

09451  
UNIVERSIDAD DE BARCELONA

---

---

# PROGRAMA

DE

## Complemento de Cálculo Infinitesimal

REDACTADO POR EL

**Dr. D. Lauro Clariana Ricart**

CATEDRÁTICO DE LA ASIGNATURA EN LA  
UNIVERSIDAD DE BARCELONA



BARCELONA

=

TIP. LIT. DE JUAN BANACH

Calle Muntaner, 106

BIBLIOTECA DE LA UNIVERSITAT DE BARCELONA



070177708



FA-1894

09451

UNIVERSIDAD DE BARCELONA

# PROGRAMA

DE

## Complemento de Cálculo Infinitesimal

REDACTADO POR EL

**Dr. D. Lauro Clariana Ricart**

CATEDRÁTICO DE LA ASIGNATURA EN LA  
UNIVERSIDAD DE BARCELONA



BARCELONA

=

TIP. LIT. DE JUAN BANACH

Calle Muntaner, 106

REGALADO



Programa  
de  
Complemento de Cálculo Infinitesimal.

---

Temas 1º

Goniometría circular.-- Aplicación a la circunferencia.

Temas 2º

Goniometría hiperbólica.-- Aplicación a la catenaria.

Temas 3º

Origen de la goniometría elíptica.-- Consecuencias.

Temas 4º

Procedimiento de Liouville para la determinación de la suma de argumentos en las funciones:  $\sin$ ,  $\cos$ , y  $\tan$ .

Temas 5º

Consecuencias importantes respecto a  $\sin(a+b)$ ,  $\cos(a+b)$ , y  $\tan(a+b)$ .

### tema 6º

Triángulos infinitesimales. - Diferentes casos que pueden presentarse.

### tema 7º

Diferentes órdenes infinitesimales de líneas comparados entre sí.

### tema 8º

Generalizantes acerca de los sistemas de coordenadas curvilíneas.

### tema 9º

Expresión de la tangente en un punto de una curva, siendo  $x = f(u)$ ,  $y = \varphi(u)$ ,  $z = \psi(u)$ . - Cosenos directores de la misma. - Tangente definida por dos ecuaciones no resueltas.

### tema 10º

Estudiar la posición de una superficie con relación al plano tangente o los alrededores del punto de contacto.

### tema 11º

Condición para que un sistema de curvas definidas por:  $f(x, y, z, \lambda) = 0$  y  $\varphi(x, y, z, \lambda) = 0$ , dependientes del parámetro  $\lambda$ , admitan envolvente. - Ejemplos.

### tema 13º

Ecuación general que determina los puntos de

inflexión de una curva plana en coordenadas polares.- Determinación del radio de curvatura de primera especie en un punto de línea alabeada.

Leona 13°

Deducción del radio de curvatura de segunda especie en un punto de línea alabeada.

Leona 14°

Fórmulas de Frenet.- Consecuencias.

Leona 15°

Desarrollo en serie de las coordenadas de un punto de una curva en función del arco.

Leona 16°

Leona de la curvatura de las superficies.- Radios de curvatura correspondientes a una sección oblicua ó normal.- Teorema de Meunier.

Leona 17°

Secciones principales en un punto de una superficie.- Teorema de Euler.- Consecuencias.

Leona 18°

Cálculo de los radios de curvatura principales en un punto dado de una superficie.- Ecuación que determina la dirección de las secciones principales.

Leema 19°

Judicativa.- Consecuencias.- Líneas de curvatura situadas sobre una superficie.

Leema 20°

Superficies cilíndricas, cónicas, y de revolución.- Ecuaciones entre derivadas parciales de las proyecciones superficiales.- Superficies concoides, desarrollables y regladas en general.

Leema 21°

Expresión en forma de matriz de las líneas de curvatura de la superficie  $f(x, y, z) = 0$ . - Líneas de máxima y mínima pendiente.

Leema 22°

Curvatura total, positiva, negativa y nula de una superficie.- Consecuencias.- Líneas geodésicas y asintóticas.

Leema 23°

Teorema de M. Bonquet, acerca de la más corta distancia entre dos rectas sucesivas de un sistema continuo en el espacio.- Consecuencias.

Leema 24°

Funciones isotópicas.- Aplicación a los parámetros de Lamé.

Lección 25°

Números de Bernoulli - Aplicaciones.

Lección 26°

Polinomios de Legendre. - Generalización de los mismos.

Lección 27°

Condiciones para que la integral curvilínea  $\int P dx + Q dy$  no dependa sino de sus límites. - Condiciones.

Lección 28°

Interpretación según las integrales curvilíneas de la integral doble:  $\iint \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$ . - Expresión de una superficie curva en coordenadas de Gauss.

Lección 29°

Condición para que la integral de superficie  $I = \iint A dy dz + B dz dx + C dx dy$ , no dependa sino del contorno.

Lección 30°

Fórmulas de Stokes, d'Alto Grandky y Green.

Lección 31°

Consideraciones generales acerca de las funciones algebraicas. - Función uniforme. - Función regular. - Ceros, polos y residuos. - Puntos singulares en general.



Lección 32<sup>o</sup>

Probar como las reglas de diferenciación para las funciones ordinarias, se hacen extensivas a las funciones de variable compleja. - Consecuencias importantes.

Lección 33<sup>o</sup>

Integrales en general de funciones monodromas. - Teoremas fundamentales.

Lección 34<sup>o</sup>

Residuos de una función, correspondientes a sus puntos críticos y consecuencias de las integrales definidas.

Lección 35<sup>o</sup>

Determinación de la integral:  $\frac{1}{2\pi i} \int_K \frac{f(z)}{z-a} dz = f(a)$ .  
Aplicación a la serie de Taylor.

Lección 36<sup>o</sup>

Teorema de Laurent. - Consecuencias importantes.

Lección 37<sup>o</sup>

Consideraciones generales acerca de las funciones doblemente periódicas. - Teoremas fundamentales.

Lección 38<sup>o</sup>

Generalidades acerca de las funciones elípticas.

Lección 39<sup>o</sup>

Integrales primeras del sistema de curvas:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1}{dp} &= F_1(p, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_2}{dp} &= F_2(p, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ &\dots \\ \frac{dy_n}{dp} &= F_n(p, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned} \right\}$$

Aplicación al ejemplo:  $\frac{dy_1}{dp} = y_2 - y_3$ ,  $\frac{dy_2}{dp} = y_3 - y_1$ ,  $\frac{dy_3}{dp} = y_1 - y_2$ .

Lemma 40°

Hallar una función  $\psi$  de  $n$  variables independientes  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , siendo dadas  $m$  ecuaciones distintas, bajo la condición de que sea  $m \leq n$ .

Lemma 41°

Integración del sistema precedente para el caso que se considere bajo la forma siguiente:

$$P \equiv F(q_1, q_2, \dots, q_n) p_{s+1}, p_{s+2}, \dots, p_m$$

$$\Phi = p_i - \psi(q_1, q_2, \dots, q_n) p_{s+1}, p_{s+2}, \dots, p_m.$$

siendo  $i \leq s$ .

Problema definitivo.- Aplicación al ejemplo:

$$p_1 = \frac{q_2 q_3}{p_4}, \quad p_2 = \frac{q_1 q_3}{p_4}, \quad p_3 = \frac{p_4 q_4}{q_3}$$

Lemma 42°

Fórmula de Fourier:  $F(p) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \int_{-1}^1 F(t) \cos p(p-t) dt dp$   
 Hacerla efectiva para el caso de dos o tres variables

Lemma 43°

Integración de ecuaciones entre derivadas parciales lineales de un orden cualquiera.- Caso en que los coeficientes sean constantes.- Aplicación al problema de las cuerdas vibrantes.

Teorema 44°

Integración de:  $\frac{\partial z}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  por medio de integrales definidas.

Teorema 45°

Tipo general de las ecuaciones entre derivadas parciales de 2° orden. - Integración de la ecuación de Monge:  $Rr + Ss + Tt = V$ .

Teorema 46°

Integración de la ecuación d'Ampère:  
 $kr + 2ks + kt + M + N(rt - s^2) = 0$ .

Teorema 47.

Consideraciones generales según Forsyth para integrar una ecuación diferencial total bajo la forma:  $X_1 dp_1 + X_2 dp_2 + \dots + X_p dp_p = 0$ .

Teorema 48°

Consideraciones generales acerca de las superficies de Riemann. - Línea de paso. - Superficie bifenéa. - Aplicación a la función:

$$u^2 = \lambda(z - e_1)(z - e_2)(z - e_3)(z - e_4).$$



