aplicación del radio de curvatura á las cónicas. — Determinar el radio de curvatura de diferentes líneas.

TEMA LV

Evolutas y envolventes en las curvas planas. — Fórmulas fundamentales. — Determinación de las evolutas en algunas curvas conocidas.

TEMA LVI

Estudio de las involutas y envolventes planas. — Puntos

característicos. — Demostrar que cuando las curvas de una misma familia pasan por puntos fijos, éstos forman parte de la envolvente. — Demostrar que la evoluta de una curva, es la envolvente de sus normales.

### TEMA LVII

Puntos singulares en las curvas planas.

### TEMA LVIII

Líneas alabeadas. — Funciones que la determinan. — Ecuaciones de la tangente y del plano normal en un punto de una línea alabeada. — Diferencial de un arco.

### TEMA LIX

Planos osculador. — Ecuación correspondiente. — Aplicación á la hélice.

### TEMA LX

Superficies curvas. — Ecuación del plano tangente. — Ecuación de la normal. — Ángulos de la normal con los ejes coordinados.

### TEMA LXI

Contacto entre líneas alabeadas y superficies. — Superficie envolvente de otra móvil. — Superficie de canal. — Triedro móvil.

TEMA LXII

Aplicaciones geométricas del cálculo integral. — Cuadratura de figuras planas, según se refieran á coordenadas, cartesianas ó polares.

TEMA LXIII

Volumen de cuerpos terminados por superficies cualesquiera. — Fórmulas generales. — Procedimientos varios para la determinación de un volumen. — Aplicación al elipsoide. — Volumen de cuerpos referidos á coordenadas polares.

TEMA LXIV

Rectificación de curvas. — Fórmulas para la rectificación de líneas planas ó alabeadas referidas respectivamente á ejes cartesianos ó polares. — Aplicaciones. — Consideraciones notables en la rectificación de un arco de elipse.

TEMA LXV

Determinación de áreas correspondientes á superficies curvas. — Aplicaciones. — Cubatura y cuadratura en el caso de superficies de revolución. — Aplicaciones.

TEMA LXVI

Cálculo de las variaciones. — Consideraciones filosóficas de Lagrange acerca del cálculo de las variaciones. — Fórmulas generales. — Aplicación á las líneas geodésicas.



