

El aprendizaje de las matemáticas de estudiantes paquistaníes en Cataluña

Atif Lodhi



Aquesta tesi doctoral està subjecta a la llicència **Reconeixement- NoComercial – SenseObraDerivada 3.0. Espanya de Creative Commons.**

Esta tesis doctoral está sujeta a la licencia **Reconocimiento - NoComercial – SinObraDerivada 3.0. España de Creative Commons.**

This doctoral thesis is licensed under the **Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0. Spain License.**



FACULTAT DE FORMACIÓ DEL PROFESSORAT

Tesis Doctoral

EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS DE ESTUDIANTES PAQUISTANÍES EN CATALUÑA

ATIF LODHI

Directora: Dra. Núria Rosich Sala

Tutor: Dr. Jordi Servat Susagne

Programa de doctorado: Formació del Professorat: Pràctica Educativa
i Comunicació

Línea: Didàctica de las Matemàtiques

Cursos matriculats: 2010-2014

Barcelona 2014

CAPÍTULO 7

Resultados de la tercera y cuarta parte de la investigación

7.1. Introducción

7.2. Percepción del profesorado de matemáticas sobre la enseñanza a los alumnos paquistaníes escolarizados en Cataluña

7.2.1. Caracterización de los profesores

7.2.2. Aspectos didácticos del profesorado de matemáticas

7.2.3. Opinión sobre aspectos culturales de las matemáticas

7.3. Percepción del alumnado paquistaní escolarizado en Cataluña sobre el sistema escolar y las matemáticas

7.3.1. Aspectos generales

7.3.2. Aspectos relacionados con las matemáticas

7.3.3. Aspectos relacionados con la atención recibida

7.4. Prueba de matemáticas a clases ordinarias de 3º de Secundaria

7.5. Desempeño del alumnado de 1º de Secundaria

7.5.1. Matemáticas del estudio para 1º de Secundaria

7.5.2. Competencias propuestas por la Generalidad de Cataluña

7.6. Competencias de alumnos de 3º de Secundaria

7.6.1. Competencias de matemáticas del estudio de 3º de Secundaria

7.6.2. Prueba de matemáticas de la Generalidad Cataluña

7.6.3. Estudio de casos por Institutos: prueba de la Generalidad

7.6.4. Resultado pruebas de lenguas de la Generalidad

7.6.5. Relación entre matemáticas y conocimiento de lenguas

7.6.6. Comparación de resultados de matemáticas y conocimiento de las lenguas de las diferentes pruebas 3º de Secundaria

7.7. Dificultades y logros durante la realización de actividades matemáticas

7.7.1. Segundo nivel de análisis de dificultades y logros

7.7.2 Categorización sobre el uso de la lengua

7.8. Resumen

7.1 Introducción

En este capítulo mostramos los resultados de la investigación realizada en Cataluña, para conocer como resuelven las actividades matemáticas los estudiantes paquistaníes escolarizados en Barcelona. Nos centramos por una parte, en evaluar que las dificultades o logros que presentan durante la realización de actividades matemáticas de resolución de problemas, así como en el papel de la lengua durante la realización de estas actividades. Por otra parte, nos parece relevante indagar sobre las estrategias que utilizan para superarlas, además de los aspectos relacionados con la enseñanza, como son el profesorado de matemáticas, para saber como gestionan al alumnado migrante paquistaní que asiste a sus aulas.

En la primera parte indagamos la opinión de los profesores relativa a esta comunidad, así como sobre su formación docente, cuantos años de experiencia tienen y cuáles son los materiales que utilizan en sus aulas. Otra parte del cuestionario pretende conocer su visión del alumnado inmigrante, su conocimiento de cómo debe ser el tratamiento de las matemáticas para estos alumnos y su conocimiento cultural de las matemáticas.

En la segunda parte de este capítulo, se muestran los resultados de un cuestionario para conocer la percepción de integración en las aulas de los alumnos migrantes escolarizados en los centros de secundaria de Cataluña, así como las distintas pruebas realizadas.

En la tercera parte de este capítulo, se muestran los resultados de la prueba de matemáticas (diseñada por el investigador) realizada a 102 estudiantes de clases ordinarias (no son aulas de acogida), con el objetivo de fiabilizar la prueba de conocimientos matemáticos que nos sirva de referente para comparación con los alumnos paquistaníes.

En la cuarta parte de este capítulo se muestran los resultados de las pruebas de competencias matemáticas y lingüísticas en la lengua materna (urdú) elaboradas por la Generalidad de Cataluña para alumnos recién llegados, así como las pruebas diseñadas especialmente para esta investigación al alumnado paquistaní. Se analizan las dificultades matemáticas a las que se enfrentan, las competencias matemáticas que desarrollan y el rol de la lengua, especialmente cuando se enfrentan a obstáculos durante la realización de actividades matemáticas.

7.2 Percepción del profesorado de matemáticas sobre la enseñanza a los alumnos paquistaníes escolarizados en Cataluña

Como hemos comentado en el capítulo de metodología, se preparó un cuestionario para los profesores de matemáticas que imparten las clases a los alumnos paquistaníes, para conocer sus creencias y conocer su experiencia profesional.

La muestra de profesores participantes fue de siete docentes que imparten clases en los centros educativos en que se realiza esta investigación. El cuestionario tiene en dos partes: la primera parte está relacionada con las creencias y los conocimientos de los profesores de matemáticas y la segunda parte sobre las opiniones sobre sus alumnos paquistaníes.

7.2.1. Caracterización de los profesores

Las respuestas se han recogido en forma de tabla la que se mostramos a continuación:

| Profesor | IES | Experiencia años | Estudios | Número de Alumnos por Aula | | | Libros de texto | Otros |
|----------|--------------|------------------|--------------|----------------------------|-------|-------|---------------------|--------------------|
| | | | | 0-10 | 11-20 | 21-30 | | |
| | | | | 0-10 | 11-20 | 21-30 | Editorial | Propio |
| 1 | P. Maragall | 29 | Matemáticas | | R | N | Barcanova | Fichas |
| 2 | Sant Andres | 12 | Matemáticas | | | N | | Dossier |
| 3 | J. Coromines | 25 | Física | | | N | | Hojas de problemas |
| 4 | J. Coromines | 11 | Ingeniería | | | N | La Galera digital | |
| 5 | J. Coromines | 20 | Física | | R | N | McGraw Hill digital | apuntes |
| 6 | B, Congres | 12 | Matemáticas | | N | | La Galera digital | apuntes |
| 7 | J. Coromines | 5 | Arquitectura | A | R | N | Varios libros | Propio |

Tabla7.1. Caracterización del profesorado participante en Cataluña (A: aula acogida, R: refuerzo, N: normal)

En general, el grupo de profesores participantes cuenta con una gran experiencia docente y en promedio tienen 16,3 años de experiencia, por lo que podemos decir que son profesores experimentados. Respecto al número de alumnos por clase, sólo uno tiene un grupo reducido de hasta 10 alumnos correspondiente al aula de acogida, la mitad tiene grupos de entre 11 y 20 alumnos de grupos de refuerzo y la mayoría tiene clases de entre 21 y 30 alumnos.

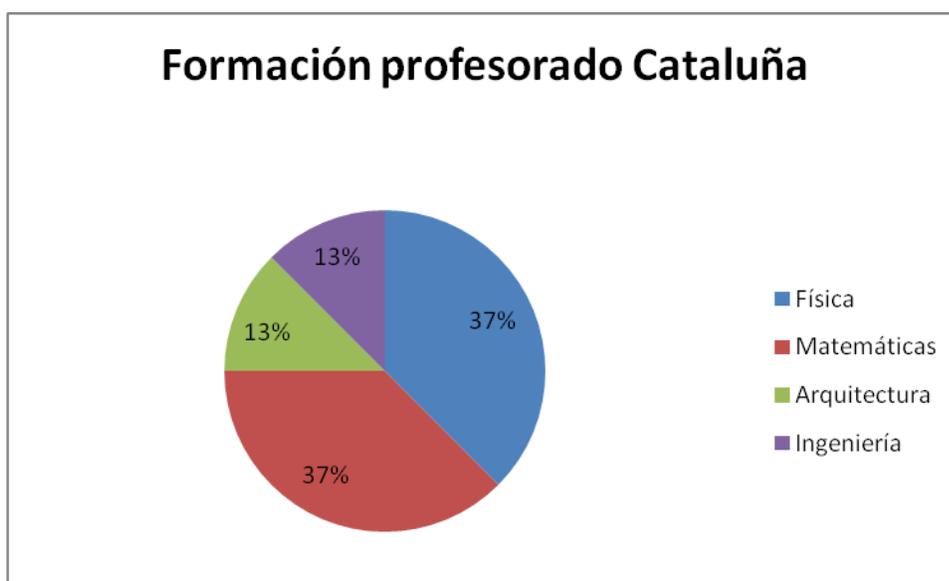


Gráfico 7.1. Formación profesorado Cataluña

Como se puede ver en el gráfico, el profesorado que trabaja en los IES tiene formación mayoritariamente en matemáticas y física 74%, y un 26% en carreras aplicadas. Este resultado nos muestra que son profesores con un buen conocimiento matemático.

7.2.2 Aspectos didácticos del profesorado de matemáticas

En la siguiente tabla se muestran los materiales didácticos que usan en sus clases, así como los criterios de evaluación:

| Profesor | Material didáctico | | Criterio de evaluación | | Cursos de apoyo específico |
|----------|--------------------|-------------|--|-------------|-----------------------------------|
| | Geoplano | Tecnológico | Individuales | Grupales | |
| 1 | | web | Deberes | | No |
| 2 | | | prueba de nivel, libreta, actividades, deberes | actividades | Actualización (XTEC, Universidad) |

| | | | | | |
|---|---------------------|--------------|--|--|--|
| 3 | | web, Diarios | el progreso a lo largo del curso y el esfuerzo | | Actualización TIC (Department d'Ensenyament) |
| 4 | | Digital | Actitud 30%, Conceptos, 30%, Procedimientos 40% | | No |
| 5 | Geoplano | web | 70% exámenes 30% ejercicios, deberes y comportamiento | | Curso inglés |
| 6 | cuerpos geométricos | web | 80% conocimientos, 20% trabajo clase y actitud (deberes) | | No |
| 7 | | web | exámenes, deberes, participación, actitud | | Curso TIC |

Tabla 7.2. Aspectos didácticos del ejercicio de los docentes de los alumnos en Cataluña

Respecto al uso de material didáctico la mayoría de los profesores contestó que usan las diferentes webs como un material para la enseñanza de las matemáticas, y muy pocos profesores usan elementos para la enseñanza de la geometría, como son figuras geométricas y el programa Geoplano, también es cierto que hacen poca incidencia en la enseñanza de la geometría.

Respecto a la evaluación, la mayoría da importancia al logro de conceptos y procedimientos, así como a los deberes y la actitud. Solo un profesor refiere realizar evaluación continua. Se evalúa muy poco grupalmente. La mitad del profesorado ha participado en cursos de actualización recientemente. Este hecho nos muestra que además de la preparación inicial muestran interés en la actualización didáctica.

7.2.3. Opinión sobre aspectos culturales de las matemáticas

En la última parte del cuestionario preguntamos sobre su conocimiento de la matemática desde la perspectiva cultural: ¿las matemáticas son universales? ¿Los libros que utiliza tienen contenidos sobre las diferentes culturas? y por último preguntamos si preparan algunos materiales especiales para los alumnos migrantes, los resultados se presentan en la siguiente tabla:

| Profesor | Matemáticas universales | Conocimiento de otras culturas | Diferentes realidades culturales | Libro multicultural | Preparación especial para migrantes |
|----------|-------------------------|--------------------------------|----------------------------------|---------------------|-------------------------------------|
| 1 | No | si | Si | no | Si |
| 2 | Si | si | Si | no | NC |
| 3 | Si | si | Si | no | No |
| 4 | Si | si | NC | si | No |
| 5 | Si | si | Si | no | No |
| 6 | Si | no | No | no | NC |
| 7 | Si | no | No | no | NC |

Tabla 7.3. Opinión del profesorado catalán sobre aspectos culturales (NC: no contesta)

Para la mayoría del profesorado catalán consultado, las matemáticas son universales. Un profesor dice: *“a diferencia de la lengua, las matemáticas no entienden de culturas”*. Otro profesor plantea *“las matemáticas supera la ambigüedad de los lenguajes verbales, y sus forma de aprendizaje son muy similares”*. Sin embargo son conscientes de otras culturas y realidades culturales. Por ejemplo, uno de ellos dice *“Aunque considero que las matemáticas son universales, sí me he encontrado diferencias culturales en relación a las matemáticas, en los alumnos, sobre todo en ciertos algoritmos que pueden ser diferentes según donde hayan aprendido los alumnos. También hay que decir que me he encontrado alumnos a quienes he podido enseñar matemáticas sin que conozcan el idioma. Evidentemente en estos casos, la resolución de problemas, que sí requiere un dominio del idioma, no ha sido posible trabajar adecuadamente, pero los aspectos más mecánicos, gracias al lenguaje universal que representa el álgebra y han podido trabajar”*.

Otro profesor plantea *“las matemáticas son una ciencia universal. pero cada cultura tiene sus peculiaridades. A pesar que se llega a los mismos resultados, los caminos son diferentes.”* Solo un profesor utiliza un libro multicultural. La gran mayoría no prepara ningún material especial destinado a estudiantes migrantes. Una profesora plantea *“ Cuando conozco las diferencias en algoritmos: división, MCM, MCD, explico los métodos de todos, pido a los alumnos que lo expliquen al resto de la clase. Siempre digo quien descubrió los números negativos, y comento los inventos y descubrimientos matemáticos de árabes, chinos e hindúes que han sido muy importantes para las matemáticas”*.

Respecto a la forma de incluir en sus programaciones contenido relacionados con el conocimiento de culturas diferentes, un profesor opina: *“Tengo alumnado inmigrante, es positivo que conozcan las*

aportaciones de sus culturas de origen, por ejemplo que utilizamos la numeración indo-árabica o que el teorema de Pitágoras se descubrió en China de manera independiente”. Otra profesora plantea “aumenta los conocimientos relacionándolos con los que ellos conocen, y se sienten predispuestos a hacer el esfuerzo de aprender si se respeta y valora en frente de toda la clase su cultura”. Otra opinión “debido a que la matemática ha evolucionado a lo largo de la historia y en diferentes culturas, sí aprovecho la clase para hablar de los diferentes contextos históricos donde se han desarrollado algunos de los temas que tratamos, pero más allá de eso, al no ser un objetivo de la materia no se trabaja específicamente”.

En general los profesores de Cataluña que han participado en este estudio, piensan que hay dos tipos de alumnado extranjero: uno que no tiene suficiente formación matemática y otro grupo de alumnos que tienen buena base de matemática pero no saben la lengua, los dos tipos de alumnos son diferentes y necesitan diferentes estrategias de enseñanza.

7.3 Percepción del alumnado paquistaní escolarizado en Cataluña sobre el sistema escolar y las matemáticas

A continuación se muestran los resultados del cuestionario que han realizado los alumnos de nuestra muestra. Este cuestionario pretende conocer su grado de aceptación en el nuevo sistema escolar, el grado de comprensión en el aula de matemáticas, si recibe ayudas y las diferencias que ellos perciben entre la enseñanza de las matemáticas entre ambos países.

Este estudio se realizó con 17 estudiantes de 1º de Secundaria y 27 estudiantes de 3º de Secundaria, tal como se describe en el capítulo 5 de metodología. Seguidamente se presentan los resultados que hemos obtenido sobre su percepción de integración en el sistema educativo en diferentes áreas.

Hemos agrupado las preguntas del cuestionario y los resultados de este, en tres grupos: a) aspectos generales, b) aspectos sobre la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas y c) preguntas relacionadas sobre la atención y trato recibido en clase.

Mostramos los resultados separados por nivel educativo y para cada uno de los aspectos mencionados.

7.3.1. Aspectos Generales

Son preguntas destinadas a conocer la relación de los alumnos con los estudios, los compañeros y las matemáticas que pueden dar alguna información interesante para responder a las cuestiones planteadas en nuestro estudio.

➤ **Aspectos generales 1º de Secundaria**

En este apartado se muestran aspectos generales sobre su socialización en el centro educativo

| Alumno | Le gusta ir a la escuela | Procedencia de compañeros | Materias que prefieren | | Valoración de la enseñanza * |
|--------|--------------------------|---------------------------|--|----------------------------------|------------------------------|
| | | | Más | Menos | |
| ZE | Mucho | Variada | Plástica Inglés | Matemáticas Informática | Diferente |
| RZ | Mucho | Asiática | Matemáticas Catalán | Música | Más difícil |
| UM | Bastante | Variada | Matemáticas Educación Física | Música Social | Más difícil |
| ALI | mucho | Variada | Natural Matemática | Social | Igual |
| HA | Mucho | Variada | inglés Sociales | Física Química | Mas difícil |
| ABB | Bastante | Variada | Matemáticas Educación Física | Social Castellano | Diferente |
| KA | Bastante | Local | Inglés Castellano | Matemáticas Catalán | Igual |
| IBR | Mucho | Variada | Todas las materias | Ninguna | Mas difícil |
| IBR | Bastante | Asiática | Matemáticas Educación física | Natural Castellano | Igual |
| AI | Bastante | Variada | Inglés y Plástica | Matemáticas Informática. | Diferente |
| Sam | Bastante | Variada | matemáticas Social | Castellano Natural | Más difícil |
| TAH | Bastante | Variada | Matemáticas Opativa | Castellano inglés | Diferente |
| ZUH | Bastante | Asiática | Matemáticas catalán educacion fisica angles | fisica quimica musica | Mas difícil |
| SHU | Poco | Variada | Optativas | Matemáticas Castellano inglés | Mas difícil |
| UMA | Bastante | Variada | Musica social | Matemáticas | Más difícil |
| AHM | Bastante | Variada | Matemáticas Educación Física | Música , EIP | Igual |
| NOO | Bastante | Local | Inglés | Naturales | Fácil |

Tabla 7.4. Aspectos generales 1º de ESO (*respecto a Paquistán)

En esta tabla observamos que un 65% de los alumnos de 1º de Secundaria explicaron que les gusta mucho ir al instituto, están bastante integrados con alumnos de otras nacionalidades. Al 53% de los alumnos le gustan las matemáticas y a un 29% no le gustan. Un 47% considera que estudiar aquí es más difícil, mientras que un 6% lo considera más fácil.

➤ **Aspectos generales 3º de Secundaria**

El mismo instrumento se pasó a los alumnos de 3º de Secundaria con la misma finalidad.

| Alumno | Le gusta ir a la escuela | Procedencia de compañeros | Materias que prefieren | | Valoración de la enseñanza * |
|--------|--------------------------|---------------------------|----------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| | | | Más | Menos | |
| AL | Bastante | Variado | Catalán Inglés | Matemáticas Catalán | Diferente |
| FA | Poco | Asiático | Catalán Matemáticas | Inglés Castellano | Más difícil |
| AM | No | Locales | Matemáticas | Castellano Catalán | Más difícil |
| SA | Poco | Variado | Catalán Inglés | Catalán Castellano | Igual |
| ZA | Bastante | Variado | Matemáticas, Educación física | Sociales optativa | Mas difícil |
| FH | Bastante | Variados | Matemáticas Educación Física | Social Castellano | Diferente |
| JA | Bastante | Paquistaníes Locales | Química Inglés | Matemáticas Catalán | Igual |
| NE | Bastante | Variados | Catalán Matemáticas | Naturales Castellano | Diferente |
| GU | Poco | Asiático | Educación física | Visual y Plástica | Diferente |
| ZE | Bastante | Variados | Inglés Plástica | Matemáticas Informática. | Diferente |
| SM | Bastante | Variados | Matemáticas inglés | Educación Física Geología | Más difícil |
| AI | Bastante | Variados | Plástica Naturales | Matemáticas Educación Física | Diferente |
| RA | Poco | Asiáticos | Inglés Catalán | Matemáticas Educación Física | Mas difícil |
| TA | Poco | Variados | inglés | casi todas | Igual |
| HA | Bastante | Variados | Inglés catalán | sociales matemáticas | Más difícil |

| | | | | | |
|---------|-------------|--------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------|
| NV | Bastante | Paquistaníes | inglés sociales | Química, física matemáticas | igual |
| UN | Bastante | Paquistaníes | matemáticas catalán | química física naturales | Fácil |
| ZH | Poco | Paquistaníes | Tecnología inglés | matemáticas sociales | Más difícil |
| RI | Bastante | Asiáticos | inglés matemáticas | educación física plástica | Fácil |
| KA | Bastante | Variados | Inglés catalán | naturales plástica | Igual |
| AB | Bastante | Paquistaníes | tecnología inglés | castellano ciudadanía | Mas difícil |
| OB | Bastante | Variados | tecnología educación física | biología matemáticas | Mas difícil |
| NH | Bastante | Paquistaníes | matemáticas inglés | sociales música | Fácil |
| SF | Bastante | Variados | Castellano Catala | Educacio fisica Musica | Diferente |
| DI | Bastante | Variados | Castellano Catala | Quimica, fisica i Musica | Igual |
| FR | Bastante | Asiático | inglés matemáticas | Sociales | Más difícil |
| JW | Bastante | Variados | Sociales inglés | matemáticas | Más difícil |
| totales | 20 bastante | | 9 matemáticas | 10 matemáticas | 11 difícil |

Tabla 7.5. Aspectos generales 3º de ESO (*respecto a Paquistán)

En esta tabla observamos que un 74% de los alumnos de 3º de Secundaria explican que les gusta mucho ir al instituto, están bastante integrados con alumnos de otras nacionalidades. Una tercera parte de los alumnos le gustan las matemáticas y un 37% de alumnos dicen que no les gusta. Por otra parte el 41% de los alumnos consideran que la enseñanza aquí es más difícil y solo el 11% que es más fácil.

7.3.2. Aspectos relacionados con las matemáticas

Veamos a continuación que creencias tienen los alumnos paquistaníes sobre la educación de las matemáticas respecto las de su país de origen y qué aspectos señalan como causantes de estas dificultades.

➤ **Creencias sobre las matemáticas del alumnado de 1º de Secundaria**

| Alumno | Valoración respecto su país de origen | Dificultad de las explicaciones | Causas de las Dificultades | Utilidad de matemáticas |
|--------|---------------------------------------|---------------------------------|----------------------------|-------------------------|
| ZE | Igual | Poco | Rapidez | Para la vida |
| RZ | Difícil | Mucho | conceptos | Trabajar |

| | | | | |
|--------|---------|-------|--|--------------------------|
| UMA | Fácil | Nada | Ninguna | Para la vida Trabajar |
| ALI | Fácil | Nada | Ninguna | Para la vida |
| HA | Igual | Nada | Ninguna | Trabajar |
| ABB | Igual | poco | Lengua | trabajar |
| KA | Igual | Mucho | Rápidez | Trabajar |
| IBR | Fácil | Poco | Conceptos | Trabajar |
| IBRAIB | Igual | Nada | Nada, me gusta mucho | Trabajar |
| AI | Fácil | Mucho | Conceptos Rápidez | trabajar |
| SAM | Difícil | Poco | Nunca había estudiado algo parecido | Trabajar |
| TAH | Igual | nada | Nada | trabajar |
| ZUH | Fácil | mucho | Rápidez | Para la vida |
| SHU | Igual | poco | Lengua | Trabajar |
| UMA | Difícil | Poco | Rápidez | Para la vida |
| AHM | Igual | Mucho | La división de aquí | Trabajar |
| NOO | Fácil | Poco | Rápidez | Para jugar |

Tabla 7.6. Creencias sobre las matemáticas del alumnado de 1º de Secundaria

Podemos ver que la mayoría de los alumnos de 1º de Secundaria (35%) explican que las matemáticas de aquí son más fáciles, y solo un 18% dicen que son más difíciles. Un 29% dice que le cuesta mucho seguir las explicaciones, en cambio un 41% dice que le cuesta un poco, y a un 30% no le cuesta seguir las explicaciones. Las dificultades que ellos reportan son la rapidez de la clase 35%, base insuficiente 35% -se menciona la división como una de las dificultades (forma de realizarla) – y la lengua un 6%. Para un 29% no hay dificultades. La opinión sobre la utilidad de las matemáticas son: para trabajar 65%, para la vida 29% y para jugar un 6%. Respecto a la dificultad de las matemáticas, podemos mencionar la lengua y la cultura, en cambio los aspectos positivos se relacionan con menos alumnos por clase (y por lo tanto mas atención) y metodologías participativas. Las opiniones sobre la utilidad de las matemáticas son diversas entre los alumnos, pero se valora como una herramienta para trabajar y para la vida cotidiana.

➤ **Creencias sobre las matemáticas del alumnado de 3º de Secundaria**

Veamos a continuación que creencias tienen los alumnos paquistaníes de 3º de Secundaria sobre la educación de las matemáticas respecto las de su país de origen y qué aspectos señalan como causantes de estas dificultades.

| Alumno | Valoración respecto a su país de origen | Dificultad de las explicaciones | Causas de las Dificultades | Utilidad de las matemáticas |
|---------------|--|--|-----------------------------------|------------------------------------|
| AL | Más fáciles | Bastante | Lengua | Para la vida |
| FAU | Un poco parecido | Bastante | Lengua | Para la vida |
| AM | Diferente | Bastante | Lengua | Para la vida |
| SQ | Un poco parecido | Bastante | Rápidez | Trabajar |
| ZF | Más fáciles | Un poco | Base insuficiente | Para la vida |
| FAH | Más fáciles | Un poco | Base insuficiente | Trabajar |
| JH | Más fáciles | Bastante | Rápidez | Trabajar |
| NEU | Más fáciles | Un poco | Lengua | Trabajar |
| GU | Más fáciles | Bastante | Rápidez | Para la vida |
| ZE | Más fáciles | Un poco | Rápidez | Para la vida |
| SM | Más fáciles | Un poco | Lengua | Trabajar |
| AI | Más fáciles | Un poco | Base insuficiente | Trabajar |
| RZ | Más fáciles | Bastante | Lengua | Para la vida |
| TU | Un poco | Un poco | Base insuficiente | Para nada |
| HA | Más fáciles | Bastante | Rápidez | Estudiar y trabajar |
| NV | Más fáciles | Bastante | Rapidez | Trabajar |
| NA | Más fáciles | Bastante | Lengua | Estudiar |
| ZA | Más fáciles | Bastante | Base insuficiente | Para vida |
| RI | Igual | Un poco | Lengua | Estudiar y trabajar |
| KA | Más fáciles | Un poco | Lengua | Estudiar y trabajar |
| AB | Más fáciles | Bastante | Base insuficiente | Estudiar y trabajar |
| OB | Bastante parecido | Nada | Rápidez | Para la vida |
| NE | Más fáciles | Bastante | Lengua | Estudiar y trabajar |
| SF | No se | Un poco | Base insuficiente | Para la vida |
| DIL | Más fáciles | Bastante | Base insuficiente | Trabajar |
| FR | Más fáciles | Bastante | Rápidez | Trabajar |
| JW | Más fáciles | Bastante | Rápidez | Para la vida |

Tabla 7.7. Creencias sobre las matemáticas del alumnado de 3º de Secundaria

Podemos ver que la mayoría de los alumnos (75%) dicen que las matemáticas de aquí son más fáciles. Aunque parece un contrasentido ya que un 59% de los alumnos explican que tienen bastantes dificultades para seguir las explicaciones en clase de matemáticas, nos parece que quizás una valoración que hacen se refiere a la mayor atención ya que en su país son muchos alumnos por aula. Las causas de estas dificultades según su opinión las atribuyen a la rapidez de las explicaciones en un

33%, a la falta de base adecuada (30%), y a la lengua (37%) que es la razón un poco más mencionada. La opinión sobre la utilidad de las matemáticas son para trabajar (33%), para estudiar (4%), para ambos (19%), para nada (4%) y para la vida (37%). Las opiniones sobre la utilidad de las matemáticas son diversas entre los alumnos del estudio, pero en general la mayoría menciona el trabajo y el estudio de otras materias científicas, así como la vida en general.

7.3.3 Aspectos relacionados con la atención recibida

Por último, en el cuestionario, se introdujeron preguntas para detectar como se sienten los alumnos respecto del resto de la clase, al trato recibido por el profesor de matemáticas (satisfacción o insatisfacción) y si recibe alguna ayuda externa para el aprendizaje de las matemáticas.

➤ Aspectos relacionados con la atención recibida de alumnos de 1ª de Secundaria

A continuación se muestran los resultados del alumnado de 1ª Secundaria que participo en este estudio:

| Alumno | Atención recibida por el profesor | Aceptación de la atención recibida | Ayudas externas |
|---------------|--|---|------------------------|
| ZE | No se | Si | Nadie |
| RZ | No se | Si | Compañero/a |
| UMA | La misma | Si | Nadie |
| ALI | Más | No | Nadie |
| HA | La misma | Si | Nadie |
| ABB | La misma | No | Nadie |
| KA | La misma | Si | Nadie |
| IBR | No se | Si | Nadie |
| IBRAIB | Mas | Si | Nadie |
| AI | No se | Si | Nadie |
| SAM | Menos | Si | Hermano |
| TAH | No se | Si | Nadie |
| ZUH | Más | Si | Compañero/a |
| SHU | La misma | Si | Compañero/a |
| UMA | No se | Si | Nadie |
| AHM | La misma | Si | Compañero/a |

| | | | |
|-----|-------|----|------------|
| NOO | No se | Si | Mis padres |
|-----|-------|----|------------|

Tabla 7.8. Aspectos relacionados con la atención recibida de alumnos de 1ª de Secundaria

Aquí podemos observar que, según los alumnos, un 36% siente que recibe la misma atención que el resto de la clase, un 18% reporta más atención, solo un 6% dice que recibe menos atención y un 41% no sabe. La mayoría de los alumnos está satisfecho con la atención recibida de parte del profesorado (88%). Por otra parte, un 65% dice que nadie les ayuda en las tareas. Un 24% recibe ayuda de algún compañero o compañera, y un 11% recibe apoyo de la familia.

➤ **Aspectos relacionados con la atención recibida de alumnos de 3ª de Secundaria**

Por último se muestran los resultados para las mismas preguntas contestadas por alumnos de 3º de Secundaria.

| Alumno | Atención recibida por el profesor | Satisfacción de la atención recibida | Ayudas externas |
|--------|-----------------------------------|--------------------------------------|-----------------|
| AL | La misma | No | Nadie |
| FAU | Más atención | Si | Nadie |
| AM | Más atención | No | Nadie |
| SQ | No sabe | No | Compañero/a |
| ZF | La misma | Si | Hermano |
| FAH | La misma | Si | Nadie |
| JH | La misma | Si | Nadie |
| NEU | La misma | Si | Nadie |
| GU | La misma | Si | Nadie |
| ZE | La misma | Si | Compañero/a |
| SM | No sabe | Si | Nadie |
| AI | La misma | Si | Nadie |
| RZ | Más atención | No | Nadie |

| | | | |
|-----|--------------|----|----------------------|
| TU | No lo se | No | Hermano |
| HA | Menos | Si | Tia |
| NV | Más atención | Si | Nadie |
| NA | La misma | Si | Nadie |
| ZA | La misma | no | Nadie |
| RI | La misma | Si | Padre |
| KA | La misma | Si | Padre |
| AB | No lo se | no | Nadie |
| OB | la misma | no | Nadie |
| NE | La misma | Si | Nadie |
| SF | Más atención | Si | Nadie |
| DIL | La misma | Si | Nadie |
| FR | No lo se | no | Hermano |
| JW | La misma | Si | compañeros y hermano |

Tabla 7.9. Aspectos relacionados con la atención recibida de alumnos de 3ª de Secundaria

Aquí podemos observar que una mayoría el 59% del alumnado de 3ª de Secundaria considera que recibe la misma atención que el resto de la clase. Hay 5 alumnos (19%) que consideran que reciben más atención por parte de los profesores y sólo hay un caso que dice que le dan menos atención que resto de sus compañeros. Si observamos en general esta tabla, la mayoría de los alumnos (67%) dicen que están satisfechos con la atención recibida, y un 33% dice que esta insatisfecho. La mayoría de los alumnos (67%) dicen que nadie les ayuda en las tareas, y solo un 37% recibe ayuda de compañeros y familia. Es importante saber las opiniones de estos alumnos sobre la atención que recibe en clase, porque es un factor importante en el aprendizaje.

7.4. Prueba de matemáticas en las clases ordinarias de 3º de Secundaria

Entre los objetivos del estudio se encontraba poder comparar los niveles de conocimientos que tienen los estudiantes inmigrantes paquistaníes con los autóctonos, es por ello que se diseñó una prueba de matemáticas y para realizar la fiabilización de esta prueba y validación de los datos posteriores. Esta prueba se pasó en catalán a 102 alumnos de centros ordinarios, tal y como se describe en la metodología, se recopiló la información de notas en lenguas y matemáticas del instituto de todos los alumnos. El promedio y desviaciones estándar se muestran en el gráfico a continuación:

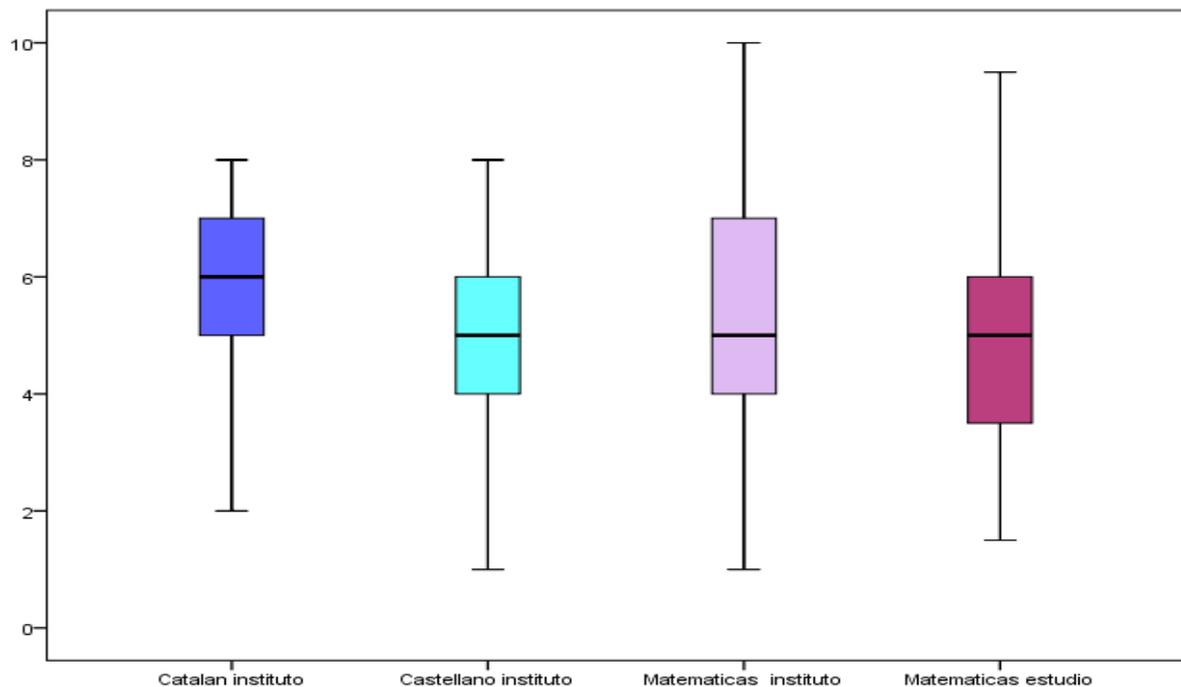


Gráfico7.2: Pruebas de lenguas y matemáticas de 3º Secundaria general

Las notas de catalán de 3ª de Secundaria del instituto tienen un promedio de 5,65, de castellano 5,32, de matemáticas de 5,25 y la prueba de matemáticas del estudio el promedio es 5,11, El promedio de todos los alumnos a quienes hemos pasado las pruebas es superior a 5, esto es, en su conjunto la han superado. Las correlaciones entre estas pruebas pueden verse en la siguiente tabla.

Correlaciones

| | | Catalan instituto | Castellano instituto | Matematicas general | Matematicas instituto |
|-----------------------|---------------------|-------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|
| Catalan instituto | Pearson Correlation | 1 | ,632** | ,408** | ,397** |
| | Sig. (2-tailed) | | ,000 | ,000 | ,000 |
| | N | 102 | 102 | 102 | 102 |
| Castellano instituto | Pearson Correlation | ,632** | 1 | ,489** | ,491** |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | | ,000 | ,000 |
| | N | 102 | 102 | 102 | 102 |
| Matematicas general | Pearson Correlation | ,408** | ,489** | 1 | ,551** |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | ,000 | | ,000 |
| | N | 102 | 102 | 102 | 102 |
| Matematicas instituto | Pearson Correlation | ,397** | ,491** | ,551** | 1 |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | ,000 | ,000 | |
| | N | 102 | 102 | 102 | 102 |

** Correlacion es significativa al nivel 0.01 (bilateral)..

Gráfico7.3. correlaciones pruebas de lenguas y matemáticas de 3º Secundaria general

Se muestran correlaciones significativas al comparar los puntajes de las lenguas y las matemáticas en todos los casos tal y como se observa en la tabla anterior. También se observa una correlación muy significativa entre la prueba diseñada para este estudio y las notas de matemáticas del instituto. Esto nos permite fiabilizar el instrumento de investigación.

Por otra parte podemos comparar la correlación entre la prueba de matemáticas del estudio y las notas de lenguas del instituto y hemos encontrado una correlación moderadamente significativa. Además se observa que hay una alta correlación entre ambas lenguas (catalán y castellano).

7.5. Desempeño del alumnado de 1ºde Secundaria

Con el objetivo de conocer el nivel de competencias matemáticas alcanzadas por nuestro grupo de estudio (alumnado paquistaní de 1º de Secundaria escolarizado en Cataluña), así como el papel que juega la lengua durante la resolución de actividades matemáticas, planteamos dos pruebas de matemáticas: a) una elaborada para esta investigación, a la que llamamos "prueba estudio" y otra prueba de matemáticas de la Generalidad de Cataluña para el alumnado recién llegado en urdú y en catalán, que se encuentra disponible en la web del Departament d'Ensenyament como "instrument per a l'avaluació inicial". Del mismo modo, se pasaron las pruebas de la Generalidad sobre competencias lingüísticas en urdú, catalán y castellano. Los IES participantes fueron Joan Coromines, Poeta Maragall y Barcelona Congrès, que participaron con 17 estudiantes, como se explica en el capítulo 5 de metodología.

7.5.1. Matemáticas estudio para 1º de Secundaria

En este apartado se muestra en la primera parte la relación existente entre el uso de la lengua y la resolución de problemas matemáticos de la prueba elaborada en esta investigación y fiabilizada en el apartado anterior. En la segunda parte se analiza la percepción de dificultad de las actividades por parte del alumnado. En la tercera parte se muestra el estudio de casos de manera individual.

➤ Lengua y resolución de problemas

La prueba consiste en 4 actividades, la primera de las cuales es una actividad simbólica de operatoria con prioridad de operaciones, la segunda es un problema de texto, la tercera es una actividad gráfica y la cuarta es un problema mixto. Esta tipología de actividades se corresponde con las realizadas en el capítulo 6 de este trabajo de investigación. Cada una de las actividades fue evaluada como correcta, parcialmente correcta (si plantea el problema pero lo deja incompleto, o tiene problemas con la operatoria) o incorrecta. Se consigna además la lengua empleada por el alumnado durante la resolución de estas actividades matemáticas, con el fin de estudiar el papel de la lengua de estudiantes bilingües cuando realizan tareas matemáticas.

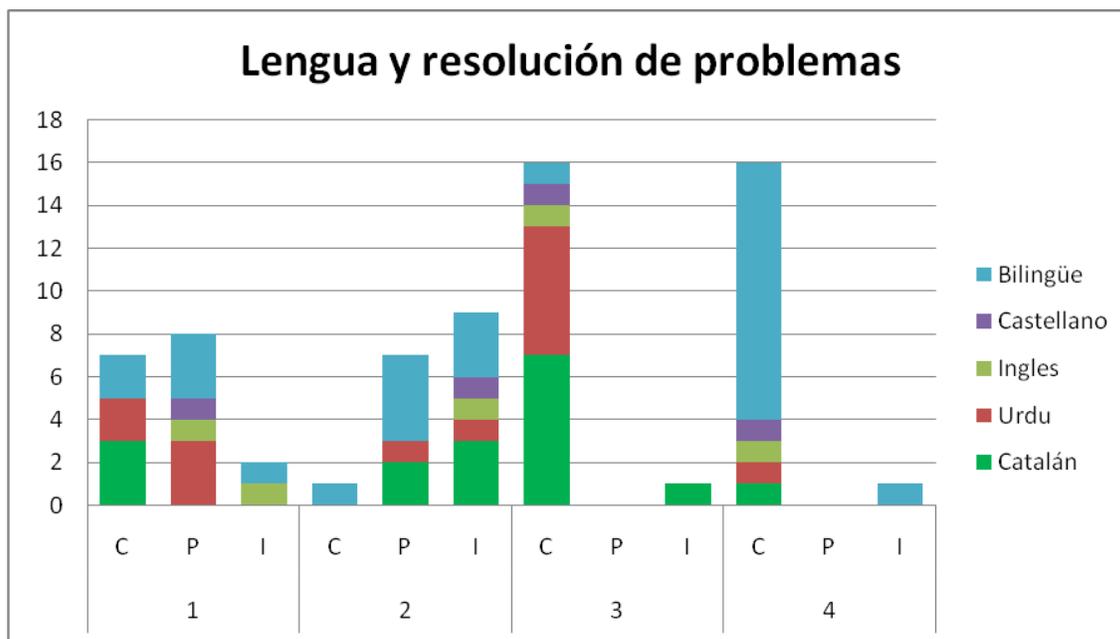


Gráfico 7.4. Lengua y Resolución de problemas, 1º Secundaria por actividad. (C: correcto; P: parcialmente correcto; I: incorrecto. Bilingüe: usa más de una lengua)

La actividad 1 es de prioridad de operaciones y fue contestada correctamente por el 41% de alumnos, y el 12 % no contestó esta actividad. Este resultado nos indica que fue una actividad bastante ajustada

al nivel de los alumnos, los que responden lo hacen parcialmente (una de las dos partes de la actividad la resuelven correctamente). Para su resolución se utilizaron catalán, urdú y ambas (bilingüe).

La actividad 2 es un problema de texto y fue el que presentó más dificultades, solo un 6% de alumnos contestó correctamente, haciendo uso de ambas lenguas, y parcialmente el 35 % de los alumnos. Hubo 10 alumnos que no contestaron esta actividad lo que representa un 59 %. Esta actividad necesitaba de comprensión lectora, además de entender la realidad cotidiana, lo que muestra la importancia de la lengua en el aprendizaje de las matemáticas y del entorno. Es un tipo de problema que no se suele resolver en Paquistán, es por ello que pensamos que los alumnos tuvieron más dificultades o no lo resolvieron.

En la actividad 3 sobre lenguaje gráfico, la mayoría de alumnos (94%) contestó correctamente y lo hizo indistintamente en catalán o en urdú. Esta actividad fue la que tuvo mayor número de respuestas correctas, debido a que se trata de la interpretación de gráficos, en un contexto de deporte (juego de cespèd, de cricket y de atletismo) que es conocido por los alumnos y además tiene un lenguaje visual.

La última actividad era un problema mixto, y consistía en el uso del lenguaje geométrico y visual, fue contestado correctamente por un 76%, lo que nos indica que fue en general bien comprendida por los alumnos; aunque no la contestaron una cuarta parte de los mismos.

Es interesante analizar el uso de la lengua empleada ya que algunas de las actividades esta relacionada con esta. En actividad 1 y 3 se reportaron menos cambios de lengua, y corresponde a habilidades que se ejercitan en una clase de matemáticas frecuentemente. En cambio, la actividad 2 que requería comprensión de texto tuvo mayor porcentaje de fracaso, y los estudiantes intentaron resolverla usando su primera lengua. En la actividad 4 donde hubo más uso de la primera y la segunda lengua, y muestra que en problemas más complejos, el alumnado utiliza su lengua materna con éxito.

➤ **Percepción de dificultad de las actividades**

Por otra parte, hemos preguntado a los alumnos que actividad consideran más fácil, un 47% considera que es la actividad 3, que fue contestada correctamente por un 94%. En segundo lugar mencionaron la actividad 4 contestada correctamente por un 88%. Del mismo modo, la actividad más difícil fue la actividad 2 para un 65% del alumnado que tuvo solo un 6% de respuestas correctas. Esto demuestra que los alumnos son conscientes de sus capacidades y de sus dificultades.

➤ **Resultados sobre las características de las actividades**

| Actividad | Fácil | | Difícil | |
|-------------|-------|-----|---------|-----|
| | | | | |
| 1 Simbólica | 3 | 18% | 1 | 5% |
| 2 Texto | 1 | 5% | 11 | 65% |
| 3 Gráfico | 8 | 47% | 2 | 12% |
| 4 Mixta | 5 | 30% | 3 | 18% |

Tabla 7.10. Resultados sobre las características de las actividades 1º Secundaria

➤ Estudio de casos del alumnado de 1º de Secundaria

Si analizamos los resultados de la prueba por sujetos vemos los siguientes resultados:

| Alumno/a | Evaluación | Dificultades |
|----------|---|---|
| ZE | Ha contestado correctamente más de las tres cuartas partes de la prueba. Ha realizado bien todas las actividades excepto el 2º problema que es el que la mayoría ha presentado dificultades. | Comprensión lectora y operaciones inadecuadas |
| RZ | Ha obtenido una baja puntuación en la prueba ya que sólo ha respondido correctamente la actividad 4 que consistía en la comprensión de texto y gráfico para completar una serie. Es una de las alumnas con más dificultades en matemáticas. | Comprensión lectora, jerarquía de operaciones, interpretación de gráfico. |
| UT | Ha contestado correctamente más de tres cuartas partes de la prueba. Ha realizado bien todas las actividades excepto la 2º. | Comprensión del problema y en la realización de las operaciones adecuadas. |
| AA | Ha contestado correctamente más de tres cuartas partes de la prueba. Ha realizado bien todas las actividades excepto la 1ª | Jerarquía de operaciones en la 1ª actividad |
| MI | Ha obtenido una baja puntuación en la prueba. Ha intentado contestar casi todas las actividades excepto la 4ª, pero solo ha contestado la 3ª correctamente. | Jerarquía de operaciones en la 1ª actividad y de comprensión lectora en la 2ª |
| AN | Ha contestado correctamente más de tres cuartas partes de la prueba. Ha realizado bien todas las | Comprensión del problema y realización de operaciones |

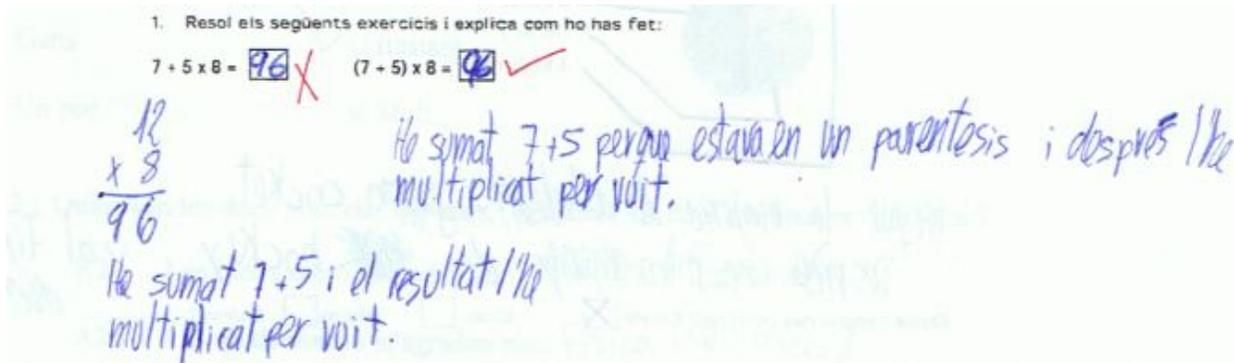
| | | |
|----|---|---|
| | actividades excepto la 2ª. | inadecuadas. |
| KM | Ha contestado correctamente la mitad de la prueba, las actividades 3ª y 4ª. | Jerarquía de operaciones en la 1ª actividad y en la comprensión lectora de la 2ª. |
| HB | Ha contestado correctamente la mitad de la prueba, las actividades 3ª y 4ª | Jerarquía de operaciones en la 1ª actividad y en la comprensión lectora de la 2ª. |
| ZA | Ha contestado correctamente la mitad de la prueba, las actividades 3ª y 4ª. | Jerarquía de operaciones en la 1ª actividad y en la comprensión lectora de la 2ª. |
| AS | Ha contestado correctamente más de tres cuartas partes de la prueba. Ha realizado bien todas las actividades excepto la 2ª | Comprensión del problema y como consecuencia la realización de operaciones inadecuadas. |
| SA | Ha contestado correctamente la mitad de la prueba, las actividades 1ª y 3ª. | Comprensión lectora de la 2ª y 4ª. |
| TA | Ha contestado correctamente casi toda la prueba. Ha realizado bien todas las actividades excepto la 2ª | Comprensión del problema y consecuentemente la realización de operaciones inadecuadas |
| ZU | Ha contestado correctamente más de la mitad de la prueba, ha contestado correctamente las actividades 3ª y 4ª y parcialmente la 1ª actividad | Jerarquía de operaciones en la 1ª actividad y en la comprensión lectora de la 2ª. |
| SH | Ha contestado correctamente más de tres cuartas partes de la prueba, y parcialmente la 1ª y la 2ª actividad. | Jerarquía de operaciones en la 1ª actividad y en la comprensión lectora de la 2ª |
| UM | Ha contestado todas las actividades, pero solo la 3ª era completamente correcta, la 1ª actividad era parcialmente correcta, las actividades 2ª y 4ª son incorrectas. En general tuvo una puntuación inadecuada. | Jerarquía de operaciones en la 1ª actividad y en la comprensión lectora de la 2ª y 4ª. |
| IB | Ha contestado correctamente más de tres cuartas partes de la prueba. Ha realizado bien todas las actividades excepto la 2ª | Comprensión del problema y por tanto la realización de operaciones inadecuadas. |
| NO | Ha obtenido una baja puntuación en la prueba ya que solo ha respondido correctamente la actividad 3 que | Jerarquía de operaciones en la 1ª, comprensión lectora en la 2ª y 4ª |

| | | |
|--|--|------------|
| | consistía en la comprensión de gráfico. Es una de las alumnas con más dificultades en matemáticas. | actividad. |
|--|--|------------|

Tabla 7.11. Estudio de casos del alumnado de 1º de ESO

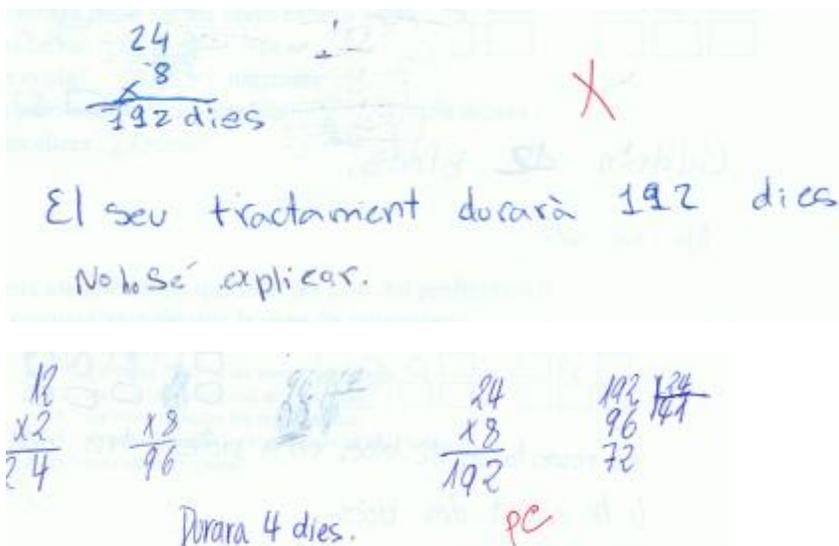
Del análisis de casos, evidenciamos problemas con la jerarquía de las operaciones, que vemos que no esta asimilada en todo el grupo como se puede ver en la actividad 1, a continuación:

El alumno (HA) vemos que



En este desarrollo, el alumno no consideró la jerarquía de operaciones, motivo por el cual no hizo las operaciones jerárquicamente, y el resultado que obtuvo fue el mismo.

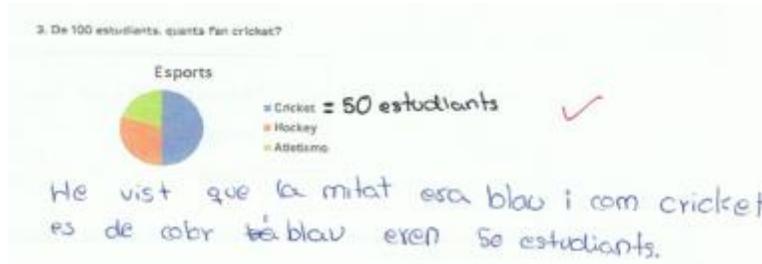
Por otra parte constatamos que la mayoría presenta dificultades en la comprensión lectora, y consecuentemente en la realización de las operaciones para resolver el problema. En la actividad 2 vemos un respuesta incorrecta y otra parcialmente correcta. (AI y HA)



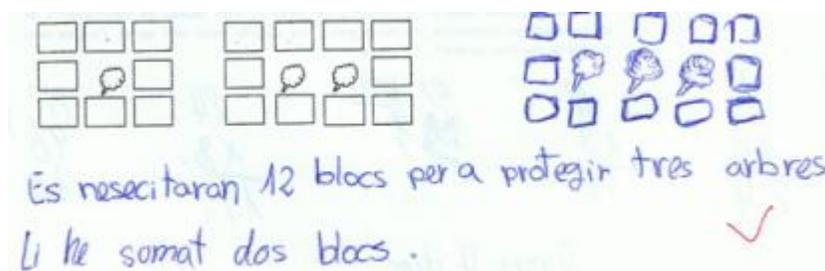
En el primer caso la alumna multiplica el número de pastillas por 8 horas, y concluye que el tratamiento durará 192 días (son 192 horas).

En el segundo caso el alumno razona del mismo modo que el anterior, pero propone la división de 192 entre 24. Tiene un error en la operatoria.

Sin embargo la mayoría logra interpretar correctamente el lenguaje visual de la actividad 3 (UMA)



Del mismo modo, la mayoría entiende y completa adecuadamente la serie de la actividad 4



7.5.2 Competencias propuestas por la Generalidad de Cataluña

Para estudiar en profundidad el desempeño matemático del alumnado paquistaní, se analizaron las pruebas de una submuestra consistente en 7 estudiantes de los IES Maragall y IES Barcelona Congrés de 1º de Secundaria. Se aplicaron pruebas de las catalán, castellano y conocimientos matemáticos en urdú. Esta prueba esta diseñada para evaluar las competencias matemáticas o lingüísticas de acuerdo a la edad del alumnado, y los resultados se muestran a continuación:

➤ **Competencias de matemáticas por niveles de aprendizaje de 1º de Secundaria**

Como hemos descrito anteriormente, le prueba de competencia matemática de la Generalidad está diseñada por niveles de edad, y a continuación se muestra el puntaje de los estudiantes en esta prueba de matemáticas desglosado por año, para poner el foco en sus dificultades.

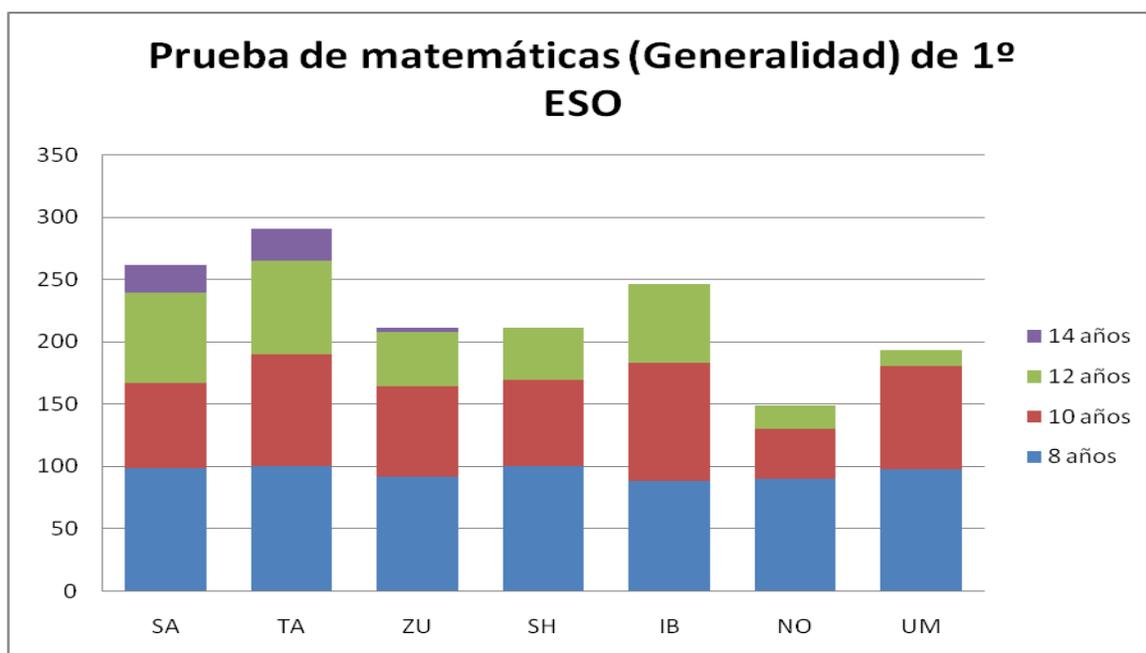


Gráfico 7.5. Prueba de matemáticas Generalidad 1º Secundaria IES Maragall y Barcelona Congrès

Los estudiantes muestran buenos resultados en los dos primeros niveles (8 y 10 años). Cabe destacar que en esta prueba de matemáticas de la Generalidad, los alumnos tuvieron las mayores dificultades en la parte correspondiente a la geometría, series y operatoria (divisiones) que corresponden a 12 y 14 años. Los alumnos no muestran conocimientos adecuados al nivel que demandan 12 años y el nivel de 14 años es alto para su edad.

➤ **Comparación de competencias matemáticas y lingüísticas**

En esta tabla se muestra los datos obtenidos de las pruebas de la Generalidad de matemáticas en urdú del gráfico 7.5 y su comparación con el puntaje de lenguas, además los años de permanencia en Cataluña. Observamos en la tabla que todos los alumnos aprueban urdú, en cambio presentan más dificultades con la lengua del país de acogida dependiendo de los años que llevan en Cataluña.

| Nombre | Matemáticas en urdú | | | | | Lenguas | | | Años en España |
|--------|---------------------|---------|---------|---------|---------------|-----------|--------------|--------|----------------|
| | 8 años | 10 años | 12 años | 14 años | Total prueba% | Catalán % | Castellano % | Urdú % | |
| Sa | 98,66 | 68 | 73,12 | 22,22 | 61,63 | 63,23 | 25,96 | 81,81 | 5 |
| Ta | 100 | 89,71 | 75 | 25,88 | 68,70 | 83,97 | 87,08 | 97 | 6 |
| Zh | 91,66 | 72,71 | 43,25 | 3,66 | 47,93 | 31,41 | 55,76 | 78,56 | 4 |
| Sh | 100 | 69,28 | 42 | NC | 47,36 | 39,34 | 42,05 | 86,36 | 4 |
| Ib | 88 | 95,28 | 63,25 | NC | 56,7 | 46,92 | 46,24 | 92,72 | 3 |
| No | 89,66 | 40,71 | 18,62 | NC | 32,4 | 46,92 | 46,24 | 92,72 | 3 |

| | | | | | | | | | |
|----|----|-------|-------|----|-------|-------|-------|-------|---|
| Um | 98 | 82,85 | 12,37 | NC | 42,37 | 35,57 | 17,91 | 80,83 | 3 |
|----|----|-------|-------|----|-------|-------|-------|-------|---|

Tabla 7.12. Resultados de la Prueba de matemáticas en urdú y lengua de la Generalidad (IES Maragall y IES Barcelona Congrès)

En el siguiente gráfico 7.6 hemos hecho una comparación entre los resultados de la prueba de Generalidad y la prueba de matemáticas de este estudio. Aquí podemos ver que en general ambas pruebas de matemáticas tienen valores cercanos. Por otra parte las competencias en las lenguas extranjeras (catalán y castellano) también están relacionadas, excepto dos casos en que los alumnos obtienen mas puntos en una lengua que la otra; estos datos son concordantes con la pregunta sobre el uso de la lengua en la prueba de matemáticas del estudio.

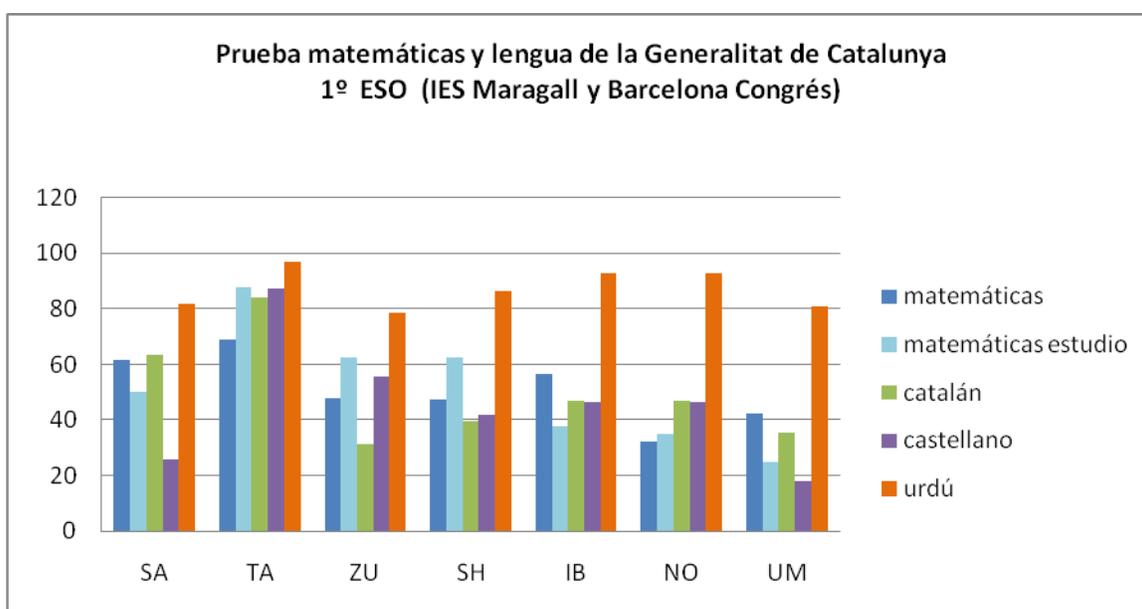
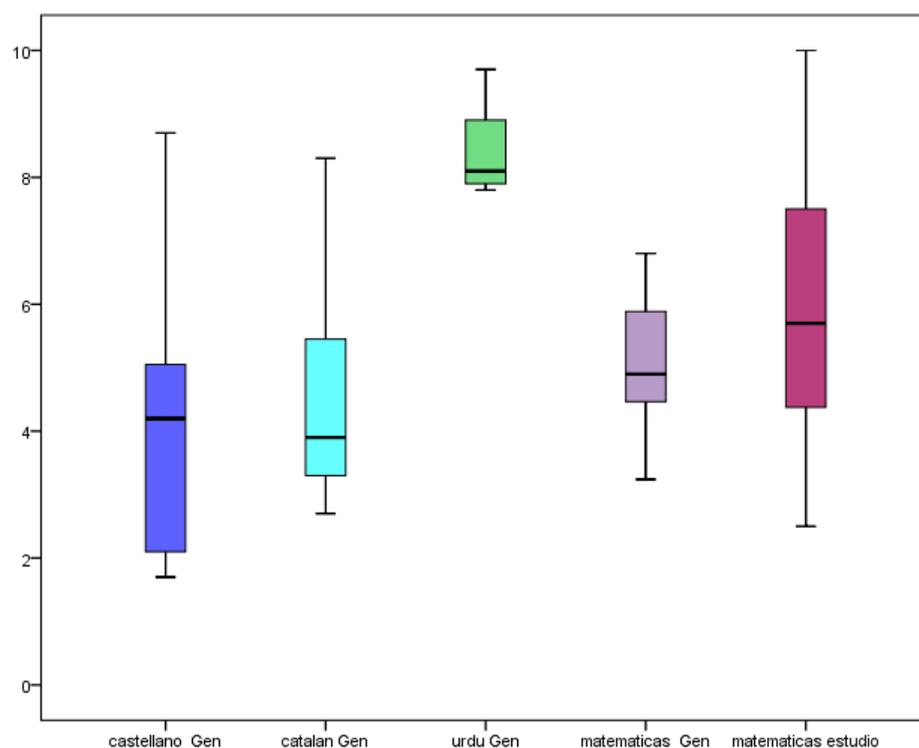


Gráfico 7.6. Comparación de Prueba matemáticas y lengua de la Generalidad de Cataluña 1º Secundaria y matemáticas del estudio

En este gráfico se observa que un alto nivel de competencia en urdú no se correlaciona con las otras pruebas, esto debido a que es la L1 de los alumnos. Para que tengan mejores resultados, es necesario el logro de competencias en L2, pues los alumnos que tienen competencia lingüística en más de una lengua obtienen mejores resultados que sus iguales con competencia en una sola lengua o ninguna.

➤ **Comparación entre las distintas pruebas de matemáticas y lengua**

Para hacer un análisis comparativo, se calcularon los valores promedio, y se compararon en conjunto. Se muestra la dispersión de valores:



Gráficos7.7. Pruebas de lenguas y matemática 1ºESO (Generalidad y estudio)

En este gráfico pueden observarse los resultados de los 7 alumnos paquistaníes en las pruebas de lenguas y matemáticas de la Generalidad y de matemáticas del estudio. Los mejores puntajes se obtuvieron para urdú (8,45), matemáticas del estudio (5,99), matemática de la Generalidad (5,09), en cambio suspenden en catalán (4,63) y castellano (4,13).

Con estos resultados podemos decir que un buen puntaje de la prueba de matemáticas de la Generalidad podría depender del dominio de la lengua vehicular de enseñanza, el catalán. En el caso de la prueba de matemáticas del estudio, un buen puntaje se relaciona con el conocimiento de la lengua castellana y urdú. Estos resultados preliminares nos llevan a decir que se tendrían que hacer mas pruebas para confirmarlos, puesto que nuestro estudio se ha realizado con una muestra pequeña de estudiantes.

A partir de estos resultados, podemos observar que existe tambien una relación entre la lengua castellana y las matemáticas, en función de los años de permanencia en Cataluña de los estudiantes. El castellano es, en muchas ocasiones, la lengua “de patio” con la que los alumnos se comunican entre ellos fuera del aula.

Como hemos mencionado anteriormente, los alumnos explican que la mayoría no recibe ayuda en la casa para hacer los deberes, por lo que la lengua urdú queda en un segundo plano, puesto que no se utiliza en el ámbito escolar, sin embargo los alumnos utilizan este recurso cuando tienen la posibilidad de trabajar en parejas con estudiantes de la misma lengua materna.

➤ **Relación entre Pruebas matemáticas y factores sociales de 1º de Secundaria**

Para considerar como afectan distintos factores sociales en el logro de competencia matemáticas, incluimos distintos factores sociales, estos son: educación y ocupación de los padres, apoyo familiar para estudiar, número de personas en casa y expectativas de estudio de los alumnos, el cálculo del cual se detalla en la metodología. Los datos obtenidos se muestran en la tabla siguiente.

| Nombre | Matemáticas en urdú | Matemáticas estudio | Factores sociales |
|--------|---------------------|---------------------|-------------------|
| SA | 61,63 | 50 | 15 |
| TA | 68,70 | 87,5 | 16 |
| ZU | 47,93 | 62,5 | 12 |
| SH | 47,36 | 62,5 | 12 |
| IB | 56,7 | 37,5 | 11 |
| NO | 32,4 | 29 | 10 |
| UM | 42,37 | 25 | 10 |

Tabla 7.13. Relación entre Pruebas matemáticas y factores sociales de 1º de Secundaria

En esta tabla se puede observar que los alumnos que tienen factores sociales favorables muestran mejores resultados en las matemáticas en general y los alumnos que tienen menos recursos muestran peores resultados. Estos resultados son concordantes con estudios previos (Clarckson, 1992).

7.6. Competencias de alumnos de 3º de Secundaria

Pruebas similares a las de 1º de Secundaria se aplicaron al alumnado de 3º de la Secundaria. En este apartado la muestra estuvo formada por 27 alumnos, 5 de los cuales eran recién llegados, por lo cual no hicieron las pruebas de catalán ni castellano, ni de matemáticas en catalán. A continuación se detallan los resultados obtenidos.

7.6.1. Competencias de matemáticas del estudio de 3º de Secundaria

La prueba consistía en 5 actividades, las cuales recordamos a continuación: La actividad 1 era un problema de texto que consiste en una ecuación de 1º grado. La actividad 2ª corresponde a la representación gráfica de una ecuación. La actividad 3ª corresponde a un problema de texto que requiere comprensión del mismo y realización de la operatoria adecuada. La actividad 4ª corresponde a cambio de unidades y requiere comprensión lectora y operatoria. La actividad 5 es una actividad simbólica que corresponde a una ecuación con fracciones y sin texto donde es necesario calcular el mínimo común múltiplo.

➤ Prueba de matemáticas del estudio por lengua empleada y por actividad

A continuación se muestra los resultados en el gráfico 7.8, actividad por actividad, considerando ambas versiones de la prueba, la de urdú y la de catalán para 22 estudiantes de los 7 IES participantes:

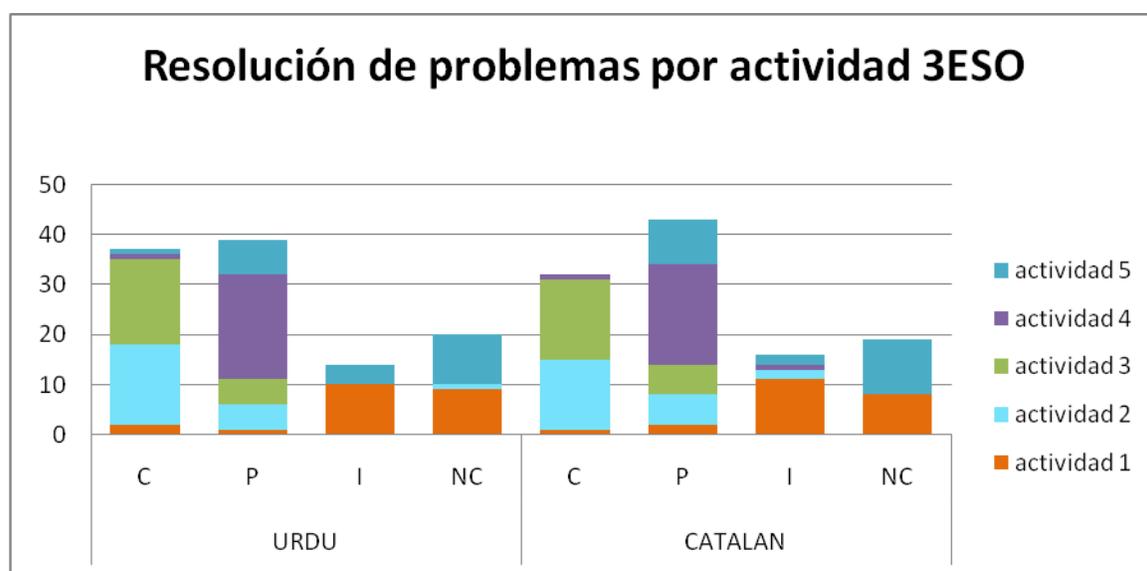


Gráfico7.8. Resolución de problemas estudiantes paquistaníes 3º Secundaria por lengua (C: correcto P: parcialmente correcto I: incorrecto NC: no contesta)

En este gráfico podemos observar las pruebas de matemáticas de nuestro estudio (elaboradas por el investigador) con alumnado paquistaní de 7 IES, en las dos lenguas (urdú y catalán). A pesar que ambas pruebas muestran correlación que no es significativa según Pearson ($r = 0,375$), se pueden observar algunos patrones:

La actividad 1 tuvo los peores resultados en ambas lenguas, la mayoría de los alumnos no contestó, o lo hizo incorrectamente; se trata de un problema de ecuación de 1º grado planteado como problema de texto, con fracciones.

La actividad 2 corresponde a la representación gráfica de una ecuación de 1º grado que fue contestado correctamente por un 73% en urdú y por un 63% en catalán, muy pocos alumnos no contestaron o lo hicieron incorrectamente.

La actividad 3 obtuvo los mejores resultados en ambas lenguas (77% en urdú y 73% en catalán). Esta actividad corresponde a la comprensión de texto y operatoria de sumas.

La actividad 4 fue contestada parcialmente correcta por 95% en urdú y 91% en catalán. Esta actividad corresponde a cambio de unidades y requiere comprensión lectora y operatoria. La mayoría de los alumnos mostraron dificultades con los números decimales en ambas lenguas.

La actividad 5 es una ecuación con fracciones y sin texto, pero presentó muy pobres resultados, pues no la contestó un 45% en urdú y un 50% en catalán. Las dificultades corresponden al cálculo del mínimo común múltiplo que representa un obstáculo para el alumnado paquistaní, esto indica que el alumnado de nuestro estudio tiene dificultades para hacer operaciones con fracciones.

Si analizamos los datos en su conjunto, nos damos cuenta que los alumnos mostraron resultados levemente superiores en la versión de la prueba de matemáticas en urdú respecto a la de matemáticas en catalán. Las dificultades en la resolución de problema se analiza en el apartado de estudio de casos que se describe más adelante.

7.6.2. Prueba de matemáticas de la Generalidad de Cataluña

Del mismo modo que en 1º de Secundaria, con los alumnos de 3º de Secundaria se pasaron las pruebas de competencias matemáticas de la Generalidad

➤ Competencias matemáticas de los alumnos paquistaníes de 3º de Secundaria

Para analizar las competencias matemáticas hemos utilizado la tabla de corrección propuesta por el Departamento de Enseñanza de la Generalidad de Cataluña. En la tabla 7.14 podemos observar que en el nivel hasta 8 años los alumnos de 3º de Secundaria muestran un desempeño de competencias adecuado.

| Matemáticas | Nivel de logro | | | |
|--------------------------------|----------------|------|----------|-------|
| | Nada | Poco | Bastante | Mucho |
| numeración natural | | | 4 | 23 |
| Sumas sin llevar y llevando | | | 1 | 26 |
| Resto sin llevar y llevando | | | 5 | 22 |
| Solución de problemas visuales | | 1 | 8 | 18 |
| Conocimiento del calendario | | | 1 | 26 |
| Conocimiento del reloj | | | 1 | 26 |

Tabla 7.14. Competencias matemáticas nivel 8 años (nº de alumnos)

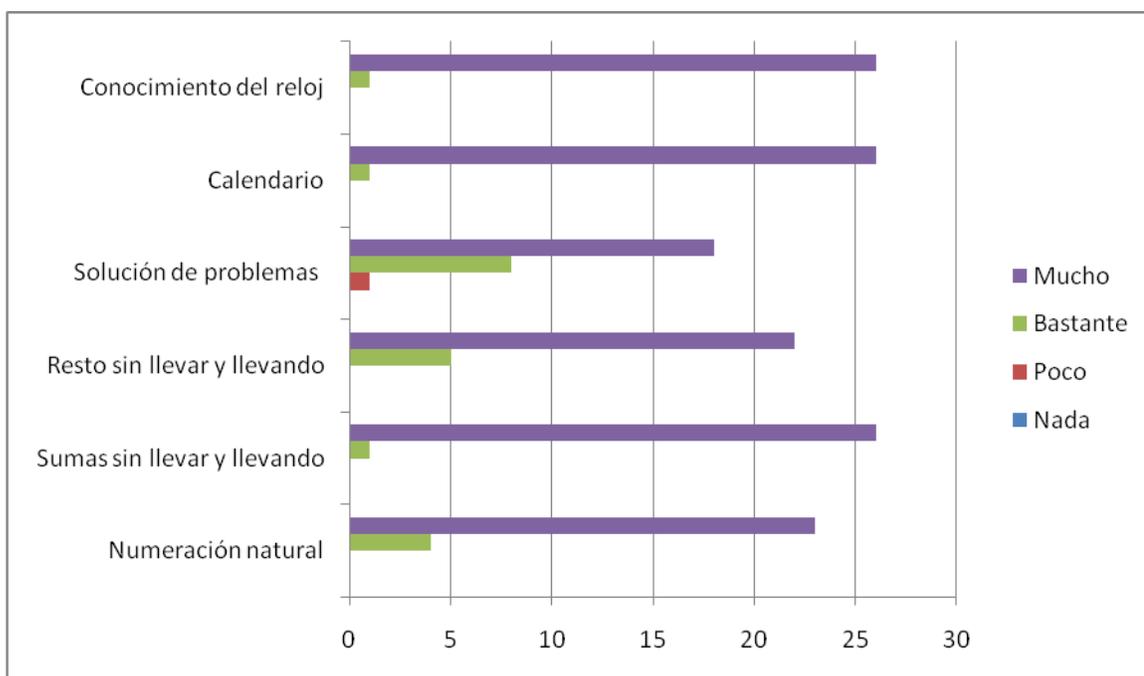


Gráfico7.9. Competencias matemáticas nivel 8 años

En las competencias matemáticas del nivel 10 años hay un alto índice de respuestas adecuadas, aunque existen algunos alumnos que desconocen las figuras geométricas y otros presentan problemas al realizar divisiones, que corresponde a competencias que ya deberían haber alcanzado de acuerdo a su edad.

| Matemáticas | Nivel de logro | | | |
|--|----------------|------|----------|-------|
| | Nada | Poco | Bastante | Mucho |
| Series numéricas naturales con múltiples | | 4 | 16 | 7 |
| Suma y resta | | | 10 | 17 |
| Multiplicación (mental y con múltiples) | | 3 | 14 | 10 |
| División (mental y los múltiples) | 1 | 8 | 8 | 10 |
| Asociación de gráficos con fracciones | | 3 | 8 | 17 |
| Solución de problemas | 3 | 3 | 4 | 17 |
| Conocimiento de figuras geométricas | 5 | 6 | 4 | 12 |

Tabla 7.15. Competencias matemáticas nivel 10 años (nº de alumnos)

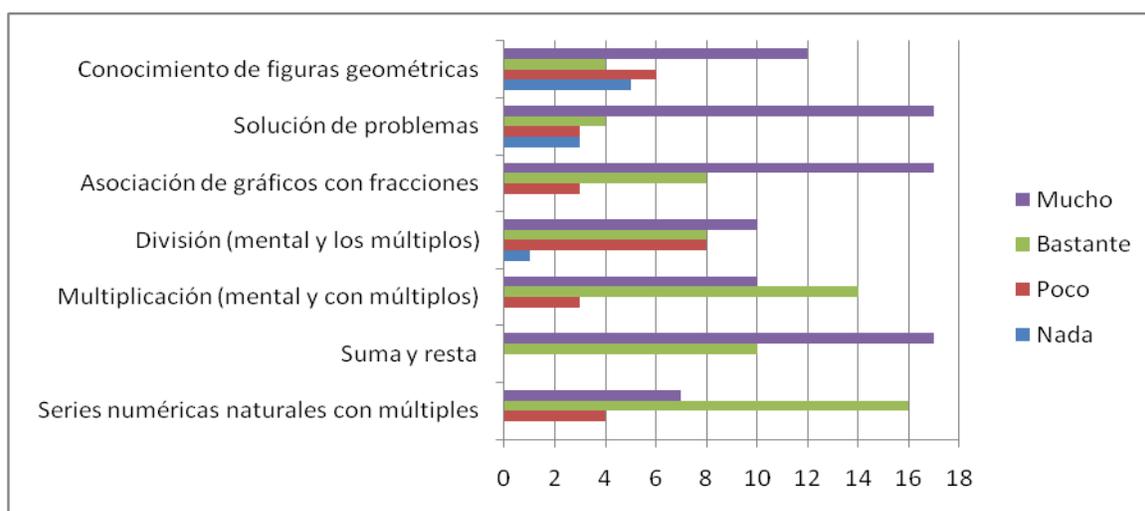


Gráfico7.10. Competencias matemáticas nivel 10 años

En el nivel de 12 años hemos visto que los alumnos tienen problemas con las operaciones con fracciones, aunque son capaces de representarlas gráficamente de manera adecuada. Otras competencias que presentan dificultades es en el trabajo con símbolos de unidades de medida, operaciones con decimales, potenciación y radicación simples y conocimiento de las figuras 3D.

Hasta 12 años

| Matemáticas | Nivel de logro | | | |
|---|----------------|------|----------|-------|
| | Nada | Poco | Bastante | Mucho |
| Contenido | | | | |
| Series numéricas, lógicas, múltiples, decimales | | 7 | 8 | 12 |
| Multiplicaciones y divisiones | | 7 | 14 | 6 |
| Operaciones con decimales | 4 | 12 | 10 | 1 |
| Representación gráfica de fracciones | | 3 | 2 | 22 |
| Operaciones simples con fracciones | 14 | 8 | 4 | 1 |
| Potenciación y radicación simples | 4 | 12 | 5 | 6 |
| Conocimiento de figuras con 3D básicas | 4 | 15 | 4 | 4 |
| Trabajo con símbolos de unidades de medida | 12 | 15 | | |

Tabla 7.15. Competencias matemáticas nivel 12 años

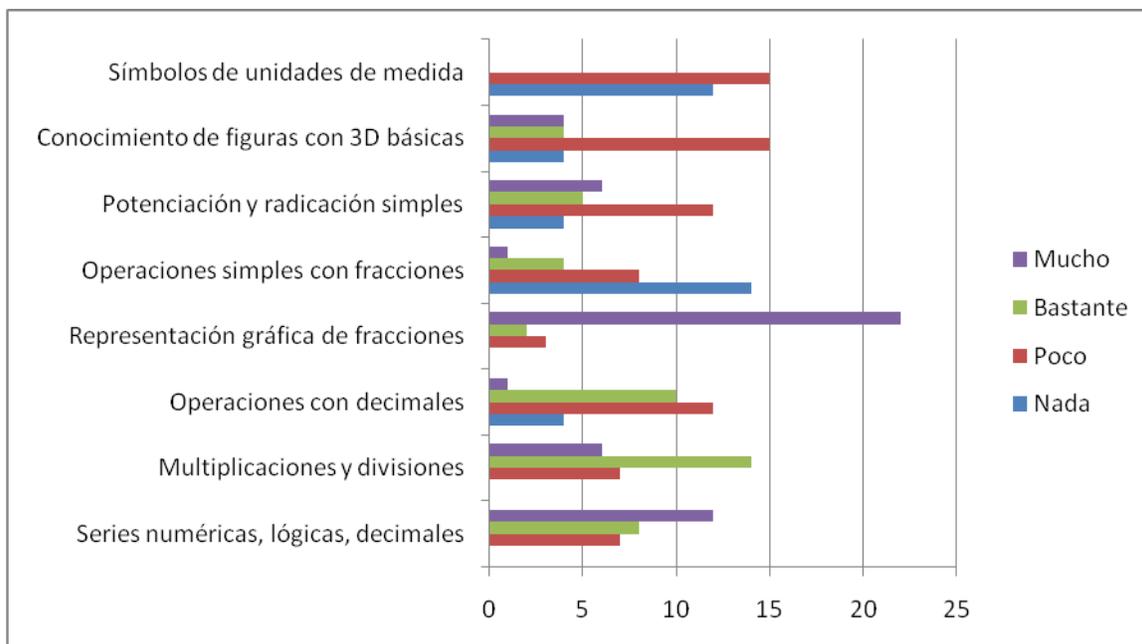


Gráfico7.11. Competencias matemáticas nivel 12 años

En el nivel de 14 años fue donde los alumnos tuvieron más dificultades. Los resultados muestran que los alumnos tienen muy pocos conocimientos de geometría (áreas, volúmenes) y álgebra (exponentes, radicales, divisibilidad, ecuaciones). Estos resultados son esperables si consideramos los fallos en conocimientos previos que detectamos en los niveles anteriores a los 14 años.

| Matemáticas | Nivel de logro | | | |
|--|----------------|------|----------|-------|
| | Nada | Poco | Bastante | Mucho |
| Radicaciones | 8 | 3 | 1 | 15 |
| Operaciones con exponentes | 19 | 5 | 3 | |
| Propiedad distributiva | 13 | 7 | 2 | 5 |
| Álgebra básica: ecuaciones. | 10 | 9 | 5 | 3 |
| Cálculo de superficies y perímetros en polígonos | 18 | 7 | | 2 |
| Cálculo de volúmenes de prismas | 24 | 2 | | 1 |
| Uso del número pi para el cálculo de superficies | 24 | 1 | | 2 |
| Interpretación de la divisibilidad y los múltiplos | 26 | | | 1 |

Tabla 7.16. Competencias matemáticas nivel 14 años (nº de alumnos)

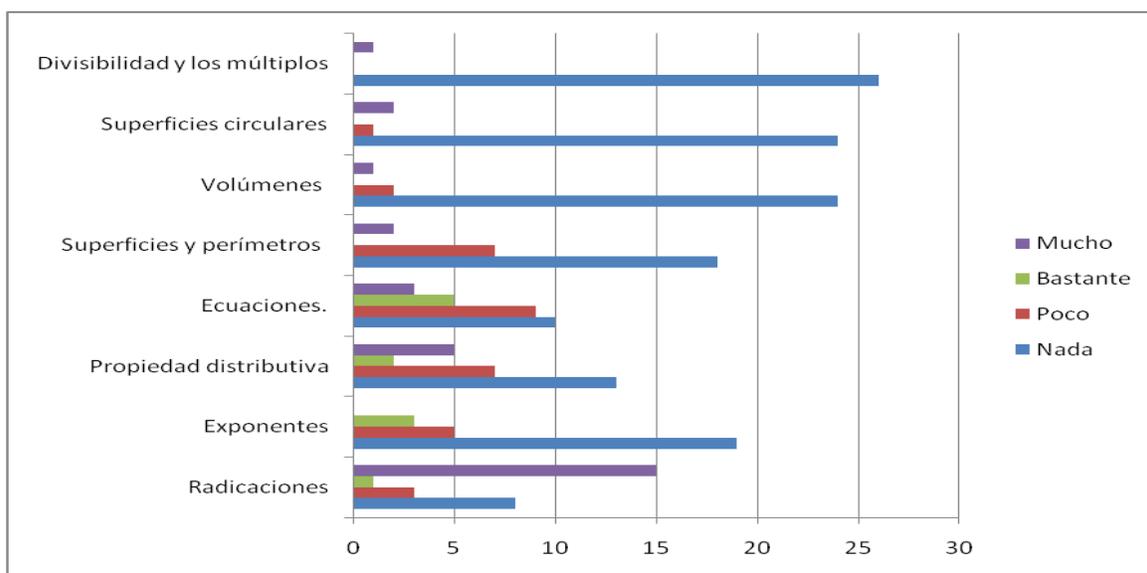


Gráfico7.12. Competencias matemáticas nivel 14 años

➤ **Resultados matemáticas prueba de la Generalidad por nivel de edad**

A continuación mostramos en un gráfico resumen el logro de las competencias matemáticas del alumnado de 3º de Secundaria por edad.

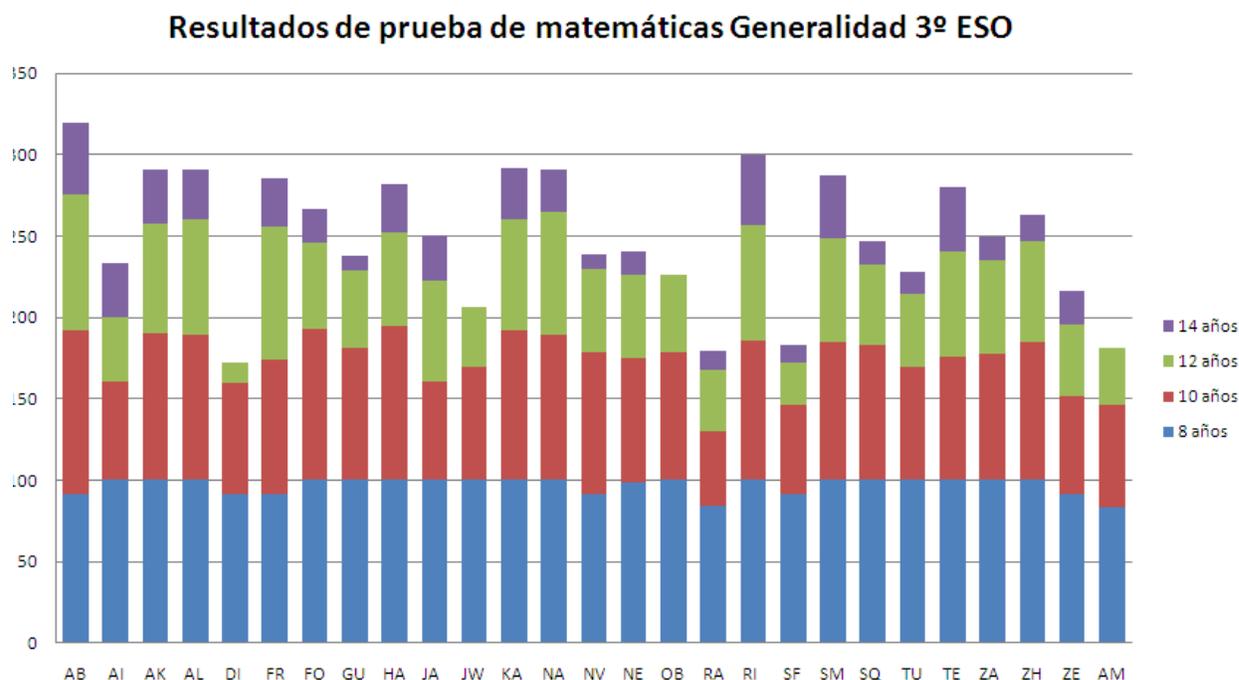


Gráfico 7.13. Prueba de matemáticas Generalidad 3º de Secundaria

Los alumnos de 3º de Secundaria tienen 14 años. Podemos observar que los resultados de los niveles de 8 y 10 años son adecuados y en general logran las competencias demandadas para ese nivel. Sin embargo se observan resultados más pobres en el nivel 12 años y en el nivel 14 años. Hemos separado el análisis de esta prueba por cada uno de los 7 IES. Los resultados se muestran en los estudios de casos siguiente.

7.6.3. Estudio de casos por Institutos : prueba de la Generalidad

En este estudio participaron 4 estudiantes (de 14 años) del IES Poeta Maragall, de los cuales solo uno no respondió a un problema de operatoria en el contexto de vida cotidiana de las actividades hasta 8 años, debido a fallos en la comprensión lectora. En el nivel de preguntas de 10 años el alumno que tuvo la menor puntuación (70%) cometió errores en la operatoria y series. Por su parte otro alumno tuvo problemas en las series matemáticas y algunas divisiones, y en geometría 3 alumnos lograron un 87%, 90% y 94% de respuestas correctas. En el nivel 12 años las puntuaciones fueron menores y sólo

uno contestó las tres cuartas partes correctamente. Los errores fueron especialmente la falta de comprensión de las series matemáticas. En el nivel de 14 años es donde hubo más dificultades, y el que obtuvo la mejor puntuación fue sólo un 30%.

Por su parte, del **IES Badalona VII** participaron 3 estudiantes de 14 años, quienes obtuvieron los mejores resultados en todos los niveles, al comparar con los otros IES. El nivel 8 años lo superaron totalmente. En el nivel 10 años sus resultados correctos estuvieron entre 85% y 92% y en el nivel siguiente de 12 años entre 62% y 71%. Sin embargo sus resultados bajaron en el nivel 14 años y fueron entre 17 y 33%, los principales obstáculos fueron en mcm y mcd, geometría y ecuaciones.

Del **IES San Andreu** participó una alumna, quien tuvo todo el puntaje del nivel 8 años, un 89% en el nivel 10 años donde sus errores fueron de operatoria. Al nivel 12 años obtuvo un 71% y sus dificultades estuvieron en la realización de una suma y reconocimiento de figura geométrica. Estos resultados disminuyen fuertemente en el nivel 14 años, donde sólo alcanza un 31% y sus errores son en operatoria, geometría y ecuaciones.

Del **IES Riera Baixa** participó una alumna, quien tuvo todo el puntaje del nivel 8 años, un 93% en el nivel 10 años donde sus errores fueron de comprensión lectora. En el nivel 12 años obtuvo un 53% y sus dificultades estuvieron en la realización de las divisiones, fracciones y cambios de unidad. Estos resultados son mucho mas bajos en el nivel 14 años, donde sólo alcanza un 20 % y sus errores son en operatoria, geometría y ecuaciones.

En el **IES Barcelona Congrés** participaron 3 estudiantes, de los cuales solo uno obtuvo el puntaje total del nivel 8 años. Los otros dos tuvieron dificultades en un problema de suma en el contexto de vida cotidiana. En el nivel 10 años los resultados estuvieron en el rango de 68% a 82% y los errores se centraron en aspectos de operatoria y series. En el nivel 12 años los errores se referían a series y fracciones, así como problemas geométricos y cambio de unidades. En el nivel 14 años solo uno de los alumnos contestó correctamente un tercio de la prueba, y los otros dos no pudieron alcanzar puntaje, evidenciando que no fueron capaces de resolver ecuaciones, problemas con radicales, y conocimientos geométricos para resolver ecuaciones sencillas.

El **IES Joan Coromines** es el centro donde hubo mayor participación: 10 estudiantes. En el nivel 8 años solo 2 alumnos no consiguieron el puntaje total, sino 83% y 91%. Sus dificultades fueron de un problema de suma en el contexto de vida cotidiana. En el nivel 10 años los resultados estuvieron en el rango de 46 % a 90% y los errores se centraron en aspectos de operatoria y geometría. En el nivel 12 años las respuestas correctas oscilaron entre un 38% y un 68% y los errores se referían a las series, operatoria y fracciones. En el nivel de 14 años las respuestas correctas descendieron drásticamente, y

estuvieron en el rango de 9% a 39%, los principales problemas fueron en operatoria, fracciones, mcm y mcd, geometría y ecuaciones.

Del **IES Flos i Calçat** participaron 3 estudiantes, de los cuales sólo uno obtuvo el puntaje total del nivel 8 años. Los otros dos tuvieron respuestas correctas de 92% y 98% y sus dificultades estuvieron en un problema de suma en el contexto de vida cotidiana. En el nivel 10 años los resultados estuvieron en el rango de 77% a 100% y los errores se centraron en aspectos de series En el nivel 12 años los aciertos fueron del rango 47% a 84%, y los errores se referían a fracciones y cambio de unidades. En el nivel 14 años uno de los alumnos no contestó nada, y los otros dos contestaron correctamente un 15% y un 44% de la prueba, y no fueron capaces de resolver operatoria, fracciones, mcm y mcd, geometría y ecuaciones.

7.6.4. Resultado pruebas de lenguas de la Generalidad

Con el fin de conocer el nivel en lenguas de la muestra, se pasaron pruebas de lengua a los 22 alumnos de 3º de Secundaria. Los resultados se muestran a continuación:

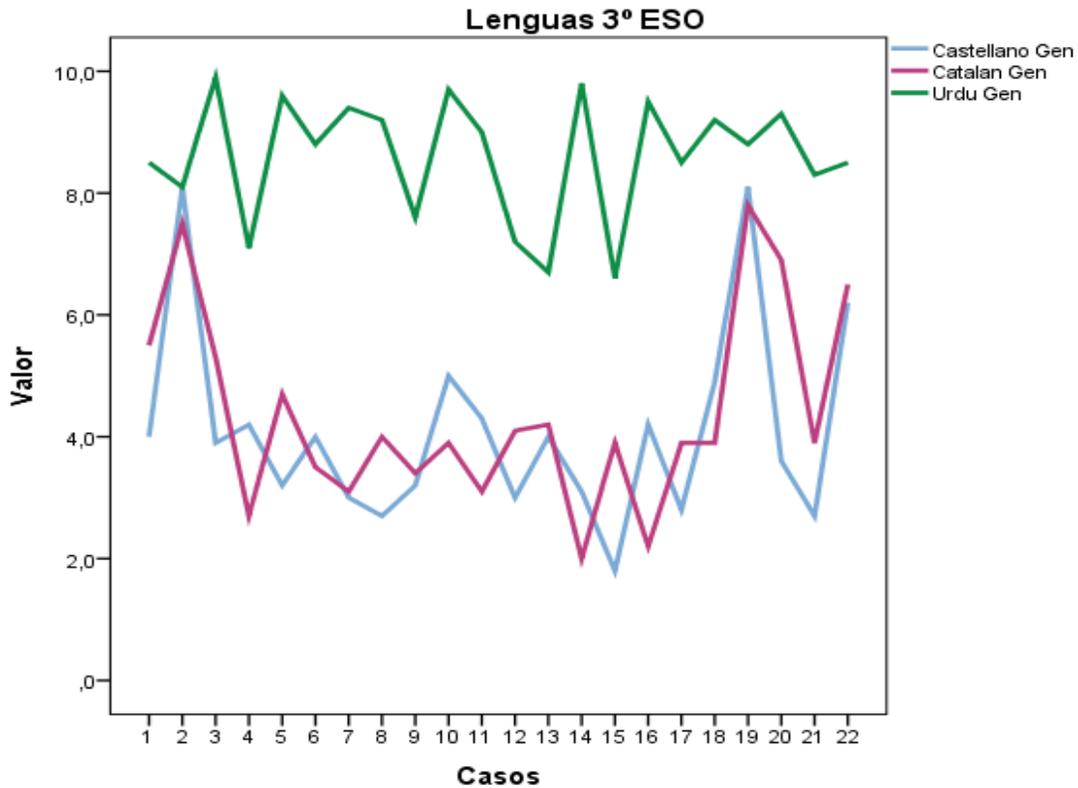


Gráfico 7.14. Comparación de las tres lenguas

En este gráfico se puede observar las notas de los alumnos paquistaníes en las lenguas, un 27% aprueba catalán y un 18% aprueba castellano. Los alumnos han estado en promedio 4,6 años en Cataluña. Estos resultados indican que a pesar del tiempo de escolarización en Cataluña, aun no han logrado ser completamente competentes en su segunda lengua (L2).

Hay una alta correlación entre la nota de catalán y castellano de los alumnos ($r=0,65$). Por otra parte todos los alumnos han aprobado la prueba de urdú; cabe señalar que todos los alumnos hablan frecuentemente (con la familia o amigos), lo que hace que sean hablantes frecuentes de L1. Además la prueba de la Generalidad es de un nivel básico, lo que explica los excelentes resultados obtenidos en urdú (8,6 de promedio).

7.6.5. Relación entre matemáticas y conocimiento de lenguas

Para estudiar la relación entre matemáticas y el conocimiento de lenguas, hemos separado a los alumnos en subgrupos, de acuerdo a su perfil lingüístico y motivacional. En primer lugar ilustramos los resultados obtenidos de los alumnos recién llegados, luego se describen los resultados de los alumnos bilingües y motivados. A continuación se muestran los resultados de alumnos con L1 dominante y escolarizados en inglés, por ultimo se describe el caso de una alumna bilingüe no motivada.

➤ Pruebas al alumnado recién llegado

Encontramos que 5 de estos alumnos eran de llegada reciente y 3 desconocen totalmente la lengua de instrucción, los otros 2 tienen conocimientos mínimos, por lo que se estudiaron en un subgrupo diferente. Los resultados se muestran a continuación:

| Nombre | Pruebas Generalidad | | | | Pruebas estudio | | Tiempo en Cataluña |
|--------|---------------------|---------|------------|--------|---------------------|------------------|--------------------|
| | Matemáticas urdú | Catalán | Castellano | Urdú | Matemáticas catalán | Matemáticas urdú | |
| FU | 61,23% | NC | NC | 83,18% | NC | 50% | 3 meses |
| NA | 68,70% | NC | NC | 93,36% | NC | 58% | 1,5 meses |
| NE | 55,68% | NC | NC | 71,67% | NC | 20% | 1 año |
| AL | 69,10% | NC | NC | 98,24% | 45% | 56% | 1,5 años |
| AM | 41,60% | NC | NC | 68,30% | 25% | 31% | 1,5 años |

Tabla 3.17. Pruebas a alumnado recién llegado (NC: no contesta)

Podemos observar que 5 estudiantes contestaron la prueba de matemáticas en urdú, mientras que 3 no contestaron la prueba de matemáticas en catalán pues son de llegada reciente. Por su parte, todos contestaron la prueba de lengua en urdú, aunque hay un estudiante que si sabe urdú pero suspende matemáticas en urdú. Los dos alumnos que llevan un año y medio contestaron prueba del estudio en ambas lenguas tuvieron mejor resultado en L1. En la tabla podemos ver que los alumnos que son mas competentes en su primera lengua obtienen mejores resultados en ambas pruebas de matemáticas en urdú. Hay un caso que aprueba la prueba de matemáticas de Generalidad en urdú pero no la prueba de matemáticas en urdú del estudio. La alumna explicó que no ha estudiado matemáticas en urdu sino en inglés, y que en la prueba de la Generalidad habia de leer poco texto, en cambio la prueba del estudio requería más dominio de la lengua, por esa razón aprobó sólo la prueba de matemática de la Generalidad.

➤ Pruebas de matemáticas de alumnos bilingües con motivación

Los alumnos de nuestro estudio que son competentes en más de una lengua y le gustan las matemáticas muestran mejores resultados que sus compañeros, como se puede observar en la siguiente tabla.

| Nombre | Pruebas Generalidad | | | | Pruebas estudio | |
|--------|---------------------|---------|------------|--------|---------------------|------------------|
| | Matemáticas en urdú | Catalán | Castellano | Urdú | Matemáticas catalán | Matemáticas urdú |
| AB | 77,20% | 55,13% | 40,14% | 85,38% | 50% | 65% |
| AK | 68,93% | 53,52% | 39,63% | 99,09% | 55% | 60% |
| TH | 65,86% | 78,31% | 81,36% | 88,18% | 50% | 58% |
| ZF | 55,96% | 69,60% | 36,18% | 93,63% | 58% | 56% |
| ZE | 50,30% | 65,90% | 62,27% | 85,54% | 66% | 51% |
| KA | 69,10% | 39,10% | 50,41% | 97,72% | 70% | 50% |

Tabla 3.15. Resultados de matemáticas y lenguas , alumnos bilingües catalán / urdú

En esta tabla podemos ver los resultados de los alumnos que son competentes en dos o mas lenguas, muestran mejores resultados en las tres pruebas de matemáticas que hemos pasado, lo que confirma los resultados de otros estudios como los de Cummin (1976), también confirmados por investigaciones posteriores, los alumnos bilingües obtienen mejores resultados en matemáticas que los alumnos monolingües, es decir logran aprobar todas las matemáticas.

Muchos estudios muestran la relación entre las competencias lingüísticas y matemáticas (Dawe, 1983, Ní Ríordáin, 2008; Sarmini 2009). Por este motivo consideramos que debe considerarse esta fuerte

relación entre lenguas y matemáticas, en contra de la creencia popular que las matemáticas son independientes de la lengua (Dawe, 1983; Sarmini 2009).

➤ **Pruebas de matemáticas de alumnos escolarizados en inglés y motivados**

Por otra parte, los alumnos paquistaníes que tienen una lengua dominante L1 pero han estudiado en Institutos privados en Paquistán en inglés, han obtenido buenos resultados en las pruebas de matemáticas de la Generalidad y de este estudio. Hemos encontrado que este grupo de alumnos ha aprobado matemáticas en catalán, a pesar de no aprobar la prueba de catalán. Creemos que un factor que influye positivamente es que han estudiado en otra lengua (inglés), lo que les permite tener más elementos lingüísticos para enfrentarse a textos en catalán. Este caso es más complejo, debido a la primera L2 que han adquirido (inglés) es diferente a la lengua de instrucción (catalán).

| Nombre | Pruebas Generalidad | | | | Pruebas estudio | |
|--------|---------------------|-----------------|-------------------|-------------|---------------------|------------------|
| | Matemáticas en urdú | Lengua catalána | Lengua castellano | Lengua urdú | Matemáticas catalán | Matemáticas urdú |
| FR | 71,63% | 47,25% | 32,19% | 96,36% | 54,54% | 60% |
| HA | 66,26% | 31,14% | 30,48% | 94,37% | 55% | 55% |
| SM | 68,46% | 22,75% | 42,04% | 95,06% | 56% | 76% |
| RI | 72,90% | 20,75% | 31,05% | 98,45% | 72% | 50% |

Tabla 3.16. Resultados de matemáticas y lenguas, alumnos escolarizados en inglés

Estudios previos de Sarmini (2009) realizados con estudiantes con L1 árabe y L2 inglés muestran las dificultades debidas a las diferencias de la estructura de ambas lenguas, esto se traduce en dificultades en el desarrollo de tareas matemáticas. En nuestro caso la L1 es urdú y L2 catalán y presentan las mismas diferencias (alfabeto, orientación de la escritura) que tienen consecuencias en la manera de pensar de los estudiantes.

En nuestro caso, creemos que debido a que inglés y catalán comparten el mismo alfabeto, los estudiantes paquistaníes que han sido escolarizados en inglés tienen una ventaja respecto a estudiantes que no poseen este recurso lingüístico.

➤ **Pruebas de matemáticas a alumna bilingüe no motivada**

Hay una estudiante que es competente en más de dos lenguas, pero en la entrevista dice que no le gustan las matemáticas y muestra resultados muy ajustados en las pruebas matemáticas, incluso reprueba la prueba de matemáticas en urdú del estudio. Este resultado muestra la importancia de la motivación del alumnado. En este caso la alumna suspende las matemáticas del Instituto.

| Nombre | Pruebas Generalidad | | | | Pruebas estudio | |
|--------|---------------------|-----------------|-------------------|-------------|---------------------|------------------|
| | Matemáticas en urdú | Lengua catalana | Lengua castellana | Lengua urdú | Matemáticas catalán | Matemáticas urdú |
| AI | 54,56% | 75,75% | 81,40% | 81,68% | 50% | 44% |

Tabla 3.17. Pruebas de matemáticas a alumna bilingüe no motivada

7.6.6. Comparación de los resultados de matemáticas y conocimiento de las lenguas de las diferentes pruebas 3º de Secundaria

En este gráfico podemos observar el promedio de cada una de las pruebas que hemos pasado al grupo de 22 alumnos paquistaníes de 3º de Secundaria escolarizados en Cataluña que participaron en este estudio.

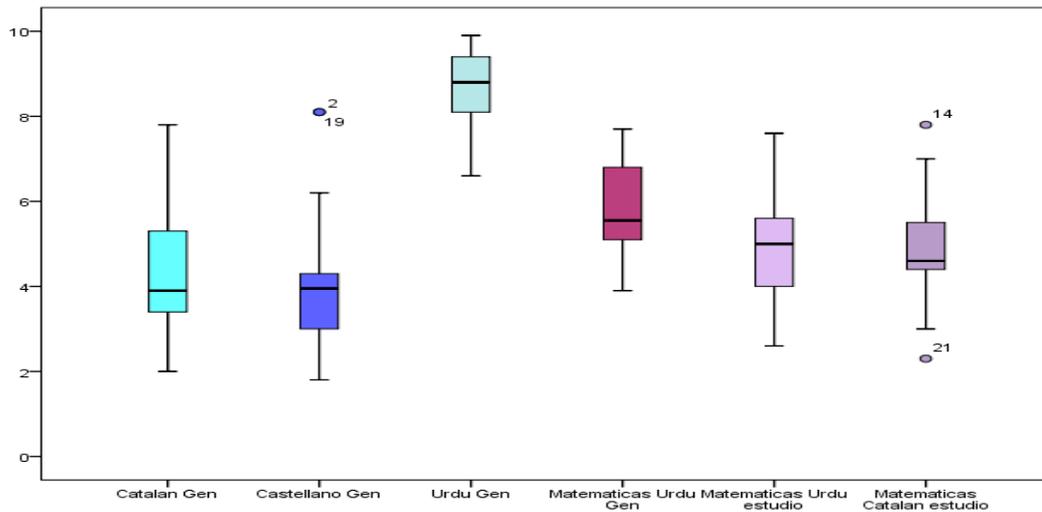


Gráfico 7.15. Pruebas de lenguas y matemáticas de estudiantes de 3º Secundaria

En catalán el promedio es 4,36, en castellano 4,09, en urdú 8,60, en la prueba de matemática de la Generalidad 5,77 y en las pruebas elaboradas para este estudio, matemáticas en catalán 4,85 y matemáticas en urdú 4,97. El mejor puntaje se obtuvo en urdú, en que los estudiantes muestran conocimiento de su lengua materna bastante alto. Respecto a las correlaciones, hemos estudiado la de Pearson, tal y como se describe en la metodología. Los resultados se muestran a continuación:

Correlaciones

| | | Catalan Gen | Castellano Gen | Urdu Gen | Matematicas Urdu Gen | Matematicas Catalan estudio | Matematicas Urdu estudio |
|-----------------------------|---------------------|-------------|----------------|----------|----------------------|-----------------------------|--------------------------|
| Catalan Gen | Pearson Correlation | 1 | ,652** | -,003 | ,031 | -,173 | -,083 |
| | Sig. (2-tailed) | | ,001 | ,989 | ,890 | ,442 | ,712 |
| | N | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 |
| Castellano Gen | Pearson Correlation | ,652** | 1 | ,100 | ,057 | ,195 | ,021 |
| | Sig. (2-tailed) | ,001 | | ,657 | ,802 | ,385 | ,925 |
| | N | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 |
| Urdu Gen | Pearson Correlation | -,003 | ,100 | 1 | ,785** | ,560** | ,600** |
| | Sig. (2-tailed) | ,989 | ,657 | | ,000 | ,007 | ,003 |
| | N | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 |
| Matematicas Urdu Gen | Pearson Correlation | ,031 | ,057 | ,785** | 1 | ,508* | ,661** |
| | Sig. (2-tailed) | ,890 | ,802 | ,000 | | ,016 | ,001 |
| | N | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 |
| Matematicas Catalan estudio | Pearson Correlation | -,173 | ,195 | ,560** | ,508* | 1 | ,375 |
| | Sig. (2-tailed) | ,442 | ,385 | ,007 | ,016 | | ,085 |
| | N | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 |
| Matematicas Urdu estudio | Pearson Correlation | -,083 | ,021 | ,600** | ,661** | ,375 | 1 |
| | Sig. (2-tailed) | ,712 | ,925 | ,003 | ,001 | ,085 | |
| | N | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 |

** Correlacion es significativa al nivel 0.01 (bilateral)

* Correlacion es significativa al nivel 0.01 (bilateral)

Grafico 7.16. Correlaciones entre lenguas y matemáticas

En la tabla se puede ver que la correlación entre el puntaje de urdú y de matemáticas de la Generalidad, matemáticas de este estudio en catalán y matemáticas en urdú son muy significativas (0,78, 0,56 y 0,60 respectivamente). En catalán y castellano la correlación con las diferentes matemáticas no es significativa, por otra parte la correlación entre las tres tipos de pruebas también es significativa.

❖ **Desempeño matemático general**

Para poder triangular nuestros datos, accedimos al reporte de notas del alumnado de 3º de Secundaria del Instituto (n=102), y lo comparamos con las pruebas matemáticas de la este estudio, al que llamamos matemáticas general (n=102), y de nuestro estudio con alumnos paquistaníes (n=22), tal

como de describe en el apartado 7.4. A continuación, se muestra la correlación de pruebas:

Correlations

| | | Matematicas general | Matematicas instituto |
|-----------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|
| Matematicas general | Pearson Correlation | 1 | ,551** |
| | Sig. (2-tailed) | | ,000 |
| | N | 102 | 102 |
| Matematicas instituto | Pearson Correlation | ,551** | 1 |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | |
| | N | 102 | 102 |

** . Correlacion es significativa al nivel 0.01 (bilateral)

Grafico 7.17. Correlación entre pruebas de matemáticas

Las notas de matemáticas del instituto se correlacionan moderadamente con los resultados de la prueba de este estudio.

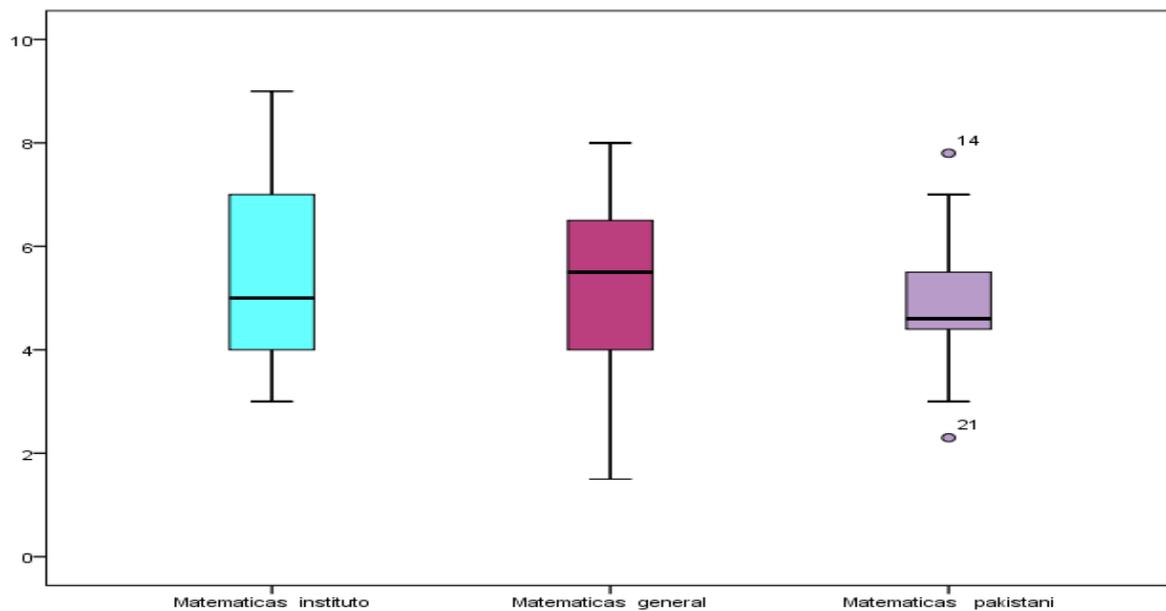


Gráfico 7.18. Resultados comparados de matemáticas de estudiantes 3º Secundaria

En este gráfico se puede observar que el promedio de las notas de matemáticas del instituto 5,24, matemáticas general 5,10 y la prueba de matemáticas del estudio con alumnos paquistaníes es 4,84.

Podemos observar que los estudiantes paquistaníes tienen un desempeño en la prueba matemáticas levemente más baja que el promedio de su nivel para la misma prueba.

❖ Estudio de Casos

A continuación se describe, alumno por alumno, en el desempeño en las diferentes pruebas de matemáticas (de la Generalidad y de este estudio) de los alumnos paquistaníes de 3º de Secundaria que participaron en este estudio.

FK es un alumno que ha obtenido buena puntuación en la prueba de matemáticas de la Generalidad en urdú y también en matemáticas del estudio en urdú. En la primera actividad ha tratado de responder pero no logró terminar. Ha contestado correctamente a las actividades 2 y 3 y parcialmente a las actividades 4 y 5. Las actividades que ha contestado son de comprensión de texto y operatoria, cambio de unidades (moneda) y resolución de problemas; todos son de ecuaciones de primer grado. Ha obtenido buen puntaje en lengua urdú, pero no ha superado las pruebas de castellano ni catalán y eso lo vemos reflejado en los resultados de diferentes pruebas de matemáticas en distintas lenguas. Él dice que le gustan las matemáticas.

DI es una alumna que no ha obtenido buena puntuación en la prueba de matemáticas de la Generalidad en urdú y tampoco en las matemáticas del estudio en urdú. En la primera actividad no contestó la última parte, sólo ha respondido correctamente la tercera actividad y parcialmente la segunda y cuarta actividad. Las actividades que ha contestado son de comprensión de texto y de operatoria, cambio de unidades (moneda) y resolución de problemas todos son de ecuaciones de primer grado. Ella ha aprobado sólo una prueba, la de lengua urdú y ha suspendido las otras pruebas de lengua y todas las pruebas de matemáticas, ella dice que no le gusta estudiar matemáticas.

JW es un alumno que no ha obtenido buenos resultados en la prueba de matemáticas de la Generalidad en urdú, pero sí ha aprobado la prueba de matemáticas del estudio en urdú. No ha aprobado ninguna de las pruebas de lenguas (catalán y castellano) ni la prueba de matemáticas en catalán del estudio. Las actividades que ha repondido correctamente son la segunda y tercera y parcialmente la actividad cuarta. Ha respondido incorrectamente la primera actividad y no ha contestado la última actividad. Ha contestado que no le gusta las matemáticas.

SF es una alumna que no ha superado ninguna prueba de matemáticas ni de lengua (catalán y castellano). La única prueba que ha aprobado es la de urdú. Es una alumna que tiene bastantes dificultades en general, eso lo han confirmado sus profesores de matemáticas y de otras materias. A ella no le gustan las matemáticas.

GU es un alumno que ha superado las pruebas de matemáticas de la Generalidad y de matemática del estudio en catalán pero no ha superado la prueba de matemática del estudio en urdú. En las pruebas de lenguas sólo ha aprobado urdú. Ha contestado correctamente las actividades tercera y cuarta, y parcialmente la segunda actividad, es un alumno al que no le gustan las matemáticas. Contestó incorrectamente a la primera actividad y no contestó la última actividad.

TH es un buen alumno en general y ha superado todas las pruebas. Ha contestado incorrectamente la primera actividad. Las actividades segunda y tercera las ha contestado correctamente y las actividades cuarta y quinta parcialmente correctas. Él dice que le gustan las matemáticas.

AK es un buen alumno y ha superado todas las pruebas excepto castellano. Es bastante competente en matemáticas. El ha contestado todas las actividades en la prueba y ninguna de ellas es incorrecta, pero si que hay tres actividades que son parcialmente correctas: la primera, cuarta y quinta. Las actividades completamente correctas son la segunda y la tercera. El ha contestado que sí le gustan las matemáticas.

SQ es un alumno normal, ha superado las pruebas de matemáticas de la Generalitat en urdú, la de matemáticas del estudio en urdú y la prueba de urdú. Las pruebas que no ha superado son la de matemáticas del estudio en catalán y de las lenguas catalán y castellano. La primera actividad no lo ha contestado y si ha contestado correctamente las actividades tercera y cuarta, por su parte son parcialmente correctas la segunda y la quinta. Dice que las matemáticas ni le gustan ni le disgustan.

JA es un alumno con problemas en catalán, la lengua de la enseñanza y le gusta estudiar. El ha superado los dos tipos de pruebas de matemáticas de la Generalidad en urdú y del estudio en urdú y también la lengua urdú. Ha contestado todas las actividades pero sólo la segunda y tercera son correctas, y son parcialmente correctas la primera, la cuarta y la última. Si le gustan las matemáticas.

ZA es un buen alumno y ha superado todas las pruebas de matemáticas y en las pruebas de lenguas sólo ha suspendido la prueba de castellano. Ha contestado solo cuatro actividades, de las cuales dos eran completamente correctas (la tercera y la cuarta) y las otras dos son parcialmente correcta (la segunda y la última). A él le gustan las matemáticas en general.

HA es un alumno normal de acuerdo a sus profesores de Instituto, el profesor de matemáticas dice que es buen alumno y participa en la discusión de la clase. Esto se puede ver en los resultados de las pruebas de matemáticas, pues las ha superado todas. En las pruebas de lenguas tiene peores notas y solo ha superado la de urdú. La primera actividad es incorrecta y la última actividad no la ha

contestado. La actividad segunda y tercera la ha contestado correctamente y la actividad cuarta la ha contestado parcialmente.

UN Llego a España recientemente (un mes y medio), por eso no ha contestado las pruebas de las lenguas catalán, castellano y la matemáticas en catalán. Las pruebas que ha contestdo son matemáticas de la Generalidad, matemáticas del estudio en urdú y de lengua urdú. Ha superado todas las pruebas que ha contestado. Ha contestado las primeras cuarto actividades y la ultima no la ha contestado. La actividad tercera y cuarta son completamente correctas pero las actividades primera y segunda son parcialmente correcta y no ha consttado a la ultima actividad. Le gustan las matemáticas.

TU es un alumno normal pero no le gusta estudiar y eso lo confirmaron sus profesores. El ha superado la prueba de matemáticas de la Generalidad en urdú, la prueba de matemáticas del estudio en urdú y la lengua urdú, las otras pruebas no las ha superado. No le gustan las matemáticas.

NV es un alumno con problemas en la lengua de enseñanza, aunque lleva cuatros años en Cataluña. Ha participado en todas las pruebas pero ha aprobado solo tres pruebas: la de matemáticas de la Generalidad en urdú, la de matemáticas del estudio en urdú y la lengua urdú. El dice que no le gustan mucho las matemáticas. Contestó tres actividades la segunda, la tercera y la cuarta, por el contrario no contestó ni la primera ni la ultima. Solo la tercera actividad es completamente correcta y las actividades segunda y cuarta son parcialmente correctas. No le gustan mucho las matemáticas.

AL es una alumna que ha llegado hace un año y medio. Como llego recientemente, no contestó las pruebas de lenguas catalán y castellano pero si contestó la prueba de matemáticas en catalán. Respondió todas las actividades, de las cuales la ultima actividad es incorrecta. La actividad primera, tercera y cuarta son parcialmente correctas, la unica actividad que es completamente correcta es la segunda actividad. Obtuvo buena nota en las pruebas de matemáticas de la Generalidad en urdú y matemáticas del estudio en urdú y de urdú, pero no ha superado la prueba de matemática del estudio en catalán. Ella no dijo nada sobre su gusto o no por las matemáticas.

FU es una alumna que llego hace 3 meses, respondió solo las pruebas de matemáticas de la Generalidad en urdú, matemática del estudio en urdú y de urdú. Ha superado todas las pruebas que ha contestado. En la prueba de matemática del estudio en urdú contestó todas las actividades, de las cuales solo dos eran completamente correctas: la primera y la tercera. Hay dos actividades que son incorrectas: la cuarta y la quinta. La segunda actividad es parcialmente correcta. Según dice, le gustan un poco las matemáticas.

AM es un alumno que llegó hace un año y medio, su profesor dice que tiene bastantes problemas no sólo en la lengua sino también en los contenidos. Contestó solo tres actividades de las cuales solo la tercera es completamente correcta, las actividades segunda y cuarta son parcialmente correctas y no ha contestado la actividad primera y la última. Él dice que no le gustan las matemáticas.

KA es un buen alumno de acuerdo con su profesor, ha contestado todas las pruebas que hemos pasado. Ha superado todas las pruebas excepto la de catalán. Ha mostrado buenas notas en las pruebas de matemáticas. En la prueba de matemática en catalán ha contestado todas las actividades, de las cuales la primera es incorrecta, la actividad segunda, tercera y última son completamente correctas, y la actividad cuarta es parcialmente correcta. Él contestó que le gusta las matemáticas.

RI es una buena alumna según dicen sus profesores, ha contestado todas las pruebas que hemos pasado. Ha superado las cuatro pruebas: tres de las matemáticas y una de urdú, y las pruebas de catalán y castellano no las ha superado. En la prueba de matemáticas del estudio en catalán ha contestado todas las actividades, de las cuales la primera es incorrecta, la segunda y cuarta son correctas y las actividades tercera y quinta son parcialmente correctas. Dice que le gustan las matemáticas.

ZI es un alumno que dice que tiene problemas en los estudios, lo cual fue confirmado por sus profesores. Ha respondido todas las pruebas que hemos pasado. Superó la prueba de matemáticas de la Generalidad en urdú, la de matemáticas del estudio en urdú y de urdú, sin embargo suspendió matemáticas del estudio en catalán, así como catalán y castellano. En la prueba de matemáticas del estudio en urdú contestó cuatro actividades, de las cuales solo la segunda es completamente correcta, las actividades tercera y cuarta son parcialmente correctas, la primera actividad es incorrecta y no respondió la última actividad. Dice que no le gustan las matemáticas.

RA es una alumna que tiene bastante dificultades, ha contestado todas las pruebas, de las cuales sólo ha superado la de lengua urdú. En la prueba de matemática del estudio en catalán ha contestado cuatro actividades pero sólo la tercera actividad es completamente correcta y las actividades segunda y tercera son parcialmente correctas, en cambio la primera es incorrecta y no contestó la última actividad. Dice que no le gustan las matemáticas.

SM es una buena alumna, ha contestado todas las pruebas, de las cuales ha superado las tres de matemáticas y de lengua urdú, en cambio las pruebas de lengua catalana y de castellano no las ha superado. En la prueba de matemáticas del estudio en catalán ha contestado todas las actividades. La actividad segunda, tercera y última las ha contestado correctamente y la actividad cuarta parcialmente, pero contestó la primera actividad incorrectamente. Ella dice que le gustan las matemáticas.

AI es una buena alumna en general, pero el profesor de matemáticas dice que le cuestan las matemáticas. Ha contestado todas las pruebas y las ha superado todas menos la de matemáticas del estudio en urdú. En la pruebas de matemáticas del estudio en catalán ha respondido todas las actividades, de las cuales sólo dos están completamente correctas (segunda y tercera), la actividad cuarta es parcialmente correcta y la actividad primera y última son incorrectas. Respondió que no le gustan las matemáticas.

ZE es una buena alumna según su profesor. Respondió todas las pruebas y las ha superado todas excepto la de matemáticas del estudio en urdú. En la de matemática del estudio en catalán respondió cuatro actividades, de las cuales la segunda y la cuarta son completamente correctas, la tercera y última actividad son parcialmente correctas, en cambio la primera es incorrecta. Dice que le gustan un poco las matemáticas.

NH es una alumna que ha llegado hace un año y solo contestó las pruebas de matemáticas de la Generalidad en urdú, matemáticas del estudio en urdú y la de lengua urdú. En la prueba de matemática del estudio en urdú ha contestado sólo dos actividades y están parcialmente correctas. Dice que le gustan las matemáticas pero le cuesta mucho entenderlas.

OB es un alumno que no le gusta estudiar, los profesores dicen que pone poca atención en clase. Ha respondido todas las pruebas, pero solo ha superado la prueba de matemáticas de la Generalidad y otra de lengua urdú. En la prueba de matemática del estudio en catalán contestó tres actividades, de las cuales la segunda y la tercera son completamente correctas, y la actividad cuatro es parcialmente correcta. Dice que no le gustan las matemáticas.

AB es un buen alumno según a sus profesores. Ha respondido todas las pruebas y las ha aprobado todas excepto la de castellano. En la prueba de matemática del estudio en catalán ha contestado todas las actividades, de las cuales la segunda y la tercera son completamente correctas, y son parcialmente correctas las actividades cuarta y quinta. Le gustan las matemáticas y estudiar mucho.

7. 7. Dificultades y logros durante la realización de actividades matemáticas.

Del análisis de los cuestionarios, hemos observado que los alumnos presentan dificultades matemáticas conceptuales y operacionales durante la realización de actividades. Los aspectos que han emergido de la investigación son: comparación de unidades, operatoria, fracciones y números decimales. Para superarlos, desarrollan estrategias alternativas cuando se enfrentan a obstáculos de este tipo, en especial hacer sumas en lugar de multiplicar o aproximaciones sucesivas en lugar de dividir. A continuación se ilustran los aspectos mencionados:

 **Comparacion de unidades**

Un aspecto en el que los estudiantes paquistaníes tuvieron más dificultades fue la comparación de unidades, como se ilustra en el ejemplo:

Z: en Cataluña es más barato, solo 7,50 euros (en catalán) pero en Paquistán vale 875,12 rupees

(en urdú) es muy caro.

I: ¿por qué dices que es muy caro?

Z: porque 875,12 son mucho al comparar con 7,50 euros.

En este caso no realiza la conversión de unidades y compara unidades diferentes.

 **Operatoria**

Las alumnas son conscientes de sus problemas con las operaciones y usan instrumentos tecnológicos (calculadoras, móviles, ordenadores, etc.) para hacer los cálculos.

I: ¿por qué no has hecho ningún cálculo en la hoja?

Z: lo he hecho con mi móvil, por eso no lo he escrito en la hoja.

I: ¿por qué has usado tu móvil?

Z: porque para mí es muy difícil de calcular hacer la división tan larga, cuando lo hago siempre me confundo y normalmente en la clase uso mi móvil para los cálculos.

I: ¿cómo has hecho los cálculos?

A: con calculadora.

 **Números decimales**

Hemos detectado que no está claro el concepto de números decimales en varios alumnos, a continuación se muestra la realización de una suma errónea, debido a la conversión de unidades a la suma equivocada posterior. Tendría que haber sumado 236 con 59, y en cambio lo ha agregado después de la coma:

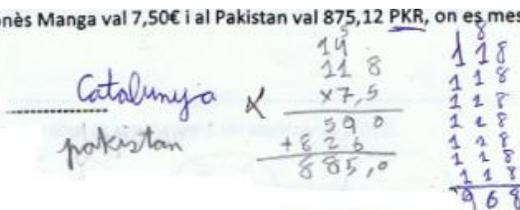
I: aquí has escrito 236,59 me puedes explicar por que has escrito eso.

A: 236 son ruppees y 59 son céntimos por eso.

 **Estrategias Alternativas**

Por sus dificultades con la multiplicación y la división, los alumnos usan estrategias alternativas. Entre estas dificultades está la memorización de las tablas de multiplicar, es por ello que cuando pueden utilizan la suma repetitiva.

| | |
|---|--|
| <p>I: no entiendo ¿Cómo sale 59, me lo puedes explicar?</p> <p>A: mira como un euro es 118 entonces la mitad de 118 es 59.</p> <p>I: ¿pero como has encontrado la mitad de 118?</p> <p>A: primero pensé que 50 y 50 son 100 y después añadí 10 en cada 50 entonces son 120 y pensé que es mas de 118 entonces sume 9 y 9 son 18.</p> | <p>En lugar de dividir 118, lo descompone y obtiene el resultado por aproximación.</p> |
| <p>Z: <i>jama</i> (suma) dos veces 118 dos euros son 236 y 50 cent son 59 rupees, la suma la he hecho en papel, pero calculé el valor de 50 cent en la mente, después otra vez hice la suma en total 295.(Z durante su entrevista, realizada en urdú)</p> | <p>En lugar de multiplicar 2,5 por 118 la alumna separa la parte entera de la decimal y suma los enteros. Luego divide mentalmente y hace la suma final.</p> |
| <p>I: hay un comic que vale 7,50€ en Cataluña y el mismo comic vale 875,12PKR en Paquistán, ¿donde es más barato?</p> <p>A: he puesto en Cataluña.</p> <p>I: me puedes explicar ¿por que has puesto en Cataluña?</p> <p>A: no me acuerdo...</p> <p>I:pero si en Cataluña vale 7,5 €, ¿cuántos ruppes son?</p> <p>A: 1€ =118 ruppees, pues ir sumando hasta que de 875.</p> <p>I: cuanto es?</p> | <p>En lugar de dividir, la alumna va sumando hasta llegar al resultado esperado.</p> |

| | |
|--|--|
| <p>A :7,5</p> <p>I :¿me puedes hacer aquí (los cálculos)?</p> <p>A: (hace cálculos) me da 826</p> <p>I :¿pero como lo has hecho?</p> <p>A :con la calculadora</p> <p>I :(ella calcula $7€ = 7 * 118 = 826$;) </p> <p>I :pero no vale 7€ ¿y los 50 céntimos? Lo has calculado antes, no...</p> <p>A :59</p> <p>I :entonces ¿cuanto es en total?</p> <p>A :826,59 € en Cataluña, y es mas barato</p> <p>2) Si a Catalunya un còmic japonès Manga val 7,50€ i al Pakistan val 875,12 PKR, on es mes barat el còmic?</p> <p>Resposta:----</p>  | <p>Muestra errores conceptuales en la suma de unidades diferentes</p> |
| <p>K: pensé en 2 cosas: una es la moneda de Paquistán y la otra son las fracciones.</p> <p>I: ¿como lo hiciste?.</p> <p>K: primero separé el número entero de la fracción, luego hice el cálculo para cada parte y al final lo sumé.</p> | <p>No multiplica por número decimal sino que hace sumas por separado</p> |

7.7.1. Segundo nivel de análisis de dificultades y logros

Para profundizar en las dificultades a las que se enfrenta el alumnado de este trabajo durante la realización de actividades matemáticas, se realizaron 8 entrevistas a estudiantes de 3º de Secundaria después de la realización de la prueba matemática de este estudio. De ellas, 4 estudiantes prefirieron

hacerla en su primera lengua (urdú), en este caso, hemos hecho la traducción al castellano, que se indica con un asterisco (*). Los otros 4 alumnos lo han hecho en castellano-catalán. A continuación se muestran aspectos de cada una de las actividades planteadas.

- Primera actividad :

Sobre la primera actividad, vemos que la mayoría muestra dificultades de comprensión del texto de la prueba de matemática en catalán, como se refleja en las siguientes citas:

| |
|---|
| KA*dice: <i>“es un problema lógico, es decir tienes que leer la pregunta atentamente y entenderla, y luego debes pensar una estrategia para resolverlo... era difícil entender para mi, porque no era el problema matemático típico, tenías que pensar mucho para entender y resolverlo”.</i> |
| RI* dice: <i>“he leído varias veces pero no se que tengo que hacer. Entendí que hay que hacer (la operación) con la fracción, pero no se como hay que escribir una ecuación”</i> |
| ZA* dice: <i>“no entiendo el texto por eso no se como hay que responder”.</i> |
| SM dice: <i>“no entendí como hacerlo”</i> |
| |

Observamos que la mayoría de los alumnos presenta dificultades de comprensión lectora, a pesar que son alumnos bilingües que han aprobado las pruebas de lenguas de la Generalidad.

- Segunda actividad:

Sobre la segunda pregunta, que es visual y consiste en 2 partes; los alumnos explican:

| |
|---|
| KA* dice: <i>“es más fácil que la primera (la pregunta anterior)... la primera línea es igual a la segunda y tenía que encontrar el segmento de la segunda línea”</i> |
| RI* dice: <i>“es fácil de hacer, como las dos líneas son iguales (en inglés)... mira conté los n's (one, two three... en inglés) que hay y los dividí (en inglés) por 36 (en catalán) use la tabla de 9 (en inglés).</i> |
| ZI* dice: <i>tu me explicaste que tenía que encontrar el valor de n, y también me dijiste que las dos líneas son iguales, la primera es 36 metros y la segunda es lo mismo, pero para cada n hay que calcular. ..mira</i> |

primero he contado cuantos n hay, hay $9n$ (en urdú), como hay que encontrar el valor para n entonces dividí (taqseem en urdú) los dos lados por 9 (en urdú) "usos tabla en urdú también "por eso he escrito 4 (en urdú) aquí.

SM dice: era 36 la longitud de la línea de color negra, n es el nombre que no sabemos.

$9n = 36$
 $n = \frac{36}{9}$
 $n = 4$

ایسا کر سکتے ہیں ایک
 لائن کی length ہے 36
 اور دو سری لائن کے
 Blocks ہیں جس کا حصہ
 پتا نہیں ہے وہ سوا کرتا
 ہے۔

Traducción: aquí en una línea tiene longitud 36 y la segunda línea tiene n bloques que no sabemos, eso tenemos que encontrar.

Para la segunda parte de segunda pregunta

KA* dice: es igual que la primera, pero pregunta sólo por una parte....Solo resté de la línea de arriba y esa es la respuesta porque las líneas son iguales.

RI* dice: si porque el valor de f es 8 no se como explicarlo

ZI*: es lo mismo pero hay que encontrar el valor para fen la primera no hay ningún número en la segunda línea, pero en la segunda parte si que hay sabemos una parte de segunda línea.

SM dice: porque esta dividido en 2 partes, y la mitad será 10 . 20 entre 2 es 10 ... pues mira, la longitud de la línea vermella es aquesta no? Igual que aquest? I aquesta esta dividida en partes

28
 20
 $3 \times f = 36$
 $2 \cdot 3 = 6$

En la segunda actividad algunos alumnos no recordaban que es una ecuación, por eso no podían escribirla, después de refrescar la definición de ecuación, muchos de ellos lograron realizar la

actividad, aunque algunos no pudieron contestar porque sus dificultades no eran solo entender la ecuación, sino la carencia de conocimientos previos de aritmetica.

- Tercera Actividad :

KA* dice: *es fácil de entender... lo hice paso por paso, como las preguntas... sumé los puntos de Paquistán en la primera y segunda parte, e hice lo mismo para Sri Lanka... también era fácil porque como yo sabia el puntaje total de cada país, podía ver quien ganó el partido y quien fue mejor en la primera parte.*

RI* dice: *porque es más fácil... En la primera parte tenia de escribir los puntos de cada partido de primera parte, dice los números en inglés three hundred and seventy-five de Paquistán and four hundred and eleven de Sri Lanka.*

ZA* dice: *si la he entendió a la primera vez... hay un partido entre Paquistán y Sri Lanka, el partido tiene dos partes, en la primera parte de la actividad tengo de calcular el total de cada equipo.*

SM dice: *¿solo había que sumar, no? Esta era la pregunta, ¿no? Después la segunda part (lee la actividad en catalán y le explica al entrevistador que tenia que hacer en catalán)... la primera part de Pakistan era 375 i la segunda era 380 da 755 i Sri Lanka 689 en total.*

3) En un partit entre el Pakistan i Sri Lanka; en la primera entrada Pakistan va fer 375 punts i en l'equip Sri Lanka fet 411. A la segona part del Pakistan va fer 380 i l'equip va fer Sri Lanka 278.

3.1) Escriure els marcadors per cadascú dels equips a la primera part, segona part i total.

Resposta: 24,44 *era un poco difícil*

3.2) Qui va guanyar el partit?

Resposta: Pakistan ✓

3.3) Si comparem la primera part: qui era el millor? Per que?

Resposta: Sri Lanka *porque va fer 411.* ✓

3.4) Escriure el resultat exacte pel qual l'equip va guanyar el partit.

Resposta: 755, i va guanyar Pakistan *porque en segona part va fer més.*

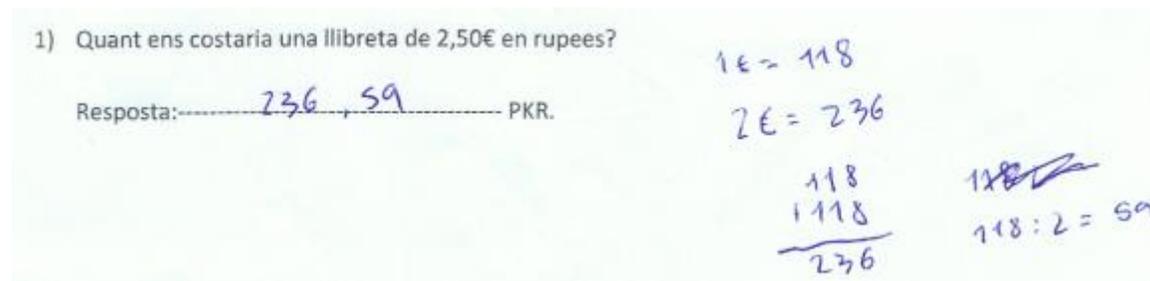
Català urdú altres quines?

Esta actividad fue contestada correctamente por la mayoría de los alumnos, porque corresponde a una actividad de operatoria en un contexto cotidiano, aunque en el último caso , se observa un problema

en la comprensión lectora. Podemos ver que la alumna sumo el puntaje de los dos equipos, aunque contestó bien finalmente.

- Cuarta actividad:

| |
|--|
| KA* dice: <i>si, entendí la actividad pero me tomé un tiempo para pensar en ella... en 2 cosas: una es la moneda de Paquistán y la otra son las fracciones.... primero separé el número entero de la fracción, luego hice el cálculo para cada parte y al final lo sumé</i> |
| RI* dice: <i>he hecho una división para calcular las rupees.</i> |
| ZA* dice: <i>tenia de calcular el precio del notebook (en inglés) en rupee Jama(suma en urdú) dos veces 118 dos euros son 236 y 50 cent son 59 rupees.</i> |
| SA dice: <i>un euro era 118 i he sumat aquest (pausa)...2 euros eren més que aquest, és a dir, 236 aquest és de 2, de 4 serà el doble de aquest, i després...espera, aquest era 2 euros ¿no? i la meitat de això serà...quant era?... la meitat, perquè són 50 céntims... era 59, he sumat 236+59=295.</i> |



En este caso, la alumna no hace bien la suma, porque considera que 59 corresponde a la parte decimal y lo escribe después de la coma, sin considerar que ya había realizado la conversión de unidades de las distintas monedas, y tenía que sumar directamente.

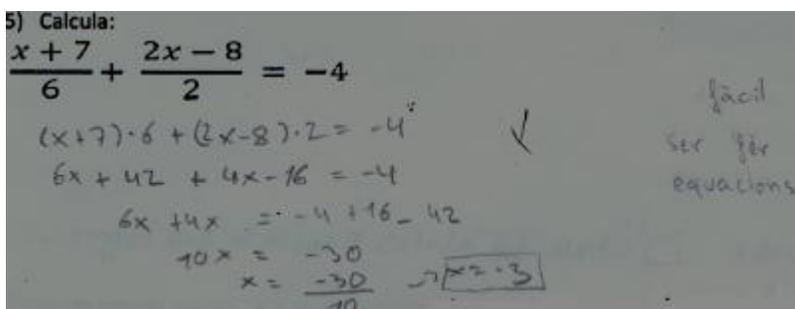
- Quinta actividad:

KA* *“si, entendi la actividad pero se necesita mucha fuerza para hacer... por eso la deje a la mitad, hay que hacer muchos cálculos y es difícil de lograr”.*

AI* *“es una actividad fácil de entender y hacer porque solo hay que hacer cálculos. Ha respondido, pero la actividad no es correcta”.*

SM *“primero hay que hacer MCM (mínimo común múltiplo) y después hay de hacer multiplicaciones y por último hay que sumar y restar. Ella dió parcialmente la respuesta correcta.*

ZE comenzo la actividad bien (cálculo el MCM) pero después dijo: “*este tipo de operaciones me cuesta hacerlas, pero lo he intentado*”.



En este caso, la alumna tiene errores conceptuales y no busca el MCM, por lo que su resultado es incorrecto.

En general los problemas en esta actividad son encontrar el MCM y realizar las operaciones adecuadas.

7.7.2 Categorización sobre el uso de la lengua

Durante las entrevistas y las resoluciones de las actividades propuestas han surgido los temas siguientes, que son concordantes con estudios previos (Reverter,2012):

1) Contradicción en el uso de la lengua

Durante la entrevista la lengua utilizada oralmente en la resolución de las actividades y la lengua por escrito en la casilla de las actividades no son siempre consistentes, a esto se le llama contradicción. Las respuestas durante la entrevista no siempre reflejan la misma opinión que el escrito de los alumnos durante la resolución de problemas. Clarkson (2007) explica que los estudiantes recuerdan los hechos hasta 48 horas después de realizar la prueba, y en nuestro caso las entrevistas se realizaron inmediatamente después de la resolución de las actividades. Veremos ejemplos que lo ilustran:

| Estudiante | Observaciones |
|--|---|
| <p>I: en la segunda parte has escrito Paquistán ¿me puedes explicar por qué has escrito eso?</p> <p>A: <i>look</i> (en inglés) porque cuando hacemos el total de los dos partes Paquistán tiene más puntos que Sri Lanka.</p> <p>I: me puedes decir cuántos puntos tiene Paquistán y</p> | <p>Este fragmento corresponde a la tercera actividad. La alumna explica el uso del catalán para resolver la actividad, sin embargo, dice el puntaje en urdú y cuenta en urdú. La alumna dice que ha hecho la suma de la primera y la tercera actividad en catalán, pero cuando el investigador le pidió que explicara, dijo que</p> |

| | |
|---|--|
| <p>Sri Lanka en la primera parte y la segunda parte y también los puntos de de los dos partes.</p> <p>A: (dijo el puntaje en urdú de los dos equipos)</p> <p>I: ¿en que lengua has hecho la suma?</p> <p>A: en catalán.</p> <p>I: pero ¿sabes sumar en urdú?</p> <p>A: si que lo se, antes siempre hacia las suma en urdú cuando recién llegué.</p> | <p>para la operatoria y los números utiliza urdú.</p> <p>Ella usa la palabra suma en urdú “JAMA” y los números en inglés, pero marco en la casilla de la lengua empleada que ha usado solo catalán.</p> |
| <p>I: ¿cuando usas catalán?.</p> <p>A: cuando estoy en el instituto y en la clase.</p> <p>I: pero en general, solo usas catalán, o usas otra lengua también?</p> <p>A : castellano con las amigas y urdú en casa y con las amigas.</p> <p>I: en todas las actividades has usado catalán?.</p> <p>A: si</p> | <p>Este fragmento corresponde a la parte general de la entrevista. Al ha explicado que ha hecho todas las actividades en catalán, cuando el investigador le preguntó como hizo la división en la cuarta actividad dijo que la ha hecho en castellano y utilizó la palabra “baraber” (igual) en urdú, en su explicacion durante la entrevista.</p> |
| <p>Z: me dan dos opciones y yo he escogido la segunda porque está mas cerca</p> <p>I: pero no has hecho ningún cálculo, tendrías que intentar hacer una regla de 3</p> <p>Z: 25,42</p> <p>I : y ahora si dividimos por 100</p> <p>Z :30</p> <p>I :si multiplicas por 9 y divides por 1000</p> <p>Z :27</p> <p>I ¿cual es mas cercana?</p> | <p>Este fragmento de entrevista corresponde a la cuarta actividad. ZE ha marcado la casilla el uso de catalán, pero en la entrevista sobre las multiplicaciones de la cuarta actividad lo explica en castellano.</p> <p>En la entrevista dice los números en inglés, pero marca el uso del catalán en la casilla de la lengua para la actividad.</p> |

| | |
|--|--|
| <p>Z la segunda</p> <p>I ¿en que lengua has hecho eso?</p> <p>Z en catalán</p> | |
|--|--|

2) Transparencia de la lengua

Ocurre cuando las personas no son concientes del uso de una lengua, pero la usan para ayudarse en la resolución de un problema (Setati 2008). Por ejemplo Al y Ze dicen oralmente y por escrito el uso exclusivo de catalán para la resolución de las actividades. Sin embargo, en diversos momentos en que encuentran obstáculos cognitivos, usan el urdú o el castellano para organizar sus ideas. La situación de Sa es aún más compleja, pues dice que la mayoría de las actividades las realiza en inglés (qué es la primera lengua de instrucción matemática, que recibio en Paquistán). Sin embargo, de acuerdo a las observaciones del investigador, utiliza urdú para pensar las matemáticas, esto no le genera contradicciones. La alumna RE usa otras lenguas para realizar los problemas, a continuación se muestra un ejemplo de su entrevista:

| |
|--|
| <p>I: vamos a la otra actividad (lee) el precio está en euros y la debemos pasar a rupees, que podemos hacer?</p> <p>R: es 236</p> <p>I: ¿ y por qué?</p> <p>R: porque 1 euro es 118 y 2 son 236</p> <p>I: aqui has puesto como sí la libreta costara 2 euros,y cuesta 2,5; ¿cómo lo has hecho?</p> <p>R: he sumado</p> <p>I :pero cuesta 2,5. ¿Como podríamos hacerlo?</p> <p>R: no se</p> <p>I: ¿cómo calculamos el valor de medio euro pero en rupees? Sí un caramelo vale 50 centimos, cuánto es en rupees?</p> <p>R: 50</p> |
|--|

I :¿como lo has calculado? (dibuja un gráfico para explicar), si son 2 euros se multiplica, y si es medio?

R :se divide

I : ¿cuánto es 118 dividido entre 2? Hazlo

R: hace la división con ayuda

R : 59

I aqui tienes lo que vale 2 euros en rupees (236), y aqui medio (59), ¿qué operación tienes que hacer ahora?

R: dividir

I :(hace un gráfico para explicar cuanto es 2,5 con sus equivalencias) que hacemos con todo esto para juntar? ¿Sumamos? ¿cuanto seria todo?

R (hace la suma) 295

I: muy bien, lo has hecho en el segundo intento!

I ¿en que lengua lo has hecho?

R las sumas en urdú

I:¿esta parte la ha hecho solo en urdú?.

R no, creo que he usado inglés también, pero ahora no me acuerdo que parte hice en inglés, por eso he anotado solo urdú, porque la mayoría del proceso fue en urdú

En este caso podemos observar que la alumna usa las dos lengua sin ser conciente, ella está en el aula oberta (de refuerzo), pero eligió hacer la entrevista en catalán, sin embargo después sin darse cuenta se mueve entre catalán y castellano. Durante la resolución de la cuarta actividad, cuando quiere calcular el valor de 2,50 € en rupees paquistaníes contó en ambas lenguas.

3) Code switching

Se refiere a la práctica de usar más de una lengua durante el curso de un episodio comunicativo (Moschkovich,2005). Algunos autores como Reverter (2012) hacen la distinción entre *code mixing* referido al uso de otra lengua sólo para una palabra, y *code switching* referido a un uso mas extenso de dos lenguas, en este estudio nos referimos a este fenómeno como *code switching*. En el aula de

clases usualmente se refiere a situaciones bilingües o multilingües (Setati & Adler, 2000), esto son prácticas que implican el uso de más de una lengua.

Code switching consiste en el cambio de lengua, ocurre durante la resolución de actividades, pero muchas veces los alumnos no dan los razones específicas del porque hacen eso. Planas y Civil (2010) citan otros trabajos que indican que la gente que hace *switch languages* no dan razones del porque lo hacen, o cuando las dan no son verdaderas. A continuación, damos algunos ejemplos.

| | |
|---|---|
| <p>S: era 775 en total, la pregunta es quina es la primera, y yo estaba pensando que es la segunda</p> <p>I: (leyó la pregunta otra vez, pausa)</p> <p>S: no, no es Sri Lanka, porque tiene 36 punts més que Paquistán.</p> <p>I : (leyó la pregunta cuarta, pausa)</p> <p>S: el resultat exacte és 755 ¿no? Va guanyar el partit. (cara de duda)</p> <p>I: si, si, está bien</p> <p>I:¿ por qué has anotado que está en inglés?</p> <p>S: porque cuando estaba contando, lo he hecho en inglés</p> | <p>En este caso la alumna atribuye el uso de inglés para contar los números, pero no explica precisamente porque usa el inglés. La única razón que dio al investigador es que aprendió los números en esa lengua cuando era pequeña, y sigue usándolos en diferentes contextos en la vida cotidiana.</p> |
| <p>R: he hecho 25 más dos (tercios) de "a" (la incógnita) igual a 105 y he multiplicado...</p> <p>I: ¿que operación has hecho?</p> <p>R:he restado 105-25 y me va a dar 80 .</p> <p>I : aqui has puesto que has hecho las operaciones en catalán pero ¿a veces las haces en otro idioma?</p> <p>R: algunas veces puede ser en castellano o en catalán.</p> <p>I: ¿que parte has hecho en catalán y que parte en castellano?</p> | <p>En este caso la alumna R dice que uso dos lenguas durante la resolución de la actividad, pero no precisa por que ha cambiado de una lengua a la otra. Le contó al investigador que antes de venir al Instituto ha aprendido el alfabeto y los números en castellano, por eso se siente más comoda al usar los números en castellano.</p> |

| | |
|--|--|
| R: he restado en catalán y en castellano no me acuerdo | |
|--|--|

4) Uso de L2 para contar y hacer las operaciones

Las alumnas Aly ZE son competentes en la segunda lengua y han aprendido las operaciones en esta lengua, usan L2 en sus resoluciones de problemas. Estas alumnas dicen que usan L2 porque están en el Instituto y estamos resolviendo actividades matemáticas en ese lugar.

I: ¿cómo has hecho la primera parte?

A: en esta parte sólo tengo que escribir los puntos de los dos equipos que me han dado en la actividad.

I: en la segunda parte has escrito Paquistán, ¿me puedes explicar por qué has escrito eso?

A: porque cuando hacemos el total de los dos partes Paquistán tiene más puntos que Sri Lanka.

I: me puedes decir cuántos puntos tiene Paquistán y Sri Lanka en la primera parte y la segunda parte y también los puntos de los dos partes.

A: (dijo el puntaje en urdú de los dos equipos)

I: ¿en qué lengua has hecho la suma?

A: en catalán.

I: pero ¿sabes la suma en urdú?

A: sí que lo sé, antes siempre hacía la suma en urdú cuando recién llegué.

I: entonces ahora no haces la suma en urdú.

A: casi no.

5) Uso de L1 para contar y hacer las operaciones:

Como señala Moskchovich (2005) hay alumnos que usan su primera lengua para hacer los cálculos (como divisiones, sumar, restar y multiplicar). Las alumnas RE, AI y SM dicen que usan su primera lengua cuando realizan las operaciones y cuentan en su primera lengua. La alumna SM dice que casi

siempre usa el inglés para hacer los cálculos y para contar las cosas. Para ella el inglés en este contexto es más familiar, lo consideramos L1 en matemáticas. A continuación ilustramos el ejemplo de SM:

I: en todas las actividades has anotado que usas inglés y urdú.

S: si porque siempre uso inglés para los cálculos.

I: pero en clase usan catalán.

S: si pero desde niña he aprendido los números y las operaciones en inglés y ahora también lo uso en casa cuando hablo de matemáticas con mi hermano y padres y escucho en la tele de Paquistán.

Ella le contó al investigador que le gustaría estudiar en inglés. Ella dice que siempre traduce los textos en su primera lengua porque está acostumbrada y se siente más cómoda en esta lengua, aunque entiende los problemas en la lengua de instrucción.

6) Uso de L2 para leer y traducir los contenidos a L1.

Los alumnos sólo usan L2 para leer las actividades o traducir a su primera lengua. Por ejemplo cuando RE y SA tienen que resolver actividades complejas, lo traducen a su primera lengua, porque están más cómodas y pueden pensar mejor en este registro.

Un ejemplo:

R: ha mi me cuestan las matemáticas y siempre uso urdú para hacer los cálculos.

I: entonces ¿no usas catalán?

R: si uso catalán normalmente, pero en las matemáticas casi no.

- **Uso de la lengua durante la resolución de las actividades matemáticas**

Del análisis de las entrevistas individuales al alumnado paquistaní, emergen diversos discursos que relatan el uso de las lenguas durante su actividad matemática, a continuación describimos las categorías en que hemos agrupado estos discursos, con ejemplos:

- **Uso de L1 para leer e interpretar datos**

AL dice que usa urdú, su L1, porque *“no entiende la lengua de las matemáticas de aquí, porque en Paquistán se enseña de otra manera. Cuando llegué, a veces me salían de boca los números en urdú. El profesor no entendía nada y los alumnos se reían de mi, por eso trato de usar más catalán que otro idioma. Para hacer las actividades matemáticas siempre pienso en urdú y también hago los cálculos en urdú pero a veces lo hago en catalán, cuando lo entiendo bien.”*

ZA: explica que *“ siempre hago la traducción al urdú, porque para mi es mas cómodo resolver y hacer los cálculos en urdú cuando es más difícil.”*

- **Uso de L1 para contar y realizar operaciones**

RA dice que ha hecho las actividades *“ en catalán y urdú, porque entendí en catalán y conte en urdú. Sume en urdú y lo otro en catalán”* Durante la entrevista, se observa que la alumna suma y resta en urdú, con la ayuda de las manos.

- **Uso de multilingüismo (L1, L2 y otras) en la realización de actividades matemáticas**

ZE explica la resolución de la tercera actividad *“en inglés y catalán, porque tengo que leer en catalán y los cálculos los hago en inglés”* Usa catalán en la clase, pero sí esta sola *“ lo resuelvo en inglés, o lo hablo en urdú con mi compañera, que sabe mi lengua”*, además usa castellano con los compañeros.

RI dice que normalmente hace la suma *“en inglés, porque para mi es más fácil”*. Para entender un problema, dice que *“siempre primero quiero resolver en catalán, pero cuando no entiendo pienso en urdú”*. Aunque nunca ha aprendido matemáticas en urdú, *“siempre pienso en urdú porque siempre con mi amigos y en casa hablo de matemáticas en urdú.”* No sabe las tablas y los signos en urdú porque *“en la clase, en casa y en los libros que tenía todos eran en inglés”*.

KA explica que para el *“es fácil entender el texto en catalán”* Sin embargo dice que *“usé inglés para hacer los cálculos y urdú para entender perfectamente la pregunta, una vez que estoy seguro que es correcto, entonces uso el inglés para calcular, pues desde niño aprendí a hacer los calculos en inglés”*.

Este cambio de lengua podría deberse a que los estudiantes han aprendido ciertos conceptos básicos en L1 o en inglés, les resulta más facil hacer los cálculos en esa lengua. También dicen que usan L1 para discutir y confirmar con compañeros que hablan su misma lengua.

- **Indicios sobre la resolución de actividades en la primera lengua.**

En la resolución de la prueba, muchos alumnos tuvieron dificultades en la primera actividad, pero muy pocos preguntaron por su significado. Durante la entrevista cuando los alumnos fueron preguntados, casi ninguno respondió correctamente. Después de la explicación del profesor muchos de los alumnos fueron capaces de responder correctamente. Estos resultados concuerdan con Barwell (2009) quien dice que después que el profesor explica la actividad, se abre una brecha para pensar más profundamente sobre ella. A continuación mostramos un par de ejemplos (SA, ZE, KA, RI y AI).

Hay que escribir la primera actividad

I: pero también has dejado a la mitad la primera actividad.

A: porque tampoco entiendo nada.

I: pero no entiendes el texto o no sabes que hay que hacer.

A: el texto no (lo entiendo), por eso he escrito los datos, pero no se como se hace.

I: ¿No entiendes como escribir los datos? (él le ayuda a escribir la ecuación y después la alumna resolvió la actividad correctamente.)

En el primer intento la alumna leyó la actividad y escribió los datos que entendió, y después la dejó inconclusa, durante la entrevista el investigador le dio algunas pistas sobre la actividad, con ellas la alumna fue capaz de escribir la ecuación y resolverla correctamente, la explicación se dio en la lengua de instrucción (catalán) y la alumna explica haber hecho la actividad en catalán.

Otro ejemplo

El investigador leyó el anunciado y le pregunta que hay que hacer.

R: no se que hay que hacer.

I: ¿que es lo que no entendiste?

R: no entiendo lo que me preguntas

I: vale vamos intentarlo los dos (cuando lo expliqué en su primera lengua y le dí unas pistas, lo entendió).

R: he hecho 25 más dos (tercios) de "a" (la incógnita) igual a 105 y he multiplicado...

I: ¿qué operación has hecho?

R: he restado 105-25 y me va a dar 80 .

En la prueba dejó la resolución de la actividad en blanco, cuando el investigador le preguntó por qué no respondió esta actividad, dijo que no lo entendía. Después el investigador le explicó la actividad en su lengua materna y le dio algunas pistas y finalmente entendió la actividad y contestó correctamente.

- **Influencia del contexto en el uso de la primera lengua.**

Cuando el investigador introdujo que él es del mismo origen que los estudiantes, eso también influyó positiva o negativamente en el uso de la primera lengua. Algunos estudiantes dicen que han usado su primera lengua en todas las actividades, pero en la entrevista, cuando se pregunta las razones y la confirmación sobre cuando han usado la primera lengua no dan una respuesta coherente.

7.8. Resumen

En este capítulo mostramos los resultados de la tercera etapa de esta investigación realizada con alumnos paquistaníes escolarizados en Cataluña de los cursos de 1º y 3º de la Secundaria.

En primer lugar investigamos las opiniones del profesorado catalán sobre la universalidad de las matemáticas y el multiculturalismo en su aula. En general, la mayoría del profesorado, considera que las matemáticas son universales, aunque les parece pertinente incluir aspectos históricos de las matemáticas de otras culturas para motivar al alumnado inmigrante. La mayoría de los profesores de Cataluña que han participado en este estudio, piensan que hay dos tipos de alumnado extranjero: uno que no tiene suficiente formación matemática y otros alumnos que tienen buena base de matemática pero desconocen la lengua, los dos tipos de alumnos son diferentes y necesitan diferentes estrategias de enseñanza.

En segundo lugar, estudiamos la percepción de los estudiantes paquistaníes sobre las matemáticas, y su integración en el sistema educativo catalán. A la mayoría de los alumnos les gusta ir al Instituto y se sienten integrados con sus compañeros. Las dificultades que ellos señalan en las clases de matemáticas son: la rapidez de la clase, base insuficiente -se menciona la división como una de las dificultades- y la lengua. Por otra parte dicen que la utilidad de las matemáticas son para trabajar, para la vida y para jugar. Respecto a la comparación sobre la dificultad del aprendizaje de las matemáticas en Paquistán y en Cataluña, podemos mencionar de forma amplia: los de la lengua y de la cultura. Respecto a los aspectos positivos se relacionan con: menos alumnos por clase (y por lo tanto más atención) y

metodologías participativas. Por otra parte, hemos encontrado que los factores sociales de apoyo familiar y educación de los padres están relacionados con su desempeño escolar en matemáticas.

En la tercera parte nos centramos en el aprendizaje matemático de estos estudiantes, sus dificultades y estrategias para la resolución de problemas matemáticos, sobre dos aspectos:

a) **Aspectos matemáticos:** El alumnado de 1º de Secundaria contestó un prueba de este estudio que consistía en 4 actividades matemáticas. La actividad simbólica (1) es de prioridad de operaciones y fue contestada correctamente por el 41% de alumnos, y el 12 % no contestó esta actividad. Este resultado nos indica que fue una actividad bastante ajustada al nivel de los alumnos, los que responden lo hacen parcialmente (una de las dos partes de la actividad la resuelven correctamente).

La actividad de texto (2) y fue la que presentó más dificultades, solo un 6% de alumnos contestó correctamente y parcialmente el 35 % de los alumnos. Hubo un 59% de alumnos que no contestaron esta actividad. Nosotros atribuimos a que es un problema que no se suele resolver en Paquistán y es por ello que pensamos que los alumnos tuvieron más dificultades. Son las llamadas dificultades de contexto (Rosich & López, 2013)

La actividad gráfica (3) fue contestada correctamente por la mayoría de alumnos. Esta actividad fue la que tuvo mayor número de respuestas correctas, debido a que se trata de la interpretación de gráficos, en un contexto de deporte (juego de césped, de cricket y de atletismo) que es conocido por los alumnos y además tiene un lenguaje visual.

La última actividad era un problema mixto (4), y consistía en el uso del lenguaje geométrico y visual, fue contestado correctamente por un 76%, lo que nos indica que fue en general bien comprendida por los alumnos; aunque no la contestaron una cuarta parte de los mismos.

El alumnado de 3º de Secundaria contestó un prueba de este estudio que consistió en 5 actividades matemáticas:

La actividad de texto (1) tuvo los peores resultados, la mayoría de los alumnos no contestó, o lo hizo incorrectamente; se trata de un problema de una ecuación de 1º grado planteado como problema de texto, con fracciones. Hubo problemas con la comprensión lectora y las operaciones con fracciones.

La actividad gráfica (2) era una ecuación de 1º grado que fue contestado correctamente por dos tercios del alumnado; muy pocos alumnos no contestaron o lo hicieron incorrectamente.

La actividad de texto (3) obtuvo los mejores resultados. Esta actividad requiere comprensión del texto y por otra parte operatoria de sumas que es una competencia que el alumnado tiene lograda.

La actividad mixta (4) fue contestada parcialmente correcta por la mayoría. Esta actividad corresponde a cambio de unidades y requiere comprensión lectora y operatoria. La mayoría de los alumnos mostró dificultades con los números decimales en ambas lenguas.

La actividad simbólica (5) es una ecuación con fracciones y sin texto, presentó resultados muy ajustados, pues no la contestó la mitad de los alumnos. Las dificultades corresponden al cálculo del mínimo común múltiplo que representa un obstáculo para el alumnado paquistaní, esto indica que el alumnado de nuestro estudio tiene dificultades para hacer operaciones con fracciones.

El alumnado de 3º de Secundaria, en la prueba de competencias matemáticas de la Generalidad, mostró las siguientes dificultades, desglosadas por años:

10 años: existen algunos alumnos que desconocen las figuras geométricas y otros presentan problemas al realizar divisiones, que corresponde a competencias que ya deberían haber adquirido de acuerdo a su edad, aunque hay un alto índice de respuestas adecuadas.

12 años: existe un grupo de estudiantes con problemas con las operaciones con fracciones, aunque son capaces de representarlas gráficamente de manera adecuada. Otras competencias que presentan dificultades es el trabajo con símbolos de unidades de medida, operaciones con decimales, potenciación y radicación simples y conocimiento de las figuras 3D.

14 años: los alumnos tienen muy pocos conocimientos de geometría (áreas, volúmenes) y álgebra (exponentes, radicales, divisibilidad, ecuaciones).

Podemos observar que los resultados de los niveles de 8 y 10 años son adecuados y en general logran las competencias demandadas para ese nivel. Sin embargo se observan resultados más pobres en el nivel 12 años y aún mucho menores en el nivel 14 años. El caso de la operatoria con multiplicaciones y divisiones tiene especial importancia.

b) Aspectos lingüísticos

Los estudiantes de 1º de Secundaria mostraron que realizan cambio de lengua durante la resolución de las actividades matemáticas. Las actividades simbólicas (1) y gráfica (3) reportaron menos cambios de lengua, y corresponde a habilidades que se ejercitan frecuentemente en una clase de matemáticas. En cambio, la actividad de texto (2) requería comprensión lectora y tuvo mayor porcentaje de fracaso, y los estudiantes intentaron resolverla usando su primera lengua. En la actividad mixta (4) donde hubo más uso de la primera y la segunda lengua, y muestra que en problemas más complejos, el alumnado utiliza su lengua materna con éxito.

Los estudiantes de 3º de Secundaria realizaron la prueba del estudio en dos versiones: catalán y urdú. Se obtuvieron resultados levemente superiores en la version en urdú.

Las competencias lingüísticas se evaluaron con las pruebas de catalán, urdú y castellano de la Generalidad. Todos los alumnos mostraron un alto grado de competencia en su lengua materna y el promedio fue 8,6. Respecto del desempeño en catalán, el resultado fue muy ajustado, pues si bien los alumnos se comunican en L2, tiene problemas con la gramática y la ortografía, lo que hace que el promedio de la prueba de catalán fuera 4,4 y de castellano 4,1

Durante las entrevistas, constatamos que se realiza *code switching* frecuentemente, así como contradicción en el uso de la lengua, transparencia de la L1, y usos diversos de L1 y L2 para leer el texto, traducir y hacer las operaciones.

c) Relacion entre uso de la lengua y desempeño matemático

Emergieron 4 perfiles de estudiantes: Recién llegados, bilingües con motivacion, L1 dominante en inglés y bilingües sin motivación. Los alumnos que son competentes en más de una lengua tienen

mejores resultados en matemáticas, de este modo los alumnos bilingües que están motivados muestran un buen desempeño matemático. Por su parte, el haber estado escolarizado en otra lengua diferente (inglés) es un factor que ayuda a los alumnos respecto de los monolingües. Los peores resultados son del grupo de llegada reciente que no es competente en L2.

CAPÍTULO 8

Taller de Resolución de Problemas

8.1. Introducción

8.2. Diseño y objetivos del taller

8.3. Cuestiones metodológicas del taller

8.3.1. Metodología empleada

8.3.2. Participantes del taller

8.3.3. Cuestiones de género

8. 4. Resultados del taller

8.4.1. Interacción por parejas de la resolución de problemas

8.4.2. Resultados de la evaluación por competencias por caso individual

8.4.3. Resultados del uso de las distintas lenguas por pruebas y alumnas

8.4.4. Evaluación por competencias

8.5. Resumen

8.1. Introducción

Del trabajo realizado previamente, constatamos la necesidad de realizar un taller, para permitir la interacción del alumnado paquistaní de modo cooperativo resolviendo problemas de tipo algebraico (ecuaciones matemáticas). Entendemos las matemáticas como una construcción social y cultural, por lo que la inclusión del bilingüismo en las aulas, enriquece la visión de la educación ampliando las perspectivas de aprendizaje. Compartimos una visión didáctica de la matemática que favorece la metacognición y el protagonismo de las personas participantes en su propio aprendizaje. La reflexión y regulación en una comunidad de aprendizaje de su propia práctica diaria, puede ser de gran utilidad en la transferencia al programa docente y de la integración de alumnado paquistaní a las aulas del sistema educativo catalán. Por esto, el trabajo entre pares, nos proporciona un espacio privilegiado para apoyar al alumnado “*nouvingut*” (migrado).

8.2. Diseño y objetivos del taller

Para el diseño de este taller, nos basamos en las directrices de la Generalitat de Catalunya (2013), respecto de la resolución de problemas, en que se definen las siguientes 4 competencias:

Dimensión de resolución de problemas

Competencia 1. Traducir un problema a lenguaje matemático a una representación matemática utilizando variables, símbolos, diagramas y modelos adecuados.

Competencia 2. Emplear conceptos, instrumentos y estrategias matemáticas para resolver problemas.

Competencia 3. Mantener una actitud de investigación frente a un problema ensayando diversas estrategias.

Competencia 4 generar preguntas de carácter matemático y plantear problemas.

Objetivos del taller

Los objetivos que nos propusimos al diseñar el taller fueron:

- 2.1- Promover la reflexión del alumnado sobre la propia práctica, a partir de generar dudas y compartir estrategias e instrumentos, incorporando una práctica bilingüe.
- 2.2- Potenciar el trabajo cooperativo en la resolución de problemas.
- 2.3- Utilizar un lenguaje para una buena argumentación matemática y una gestión de aula no sexista.
- 2.4- Fomentar la metacognición del alumnado, mediante preguntas que potencien un aprendizaje socioconstructivista.

El taller, por su extensión, sólo se centró en el desarrollo de las dos primeras competencias matemáticas:

Competencia 1. Traducir un problema a lenguaje matemático a una representación matemática utilizando variables, símbolos, diagramas y modelos adecuados, y

Competencia 2. Emplear conceptos, instrumentos y estrategias matemáticas para resolver problemas.

No fue posible abarcar el desarrollo de las competencias 3 y 4, puesto que hubiera requerido mucho más tiempo del que tuvimos disponible.

Evaluamos 3 niveles en la consecución de las competencias;

- ✓ Para la Competencia 1

Nivel 1: Entiende el significado de vocabulario, las expresiones, las cantidades y las unidades de medida que aparecen en el enunciado.

Nivel 2: Selecciona la parte más relevante de la información.

Nivel 3: Entiende bien el enunciado del texto y las representaciones implicadas

✓ Para la Competencia 2

Nivel 1: Entiende el signado de vocabulario, las expresiones, las cantidades y las unidades de medida que aparecen en el enunciado

Nivel 2: Selecciona la parte más relevante de la información

Nivel 3: Entiende bien el enunciado del texto y las representaciones implicadas

8.3. Cuestiones metodológicas del taller

En este apartado describimos el calendario de la sesiones, la metodología utilizada, los participantes del estudio, y por último aspectos relativos al género.

8.3.1. Metodología empleada

La realización del trabajo de campo se llevó a cabo durante los meses de febrero a marzo del 2014. En total realizamos 12 sesiones, de las cuales 8 sesiones fueron de 30 min y 4 sesiones de 90 min, nos adaptamos a la disponibilidad de tiempo del alumnado. Las participantes son 4 chicas de 3º de Secundaria. La planificación y el calendario se muestran a continuación:

| Fecha | Mañana | Tarde | Tema | Duración |
|------------|--------|-------|--|------------------|
| 12/02/2014 | | X | Introducción a las ecuaciones | Una hora y media |
| 13/02/2014 | X | | Expresiones algebraicas | Media hora |
| 14/02/2014 | X | | Explicación de expresiones | Media hora |
| 17/02/2014 | X | | Fracciones | Media hora |
| 18/02/2014 | X | | Discusión sobre la fracciones | Media hora |
| 19/02/2014 | X | | Escribir ecuaciones a partir de textos | Media hora |
| 20/02/2014 | X | | Escribir ecuaciones a partir de textos | Media hora |

| | | | | |
|-------------|---|---|---|-----------------------------|
| 24/02/2014 | X | | Ecuaciones en el contexto de la vida cotidiana | Media hora |
| 25/02/2014 | X | X | Discusión sobre la ecuación y sus aplicación en la vida cotidiana | Una hora y media cada uno |
| 26/02/2014 | X | | Extraer datos de problemas de texto | Media hora |
| 27/02/2014 | X | | Extraer datos de problemas de texto | Media hora |
| 4/03/2014 | X | | Actividades en parejas | Una hora y media |
| 11/03/2014 | X | | Actividades de evaluación individual | Una hora y media |
| 25/03/ 2014 | X | | Evaluación del taller por parte de las alumnas | Media hora |
| | | | | Doce horas y media en total |

Tabla 8.1. Sesiones de clases realizadas del taller

- 1) Durante la primera sesión el investigador presentó el objetivo y tema del taller: concepto de ecuación y procedimientos de resolución. Hubo un espacio para las presentaciones personales y la relación de cada una de las personas participantes con las matemáticas
- 2) En la segunda sesión se pasó una prueba diagnóstica que constaba de tres actividades.
- 3) En la tercera sesión realizamos una discusión sobre las actividades de la sesión anterior, cada alumna había que explicar al grupo como ha resuelto la actividad.
- 4) Durante la cuarta sesión realizamos ejercicios procedimentales de operaciones con fracciones debido a que en la sesión anterior habíamos detectado que las participantes tenían problemas con las divisiones y fracciones.
- 5) Durante la quinta sesión cada alumna tenía que explicar su resolución a su compañera y hubo una discusión sobre las resoluciones de las participantes.

- 6) Durante la sexta sesión realizaron actividades de resolución de problemas con ecuaciones que tenían que hacer en pareja.
- 7) Durante la séptima sesión cada pareja tenía que explicar su resolución a la otra pareja.
- 8) Durante la octava sesión, la primera parte se continuó con la sesión anterior. Se siguió con la resolución de problemas.
- 9) Durante la novena sesión presentamos nuevos problemas que incluían operaciones con fracciones tratados anteriormente, se insistió sobre estas actividades para aclarar las dudas de las estudiantes.
- 10) Durante la decima sesión se discutieron las estrategias del alumnado durante la resolución de actividades, con mas ejemplos de la vida cotidiana.
- 11) Durante la decima primera parte de la sesión se realizó una prueba con actividades de evaluación del taller que habían de resolver individualmente.
- 12) Durante la decima segunda parte de la sesión, se realizó una prueba con actividades del taller que habían de resolver en parejas
- 13) Durante la decima tercera sesión ellas han presentado sus logros a sus compañeras y también han realizado los cuestionarios de identificación del alumnado, asi como se revisó la prueba de evaluación con las alumnas.

La metodología se describe en detalle en el capítulo 5 de este trabajo.

8.3.2. Participantes del taller

La descripción de cada una de las 4 participantes del taller, que configura la muestra de esta fase de la investigación, está detallada en el capítulo de Metodología. Una tabla resumen se muestra a continuación:

| Alumna | Lugar de nacimiento | Edad | Edad migración | Tiempo en Cataluña | Familia | Educación padres | Lengua de casa |
|--------|---------------------|------|----------------|--------------------|-------------------|------------------|-----------------|
| Ze | Paquistán | 15 | 5,5 años | 9,5 años | Padres 5 hijos | primaria | Punjabi urdú |
| Ai | Paquistán | 15 | 6,5 años | 8,5 años | Padres 4 hijos | secundaria | Punjabi urdú |

| | | | | | | | |
|----|-----------|----|----------|----------|-------------------|--------------|-----------------|
| Sa | Paquistán | 15 | 8,5 años | 6,5 años | Padres 5 hijos | bachillerato | Punjabi urdú |
| Ra | Paquistán | 15 | 10 años | 5 años | Padres 6 hijos | primaria | Pahari urdú |

Tabla 8.2. Identificación de las alumnas que realizaron el taller

8.3.3. Cuestiones de género

En la investigación hemos detectado que las chicas paquistaníes no se sienten cómodas al trabajar juntas con chicos paquistaníes varones. En muchos casos se pasaron las pruebas por separado, porque no querían estar en el mismo espacio donde se encontraban los chicos. En ausencia de los chicos, las chicas daban abundante de información sobre la resolución de problemas, y cuando había chicos se inhibían. Eso lo observamos durante las dos primeras sesiones del taller que contaron con dos chicos y cuatro chicas, las chicas participaban muy poco, por lo que decidimos hablar con ellas por separado. Nos plantearon que no querían que los chicos participaran en el taller. Al mismo tiempo, los dos alumnos decidieron no continuar en el taller, por lo que el grupo se redujo a las cuatro chicas, esto generó que el ambiente del taller cambiara totalmente.

Durante el transcurso del taller, nos dimos cuenta que las alumnas al ser del mismo país, conocen las dificultades de las lenguas y de las materias que cursan sus compañeras. Una chica, por ejemplo, leía la actividad en la lengua de instrucción pero la traducía directamente a su primera lengua para explicar a su compañera, y seguía hablando en la misma lengua durante la resolución. La pareja que explicaba a la otra compañera tenía claro en que lengua su compañera le entendía mejor y como mejorar la comunicación entre ellas.

En el taller habían dos profesores uno es hombre y otra mujer. Decidimos hacerlo de esta manera debido a que el investigador, en la fase anterior de la investigación, detectó la dificultad de participación de las chicas. Notamos que las chicas estaban más cercanas a la profesora que al profesor, aunque éste hablaba su primera lengua. Si encontraban alguna dificultad, en la mayoría de las ocasiones preguntaban a la profesora.

8. 4. Resultados del taller

A continuación mostramos los resultados generales del taller. En primer lugar se presentan los resultados de la interacción de la resolución actividades matemáticas y después se muestran los resultados por competencias de la evaluación final de cada alumna. Omitimos, por problemas de espacio, la información de la prueba diagnóstica y de las primeras sesiones, que sirvieron sobre todo para generar un clima de confianza, y detectar las dificultades de las alumnas. En términos generales, en la prueba diagnóstica se detectó errores al trabajar con fracciones, y dificultades con las multiplicaciones y divisiones. En base a eso, propusimos las actividades por parejas y la evaluación final.

8.4.1. Interacción por parejas de la resolución de problemas

Para estudiar la interacción entre alumnos durante la resolución de problemas, hemos utilizado como marco de referencia teórico y metodológico el trabajo de Cobo (1998). El autor define, siguiendo a Casamiglia, los conceptos de **intervención** como “aportación temática de un individuo al desarrollo de aquello que se habla y sobre lo que se dará información o se tomará posición”. Por otra parte, define **intercambio** en el marco de una acción-(re)acción, es decir, si al producirse una acción de un individuo A, ésta produce una reacción en el individuo B, y se encuentra una referencia implícita o explícita al contenido de la intervención de A.

Para Cobo, las **interacciones** son sucesiones de intercambios, y divide las mismas de acuerdo a las etapas que ocurren dentro de la resolución de problemas matemáticos por parte de una pareja.

De acuerdo a este autor, los intercambios pueden ser:

- a) **de tipo cooperativo**: si la intervención del individuo A modifica el contenido de la intervención del individuo B, ya sea introduciendo alguna información equivalente a la de B, aportando información nueva o complementaria.
- b) **de validación**: si se valida la intervención del otro individuo, se afirma lo mismo, o se repite su contenido
- c) **de tipo “pregunta respuesta”**: se produce cuando el individuo B se limita a responder una pregunta hecha por A.

Hemos agregado una nueva categoría, y llamamos

d) **de regulación:** si la intervención de un individuo tiene por función modular la interacción con otro, con expresiones como “lee, repite” en que no aportan argumentos, pero organizan las intervenciones

- **Metodología de recogida y reducción de los datos**

Se registraron las interacciones de dos parejas de alumnas: AI y ZE (duración 40,27 minutos) y RA y SA (duración 57:20 minutos). Esta sesión tuvo una duración de una hora y media y se realizó durante el mes de marzo de 2014. En la transcripción se consideró solamente los fragmentos referidos a la resolución matemática, pues la extensión total de la grabación incluía aspectos no relacionados, sino de carácter personal.

Se tomaron los episodios por actividades y se transcribieron los datos registrados en video y audio. A partir de los mismos se codificaron las interacciones de acuerdo a Cobo (1998). Por otra parte, se añadió una nueva variable, la de la lengua utilizada por los estudiantes (primera lengua, lengua de escolarización u otras) para incluir aspectos de bilingüismo en la resolución de problemas matemáticos que no están incluidos en los estudios de Cobo.

A continuación, se presentan las interacciones divididas por actividad. Hemos considerado interacción cooperativa * a las interacciones en las cuales se añade nueva información durante la resolución de problemas.

Actividad 1

“La suma de las edades de dos amigos es 44. Sabemos que uno de ellos es 2 años más grande que el otro. Averigua la edad de cada uno y explica como lo has hecho.”

▪ *Observaciones del investigador*

Las alumnas leen bien la actividad y entienden lo que hay que hacer, pero cuando tienen que escribir una ecuación, tienen dudas sobre como hacerlo. Están confundidas con el uso de las operaciones implicadas. Deben escribir una ecuación correcta y dialogan sobre la manera de hacerlo. Una de ellas, cuando ve que no tiene claro como hay que hacerlo, trata de resolverlo calculando mentalmente por aproximación, e intentando diferentes estrategias para resolver la actividad, en diálogo con la otra alumna.

Primero hace la división de 44 en dos partes (porque son dos amigos). Uno tiene dos años más que el otro, lo primero que hacen es restar dos años de la edad de un amigo y sumar a la edad del otro. Cuando hacen esto, se dan cuenta que la diferencia no es 2 años sino 4 años. Luego de este intento, una de ellas dice que uno tiene 20 años y el otro tiene 22 años pero la suma de dos no da 44. Luego intentan con 26 y 20 y restan 2 de 26 que les da 24, luego le suman al 20 al resultado que es 46 y ven que no puede ser. Están probando siempre con 2. Al final prueban con 1 a ver que pasa con la primera propuesta de 22 años cada uno. Restan 22 menos 1 y suman 1 al otro 22. Al sumar los dos, les da 44. Están alegres porque obtienen el resultado correcto, $21+23 = 44$ y la diferencia entre ellos es 2 años. Luego escriben la ecuación que anteriormente dudaban. En el diálogo una argumentaba más que la otra, pero cuando tuvieron clara la ecuación, la segunda alumna lo resolvió con lápiz y papel. Aquí vemos como la lengua les ayuda durante la resolución de la actividad, pues en el curso del diálogo que empezó en castellano, cambian a urdú cuando se encuentran con dificultades, para analizar el problema desde otra perspectiva.

| Nº | Tiempo | Acción | Registro lingüístico | Registro matemático | Observación | Tipo de intercambio |
|----|--------|---|----------------------|-------------------------------|--|---------------------|
| 1 | 00 | (Las dos estudiantes leen el problema por separado) | catalán | | Están muy concentradas en la actividad | |
| 2 | 1:25 | A: la suma seria igual a 44 | castellano | Extrae los datos | Comienza la alumna A | Cooperativa |
| 3 | | Z: entonces $X+2$ | castellano | Traduce a lenguaje algebraico | | Cooperativa* |
| 4 | 1:35 | A:Uno de ellos tiene 2 años mas que otro | castellano | Confirma los datos | | Cooperativa |
| 5 | 1:40 | Pausa | | | | |
| 6 | 1:45 | (Escriben en los datos que están en la actividad) | castellano | | Comienza a escribir la Alumna A | |
| 7 | 1:48 | A: $X + 2$ por X | castellano | Error conceptual | | Cooperativa* |
| 8 | 1:49 | Z: Aquí va un paréntesis, no? | castellano | Duda | | Pregunta respuesta |
| 9 | 1:51 | A:Por X o más X? no es lo mismo | castellano | Duda de operaciones | | Pregunta respuesta |
| 10 | 1:53 | Inaudible | castellano | | | |
| 11 | 2:15 | Z: Pero es por, no? | castellano | Duda de operaciones | | Pregunta respuesta |

| | | | | | | |
|----|------|---|------------|-------------------------------------|---|--------------------|
| 12 | 2:18 | A: Pues ya está! Hay que sumar 2, 2X | castellano | Confirmación de operación | | Cooperativa |
| 13 | 2:20 | 3X porque...(inaudible) | castellano | | | Cooperativo |
| 14 | 2:22 | Z:X por 2X | castellano | Confusión | | Cooperativo |
| 15 | 2:24 | A: Pero primero tenemos que hacer el paréntesis | castellano | Prioridades de operatoria | | Cooperativo* |
| 16 | 2:32 | Z: Esto por esto, y esto por esto | castellano | | | Cooperativo |
| 17 | 2:35 | Z: X por X es 2X | castellano | Error | | Cooperativo |
| 18 | 2:38 | A: Mas X..... Por 2 | castellano | Error | | Cooperativo* |
| 19 | 2:40 | A: Es X elevado a 2? | castellano | Confusión | | Pregunta respuesta |
| 20 | 2:41 | Z: No se, no creo | castellano | Duda | | Pregunta respuesta |
| 21 | 2:43 | A: X por 2, 2X | castellano | Confirmación | | Cooperativo |
| 22 | 2:45 | Z: Si sumas es X por 2, si multiplicas es X elevado a 2 | castellano | Confusión en operatoria | | Cooperativo* |
| 23 | 2:49 | A: Es 2 X elevado a 2 | castellano | Error | dice que si porque son dos cifras diferentes (se refiere a x y x ² no pueden sumar | Cooperativo |
| 24 | 2:54 | A: Se va, te da cero al final entonces | castellano | Argumenta | | Cooperativo* |
| 25 | 2:59 | Pausa | | | pensando | |
| 26 | 3:07 | A: Pero esto, no se puede escribir, porque son cifras diferentes...tiene que ser 2X | castellano | Argumenta sobre operatoria | | Cooperativo* |
| 27 | 3:12 | Z: Si multiplicas x por x es igual x elevado a 2 | castellano | Confusión de las reglas | repite el argumento de 2.45 | Cooperativo |
| 28 | 3:15 | A:Entonces que hacemos | castellano | | | Pregunta respuesta |
| 29 | 3:21 | Z: x ² y x ² | castellano | multiplica | | cooperativo |
| 30 | 3:28 | A: x y x son 2x ,no x ² | castellano | Confusión entre sumar y multiplicar | explica la diferencia entre multiplicar y | Cooperativo |

| | | | | | | |
|----|------|--|------------|-----------|--|--------------------|
| | | | | | sumar dos valores a Z | |
| 31 | 3:32 | Z:Aquí estas multiplicando | castellano | | | Cooperativo |
| 32 | 3:35 | A: También es x^2 | castellano | | | Cooperativo |
| 33 | 3:38 | Z: Aquí que estas haciendo? | castellano | | | Pregunta respuesta |
| 34 | 3:47 | A: X por X, x^2 , $2x$? | castellano | | | Cooperativo |
| 35 | 4:04 | Z: Si lo sumas es $2x$ | castellano | | | Cooperativo |
| 36 | 4:07 | A: Entonces es x^2 | castellano | | | Cooperativo |
| 37 | 4:11 | Z: Eso es lo que estoy diciendo | castellano | | | Cooperativo |
| 38 | 4:13 | Z:Si ponemos x elevado 2 y x elevado a 2 podemos sumar? no PAUSA | castellano | confusión | | Cooperativo |
| 39 | 4:15 | Z:Entonces, 2, son 44 | castellano | | | Cooperativo* |
| 40 | 4:17 | A:Pero no, porque uno tiene más! | castellano | | | Pregunta respuesta |
| 41 | 4:29 | Z:Entonces lo tenemos mal | castellano | | | cooperativo |
| 42 | 4:33 | A: Pero hemos hecho mas de este tipo en clase y son asi PAUSA | castellano | | | Cooperativo |
| 43 | 4:40 | A: Prueba tu, a ver | castellano | | | Regulacion |
| 44 | 4:47 | Z:Es X, tiene x | castellano | | está escribiendo | Pregunta respuesta |
| 45 | 4:51 | Z: +2, porque tiene 2 años más que el otro | Castellano | | | Cooperativo* |
| 46 | 4:56 | A:Y cuando da eso? | castellano | | | Pregunta repuesta |
| 47 | 5:02 | Z:Igual a 44 | Castellano | | | Cooperativo* |
| 48 | 5:09 | A: Pues ya está! | castellano | | | Validacion |
| 49 | 5:14 | A: X por $(X+2)=44$,lo que tenia yo | Castellano | | confunde la operación, pone multiplicación en vez de suma, pero lo escribe como suma | Pregunta respuesta |
| 50 | 5:23 | Z: Inaudible PAUSA | Castellano | | | |
| 51 | 5:33 | A: Lo estábamos haciendo mal (pausa) | castellano | | A y Z resuelven bien la actividad | Cooperativo |

| | | | | | | |
|----|-------|--|------------|--|--|--------------------|
| 52 | 5:40 | Z:Inaudible | urdú | | confirman la actividad en urdú | |
| 53 | 5:51 | A: Mira era mas fácil ya está! | Castellano | | | Cooperativo |
| 63 | 6.32 | Pausa | | | A Escribe la ecuación y la resuelve en papel | |
| 64 | 7:08 | A: 44 dividido por 2 es 22 y suma 2 es 24 | Castellano | | | Cooperativo * |
| 65 | 7:30 | A: ¿Pero es lo mismo, no ? | Castellano | | | Pregunta respuesta |
| 66 | 7:40 | A: ¿Por qué no? | Castellano | | | Pregunta respuesta |
| 67 | 7:50 | Pausa | | | Escribe | |
| 68 | 8:15 | A: Pero amiga, son iguales! | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 69 | 8:25 | Z: No mira 44-2 es así | Castellano | | | Cooperativo* |
| 70 | 8:45 | A: Te cuesta entender eso no | Castellano | | | Pregunta respuesta |
| 71 | 8:56 | Z:No | | | | Pregunta respuesta |
| 72 | 9:00 | Pausa | | | Piensan | |
| 73 | 9:15 | A: Dime que está malo aquí | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 74 | 9:28 | Z: Mira uno es 2 años mas pequeño que el otro, cuando uno tiene 26 el otro tendrá 24 y eso es 50 en total y aquí es 44 | Urdú | | Dicen todos los números en inglés. | Cooperativo * |
| 75 | 9:40 | Z: Cuando restamos 26 de 44 es 18 | Urdú | | Habla Z : Toda la discusión fue en urdú pero dicen los números en inglés | Cooperativo * |
| 76 | 9: 55 | Z: Y el otro amigo tiene 2 años menos que el primero | Urdú | | | Cooperativo * |
| 77 | 9:58 | Z: Y aquí no es | Urdú | | Toda la discusión fue en urdú pero dicen los números en inglés | Pregunta respuesta |

| | | | | | | |
|----|-------|--|--------|--|--|--------------------|
| 78 | 10:08 | A:No, uno tiene que tener 20 y el otro tiene que tener 22 | Urdú | | A dice 20 en urdú y 22 en inglés | Cooperativa |
| 79 | 10:13 | Z: Pero la suma de los dos es 42 | Urdú | | | Cooperativo* |
| 80 | 10:17 | Pausa | | | | |
| 81 | 10:40 | Z: Y creo que es 24 | Urdú | | | Cooperativo |
| 82 | 10:45 | A: Y la resta cuanto es | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 83 | 10:48 | Z: La resta | Urdú | | Cuenta con los dedos en inglés | Pregunta respuesta |
| 84 | 10:50 | Z: Es 21 | Inglés | | | Cooperativo * |
| 85 | 11:20 | Z: 24, 25, 26, 2744 | Inglés | | | Cooperativo |
| 86 | 11:38 | A: 21 | inglés | | confirma la repuesta de su colega | Validacion |
| 87 | 11:40 | Z: Mira es 20 no es 21 | Urdú | | cuenta con los dedos en inglés. | Cooperativa |
| 88 | 11:51 | A: Cuenta de 24 a 44 | Inglés | | para confirmar que esta bien | Cooperativa |
| 89 | 12:01 | A: Ah si estaba contando hasta 40 | Urdú | | dice el número en inglés | Cooperativa |
| 90 | 12:15 | A: Pero aquí han escrito que es 2 años mayor que el otro, pero lo que hicimos aquí la diferencia es 4 años no son 2 años | Urdú | | todo fue en urdú incluso los números | Cooperativa* |
| 91 | 12:21 | Pausa | | | | |
| 92 | 12:22 | Z: Pero cuando hacemos 22 años el otro tiene que tener 24 años porque tienen dos años diferencia | Urdú | | | Cooperativa |
| 93 | 12:26 | A: Pero también la suma es 46 y aquí son 44 | Urdú | | dijo la suma en castellano y los números en inglés | Cooperativa |
| 94 | 12:32 | Z: Si hacemos 22 años que los dos son iguales. el total es 44 años | Urdú | | dijo los números en inglés | Cooperativa* |
| 95 | 12:44 | A: El otros tiene dos años mas | Urdú | | | Cooperativa |

| | | | | | | |
|-----|-------|--|------|----------------|--|--------------------|
| 96 | 12:49 | Z: Uno tiene 22 años | Urdú | | dijo los números en inglés | Cooperativa |
| 97 | 12:52 | Pausa | | | | |
| 98 | 13:01 | Z: Mira he escrito aquí 21 | Urdú | | dijo los números en inglés | Cooperativa |
| 99 | 13:07 | A: De donde salió 21 | Urdú | | dijo los números en inglés | Pregunta respuesta |
| 100 | 13:14 | Z: Digamos que uno tiene 23 años | Urdú | | dijo los números en inglés | Cooperativa* |
| 101 | 13:21 | Pausa | | | | |
| 102 | 13:27 | Z: Vale digamos de los dos tiene 22 años | Urdú | | dijo los números en inglés | Cooperativa |
| 103 | 13:51 | Z: Uno 22 dejamos aquí y el otro le resta a 2 y el resultado es 20 "right" (en inglés) | Urdú | | dijo el número 2 en urdú y los otros números en inglés. | Cooperativa* |
| 104 | 13:53 | Z: La diferencia entre 24 y 20 es 4 años | Urdú | | dijo el número 4 en urdú y los otros números en inglés. | Cooperativa |
| 105 | 13:55 | A: Pero son 4 años | Urdú | | dijo el número en urdú | Pregunta respuesta |
| 106 | 13:57 | Z: Por eso estoy hablando | urdú | | | Pregunta respuesta |
| 107 | 13:59 | Z: y movemos los números entre 20 y 24 | Urdú | | dijo los números en inglés | Cooperativa* |
| 108 | 14:03 | A: No entiendo que estas haciendo | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 109 | 14:07 | Z: Espera | Urdú | | | |
| 110 | 14:10 | Pausa | | | | |
| 111 | 14:12 | Z: Un minuto | Urdú | | | Cooperativa |
| 112 | 14:14 | Z: Cuando uno de 22 (la suma de 22 dos veces es 44) | Urdú | | dijo el número 1 en urdú y los otros números en inglés. | Cooperativa |
| 113 | 14:20 | A: (interrumpe) | Urdú | | No le deja explicar | |
| 114 | 14:23 | A: si restas 2 de 22 y le sumas otros 22, y uno es 20 y el otro es 24 la diferencia es 4, no es 2! | urdú | Calculo mental | dijo el número 2 y 4 y la suma en urdú, otros números en inglés. | Cooperativa |

| | | | | | | |
|-----|-------|--|------|---------------------------------|--|--------------------|
| 115 | 14:29 | Inaudible | | | | |
| 116 | 14:33 | Pausa | | | | |
| 117 | 14.39 | Z:No, estoy pensando de otra manera | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 118 | 14:53 | Z:Resta 1 de 22 y añade a la 22, entonces un es 21 y el otro es 23 | Urdú | Cálculo mental | dijo el número 1 y la suma y resta en urdú, otros números en inglés. | Cooperativa* |
| 119 | 14:59 | Z:Y el total es 44 | Urdú | Hace la suma con la calculadora | dijo 44 en inglés | Cooperativa |
| 120 | 15:03 | A: Pues si tienes razón | Urdú | | | Cooperativa |
| 121 | 15:05 | Z: Lo hemos logrado | Urdú | | | Cooperativa |
| 122 | 15:07 | A:Ya está! | Urdú | | | Cooperativa |

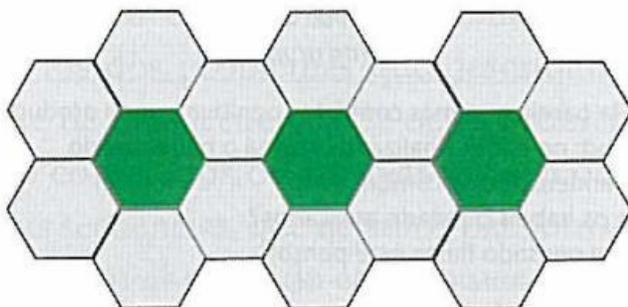
Tabla 8.3 Intervenciones en la resolución de la actividad 1

| | Cooperativos | Validación | Pregunta-Respuesta | Regulación | Inglés | Urdú | Castellano |
|--------|--------------|------------|--------------------|------------|--------|------|------------|
| AI- ZE | 27 | 2 | 15 | 1 | 2 | 13 | 30 |
| ZE- AI | 38 | 0 | 10 | 0 | 2 | 26 | 20 |

Tabla 8.4. Resumen de las interacciones y lengua de la actividad

Actividad 2

“El Ayuntamiento quiere ornamentar una plaza colocando jardineras hexagonales (verdes en el dibujo) envueltas de baldosas también hexagonales



- 1) *¿Cuántas baldosas se necesitan para las tres jardineras del dibujo? Explícalo*
- 2) *¿Cuántas baldosas serán necesarias para 7 jardineras? Explícalo*
- 3) *Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas se necesitan? Explícalo.”*

| Números | Tiempo | Acción | Registro lingüístico | Registro matemático | Observación | Tipo de intercambio |
|---------|--------|-----------------------------|----------------------|--------------------------------|-----------------------|---------------------|
| 1 | 15:13 | A: Lee la segunda actividad | Catalán | | A en voz alta | Regulacion |
| 2 | 15:21 | A: 1,2,3,.....15 | Urdú | A cuenta los hexágonos que hay | | Cooperativo * |
| 3 | 15:29 | Z: 1,2,3,.....14 | urdú | Z cuenta los hexágonos que hay | Z hace lo mismo que A | Cooperativo |
| 4 | 15:44 | A: 14 (choda, en urdú) | Urdú | | | Cooperativo |
| 5 | 15:46 | Pausa | | | | |

| | | | | | | |
|----|-------|--|------------|---|------------------|--------------------|
| 6 | 15:52 | A: Por que en la "picture" (inglés) lo han escrito así | urdú | | | Cooperativo* |
| 7 | 15:59 | A:Lee la pregunta otra vez | Catalán | | | |
| 8 | 16:07 | Pausa | | | | |
| 9 | 16:40 | Z: Cuatro | Urdú | Z cuenta los hexágonos que rodean un jardín | | Cooperativo* |
| 10 | 16:57 | Z En total son 16 | Urdú | | | Cooperativo* |
| 11 | 17:02 | A:¿Como son 16 ? | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 12 | 17:08 | Z: Mira 4 , 4 , 4 y el final 2 son 16 | Urdú | | | Cooperativo* |
| 13 | 17:10 | A: 14 por 4 | Castellano | | | Cooperativo |
| 14 | 17:14 | Z: Como 14 por 4 ? | Castellano | | | Pregunta respuesta |
| 15 | 17:19 | A: 1 necesita 14 | Castellano | | | Pregunta respuesta |
| 16 | 17:21 | A: Perdona 3 tienen 14 | Urdú | | A cambia al urdú | Cooperativo* |
| 17 | 17:25 | Z: Cuanto tiene 1 ? | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 18 | 17:27 | A: No se | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 19 | 17:31 | A: Si, es 14 | Castellano | | | Cooperativa |
| 20 | 17:39 | A: Cuantos tienen 3? | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 21 | 17:43 | A:Significa 14 más 14 más | urdú | | A los números | Cooperativo |

| | | | | | | |
|----|-------|---|------------|------|--|--------------------|
| | | 14 ¿Cuánto es? | | | en castellano | |
| 22 | 17:46 | Z: 4 + 4 +4 +2 (cuenta) | Urdú | Suma | Z dibuja para ver si que es correcto lo que hace | Cooperativa |
| 23 | 17:56 | A: Entonces para dos tenemos 14 mas 14 | Castellano | | | Cooperativa |
| 24 | 18:03 | Z: No estoy segura | Urdú | | | Cooperativa |
| 25 | 18:07 | Pausa | | | | |
| 26 | 18:16 | A: 28 y 14 mas son 32 | Castellano | | | Cooperativa* |
| 27 | 18:26 | Z: Lee la tercer parte | atalán | | | Regulación |
| 28 | 18:50 | Pausa | | | Discusión con la profesora | |
| 29 | 18:53 | A: Para uno necesitamos 6 | Urdú | | | Cooperativa |
| 30 | 19:23 | Z: Por no dice número aquí solo escribe n. | Urdú | | Z dijo n en cas | Cooperativa* |
| 31 | 19:27 | A: Si no sabemos el número y no se que hay que hacer | Urdú | | | Pregunta-respuesta |
| 32 | 19:30 | A: Creo que en lugar de n podemos poner cualquier número, no? | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 33 | 19:33 | Z: Yo también creo lo mismo | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 34 | 19:38 | Z:Para un jardinera necesitan 6 | urdú | | Z dijo los números en catalán | Cooperativa |

| | | | | | | |
|----|-------|---|---------|--|-------------------------------------|----------------------|
| 35 | 19:40 | Z: Para 6 necesitamos 32 | Catalán | | | Cooperativa |
| 36 | 19:49 | A: Para uno necesitamos 6 | Urdú | | A todo en urdú | Cooperativa |
| 37 | 19:51 | Z: Por aquí no han escrito el número | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 38 | 19:57 | A: Lee otra vez | Catalán | | | |
| 39 | 20:03 | A: Podemos poner cualquier número aquí | Urdú | | | Cooperativa |
| 40 | 20:13 | Z: Entonces ¿que hacemos? | urdú | | | Pregunta respuesta |
| 41 | 20:17 | Z: Cualquier número | Catalán | | Z repite la palabra | |
| 42 | 20:21 | Z: Que hacemos? lo que tu dices es que 1 necesita 6 | Urdú | | | Pregunta respuesta |
| 43 | 20:27 | Z: Y dibujamos 2 mas y vamos ver cuanto es | Urdú | | | Cooperativa * |
| 44 | 20:39 | | | | A dibuja | |
| 45 | 20:46 | A: Cuenta 15, 16, 17 18 ,19, 20, 21,22 | Urdú | | | Cooperativa |
| 46 | 20:51 | Z:¿Has contando bien? | Urdú | | Z dijo la palabra "count" en inglés | Pregunta respuesta |
| 47 | 20:57 | A: Si, no me crees | Urdú | | | (Auto) Validación |
| 48 | 21:05 | A: Creo que eso ya está | Urdú | | | Cooperativo |
| 49 | 21:13 | Z: Aun no entiendo bien | Urdú | | | Cooperativo |

| | | | | | | |
|----|-------|---------------------------------------|------|---|--|-------------|
| | | que significa “cualquier” | | | | |
| 50 | 21:17 | A: “Cualquier” | Urdú | | | Cooperativo |
| 51 | 21:22 | Z: Entonces hacemos hasta 2 y ya está | Urdú | | | Cooperativo |
| 52 | 21:28 | A: De acuerdo | Urdú | | | Validación |
| 53 | 21:31 | Z: Ya esta | Urdú | No consiguen hacer la abstraccion para un número “n” de jardineras. | | Validación |

Tabla 8.5 Intervenciones en la resolución de la actividad 2

| Alumna | Cooperativos | Validación | Pregunta-Respuesta | Catalán | Urdú | Castellano | Regulación |
|--------|--------------|------------|--------------------|---------|------|------------|------------|
| AI- ZE | 15 | 2 | 6 | 2 | 18 | 4 | 1 |
| ZE- AI | 12 | 1 | 7 | 3 | 17 | 1 | 1 |

Tabla 8.6. Resumen de las interacciones y lengua de la actividad 2

La primera parte de la pregunta la respondieron correctamente con la ayuda de la visualización del gráfico. La lengua también les ayudó a contar más rápidamente y a comunicarse, confirmando el resultado que han obtenido.

En la segunda parte de la pregunta demoraron en responder: en la primera parte estaban las dos de acuerdo con el resultado, entonces supusieron que como 3 jardines necesitan 14 baldosas entonces 7 jardines lo separaron en tres partes 3+3+1. Como 3 jardines necesitan 14 entonces calcularon $14+14+4 = 32$. El resultado les dio 32, porque el último tiene dos hexágonos junto al penúltimo. Aquí también el uso de la primera lengua les facilitó argumentar entre ellas, pero al final no consiguieron un resultado correcto, porque no entendieron la progresión.

En la tercera parte tenían dudas, porque no sabían que significa n, y hubo una discusión sobre n entre ellas; al final estaban de acuerdo que pueden suponer cualquier número y hacer la prueba,

eligieron 2 jardines. La riqueza de la lengua les permitió atribuir un valor de n arbitrario, pero finalmente no fueron capaces de responder la pregunta correctamente.

Actividad 3

Quan prepara una tassa de cafè, la Joana hi posa dues cullerades que contenen 6 grams de cafè cada una.



- 1) *Si compra el café en paquetes de 240 gramos, cuantas tazas de café puede preparar antes que se agote el paquete? Explícalo.*
- 2) *Cada paquete de 240 gramos cuesta 3,60 euros. Cuanto cuesta el café de cada taza? (Recuerda que le pone dos cucharadas) Explícalo”*

| Números | Tiempo | Acción | Lengua | Observación | Tipo de intercambio |
|---------|--------|---|---------|--|---------------------|
| 1 | 26:27 | (Lee la tercera actividad) | Urdú | Leen la actividad rápidamente | Regulación |
| 2 | 26:41 | A: 240 gramos | Urdú | | Cooperativo |
| 3 | 26:43 | A: Cuanto puede haber en una cuchara? | Urdú | (pero no explica por que solo en una cuchara, por eso la compañera no lo entiende) | Cooperativo* |
| | 26: 46 | Pausa | | | |
| 4 | 26:53 | A: En total son 240g | Urdú | | (auto)validación |
| 5 | 26:55 | Z: no se cuanto es | Urdú | | Cooperativo |
| 6 | 26: 59 | P: Tienen alguna duda? | | La profesora interviene | Pregunta respuesta |
| 7 | 27:05 | Z: Si, queremos calcular para un cuchara pero no sabemos como | Catalán | | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|--------|---|------------|--|--------------------|
| 8 | 27: 08 | P: lean la pregunta otra vez. | Catalán | | Regulación |
| 9 | 27: 13 | (Lean la pregunta otra vez) P: una taza tiene dos cucharadas y una cuchara tiene 6 g | Catalán | | Regulación |
| 10 | 27: 28 | A: yo estaba diciendo lo mismo | castellano | | Validación |
| 11 | 27: 34 | Z: que estabas diciendo tu? | Castellano | | Cooperativo |
| 12 | 27: 37 | A: Lo mismo que dijo la profesora | Urdú | | Validación |
| | 27: 43 | Pausa | | | |
| 13 | 28:46 | A: Aquí he escrito 2 cucharas tiene 6 gramos | Urdú | | Cooperativo |
| | 28:53 | Piensen, Pausa | | | |
| 14 | 28:56 | A: Son 12 | Urdú | Usa la suma de 6+6 en lápiz y papel | Cooperativo * |
| 15 | 28:58 | Z: Pero como son 12? | Urdú | | Pregunta respuesta |
| 16 | 29:01 | A: Mira dos cucharas tienen 6 gramos, y 2 por 6 son 12 | Urdú | A usó la calculadora para realizar la multiplicación. | Cooperativo |
| 17 | 29:04 | Z :Que rápido | Castellano | | Regulación |
| 18 | 29:11 | A: Y cuando dividimos 240 por 12 son 20 | Urdú | Dijo dividir en catalán. Z usó la calculadora y calculó. | Cooperativo * |

| | | | | | |
|----|--------|--|---------|--|--------------------|
| 19 | 29:16 | A :Ya está | Urdú | | Validación |
| 20 | 29:19 | Z :¿Cómo 12 por 20 son 240? | Catalán | usó la calculadora para hacer las multiplicaciones | Validación |
| 21 | 29:23 | Z :Y seguimos no? | Urdú | | Regulación |
| 22 | 29: 25 | A: Sí | Urdú | | Pregunta respuesta |
| 23 | 29:31 | (Leen la parte de la actividad) | catalán | Las dos estudiantes leyeron en voz alta. | Regulación |
| 24 | 29:33 | A : 360 euros | Catalán | | Cooperativo |
| 25 | 29:36 | Z: No, es 3,60 euros | Catalán | | Cooperativo |
| 26 | 29:38 | A: Leemos otra vez porque no entiendo que dice | Urdú | | Cooperativo |
| 27 | 29:40 | Z : Vale (OK) | Inglés | | Validación |
| 28 | 29:42 | Ah es difícil! | Urdú | Las dos estudiantes dicen lo mismo. | |
| | 29:46 | Pausa | | | |
| 29 | 29:57 | A :ahora tienes que pensar tu | Urdú | | Cooperativo |
| 30 | 30:00 | Z: ¿Qué tengo que pensar? | Urdú | | Cooperativo |
| 31 | 30:02 | Pausa, piensan | | Piensan los dos | |
| 32 | 30:16 | Z: ¿Qué tienen que ver los gramos con las tasas de café? | Urdú | | Pregunta respuesta |
| 33 | 30:27 | A : No pienses así, piensa que hay que | Urdú | | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|-------|---|------|-----------------------|--------------------|
| | | hacer | | | |
| 34 | 30:29 | Z : Vale | Urdú | | Validación |
| 35 | 30:31 | Z: Como en una tasa hay que poner dos cucharadas de café y dos cucharadas tienen 6 gramos | Urdú | | Cooperativo |
| 36 | 30:36 | A: Pero mejor primero calculamos para un gramo | Urdú | | Cooperativo |
| 37 | 30:39 | Z: No se cuanto es | Urdú | | Cooperativo |
| 38 | 30:41 | A: Vamos a calcular uno por uno cuanto sale, eso es mas fácil de hacer | Urdú | | Cooperativo |
| 39 | 30:49 | A:Tu no estás pensando! | Urdú | | Regulación |
| 40 | 30:51 | Z :No se como hay que comenzar | Urdú | | Cooperativo |
| 41 | 30:56 | A: Pero tenemos que hacerlo, por favor piensa | Urdú | | Regulación |
| 42 | 30:59 | Z: Te digo de verdad, no se como hay que hacerlo | Urdú | | Cooperativo |
| 43 | 31:04 | A: Vale, entonces en 2 cucharadas hay 6 gramos | Urdú | | Cooperativo |
| | 31:07 | Pausa | | | |
| 44 | 31:13 | A: 2 cucharadas tienen 6 gramos | Urdú | Repite la información | (Auto) Validación |
| 45 | 31:17 | A: Dime tu, ¿cuánto hay | Urdú | | Pregunta respuesta |

| | | | | | |
|----|-------|--|------------|------------------------------|---------------------|
| | | en un gramo? | | | |
| 46 | 31:23 | Z:¿ Cómo te puedo decir yo? | Urdú | | Pregunta- Respuesta |
| 47 | 31:25 | A: Piensa, tienes cabeza | Urdú | | Regulación |
| | 31:30 | Pausa | | | |
| 48 | 32:18 | A: No pienses en otra cosa, primero tenemos de calcular para 1 gramo | Urdú | | Cooperativo |
| 49 | 32:30 | A: Creo que mejor preguntamos a la profesora como lo hacemos | Urdú | | Regulación |
| 50 | 32:34 | Z: Lee la pregunta otra vez | Catalán | La profesora dijo que lean | Regulación |
| 51 | 32:42 | Z: Cada taza tiene dos cucharadas | Catalán | Profesora | Cooperativo |
| 52 | 32:47 | Una cucharada tiene 6 gramos, entonces cada tasa tiene ...12 gramos! | Catalán | profesora | Cooperativo |
| 53 | 32:49 | Z: Pero cada tasa tiene 6 gramos | Catalán | | Cooperativo |
| 54 | 32:51 | No, cada cucharada tiene 6 gramos | Catalán | profesora | Cooperativo |
| 55 | 32:52 | Ah! | | las dos alumnas mismo tiempo | Validación |
| 56 | 32:55 | A: Eso estaba diciendo yo | Castellano | | Validación |
| 57 | 32:57 | Z: ¿Qué me has | Castellano | | Pregunta respuesta |

| | | preguntado? | | | |
|----|-------|---|------------|-----------------------------|--------------------|
| 58 | 32:59 | A: ¿Cuánto tiene una? | castellano | | Cooperativo |
| 59 | 33:02 | A: 40 gramos | Castellano | | Cooperativo |
| 60 | 33:04 | P: ¿Por que dices 40? | Catalán | Profesora | Cooperativo |
| 61 | 33:06 | A: No se, dice así | Castellano | | Cooperativo |
| 62 | 33.11 | ¿Qué operación tenemos que hacer? | Castellano | Profesora | Cooperativo |
| 63 | 33:13 | Z: Dividir | Castellano | | Cooperativo |
| 64 | 33:15 | P: ¿Por qué? | Castellano | Profesora | Cooperativo |
| 65 | 33:17 | Z: Porque tenemos que calcular el total de tasas | Castellano | | Cooperativo |
| 66 | 33:20 | Z: 20 tasas | Castellano | usa calculadora | Cooperativo |
| 67 | 33:22 | A: ¿Porque no lo has hecho antes? | Urdú | | Pregunta-Respuesta |
| 68 | 33:40 | Z: Cada una tenemos que poner 12 | Urdú | | Cooperativo |
| 69 | 33:45 | A: Tu estas calculando gramos, aquí te pide el costo. | Urdú | | Cooperativo* |
| 70 | 33:48 | Z: Cuando hacemos la mitad de esto, | Urdú | dijo <i>half</i> en inglés | Cooperativo |
| 71 | 33:51 | A: Hay que calcular el costo | Urdú | | Cooperativo |
| | 33:51 | Pausa | | cada una lo hace en su hoja | |
| 72 | 33:59 | Z: Para 120 gramos se | Urdú | | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|-------|---|------|------------------------------------|--------------|
| | | necesita 1 euro y 80 céntimos. | | | |
| 73 | 34:10 | A: No tenemos que calcular para 120 tenemos que encontrar para 1. | Urdú | | Cooperativo |
| 74 | 34:40 | Z: Uno costará 18 céntimos | Urdú | estaba probando con la calculadora | Cooperativo* |
| 75 | 34:43 | A: Muy bien, lo has logrado | Urdú | | Validación |
| 76 | 34:45 | Z : Me costó mucho resolverlo | Urdú | | Validación |
| 77 | 34:47 | A: Pero esta bien! | Urdú | | Validación |
| 78 | 34:50 | Z: Por supuesto que está bien | Urdú | | Validación |

Tabla 8.7. Intervenciones en la resolución de la actividad 3

| alumnas | Cooperativos | Validación | Pregunta-Respuesta | Catalán | Urdú | Castellano | Ing | Regulación |
|---------|--------------|------------|--------------------|---------|------|------------|-----|------------|
| AI- ZE | 21 | 8 | 3 | 1 | 30 | 5 | 0 | 4 |
| ZE- AI | 18 | 6 | 4 | 6 | 19 | 5 | 1 | 3 |

Tabla 8.8. Resumen de las interacciones y lengua de la actividad 3

En esta actividad inicialmente entendieron que dos cucharas contienen 6 g de café y tratan de encontrar el valor para una cuchara, porque una taza contiene dos cucharas de café. Hubo una discusión entre ellas pero no estaban de acuerdo y decidieron preguntar a la profesora. La profesora les pidió que lean la pregunta otra vez y les preguntó que cuántas cucharas contiene una

taza de café, ellas le respondieron 2 cucharas, entonces una cuchara cuantos gramos contiene. Una alumna le respondió que eso no lo sabemos, la profesora explicó que eso esta en el texto de la pregunta, lo lee y dice que son 6 gramos, con esta pista las alumnas entienden la pregunta. La alumna A resolvió la actividad, lo que hizo primero fue sumar la cantidad de café $6+6$ de una taza y después trataron de encontrar con la calculadora un número que multiplicado por 12 le dió 240 gr. y al final tuvieron el resultado, pero lo hicieron por multiplicaciones aproximadas. La segunda parte de la actividad era difícil para ellas y se demoraron mucho hasta pedir ayuda a la profesora. Ella les explicó que sí ya tienen el total de tazas que pueden preparar con 240 gr., entonces les pregunta que operación tienen que hacer para calcular una taza: dividir o multiplicar. Después de explicarles esto las alumnas probaron con su calculadora el valor de una taza de café, la alumna A le dijo que hay de dividir porque en el comienzo de taller la profesora explicó que cuando queremos encontrar el valor de cada uno hay que dividir, y cuando queremos saber el valor de muchos hay que multiplicar. Después de esta conversación la alumna Z hizo la división con su calculadora. La mayor parte de la conversación fue en urdú. El uso de la primera lengua les ayudó a entender la actividad y el contexto, así como buscar una estrategia para resolver al actividad.

Actividad 4

ACTIVITAT 4: ANEM AL CAP NORD

Una família vol anar amb cotxe a Noruega. Pensen arribar al Cap Nord.

De Barcelona a Oslo, capital de Noruega, faran 2.400 km i des d'Oslo al Cap Nord faran 2.250 km.

A map of Europe showing a route from Barcelona, Spain, to Oslo, Norway, and then to Cap Nord, Norway. The route is marked with a line connecting the three cities. The map is in grayscale.

- 1) *Suponiendo que hasta Oslo hacen 600 km diarios de media y después hacia el Cabo Norte hacen unos 225 km diarios, ¿cuántos días se han de prever para hacer el viaje de ida de Barcelona al Cabo Norte? Explica como lo has hecho.*
- 2) *Desde Oslo al Cabo Norte, la familia supone que el coche consumirá 8 litros de gasolina cada 100 km (8 litros/100 km). ¿Cuántos litros de gasolina consumirá el coche en esta parte del viaje (2.250 km)? Explícalo.”*

| Número | Tiempo | Acción | Lengua | Observación | Tipo de intercambio (interacciones) |
|--------|--------|---|---------|--|-------------------------------------|
| 1 | 35:07 | Leyeron la actividad | Catalán | Cada una por separado y tardaron 47 segundos | Regulación |
| 2 | 35:54 | A: Yo no se | Urdú | | Cooperativo |
| 3 | 36:01 | Z: Lee la pregunta otra vez | Urdú | Z en voz alta | Regulación |
| 4 | 36:40 | Z: Mira, tenemos que hacer la distancia (total), de Oslo a Barcelona es 2250 Km | Urdú | Z dijo los números en inglés | Cooperativo* |
| 5 | 36:46 | Z: 6 km de aquí hasta aquí | Urdú | Z mostrando en la mapa de la actividad | Cooperativo* |
| 6 | 36:50 | A: ¿Cuántos kilómetros pueden hacer en un día? | Urdú | | Cooperativo |
| 7 | 36:55 | A: 600km diarios o 225km diarios | Urdú | A dijo los números en inglés | Cooperativo* |
| 8 | 37:02 | Z: Qué? | Urdú | | Pregunta respuesta |
| 9 | 37:07 | A: Eso que dice aquí | Urdú | | Cooperativo |
| 10 | 37:15 | Z: Un km necesita 15 minutos | Urdú | Z supone | Cooperativo* |
| 11 | 37:19 | A: Tu estas haciendo tus cálculos | Urdú | | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|--------|---------------------------------------|------------|--------------------------|--------------------|
| 12 | 37:21 | A: Aquí tenemos que hacer lo que pide | Urdú | | Cooperativo |
| 13 | 37:26 | Z: Entonces yo no se, hazlo tu | Urdú | | Pregunta respuesta |
| 14 | 37:31 | A: Déjame pensar | Urdú | | Cooperativo |
| 15 | 37:40 | A: 400 km y aquí abajo Oslo 600km | urdú | | Cooperativo* |
| 16 | 37:43 | Z: No, es 2400 km. lo has escrito mal | urdú | | Cooperativo* |
| 17 | 37:47 | A: Y aquí 2250 km | urdú | A ha dicho mal | Cooperativo* |
| 18 | 37:50 | Z: 2,250 km | urdú | Z corrigió el error de A | Cooperativo |
| 19 | 37:54 | A: Espera un minuto | Urdú | | Cooperativo |
| 20 | 38:04 | A: Lee la actividad otra vez | Catalán | | Regulación |
| 21 | 38:09 | A: Haz la división | Catalán | | Cooperativo* |
| 22 | 38:13 | Z: Cuanto por cuanto | Catalán | | Cooperativo |
| 23 | 38:28 | A: 2400 por 600 no no espera | Catalán | | Cooperativo* |
| 24 | 38: 32 | A: Haz la suma tres veces de 600 | Urdú | Dijo el número en inglés | Cooperativo* |
| 25 | 38:35 | Z: Son 1800 | Inglés | Usando su calculadora | Cooperativo* |
| 26 | 38:37 | A: Cuando probamos con uno mas | Urdú | | Cooperativo |
| 27 | 38:40 | Z: Si me da 2400 | castellano | | Validación |
| 28 | 38:43 | Z: Son 4 días | Catalán | | Validación |

| | | | | | |
|----|--------|-------------------------------------|------------|--|--------------------|
| 29 | 38: 45 | A: Entonces ahora es fácil el otro | Urdú | | Cooperativo |
| 30 | 38:48 | Z: Tenemos que hacer los mismo, no? | Urdú | | Pregunta respuesta |
| 31 | 38:49 | A: Si | Urdú | | Validación |
| 32 | 38:51 | A: 2,250 dividido por 225 | Catalán | | Cooperativo* |
| 33 | 38:55 | Z: Es 10 días | Castellano | | Cooperativo* |

Tabla 8.9. Intervenciones en la resolución de la actividad 4 A

| Alumnas | Cooperativos | Validación | Pregunta-Respuesta | Regulación | Catalán | Urdú | Castellano | Ing |
|---------|--------------|------------|--------------------|------------|---------|------|------------|-----|
| AI- ZE | 19 | 1 | 0 | 1 | 5 | 16 | 0 | 0 |
| ZE- AI | 9 | 2 | 3 | 2 | 3 | 10 | 2 | 1 |

Tabla 8.10. Resumen de las interacciones y lengua de la actividad 4 A

En la primera parte las alumnas leyeron la actividad y desde el comienzo empezaron la conversación en urdú sobre el mapa que tenían en la actividad. Hay que encontrar los días que piensan que tardarán de Barcelona a Oslo primero y luego desde Oslo a Cabo Norte. La alumna “A” le dice a la alumna “Z” que considera que ya ha aportado las pautas de resolución de los dos problemas anteriores por lo que ahora es el momento de que se ella la que realice este problema. Pero esta misma alumna se da cuenta de que transcurrido un tiempo le es casi imposible resolverlo. A partir de este momento empieza a darle pautas, a partir de los datos del enunciado : (Como sabemos los kilómetros de promedio que recorren en un día y han de recorrer 2400km. ¿Cuántos Km han de recorrer?) a partir de estos datos pueden saber el resultado. Ella misma “A” le propone que sumen primero los 600 km tres veces a ver que da y cuando se dan cuentan que este resultado es menor que 2400 Km, entonces deciden sumar otros 600 Km para obtener los 2400 Km. A partir de este resultado responden que tardaran 4 días. La alumna “Z” está tratando de encontrar el resultado con su calculadora para los días que faltan desde Oslo a Cap Nord. Ella hace la división de 2250 km entre 225 km y le da el valor 10. El resultado 10 días es mostrado su

calculadora a su compañera “A”. Cuando le explica el procedimiento que ha realizado las dos estaban de acuerdo con el resultado.

La segunda parte de actividad 4

| Números | Tiempo | Acción | Lengua | Observación | Tipo de intercambio (interacciones) |
|---------|--------|--|---------|-------------|-------------------------------------|
| 34 | 39:21 | Leen la actividad | Catalán | Leen juntas | |
| 35 | 39:26 | A:Z No entendemos nada | | Piden ayuda | Regulación |
| 36 | 39:26 | Lean la actividad otra vez | Catalán | Profesora | Cooperativo |
| 38 | 39:35 | En 100 km se gastan 8 litros | Catalán | Profesora | Cooperativo* |
| 39 | 39:38 | En total hay 2.250km | Catalán | Profesora | cooperativo |
| 40 | 39:43 | Que hay que hacer? | Catalán | Profesora | Pregunta respuesta |
| 41 | 39:47 | Z: Dividir | Catalán | | Cooperativo* |
| 42 | 39:50 | Z: Entonces dividimos 2.250 km por 100 | Catalán | | Cooperativo |
| 43 | 39:53 | Z: Es 22,5 | Catalán | | Cooperativo* |
| 44 | 39:58 | Z: Ahora que hacemos? | Urdú | | Pregunta respuesta |
| 45 | 40:03 | A: ¿Cómo? multiplicar 22,5 por 8 | Catalán | | Cooperativo * |
| 46 | 40:05 | A: Es 180 | Urdú | | Cooperativo* |
| 47 | 40:8 | A: Ya acabamos todo! | Catalán | | Validación |
| 48 | 40:10 | Z: Por fin | Urdú | | Validación |

| | | | | | |
|----|-------|---|------|--|-------------|
| 49 | 40:13 | A: Vamos a revisar desde el primero | Urdú | | Cooperativo |
| 50 | 40:15 | A: Abre la primera hoja | Urdú | | Cooperativo |
| 51 | 40:18 | A: Todos están bien pero no hicimos la tercera parte de segunda actividad | Urdú | | Cooperativo |
| 52 | 40:21 | A: Yo creo que está bien | Urdú | | Validación |
| 53 | 40:22 | Z: Ya devolvemos la hoja | Urdú | | cooperativo |
| 54 | 40:24 | A: Ya, estoy cansada | Urdú | | Validación |

Tabla 8.11. Intervenciones en la resolución de la actividad 4 B

| | Cooperativos | Validación | Pregunta-Respuesta | Regulación | Catalán | Urdú | Castellano | Ing |
|-------|--------------|------------|--------------------|------------|---------|------|------------|-----|
| AI-ZE | 5 | 3 | 0 | 1 | 3 | 6 | 0 | 0 |
| ZE-AI | 4 | 1 | 1 | 1 | 4 | 3 | 0 | 0 |

Tabla 8.12. Resumen de las interacciones y lengua de la actividad 4 B

En esta parte del problema las dos alumnas trataron de resolver la actividad pero no pudieron, entonces le pidieron ayuda a la profesora, quien les explicó que como sabemos que en 100 km se necesitan 8 litros, para 2250 km se ha de calcular cuantos litros se necesitan, y pregunta que hay que hacer para encontrar el valor y cuanto tenemos este valor que ¿hay que hacer, dividir o multiplicar?. Después de la conversación con la profesora la alumna Z dividió 2250 por 100 con su calculadora y cuando tuvo el valor la alumna Z le dice que este resultado ahora hay que multiplicarlo por 8 porque eso está explicado en la actividad. Aquí vemos que para las alumna está muy claro el uso de la lengua entre ellas y la profesora.

A continuación se presentan los resultados de la segunda Pareja: S y R

Actividad 1

“La suma de les edats de dos amics és 44. Sabem que un d'ells és 2 anys més gran que l'altre. Esbrina l'edat de cada un i explica com ho vas fer.”

| 1 | Tiempo | Acción | Lengua | Observaciones | Tipo de intercambio (interacciones) |
|----|--------|---|---------|--|-------------------------------------|
| 2 | 00 | (Las dos estudiantes leen la primera actividad por separado) | Catalán | R estaba nerviosa y por el contrario S tenía mucho ánimo | |
| 3 | 01:06 | R: Yo no entiendo nada | Urdú | | Pregunta respuesta |
| 4 | 01:08 | S: Vamos a leer otra vez | Urdú | | Cooperativo |
| 5 | 01:45 | S: La suma es 44, está bien | Urdú | S esta explicando a R | Cooperativo* |
| 6 | 01:53 | R: Bien | Urdú | R | Validación |
| 7 | 01:56 | S: Digamos que uno es x porque es lo que no sabemos y como el otro tiene dos años mas de el primero entonces es x+2 | Urdú | S lo explica todo en urdú pero cuando habla en registro matemático numérico, lo hace en inglés | Cooperativo* |
| 8 | 2:02 | R: ¿Por que es x+2 y el otro es x? | Urdú | R dice todo en urdú | Cooperativo* |
| 9 | 2:06 | S: No sabemos la edad de los dos pero si que sabemos que uno tiene 2 años más que el otro. | Urdú | S dice todo en urdú | Cooperativo |
| 10 | 2:18 | S: Por eso $x+x+2=44$ | Urdú | S habla en urdú pero cuando habla de x de +, de 2 y de 44 usa inglés | Cooperativo |
| 11 | 2:45 | R: ¿Por qué hay que sumar? | Urdú | R | Pregunta respuesta |
| 12 | 2:53 | S: Por que los dos juntos tienen 44 años | Urdú | S dijo el número en inglés | Cooperativo |
| 13 | 2:57 | S: Aquí es la suma y aquí también | Urdú | S dijo la suma en inglés | Cooperativo |
| 14 | 3:01 | S: (Riendo) mira te estoy explicando a ti y yo lo escribí mal | Urdú | S Borra lo que ha escrito mal antes | Validación |
| 15 | 3:05 | S: 44 dividido por 2 | Inglés | S | Cooperativo* |
| 16 | 3:07 | R: 46 | Inglés | R | Validación |
| 17 | 3:09 | S: ¡Tu estas loca! hay que | Urdú | S divide en inglés y suma | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|------|--|--------|--|--------------------|
| | | dividir, no hay que sumar | | en castellano | |
| 18 | 3:13 | S: Mira es fácil de hacer | Urdú | S easy en inglés | Cooperativo |
| 19 | 3:16 | S: Mira aquí | Urdú | S | Cooperativo |
| 20 | 3:18 | S: 20+20 | Inglés | S | Cooperativo* |
| 21 | 3:21 | S: Es igual que 40 | Inglés | S | Cooperativo* |
| 22 | 3:25 | S: Sumamos las dos xs | Urdú | S dijo sumar y x en inglés | Cooperativo |
| 23 | 3:27 | S: Son $2x+2=44$ | Urdú | La ecuación en inglés | Cooperativo |
| 24 | 3:34 | S: Cuando llevamos 2 al otro lado cambia el signo entonces $44-2$ | Urdú | S dijo las operatorias y los números en inglés | Cooperativo* |
| 25 | 3:37 | S: Es 42, correcto | Inglés | S Dijo 42 y right en inglés | Validación |
| 26 | 3:44 | S:Y después dividimos 42 por dos | Urdú | S dijo dividir , 42 y 2 en inglés | cooperativo |
| 27 | 3:46 | S: Entonces es 21 | Inglés | S | Cooperativo* |
| 28 | 3:49 | S: ¿Has entendido? | Urdú | S | Pregunta respuesta |
| 29 | 3:51 | R: Si | Urdú | R | Validación |
| 30 | 3:53 | S: Estoy haciéndolo para que tu lo entiendas | Urdú | S | Validación |
| 31 | 3:56 | S: Ahora tenemos que restar 44 a 21 | Urdú | S dijo restar , 44 y 21 en inglés | cooperativo |
| 32 | 3:58 | S: Es 23 | Inglés | S | Cooperativo* |
| 33 | 4:03 | S: Me puedes explicar como lo has hecho? | Urdú | S mira el folio de R | Pregunta respuesta |
| | 4:06 | Pausa | | | |
| 34 | 4:11 | R: He copiado de tu folio | Urdú | R | Regulación |
| 35 | 4:15 | S: Tienes que entender, no solo copiar | Urdú | S dice <i>copy</i> en inglés | Cooperativo |
| 36 | 4:19 | (Explica otra vez para que entienda) | Urdú | | |
| 37 | 4:25 | S: $X+X+2=44$ | Inglés | S | Cooperativo |
| 38 | 4:28 | S: ¿Has entendido, no? | Urdú | S | Pregunta respuesta |
| 49 | 4:32 | R: Si solo he copiado la ecuación, nada más | Urdú | R | Validacion |
| 40 | 4:37 | S: La ecuación es importante, es fácil de resolver cuando tienes la ecuación | Urdú | S | Cooperativo |
| 41 | 4:41 | S:Vale, me puedes explicar como puedo calcular el valor de X | Urdú | S | Cooperativo |
| | 4:52 | Piensa, pausa | | | |

| | | | | | |
|----|------|--|--------|---|--------------|
| 42 | 4:57 | S: Mira X tiene que ver con X y el número tiene que ver con el número. | Urdú | S | Cooperativo |
| | 5:30 | Pausa | | | |
| 43 | 5:40 | S: Explica con un ejemplo | Urdú | S le pregunta en cada paso que hay que hacer ahora | Cooperativo |
| 44 | 5:56 | R: Pero no entiendo como hay que sumar los X's que no tiene ningún valor (coeficiente) | Urdú | R | Cooperativo |
| 46 | 6:07 | S: Mira cuando no tiene nada (<i>coeficiente</i>) eso significa que es uno, entonces aquí tenemos $1+1$ son 2, por eso he escrito aquí | Urdú | S dijo los números y la suma en inglés | Cooperativo |
| 47 | 6:13 | S: El 2 va al otro lado y cambian de signo, entonces $44-2$ | Urdú | S dijo los números, <i>equal</i> , plus y <i>minus</i> en inglés | Cooperativo |
| 48 | 6:19 | S: Ahora necesitamos solo para un X, aquí tenemos $2X$ entonces ¿que tenemos que hacer aquí? | Urdú | S dijo X y $2X$ en inglés y pregunta la R que hay hacer para calcular el valor de X | Cooperativo |
| 49 | 6:25 | R: Si si pausa | inglés | R | Validacion |
| 50 | 6:38 | S: Hay que dividir | Urdú | S dijo dividir en inglés | Cooperativo |
| 51 | 6:43 | S: Para encontrar valor de X hay que dividir los dos lados por 2. | Urdú | S dijo dividir y 2 en inglés | Cooperativo |
| 52 | 6:48 | S: Cuando divides 2 por 2, la respuesta es 1 | Urdú | S usó la tabla de dos en inglés y R respondió también 1 en inglés | Cooperativo* |
| 53 | 6:51 | S: Y cuando dividimos 42 por 2 ¿cuanto es? | Urdú | S dijo 42, 2 y división en inglés | Cooperativo* |
| 54 | 6:56 | R: 42 (<i>dividido</i>) por 2 es 21 | Urdú | R Lo hace con su calculadora y dice los números en inglés y la división también | Cooperativo* |
| 55 | 6:59 | S: 21 es la edad de X | Urdú | S dijo número en inglés | cooperativo |
| 56 | 7:03 | S: Para encontrar la edad de $X+2$ ¿que hay que hacer? | Urdú | S dijo $x+2$ y X en inglés | cooperativo |

| | | | | | |
|----|------|--|--------|----------------------------------|--------------------|
| 57 | 7:08 | S: Entonces hay que restar 44-21 | Urdú | S dijo 21, 44 y restar en inglés | Cooperativo* |
| 58 | 7:12 | S: Entonces ¿cuanto es? | Urdú | S | Pregunta respuesta |
| 59 | 7:14 | R:23 | Inglés | R | cooperativo |
| 60 | 7:17 | S: Ahora tenemos los dos valores un de X y otro de X+2 | Urdú | S dijo x, x+2 en inglés | cooperativo |

Tabla 8.13. Intervenciones en la resolución de la actividad 1

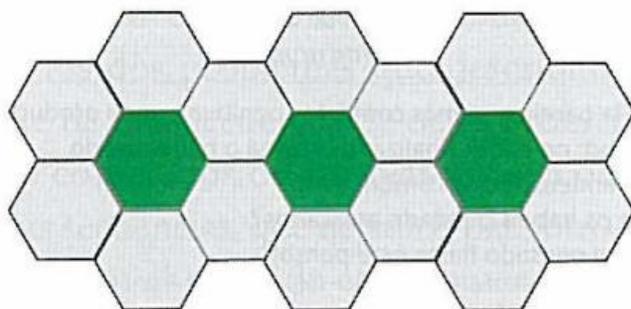
| | Cooperativos | Validación | Pregunta-Respuesta | Catalán | Urdú | Castellano | Ing |
|--------|--------------|------------|--------------------|---------|------|------------|-----|
| SM- RZ | 37 | 4 | 4 | 0 | 38 | 0 | 7 |
| RZ- SM | 5 | 5 | 2 | 0 | 4 | 0 | 3 |

Tabla 8.14. Resumen de las interacciones y lengua de la actividad 1

Esta pareja de dos alumnas, una con un bajo rendimiento que va a el aula abierta (de refuerzo) y la otra es una estudiante de rendimiento normal. En toda la discusión domina la alumna S. Las dos alumnas leyeron la actividad, la alumna S dice que en total tenemos 44 años de dos amigos y un amigo tiene 2 años más que el otro. Dice que suponemos que la edad del amigo se representa con X y como la del segundo amigo tiene dos años más que el primero entonces es 2+X. la edad de los dos amigos junto es $X+2+X=44$ Cuando resuelve la ecuación hace todos los cálculos en lápiz y papel. Para encontrar la edad de segundo amigo no usaron la ecuación que han escrito antes, solo restaron 21 de 44. La discusión entre las alumnas sobre esta actividad fue totalmente en urdú pero también han usado los registros matemáticos en inglés. Como se ve, para ellas es más fácil de entender las matemáticas en urdú y conversar sobre ellas en su lengua materna.

Actividad 2:

El Ayuntamiento quiere ornamentar una plaza colocando jardineras hexagonales (verdes en el dibujo) rodeadas de baldosas también hexagonales:



- 4) ¿Cuántas baldosas se necesitarán para las tres jardineras del dibujo? Explícalo
- 5) ¿Cuántas baldosas serán necesarias para 7 jardineras? Explícalo
- 6) Para un número cualquiera de n jardineras, ¿cuántas baldosas se necesitan? Explica.

| Número | Tiempo | Acción | Lengua | Observación | Tipo de intercambio (interacciones) |
|--------|--------|--------------------------------|---------|---------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 9:23 | S:Leen la actividad en la hoja | Catalán | Leyó la actividad S en voz alta | |
| 2 | 9:42 | S:Los verdes son jardines | Urdú | S dijo green garden en inglés | Cooperativo |
| 3 | 9:45 | S: ¿Cuánto son en total? | Urdú | S | Cooperativo |
| 4 | 9:48 | R: 1,2,3,4...14 | Inglés | R cuenta | Cooperativo |
| 5 | 9:51 | S:Y los verdes son 3 | Inglés | S | Cooperativo |
| 6 | 9:56 | S:Déjame a mi yo lo cuento | Urdú | S | Cooperativo |
| 7 | 9:58 | S:3 verdes | Inglés | S 3 y green en inglés | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|--------|--|--------|--|--------------------|
| 8 | 10:2 | S:1,2,3..5 | Inglés | S | Cooperativo |
| 9 | 10:6 | S:Pero hay dos que están ligados con otro | Urdú | S dijo 2 en inglés | Cooperativo |
| 10 | 10:11 | S:It is too difficult! No! | Inglés | S | Cooperativo |
| 11 | 10:13 | R:Entonces hacemos el (<i>problema</i>) de abajo | Urdú | R | Pregunta respuesta |
| 12 | 10:17 | S: Pero estos dos están relacionados, si no podemos hacer uno, no podemos hacer los otros. | Urdú | S | Cooperativo |
| 13 | 10:21 | S:Pero si que podemos hacer la primera parte | Urdú | S dijo first part en inglés | Cooperativo |
| 14 | 10:24 | S:Porque aquí te pregunta cuantas baldosas se necesitan para tres jardines | Urdú | S | Cooperativo |
| 15 | 10: 32 | S:Los tres jardines que están en el dibujo | Urdú | S: dijo green, 3 and picture en inglés | Cooperativo |
| 16 | 10:36 | R:Pero hay algunos que están juntos eso tenemos de contar dos veces | Urdú | R: dijo <i>count</i> y 2 en inglés | Cooperativo |
| 17 | 10:41 | S:Eso yo no se | Urdú | S | Cooperativo |
| 18 | 10:51 | Pausa, piensan | | | |
| 19 | 10:55 | S:Mejor le preguntamos a la profesora | Urdú | S | Regulación |
| 20 | 11:00 | S:Si porque yo tengo | Urdú | S dijo en inglés doubt | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|--------|--|---------|---|--------------------|
| | | dudas en eso | | | |
| 21 | 11:03 | (Pregunta a profesora) | Catalán | R | |
| 22 | 11:06 | P:solo hay que contar una vez | Catalán | Profesora | Cooperativo |
| 23 | 11:08 | R: Entonces 1,2,3,4,.....14 | Urdú | R contó los números en inglés | Cooperativo |
| 24 | 11:12 | S:Aquí es 14 | Urdú | S dijo el número en inglés | Cooperativo |
| 25 | 11:18 | S:La segunda parte dice que cuantos necesita para 7 jardines | urdú | Dijo los números en inglés | Cooperativo |
| 26 | 11:23 | S:Para 3 son 14 | Inglés | S contando todos por eso dice 14 | Cooperativo |
| 27 | 11: 27 | S:No se como hay que hacer eso | Urdú | S | Cooperativo |
| 28 | 11:31 | S:Falta solo eso ¿no? | Urdú | S pregunta a R | Pregunta respuesta |
| 29 | 11: 33 | R: Si | Inglés | R | Validación |
| 30 | 11: 38 | S:Pero eso es mas difícil, voy tratar otra vez | Urdú | S dijo difícil en inglés | Cooperativo |
| | 11: 43 | Pausa | | | |
| 31 | 16:36 | Pausa larga (hacen otras actividades) | | Decidieron que van hacerlo al final de todo | |
| 32 | 53:24 | S: Lee la pregunta otra vez | Catalán | S en voz alta | Regulación |
| 33 | 53:57 | S:Yo creo que son 28 | Urdú | S dijo en inglés 28 | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|--------|--|---------|-----------|--------------------|
| 34 | 54:04 | S: Mira son 4 veces 7 | Inglés | S | Cooperativo |
| 35 | 54:13 | S: $4+4+4+4+4+4+4 = 28$ | Inglés | S | Cooperativo |
| 36 | 54: 23 | S: La tercera parte no se que es n | Urdú | S | Cooperativo |
| 37 | 54: 41 | Pregunta a la profesora | Catalán | S | |
| 38 | 54: 47 | Que no entiendes? | Catalán | Profesora | Pregunta respuesta |
| 39 | 54: 53 | Para un jardín ¿cuántos necesitamos? | Catalán | Profesora | Pregunta respuesta |
| 40 | 54: 56 | No ha respuesta | | | |
| 41 | 54: 58 | Miren el dibujo, hay 6 (contando) 1,2,3,.....6 | Catalán | Profesora | Cooperativo |
| 42 | 55:05 | P:Y para dos ¿cuántos necesitamos? | Catalán | Profesora | Pregunta respuesta |
| 43 | 55:09 | No hay repuesta | | | |
| 44 | 55:13 | P: 4 mas | Catalán | Profesora | Cooperativo |
| 45 | 55:17 | P: Mejor hagamos una tabla | Catalán | Profesora | Cooperativo |
| 46 | 55:48 | (P Escribe en un lado los números 1,2,3 hasta 7 y otro lado los números de baldosas) | Catalán | Profesora | Cooperativo |
| 47 | 56: 12 | P: Para uno es 6 para dos es 6 mas 4 ¿cuanto es? | Catalán | Profesora | Pregunta respuesta |
| 48 | 56: 17 | R: 10 | Catalán | R | Cooperativo |
| 49 | 56:23 | P:Entonces para tres | Catalán | Profesora | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|--------|---------------------------------------|---------|--|--------------|
| | | 6+4+4 | | | |
| 50 | 56:26 | S: 14 | Catalán | S | Cooperativo |
| 51 | 56:31 | P:Hazlo hasta 7 | Catalán | Profesora | Cooperativo |
| 52 | 56: 39 | S:Para 4 son 18 | Inglés | S | Cooperativo |
| 53 | 56: 45 | S:Para 5 son 22 | Inglés | S | Cooperativo |
| 54 | 56:49 | S:Para 6 son 26 | Inglés | S | Cooperativo |
| 55 | 56: 57 | S:Para 7 son 30 | Inglés | S | Cooperativo |
| 56 | 57:04 | S:Ups en la segunda lo he escrito mal | Urdú | S | Cooperativo* |
| 57 | 57:13 | S:Es 30 no 28 | Inglés | S | Validación |
| 58 | 57:20 | S:No sé la fórmula | Urdú | S dice que no sabe como hay que escribir la formula y lo dejan ahí | Cooperativo |

Tabla 8.15. Intervenciones en la resolución de la actividad 2

| | Cooperativos | Validación | Pregunta-Respuesta | Catalán | Urdú | Castellano | Ing |
|--------|--------------|------------|--------------------|---------|------|------------|-----|
| SM- RZ | 30 | 1 | 1 | 1 | 19 | - | 12 |
| RZ- SM | 4 | 1 | 1 | 1 | 3 | - | 2 |

Tabla 8.16. Resumen de las interacciones y lengua de la actividad 2

Las dos alumnas leyeron la actividad y la alumna S dice a alumna R que esta actividad es muy complicada y tratan de entenderla, leen otra vez pero tampoco la entienden, entonces de momento deciden dejar la actividad y siguen con la siguiente. Cuando acaban todas las actividades vuelven a intentar hacerla otra vez, pero siguen sin entenderla. Preguntan a la profesora para pedir ayuda, después de la explicación de la profesora tienen un poco más claro que antes que han de hacer y responden a la primera parte de la actividad. En la segunda parte de actividad la

alumna S dice que los hexágonos que necesitan para un jardín son 4 y aquí tenemos que calcular para 7 jardines entonces hace la multiplicación 7 por 4 son 28 hexágonos en total. Dice que es muy difícil de responder la última parte de actividad. En esta actividad la conversación con la profesora fue en catalán, pero entre ellas en urdú, así como también la resolución de la actividad. El uso de la primera lengua posibilita la discusión sobre la dificultad de la actividad.

Actividad 3

Quan prepara una tassa de cafè, la Joana hi posa dues cullerades que contenen 6 grams de cafè cada una.



Si compra el cafè en paquets de 240 grams, quantes tasses de cafè pot preparar abans que s’esgoti el paquet? Explica-ho.

Cada paquet de 240 grams costa 3,60 euros. Quant costa el cafè de cada tassa? (Recorda que hi posa dues cullerades) Explica-ho

| Número | Tiempo | Acción | Lengua | Observación | Tipo de intercambio (interacciones) |
|--------|--------|--|---------|---|-------------------------------------|
| 1 | 17:40 | S: lee la actividad en voz alta | Catalán | S | |
| 2 | 17:48 | S:Un paquete tiene 240 gramos | Inglés | S dijo uno en urdú y lo demás en inglés | Cooperativo |
| 3 | 17:50 | S:Arriba en el texto dice que 2 cucharas tienen 6 gramos | Urdú | S dijo 2 y 6 en inglés | Cooperativo |
| 4 | 17:53 | S: Sorry! una cuchara tiene 6 gramos | Urdú | S dijo sorry y 6 gramos en inglés | Validación |
| 5 | 17:57 | S:Entonces 2 cucharas tiene 12 gramos | Urdú | S dijo los números en inglés | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|-------|---|------|--|--------------------|
| 6 | 18:01 | S:Y una taza tiene 2 cucharas de café y decir que una tasa tiene 12 gramos de cafe | Urdú | S dijo los números en inglés | Cooperativo |
| 7 | 18:07 | S:Ahora que sabemos un tasa tiene 12 gramos de café, entonces en 240 gramos ¿cuántas tasas podemos hacer? | Urdú | S dijo 12 y 240 gramos en inglés | Cooperativo |
| 8 | 18:11 | S: Tenemos que probar el número de tazas que se pueden hacer, por ejemplo 12 multiplicar por 4 | Urdú | S dijo 12 multiply 4 = 48 | Cooperativo |
| 9 | 18:17 | S:No, es poco. Hay que probar otro (número) 12 multiplicarlo por 12 igual 144 | Urdú | S dijo 12 multiply 12 = 144 | Cooperativo |
| 10 | 18:19 | S: Con 30 es 360 el resultado es más que 240 | Urdú | Usa su calculadora y dice los números y el registro matemático (división) en inglés. | Cooperativo |
| 11 | 18:22 | S: No es, también es poco, hay que probar otro | Urdú | S | Validación |
| 12 | 18:25 | R: ¿Qué estas haciendo? | Urdú | R | Pregunta respuesta |
| 13 | 18:29 | S: Estoy haciendo multiplicaciones | Urdú | S dijo multiplicar en castellano | Cooperativo |
| 14 | 18:31 | S:Mira una taza tiene 12 gramos | Urdú | S dijo look, cup, 12, grams en | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|----------------|---|---------|--|--------------------|
| | | | Inglés | inglés. Explicándole a R | |
| 15 | 18:38 | S: Ahora voy a probar, 12 multiplicado por 25 = 300 | Urdú | S dijo 12 multiply 25 = 300 en inglés | Cooperativo |
| 16 | 18:41 | S:Ah! No, eso es muy grande | Urdú | S hablando consigo misma | Validación |
| 17 | 18:46 | S:Ahora voy a multiplicar por 20, a ver que me da | Urdú | S dijo 20 en inglés y lo hizo en papel | Cooperativo |
| 18 | 18:53 | S:Mira 240 gramos | Urdú | S dijo 240 y grams en inglés y mostró a su colega | Cooperativo |
| 19 | 19:03 | S: (lee la segunda parte de actividad) | Catalán | S estaba leyendo en voz alta y R estaba escuchando | Regulación |
| 20 | 19:07 | R: ¿Qué has entendido? | Urdú | S pregunta a R | Pregunta respuesta |
| 21 | 19:11 | No responde | | | |
| 22 | 19:14 | S: Eso significa que no entiendes nada | Urdú | S | Cooperativo |
| 23 | 19:18 hasta 58 | (S explica a R el procedimiento) | Urdú | S | Copperativo |
| 24 | 20:20 | R: (Escribe lo que explicó su compañera) | | R | |
| 25 | 20:26 | S: (Lee la segunda parte otra vez) | Catalán | S | Regulación |

| | | | | | |
|----|--------|--|---------|---|-------------|
| 26 | 20:33 | S:Un paquete de 240 gramos cuesta 3,60 euros | Urdú | S dijo packet, 240 y 3,60 en inglés | Cooperativo |
| 27 | 20:42 | S:Y sabemos que con 240 gramos podemos hacer 20 tazas de café | Urdú | S dijo 240, 20 cups en inglés | Cooperativo |
| 28 | 20:46 | Pausa | | | |
| 29 | 23:11 | S:360 dividido por 240 = 1,5 | Inglés | S todo fue en inglés | Cooperativo |
| 30 | 23: 25 | S:Ups! que estoy haciendo! Lo siento | Urdú | S dijo sorry en inglés | Cooperativo |
| | 23:31 | Pausa | | | |
| 31 | 23:58 | S:Lee la pregunta otra vez | Catalán | S | Cooperativo |
| 32 | 24:10 | S:Traduce al urdú | Urdú | S Explica en urdú la pregunta a R | cooperativo |
| 33 | 24:23 | S:240 gramos cuestan 3,60 € y con 240 gramos podemos hacer 20 tazas | Inglés | S todo fue en inglés | Cooperativo |
| 34 | 24:25 | P: Tienen 20 tazas y el total es 3,60 € ¿Qué hay que hacer: dividir o multiplicar? | Catalán | Profesora | Cooperativo |
| 35 | 24: 29 | S:Dividir | Catalán | S | Cooperativo |
| 36 | 24:31 | P:Entonces hazlo | Catalán | Profesora | |
| 37 | 24:37 | S:Para calcular una taza hay que dividir 3,60 por 20 tazas | Urdú | S dijo cups, 20, 3,60 y dividir en inglés | Cooperativo |
| 38 | 24: 42 | S:0,18 | Inglés | S uso la calculadora para | Cooperativo |

| | | | | | |
|--|--|--|--|--------------------|--|
| | | | | hacer los cálculos | |
|--|--|--|--|--------------------|--|

Tabla 8.17. Intervenciones en la resolución de la actividad 3

| | Cooperativos | Validación | Pregunta-Respuesta | Catalán | Urdú | Castellano | Ing |
|--------|--------------|------------|--------------------|---------|------|------------|-----|
| SM- RZ | 26 | 3 | - | 2 | 22 | - | 5 |
| RZ- SM | - | - | 2 | - | 2 | - | - |

Tabla 8.18. Resumen de las interacciones y lengua de la actividad 3

Las alumnas consideraron esta actividad más fácil que la anterior, S la lee con confianza y entiende lo que tiene que hacer, escribe el total de café y después calcula la cantidad de café para una taza. Usa el cálculo mental en la multiplicación de 6 por 2. Luego le pide a su compañera que encuentren una cifra que de 240 g, porque ahora saben la cantidad de café que lleva una taza, entonces tienen que multiplicar 12 por una cifra, la alumna S está suponiendo las cifras y usa su calculadora para calcular los valores y sigue hasta que encuentra la cifra exacta. (Método por aproximación).

En la segunda parte la alumna S lee 3,60 euros como 360 sin el decimal y lo divide por 140 y la respuesta es 1,5 entonces primero multiplica 1,5 por 20 y cuando ve el resultado: 30, dice eso no puede ser, y prueba con 12, como el resultado es 18 también niega este resultado. Dice como es difícil, lo hará más tarde. Después tampoco entienden que hay que hacer y piden ayuda a la profesora. La profesora les pregunta por el total de tazas y el total del precio de los 240 g y les pregunta que operación hay que hacer. La alumna S dice que hay que dividir, piensa un rato y responde que son 3,60 euros no 360, entonces hacemos la división. Usa su calculadora para dividir 3,60 entre 20 porque quiere saber el valor de una taza. El resultado es 0,18 céntimos. Ellas aquí también usan su primera lengua para la discusión y para la resolución de la actividad, pero entienden la actividad en catalán. El uso de registro matemático en inglés se ve claramente en su conversación, referida a las operaciones y números.

Actividad 4

ACTIVITAT 4: ANEM AL CAP NORD

Una família vol anar amb cotxe a Noruega. Pensen arribar al Cap Nord.

De Barcelona a Oslo, capital de Noruega, faran 2.400 km i des d'Oslo al Cap Nord faran 2.250 km.



- 3) Suponiendo que hasta Oslo hacen 600 km diarios de media y que después hasta el Cabo Norte hacen 225 km diarios, ¿cuántos días deben prever para hacer el viaje de ida de Barcelona al Cabo Norte? Explica como la has hecho.

- 4) Desde Oslo al Cabo Norte la familia supone que el coche consumirá 8 litros de gasolina cada 100 km (8 litros/100 km). ¿Cuántos litros de gasolina consumirá el coche en esta parte del viaje (2.250 km)? Explícalo.

| Número | Tiempo | Acción | Lengua | Observación | Tipo de intercambio (interacciones) |
|--------|--------|---|----------------|--|-------------------------------------|
| 1 | 25:04 | S (Lee la pregunta) | Catalán | S en voz alta | Regulación |
| 2 | 25:43 | Inaudible | | | |
| 3 | 26:03 | S: Espera, espera | Inglés | S wait ,wait inglés , R pregunta algo y S piensa | Regulación |
| 4 | 26:21 | R: ¿Qué significa diaria? | Catalán | Pregunta a la profesora | Pregunta respuesta |
| 5 | 26:24 | P:Un día | Catalán | Profesora | Cooperativo |
| 6 | 26:47 | S: Para ir a Oslo: en un día hay 600 km | Urdú Inglés | S 1 day is equal to 600 Dijo los números en | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|-------|---|--------|---|-------------|
| | | | | inglés | |
| 7 | 26:56 | S: 2 dias son 1200km | Inglés | S todo fue en inglés | Cooperativo |
| 8 | 27:01 | S: 3 dias son 1800km | Inglés | S todo fue en inglés | Cooperativo |
| 9 | 27:07 | S: 4 dias son 2400km | Inglés | S todo fue en inglés | Cooperativo |
| 10 | 27:13 | S: Y sabemos que el viaje a Oslo son 4 días | Urdú | S dijo 4 days en inglés S probó uno por uno, hasta que encuentra un número que le da el mismo resultado que tenia en la actividad. | Cooperativo |
| 11 | 27:34 | S: de Barcelona a Oslo en total son 2400km y sabemos que promedio diario es 600km , entonces hay que multiplicar 600 por 4 son 2400km | Urdú | S dijo los números y multiplicar en inglés | Cooperativo |
| 12 | 27:38 | S: Ahora sabemos que de Barcelona hasta Oslo tardaran 4 días | Urdú | S dijo 4 days en inglés | Cooperativo |
| 13 | 27:47 | S: Entonces ahora ¿que tenemos que hacer? | Urdú | S pregunta a R | Cooperativo |
| 14 | 27:52 | S: Encontrar cuanto se tarda de Oslo hasta camp Nord | Urdú | S | Cooperativo |
| 15 | 27:59 | S: En total es 2250km y en un día 225km right | urdú | S dijo los números y right en inglés | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|-------|--|--------|---|-------------|
| | 28:09 | Pausa | | | |
| 16 | 28:42 | S: Tenemos 225 km entonces cuantos días necesitamos | Urdú | S dijo el número y días en inglés y estaba hablando consigo misma | Cooperativo |
| 17 | 28:47 | S: Vamos multiplicar por 3 | Urdú | S dijo los el número en inglés y usando la calculadora | Cooperativo |
| 18 | 28:49 | S: No, es muy poco | Urdú | S hablando con R | Validación |
| 19 | 28:53 | S: Qué piensas, ¿con que número podemos multiplicar 16? | Urdú | R dijo el número en inglés. S pregunta a R | Cooperativo |
| 20 | 28:58 | R: 3600 km | Urdú | Dijo el número en inglés y usando la calculadora | Cooperativo |
| 21 | 29:05 | S:No, es mucho. Vamos multiplicar por 10, ve que resultado le da | Urdú | S dijo el número en inglés, suponiendo y usando la calculadora | Validación |
| 22 | 29:08 | S:No es mucho mira está bien con 10 | Urdú | S dijo el número en inglés | Validación |
| 23 | 29:14 | S: Entonces son 10 días | inglés | S | Cooperativo |
| 24 | 29:17 | R: ¿Cómo son 10 días? | Urdú | R pregunta a S y dice el número en inglés | Cooperativo |
| 25 | 29:21 | S: <i>Look</i> | Inglés | S mostrando la calculadora | Cooperativo |
| 26 | 29:28 | S: multiplicar 225 por 10 son 2.250km | Inglés | S | Cooperativo |

| | | | | | |
|----|-------|---|---------|---|-------------|
| 27 | 29:37 | S: De Oslo a camp Nord se necesitan 10 días | Urdú | S dijo los números en inglés | Cooperativo |
| 28 | 29:45 | S: En total $10 + 4 = 14$ días | Inglés | S explica a R | Cooperativo |
| | 29:56 | Pausa | | | |
| 29 | | La segunda parte de la actividad | | | |
| 30 | 32:10 | S: Lee la pregunta en voz alta | Catalán | S lee la pregunta sola | Regulación |
| 31 | 32:34 | S: 100 km en 8 litro | Inglés | S | Cooperativo |
| 32 | 32:37 | S: ¿Cuánto es a Camp Nord? | Urdú | S dijo Camp Nord en catalán y pregunto a R | Cooperativo |
| 33 | 32:42 | S: Son 14 dias ¿no? | Inglés | S | Cooperativo |
| 34 | 32:47 | S: Ah no! son 10 dias de Camp Nord | Inglés | S respondió a su pregunta y dijo Camp Nord en catalán (no entendía por que estaba haciendo eso) | Cooperativo |
| 35 | 32:58 | S: Vamos multiplicar 100 por 25 | Inglés | S usa su calculadora | Cooperativo |
| 36 | 33:18 | R:Es más | urdú | R | Cooperativo |
| 37 | 33:20 | S: <i>Yes, you are right</i> | Inglés | S | Cooperativo |
| 38 | 33:27 | S: ¿Cuánto más es? | Urdú | S | Cooperativo |
| 39 | 33:31 | R: 250 <i>more</i> | Inglés | | Cooperativo |
| 40 | 33:26 | Inaudible | | S hace los cálculos | |

| | | | | | |
|----|--------|---|--------|--|-------------|
| | | | | con su calculadora y supone valores con los que ella creía que le daría el resultado | |
| 41 | 34:58 | S: 100 multiplica por 22 ¿cuánto es? | Urdú | S usa su calculadora, dijo los números en inglés | Cooperativo |
| 42 | 35:00 | S: Es 2200 | Inglés | S uso la calculadora | Cooperativo |
| 43 | 35:08 | S: 100 km es igual que 8 litros | Inglés | S | Cooperativo |
| 44 | 35:15 | S: Entonces multiplicamos 8 con 22 ¿cuánto es? | Urdú | S dijo los números en inglés y usa la calculadora | Cooperativo |
| 45 | 35:22 | S: Es 176 | Inglés | S | Cooperativo |
| 46 | 35: 26 | S: Hasta aquí esta bien | Urdú | S | Validación |
| 47 | 35:27 | S: Ahora faltan 50 litros | Urdú | S dijo 50 litros en inglés | Cooperativo |
| 48 | 35:35 | S: 100 km son 8 litros y la mitad de 100 es 50 entonces 50 km es 4 litros | Inglés | S hace el cálculo mental | Cooperativo |
| 49 | 35:43 | | | S escribió en el papel | |
| 50 | 36: 13 | S: Entonces ahora $176 + 4 = 180$ litros | Inglés | S hace cálculos en la calculadora | Cooperativo |
| 51 | 38:44 | | | S copió todo lo que hecho en borrador | |
| 52 | 38:46 | S: Ya está! he acabado | Urdú | S | Validación |

Tabla 8.19. Intervenciones en la resolución de la actividad 4

| | Cooperativos | Validación | Pregunta-Respuesta | Catalán | Urdú | Castellano | Ing |
|--------|--------------|------------|--------------------|---------|------|------------|-----|
| SM- RZ | 32 | 6 | 0 | 0 | 20 | 0 | 18 |
| RZ- SM | 5 | 0 | 1 | 1 | 4 | 0 | 1 |

Tabla 8.20. Resumen de las interacciones y lengua de la actividad 4

Al leer la actividad no entendieron la frase *diaris de mitjana* y le preguntaron a la profesora el significado, ella les respondió que en un día es diario, y en promedio. La alumna S comienza a razonar con la alumna R que en un día son 600 km entonces 2 días serán 1200 km en tres días serán 1800 km y así para 4 días serán 2400 km, han probado los valores de 1 a 4 con su calculadora. Cuando encontraron el valor exacto, 4, se dieron cuenta que da el mismo valor que se pide, lo que significa que tardará 4 días de Barcelona hasta Oslo. Cuando calcula de Oslo hasta Camp Nord a Barcelona usa la misma estrategia que ha usado en primera parte. También al final suma cuantos días en total tardaran.

En la segunda parte de la actividad la entiende muy bien y para resolver usa una estrategia: como sabe que para recorrer 100 km necesita 8 litros, entonces para calcular 2250 km, separa la cifra 2250 en dos partes 2200 y 50.

Para encontrar un valor de le da el mismo resultado (que 2200), S prueba 100 con varios números y al final encuentra que 22 era el número que el da el mismo resultado que 2200 y multiplica 8 por 22 = 176 litros. Después calcula el valor para 50 km, S explica que como sabe que 100 km necesitan 8 litros, entonces 50 necesita la mitad y la mitad de 8 es 4. Suma 176 con 4 el resultado es 180 litros. Las dos alumnas siguen usando su primera lengua y algunos registros matemáticos (números) en inglés.

Como resultado general hemos observado que la pareja A-Z: el uso de la palabra es equitativo y ambas alumnas contribuyen a la resolución de los problemas. En su mayoría las interacciones de A-Z y Z-A son cooperativas. Por el contrario, en la pareja R-S el uso de la palabra es mayoritariamente de S, y R suele intervenir poco, con interacciones de pregunta-respuesta.

8.4.2. Resultados de la evaluación por competencias por caso individual

En este apartado se presentan en forma de tabla los resultados de las alumnas de manera individual para cada una de las actividades.

| Alumna | Competencias Actividad 1 | | | | Observaciones |
|--------|--------------------------|---|-------------------|---|--|
| | 1 (traducción) | | 2 (uso conceptos) | | |
| AI | 90* 20/100 | C | 90-18= 72 | C | Respuesta correcta |
| RA | 20*90 =1800 1800/100 | C | 90-18=72 | C | Problemas en la operatoria, necesito ayuda de la profesora |
| SA | 90* 20/100 | C | 90-18= 72 | C | Respuesta correcta |
| ZE | 90* 20/100 | C | 90-18= 72 | C | Respuesta correcta |

Tabla 8.21. Resultados de la primera actividad de las alumnas

En tabla vemos que todas las alumnas han respondido de forma correcta la actividad que se les pedía.

| Alumna | Competencias Actividad 2 | | | | Observaciones |
|--------|--|----|---------------------------------------|----|---|
| | 1 (traducción) | | 2 (uso conceptos) | | |
| AI | 12+12=24 3 pastillas al día | C | 7 días=21 pastillas +1 día= 8 días | PC | Ha necesitado explicación de su par |
| RA | Pastillas total 24 | PC | 8 días, sin explicacion | PC | Lo hace sin formalizar la traducción, usa multiplicación y suma |
| SA | 2 capsas=24 pastillas 7*3=21 21+3=24 | C | 24 pastillas=8 días | PC | Ha necesitado explicación de su par |
| ZE | 12+12=24 | PC | 3*8=24 | PC | Lo hace de modo mental, sin formalizar la traducción, usa multiplicación y suma |

Tabla 8.22. Resultados de la segunda actividad por las alumnas

En la segunda actividad les acostado más de realizarla, todas han necesitado de alguna forma ayuda para resolverla.

| Alumna | Competencias Actividad 3 | | | | Observaciones |
|--------|--------------------------|----|-------------------|----|---|
| | 1 (traducción) | | 2 (uso conceptos) | | |
| AI | 20 verdes 80 blaves | PC | No calcula | I | Sabe lo que es 20% pero no lo aplica |
| RA | $(1550*20)/100$ | C | No calcula | PC | Plantea bien el cálculo, pero no realiza la operatoria |
| SA | $1550 * 20/100$ | C | No calcula | PC | Lo hace sin formalizar la traducción, usa multiplicación y suma |
| ZE | $1550 * 20/100$ | C | =310 | C | Ha realizado correctamente la actividad |

Tabla 8.23. Resultados de la tercera actividad por las alumnas

La tercera actividad también no les ha resultado fácil, ya que solo ha habido una alumna que ha respondido correctamente sin ayuda.

| Alumna | Competencias Actividad 4 | | | | Observaciones |
|--------|--------------------------|---|-------------------|---|--------------------|
| | 1 (traducción) | | 2 (uso conceptos) | | |
| AI | $25*60/100$ | C | =15 | C | Respuesta correcta |
| RA | $(25*60)/100$ | C | =15 | C | Respuesta correcta |
| SA | $25*60/100$ | C | =15 | C | Respuesta correcta |
| ZE | $25*60/100$ | C | =15 | C | Respuesta correcta |

Tabla 8.24. Resultados de la cuarta actividad de las alumnas

Esta actividad ha resultado fácil porque todas las alumnas la han contestado correctamente.

Los resultados muestran que las alumnas contestan correctamente las actividades 1 y 4, la actividad 2 fue contestada por todas, pero la mitad necesitó ayuda de su par, y lo hizo parcialmente correcto. La actividad 3 sólo fue contestada correctamente por una de ellas, las otras

plantearon el problema, pero no lo calcularon. Constatamos sus dificultades en la realización de multiplicaciones, que no realizaron, pues están acostumbradas a usar calculadora.

A continuación, en el gráfico 8.2 se observa el desempeño matemático para cada alumna, actividad por actividad.

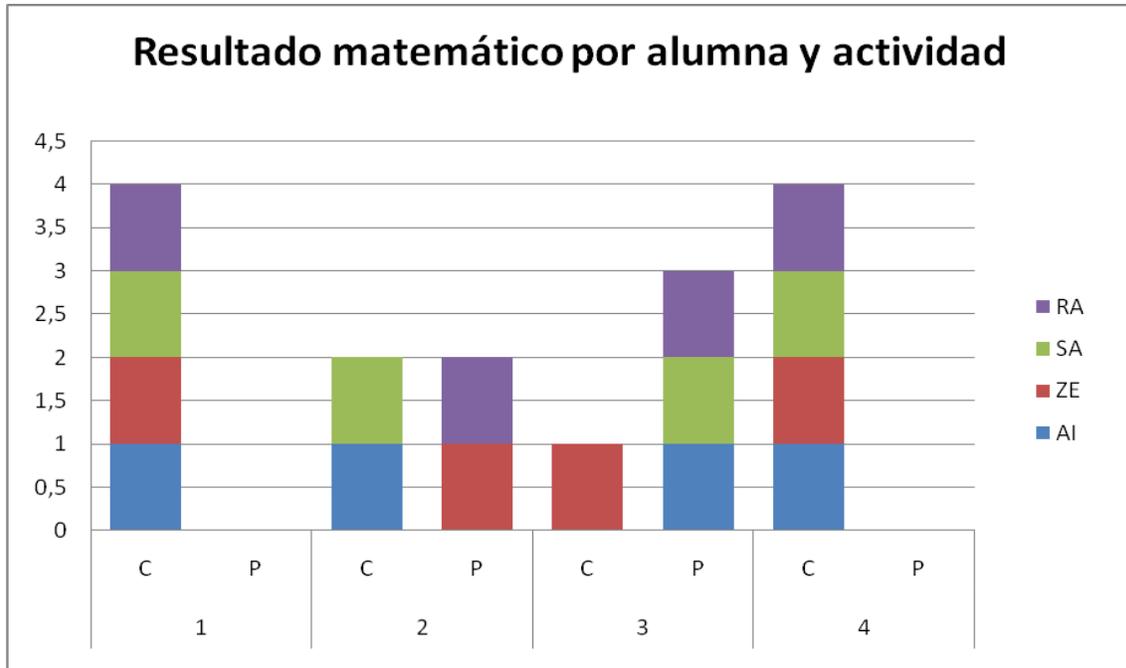


Gráfico 8.1. Resultado matemático, por alumna y actividad, de la prueba

(C: correcto; P: parcialmente correcto)

Otro aspecto que nos interesa estudiar en este trabajo, es el uso de la lengua, y cómo y en qué momentos, se produce el tránsito de L2 (catalán) a L1 (urdú). Nuestra investigación muestra que el grupo de estudiantes usa además otras lenguas (castellano e inglés) para la resolución de actividades matemáticas.

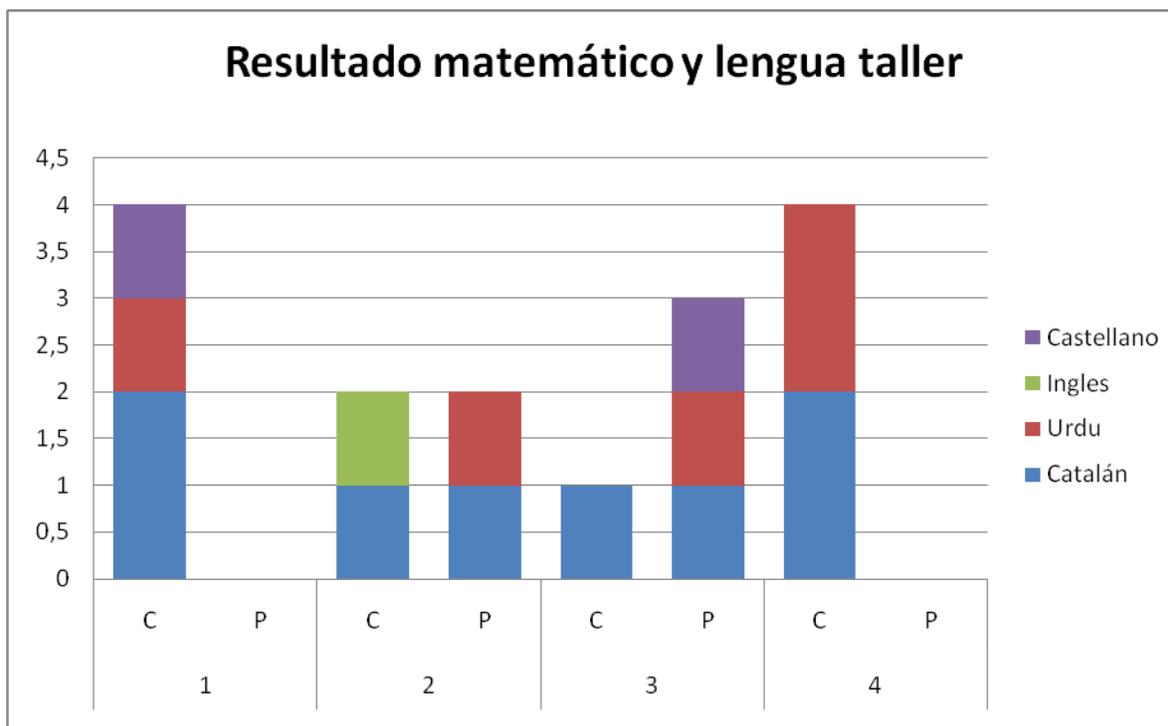


Grafico 8.2. Resultado matemático y uso de la lengua(C: correcto; P: parcialmente correcto)

Respecto al uso de la lengua, se utiliza el catalán, que es la lengua de instrucción, en un 50%, pero además el urdú está presente en un 38%, el castellano en un 12% y el inglés en un 6%. Las dos alumnas que llevan más tiempo escolarizadas en Cataluña utilizan más el catalán, en cambio las alumnas de llegada más reciente hacen uso del urdú, castellano e inglés para resolver los problemas matemáticos.

8.4.3. Resultados de las notas de lenguas y matemáticas por pruebas y alumnas

| Alumnas | Catalán IES | Castellano IES | Matemática IES | Matemática INV |
|---------|-------------|----------------|----------------|----------------|
| SA | 6 | 5 | 5 | 6 |
| RE* | 5 | 5 | 5 | 3 |
| ZE | 6 | 6 | 3 | 5 |
| AI | 6 | 7 | 3 | 7 |

Tabla 8.25. Notas de lenguas y matemáticas (* grupo de refuerzo)

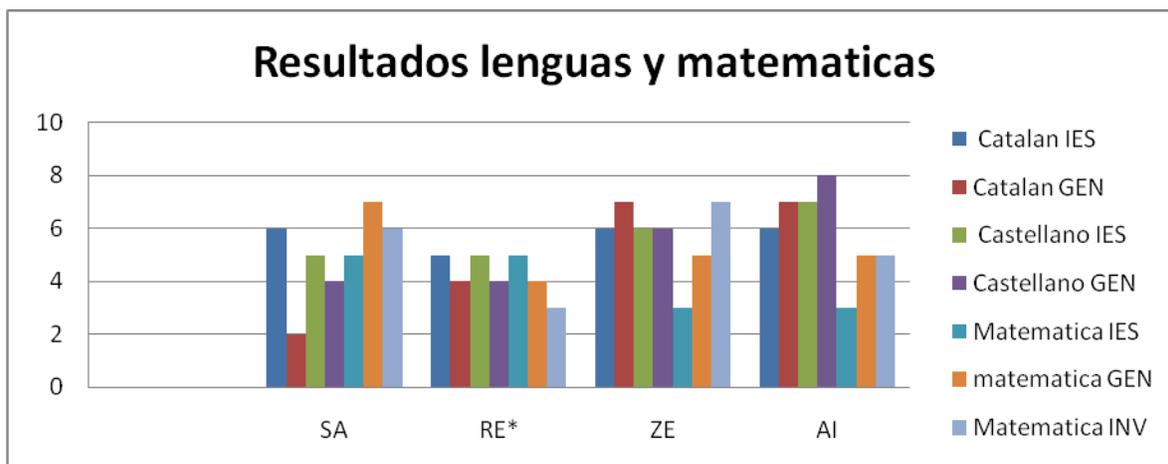


Gráfico 8.3: Resultados lenguas y matemáticas

De acuerdo a las evaluaciones del instituto, todas las alumnas aprueba catalán y castellano. Además en la evaluación del taller, muestran estados de ánimo más positivos que durante las clases de la asignatura, como se observa en la siguiente tabla sobre la satisfacción de la realización de las actividades (según escala de Liker), donde el 5” es que no le gusta nada” y el 1 “que le gusta mucho”.

| Alumna | Antes del taller | Después del taller |
|--------|------------------|--------------------|
| AI | 4 | 1 |
| RA | 5 | 3 |
| SA | 3 | 3 |
| ZE | 4 | 3 |

Tabla 8. 26: Estado de animo en la prueba



8.4.4. Evaluación por competencias

Las actividades planteadas, y los resultados, así como el logro de competencias, se presentan por actividad:

ACTIVIDAD 1: En las rebajas de enero el descuento de una tienda es del 20% sobre el precio indicado. Un señor compra zapatos para su familia por un total sin rebajas de 90 euros. ¿Cuánto tiene que pagar?

| COMPETENCIAS | ALUMNAS | | | |
|--|---------|----|----|----|
| | RA | SA | ZE | AI |
| 1: Comprensión del enunciado | | | | |
| Nivel 1: Entiende el signado de vocabulario, las expresiones, las cantidades y las unidades de medida que aparecen en el enunciado | | | | |
| Nivel 2: Selecciona la parte más relevante de la información | X | | | |
| Nivel 3 : Entiende bien el enunciado del texto y las representaciones implicadas | | X | X | X |
| 2: Utiliza conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas | | | | |
| Nive I 1 : Entiende el signado del vocabulario, expresiones, cantidades y unidades de medida que aparecen en el enunciado | X | | | |
| Nivel 2: Selecciona la parte más relevante de la información | | X | X | X |
| Nivel 3: Entiende bien el enunciado del texto y las representaciones implicadas | | | | |

Tabla 8.27. Evaluación por competencias de la primera actividad

Todas las alumnas han comprendido el enunciado y planteado correctamente la operación, aunque RA ha realizado las operaciones correctas pero sin poner el planteamiento. Esta actividad fue realizada correctamente por las alumnas, y dos de ellas la realizan en catalán (llevan mas tiempo escolarizadas en Cataluña). Este tipo de actividades ya las han realizado en clase y les resulta familiar. En la siguiente tabla se resumen las competencias de las alumnas, así como la lengua utilizada para la actividad 1

| Alumnas | RA | SA | ZE | AI |
|--|----------------------|------------|--|--|
| Competencia 1 : Comprensión del enunciado | Nivel 2 | Nivel 3 | Nivel 3 | Nivel 3 |
| Competencia 2: Utilización de conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas | Nivel 1 | Nivel 2 | Nivel 2 | Nivel 2 |
| Explicación del problema | Escribe la respuesta | No explica | Explica las operaciones y el resultado | Explica las operaciones y el resultado |
| Lengua utilizada | castellano | urdú | catalán | catalán |

Tabla 8.28. Resumen de la actividad primera por competencias y uso de la lengua

ACTIVIDAD 2: Mi abuela está enferma y el médico le ha recetado 2 cajas de medicamento de doce pastillas cada una. Ha de tomar una pastilla cada 8 horas. ¿Cuántos días durará su tratamiento?

| Actividad 2 | | | | |
|--|---------|---------|---------|---------|
| Alumnas | RA | SA | ZE | AI |
| Competencia 1 : Comprensión del enunciado. | Nivel 1 | Nivel 2 | Nivel 1 | Nivel 2 |
| Competencia 2: Utilización de conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas | Nivel 0 | Nivel 3 | Nivel 2 | Nivel 3 |
| Lengua utilizada | urdú | inglés | atalán | Catalán |

Tabla 8.29. Resumen por competencias y uso de la lengua de la segunda actividad

AI 2 actividad

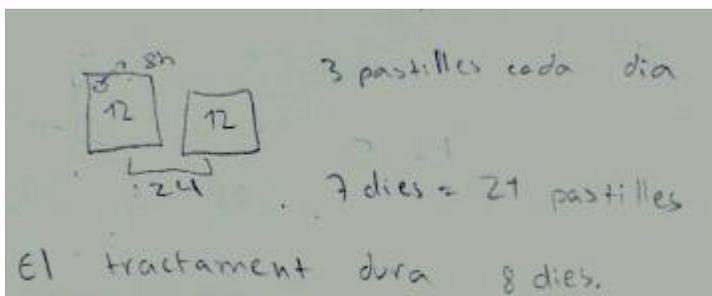


Imagen1. Resolución de actividad 2 de AI

La alumna AI lee correctamente la actividad y mediante un dibujo de dos cuadrados representa los datos: escribe 12 (pastillas) dentro de cada uno y después realiza la suma (24). Además une con una fecha uno de los cuadrados que ha dibujado y escribe 8h (significa 8 horas). Primero reportó para un día cuantas pastillas debe tomar y después de eso, como ella sabía que en total tiene 24 pastillas, y sabía las pastillas que toma en un día, usa la tabla de 7 hasta tres y encuentra el valor

21, esta alumna tiene dificultades con multiplicaciones y se sabe la tabla de 7 por eso la usa . Luego se da cuenta que aun le quedan 3 pastillas que corresponden a 1 día, hace la suma de un día más y escribe el resultado de 8 días.

En esta actividad las alumnas tuvieron más dificultades y requirieron más tiempo. Dos alumnas lo hacen correctamente y lo explican utilizando catalán, e inglés, las otras dos no explican como llegaron al resultado.

| | | | | |
|---|------------------------------|---|------------|---|
| ACTIVIDAD 3: Las paredes de una cocina se han recubierto de azulejos blancos y verdes, siguiendo el modelo. En la figura aparecen 100 azulejos, de los cuales 20 son verdes. Esto es, el 20% ¿Cuántos azulejos verdes se colocaron si se han necesitado 1550 para recubrir las paredes? | | | | |
| Alumnas | RA | SA | ZE | AI |
| Competencia 1 :Comprensión del enunciado | Nivel 1 | Nivel 2 | Nivel 3 | Nivel 2 |
| Competencia 2:Utilización de conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas | Nivel 1 | Nivel 1 | Nivel 2 | Nivel 1 |
| Explicación del problema | Escribe el proceso realizado | Escribe que no entendió el problema al inicio | No explica | Explica las operaciones con un esquema y el resultado |
| Lengua utilizada | castellano | urdú | catalán | Catalán |

Tabla 8.30. Resumen por competencias y uso de la lengua de la tercera actividad

Esta actividad muestra, una vez más, las dificultades de las alumnas para realizar multiplicaciones. A continuación, podemos ver como una e ellas plantea bien la relación, pero no lo termina:

A photograph of a piece of paper with a handwritten mathematical equation: $1550 \times \frac{20}{100} =$. The equation is written in black ink on a light-colored background.

Imagen2. Resolucion de actividad3

| ACTIVIDAD 4: En una clase hay 25 estudiantes, de los cuales el 60% son alumnas. ¿Cuántas alumnas hay en la clase? | | | | |
|---|---------------------------------|--|--|---|
| Alumnas | RA | SA | ZE | AI |
| Competencia 1 Comprensión del enunciado | Nivel 1 | Nivel 3 | Nivel 3 | Nivel 3 |
| Competencia 2 Utilización de conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas | Nivel 1 | Nivel 3 | Nivel 2 | Nivel 3 |
| Explicación del problema | No escribe el proceso realizado | Escribe la operación que ha realizado en catalán | Escribe que la operación que ha realizado y el resultado | Explica las operaciones con un esquema y el resultado |
| Lengua utilizada | Urdú | urdú | catalán | Catalán y urdú |

Tabla 8.31. Resumen por competencias y uso de la lengua de la cuarta actividad

Como se puede apreciar en las tablas anteriores, las alumnas han alcanzado distintos niveles de logro de competencias en las actividades matemáticas propuestas. En la actividad 1 , respecto a la competencia comprensión del enunciado, R selecciona la parte mas relevante de la información (nivel 2) y S, Z y A entienden bien el enunciado del texto y las representaciones implicadas (nivel 3)

En la misma actividad, respecto a la competencia: utilizar conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas, la alumna R entiende el signado del vocabulario, expresiones, cantidades y unidades de medida que aparecen en el enunciado (nivel1). La alumnas S,Z y A selecciona la parte más relevante de la información (nivel2).

Respecto a la actividad 2 las alumnas han alcanzado distintos niveles de logro de competencias en las actividades matemáticas propuestas. En el parte de comprensión del enunciado la alumnas R y

Z alcanzaron un nivel 1 y las alumnas A y S alcanzaron el nivel 2. Respecto a la competencias: utilizar conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas, la alumna R no logró la competencia, en cambio la alumna Z alcanzó al nivel 2 y las alumnas A y S alcanzaron al nivel 3 que dice que entienden bien el enunciado del texto y las representaciones implicadas.

Respecto a la actividad 3 las alumnas han alcanzado distintos niveles de logro de competencias en las actividades matemáticas propuestas. En cuanto a la comprensión del enunciado, R alcanzó al nivel 1 (es decir entiende el signado de vocabulario, las expresiones, las cantidades y las unidades de medida que aparecen en el enunciado), las alumnas S y A alcanzaron el nivel 2 (seleccionan la parte más relevante de la información y la alumna Z alcanzó el nivel 3 que es más alto que las otras participantes: entiende bien el enunciado del texto y las representaciones implicadas. Sobre la segunda competencia que se trata de utilizar conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas, las alumnas A,R y S alcanzaron el nivel 1 y la alumna Z alcanzó el nivel 2.

También en la actividad 4 las alumnas han logrado diferentes niveles de logro de competencias matemáticas. La alumna R alcanzó el nivel 1 y las alumnas A,S y Z alcanzaron el nivel 3 de la primera competencia. En la segunda competencia, la alumna R alcanzó el nivel 1, la alumna Z alcanzó el nivel 2 y las otras dos alumnas A y S han alcanzado al nivel máximo (3).

En general la alumna R tiene solo competencias básicas en matemáticas y eso se confirma con los logros de nivel en las actividades dadas. Las competencia en matemáticas de las alumnas A, S y Z dependiendo de la dificultades de las actividades que enfrenten oscila entre el nivel 2 y 3. Es curioso que las alumnas A y Z casi nunca superaban las pruebas de las matemáticas del instituto, pero cuando analizamos los pruebas de estas alumnas, nos dimos cuenta que necesitan una atención especial por parte de el profesorado, pues la motivación fue un factor clave. Se desempeño mejoró en el ambiente del taller que hemos creado y ellas también lo plantearon en la hoja de evaluacion en el final del taller.

8.4.5 Evaluación de las alumnas

Les pedimos a las alumnas que expresaran en una frase que les había parecido el taller, a continuación detallamos sus respuestas:

S: Esta bien, un poco difícil, pero bien.

A: me han ayudado mucho en las matemáticas, ahora lo entiendo mejor y no las siento tan aburridas.

Z: me gustó el taller y he aprendido muchas cosas, aunque no me gustan las pruebas pero está bastante bien.

R: me gustó mucho el taller con la profesora

Como se puede ver, la apreciación de las alumnas fue muy positiva, también oralmente expresaron su agrado por el espacio, e incluso nos pidieron que continuáramos el taller, lo que hicimos fuera de la investigación para motivarlas aún más.

8.5. Resumen

En este capítulo mostramos los resultados del taller que hemos organizado con 4 alumnas paquistaníes que están escolarizadas en el IES Joan Coromines (Barcelona). En primer lugar presentamos los resultados de las interacciones entre las parejas que han participado en el taller, para indagar las estrategias matemáticas y el uso de la lengua durante la resolución de actividades matemáticas en un espacio cooperativo. Las estrategias matemáticas cuando se les presentaron obstáculos, fue la utilización de alternativas, como hacer sumas en vez de multiplicaciones, y hacer aproximaciones sucesivas. Respecto de la lengua se puede decir que hubo momentos de *code switching*, de lengua transparente, etc, y que el uso de la L1 permitió que las alumnas aclararan sus ideas durante la interacción entre pares. Sus interacciones fueron mayoritariamente de carácter cooperativo, aunque hubo diferencias significativas entre las dos parejas. Para finalizar el taller hemos pasado una prueba de evaluación individual y hemos estudiado los niveles de competencias matemáticas de cada una de las participantes, así como el uso de la lengua. Detectamos que el nivel de competencias alcanzado era distinto para cada una de las alumnas y actividad. También hubo diversidad respecto del uso de la lengua. Por último, les pedimos que realizaran una evaluación del taller, la que fue muy positiva, pues las alumnas sintieron que contaban con un espacio para expresar sus dudas libremente en L1. Para dar respuesta a los objetivos de esta investigación, hemos usado una metodología cualitativa.

9.1. Introducción

9.2. Conclusiones de la primera parte de la investigación

9.2.1. Sobre la metodología empleada

9.2.2. Sobre el cambio de lengua durante la realización de las actividades matemáticas

9.2.3. Sobre el tipo de actividades que promueve el cambio de lengua

9.2.4. Sobre las razones del cambio de lengua

9.2.5. Sobre la resolución de actividades matemáticas

9.3.3. Conclusiones de la segunda etapa de la investigación

9.3.1. Sobre la metodología empleada

9.3.2. Sobre los currículos de matemáticas utilizados por ambos países

9.3.3. Sobre la opinión de los profesores de Paquistán sobre la enseñanza de las matemáticas

9.3.4. Sobre la apropiación de las matemáticas de los alumnos de Paquistán

9.3.5. Sobre las pruebas de matemáticas de los alumnos de Paquistán

9.4. Conclusiones de la tercera etapa de la investigación

9.4.1. Sobre la opinión de los profesores de matemáticas de Cataluña sobre la enseñanza de las matemáticas del alumnado migrante

9.4.2. Sobre la percepción de los alumnos migrantes escolarizados en los centros de secundaria de Cataluña

9.4.3. Sobre el cambio de lengua durante la realización de las actividades matemáticas de primer curso de Secundaria

9.4.4. Sobre el tipo de actividades que promueven el cambio de lengua de los alumnos de primer curso de Secundaria

9.4.5. Sobre la resolución de las actividades matemáticas de primer curso de Secundaria

9.4.6. Sobre los resultados de la prueba de matemáticas de la clase ordinaria

9.4.7. Sobre los resultados de la prueba de matemáticas del alumnado paquistaní

9.4.8. Sobre el uso de la lengua

9.4.9. Sobre las competencias de acuerdo a la Generalidad de Cataluña

9.4.9.1. Sobre las competencias matemáticas

9.4.9.2. Sobre las competencias lingüísticas

9.4.9.3. Sobre la relación entre competencias matemáticas y lingüísticas

9.4.9.4. Sobre tipología de estudiantes

9.5. Dificultades encontradas

9.6. Estrategias alternativas

9.7. Conclusiones sobre la cuarta etapa de la investigación

9.7.1. Sobre el cambio de lengua en las interacciones en pareja

9.7.2. Sobre el tipo de interacciones

9.7.3. Sobre las estrategias en la resolución de problemas

9.7.4. Sobre los obstáculos en la resolución de problemas

9.7.5. Sobre la evaluación individual

9.7.6. Sobre las orientaciones didácticas

9.8. Conclusiones generales del estudio

9.9. Limitaciones del estudio

9.10. Implicaciones y orientaciones pedagógicas

9.11. Líneas de futuro

9.1 Introducción

En este capítulo se describen los aportes de esta investigación en relación a los siguientes aspectos: la pertinencia de la metodología empleada, las estrategias de resolución de los problemas utilizadas por los estudiantes paquistaníes bilingües escolarizados en Cataluña, el cambio de lengua de estos estudiantes, las características de las actividades donde más frecuentemente se produce el cambio de lengua, las razones de este cambio de lengua. También se describen las competencias matemáticas que desarrollan y las dificultades que se enfrentan durante la resolución de problemas, la comparación de currículos de ambos países, la opinión del profesorado y las implicaciones para el aula. Finalmente se comentan las limitaciones del estudio y aportes de esta investigación, así como posibles líneas de investigación futuras.

En este estudio, se investigan las estrategias de resolución de problemas de estudiantes paquistaníes bilingües escolarizados en Cataluña, y el papel de la lengua durante la resolución de actividades matemáticas. Es un estudio pionero en el contexto de estudiantes paquistaníes que están escolarizados en el sistema educativo de Cataluña y añade las perspectivas del bilingüismo a la investigación sobre resolución de problemas de esta comunidad. Hemos utilizado una metodología mixta: cuantitativa y cualitativa, para dar respuesta a los objetivos de esta investigación.

Se ilustran las conclusiones de cada uno de los tres capítulos de resultados que hemos obtenido, dando respuesta a los objetivos de cada parte de esta investigación, referida por una parte a las dificultades de los alumnos paquistaníes escolarizados en Cataluña en su aprendizaje de las matemáticas, así como a las estrategias alternativas para resolver actividades matemáticas. El otro aspecto investigado es el uso de la lengua durante la resolución de actividades matemáticas.

Hemos dividido este capítulo en cuatro subapartados, los cuales corresponden a cada una de las etapas de este trabajo. Para cada etapa, según los instrumentos utilizados, se han seguido distintos tipos de análisis de los datos y distintos modelos e instrumentos para analizar, sintetizar y presentar los resultados obtenidos expuestos en este capítulo.

En la primera etapa de la investigación (estudio piloto) para el análisis de los datos usamos un método cualitativo con aspectos etnográficos, el cual se muestra en el capítulo 6.

En la segunda etapa de la investigación se llevó a cabo en Paquistán (estudio cuantitativo) como hemos explicado en el capítulo 7. El objetivo era conocer la realidad de estos alumnos y el

currículo que llevan, así como conocer como realizan la resolución de algunos problemas y poder proporcionar una descripción ilustrativa de algunas de las características de los sistemas educativos y del currículo de matemáticas que se están llevando a cabo en el país de origen y el país de acogida. El detalle de los dos sistemas educativos y la comparativa entre ellos, se pueden ver en el capítulo 3 de este estudio.

En la tercera etapa hemos usamos la metodología cuantitativa y cualitativa, cuantitativa para analizar los datos que hemos obtenido en las diferentes pruebas que han realizado los estudiantes paquistaníes escolarizados en el sistema educativo de Cataluña. El método cualitativo los hemos utilizado para analizar las entrevistas que hemos realizado con los alumnos, así como el estudio de sus dificultades durante la resolución de problemas matemáticos. El objetivo era conocer algunas de las dificultades de los alumnos paquistaníes en la resolución de problemas, así como el uso de la lengua que realizan.

En la cuarta etapa se organizó un taller con los alumnos paquistaníes para conocer la realidad en más profundidad de la que hemos tenido en la investigación previa con esta comunidad. En esta etapa usamos un método cualitativo para analizar los datos de las interacciones que se han producido durante todo el proceso del taller.

Al final de este capítulo nos referimos a las limitaciones de este estudio y aportamos sugerencias para estudios futuros.

Los objetivos de nuestro trabajo eran los siguientes:

1. Comparar los currículos de matemáticas de los países de nuestro estudio, para tener puntos de referencia respecto sobre el conocimiento matemático previo a la llegada al país de acogida.
2. Conocer el nivel de conocimiento matemático (resolución de problemas) de un grupo de estudiantes en el país de origen.
3. Indagar la opinión del profesorado paquistaní sobre la enseñanza de las matemáticas
4. Conocer las estrategias de resolución de problemas y las dificultades de los estudiantes paquistaníes escolarizados en Cataluña en diferentes tipos de problemas (de manera individual).
5. Estudiar las características de las actividades matemáticas más complejas y el papel de la lengua utilizada.
6. Indagar la opinión del profesorado catalán sobre la enseñanza de las matemáticas a alumnos extranjeros.

-
7. Estudiar cómo resuelven las actividades matemáticas en un espacio cooperativo (taller voluntario) de manera grupal.
 8. Indagar las interacciones producidas durante la resolución de problemas matemáticos de manera colectiva.
 9. Estudiar los factores de carácter social que puedan relacionarse con la motivación de los estudiantes y el apoyo que se les presta que incidan en su desempeño matemático.
 10. Conocer la visión de los alumnos sobre las matemáticas y relacionarlo con su proyecto de vida

En esta apartado mostramos las principales conclusiones de cada una de las etapas de esta investigación.

9.2 Conclusiones de la primera etapa de la investigación

Esta parte del trabajo lo consideramos exploratorio por su carácter y se realizó en el trabajo del máster, por lo que sólo resaltamos las principales conclusiones.

9.2.1. Sobre la metodología empleada

La metodología empleada en esta etapa nos permitió responder a las preguntas del estudio exploratorio, la aproximación cualitativa nos resultó adecuada para conocer como resuelven las actividades matemáticas los estudiantes de un grupo minoritario -paquistaníes- dentro de las aulas de matemáticas de Cataluña. Un elemento importante fue la entrevista que se realizó inmediatamente después de haber hecho las actividades, lo cual nos favoreció el registro de lo sucedido además de conocer el uso de las lenguas. Utilizamos esta metodología porque estudios anteriores de Parvanehnezhad y Clarkson (2008) y Planas y Civil (2010) les habían dado buenos resultados. Esta metodología nos ayudó a conocer cómo los estudiantes paquistaníes trataban algunas actividades matemáticas y el uso de las lenguas y sus razonamientos.

9.2.2. Sobre el cambio de lengua durante la realización de las actividades matemáticas

La principal cuestión que nos planteamos en esta etapa era: ¿Cambian de lengua los estudiantes paquistaníes que viven en Barcelona durante la resolución de actividades matemáticas?

Este estudio preliminar, llevado a cabo con 8 estudiantes paquistaníes nos mostró indicios de que los alumnos paquistaníes escolarizados en Cataluña cambiaban parcialmente o totalmente de L2

(Catalán) a L1 (Urdú, Punjabi, Pahari) o a castellano, durante la realización de las actividades matemáticas.

9.2.3. Sobre el tipo de actividades que promueven el cambio de lengua

De acuerdo a nuestro diseño de investigación, se usaron 4 tipos de actividades matemáticas: simbólica, de texto, grafica y mixta. El resultado de las entrevistas confirma el cambio de lengua, especialmente en la actividad de texto (2) en que todos los estudiantes cambiaron de lengua. En este caso un 62,5% cambio totalmente de lengua y el 37,5% restante cambio de lengua parcialmente. En la actividad mixta (4) se verificó el cambio de lengua de un 75% de los estudiantes y en las actividades simbólica (1) y gráfica (3) el porcentaje fue un 62,5% de cambio de lengua. Estos resultados sugieren que el cambio de lengua depende del tipo de actividad planteada, pero vemos que es necesario realizar más investigaciones en este sentido para confirmarlo. La actividad gráfica (3) se refiere a la interpretación de datos de un gráfico, en que se describen deportes, entre ellos el cricket, que es un deporte muy extendido en Paquistán. Por este motivo, esperábamos que el contexto al que se refiere la actividad, más cercano y localizado en el país de origen, favoreciera el cambio de lengua. Sin embargo, los resultados muestran que no fue así, porque un 37,5% de los estudiantes no cambiaron la lengua en esta actividad, la que fue clasificada como “fácil” por los estudiantes. Este resultado permite confirmar el cambio de lengua de nuestro grupo de estudio durante la resolución de actividades matemáticas que nosotros habíamos previsto. Si bien es un resultado esperado, es un primer estudio sobre este colectivo en la comunidad catalana, y nos parece importante por cuanto la bibliografía demuestra la importancia de los contextos específicos en este fenómeno.

9.2.4. Sobre las razones del cambio de lengua

Esta investigación da las razones dadas por los estudiantes para cambiar de lengua durante la resolución de problemas matemáticos. La primera razón tiene que ver con el dominio de la lengua, la confianza y el “sentirse a gusto” usando la lengua materna. La otra razón es que los estudiantes paquistaníes realizan cálculos mentales en la L1 porque recuerdan por ejemplo las tablas en su lengua, y realizan los cálculos mentales en L1 (uso de conocimientos previos en L1). En cambio si lo escriben, pueden usar L2. Estos estudiantes dicen realizar cambios de lengua si las actividades propuestas son difíciles, y si son fáciles no hace falta cambiar de lengua. Por último, una estudiante nos explicó que cambia de lengua cuando quiere hacer las cosas más rápido.

Estos resultados son similares a estudios previos realizados por Parvanehnezhad y Clarkson (2008) con alumnos iraníes residentes en Australia. Ellos explican la influencia en estos cambios dependiendo de la dificultad de las actividades matemáticas, así por ejemplo: entender los algoritmos lo hacen en L1, por conocimiento y costumbre del uso de palabras o números que usa en sus vidas cotidianas, y también a la influencia del contexto.

Estudios de Planas y Civil (2010) relacionan el nivel de dificultad de los problemas con el cambio de lengua de estudiantes latinos en Cataluña. Estos estudiantes usan L2 cuando se trata de actividades simbólicas (fórmulas) y usan L1 cuando la resolución es conceptual (más difícil).

9.2.5 Sobre la resolución de actividades matemáticas.

Los alumnos paquistaníes de 1º curso de Secundaria escolarizados en Cataluña, realizaron una prueba matemática con contenidos en actividades de aritmética, álgebra y geometría. Los resultados obtenidos muestran que algunos alumnos tienen problemas con la comprensión de textos y también con las prioridades de operatoria matemática. Las respuestas nos dicen que usan los conocimientos previos que han aprendido en otras lenguas diferentes a la de instrucción que utilizan actualmente, y usan diferentes estrategias durante la resolución de problemas. Los mejores resultados lo tuvieron en las actividades donde encontraron una ayuda visual.

Una ayuda que puede facilitar a estos alumnos comprender mejor las actividades es presentarlas de manera visual y semánticamente más sencilla, y así evitar las dificultades en el primero paso de entender la actividad dada. Hemos visto en esta investigación que muchos de los alumnos cuando leen las actividades y no entienden, las dejan en blanco y en muy pocos casos preguntan a los profesores, algunos por timidez y otros porque no dominan la lengua de instrucción, entonces no pueden explicar las cosas que no entienden. Los profesores tienen que motivar a estos alumnos para que pregunten aunque no se comuniquen perfectamente en la lengua de instrucción. Por otro lado hemos visto que los centros que utilizan tecnología en las aulas de matemáticas les ayuda su uso para facilitar su aprendizaje y disminuir las dificultades a las que se enfrentan.

9.3. Conclusiones de la segunda etapa de la investigación

A partir de los resultados que hemos ido obteniendo, nos planteamos que una cuestión importante podía ser las diferencias en los currículos escolares y esta información podía ayudar a explicar en parte las dificultades y, dado que no existía esta información, en esta etapa realizamos una comparación de los currículos de matemáticas correspondientes a las edades de 14 y 15 años

de ambos países. De manera complementaria dimos un cuestionario a los profesores de matemáticas y a sus alumnos, para conocer sus opiniones sobre las matemáticas y que nos ayudara a ver de dónde partíamos. Por otra parte elaboramos una prueba de problemas matemáticos para los alumnos de 14 años y otra para 15 años por separado, para saber el nivel de conocimientos matemáticos de estos estudiantes y tener una aproximación preliminar a la educación matemática en el país de origen.

9.3.1. Sobre la metodología empleada

La metodología empleada nos permitió responder a las preguntas de investigación planteadas sobre la comparación de los currículos y el diagnóstico preliminar del nivel de matemáticas en el país de origen. La aproximación cualitativa nos permitió comparar ambos currículos mediante diacronías que mostraron similitudes y diferencias. Por otra parte la aproximación cuantitativa nos permitió conocer el nivel de conocimientos matemáticos de los estudiantes que están escolarizados en institutos privados en Paquistán, puesto que en los centros públicos no fue posible por sus niveles (no comparables) y por la deserción de muchos de los alumnos.

9.3.2 Sobre los currículos de matemáticas utilizados por ambos países

El primer objetivo era comparar los currículos de matemáticas de los países de este estudio, como ya hemos comentado, para tener puntos de referencia respecto al conocimiento matemático previo a la llegada al país de acogida.

Las diferencias encontradas son de diversa índole:

- De organización

La primera diferencia que hemos encontrado en los sistemas educativos de Paquistán y de Cataluña a nivel general son los de organización: en Cataluña la Secundaria abarca cuatro años consecutivos y en Paquistán están separado en bloques de dos años (middle school y secondary school).

En Paquistán existe una evaluación interna al final de cada etapa y también hay una evaluación externa (se llama exámenes de estado) desde el primer año de secundaria hasta el último año, en Cataluña hasta este momento solo hay los exámenes internos de cada centro y una prueba externa de competencias en 3º de la Secundaria.

- De Contenido

En el currículo de Paquistán los contenidos que se enseñan son diferentes de los de Cataluña, tienen otros nombres y otro orden, aunque hay aspectos comunes.

El primer bloque de conocimientos es común en ambos países y se trata de numeración y cálculo, donde aprenden la operatoria de las fracciones.

El segundo bloque en Cataluña se centra en el estudio de patrones, relaciones y funciones, haciendo uso de las TIC. En Paquistán este bloque se centra en las operaciones algebraicas, con énfasis en la resolución de ejercicios, más que en la resolución de problemas. Aunque correspondería el mismo bloque, hay diferencias metodológicas, y por falta de recursos el uso de las TIC es muy restringido en los centros de Paquistán.

El tercer bloque en Cataluña se separa Espacio y Forma, y de Medida, en cambio en Paquistán se integran ambas ramas.

El cuarto bloque está dedicado a la Estadística y al Azar, en Cataluña se incorpora el estudio de probabilidades, este apartado no se aborda en Paquistán.

En Paquistán se define un quinto bloque de Razonamiento y Pensamiento lógico, que en el currículo de Cataluña no se trata de forma específica.

- Metodológicas

Las metodologías que se emplean en el aula también muestran importantes diferencias: en Paquistán se utilizan métodos tradicionales y en Cataluña metodologías más participativas. Tanto las metodologías empleadas como el tamaño de las clases (en promedios superiores a 30 en la educación privada en Paquistán, y aun mayores en la educación pública) influyen en la atención y motivación del alumnado.

9.3.3 Sobre la Opinión de los profesores de matemáticas de Paquistán sobre la enseñanza de las matemáticas.

Respecto de la opinión de los profesores de matemáticas sobre la enseñanza de las matemáticas y su utilidad, encontramos diferentes aspectos:

| Función | Metodología | Interés por las matemáticas de sus alumnos |
|--|--|--|
| La mayoría de los profesores dicen que las matemáticas sirven para agudizar la mente | La mayoría de los profesores tienen escasa información sobre diferentes métodos de enseñanza-aprendizaje, la mayoría realiza clases magistrales. | Los profesores dicen que a la mayoría de los alumnos no les interesan las matemáticas. |

9.3.4 Sobre la apreciación de las matemáticas por parte de los alumnos de Paquistán.

De forma resumida los presentamos en forma de tabla:

| Utilidad | Agrado | Sobre la forma en que reciben la enseñanza y sus propuestas de mejora. |
|--|---|--|
| La mayoría de los estudiantes de Paquistán estudiados dicen que las matemáticas les sirven para entender otras materias, también opinan que las matemáticas juegan un rol importante en la vida cotidiana. | Respecto de su agrado por las matemáticas las opiniones de los estudiantes están muy divididas. La parte que más les gusta es el álgebra. | Los estudiantes surgieron utilizar diferentes maneras para aumentar el interés por aprender matemáticas, por ejemplo, el uso de las tecnologías (ordenadores, juegos, calculadora, etc.) pueden aumentar el interés por las matemáticas. |

9.3.5. Sobre las pruebas de matemáticas de los alumnos de Paquistán.

Para conocer el nivel de conocimiento matemático de un grupo de estudiantes en el país de origen, se pasaron pruebas en 3 centros con alumnos de 14 y 15 años. Los tres centros son privados de la provincia Khyber Pukhtoonkhwa, y sólo nos muestran una aproximación a la

realidad educativa del país de origen, pero nos pareció importante hacer esta aproximación diagnóstica preliminar. En los centros de nuestro estudio las clases están separadas por el nivel de conocimiento de los alumnos.

Los estudiantes de 14 años muestran mejores resultados en la primera actividad de la prueba, que es una ecuación de primer grado con fracciones, este tipo de actividades la realizan habitualmente en sus clases. La actividad donde tuvieron peores resultados es en la actividad 3 sobre los cálculos de los cuerpos geométricos en el contexto de la vida cotidiana, los alumnos en general tienen poco conocimiento sobre geometría porque le dan menos importancia que otros temas de matemáticas. En los resultados hemos calculado el promedio de los estudiantes, incluyendo todos los estudiantes de rendimiento bajo y alto.

Los estudiantes de 15 años muestran mejores resultados en la 3 actividad correspondiente a una ecuación de primer grado con fracciones, debido a que en clase se trabaja más este tipo de actividades. El peor resultado se obtuvo en la actividad 2, que se trata de un cálculo de proporciones en un contexto de química, debido a que es un ejercicio muy complejo y nunca la habían visto en clase.

A modo general, las evaluaciones en Paquistán se hacen con problemas de libro, y no se contextualiza, por esta razón los resultados de nuestro estudio muestran puntajes más bajos en los problemas planteados en contexto.

Al comparar los resultados de las chicas con los chicos de ambas edades, las chicas muestran en general mejores resultados que los chicos. Esto se confirma con la opinión de los profesores que dicen que las chicas están más motivadas que sus compañeros.

9.4. Conclusiones de tercera etapa de la investigación

En esta etapa hemos realizado un estudio continuo pero se adaptado al grupo de alumnos de 1º de Secundaria y de los alumnos de 3º de Secundaria, también se ha incluido el profesorado que les imparte matemáticas en el contexto catalán para tener una visión más completa de la enseñanza. Las conclusiones se detallan a continuación:

9.4.1 Sobre la opinión de los profesores de matemáticas de Cataluña sobre la enseñanza de las matemáticas del alumnado migrante.

La mayoría de los profesores en sus clases en general, usan diferentes webs como material didáctico, y muy pocos profesores usan elementos materiales para la enseñanza de la geometría, como son figuras geométricas y como el Geoplano u otros elementos. Asimismo, respecto a cómo realizan la evaluación, la mayoría da mucha importancia al logro de la adquisición de los conceptos y procedimientos, así como a la realización cumplir con los deberes y de la actitud. La evaluación que suelen realizar es de pruebas escritas, solo un profesor refiere realizar evaluación continua. Muy pocos profesores han contestado que evalúan grupalmente. Respecto a la universalidad de las matemáticas, la mayoría creen que estas lo son, aunque no citan la contextualización para ser enseñadas. Sobre sus percepciones de si estas deben incluir diferentes aspectos culturales en currículo de matemáticas son diversas, algunos lo apoyan, ya que en sus clases rescatan el conocimiento matemático de las aportaciones de los árabes, de los chinos e hindúes, mientras que para otros no es relevante.

Sobre las creencias que tienen a partir de sus años de experiencia los profesores que han participado en este estudio, piensan que hay dos tipos de alumnado extranjero: uno que no tiene suficiente formación matemática y otro grupo de alumnos que tienen una buena base matemática pero no saben la lengua, los dos tipos de alumnos son diferentes y necesitan diferentes estrategias de enseñanza.

9.4.2. Sobre la Percepción de los alumnos migrantes escolarizados en los centros de secundaria de Cataluña.

A la mayoría de los alumnos, tanto los de 1º de Secundaria como los de 3º les gusta mucho ir al instituto, y están bastante integrados con alumnos de otras nacionalidades.

➤ Sobre las matemáticas

La mayoría del alumnado de 1º de Secundaria le gustan las matemáticas, pero en el alumnado de 3º manifiesta disminuir su interés por las matemáticas.

La mayoría de los alumnos de 1º y 3º de Secundaria consideran que las matemáticas que reciben en Cataluña son más fáciles, a pesar que en la pregunta que se les pide comparar la dificultad de las matemáticas en Paquistán y en Cataluña, la mayoría del alumnado de ambas edades dicen que en este nuevo contexto se les hace más difícil. A un tercio de ellos le cuesta mucho seguir las

explicaciones, mientras que otro tercio le cuesta un poco y el último tercio manifiesta que les es igual. Las dificultades que ellos exponen son la rapidez con que se desarrolla la clase, la base insuficiente de conocimientos, en el conocimiento operatorio, especialmente la división y finalmente señalan la lengua. Por otra parte, la opinión que tienen sobre la utilidad de las matemáticas ellos señalan las de: para trabajar y para la vida.

Respecto a la dificultad del aprendizaje de las matemáticas, ellos mencionan la lengua y conocimiento cultural, en cambio en los aspectos positivos diferenciales respecto a su país de origen señalan que las clases son más reducidas (y por ende reciben más atención) y también señalan que las metodologías son mucho más participativas. Las opiniones sobre la utilidad de las matemáticas son diversas entre los alumnos, pero en general se valora como una herramienta para trabajar y para la vida cotidiana.

➤ **Sobre la atención recibida**

Para los alumnos de 1º de Secundaria un 36% siente que recibe la misma atención que el resto de la clase, un 18% dice que más atención, mientras que un 6% dice que recibe menos atención y un 41% no sabe o no contesta. La mayoría de los alumnos están satisfechos con la atención recibida de parte del profesorado. Respecto a si este grupo de alumnos recibe ayuda en la realización de sus tareas escolares la mayoría dice que no, un 24% dice recibir ayuda de algún compañero o compañera, y un 11% recibe apoyo de la familia.

En cambio, la mayoría de los alumnos de 3º de Secundaria considera que recibe la misma atención que el resto de la clase y están satisfechos con la atención recibida, y un 33% dice que está insatisfecho. La mayoría de los alumnos no tienen ayuda en las tareas.

9.4.3. Sobre el cambio de lengua durante la realización de las actividades matemáticas de primer curso de Secundaria

Nuestro estudio, se ha llevado a cabo con 17 estudiantes paquistaníes de primer curso de secundaria, entre los objetivos estaba el de profundizar en el conocimiento del uso de las diferentes lenguas que usan en la resolución de actividades matemáticas (primera etapa de esta investigación), recordemos que los resultados mostraban que todos los alumnos cambiaron parcial o totalmente de L2 (Catalán) a L1 (Urdú, Punjabi) o a Castellano o a Inglés, de este modo, se confirma nuestro estudio inicial.

Estos resultados concordaban con los resultados obtenidos por los estudios realizados por Parvanehnezhad y Clarkson (2008) realizado con alumnos iraníes residentes en Australia, que cambian de Inglés a Persa o Farsi durante el desarrollo de las actividades matemáticas. Así mismo, estudios previos demuestran que todos los estudiantes cambiaron a L1 en algún momento de la resolución de actividades matemáticas. Nuestros resultados también coinciden además con los trabajos de Planas y Civil (2010) en que se demuestra que los estudiantes latinos cambian de catalán a castellano para resolver las actividades matemáticas. Otros estudios anteriores también exponen el uso de L1 de alumnos latinos bilingües: Planas y Setati (2009) con alumnos escolarizados en Cataluña, y Reverter (2012) con alumnos escolarizados en Estados Unidos.

9.4.4. Sobre el tipo de actividades que promueven el cambio de lengua de los alumnos de primer curso de Secundaria

De acuerdo a nuestro diseño de investigación para el alumnado de primer curso de Secundaria, recordemos que se usaron 4 tipos de actividades matemáticas: simbólica, de texto, gráfica y mixta, siguiendo la misma tipología de actividades que la usada en el de la primera etapa, para confirmar nuestros datos. El resultado de esta segunda etapa de la investigación confirma el cambio de lengua, especialmente en la actividad de texto (2) en que la mayoría de los estudiantes cambiaron de lengua de manera más radical. En este caso se cambio de lengua en un 71% (totalmente un 24% y el 47% restante cambió de lengua parcialmente, sólo un 29% no cambió de lengua). En la actividad mixta (4) se verificó el cambio de lengua por un 82,3% (totalmente por un 17,6% y parcialmente un 64,7% de los estudiantes) y en las actividades simbólica (1) y gráfica (3) el porcentaje fue un cambio parcial de 76% y 47% respectivamente. Estos resultados sugieren que el cambio de lengua depende en buena medida del tipo de actividad planteada, estos resultados nos ayudan a confirmar los obtenidos en la primera fase de esta investigación, pero dado que nuestras muestras son reducidas creemos que se hace necesario seguir realizando más investigaciones en este sentido para ofrecer una generalización. Este resultado nos permite confirmar el cambio de lengua de nuestro grupo de estudio durante la resolución de actividades matemáticas. Si bien es un resultado esperado, nuestros resultados nos permiten conocer mejor el estudio sobre este colectivo de alumnado paquistaníes que vive y estudia en la comunidad catalana y dado que no nos constan otros, nos parece importante poder ofrecer estos resultados a la bibliografía que demuestra la importancia de los contextos específicos en estudios de este tipo.

9.4.5. Sobre la resolución de las actividades matemáticas de primer curso de Secundaria

La actividad simbólica (1) prioritariamente trata de operaciones y fue contestada correctamente por un 41% de alumnos, aunque el 12 % no contestó a esta actividad. Este resultado nos indica que fue una actividad que es bastante ajustada al nivel de los alumnos, ya que la responden la mayoría, aunque sea parcialmente correcta. Los que la realizan de forma parcial nos muestra que estos alumnos no tienen un logro adecuado de los conceptos del manejo de los paréntesis y sobre la prioridad de operaciones.

La actividad de texto (2) es la que presento más dificultades, sólo un 6% de alumnos contestó correctamente, haciendo uso de ambas lenguas y parcialmente el 35 % de los alumnos. Hubo 10 alumnos que no contestaron esta actividad lo que representa un 59 % de nuestra muestra. Esta actividad necesita la comprensión lectora y a demás comprender e interpretar la realidad cotidiana, lo que muestra la importancia de la lengua en el aprendizaje de las matemáticas y del entorno. Es una tipología de problema que no se suele resolver en Paquistán, es por ello que pensamos que los alumnos tuvieron más dificultades y no la respondieron.

En la actividad gráfica (3) , la mayoría de alumnos (un 94%) contestó correctamente Esta actividad fue la que tuvo mayor número de respuestas correctas, debido a que se trata de la interpretación de gráficos, en un contexto de deporte (juego de césped, de cricket y de atletismo) que es conocido por los alumnos es y además el lenguaje era visual.

La última actividad que es mixta (4) y consistía en el uso del lenguaje visual y texto y fue contestado correctamente por un 76%, lo que nos indica que fue en general bien comprendida por los alumnos y no la contestaron una cuarta parte de los mismos.

Por otra parte, hemos constatado que existe una relación entre diversos factores sociales (apoyo familiar, escolarización y trabajo de los padres, número de personas en la familia) y el logro de competencias matemáticas del alumnado.

9.4.6. Sobre los resultados de la prueba de matemáticas de la clase ordinaria

Se realizó una prueba a 102 estudiantes de clases ordinarias de 3º de Secundaria con el objetivo de fiabilizar la prueba de conocimientos matemáticos realizados en el siguiente apartado. Además se triangularon con las notas del instituto con la prueba de matemáticas de este estudio.

Se observa una correlación muy significativa entre la prueba diseñada para este estudio y las notas de matemáticas del instituto. Esto nos permite fiabilizar el instrumento de investigación. Por otra parte, se observan correlaciones significativas al comparar los puntajes de las lenguas y matemáticas en todos los casos.

Las notas de catalán de 3º de Secundaria del Instituto tienen un promedio de 5,65, de castellano 5,32, de matemáticas el promedio es 5,25 y la prueba de matemáticas del estudio el promedio es 5,11. El promedio de todos los alumnos a quienes hemos pasado las pruebas es superior a 5, esto es, en su conjunto la han superado.

Por otra parte podemos comparar la correlación entre la prueba de matemáticas del estudio y las notas de lenguas del instituto y hemos encontrado una correlación moderadamente significativa. Además se observa que hay una alta correlación entre ambas lenguas (catalán y castellano).

9.4.7. Sobre los resultados de la prueba de matemáticas del alumnado paquistaní

Se aplicó una prueba de matemáticas en dos versiones: una en catalán y otra en urdú, a 22 estudiantes paquistaníes de 3º de Secundaria.

Los estudiantes obtuvieron mejores resultados en la tercera actividad que corresponde a un problema de texto donde es necesario sumar, en ambas lenguas, con un leve incremento en la versión en urdú.

La actividad 2 de tipo visual fue contestada correctamente por dos tercios del alumnado, con un leve incremento en la versión en urdú.

Por otra parte, el peor resultado se evidenció en la actividad 1 que corresponde también a un problema de texto, pero se requería operar con fracciones y tener claro el concepto de ecuaciones. Por el mismo motivo, la actividad 5 de carácter simbólico de una ecuación con fracciones, presentó pobres resultados.

La actividad 4, de carácter mixto, fue contestada parcialmente correcta por la gran mayoría del alumnado. Los problemas se relacionaron con la operatoria con números decimales.

9.4.8. Sobre el uso de la lengua

En 3º de Secundaria se aplicó la prueba de matemáticas del estudio en catalán y en urdú, hemos visto que el alumnado tiene mejor desempeño matemático en la versión en urdú, que es su lengua materna, por otra parte los estudiantes que han estudiado matemáticas en inglés, obtienen mejores resultados en catalán que en su primera lengua. La razón de estos resultados creemos que se debe a que entienden el lenguaje matemático en inglés y el lenguaje matemático en catalán tienen puntos comunes (ya que ambas utilizan el mismo alfabeto), razones dadas por los alumnos que nos dicen (por eso aprendemos las matemáticas más rápido en catalán), al contrario del otro grupo de alumnos que su primera lengua de enseñanza ha sido en urdú. Respecto a los problemas que se han enfrentado los estudiantes durante las pruebas de conocimiento matemático de la Generalidad de Cataluña y la prueba de matemática del investigador, podemos decir que los alumnos si entienden las actividades en urdú, pero cuando se enfrentan a registros matemáticos como triángulo, rectángulo, etc. no entienden, este vocabulario en urdú, pensamos que es debido a que ellos no lo estudiaron en L1 en el país de origen, es por ello que cuando luego de el investigador les da la explicación en inglés, comprenden perfectamente. Muchos de los alumnos han contestado que hacen las actividades matemáticas en urdú y no se dan cuenta que no entienden algunos de los registros matemáticos en urdú.

9.4.9. Sobre las competencias de acuerdo a la Generalitat de Cataluña

A continuación revisamos las conclusiones de las pruebas de competencias matemáticas y lingüísticas en la lengua materna (urdú) elaboradas por la Generalidad de Cataluña para alumnos recién llegados. Se analizan las dificultades matemáticas a las que se enfrentan, las competencias matemáticas que desarrollan y el rol de la lengua, especialmente cuando se enfrentan a obstáculos durante la realización de actividades matemáticas.

9.4.9.1 Sobre las Competencias matemáticas

El nivel correspondiente a los 8 años, casi la totalidad del alumnado tiene un logro completo en numeración natural, sumas y restas, problemas visuales y conocimiento del calendario y del reloj.

En el nivel de 10 años hay un alto índice de respuestas adecuadas, aunque existen algunos alumnos que desconocen las figuras geométricas y otros presentan problemas al realizar divisiones, que corresponde a competencias que ya deberían haber alcanzado de acuerdo a su edad.

En el nivel 12 años los alumnos tienen problemas con las operaciones con fracciones, aunque son capaces de representarlas gráficamente de manera adecuada. Otras competencias que presentan dificultades es el trabajo con símbolos de unidades de medida, operaciones con decimales, potenciación y radicación simples y conocimiento de las figuras 3D.

En el nivel de 14 años fue donde los alumnos tuvieron más dificultades. Los alumnos tienen muy pocos conocimientos de geometría (áreas, volúmenes) y álgebra (exponentes, radicales, divisibilidad, ecuaciones) Estos resultados son esperables si consideramos los fallos en conocimientos previos años que detectamos en los niveles anteriores.

9.4.9.2. Sobre las competencias lingüísticas

Los alumnos paquistaníes tienen dificultades con la lengua de instrucción L2, pues solo un 27% aprueba catalán y un 18% aprueba castellano. Los alumnos han estado en promedio 4,6 años en Cataluña. Estos resultados indican que a pesar del tiempo de escolarización en Cataluña, aun no han logrado ser completamente competentes en su segunda lengua (L2). Una mayoría de alumnos se encuentra con notas entre 4 y 5.

Hay una alta correlación entre la nota de catalán y castellano de los alumnos. Por otra parte todos los alumnos han aprobado la prueba de urdú porque son hablantes frecuentes de L1. Además la prueba de la Generalitat es de un nivel muy básico, lo que explica excelente el resultado obtenido en urdú (8,6 promedio).

9.4.9.3 Sobre la Relación entre competencias matemáticas y lingüísticas

Encontramos una diferencia de resultados en las pruebas matemáticas en la lengua de instrucción y su primera lengua. Los alumnos han contestado mejor un urdú que en catalán en general, en el caso de los alumnos que han aprendido estos contenidos en su país de origen. Los alumnos que han aprendido la matemáticas en inglés en el país de origen contestaron mejor en catalán que en su primera lengua, por el contrario los alumnos que han estudiado en su primera lengua han contestado mejor en esta lengua que en catalán.

9.4.9.4. Sobre la Tipología de estudiantes

De acuerdo con los resultados de la prueba de competencia matemática de la Generalitat y de este estudio, hemos agrupado a las y a los alumnos de tercero de secundaria en 4 perfiles, que son los siguientes:

a) alumnado recién llegado:

No es competente en la L2, sin embargo en su mayoría aprueban las matemáticas en urdú.

b) alumnos bilingües con motivación:

Los alumnos competentes en dos o más lenguas, muestran mejores resultados en las tres pruebas de matemáticas, lo que confirma los resultados de otros estudios como los de Cummin (1976) ratificados por investigaciones posteriores: los alumnos bilingües obtienen mejores resultados en matemáticas que los alumnos monolingües, es decir logran aprobar todas las matemáticas. Muchos estudios muestran la relación entre las competencias lingüísticas y matemáticas (Dawe, 1983). Del mismo modo, otros autores lo han confirmado (Sarmini 2009, Ní Ríordáin 2008). Por este motivo consideramos que debe considerarse esta fuerte relación entre lenguas y matemáticas, en contra de la creencia que las matemáticas son independientes de la lengua (Dawe, 1983; Sarmini 2009).

c) alumnos escolarizados en inglés y motivados:

Los alumnos paquistaníes que tienen una lengua dominante L1 pero han estudiado en institutos privados en Paquistán en inglés, han obtenido buenos resultados en las pruebas de matemáticas de la Generalitat y de este estudio. Hemos encontrado que este grupo de alumnos ha aprobado matemáticas en catalán, a pesar de no aprobar la prueba de catalán. Creemos que un factor que influye positivamente es que han estudiado en otra lengua (inglés), lo que les permite tener más elementos lingüísticos para enfrentarse a textos en catalán. Este caso es más complejo, debido a la primera L2 que han adquirido (ingles) es diferente a la lengua de instrucción (catalán).

d) alumnado bilingüe no motivado

Hay una estudiante que es competente en más de dos lenguas, pero en la entrevista dice que no le gustan las matemáticas y muestra resultados muy ajustados en las pruebas matemáticas, incluso reprueba la prueba de matemáticas en urdú del estudio. Este resultado muestra la importancia de la motivación del alumnado. En este caso la alumna suspende las matemáticas del instituto.

9.5 Dificultades encontradas

Durante la investigación y después de analizar los datos obtenidos de los estudiantes paquistaníes, hemos encontrado diversos tipos de dificultades a los que se enfrentan estos

alumnos durante la resolución de actividades matemáticas, además de los problemas lingüísticos. Las dificultades son las siguientes:

1) Comprensión lectora

La primera dificultad que hemos encontrado es la comprensión lectora; podemos distinguir dos tipos: por una parte, hay alumnos que no entienden algunas palabras y después de recibir la explicación del significado son capaces de resolver la actividad correctamente, eso ocurre con algunos alumnos que llevan 3 o 4 años de escolarización en Cataluña. Otro grupo de alumnos sí que entienden la actividad en la lengua dada, pero no pueden extraer los datos necesarios para resolver la actividad, pues no entienden bien las palabras claves que son importantes para realizar la actividad. Las dificultades de comprensión lectora se han estudiado en varios estudios previos (Cuevas,1984; Dawe, 1983; De Avila & Duncan, 1985, Sarmini 2009, Reverter 2012).

2) Carencia de conocimientos previos en aritmética.

Otra dificultad que hemos encontrado es el conocimiento previo en el área de aritmética que no está bien desarrollada y cuando los alumnos se enfrentan a este tipo de operaciones no son capaces de seguir, o bien obtienen un resultado inadecuado. Estos resultados los hemos encontrado en la prueba de conocimientos matemáticos de la Generalidad de Cataluña y en las entrevistas realizadas.

3) Decimales y fracciones

Detectamos también como dificultad en los estudiantes la falta de un buen conocimiento de la operatoria con números decimales, especialmente cuando se enfrentan a una división o multiplicación con números decimales. Por otra parte, la mayoría de los alumnos no fueron capaces de hacer ningún tipo de operación con fracciones, porque no tenían claro el concepto de fracción, o le encontraban difícil y perdían la confianza para resolver la actividad.

4) Operatoria

Durante la resolución de pruebas los alumnos enfrentaron dificultades con la jerarquía de operaciones, no recordaron las prioridades que debían considerar.

5) Comparación de unidades

Muchos de los participantes del estudio no sabían o no recordaban como hacer el cambio de las distintas unidades matemáticas.

9.6 Estrategias alternativas

Había participantes que usaron estrategias alternativas cuando encontraban un obstáculo en la resolución de actividades matemáticas.

1) Sumas en lugar de multiplicaciones

Hemos encontrado algunos alumnos que tienen dificultades con las divisiones y multiplicaciones, y utilizan otro camino como por ejemplo, usar las sumas repetitivas.

2) Aproximaciones sucesivas

Otros estudiantes en vez de multiplicar o dividir usan aproximaciones sucesivas hasta lograr la resolución de actividad

9.7. Conclusiones sobre la cuarta etapa de la investigación

En este apartado mostramos las principales conclusiones del taller de matemáticas realizado en 12 sesiones con 4 alumnas paquistanés. Nos referiremos a dos momentos del taller:

- Interacciones en pareja
- Prueba de evaluación

9.7.1. Sobre el cambio de lengua en las interacciones en pareja

La interacción entre pares permite el uso de diferentes lenguas durante la resolución de problemas, para ello los alumnos realizan *code switching* para seguir la conversación sobre las actividades que están resolviendo. Esto ocurre con los estudiantes migrantes, que aunque dominan la lengua de instrucción, cambian a su primera lengua cuando hablan con una compañera/o que también usa esa primera lengua, para entender mejor la situación en este caso la matemáticas (Moschokvich 2005, Halai 2011, Planas & Civil 2010). Es por eso que el uso de *code-switching* ocurre a veces de manera transparente, es decir los alumnos utilizan una variedad de lenguas sin dar cuenta sobre el uso de ellas, pues su enfoque estaba en la resolución del problema, esto confirma los resultados obtenidos por otros autores (Setati, Molefe, Langa 2008,

Reverter, 2012), quienes plantean que los estudiantes usan la lengua como un recurso transparente en el aprendizaje de las matemáticas.

9.7.2 Sobre el tipo de interacciones

Los resultados nos muestran que la mayoría de los intercambios son de tipo cooperativo y permiten la negociación para construir significados compartidos, aunque las parejas fueron muy diferentes: una estuvo formada por dos estudiantes bilingües, de nivel académico similar, y el uso de la palabra fue compartido equitativamente. La otra pareja estuvo formada por una estudiante que va a la clase ordinaria, y la otra que está en el aula abierta de refuerzo, la dinámica en este caso fue que una llevó casi todo el peso del uso de la palabra.

Respecto a la resolución de problemas matemáticos, constatamos que se propician momentos metacognitivos que ayudan a que las estudiantes propongan formas de resolución, aunque no siempre tienen éxito.

9.7.3. Sobre las estrategias en la resolución de problemas

Para la resolución de actividades matemáticas la pareja A-Z usa una estrategia de aproximaciones para encontrar el resultado en la actividad 1 y 3. Para realizar una división de un número grande, lo descomponen en grupos de números más pequeños, hasta que encuentran el resultado para cada parte y después suman los resultados obtenidos en cada parte, como se hicieron en la actividad 2. La pareja R-S también usa aproximaciones en como una estrategia para resolver la 3 actividad.

9.7.4. Sobre los obstáculos en la resolución de problemas

El primer obstáculo que hemos encontrado es el de la comprensión parcial de texto, pues no fueron capaces de extraer los datos de la actividad correctamente. En la actividad 4 la pareja R-S no entendió una parte de la actividad y cuando tuvieron claro el significado logró realizar las operaciones adecuadas y llegar a un resultado correcto.

9.7.5. Sobre la Evaluación individual

Respecto a las competencias matemáticas, las alumnas alcanzan diferentes niveles, dependiendo de sus contextos educativos y familiares previos. Se detectaron sus principales problemas conceptuales: operatoria con fracciones, multiplicaciones y divisiones. Se constató el uso de

estrategias alternativas (sumas consecutivas, mezcla de multiplicaciones y sumas) para suplir el desconocimiento de las tablas de multiplicar de las alumnas.

9.7.6. Sobre las orientaciones didácticas

En general, la experiencia del taller fue muy positiva, por cuanto cumplimos con uno de los objetivos propuestos que era el de promover la reflexión del alumnado sobre la propia práctica, a partir de generar dudas y compartir estrategias e instrumentos, incorporando una práctica bilingüe. Constatamos que al propiciar un espacio para el desarrollo de un trabajo cooperativo en la resolución de problemas, se producen interacciones muy ricas que facilitan el desarrollo de las actividades. Por otra parte, posibilitar el uso de un lenguaje bilingüe permitió mejorar la argumentación matemática. Todo el taller fomentó la metacognición del alumnado, mediante preguntas que potenciaron su aprendizaje de modo socio constructivista. Los resultados de la prueba de evaluación final mostraron un progreso de las estudiantes en su comprensión de conceptos matemáticos y su aplicación, así como su actitud hacia las matemáticas.

9.8. Conclusiones generales del estudio

En este estudio hemos investigado la relación entre dos factores importantes en la educación matemática: la lengua y su relación con la resolución de actividades matemáticas, cuando los alumnos bilingües resuelven actividades matemáticas en su segunda lengua.

Primero nos centramos en las conclusiones lingüísticas que hemos obtenido de la observación de alumnos paquistaníes. Estos alumnos, que están escolarizados en el sistema educativo de Cataluña, cambian de lengua durante algún momento de la resolución de actividades matemáticas. Todos los alumnos que participaron en la primera etapa de este estudio lo hicieron y el cambio de lengua se confirma con los resultados obtenidos en la tercera etapa de este estudio. Los alumnos atribuyen estos cambios de lengua al conocimiento de la operatoria en su primera lengua, dicen que lo realizan por las dificultades de las actividades matemáticas, y también por costumbre. Además los alumnos tienen algunas dificultades en la resolución de problemas y hacen uso de diversas estrategias para superarlas.

Nuestros resultados son concordantes con la hipótesis de Cummins, (1979): los estudiantes que son competentes en ambas lenguas tienen buenos resultados en matemáticas. De todos los casos que estudiamos, solo una alumna no era competente en matemáticas y era bilingüe, esto estaba influido por el factor de baja motivación.

Por otra parte, en los alumnos de tercer curso de secundaria a quienes hemos pasado las pruebas de lenguas, observamos que los alumnos que están lingüísticamente bien preparados tienen un mejor desempeño en la educación general y particularmente en matemáticas, eso confirma los resultados de Clarkson (2007), Ní Ríordáin (2008).

De acuerdo a Cummins y su teoría "threshold", los estudiantes que entiendan múltiples lenguas tienen más éxito en matemáticas. Esto lo hemos comprobado en nuestro estudio. Siguiendo a Cummins, el bilingüismo permite el pensamiento divergente, los estudiantes pueden haber realizado consciente o inconscientemente, una serie de pensamientos matemáticos en diferentes idiomas. Cuando los procesos de solución se expresan en diferentes idiomas, los alumnos comparan los significados implícitos en el texto matemático para dar sentido a las tareas. Los alumnos multilingües en nuestro estudio son propensos a resolver los problemas usando una gama de idiomas en los que expresaron sus pensamientos hasta llegar a alguna solución. En este estudio se confirma la hipótesis que los alumnos que han adquirido su primera lengua (urdú o inglés) en un nivel más elevado, aprenden la segunda lengua más pronto que otros alumnos y también muestran mejores resultados en matemáticas al compararse con otros compañeros. Esto está en concordancia con los estudios previos de Njurai & Setati (2011).

La adquisición de competencias básicas en L1 (urdú) puede apoyar el desarrollo de las habilidades en catalán. En general, la adquisición adecuada de la primera lengua puede apoyar el razonamiento matemático en la L2, en cambio si la lengua materna no está suficientemente desarrollada, también la L2 se afecta y por ende la enseñanza de las matemáticas, se observa que frecuentemente los alumnos realizan *code switching* para resolver actividades matemáticas.

Nuestros resultados también se alinean con el trabajo que ha hecho Clarkson (2006), que establece que los estudiantes que desarrollan habilidades en su L1 contribuyen al logro de habilidades en L2, lo que les permite facilitar la organización y el razonamiento y ayudarles a cultivar sus habilidades metalingüísticas, esto sucedió con algunos de los estudiantes de nuestro estudio.

Las entrevistas que tuvimos con 8 alumnos paquistaníes sobre el uso de la lengua y la resolución de problemas también confirman los resultados anteriores, pues todos reportaron el uso de su primera lengua durante toda o una parte de la resolución de problemas. Los alumnos que entrevistamos dicen en algunos casos, que traducen palabras o todo el texto de la actividad para entenderla mejor.

Respecto de las dificultades matemáticas de los alumnos paquistaníes durante la resolución de actividades matemáticas, hemos encontrado diferentes situaciones: hay alumnos que dicen que si entienden los textos de las actividades dadas, pero para resolverlas las traducen a su primera lengua. Las dificultades matemáticas que hemos encontrado se centran en la operatoria: son las divisiones, multiplicaciones, fracciones y geometría. Muchos de los casos cuando leen las actividades y encuentran que deben hacer multiplicaciones realizan estrategias alternativas: usan sumas sucesivas hasta que le dan la solución de la actividad. Cuando hacen divisiones, es muy usual la utilización de móviles o calculadora, porque no tienen confianza en que van hacer los cálculos bien. Para enfrentar estos tipos de dificultades usan estrategias alternativas como por ejemplo hacer aproximaciones, hacer la actividad paso a paso descomponiéndola en partes.

9.9. Limitaciones del estudio

Un problema muy importante fue encontrar la población paquistaní escolarizada en Cataluña dispuesta a participar en este estudio. Tuvimos dificultades para contactar con un grupo suficiente de alumnos paquistaníes del mismo curso o de mismo instituto. Por ese motivo tuvimos que realizar esta investigación en 7 institutos, lo que significó una gran cantidad de tiempo para movilizarse de un instituto a otro y compatibilizar los horarios de los alumnos con los del investigador. Por tanto no se han podido llevar a cabo todas las sesiones que nos hubiera gustado. La muestra seleccionada de estudiantes paquistaníes correspondió a los institutos a los que pudimos acceder.

Por otra parte, otra limitación del estudio realizado en Paquistán, fue que sólo se efectuó en el área de Khyber Pakhtunkhwa, una de las cuatro provincias del país. La investigación se realizó en institutos privados, no fue posible pasar las pruebas en los institutos públicos debido a la burocracia y la dificultad de obtener los permisos correspondientes en estos centros. Los centros privados con los que contactamos también dan cuenta de un panorama parcial de la situación, por cuanto hubo resistencias del profesorado para que se supiera el nivel de sus alumnos en cuanto a conocimientos matemáticos. El grupo de estudiantes también fue heterogéneo, pues había estudiantes de pueblos y ciudades, y respecto a las lenguas hubo una homogeneidad pues hablan la misma L1, a pesar que están escolarizados en inglés. Factores culturales impidieron pasar personalmente la prueba a las chicas y se hizo a través de sus profesoras, por lo que no pudimos conocer personalmente la situación de las alumnas que participaron en este estudio.

Aunque la muestra de los estudiantes que participan en este estudio es relativamente pequeña de la que extraer conclusiones generalizables acerca de todos los alumnos paquistaníes que están

matriculados en el sistema educativo catalán y su aprendizaje de las matemáticas en una segunda lengua, considero que los hallazgos reportados presentan una buena descripción del bilingüismo y su influencia en aprendizaje de las matemáticas en Cataluña, así como una base para futuros estudios y consideraciones didácticas. También son importantes los resultados acerca de la realización de las actividades matemáticas y sus competencias, así como del estudio de las interacciones desarrolladas en la realización del taller.

9.10. Implicaciones y orientaciones pedagógicas

El constructivismo reconoce las ideas previas de los estudiantes y espera trabajar y construir a partir de ellos los conocimientos matemáticos. El rol del profesorado es, en parte, ayudar a los estudiantes a relacionar lo que aprenden en la escuela con lo que aprenden fuera de ella. La multiculturalidad y el bilingüismo aportan una riqueza al aula, por que se traen conocimientos de otras culturas, distintas formas mirar el mundo e incluso diferentes formas de resolver los problemas matemáticos y de escribir las operaciones.

Sabemos que los estudiantes traen este conocimiento al aula, pero la realidad es que el sistema educativo no facilita a los estudiantes usar sus recursos matemáticos y lingüísticos en una lengua que no sea el catalán. Esta investigación confirma el cambio de lengua de los estudiantes durante el desarrollo de actividades matemáticas. Si bien esta es una investigación que se da en el marco de la interacción estudiante-entrevistador; informalmente los alumnos señalan que el cambio de lengua también ocurre en la clase de matemáticas. Sin embargo el sistema educativo no permite usar L1 dentro del aula de matemáticas, lo que impide que los estudiantes utilicen en el aula sus recursos lingüísticos y hagan más uso de la palabra en clases, logrando un mayor nivel de integración. Desde mi punto de vista, el sistema educativo catalán enfatiza el aprendizaje de la lengua antes que el aprendizaje matemático y no aprovecha el rico bagaje cultural de los estudiantes “nouvinguts”.

Los estudiantes paquistaníes que han estudiado en Paquistán, o que tienen un hermano o familiar que ha estudiado matemáticas allá y que les ayuda con los deberes en casa, tienen algunas estrategias diferentes de resolución de las actividades matemáticas, e incluso diferencias en la forma de escribir las operaciones. Por otra parte, el sistema educativo en Paquistán, es muy tradicional y se basa en las clases magistrales. Los estudiantes son muy obedientes y preguntan poco. Por este motivo, además de la lengua, los estudiantes al llegar a este nuevo contexto educativo catalán se sienten inseguros, porque no están acostumbrados a participar ni a preguntar dudas.

Estamos de acuerdo con el planteamiento de Parvanehnezhad y Clarkson (2008) sobre las tensiones derivadas en la escuela, ya que el profesorado desconoce las estrategias alternativas de resolución de problemas de estos alumnos. Sería conveniente realizar más investigaciones para profundizar en el conocimiento de cómo resuelven las actividades matemáticas los estudiantes multilingües. Para estos estudiantes, las matemáticas que conocen están relacionadas con su lengua L1, que es la que hablan en sus casas; y les resulta más fácil expresar algunas de sus ideas en esta lengua. Si esto se permitiera, los estudiantes tendrían mayor disposición a mejorar el aprendizaje de L2 (en el contexto de esta investigación la lengua catalana). Al permitirse el uso de ambas lenguas, los estudiantes podrían estar en mejores condiciones de usar lo aprendido en la escuela y explicarlo a sus padres y amigos en su L1 en la casa o la calle. Esto sería una ventaja para que los estudiantes puedan transitar entre ambas lenguas. De acuerdo a Cummins (2000), si se desarrollan las dos lenguas, esto tiene beneficios cognitivos para los alumnos. Estamos de acuerdo con la sugerencia de Parvanehnezhad y Clarkson (2008), que hacen énfasis en que el profesorado de escuelas multilingües debería reconocer que los estudiantes bilingües pueden hacer un cambio de lengua para resolver las actividades matemáticas. En términos concretos, se podría permitir que estudiantes de una misma lengua L1 con diferente dominio de L2 se sentaran juntos y pudieran interactuar en L1 para resolver un problema matemático. También coincidimos con la sugerencia de Planas (2009) en relación al discurso de profesorado de matemáticas: este debe estimular a los alumnos que no son de la cultura dominante a expresarse porque tiene cosas relevantes que decir en matemáticas.

Las matemáticas juegan un papel importante en esta sociedad moderna, y es importante que las instituciones educativas proporcionen igualdad de oportunidades a todos los ciudadanos para su aprendizaje, esto se hace especialmente relevante a grupos minoritarios de la población, como es el alumnado inmigrante, para que pueda desarrollarse del mismo modo que los estudiantes nativos. El objetivo principal de esta tesis ha sido conocer más sobre el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes que estudian en una segunda lengua. No se debe confundir las dificultades de comunicación que tienen estos estudiantes y los obstáculos experimentados en el aprendizaje en matemáticas.

Los estudiantes inmigrantes, en nuestro estudio paquistaníes, tienen en un primer momento dificultades con la lengua, por lo que es importante el apoyo que existe de las aulas de acogida. Sin embargo, cuando logran superar sus dificultades en la comprensión del lenguaje utilizado en el aula de matemáticas, es importante integrarlos a la clase normal para promover su adaptación. Es conveniente pensar en la gestión del aula de forma flexible para permitir incluir a estos

estudiantes de la mejor manera posible, tratando de disminuir las brechas culturales y evitar las prácticas educativas excluyentes. Concordamos con Moschkovich (2007, 2005), quien insta a que se reconozca la L1 de los estudiantes como un recurso legítimo que los apoye en el aprendizaje a comunicarse matemáticamente.

9.11. Líneas de futuro

Los resultados obtenidos y la limitación como hemos mencionado anteriormente, dan la oportunidad de proponer algunas de las posibles investigaciones que puedan llevarse a cabo en el área de la educación bilingüe y las matemáticas. A continuación apuntamos algunas de ellas.

En este estudio hemos realizado pruebas de conocimientos matemáticos de la Generalidad de Cataluña en la primera lengua los alumnos, pero durante investigación nos dimos cuenta que hay un grupo de alumnos sí que tienen competencia en lengua urdú (oralmente y escrito) pero han aprendido las matemáticas y otras materias en inglés, por lo que no conocían los registros matemáticos en urdú, por ello se podría estudiar como estos estudiantes resuelven las actividades matemáticas en inglés y cuáles son sus competencias lingüísticas en esa lengua, y su relación con las otras lenguas.

Por otra parte, se podría realizar un estudio longitudinal a través de los 4 años de secundaria, pues sería interesante hacer el seguimiento del progreso de estos alumnos.

Otra línea interesante de profundizar, de carácter sociocultural, es el rol de familia en el interés por estudiar de los alumnos paquistaníes, la motivación y el apoyo que reciben, y como eso influye en los estudios de alumnos paquistaníes.

Realizar un estudio comparativo separado del progreso de los alumnos paquistaníes que no han estudiado en Paquistán y los alumnos que sí ha estudiado en Paquistán, para ver qué tipo de dificultades diferenciadas enfrentan estos estudiantes, aparte de la lengua, durante la resolución de las actividades matemáticas.

Estudiar el progreso de los alumnos paquistaníes recién llegados y su adaptación al sistema educativo de Cataluña, haciendo un seguimiento durante el primer año.

Se puede ampliar el área de matemáticas de la investigación, y estudiar otros aspectos de las matemáticas en general, y ver qué tipo de dificultades reportan estos estudiantes y comparar con los errores hemos encontrado en este estudio.

Se puede ampliar este estudio con mas estudiantes que lleven los mismos años de escolarización en Cataluña y controlar los factores sociales, para entender mejor los hechos desde el punto de vista sociocultural.

Consideramos que los estudios futuros deberían considerar aun más en profundidad la comparación del rendimiento en matemáticas respecto del género, el bilingüismo y la resolución de actividades matemáticas, por cuanto la realidad de Paquistán tiene diferencias marcadas en lo social respecto de la comunidad de acogida.

En estudios adicionales se podrían incluir a la investigación la correlación entre el idioma de su preferencia según lo identificado por los estudiantes y su desempeño en los problemas de matemáticas en los dos idiomas.

Referencias Bibliográficas

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abdallah-Pretceille, M. (2006). Interculturalism as a paradigm for thinking about diversity *Intercultural Education, Vol. 17, No. 5, December 2006, pp. 475–483.*

Abreu, G. (1993). *The relationship between home and school mathematics in a farming community in rural Brazil.* PhD. Dissertation, University of Cambridge.

Adetula, L.O. (1985) *The Effects of Language and Schooling on the Solutions of Addition and Subtraction Word Problems by Nigerian Children.* PhD. Dissertation, University of Wisconsin-Madison.

Adetula, L. O. (1990) 'Language factor: Does it affect children's performance on word problems?', *Educational Studies in Mathematics*, 21(4), pp.351-365.

Adler, J. (2001). *Teaching Mathematics in Multilingual Classrooms.* Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Adler, J. (2000) Conceptualising resources as a theme for mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education.* 3, 3, 205-224.

Aguado M.T. (2003) "Pedagogía Intercultural" Madrid McGraw-Hill.

Alro, H. y Skovsmose, O.(1996) Students' Good Reasons. *For the Learning of Mathematics*, 16(3), pp. 31-38.

Altarriba , J. & Basnight-Brown, M. D. (2007) Methodological consideration in performing semantic translation priming experiments across languages. *Behaviour Research Methods, Instruments and Computers.* 39:1-18.

Argibay, M. (2003). *La educación ante la interculturalidad. Análisis y propuestas básicas.* País Vasco: Instituto Hegoa.

Arthur, J. (1994) 'English in Botswana primary classrooms: functions and constraints', in Rubagumya, C. M., ed., *Teaching and Researching Language in African Classrooms*, England: Multilingual Matters, pp.63-87.

Austin, J. L. and Howson, A. G. (1979) 'Language and mathematical education', *Educational Studies in Mathematics*, 10(2), pp.161-197.

Ayuntamiento de Barcelona (2012) Anuario estadístico <http://www.bcn.cat/estadistica/castella/>

Baker, C. (2000) *A Parents' and Teachers' Guide to Bilingualism*, 2nd ed., Clevedon: Multilingual Matters.

Baker, C. and Prys Jones, S. (1998) *Encyclopedia of Bilingualism and Bilingual Education*, Clevedon: Multilingual Matters.

Baker, C. (1988) *Key Issues in Bilingualism and Bilingual Education*, Great Britain: WBC Print.

Banks, James A. (1986) Multicultural Education: Development, Paradigms and Goals. En: J.A. Banks y J.Lynch. (eds): *Multicultural Education in Western Societies*, pp.2-28 Londres: Holt, Rinehart and Winston.

Bartolomé, A. (1997). Preparando para un nuevo modo de conocer. EDUTEC, *Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, nº 4 Universidad de les Illes Balears.

Barton, B. and Neville-Barton, P. (2003) Language issues in undergraduate mathematics: A report of two studies, *New Zealand Journal of Mathematics (Supplementary Issue)*, 32, pp.19-28.

Barton, B. (1996). "Making sense of Ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense". *Educational Studies in Mathematics*. 31, pp. 201-33.

Barton, B. (1995). Cultural issues in N.Z. mathematics education, in Neyland, J.(ed.), *Mathematics Education: A Handbook for Teachers (Vol. 1)*, New Zealand: The Wellington College of Education, pp.150-164.

Barwell, R. (2009). Multilingual in mathematics classrooms: An introductory discussion. In R.Barwell (Ed.), *Multilingualism in mathematics classrooms: Global perspective* (pp. 1-14). Clevedon, UK: Multilingual Matters.

Barwell, R. (2003). Linguistic discrimination: An issue for research in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*. 23(2), 37-44.

Barwell, R. (2005). Language in the mathematics classroom. *Language and Education*, 19 (2), 97-102.

Bednarz, N. & Janvier, B. (1996) Emergence and Development of Algebra as a Problem-Solving Tool: Continuities and Discontinuities with Arithmetic Approaches to Algebra *Mathematics Education Library* Volume 18, 1996, pp 115-136

Bell (1996) Problem- solving approaches to algebra: two aspects. In Bednarz et al (eds) *Approaches to Algebra*. Kluwer Academic Publishers

Bennett, N. (1991). "The quality of classroom learning experiences for children with special educational needs", en M. Ainscow (Ed), *Effective schools for all*, pp.120-133.Londres: David Fulton.

Bishop, A.J. (1999). Enculturación matemática. Barcelona: Paidós Ibérica

Bishop, A.J. (1994). "Cultural conflicts in mathematics education: developing a research agenda". *For the Learning of Mathematics*, 14 (2), pp.15-18.

Bishop, A. J., Hart, K., Lerman, S., & Nunes, T. (1993). Significant influences on children's learning of mathematics. Paris, France: UNESCO.

Bishop, A.J (1988). "Mathematics education in its cultural context" *Educational Studies in Mathematics* 19, pp. 179-191.

Bloomfield, L. (1933) *Language*, New York: Holt.

Bourguignon, E. (1979) *Psychological Anthropology. An Introduction to Human Nature and Cultural Differences*, Holt, Rinehart and Winston, Ohio State University.

Bourke, S.F & Parkin, B. (1977). The performance of Aboriginal students'. In J.Keeves & S. Bourke (Eds), *Australian studies in school performances Volume III: Literacy and numeracy in Australian School; a first report*. ERDC Report No.13. Canberra: AGPS.

Bournot-Trites, M. and Tellowitz, U. (2002) *Report of Current Research on the Effects of Second Language Learning on First Language Literacy Skills*, Canada: The Atlantic Provinces Educational Foundation.

Bournot-Trites, M. and Reeder, K. (2001) 'Interdependence revisited: Mathematics achievement in an intensified French immersion program', *The Canadian Modern Language Review*, 58(1), pp.27-43.

Briner, B. (1997). The Linguistic Realization of Inferrable Information. *Language and Communication*, 17(2), 133-147.

Burgues, C. i Serramona, J. (2013). Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Generalitat de Catalunya Departament d'Ensenyament. http://www20.gencat.cat/docs/Educacio/Home/Departament/Publicacions/Col_leccions/Competencies_basiques/competencies_mates_ESO.pdf

Camilleri, A. (1995) *Bilingualism in Education: The Maltese Experience*, Heidelberg: Julius Groos Verlag.

Carbonel F., Quintana, A. (2003). *Immigració i igualtat d'oportunitats a l'Ensenyament obligatori*. Fundació Jaume Bofill, Finestra Oberta 32

Carraher, D.W. & Schliemann, A. D. (2007). *Early Algebra and Algebraic Reasoning*. In F. Lester (ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. Vol II. Charlotte, NC: Information Age Publishing, pp. 669-705.

Casajús, A. (2005). *La Resolución de problemas aritmético-verbales por alumnos con Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH)*. Tesis doctoral. Universitat de Barcelona

Castles, S. (2000). Migración internacional a comienzos del siglo XXI: tendencias y problemas mundiales. *Revista Internacional de Ciencias Sociales* 165; pp. 17-32. Recuperado en octubre 2010 de: <http://www.unesco.org/issj/rics165/fulltextspa165.pdf>

Castro, E. (2008). *Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España*. En Luengo, R., Gómez, B., Camacho, M.; Blanco, L. (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 113-140). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Catalunya, Generalitat de (2009). *Estadístiques IDESCAT*. Recuperado en: <http://www.idescat.cat/dequavi/Dequavi?TC=444&V0=1&V1=11> (02/02/2009).

Catalunya, Generalitat de (2007) DECRETO 143/2007, de 26 de juny, Ensenyament d'Educació Secundaria Obligatoria. Diari oficial.

Catalunya, Generalitat de (2007) Modificación de la Ley Orgánica 4/2000, de 11 de enero. Pacto Nacional para la inmigración http://www.diba.cat/c/document_library/get_file?uuid=51f9069a-2a71-42e1-a8ad-dca2a576fc13&groupId=1295730

Catalunya, Generalitat (2007) DECRETO 143/2007, de 26 de junio, (Núm. 4915-29.6.2007)

Catalunya, Generalitat de (2006) Pacto Nacional para la educación de Catalunya, oportunidad y compromiso.

Catalunya, Generalitat de (2004) *DECRETO 252/2004 1 de abril, Admissió d'alumnat als centres* Diari oficial.

Catalunya, Generalitat de (2004b) Plan para la Lengua y la Cohesión Social (Plan LIC). Departamento de Educación

Cai, J. and Knuth, E. (2005) "The Development of Students' Algebraic Thinking in Earlier Grades from Curricular, Instructional, and Learning Perspectives." *Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik [International Review on Mathematics Education]* 37 (December, 2005): 1-4

Chevallard, Y. (1989). Le Passage de l'arithmétique a l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. *Petit X*, 19, 43-72.

Clarkson, P.C. (2009). Mathematics quality teaching in Australian multilingual classrooms: Developing a relevant approach to the use of classroom languages. In R. Barwell (Ed), *Multilingualism in mathematics classrooms*. Clevedon, UK: Multilingual Matters.

Clarkson, P.C. (2007). Australian vietnamese students learning mathematics high ability bilinguals and their use of their language. *Educational Studies in Mathematics*, 64(2), 191-215.

Clarkson, P. & Dawe, L. (1997). NESB migrant students studying mathematics: Vietnamese students in Melbourne and Sydney. In Pehkonen, E. (Ed.) Proceedings of PME 21, vol. 2, pp. 153-160.

Clarkson, P. C. (1996). 'NESB Migrant Students Studying Mathematics: Vietnamese and Italian Students in Melbourne', in Puig, L. & Gutierrez, A. (Eds.), Proceedings of the PME20, vol 2, pp. 225-232.

Clarkson, P.C. (1994) Mathematics and language: Culture and implementation. *Journal of Science and Mathematics in Southeast Asia*, 17(1): 25-31.

Clarkson, P.C. (1992). Language and mathematics: A comparison of bilingual and monolingual students of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 23(4), 417- 429.

Clarkson, P.C. (1989) "Language and Mathematics Learning: the Papua New Guinea context". PhD dissertation, University of Queensland.

Clements, M. A. and Lean, G. A. (1980) 'Influences on mathematical learning in Papua New Guinea: Some cross-cultural perspectives', *Mathematics Education Centre Report No. 13*, Papua New Guinea University of Technology.

Cobo, P. (1998) *Análisis de los procesos cognitivos y de las interacciones sociales en la resolución de problemas matemáticos*. Tesis doctoral Universidad Autónoma de Barcelona.

Cockroft Report (1985) <http://www.educationengland.org.uk/documents/cockcroft/>

Cruz y col. (2007) Las Competencias Básicas y el Currículo: Orientaciones Generales: El proyecto DeSeCo, las competencias clave de la Unión Europea y su "traslado" al currículo LOE. *Cuaderno de Educación de Cantabria*, número 2.

Cuervo, M. M. (1991) 'Bilingual instruction in college mathematics: Effects on performance of Hispanic students on CLAST mathematics competencies examination', *Dissertation Abstract International*, 52(12), 4253.

Cuevas, G. J. (1984). Mathematics learning in English as a second language. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 134 – 144.

Cummins, J. (2000) *Language, Power and Pedagogy: Bilingual Children in the Crossfire*, Clevedon, UK: Multilingual Matters.

Cummins, J. (1998) Immersion Education for the Millennium: What have we learned from 30 years of research on second language immersion? In M. R. Childs & R. M. Bostwick (Eds.) *Learning through two languages: Research and practice*. Second Katoh Gakuen International Symposium on Immersion and Bilingual Education (pp. 34-47). Katoh Gakuen Japan.

Cummins, J. and Swain, M. (1986) *Bilingualism in Education: Aspects of Theory, Research and Practice*, New York: Longman.

Cummins, J. (1979) Linguistic interdependence and the educational development of bilingual children. *Review of Educational Research* vol. 49 (2) 222-251

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.

D'Ambrosio, U. (1993). Etnomatemática: Um programa [Ethnomathematics: A program]. A Educação Matemática em *Revista*, 1(1), 5-11.

D'Ambrosio, U. (1990). Etnomatemática [Ethnomathematics]. São Paulo, SP, Brazil: Editora Ática.

Dawe, L. (1983) 'Bilingualism and mathematical reasoning in English as a second language', *Educational Studies in Mathematics*, 14(4), pp.325-353.

De Courcy, M. C. & Burston, M. (2000). Learning mathematics through French in Australia. *Language and Education*. 14, 2, 75-95.

Delpit, L. (1995). *Other people's children: Cultural conflicts in the classrooms*. New York: The New Press.

Dewey, J. (1938). *Logic. The theory of enquiry*. New York: Henry Holt and Company, Inc.

Díez-Palomar, J. (2004) *Enseñanza de las matemáticas en la educación de personas adultas: un modelo dialógico*. Tesis doctoral Universidad Autónoma de Barcelona.

Díaz Aguado, M.(2003) *Educación intercultural y aprendizaje cooperativo*. Ediciones Pirámide.

Díaz-Aguado, M.A. (1996). *Escuela y tolerancia*. Madrid: Pirámide.

Dubois, D.D.(1993). Competency-based performance improvement: a strategy for organizational change. Amherst, MA: HRD, 1993.

Equity in Mathematics Education (EIME) (1990). *Mathematics for All?* Wellington: Equity in Mathematics Education.

Ellerton, N. F. and Clarkson, P. C. (1996) Language factors in mathematics teaching and learning, in Bishop, A. J., ed., *International Handbook of Mathematics Education (Vol. 4)*, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp.987-1033.

Ellis, A.B. (2007b). The influence of reasoning with emergent quantities on students' generalizations. *Cognition and Instruction*, 25 (4), 439–478.

España, Ministerio de Educación (2012) Estadísticas de la Educación en España 2011/12 CNIIE-MECD.

España, Ministerio de Educación (2006) LEY ORGANICA 2/2006 de Educación del 3 de mayo (BOE núm. 106)

Essomba M.A (2008). *La gestión de la diversidad cultural en la escuela: 10 ideas claves*. Barcelona: Grao.

Essomba, M.A. (1999). *Construir la escuela intercultural. Reflexiones y propuestas para trabajar la diversidad étnica y cultural*. Barcelona: Grao

Frigo, T., Corrigan, M., Adams, I., Hughes, P., Stephens, M. and Woods, D. (2004) *Supporting English Literacy and Numeracy Learning for Indigenous Students in the Early Years*, Victoria, AU: Australian Council for Educational Research.

Frigo, T. (1999) *Resources and Teaching Strategies to Support Aboriginal Children's Numeracy Learning - A Review of Literature*, New South Wales: Office of the Board of Studies NSW.

Gardner, R. C. (1985) *Social Psychology and Second Language Learning*, London: Edward Arnold.

Garret, R. M. (1988). Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*. Vol. 6, No. 3; pgs. 224-230.

Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., Liu, F. and Stigler, R. S. (1996) 'Development of arithmetic computation in Chinese and American children: influence of age, language and schooling', *Child Development*, No.67, pp.2022-2044.

Genesee, F. H. (2009). Early childhood bilingualism: Perils and possibilities. *Journal of Applied Research on Learning*, 2 (Special Issue), Article 2, pp. 1-21.

Geertz,C (1996). *Tras los hechos: cuatro décadas, dos países y un antropólogo*. Barcelona: Paidós.

Geertz, C. (1973). Thick Description: Toward an Interpretative Theory of Culture. En C.Geertz (ed.), *The interpetation of cultures: Selected Essays by Clifford Geertz*. New York, Basic Books, Inc.

Goetz, J., & LeCompte, M. (1988) *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Ed. Morata, Madrid.

Goñi, J. M. (2009) “El desarrollo de la competencia matemática en el currículo escolar de la Educación Básica”. *Educatio Siglo XXI*, Vol. 27.1, pp. 33-58

Gorgorió, N. & Planas, N. (2005). Cultural distance and identities-in-construction within the multicultural mathematics classroom. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(2), 64-71

Gorgorió, N. y Planas, N. (2001). “Estudio de la diversidad de interpretaciones de la norma matemática en un aula multicultural”, *Enseñanza de las ciencias*, 19 (1), pp. 135-150

Graham, B. (1988) ‘Mathematical education and aboriginal children’, *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), pp.119-135.

Grosjean, F. (1997). The bilingual individual. *Interpreting: International Journal of Research and Practice interpreting*, 1(2), 163-187.

Gottfried, A. E. (1985). Academic intrinsic motivation in elementary and junior high school students. *Journal of Educational Psychology*, 77, 631-645

Guzmán, M. (1995). *Para pensar mejor*. Pirámide. Madrid.

Halai, A. (2001). Role of social interactions in students’ learning of mathematics in classrooms in Pakistan. PhD dissertation, Department of Educational Studies, Oxford University, UK

Han, Y. and Ginsburg, H. P. (2001) ‘Chinese and English mathematics language: The relation between linguistic clarity and mathematics performance’, *Mathematical Thinking and Learning*, 3, pp.201-220.

Harrison, B. & Papa, R. (2005). The development of an indigenous knowledge program in a New Zealand Maori-Language immersion school. *Anthropology and Education Quarterly*, 36(1) 57-72.

Hermans, H., & Kemp, H. (1998). Moving cultures: The perilous problems of cultural dichotomies in a globalised society. *American Psychologist*, 1111-1120.

Howard, P. (2004) *Learning Mathematics: Perspectives of Australian Aboriginal children and their teachers*.
http://www.emis.ams.org/proceedings/PME29/PME29CompleteProc/PME29Vol3Fug_Mou.pdf#page=159

Howie, S. (2002) *English Language Proficiency and Contextual Factors Influencing Mathematics Achievement of Secondary School Pupils in South Africa*, Den Haag: CIP - Gegevens Koninklijke Bibliotheek.

Jurow, A. S. (2004). Generalizing in interaction: Middle school mathematics students making mathematical generalizations in a population-modeling project. *Mind, Culture, and Activity*, 11 (4), 279–300.

Keegan, P. (1996) *The Benefits of Immersion Education: A Review of New Zealand and Overseas Literature*, Wellington: New Zealand Council for Educational Research.

Kelly, A. (2002) *Compulsory Irish: Language and Education in Ireland 1870s -1970s*, Dublin: Irish Academic Press.

Kenner, C., Gregory, E., Ruby, M. and Al-Azami, S. (2008) “Bilingual learning for Second and third generation Children” in *Language, Culture and Curriculum*. 21 (2), 120-137. 2008.

Khan, A. R. (2002). Language and content: A case study of how science is taught in a community - run private English medium school in Karachi Pakistan. Unpublished masters thesis submitted to the Ontario Institute for studies in education of the university of Toronto, Canada

Khan, M. A. & Khan, M.A. (2002). Writing Urdu in Roman. The Dawn Daily, 17th November, 2002

Khisty L.L. (1997).Making mathematics accessible to Latino students: Rethinking instructional practice. In J. Trentacosta and M. Kenney (Eds.), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom: The Gift of Diversity, 97th Yearbook*. Reston, VA: NCTM.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester, Jr., (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707-762). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan (this chapter has been translated into Spanish, French, and Japanese).

Kieran, C. (1989). The early learning of algebra: A structural perspective. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 35-56). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics, National Academy Press, Washington, DC.

Klein, J.T. (1996). Crossing Boundaries Knowledge, Disciplinarity and interdisciplinarity. Charlottesville: University Press Virginia.

Klemp, G.O., JR. (1980). *The assessment of occupational competence. Report to the National Institute of Education.* Washington, D.C: National Institute of Education.

Knight, G. (1994) 'Mathematics and Maori students: An example of cultural alienation?', in Neyland, J., ed., *Mathematics Education: A Handbook for Teachers_(Vol 1)*, New Zealand: Wellington College of Education, pp.291-306.

Krulik, S. & Rudnick, K. (1980). *Problem solving in school mathematics.* National Council of Teachers of Mathematics. Year Book. Virginia: Reston.

Ladson-Billings, G. (1998) Just what is critical race theory and what's it doing in a nice field like education? *Qualitative Studies in Education*, 1998, VOL. 11, NO. 1, 7-24

Ladson-Billings, G.J. (1997). *The dreamkeepers: Successful teachers of African-American children.* San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Lambert, W. E. (1990) 'Persistent issues in bilingualism', in Allen, P., Cummins, J., Harley, B. and Swain, M., eds., *The Development of Second Language Proficiency*, Cambridge: Cambridge University Press, pp.201-218.

Laporte, R. (1998). "Pakistan" *World book multimedia encyclopedia.* CD Rom Chicago, IL: World Book Inc.

Lasagabaster, D. (2001) Bilingualism, immersion programmes and language learning in the Basque Country. *Journal of Multilingual and Multicultural Development* 22: 401-425.

Leif, J. y Delazy, R. (1961). *Didáctica del cálculo, de las lecciones de las cosas y de las ciencias aplicadas.* Buenos Aires. Kapelusz.

Lim, B. S. (1998) Factors associated with Korean-American students' mathematics achievement', *Dissertation Abstract International*, 59(06): 1955.

López, P. (2010). *Estudio de la resolución de problemas matemáticos con alumnos recién llegados de Ecuador en Secundaria.* Tesis doctoral, Universidad de Barcelona.

MacNamara, J. (1966) *Bilingualism and Primary Education: A Study of the Irish Experience,* Edinburgh: University Press.

McClelland, C.D. (1973). Testing for competence rather than for intelligence. *American Psychologist*, 28, 1-14.

McKinley, E. (2005) 'Locating the global: culture, language and science education for indigenous students', *International Journal of Science Education*, 27(2), pp.227-24

Moore, C. G. (1994) 'Research in Native American mathematics education', *For the Learning of Mathematics*, 14(2), pp.9-14.

Morgan, C. & O'Reilly, M. (1999). *Assessing open and distance learners*. London: Kogan page Limited.

Morgan, C.(1998) Assessment of Mathematical Behaviour: A Social Perspective. *First Mathematical Education and Society Conference Proceedings*.
<http://www.nottingham.ac.uk/csme/meas/papers/morgan.html>

Moschkovich, J. (2007). Using Two Languages When Learning Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 64 (2), 121-144.

Moschkovich, J. (2005). Using two Languages when learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 121-144.

Moss, J., Beatty, R. (2006). Knowledge building in mathematics: Supporting collaborative learning in pattern problems. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning* 1, pp. 441-465.

Muysken, P. (2000). *Bilingual speech: A typology of code-mixing*. Cambridge University Press.

Myers-Scotton, C. (2006): *Multiple Voices: An Introduction to Bilingualism*. Malden, M.A: Blackwell

Njurai, E; Setati, M (2011) Mathematics and English scores of multilingual students; why the disparity? In M. Setati, T. Nkambule, L. Goosen (Eds.). *Proceedings of the ICMI Study 21 Conference: Mathematics and language diversity. São Paulo, Brazil: ICMI*. Pp 275 – 282

National Council of Supervisor of Math (1977). Position paper on basic skills. *Arithmetic Teacher* 25(1), pp. 19-22.

NCTM (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM.

NCTM (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM.

Ni Ríordáin, M. (2008) *An Investigation into Teaching and Learning Mathematics through Gaeilge: Additive and Subtractive Bilingualism*. PhD thesis University of Limerick.

Nieto, S. (2000) *Affirming diversity*. New York: Longman. pp. 139-140.

OECD (2003) Informe PISA <http://www.oecd.org/pisa/39732493.pdf>

Orton, A. (1990). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: MEC-Morata.

Ouellet, F. (1991). *L'éducation Interculturelle. Essai sur le Contenu de la Formation des Maîtres.* Editions L'Harmattan, Paris.

Pakistan, Government of (2011). Academy of Educational Planning and Management

Pakistan, Government of (2010). National Education Policy, 1998-2010.

Pakistan Government of (2009) The Constitution of the Islamic Republic of Pakistan “*Constitución de la República Islámica de Pakistán*”.
<http://punjablaws.punjab.gov.pk/public/dr/CONSTITUTION%20OF%20PAKISTAN.doc.pdf> pp17

Pakistan, Government of (2006). National Curriculum Mathematics for IX-X. Islamabad: Ministry of Education, Curriculum Wing.

Pakistan, Government of (2006). Organic Low of Education 2/2006 (3rd of may)

Parry, S.B. (1996). The quest for competencies. *Training*, 33 (7): 48-54, 56

Parvanehnezhad, Z. and Clarkson, P. (2008). Iranian Bilingual Students Reported Use of Language Switching when Doing Mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 20(1), 52-81.

Pérez, L. (2009) ¿De qué hablamos cuando nos referimos a lo intercultural? Reflexiones sobre su origen, contenidos, aportaciones y limitaciones. En Pérez, M.L. y Valladares de la Cruz, L.R. (Eds.) *Estados plurales: el reto de la diversidad y la diferencia.* México, UAM, 251-288.

Pimm, D. (1990) *El lenguaje matemático.* Madrid: Morata.

Planas, N. and Civil, M. (2010). Mathematical thinking and language switching as seen by Latin American students in Barcelona. In *34th Conference International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Belo Horizonte, Brasil: PME

Planas, N. and Setati, M. (2009). Bilingual students using their Languages in the Learning of Mathematics. *Mathematical Education Research Journal*, 21(3), 36-59.

Planas, N. and Civil, M. (2009). Working with mathematics teachers and immigrant students: and empowerment perspective. *Journal of Mathematics Teacher Education.* 12(6), 391-409.

Planas, N. (2007) The discursive construction of learning in a multiethnic school: perspectives from non-immigrant students. *Intercultural Education –European Journal of International Studies*, 18(1), 1-14.

Polya, G. (1972) *Cómo plantear y resolver problemas.* México, Trillas.

Polya, G. (1945). “*How to solve it*”. Madrid: Ed. Tecnos.

Pugalee, D. K. (2004) 'A comparison of verbal and written descriptions of students' problem solving processes', *Educational Studies in Mathematics*, 55(1-3), pp.27-47.

Qingxia Dai & Yanyan Cheng (2007) Typology of Bilingualism and Bilingual Education in Chinese Minority Nationality Regions. In *Bilingual Education in China: Practices, Policies, and Concepts*. Chapter 5, 75-93. Canadá

Rahman, T. (2004). 'Education Policies in Pakistan', *Pakistan Perspectives* 9: 1 73-90. Ref to Language and Politics in Pakistan.

Rakgokong, L. (1994) *Language and the construction of meaning associated with division in primary mathematics*. Paper presented at the second annual Meeting of the Southern African Association for Research in Mathematics and Science Education, Durban, South Africa.

Resnick, L. B., & Glaser, R. (1976). Problem solving and intelligence. In L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 205–230). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Reverter, F. (2012) Mathematical learning and language use: Perspectives from bilingual students in a context of problem solving. Tesis doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona.

Rosa, M. & Orey, D. C. (2011). Ethnomathematics: the cultural aspects of mathematics. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 4(2). 32-5.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2008). Ethnomathematics and cultural representations: Teaching in highly diverse contexts. *Acta Scientiae - ULBRA*, 10, 27-46.

Rowntree, D. (1990) *Teach through self-instruction*. London: Kogan Page.

Rosich, N. y López, P. (2013) La integración del alumnado inmigrante. Estudio comparativo según su procedencia. *Números: revista didáctica de las matemáticas*. Volumen 84, noviembre de 2013, páginas 47-63

Sarmini, Samar El-Rifai, (2009) *Exploring Bilingual Arab-American Students' Performance in Solving Mathematics Word Problems in Arabic and English*. University of New Orleans, Thesis and Dissertations. Paper 905.

Santos, M. (2007). *La resolución de Problemas Matemáticos. Fundamentos Cognitivos*, México: Biblioteca de la ANPM, Trillas, México

Secada, W. G. (2003). *Teaching Mathematics For Understanding To Bilingual Students*. Found at: <http://www.ncela.gwu.edu/pathways/immigration/mathematics.htm>

Secada, W. G. (1992) 'Race, ethnicity, social class, language and achievement in mathematics', in Grouws, D. A., ed., *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: MacMillan, 623-660.

Setati, M., Molefe, T. & Langa, M. (2008) Using Language as a Transparent Resource in the Teaching and Learning in a Grade 11 multilingual classroom. *Phytagogoras* 67, 14-25

Setati, M. (2005). Teaching Mathematics in a primary Multilingual Classroom. *Journal Research in Mathematics Education*, 36(5), 447-466.

Setati, M. (2005b) 'Power and access in multilingual mathematics classrooms', paper presented at *Mathematics Education and Society Conference*, University of Queensland, Australia, July 2005.

Setati (2002). Researching Mathematics Education to Language in Multilingual South Africa. *The Mathematics Educator* vol2 nº2, 6-20

Setati, M. and Adler, J. (2001). Between languages and discourses: Code switching practices in primary classrooms in South Africa. *Educational Studies in Mathematics*, 43, 243-269.

Setati & Adler (2000) Setati, M. and Adler, J. (2000) 'Between languages and discourses: Language practices in primary multilingual mathematics classrooms in South Africa', *Educational Studies in Mathematics*, 43(3), pp.243-269.

Sierpinska, A. (1994) *Understanding in Mathematics. Studies in Mathematics Education Series: 2*, London; Washington, D.C.: The Falmer Press.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sensemaking in mathematics. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: macMillan.

Swain, M. and Lapkin, S. (1982) *Evaluating Bilingual Education: A Canadian Case Study*, Clevedon: Multilingual Matters.

Swain, M. (1996) 'Discovering successful second language teaching strategies and practices: From programme evaluation to classroom experimentation', *Journal of Multilingual and Multicultural Development*, 17(2), pp.89-113.

Thomas, W.6 & Collier, V. (2002). *A National Study of School Effectiveness for Language Minority Students' Long-Term Academic Achievement*, University of California, Santa Cruz: Center for Research on Education, Diversity and Excellence

Tomlinson, T. A. (2010). *Bilingual education in the United States: an overview of its history, public policy, and controversy*. Master dissertation University of Texas Tech University.

Torres-Velasquez, D., & Lobo, G. (2004). Culturally responsive mathematics teaching and English language learners. *Teaching Children Mathematics*, 11, 249-255.

Trüeba, H. (1989), *Raising Silent Voices: Educating the Linguistic Minorities for the 21st Century*, New York, Newbury House Publishers.

Turnball, M., Hart, D. and Lapkin, S. (2000) *French Immersion Students' Performance on Grade 3 Provincial Tests: Potential Impacts on Program Design. Final Report Submitted to Education Quality and Accountability Office (EQAO)*, Ottawa: OISE-UT, Modern Language Centre.

UNESCO (2006) Directrices de la UNESCO sobre la educación intercultural <http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001478/147878s.pdf>

UNESCO (2005) Convención sobre la protección y promoción de la diversidad de las expresiones culturales http://portal.unesco.org/es/ev.php-URL_ID=31058&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html

UNESCO (2001) Declaración Universal de la sobre la Diversidad Cultural http://portal.unesco.org/es/ev.php-URL_ID=13179&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html

UNESCO (1993) Informe del director general sobre la cumbre de nueve países muy poblados sobre educación para todos (NUEVA DELHI, 13-16 de diciembre)

Varughese, N. A., and Glencross, M. (1996). Mathematical language among first year university students. Paper presented at the Fourth Annual Meeting of the Association for Research in Mathematics, Science and Technology Education, Pietersburg, South Africa.

Wal-Pastoor, L. (2005) Discourse and learning in a Norwegian multiethnic classroom: Developing shared understanding through classroom discourse. *European Journal of psychology of Education*, 20(1), 13-27.

Wan, M. & Zhang, S. (2007). Research and practice of Tibetan-Chinese bilingual education. In Feng (Ed) *Bilingual education in China: Practices, policies Bilingual Education in China*. (pp 127-144) Buffalo and Toronto, Multilingual Matters

Wicha, N. (2012). Mathematics and the Bilingual Brain. *Research, Scholarship and Creative Achievement at UTSA* Volume 5 <http://utsa.edu/discovery/2012/story/feature-math-bilingual-brain.html>.

White, L. (1959). *The evolution of culture : the development of civilization to the fall to Rome*. McGraw-Hill, New York.

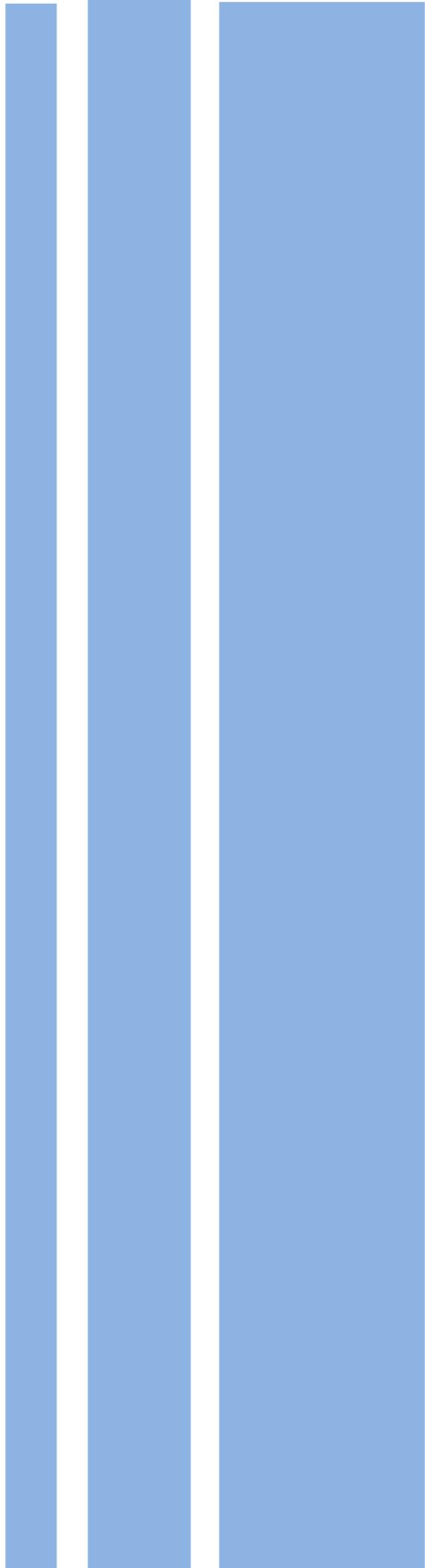
Woo-Hyung Whang (1996). The influence of English-Korean bilingualism in solving mathematics word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 30(3), 289-312.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.

Yushau, B. and Bokhari, M. (2005) 'Language and mathematics: a mediational approach to bilingual Arabs', *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, (April, 2005).

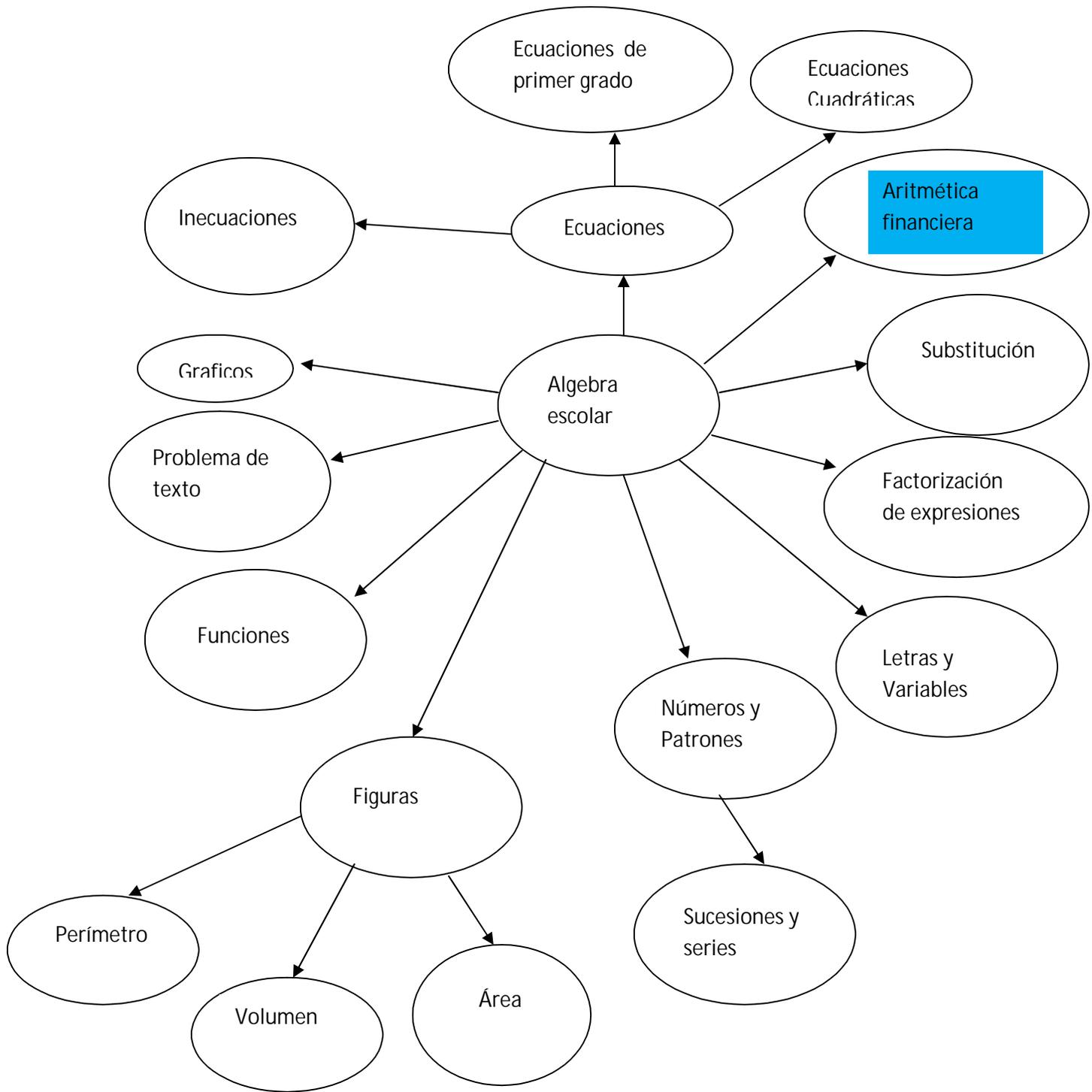
Available online at <http://www.cimit.plymouth.ac.uk/journal/yashau.pdf>

ANEXOS



ANEXO I

(Para la segunda parte de la investigación)



Mapa conceptual del Algebra Escolar en Pakistán

Class VI

- 1) Introducción al álgebra
- 2) ecuaciones lineales

Class VII

- 1) expresiones algebraicas
- 2) ecuaciones lineales

Class VIII

- 1) polinomios
- 2) ecuaciones simultáneas factorización

Class IX

- 1) expresiones algebraicas y fórmulas algebraicas.
- 2) Factorización
- 3) Variaciones
- 4) Matrices y determinantes

Class X

- 1) la manipulación algebraica
- 2) fracciones parciales
- 3) ecuaciones lineales y desigualdades
- 4) gráficos lineales y sus aplicaciones
- 5) Las ecuaciones cuadráticas.

En el curriculum de Pakistán se enseña algebra como un tema y se comienza en la educación secundaria media (Middel school) pero en Catalunya se incluye en el apartado de cambio y relaciones y no es explicito como tema de algebra. Se puede ver en el mapa conceptual que en general se enseña casi los mismos contenidos en ambos países. En

Pakistán se incorpora la aritmética financiera pero en Cataluña no toca este tema. El orden de los temas se aborda en distintos años de estudio.

CURRÍCULUM DE PAKISTÁN

Educación Secundaria:

Educación brindada por la Escuela Secundaria Técnica. Comprende a jóvenes de 15 a 16 años y su duración es 2 años. Estos estudios incluyen las siguientes subcategorías:

1. Técnica industrial
2. Comercio y administraciones
3. Técnico electrónico doméstico

Normalmente estos cursos se realizan en una escuela especial para técnicos.

Certificado / diploma otorgado: Certificado de estudios secundarios (en cursos técnicos)

| | Días de apertura de la escuela al año(1) | Semanas lectivas al año (2) | Horas lectivas a la semana (2) |
|------------------------|--|-----------------------------|--------------------------------|
| Medio (G 6-8) | 210 Días | 34 Semanas | 34 Horas |
| Matriculación (G 9-10) | 210 Días | 34 Semanas | 34 Horas |

Sources: (1) MOE. (2) DEO.

Tabla Carga horaria lectiva por días y semanas al año, y por horas a la semana, según el curso (grado)

Secundaria Superior

En este tipo de educación consiste en dos sub-áreas a) Ciencia b) Artes

- a) Ciencia divide en tres partes
- i) educación para las aéreas de médicas
 - ii) Educación para las aéreas de ingenieras
 - iii) Educación para aéreas de Informáticas.

b) Artes se divide en sub categorías

- i) Derecho
- ii) Política
- iii) Educación física
- iv) Arqueología.

Planes de estudio de la educación secundaria:

Nuestro estudio se ha llevado a cabo con estudiantes de tercero y cuarto de ESO de Cataluña, es decir de edades correspondientes a las clases noveno y décimo en la educación secundaria de Paquistán. En la siguiente sección vamos a discutir el plan de estudios de educación secundaria de Pakistán.

Antes de describir el currículum de secundaria vamos ver el background que tiene el alumnado pakistani desde primaria.

En la primaria la matemática se comienza el primero año

| Materia ↓ | Año ⇔ | 1o | 2o | 3o | 4o | 5o |
|-------------------|-------|----|----|----|----|----|
| Urdú | | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| ingles | | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| Matemáticas | | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| Ciencia | | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| Estudios Sociales | | - | - | - | 4 | 4 |
| Deporte | | 6 | 6 | 6 | 4 | 4 |
| Islamiyat | | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

Tabla: Las horas semanales de cada materia por cursos en la primaria

Podemos ver en la tabla que el currículum da mucha importancia a la matemática y ciencia y las horas de estas materias se aumentan cuando se avanza a cuarto y quinto de primaria. Las horas de la clases en Pakistán tienen una duración de 40 minutos.

Características de la prueba de secundaria (SSC) y de bachillerato (HSSC)

Las instituciones un organismos que examinan, incluyendo todas las salas de enseñanza media y secundaria para la realización de exámenes SSC y HSSC en la asignatura de matemáticas debe seguir las instrucciones que se indican a continuación.

1) Los documentos de preguntas deben ser equilibrados en todos los aspectos. A raíz de la tabla, que muestra al coeficiente de ponderación el nivel de dificultad de las preguntas, se sugiere que sea un criterio práctico para preguntas de un examen equilibrado de matemáticas.

| Nivel de dificultad de las preguntas | coeficiente de ponderación |
|--------------------------------------|----------------------------|
| Fácil | 15% |
| promedio | 75% |
| difícil | 15% |

2) De acuerdo con el nuevo plan de estudios de 150 puntos que se han asignado a la asignatura de matemáticas para el examen SSC. Habrá dos documentos (tipo A y B) de las matemáticas cada uno lleva 75 puntos.

- Para examen-A (Álgebra) los examinadores establecerán las preguntas teniendo en cuenta la tabla (ponderado de las unidades para los grados IX-X). El documento cubre las unidades 1-13.
- En examen-B (Geometría) los examinadores establecerán las preguntas teniendo en cuenta la tabla (ponderado de las unidades para los grados IX-X). El documento, con el siguiente desglose, cubrirá las unidades 14-30.

Los gráficos lineales y su aplicación 5%

Introducción a la geometría de coordenadas 4%

Introducción a la Trigonometría 11%

Geometría descriptiva 70%

Geometría práctica 10%

3) Para el examen HSSC, los examinadores establecen el valor de los exámenes escritos de matemáticas para la Parte I y Parte II-teniendo presentes las tablas (ponderado de las unidades para los grados XI y XII). Para integrar la tecnología, se ha introducido por primera vez en el currículum de matemáticas para el grado XII el paquete simbólico MAPLE. Aparece en el cuadernillo de preguntas de Matemáticas-Parte II Sin duda se establecerá en la unidad-I (Introducción al paquete simbólico: MAPLE de grado XII hasta que los instructores están capacitados y las instituciones están equipadas

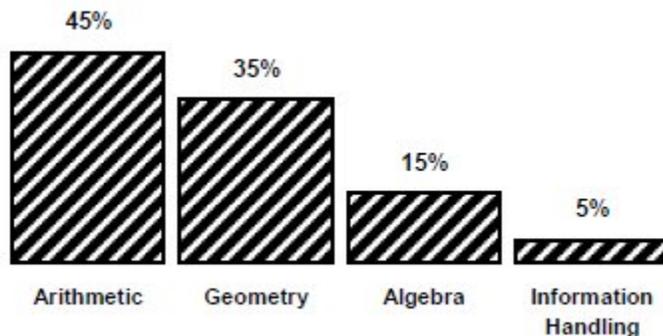
apropiadamente dentro de los próximos tres años académicos. Por el momento tiene un coeficiente de ponderación cero, es asumida como prueba inicial de su incorporación.

Ponderación

Las tablas siguientes explican los pesos ponderados de los temas específicos en relación con diferentes grados de acuerdo con el plan de estudios. Los gráficos de barras dibujados al lado de las tablas por lo tanto, reflejan las ponderaciones las disciplinas fundamentales en el ámbito de las matemáticas.

Pesos Ponderados – GRADO VII

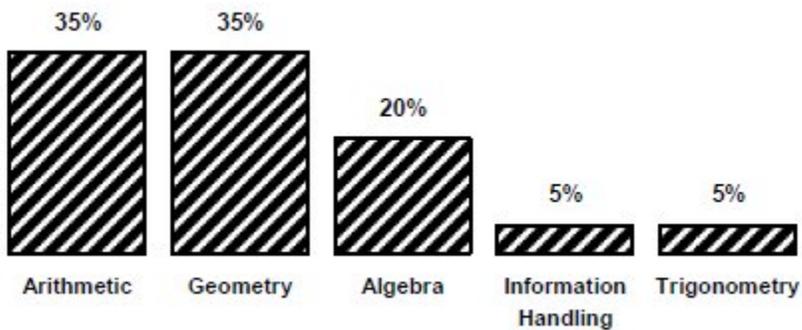
| Unidad | titulo | ponderación |
|--------|-----------------------------------|-------------|
| 1 | Conjunto | 7% |
| 2 | Números racionales | 7% |
| 3 | Decimales | 7% |
| 4 | Exponentes | 7% |
| 5 | Raíz cuadrada del número positivo | 6% |
| 6 | Variación directa e inversa | 6% |
| 7 | aritmética financiera | 5% |
| 8 | expresiones algebraicas | 10% |
| 9 | Ecuaciones lineales | 5% |
| 10 | Fundamentos de la Geometría | 12% |
| 11 | Geometría práctica | 15% |
| 12 | Circunferencia, área y volumen | 8% |
| 13 | Manejo de la Información | 5% |
| | Total | 100% |



Pesos Ponderados – GRADO VII

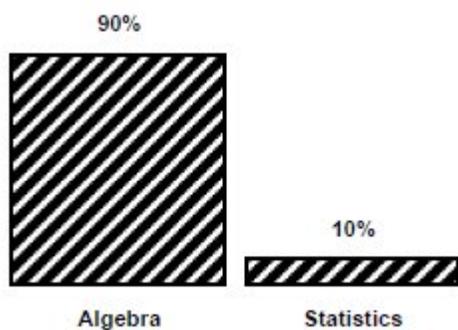
| Unidad | titulo | Ponderación |
|--------|---------------------------|-------------|
| 1 | Operaciones con conjuntos | 7% |
| 2 | los números reales | 12% |
| 3 | Sistemas numéricos | 8% |
| 4 | aritmética financiera | 8% |
| 5 | polinomios | 5% |
| 6 | Factorización, ecuaciones | 15% |

| | | |
|----|---------------------------------|------|
| 7 | simultáneas | 7% |
| 8 | Fundamentos de la Geometría | 6% |
| 9 | Áreas y Volúmenes | 5% |
| 10 | Introducción a la Trigonometría | 10% |
| 11 | Geometría demostrativa | 12% |
| 12 | Geometría práctica | 5% |
| | Manejo de la Información | |
| | Total | 100% |



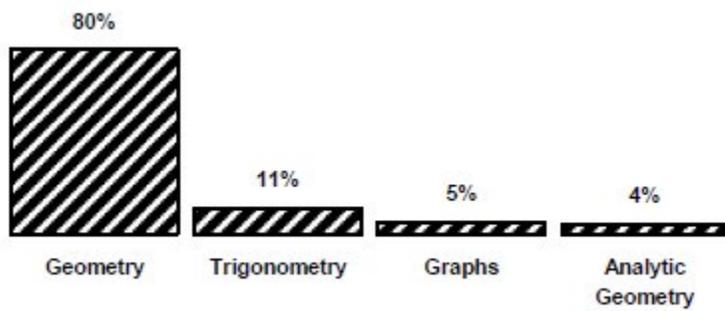
Pesos Ponderados – GRADOS IX

| Unidad | titulo | Ponderación |
|--------|--|-------------|
| 1 | Matrices y determinantes | 10% |
| 2 | Números reales y complejos | 6% |
| 3 | Logaritmo | 5% |
| 4 | Expresiones algebraicas y fórmulas algebraicas | 8% |
| 5 | Factorización | 8% |
| 6 | Manipulación algebraica | 5% |
| 7 | Ecuaciones lineales y desigualdades | 5% |
| 8 | Las ecuaciones cuadráticas | 7% |
| 9 | La teoría de las ecuaciones cuadráticas | 13% |
| 10 | Variaciones | 6% |
| 11 | fracciones parciales | 5% |
| 12 | Conjuntos y funciones | 12% |
| 13 | Estadísticas Básicas | 10% |
| | Total | 100% |



Pesos Ponderados – GRADO X

| Unidad | titulo | Ponderación |
|--------|---|-------------|
| 1 | Los gráficos lineales y sus aplicaciones | 5% |
| 2 | Introducción a la geometría de coordenadas | 4% |
| 3 | Introducción a la Trigonometría | 11% |
| 4 | Triángulos Congruentes | 6% |
| 5 | Paralelogramos y triángulos | 6% |
| 6 | Bisectrices de línea y bisectrices de ángulos | 6% |
| 7 | Lados y ángulos de un triángulo | 5% |
| 8 | Razón y proporción | 6% |
| 9 | teorema de Pitágoras | 8% |
| 10 | Teoremas relacionados con el ámbito | 5% |
| 11 | Proyección de los lados de un triángulo | 6% |
| 12 | Acordes de Círculo | 5% |
| 13 | Tangente a un círculo | 6% |
| 14 | Acordes y arcos | 5% |
| 15 | Ángulo en el segmento de un círculo | 6% |
| 16 | Práctica Geometría – Triángulos | 3% |
| 17 | Geometría Práctica - Círculos | 7% |
| | Total | 100% |



Curriculum de matemática Grado VII
Unidad 1 Conjuntos

| | |
|-------------------------------------|--|
| 1.1 conjunto | i) expresar un conjunto -forma descriptiva -establece la forma de constructor -forma de tabla |
| 1.2 Las operaciones sobre conjuntos | i) definir la unión, la intersección y la diferencia de dos conjuntos ii) encontrar <ul style="list-style-type: none"> • unión de dos o más conjuntos • uintersección de dos o más conjuntos • diferencia de dos conjuntos iii) definir e identificar los conjuntos disjuntos y superpuestos iv) definir un conjunto universal y complemento de un conjunto v) verificar las propiedades diferentes que implican la unión de los conjuntos, la intersección de conjuntos, la diferencia de conjuntos y complemento de los conjuntos, por ejemplo, $A \cap A' = \phi$ |

| | |
|----------------------|--|
| 1.3 diagrama de Venn | <p>i) representar conjunto a través de diagrama de Venn. ii) realizar operaciones de unión, intersección, diferencia y complemento de dos conjuntos A y B cuando -A es el subconjunto de B -B es el subconjunto de A -A y B son conjuntos disjuntos -A y B se superponen conjuntos, a través del diagrama de Venn</p> |
|----------------------|--|

Unidad 2 Números racionales

| | |
|--|---|
| 1.1 Números racionales | <p>i) Números racionales definir como un número que puede expresarse en la forma $\frac{p}{q}$ en la que p y q son números enteros y $q > 0$</p> <p>ii) representar los números racionales en la recta numérica</p> |
| 1.2 operaciones con números racionales | <p>i) la adición de dos o más números racionales ii) restar un número racional de otro. iii) encontrar inverso aditivo de los números racionales iv) multiplicar dos o más números racionales v) divide un número racional por un número racional no nulo. vi) encontrar inversa multiplicativo de número racional vii) encontrar recíproco de un número racional viii) comprobar la propiedad conmutativa de los números racionales con respecto a la suma y la multiplicación. ix) comprobar la propiedad asociativa de los números racionales con respecto a la suma y la multiplicación. x) comprobar la propiedad distributiva de número racional con respecto a la multiplicación sobre la suma / resta. xi) comparar dos números racionales. xii) organizar los números racionales en orden ascendente o descendente.</p> |

Unidad 3 decimales

| | |
|---|--|
| 1.1 la conversión de decimales a números racionales | i) convertir decimales a números racionales |
| 1.2 terminación y no terminación decimales | <p>i) definir los decimales que terminan como decimales que tienen un número finito de dígitos después del punto decimal. ii) definir decimales recurrentes como aquellos que no terminan en un dígito unicol o un bloque de dígitos; definir los decimales periódicos como aquellos que no terminan en decimales de un solo dígito o un bloque de dígitos, sino que se repite infinidad de veces después de un punto</p> |

| | |
|------------------|---|
| | <p>decimal (e.g. $\frac{2}{7} = 0.285714285714285714\dots$)</p> <p>iii) Usar la siguiente regla para saber si un determinado es número racional o no. Regla: si el denominador del número racional en forma normal y no tiene ningún otro factor de 2, 5 ó 2 y 5, entonces y sólo entonces el número racional está terminando de decimales.</p> <p>iv) expresar un determinado número racional como un decimal y si se deja constancia de terminación o recurring.</p> |
| valor aproximado | obtener un valor aproximado de un número, llamado redondeo, al deseo de un número de cifras decimales. |

Unidad 4 exponentes

| | |
|--|--|
| <p>4.1 exponentes / índices</p> <p>4.2 ley de los exponentes o índices</p> | <p>i) identificar base, los exponentes y el valor.</p> <p>ii) utilizar el número racional para deducir la ley de los exponentes</p> <ul style="list-style-type: none"> • ley de producto cuando la bases son los mismos y los exponentes son diferentes: $a^m \times a^n = a^{m+n}$, cuando las bases son diferentes y los exponentes son los mismos: $a^n \times b^n = (ab)^n$. • ley de cociente: cuando la bases son los mismos y los exponentes son diferentes: $a^m \div a^n = a^{m-n}$, cuando las bases son diferentes y los exponentes son los mismos: $a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$. • ley de potencia: $(a^m)^n = a^{mn}$. exponente de cero $a^0 = 1$. |
|--|--|

para el exponente es entero negativo $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$.

- demostrar el concepto de poder de entero que es $(-a)^n$ cuando n es un entero par e impar.
- aplicar las leyes de los exponentes para evaluar expresiones

Unidad 5 raíz cuadrada del número positivo

| | |
|-----------------------|--|
| 5.1 cuadrado perfecto | <p>i) definir un cuadrado perfecto. ii) comprobar si un número es cuadrado perfecto o no. iii) identificar y aplicar las siguientes propiedades del cuadrado perfecto de un número:</p> <ul style="list-style-type: none"> • el cuadrado de un número par es par. • El cuadrado de número impar es impar. • El cuadrado de la fracción propia es inferior a sí mismo. • el cuadrado de decimal es inferior a 1 más pequeño que un decimal. |
| 5.2 raíz cuadrada | <p>i) definir una raíz cuadrada de números naturales y reconocer su notación. ii) definir una raíz cuadrada por el método de la división y el método de factorización. -número natural -fracción -decimal que son cuadrados perfectos iii) resolver el problema de la vida real que implica la raíz cuadrada.</p> |

Unidad 6 Variación directa e inversa

| | |
|-----------------------|---|
| 6.1 relación continua | i) Definir el ratio de continuo y llamar a la proporción directa e inversa. |
|-----------------------|---|

| | |
|---------------------------------------|--|
| | ii) resolver el problema de la vida real (con la participación proporción directa e inversa) usando el método unitario y método de las proporciones. |
| 5.2 tiempo, el trabajo y la distancia | i) resolver los problemas de la vida real relacionadas con el tiempo y trabajar con la proporción. ii) encontrar la relación (es decir, velocidad) entre el tiempo y la distancia. iii) convertir unidades de la velocidad (kilómetro por hora en metro por segundo y el viceversa). iv) resolver los problemas relacionados con las variaciones que implican tiempo y la distancia |

Unidad 6 la aritmética financiera

| | |
|--|---|
| 6.1 los impuestos | i) explicar el impuesto a la propiedad y el impuesto general a las ventas. ii) resolver los problemas relacionados con tasas |
| 7.2 ganancias y margen de beneficio. 7.3 Zakat and Ushr | i) explicar la ganancia y el mercado. ii) encontrar la tasa de ganancia / mercado por año. iii) definir el Zakat y USHR iv) resolver problemas relacionados con el Zakat y USHR. |

Unidad 8 expresión algebraica

| | |
|-----------------------------|--|
| 6.1 expresión algebraica | i) definir una constante como un símbolo que tiene un valor fijo. ii) variable real como la cantidad que puede tomar diferentes valores numéricos. iii) llamar a un número desconocido representándolo con una letra del alfabeto. iv) Recordamos expresión algebraica como la combinación de constante y variables conectadas por signo de las operaciones fundamentales. v) definir un polinomio como una expresión algebraica en la que el poder de las variables son todos los números enteros. vi) identificar monomio, una binomio y trinomio como polinomio que tiene uno término, dos términos y tres, respectivamente. |
| 8.2 operación con polinomio | i) agregar dos o más polinomios. ii) restar un polinomio de otro polinomio. iii) encontrar el producto. <ul style="list-style-type: none"> • monomio con monomio • monomio con binomial / trinomio • binomial con binomial / trinomio iv) simplificar la expresión algebraica de suma, resta y |

| | |
|--|--|
| | multiplicación. |
| 8.3 identidades algebraicas | reconocer y verificar las identidades algebraicas <ul style="list-style-type: none"> • $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$, • $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$, • $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$, • $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. |
| 8.4 factorización de la expresión algebraica | i) factorizar una expresión algebraica (el uso de identidades algebraicas). ii) factorizar una expresión algebraica (haciendo grupos) |

Unidad 9 ecuación lineal

| | |
|------------------------------------|---|
| 9.1 ecuación lineal | i) definir una ecuación lineal en una variable. |
| 9.2 solución de la ecuación lineal | i) demuestran diferentes técnicas para resolver la ecuación lineal. ii) resolver la ecuación lineal de tipo. <ul style="list-style-type: none"> • $ax + b = c$, • $\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{m}{n}$. iii) resolver problemas de la vida real que implican el uso de la ecuación lineal |

Unidad 10 fundamental de la geometría

| | |
|---------------------------------|---|
| 10.1 propiedades de los ángulos | i) definir los ángulos adyacentes, complementarios y suplementarios. ii) definir ángulos verticalmente opuestos. iii) calcular los ángulos desconocidos que involucran ángulos adyacentes, ángulos complementarios, ángulos complementarios y ángulos verticalmente opuestos. iv) calcular los ángulos desconocidos de un triángulo. |
|---------------------------------|---|

| | |
|-------------------------------------|---|
| 9.2 figuras congruentes y similares | <p>i) identificar figuras congruentes y similares</p> <p>ii) reconocer el símbolo de congruencia.</p> <p>iii) aplicar las propiedades de dos figuras sean congruentes o semejantes.</p> |
| 10.3 triángulos congruentes | <p>se aplican las siguientes propiedades de la congruencia entre los dos triángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • $SSS \cong SSS$, • $SAS \cong SAS$, • $ASA \cong ASA$, • $RHS \cong RHS$. |
| 10.4 círculo | <p>i) describir un círculo y su centro, radio, diámetro, cuerda, el arco del arco mayor y menor, semicírculo y segmento de un círculo.</p> <p>ii) dibujar un semicírculo y demostrar la propiedad, el ángulo en el semicírculo es un ángulo recto.</p> <p>iii) dibujar un segmento de un círculo y demostrar la propiedad: los ángulos en el mismo segmento de un círculo son iguales</p> |

Unidad 11 geometría práctica

| | |
|------------------------|--|
| 11.1 segmento de línea | <p>i) dividir un segmento de línea en un número dado de segmentos iguales.</p> <p>ii) dividir un segmento de línea interna en una proporción dada.</p> |
| 11.2 triángulos | <p>i) construir un triángulo con el perímetro y la relación entre la longitud de los lados son dados.</p> <p>ii) construir triángulo equilátero cuando</p> <ul style="list-style-type: none"> -se da la base -se da la altura <p>iii) construir un triángulo isósceles cuando</p> <ul style="list-style-type: none"> -se da base y un ángulo de la base -se da ángulo vertical y la altitud - se da altitud y el ángulo de base |
| 11.3 paralelogramo | <p>i) construir un paralelogramo cuando</p> <ul style="list-style-type: none"> -dos lados adyacentes y su ángulo incluido se dan -dos lados adyacentes y diagonales se dan <p>ii) verificar prácticamente que la suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es 180 las medidas de los ángulos de un cuadrilátero es 360.</p> |

Unidad 12 circunferencia, área y volumen

| | |
|--|--|
| 12.1 circunferencia y el área del círculo | <p>i) expresa pi como la relación entre la circunferencia y el diámetro de un círculo.</p> <p>ii) encontrar la circunferencia de un círculo con la fórmula.</p> <p>iii) encontrar el área de un círculo región utilizando la fórmula.</p> |
| 12.2 área de superficie y el volumen de cilindro | <p>i) encontrar la superficie y el volumen del cilindro utilizando una fórmula.</p> <p>ii) encontrar el volumen de la región cilíndrica utilizando una fórmula.</p> <p>iii) resolver los problemas de la vida real que involucran -circunferencia y el área de un círculo -superficie y volumen de un cilindro</p> |

Unidad 13 **manejo de la información**

| | |
|----------------------------------|---|
| 13.1 distribución de frecuencias | <p>i) demostrar la presentación de datos.</p> <p>ii) definir la distribución de frecuencias (frecuencia, es decir, el límite inferior de clase, el límite de la clase alta, los intervalos de clase).</p> |
| 13.2 pi gráfico | interpretar y elaborar gráfico de torta |

currículo de matemáticas para los grados VIII

Unidad 1 operación en los conjuntos

| contenido y alcance | resultado del aprendizaje y la habilidad |
|------------------------------|--|
| 1.1 conjuntos | <p>i) reconocer un conjunto de número natural (N) Número entero (W) Enteros (Z) los números racionales (Q) Incluso número (E) Número Primo (P) número impar (O) encontrar un subconjunto del conjunto definen propio (\subset) e impropio (\subseteq) y subconjunto del conjunto definen el poder conjunto $P(A)$ de un conjunto un conjunto A.</p> |
| 1.2 operación en las series. | <p>i) comprobar las leyes conmutativa y asociativa con respecto a la unión y la intersección.</p> <p>ii) comprobar las leyes de distribución</p> <p>iii) establecer y verificar la ley de De Morgan.</p> |

| | |
|----------------------|---|
| 1.3 diagrama de Venn | <p>i) demostrar la unión y la intersección de las tres series superpuestas a través de diagrama de Venn.</p> <p>ii) comprobar las leyes asociativa y distributiva a través de diagrama de Venn.</p> |
|----------------------|---|

Unidad 1 número real

| | |
|--------------------------------|---|
| 2.1 número irracional | <p>i) definir un número irracional</p> <p>ii) Reconocemos racional y un número irracional.</p> <p>iii) definir el número real .</p> <p>iv) demuestran que no se termina / no repetir (o no periódica) decimales.</p> |
| 2.2 cuadrado. | <p>i) encontrar el número cuadrado perfecto .</p> <p>ii) los patrones establecidos para la plaza de los números naturales (e.g., $4^2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1$).</p> |
| 2.3raíz cuadrada | <p>i) encontrar una raíz cuadrada de.</p> <p>-un número natural (e.g. 16, 625, 1600),</p> <p>-una fracción común (e.g. $\frac{9}{16}$, $\frac{36}{49}$, $\frac{49}{64}$)</p> <p>-un decimal (e.g. 0.01, 1.21, 0.64)</p> <p>administra en forma de cuadrado perfecto, por la factorización de Primos y el método de la división.</p> <p>ii) encontrar una raíz cuadrada del número que no es cuadrado perfecto (por ejemplo, 2, 3, 2,5).</p> <p>iii) utilizar las siguientes reglas para determinar el número de dígitos en la raíz cuadrada de cuadrado perfecto.</p> <p>Regla: Sea n el número de dígitos en el cuadrado perfecto, entonces su raíz cuadrada contiene</p> <p>$\frac{n}{2}$ dígitos, si n es par</p> <p>$\frac{n+1}{2}$ dígitos, si n es impar.</p> <p>iv) resolver los problemas de la vida real relacionados con la raíz cuadrada.</p> |
| 1.3 Los cubos y raíces cúbicas | <p>i) Reconocer cubos y cubos perfectos.</p> <p>ii) encontrar la raíz cúbica de un número que es cubo perfecto.</p> <p>iii) reconocer las propiedades de los cubos de los números.</p> |

Unidad 3 sistema de numeración

| | |
|---------------------------|--|
| 3.1 sistema de numeración | <p>i) reconocer la base del sistema de numeración</p> <p>ii) definir sistema numérico con base de 2,5,8 y 10.</p> <p>iii) explicar</p> <p>-binario sistema numérico (sistema con base 2)</p> <p>-número de sistema con la base 5.</p> <p>-sistema de numeración octal (sistema con la base 8).</p> <p>decimal número de sistema (sistema con base 10).</p> |
|---------------------------|--|

| | |
|----------------|---|
| 3.2 conversión | i) convertir un número de un sistema decimal a un sistema con base de 2,5 y 8 viceversa. ii) sumar, restar y multiplicar el número con la base de 2,5 y 8. iii) sumar, restar y multiplicar números con base diferente. |
|----------------|---|

Unidad 4 la aritmética financiera

| | |
|---|---|
| 4.1 compuesto de la proposición | i) definir proposición compuesta ii) resolver los problemas de la vida real que involucran propuesta compuesto, la asociación y la herencia. |
| 4.2 bancario 4.2.1) tipo de cuenta bancaria 4.2.2) Banca en línea 4.2.3 conversión de la moneda 4.2.4 la. fines de lucro / mercado 4.2.5 tipos de financiación | i) definir los depósitos de la banca comercial, tipo de cuenta bancaria (PLS ahorro de cuenta bancaria, cuenta de depósito corriente, cuenta de depósito de PLS actual y cuenta en moneda extranjera). ii) describen los títulos negociables, como cheque, letra de la demanda y la orden de pago. iii) explicar la banca en línea, transacciones a través de ATM (cajero) de crédito de débito y tarjeta de crédito (Visa y Master Card). iv) convertir la moneda de Pakistán a moneda conocida internacional v) calcular -la. fines de lucro / mercado -la cantidad principal. -la tasa de ganancia / mercado. -el período. vi) explicar -sobregiro (OD). -Ejecución de las finanzas (RF). -La demanda de finanzas (DF). -Leasing. vii) resolver el problema de la vida real relacionados con la banca y las finanzas. |
| 4.3 porcentaje 4.3.1 de pérdidas y ganancias 4.3.2 descuento | i) encontrar porcentaje de beneficio y la pérdida de porcentaje . ii) encuentran un porcentaje de descuento. iii) resolver problemas relacionados con las transacciones sucesivas. |
| 4.4 seguros | i) definir los seguros. ii) Resolver problemas de la vida real con respecto a los seguros de vida y el vehículo. |
| 4.5 impuesto sobre la renta | i) explicar por impuesto sobre la renta, la renta imponible exenta. ii) Resuelve problemas simples de la vida real relacionadas con i impuestos. |

Unidad 5 polinomios

| | |
|-----------------------------|--|
| 5.1 expresión algebraica | i) recuerdo constante, variable, expresión literal y algebraica. |
| 5.2 polinomio | i) definir -polinomio -grado de un polinomio ii) Reconocemos polinomio en uno, Teo y más variables iii) Reconocer polinomio de varios grados (por ejemplo, cuadrática lineal, polinomios cúbicos y bicuadráticos). |
| 5.3 operación de polinomios | i) sumar, restar y multiplicar polinomios. ii) dividiendo un polinomio por un polinomio de primer grado. |

Unidad 6 Factorización ecuaciones simultáneas

| | |
|--|---|
| 6.1 Fórmulas algebraicas básicas. | i) Recordemos las fórmulas algebraica. <ul style="list-style-type: none"> • $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, • $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, • $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, y aplicarlos para resolver problemas como <ul style="list-style-type: none"> • evaluar $(102)^2$, $(1.02)^2$, $(98)^2$ y $(0.98)^2$. • encontrar $x^2 + \frac{1}{x^2}$ y $x^4 + \frac{1}{x^4}$ cuando el valor de se $x \pm \frac{1}{x}$ da. |
| 6.2 Factorización | i) factorización expresión de los siguientes tipos. <ul style="list-style-type: none"> • $ka + kb + kc$, • $ac + ad + bc + bd$, • $a^2 \pm 2ab + b^2$, • $a^2 - b^2$, • $a^2 \pm 2ab + b^2 - c^2$. |
| 5.3 La manipulación de expresión algebraica. | reconocer las fórmulas: <ul style="list-style-type: none"> • $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, • $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$, y aplicarlos para resolver problemas como: <ul style="list-style-type: none"> - encontrar $x^3 + \frac{1}{x^3}$ y $x^3 - \frac{1}{x^3}$ cuando el valor de se $x \pm \frac{1}{x}$ da |

| | |
|--|--|
| 5.4 Simultáneas ecuaciones lineal | <p>i) Reconocemos las ecuaciones lineales simultáneas en una y dos variables.</p> <p>ii) dar al concepto de formación a las ecuaciones lineales en dos variables.</p> <p>iii) saber que</p> <ul style="list-style-type: none"> -una ecuación lineal con dos incógnitas se satisface con tantos valores según sea necesario. -Dos ecuaciones lineales con dos incógnitas tienen una única solución (es decir, un par de valores). |
| 5.5 Solución de ecuaciones lineales simultáneas. | <p>i) Resolver de ecuaciones lineales simultáneas</p> <ul style="list-style-type: none"> -método de igualar los coeficientes, -método de eliminación por sustitución, -método de multiplicación cruzada <p>ii) resolver los problemas de la vida real que involucran dos ecuaciones lineales simultáneas con dos variables.</p> |
| 5.6 Eliminación (reducción) | <p>i) eliminar una variable de dos ecuaciones por</p> <ul style="list-style-type: none"> -sustitución -aplicación de las fórmulas |

Undad 7 fundamentos de la geometría

| | |
|-----------------------|---|
| 5.1 líneas paralelas. | <p>i) Definir líneas paralelas.</p> <p>ii) Demostrar a través de figuras las siguientes propiedades de las líneas paralelas.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Dos líneas que son paralelas a la misma línea dada son paralelas entre sí. -si tres líneas paralelas se cortan por dos transversales, de tal manera que las dos intersecciones en una transversal son iguales entre sí, las dos intersecciones en la segunda transversal son también iguales. -una línea a través del punto medio del lado de un triángulo paralela al otro lado biseca el tercer lado (una aplicación de la propiedad más arriba). <p>iii) Dibujar una línea transversal que se cruzan dos líneas paralelas y ángulos demuestran correspondencia de ángulos alternos internos, ángulos opuestos verticalmente y ángulos interiores del mismo lado de la transversal.</p> <p>iv) describir la siguiente relación entre el par de ángulos cuando una transversal cruzan dos líneas paralelas</p> <ul style="list-style-type: none"> - Par de dos ángulos correspondientes son iguales. -Un par de ángulos alternos internos son iguales. - Par de ángulos interiores del mismo lado de la transversal es complementaria, y demostrarlo a través de figuras. |
|-----------------------|---|

| | |
|---------------|--|
| 7.2 polígonos | i) Definir un polígono ii) Demostrar las siguientes propiedades de un paralelogramo. -La cara opuesta de paralelogramo son iguales -El ángulo opuesto del paralelogramo son iguales. -Las diagonales de un paralelogramo se bisecan. iii) Definir pentágono regular, hexágono y octágono. |
| 7.3 círculo | i) Demostrar un punto situado en el interior y el exterior del círculo. ii) describe los términos, sector, secante y la cuerda de los puntos de concíclicos círculo, tangente a un círculo y los círculos concéntricos. |

Unidad 8 la geometría práctica

| | |
|---|---|
| 8.1 construcción de cuadriláteros | i) Definir y describir dos líneas convergentes (no en paralelo) y encontrar el ángulo entre ellos sin que la producción de las líneas. ii) Biseccionamos el ángulo entre las dos líneas que convergen sin producir ellos. iii) Construir un cuadrado -cuando su diagonal está dado. -Cuando la diferencia entre la diagonal y el lado se le da. -Cuando la suma de su lado en diagonal y se le da. iv) construir un rectángulo -Cuando dos partes se dan -Cuando la diagonal y el lado uno se da. v) Construir rombo -Cuando un lado y el ángulo de la base se dan -Cuando un lado y la diagonal se dan. vi) Construir paralelogramo -cuando dos diagonals y el ángulo entre ellos se da -cuando dos lados y el ángulo adyacente incluyen entre ellos se da. vii) la construcción de una cometa -cuando dos lados iguales y uno se da en diagonal. viii) Construir pentágono regular -Cuando un lado se da. ix) Construir hexágono regular -cuando un lado se da. |
| 5.2 Construcción de un triángulo rectángulo | i) Construir un triángulo rectángulo -cuando hipotenusa y un lado se dan -cuando hipotenusa y la altura vertical desde su vértice a la hipotenusa está dada. |

Unidad 9 Espacio y volumen

| | |
|------------------------------|--|
| 9.1 el teorema de Pitágoras, | i) Indique el teorema de Pitágoras y le ha dado una prueba informal. ii) Resolver los triángulos de ángulos usando el teorema de Pitágoras |
| 9.2 La fórmula del Héroe | i) Indicar y aplicar la fórmula del héroe para encontrar las áreas de triángulos y cuadriláteros gerions |
| 9.3 Superficie y volumen | i) Halla el área superficial y el volumen de una esfera. ii) encontrar el área superficial y volumen de un cono. iii) Resolver problemas de la vida real que involucran superficie y el volumen de un cono y esfera. |

Unidad 10 la geometría demostrativa

| | |
|--|--|
| 10.1 la geometría demostrativa | i) Definir la geometría demostrativa |
| 10.1.1 razonamiento | ii) describir el razonamiento basico |
| 10.1.2 Los axiomas, postulados y teoremas. | iii) Describir los tipos de hipótesis (axiomas y postulados). iv) Describir las partes de una proposición. v) Describir el significado de teorema geométrico, corolario |
| 10.2 Teoremas | <p>Demostrar los siguientes teoremas, junto con corolarios y los aplicó a resolver los problemas apropiados:</p> <p>i) si una línea recta se encuentra en otra línea recta, la suma de las medidas de dos ángulos así formados es igual a dos ángulos rectos.</p> <p>ii) si la suma de las medidas de dos ángulos adjacentes son iguales a dos ángulos rectos, los brazos exteriores de los ángulos están en la línea recta.</p> <p>iii) Si dos líneas se cruzan entre sí, entonces los ángulos verticales opuestos son congruentes.</p> <p>iv) En cualquier correspondencia de dos triángulos, si dos lados e incluyen ángulo de un triángulo son congruentes con los lados correspondientes e incluyen ángulo del otro, los dos triángulos son congruentes.</p> <p>v) Si dos lados del triángulo son congruentes, entonces los ángulos opuestos a estos lados son congruentes.</p> <p>vi) Un ángulo exterior del triángulo es mayor en la medida que cualquiera de lo contrario los ángulos interiores.</p> <p>vii) si una transversal se cruzan dos líneas de tal manera que el par de ángulos alternos son congruentes entonces las líneas son paralelas.</p> <p>viii) Si una transversal se cruzan dos líneas paralelas el ángulo alternativo así formado son congruentes.</p> <p>ix) La suma de las medidas de los tres ángulos de un trinangulo es 180.</p> |

Unidad 11 introducción a la trigonometría

| | |
|---|--|
| <p>11.1 trigonometría</p> <p>11.2 Razones trigonométricas de los ángulos agudos</p> | <p>i) definir la trigonometría.</p> <p>ii) Definir las razones trigonométricas de un ángulo agudo</p> <p>iii) encontrar las razones trigonométricas de ángulo agudo (30, 60 y 45).</p> <p>iv) definir las relaciones trigonométricas de los ángulos complementarios.</p> <p>v) resolver los triángulos rectángulos con proporciones de trigonometría.</p> <p>vi) resolver los problemas de la vida real que se encuentran alturas (evitar nombrar el ángulo de elevación).</p> |
|---|--|

Unidad 12 tratamiento de la información

| | |
|--|--|
| <p>12.1 distribución de frecuencias</p> | <p>i) Definir frecuencia, distribución de frecuencias.</p> <p>ii) Construir una tabla de frecuencias.</p> <p>iii) Construir histograma tabla que representa la frecuencia.</p> |
| <p>12.2 Medidas de tendencia central</p> | <p>i) Describir las medidas de tendencia central.</p> <p>ii) Calcular la media (promedio), el peso promedio, la mediana y la moda para datos no agrupados.</p> <p>iii) Resolver problemas de la vida real que involucren media (promedio), el peso promedio, mediana y moda.</p> |

Unidad 12 tratamiento de la información

| | |
|---|--|
| <p>12.1 distribución de frecuencias</p> | <p>Examinar si una expresión dada es un</p> <ul style="list-style-type: none"> -polinomio o no, -Expresión racional o no. <p>Definir $p(x) / q(x)$ como la expresión racional en sus términos más sencillos, si $p(x)$ y $q(x)$ son polinomios con coeficiente integral y que no tienen factor común.</p> <p>Examinar si una determinada expresión algebraica racionalizaciones está en la forma más baja o no.</p> <p>reducir una expresión racional a su mínima expresión.</p> <p>Halla la suma, diferencia y producto de expresiones racionales.</p> <p>Divide una expresión de racionalizaciones con otro y expresar el resultado en sus términos más bajos.</p> <p>Encuentra valor de la expresión algebraica en algún número real en particular..</p> |
| <p>Fórmulas algebraicas.</p> | <ul style="list-style-type: none"> - Conocido las fórmulas $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2),$ $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab.$ <p>encontrar el valor de $a^2 + b^2$ ab y de cuando el valor de (a-b) y (a+b) se conocen.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Conocido las fórmulas $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$. -encontrar el valor de $a^2 + b^2 + c^2$ cuando el valor de |

| | |
|------------------------------|---|
| | <p>$a+b+c$ y $(ab + bc+ca)$ son conocidos.</p> <p>- encontrar el valor de $(a+b+c)$ cuando el valor de $a^2 + b^2 + c^2$ y $(ab + bc+ca)$ son conocidos.</p> <p>- encontrar el valor de $(ab+bc+ca)$ cuando el valor de $a^2 + b^2 + c^2$ y $(a+ b+c)$ son conocidos.</p> <p>- Conocido las fórmulas $(a + b)^3 = a^3 + 3ab(a + b) + b^3$, $(a - b)^3 = a^3 - 3ab(a - b) - b^3$.</p> <p>-encontrar el valor de $a^3 \pm b^3$ cuando el valor de $a \pm b$ y $(a b)$ son conocidos.</p> <p>-encontrar el valor de $x^3 \pm \frac{1}{x^3}$ cuando el valor de $x \pm \frac{1}{x}$ es conocidos Conocido las fórmulas $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.</p> <p>- encontrar el producto de $x + \frac{1}{x}$ y $x^2 + \frac{1}{x^2} - 1$.</p> <p>- encontrar el producto de $x - \frac{1}{x}$ y $x^2 + \frac{1}{x^2} + 1$.</p> <p>-encontra continua producto de $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$.</p> |
| Irracionales y su aplicación | <p>-Reconocer irracionales y su aplicación</p> <p>-Explicar los irracionales de segundo orden, utilizar la operación básica de irracionales de segundo orden a racionalizar los denominadores y evaluarla.</p> |
| Racionalización | <p>Explicar Racionalización (con significado exacto) de la cifra real de los tipos $\frac{1}{a+b\sqrt{x}}$, $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ y sus combinaciones en las que X e Y son números naturales ayb son números enteros.</p> |

Unidad 12 factorización

| | |
|--------------------|--|
| 12.1 factorización | <p>Recordar factorización de expresiones de los siguientes tipos</p> <ul style="list-style-type: none"> • $ka + kb + kc$, • $ac + ad + bc + bd$, • $a^2 \pm 2ab + b^2$, • $a^2 - b^2$, • $a^2 \pm 2ab + b^2 - c^2$. |
|--------------------|--|

| | |
|--|--|
| | <p>Type I: $a^4 + a^2b^2 + b^4$ or $a^4 + 4b^4$,</p> <p>Type II: $x^2 + px + q$,</p> <p>Type III: $ax^2 + bx + c$,</p> <p>Type IV: $\begin{cases} (ax^2 + bx + c)(ax^2 + bx + d) + k, \\ (x + a)(x + b)(x + c)(x + d) + k, \\ (x + a)(x + b)(x + c)(x + d) + kx^2 \end{cases}$</p> <p>Type V: $\begin{cases} a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, \\ a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3, \end{cases}$</p> <p>Type VI: $a^3 \pm b^3$.</p> |
| 12.2 Resto Teorema y el factor de Teorema. | <p>-expresar y probar Teorema del Resto y explicar a través de ejemplos.</p> <p>- Buscar teorema del residuo (sin dividir) cuando un polinomio se divide por polinomio de primer grado.</p> <p>-Definir cero del polinomio.</p> <p>-Establecer y demostrar Factores de polinomio</p> |
| Factorización del polinomio cúbico | utilizar el teorema de factor paraa factorizar un polinomio de tercer grado |

Unidad 12 manipulación algebraica

| | |
|--|---|
| 12.1 el HCF, LCM, | <p>i) Encuentra el H.C.F, L.C.M de Expresión algebraica.</p> <p>ii) utilizar el método de factor o la división para determinar HCF, LCM.</p> <p>iii) Conocer la relación entre H.C.F, L.C.M.</p> <p>iv) resolver el problema de la vida real relacionadas con toH.C.F, L.C.M.</p> |
| 12.2 Funcionamiento básico de la fracción algebraica | i) utilizar HCF y LCM para reducir expresiones fraccionarias que involucran $+, -, \times, \div$. |
| La raíz cuadrada de la expresión algebraica | encontrar la raíz cuadrada de la expresión algebraica de la factorización y la división |

Unidad 12 Ecuaciones lineales y desigualdades

| | |
|--------------------------|--|
| 12.1 Ecuaciones lineales | <p>i) Recordar la ecuación lineal en una variable.</p> <p>ii) Resolver la ecuación lineal con un coeficiente de racionalizaciones.</p> <p>iii) Reducir la ecuación, la participación de los radicales, a la forma lineal simple y encontrar su solución.</p> |
|--------------------------|--|

| | |
|---|---|
| 12.2 La ecuación que implica valor absoluto | i) Definir el valor absoluto. ii) resolver la ecuación con el valor absoluto de una variable. |
| desigualdades lineales | Definir las desigualdades lineales ($>$, $<$) y (\geq , \leq). Reconocer las propiedades de desigualdades lineales (es decir, tricotomía, transitive, addivitive y multiplicativo). |
| resolver la ecuación lineal y las desigualdades | resolver la ecuación lineal y la desigualdad con un coeficiente de racionalización |

Unidad 12 ecuación de segundo grado

| | |
|---|--|
| 12.1 ecuación de segundo grado | i) Definir ecuación de segundo grado. resolver la ecuación cuadrática en una variable - factorizaciones -completar cuadrados |
| 12.2 fórmula cuadrática | i) utilizar el método de completar cuadrados para obtener una fórmula cuadrática usar la fórmula cuadrática para resolver la ecuación cuadrática. |
| la ecuación reducible a la forma cuadrática | la ecuación reducible a la forma cuadrática del tipo $ax^4 + bx^2 + c = 0$ resolver la ecuación del tipo $p(x) + \frac{b}{p(x)} = c$. resolver la ecuación recíproco del tipo $a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x + \frac{1}{x}\right) + c = 0$. - Resolver la ecuación exponencial de las variables que se producen en exponentes resolver la ecuación del tipo $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) = k$ cuando $a + b = c + d$. |
| resolver la ecuación radical | resolver la ecuación del tipo <ul style="list-style-type: none"> • $\sqrt{ax+b} = cx+d$, • $\sqrt{x+a} + \sqrt{x+b} = \sqrt{x+c}$, • $\sqrt{x^2 + px+m} + \sqrt{x^2 + px+n} = q$ |

Unidad 12 Teoría de la ecuación cuadrática

| | |
|---|--|
| 12.1 La naturaleza de la raíz de una ecuación cuadrática. | i) Describir discriminante ($b^2 - 4ac$) de la expresión cuadrática $ax^2 + bx + c$. - Buscar discriminante de una ecuación cuadrática. - Discutir la naturaleza de la raíz de una ecuación |
|---|--|

| | |
|---|---|
| | <p>cuadrática a través discriminante.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Determinar la naturaleza de la raíz de una ecuación cuadrática y verificar los resultados mediante la resolución de la ecuación. - Determinar el valor de las incógnitas involucrados en una ecuación cuadrática |
| 12.2 Las raíces cúbicas de la unidad y sus propiedades | <p>i) Encontrar las raíces cúbicas de la unidad.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconocer complejas raíces cúbicas de la unidad como ω y ω^2 - probar las propiedades de las raíces cúbicas de la unidad. -Utilice las propiedades de las raíces cúbicas de la unidad para resolver los problemas correspondientes |
| Las raíces y los coeficientes de la ecuación cuadrática | <ul style="list-style-type: none"> -Encontrar la relación entre las raíces y los coeficientes de la ecuación cuadrática. -Encuentra la suma y el producto de las raíces y el coeficiente de la ecuación cuadrática, sin resolverlo. Encuentre el valor (s) de la(s) incógnita (s) que participan en una ecuación cuadrática cuando -La suma de las raíces es igual al múltiplo del producto de las raíces, -La suma de los cuadrados de las raíces es igual a un número dado. -raíz difieren en un número dado. la raíz satisface una determinada relación (la relación i.e $2\alpha + 5\beta = 7$ donde α y β son las raíces de una ecuación dada). -tanto suma y el producto de las raíces son iguales al número dado. |
| Función simétrica de las raíces de la ecuación cuadrática | <ul style="list-style-type: none"> -Definir la función simétrica de las raíces de la ecuación cuadrática. -Evaluar una función simétrica de las raíces de la ecuación de segundo grado en el término de su coeficiente. |
| Formación de la ecuación cuadrática | <ul style="list-style-type: none"> -estableció la fórmula $x^2 - (\text{la suma de las raíces})x + (\text{el producto de las raíces})=0$ para encontrar la ecuación de segundo grado por el número dado. -Formar la ecuación de segundo grado cuyas raíces, por ejemplo, son los tipos, • $2\alpha + 1, 2\beta + 1$ • $\alpha^2, \beta^2,$ • $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta},$ • $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha},$ • $\alpha + \beta, \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta},$ donde α y β son las raíces de una ecuación dada |

| | |
|----------------------------|--|
| | |
| La división sintética | <p>-Describa el método de división sintética.</p> <p>- usar la división sintética para</p> <p>i) Encuentra cociente y el resto cuando un polinomio dado se divide por un polinomio lineal.</p> <p>ii) Encontrar el valor (s) de origen desconocido (s) si los ceros del polinomio se dan,</p> <p>iii) Encontrar el valor (s) de origen desconocido (s) si los factores del polinomio se dan,</p> <p>iv) resolver una ecuación cúbica, si una de las raíces de la ecuación se da.</p> <p>v) resolver un bicuadrática (segundo grado) la ecuación si dos de las verdaderas raíces de la ecuación se dan.</p> |
| Las ecuaciones simultáneas | <p>resolver un sistema de dos ecuaciones en dos variables cuando</p> <p>-un ecuación es lineal y el otro es cuadrática,</p> <p>-ambas ecuaciones son de segundo grado.</p> <p>resolver los problemas de la vida real que llevan a ecuaciones cuadráticas.</p> |

Unidad 12 Variaciones

| | |
|--------------------------------------|--|
| 12.1 Razón, proporción y variaciones | <p>i) Definimos la razón, proporciones y variaciones (directa e inversa);</p> <p>ii) calcular la tercera, cuarta proporcional y media proporcional de proporción continua;</p> |
| 12.2 Teoremas de las proporciones | <p>i) aplicar teoremas de invertendo, alternando, componendo, y el dividendo componendo-dividendo para encontrar las proporciones;</p> |
| variación conjunta | <p>i) definir los conjuntos (directa e inversa) las variaciones;</p> <p>ii) resolver los problemas relacionados con las variaciones conjuntas;</p> |
| Método K | <p>i) aplicar K-Método para probar igualdades condicionales que involucran proporciones;</p> <p>ii) resolver los problemas de la vida real sobre la base de las variaciones.</p> |

Unidad 12 fracciones parciales

| | |
|---|--|
| 12.1 Fracción propia, impropia y racional | <p>i) definir y diferenciar fracción racional propio e impropio;</p> |
|---|--|

| | |
|--|--|
| 12.2 Resolución de la fracción en fracciones parciales | i) resolver una fracción algebraica en fracciones parciales cuando el denominador consiste en <ul style="list-style-type: none"> • Los factores lineales no repetidas; • repite factores lineales; • Los factores cuadrático no repetidas s; • factores cuadráticos repetidos; |
|--|--|

Unidad 12 Conjuntos y funcione

| | |
|--|---|
| 12.1 Operación en conjuntos | i) Recordemos los conjuntos denotados por N, Z, W, O, P y Q; ii) Reconocemos la operación en conjunto (\cup , \cap , $-$ o \setminus , Δ); iii) realizar la operación en los conjuntos <ul style="list-style-type: none"> . la unión, . intersección, . diferencia, . diferencia simétrica(por ejemplo, $A \Delta B = (A \cup B) \cdot (A \cap B)$), . se complementan |
| 12.2 Las propiedades de unión e intersección | i) describen las siguientes propiedades fundamentales de la unión y la intersección de dos o tres conjuntos <ul style="list-style-type: none"> • Propiedad conmutativa de la unión, • Propiedad conmutativa de la intersección, • Propiedad Asociado de la unión, • Propiedad Asociado de intersección, • Propiedad distributiva de la unión sobre la intersección, • Propiedad distributiva de la intersección sobre la unión, • leyes de De Morgan; ii) verificar que las propiedades antes mencionadas fundamentales para determinados conjuntos; |
| Diagrama de Venn | i)a)dibujar el diagrama de Venn para representar <ul style="list-style-type: none"> • unión e intersección de conjuntos, • complemento de un conjunto, • diferencia simétrica de conjuntos; b)elaborar diagrama de Venn para verificar <ul style="list-style-type: none"> • Las leyes conmutativa para la unión e intersección de conjuntos, • Las leyes asociativas para la unión e intersección de conjuntos, • Las leyes de distribución de unión e intersección de conjuntos, • Las leyes de De Morgan; |
| Pares ordenados y producto cartesiano | describir y escribir pares ordenados y los problemas cartesianos de productos y afines; |
| relación binaria | describir y escribir relación binaria e identificar su dominio y rango; |

| | |
|---------|---|
| función | <ul style="list-style-type: none"> i) definir la función e identificar su dominio, codominio y rango; ii) escribir e ilustrar: <ul style="list-style-type: none"> • En la función, • Una sola función, • En y un una función (función inyectiva), • Sobre la función (función sobreyectiva), • Uno-uno y sobre la función (función biyectiva); iii) examinar si una relación dada es una función o no; iv) diferenciar entre correspondencia biunívoca y la función de uno-uno. v) Incluye ejercicios suficientes para aclarar / diferenciar entre el concepto anterior. |
|---------|---|

Unidad 12 Estadísticas Básicas

| | |
|---|--|
| 12.1 Distribución de frecuencias | <ul style="list-style-type: none"> i) la construcción de tabla con grupos de frecuencia; ii) la construcción de histogramas con los intervalos de clase iguales y desiguales; iii) construir un polígono de frecuencias; |
| 12.2 Distribución de frecuencias acumuladas | <ul style="list-style-type: none"> 8.2.1 construir una tabla de frecuencia acumulativa; 8.2.2 dibujar un polígono de frecuencias acumuladas; |
| Medidas de tendencia central | <ul style="list-style-type: none"> 8.3.1 calcular e interpretar (por agrupados y no agrupados de datos): <ul style="list-style-type: none"> • la media aritmética, por definición, y el uso de las desviaciones de la media asumida, • El modo de la mediana, la media geométrica, armónica d 8.3.2 describir y calcular la media ponderada; 8.3.3 estimación mediana, cuartiles y el modo de gráfica; |
| Medidas de dispersión | <ul style="list-style-type: none"> calcular e interpretar rango, la varianza y desviación estándar. |

Unidad 12 Los gráficos lineales y sus aplicaciones

| | |
|---|--|
| 12.1 Plano cartesiano y gráficas lineales | <ul style="list-style-type: none"> 18.1.1 identificar par de números reales como un par ordenado; 18.1.2 describir el plano rectangular o cartesiano que consta de dos líneas de números (eje X y eje Y) se cruzan en ángulo recto en el punto O (origen); |
|---|--|

| | |
|---|--|
| | <p>18.1.3 localizar a un par ordenado (a, b) como el punto en el plano rectangular y reconocer:</p> <ul style="list-style-type: none"> • A como la coordenada x (o eje de abscisas), • b como la coordenada y (o ordenada); <p>18.1.4 dibujar diferentes formas geométricas (por ejemplo, segmento de línea, triángulo y rectángulo, etc) al participar en un conjunto de puntos dados;</p> <p>18.1.5 construir una tabla de pares de valores que satisfacen una ecuación lineal con dos variables;</p> <p>18.1.6 elegir una escala adecuada para dibujar un gráfico;</p> <p>18.1.7 plot de los pares de puntos para obtener la gráfica de una determinada expresión lineal;</p> <ul style="list-style-type: none"> • $y = mx$ • $y = mx + c$ • $ax + by + c = 0$; <p>18.1.8 dibujar la gráfica de una ecuación de la forma</p> <ul style="list-style-type: none"> • $Y = C$ • $x = a$ <p>18.1.9 dibujar el gráfico de una tabla dada de (discreto) los valores;</p> <p>-18.1.10 Resolver problemas relacionados basados en los conceptos anteriores;</p> |
| 12.2 conversión de los gráficos . | <p>18.2.1 interpretación gráfica de la conversión como un gráfico lineal que relaciona a dos cantidades que están en mdirect proporción;</p> <p>18.2.2 leer un gráfico dado a conocer una cantidad que corresponde a otro;</p> <p>18.2.3 leer el gráfico para las conversiones de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Las millas y kilómetros, • Los hectáreas y hectáreas, • grados Celsius y grados Fahrenheit, • moneda de Pakistán y otras monedas. |
| Gráficos de soluciones de ecuaciones en dos variables | <p>18.3.1 resolver ecuaciones lineales simultáneas con dos variables utilizando el método gráfico.</p> |

Unidad 12 Introducción a la geometría de coordenadas

| | |
|------------------------------|---|
| 12.1 Fórmula de la distancia | <p>20.1.1 describir la geometría de coordenadas;</p> <p>20.1.2 derivan fórmula de la distancia para calcular la distancia entre dos puntos dados en el plano cartesiano;</p> <p>20.1.3 aplicar la fórmula de la distancia para hallar la distancia entre dos puntos dados;</p> |
| 12.2 Puntos colineales | <p>20.2.1 definir los puntos colineales y distinguir entre los alineados y no alineados puntos;</p> <p>20.2.2 uso de fórmula de la distancia para demostrar que dado tres (o más) puntos están alineados;</p> <p>20.2.3 fórmula de la distancia para demostrar que el uso que se le dio tres puntos colineales no forman:</p> |

| | |
|------------------------|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> • de un triángulo equilátero, • un triángulo isósceles, • un triángulo rectángulo, • Un triángulo escaleno; <p>20.2.4 aplicar la fórmula de la distancia para demostrar que los dados no colineales cuatro puntos forman</p> <ul style="list-style-type: none"> • paralelogramo, • cuadrado, • rectángulo; |
| Fórmula de punto medio | <p>20.3.1 reconocer y aplicar la fórmula para encontrar el punto medio del segmento de recta que une dos puntos dados.</p> <p>20.3.2 Aplicar fórmulas de la distancia y punto medio para resolver / verificar los resultados de diferentes problemas relacionados con la geometría.</p> |

Unidad 12 Introducción a la Trigonometría

| | |
|------------------------------------|---|
| 12.1 La medición de un ángulo | <p>21.1.1 explicar el sistema sexagesimal (grados, minutos y segundos);</p> <p>21.1.2 convertir un ángulo dado en "D ° M'S forma en una forma decimal y viceversa;</p> <p>21.1.3 definir un radián (medida de un ángulo en el sistema circular);</p> |
| 12.2 Longitud del arco circular | <p>21.2.1 derivar y aplicar la regla $l = r\theta$, donde r es el radio del círculo, L es la longitud de arco circular y θ es el ángulo central medido en radianes;</p> <p>21.2.2 probar el área de sector de círculo es $\frac{1}{2}r^2\theta$</p> |
| Razones trigonométricas. | <p>21.3.1 reconocen cuadrantes y ángulos cuadrantal;</p> <p>21.3.2 calcular los valores de las razones trigonométricas de 45 °, 30 °, 60 °, 90 °, 180 °, 270 ° y 360 °;</p> <p>21.3.3 reconocer los signos de las razones trigonométricas en los diferentes cuadrantes;</p> <p>21.3.4 Definir e identificar:</p> <ul style="list-style-type: none"> . general de ángulo (ángulo coterminales). . ángulo en una posición personal de turno. <p>21.3.5 definir relaciones trigonométricas y sus recíprocos con la ayuda de un círculo unitario.</p> <p>2.3.6 encontrar el valor de las restantes razones trigonométricas si uno se da razón trigonométrica.</p> |
| Las identidades trigonométricas | <p>21.4.1 probar las identidades trigonométricas fundamentales (es decir, $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$, $1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$) y aplicarlos para probar diferentes relaciones trigonométricas;</p> |
| El ángulo de elevación y depresión | <p>21.5.1 ilustrar y calcular el ángulo de elevación y la depresión;</p> <p>21.5.2 resolver problemas relacionados con el ángulo de elevación y depresión en un triángulo rectángulo.</p> |

| | |
|-----------------------------|---|
| 12.1 Triángulos Congruentes | <p>9.1.1 aplicar los siguientes teoremas para resolver los problemas relacionados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • En toda la correspondencia de los dos triángulos, si por un lado y los dos ángulos de un triángulo son congruentes con el lado correspondiente y los ángulos de la otra, los dos triángulos son congruentes. • Si dos ángulos de un triángulo son congruentes entonces los lados opuestos a ellos también son congruentes. • en una correspondencia de dos triángulos, si los tres lados de un triángulo son congruentes con los correspondientes tres lados de la otra parte, los dos triángulos son congruentes. • si en la correspondencia de dos triángulos rectángulos, la hipotenusa y un lado de un son congruentes con la hipotenusa y el lado correspondiente de la otra, entonces los triángulos son congruentes. |
|-----------------------------|---|

Unidad 12 Paralelogramos y triángulos

| | |
|----------------------------------|--|
| 12.1 Paralelogramos y triángulos | <p>10.1.1 se aplican los siguientes teoremas para resolver los problemas relacionados c</p> <ul style="list-style-type: none"> • En un paralelogramo: <ul style="list-style-type: none"> i) los lados opuestos son congruentes, ii) los ángulos opuestos son congruentes, iii) las diagonales se bisectan. • si dos lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes y paralelos, es un paralelogramo. • el segmento de línea, que une los puntos medios de dos lados de un triángulo, es paralela al tercer lado y es igual a una mitad de su longitud. • Las medianas de un triángulo son concurrentes y su punto de concurrencia es el punto de trisección de cada medio. • Si tres o más líneas paralelas que intercepta congruentes en una transversal que también interceptar segmentos congruentes en cualquier otro transversal. |
|----------------------------------|--|

Unidad 12 Bisectrices de línea y bisectrices de ángulos

| | |
|--|---|
| 12.1 Bisectrices de línea y bisectrices de ángulos | <p>11.1.1 se aplican los siguientes teoremas para resolver los problemas relacionados</p> <ul style="list-style-type: none"> • cualquier punto de la bisectriz de un segmento de línea es equidistante de sus extremos. • cualquier forma punto equidistante de los extremos de un segmento de línea se encuentra en la recta de la |
|--|---|

| | |
|--|--|
| | <p>bisectriz .</p> <ul style="list-style-type: none"> • las bisectrices rectas de los lados de un triángulo son concurrentes. • cualquier punto de la bisectriz de un ángulo es equidistante de los brazos • cualquier punto dentro de un ángulo, la misma distancia de sus brazos, se encuentra en la bisectriz de la misma • la bisectriz de los ángulos de un triángulo son concurrentes. |
|--|--|

Unidad 12 Lados y ángulos de un triángulo

| | |
|--------------------------------------|--|
| 12.1 Lados y ángulos de un triángulo | <p>12.1.1 se aplican los siguientes teoremas para resolver los problemas relacionados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si dos lados de un triángulo son desiguales en longitud, el lado más largo tiene un ángulo de mayor medida frente a ella. • si dos ángulos de un triángulo son desiguales en medida, el lado opuesto al ángulo mayor es más largo que el lado opuesto al ángulo más pequeño. • la suma de las longitudes de los dos lados de un triángulo es mayor que la longitud del tercer lado. • desde un punto, fuera del lado de una línea, la perpendicular es la forma más corta la distancia del punto a la línea. |
|--------------------------------------|--|

Unidad 12 Aplicación de razón y proporción en los teoremas geométricos

| | |
|-------------------------|---|
| 12.1 Razón y proporción | <p>13.1.1 se aplican los siguientes teoremas para resolver los problemas relacionados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • una línea paralela a un lado de un triángulo, intersección de los otros dos lados, los divide proporcionalmente. • si un segmento de línea intersecta los dos lados de un triángulo en la misma proporción, entonces es paralelo al tercer lado. • la bisectriz interior de un ángulo de un triángulo divide el lado opuesto al que está en la relación de la longitud de los lados que comprenden el ángulo. • Si dos triángulos son semejantes, las medidas de sus lados correspondientes son proporcionales. |
|-------------------------|---|

Unidad 12 Teorema de Pitágoras

| | |
|---------------------------|---|
| 12.1 Teorema de Pitágoras | <p>22.1.1 Se aplican los siguientes teoremas para resolver problemas relacionados</p> <ul style="list-style-type: none"> • en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del cuadrado de los lados. (teorema). |
|---------------------------|---|

| | |
|--|---|
| | <ul style="list-style-type: none"> • si la suma de los cuadrados de 2 lados es igual al cuadrado del otro lado, entonces el triangulo es rectangulo. |
|--|---|

Unidad 12 Teoremas relacionados con el área

| | |
|--|--|
| 12.1 Teoremas relacionados con el área | <p>23.1.1 se aplican los siguientes teoremas para resolver los problemas relacionados</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los paralelogramos sobre la misma base y que se extiende entre las mismas líneas paralelas (o de la misma altura) son iguales en el área. • Los paralelogramos sobre bases iguales y tienen la misma altura son iguales en el área. • Los triángulos sobre la misma base y de la misma altura son iguales en el área. • Los triángulos sobre bases iguales y de la misma altura son iguales en el área. |
|--|--|

Unidad 12 Cuerdas de un círculo

| | |
|----------------------------|--|
| 12.1 Cuerdas de un círculo | <p>24.1.1 se aplican los siguientes teoremas para resolver los problemas relacionados</p> <ul style="list-style-type: none"> • uno y sólo un círculo puede pasar a través de tres puntos no colineales • una línea recta trazada desde el centro de un círculo a bisecan una cuerda que no es un diámetro es perpendicular a la cuerda • perpendicular desde el centro de un círculo en un acorde se divide en dos • Si dos cuerdas de un círculo son congruentes, entonces será igual distancia del centro • Las dos cuerdas de un círculo que son equidistantes del centro son congruentes. |
|----------------------------|--|

Unidad 12 Tangente a un círculo

| | |
|----------------------------|--|
| 12.1 Tangente a un círculo | <p>25.1.1 se aplican los siguientes teoremas para resolver los problemas relacionados</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si se traza una línea perpendicular a un segmento radial de un círculo en su punto extremo exterior es tangente a la circunferencia en ese punto. • la tangente a un círculo y el segmento radial que une el punto de contacto y el centro son perpendiculares entre sí. • las dos tangentes dibujadas a un círculo desde un punto fuera de ella son iguales en longitud. • Si dos círculos se tocan externa o internamente la distancia entre sus centros es, respectivamente, igual a la suma o la diferencia de sus radios |
|----------------------------|--|

Unidad 12 Acordes y arcos

| | |
|----------------------|--|
| 12.1 cuerdas y arcos | <p>26.1.1 se aplican los siguientes teoremas para resolver los problemas relacionados</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si dos arcos de un círculo (o de los círculos congruentes) son congruentes entonces las cuerdas correspondientes son iguales. • Si dos cuerdas del círculo (o de círculos congruentes) son iguales, entonces sus arcos correspondientes (menores, mayores o semi - circular) son congruentes. • Las cuerdas de la igualdad de un círculo (o de círculos congruentes) subtienden ángulos iguales en el centro (en los centros correspondientes). • Si los ángulos subtendidos por dos cuerdas de un círculo (o círculos congruentes) en el centro (centros correspondientes) son iguales, las cuerdas son iguales. |
|----------------------|--|

Unidad 12 Ángulo en un segmento de un círculo

| | |
|--|---|
| 12.1 Ángulo en un segmento de un círculo | <p>27.1.1 se aplican los siguientes teoremas para resolver los problemas relacionados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • la medida de un ángulo central de un arco menor de un círculo, es el doble que el ángulo subtendido por el arco principal correspondiente. • Cualquier dos ángulos en el mismo segmento de un círculo son iguales. • El ángulo inscrito en un semi - círculo es un ángulo recto • el ángulo en un segmento mayor que un semicírculo es menor que un ángulo recto, • El ángulo en un segmento de menos de un semi - círculo es mayor que el ángulo derecho. • Los ángulos opuestos de un cuadrilátero inscrito en un círculo son suplementarios. |
|--|---|

Unidad 12 Círculos de prácticas de geometría

| | |
|-------------------------------------|---|
| 12.1 La construcción del Círculo | <p>28.1.1 localizar el centro de un círculo dado y verificar; 28.1.2 dibujar un círculo que pase por tres no da - puntos alineados;</p> |
| Círculos vinculados a los polígonos | <p>28.2.1 dibujar un círculo circunsciben alrededor de un triángulo dado; 28.2.2 dibujar un círculo inscrito en un triángulo dado; 28.2.3 dibujar y escribir el círculo a un triángulo dado; 28.2.4 circunscribir un triángulo equilátero sobre un círculo dado; 28.2.5 inscribir un triángulo equilátero en un círculo dado; 28.2.6 circunsciben un cuadrado alrededor de un círculo dado; 28.2.7 inscribir un cuadrado en un círculo dado; 28.2.8 circunscribir un hexágono regular de un círculo</p> |

| | |
|------------------------------|---|
| | <p>dado;</p> <p>28.2.9 inscribir un hexágono regular en un círculo dado;</p> |
| Tangente a la circunferencia | <p>28.3.1 trazar una tangente a un círculo dado desde un punto P cuando P se encuentra</p> <ul style="list-style-type: none"> • en la circunferencia, • fuera del círculo; <p>28.3.2 dibujar dos tangentes a un círculo de cumplir con uno al otro en un ángulo determinado;</p> <p>28.3.3 empate</p> <ul style="list-style-type: none"> • tangente común o directa tangente externa, • tangente transversal común o tangente interior a dos círculos iguales; • tangente transversal común o tangente interior a dos círculos desiguales; <p>28.3.4 trazar una tangente a</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los dos círculos desiguales tocar, • Los dos círculos desiguales se cortan; <p>28.3.5 dibujar un círculo que toca</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los dos brazos de un ángulo dado, • dos líneas convergentes y pasa por un punto dado entre ellos. |

Unidad 12 Geometría práctica de Triángulos

| | |
|--------------------------------|---|
| 12.1 Construcción de triángulo | <p>14.1.1 construir un triángulo cuando:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los dos lados y el ángulo comprendido se dan, • un lado y dos de los ángulos se dan, • dos de sus lados opuestos y el ángulo de uno de ellos (con todos los tres posibilidades) se les da; <p>14.1.2 sorteo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Las bisectrices de los ángulos, • alturas, • Las mediatrices, • Las medianas de un triángulo dado y verificar su concurrencia. |
|--------------------------------|---|

Unidad 12 proyecto de un lado de un triángulo

| | |
|--|--|
| 12.1 proyecto de un lado de un triángulo | <p>probar los teomas siguientes, junto con los corolarios y aplicarlos para resolver problemas adecuados.</p> <p>-En un triángulo en ángulo obtuso el cuadrado del lado opuesto al ángulo obtuso es igual a la suma de los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo obtuso con el doble de la rectangulo formado por uno de los lados, y el que es proyeccion de la otra.</p> <p>-En cualquier triangulo, el cuadrado en el lado opuesto a un ángulo agudo es igual a la suma de los cuadrados de los lados que contengan ese ángulo agudo disminuida por</p> |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | <p>dos veces el rectángulo comprendido por uno de esos lados y la proyección en el mismo del otro.</p> <p>-En todo triángulo, la suma de los cuadrados de los dos lados iguales a dos veces el cuadrado de la mitad del tercer lado, junto con el doble de la plaza en la mediana que divide el tercer lado (teorema de Apolonio).</p> |
|--|--|

ANEXO II

(Para la primera parte de la investigación)

El qüestionari que se't presenta a continuació, forma part d'un estudi sobre matemàtiques i ús de les llengües. Moltes gràcies per la teva col·laboració!

Si us plau, respon per escrit les següents activitats i quan acabis, marca al final amb una creu les llengües que hagi utilitzat.

1. Resol els següents exercicis i explica com ho has fet:

$7 + 5 \times 8 = \square$ $(7 + 5) \times 8 = \square$

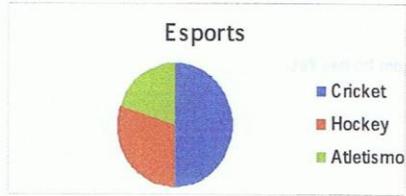
Quina llengua has utilitzat? Català Urdú Altres Quines?.....

2. La meua àvia està malalta i el metge li ha receptat dues capses de medicaments de dotze pastilles cadascuna. Ha de prendre una pastilla cada vuit hores. Quants dies durarà el seu tractament?

Quina llengua has utilitzat? Català Urdú Altres Quines?.....

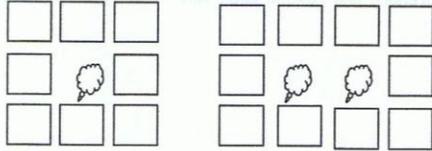
El questionari que s'ha presentat a continuació forma part d'un estudi sobre matemàtiques i és de les llongues. Moltes gràcies per la seva col·laboració.

3. De 100 estudiants, quants fan cricket?



Quina llengua has utilitzat? Català Urdú Altres Quines?.....

4. Per a protegir uns arbres del vent, s'han de posar blocs al nord, al sud, a l'est i l'oest. Per a un arbre es necessiten vuit blocs i per a dos arbres se'n necessiten deu. Quants blocs caldran per a protegir tres arbres?



Quina llengua has utilitzat? Català Urdú Altres Quines?.....

ANEXO III

**(Instrumento para la segunda parte de la
investigación)**

For class 9th Students

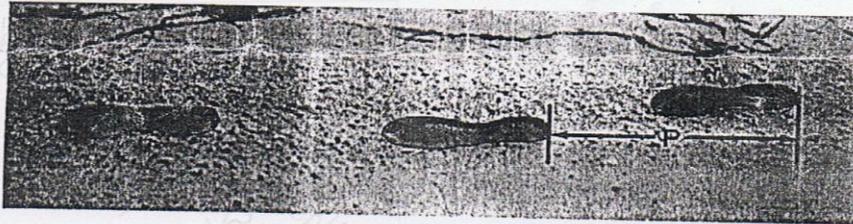
Question 1 $\frac{x}{5} - \frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}(x-4)$

Question 2 $\frac{2x+6}{2x+1} - 3 = \frac{5}{2x+1} - \frac{1}{3}$

Question 3 A pile of sand has the shape of a right circular cone. Find the height of the pile if it contains 100 cc of sand and the radius is 5 cm.

Question 4, Six less than, 3 times a number is the same as 5 more than, twice the number. Find the number.

Question 5



The picture shows the footprints of a man walking. The pacelength P is the distance between the rear of two consecutive footprints.

For men, the formula, $\frac{n}{P} = 140$ gives an approximate relationship between n and P where,

n = number of steps per minute, and

P = pacelength in metres.

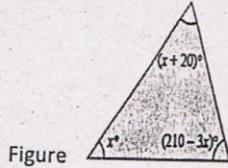
Question 5

If the formula applies to Heiko's walking and Heiko takes 70 steps per minute, what is

Heiko's pacelength? Show your work.

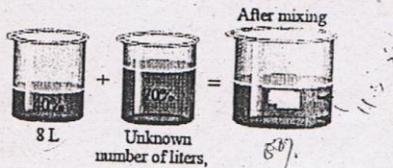
For 10th Students

Question 1 Find the value of x , and determine the measure of each angle in



Question 2

A chemist must mix 8 L of a 40% acid solution with some 70% solution to get a 50% solution. How much of the 70% solution should be used?

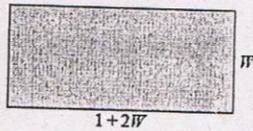


Question 3 Solving linear equation with fraction

$$\frac{x + 7}{6} + \frac{2x - 8}{2} = -4.$$

Question 4

The length of a rectangle is 1 cm more than twice the width. The perimeter of the rectangle is 110 cm. Find the length and the width of the rectangle.



Question 5

For a bill totaling \$5.65, a cashier received 25 coins consisting of nickels and quarters. How many of each type of coin did the cashier receive?

For students

Question 1 where do you put your mathematical knowledge.

Question 2 Does mathematics has any role in your daily life.

Question 3 where do you put mathematics as compared to other subjects.

Question 4 Do you like or dislike mathematics? give reason.

Question 5 Which amongst the following branches of mathematics do you like the most?

Question 6 Which given activity did you like the most and why.

Question 7 Which given activity did you like the least and why?

Question 8 Do you think mathematics can be made more interesting and how?

Question 9 Have you understood all the activities in the questionnaire?

question 10 How in your opinion mathematics could be taught ?

For teachers

Do you think students like mathematics?

What is the principal role of mathematics in a student's life?

Which method of teaching mathematics is better? Which method do you use?

What major difficulties do students face in learning mathematics?

ANEXO IV

**(Instrumento para la tercera parte de la
investigación)**

QÜESTIONARI D'IDENTIFICACIÓ

Data

Nom y Cognoms:

Data de naixement:

I1 Lloc de residència : Rural Urbà

I2 Estudis del **I2a** pare:

I2b mare:

I3 Situació laboral dels pares:

No Si (que es dedica)

I3a Pare -----

I3b Mare -----

I3c Altre membre de família -----

I4a Nom de tots els germans i edat :

I4b Resideixen tots aquí? si no

I4c Estudis dels germans i situació actual (estudien o treballen ,on i que):

I5 Persones que viuen amb tu :

I51 Pare

I52 Mare

I53 germans

I54 Avi/a

I55 Otres

I6a Llengua d'ús a casa :

I6b Coneixement d'altres llengües :

| | Castellà | | | Anglès | | | Català | | |
|----------|----------|-----|------|--------|-----|------|--------|-----|------|
| | Molt | Poc | Gens | Molt | Poc | Gens | Molt | Poc | Gens |
| Alumne/a | | | | | | | | | |
| Pare | | | | | | | | | |
| Mare | | | | | | | | | |
| germans | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

I7 Temps d'escolarització :

| Escola | Cursos realitzats | Hores setmanals |
|--------|-------------------|-----------------|
| | | |
| | | |
| | | |

I8 Que fas quan no estàs a l'escola ?

- I8a** Estudiar **I8b** Jugar **I8c** Cuidar als teus germans
I8d Treballar **I8e** Tasques domèstiques **I8f** Altres:

Questionari per a l'Alumne

Data:

*Nom y cognom :

*Escola :

*Curs i classe:

*Professor de matemàtiques:

A1 T'agrada venir a l'escola i estudiar ?

Gens Bastant

Un poc Molt

A2 Quins són les dues matèries que més t'agraden i les dues que menys t'agraden ?

A2a Les quals més m'agraden són :

A2b Les quals menys m'agraden són:

A3 Et costa seguir les explicacions del professor/a de matemàtiques?

Gens Un poc Bastant Molt

A3a Per què?

A3a1 Va massa ràpid en les seves explicacions.

A3a2 Mai havia estudiat una mica semblant.

A3a3 Em costa entendre les matemàtiques.

A3a4 No paro esment a les explicacions ni faig els deures .

A3a5 unes altres . ¿ Quins?

A4a Quanta atenció creus que reps per part del professor/a.?

A4a1 La mateixa atenció que la resta de companys.

A4a2 Més atenció que la resta de companys.

A4a3 Menys atenció que la resta de companys.

A4a4 No ho sé.

A4b Et sembla bé l'atenció que reps?

Sí.

No.

Per què?

A5 T'ajuda algú a fer els teus deures de matemàtiques?

A51 Ningú.

A52 La meva mare o el meu pare.

A53 El meu germà o germana.

A54 Un company/a de classe.

A55 Vaig a classes de reforç .

A6 Creus que les matemàtiques et poden servir per a una mica?

A61 No, per res.

A62 Per al treball.

A63 Per a resoldre problemes de la vida.

A64 Uns altres. Perquè?

A7 Què vols ser de major?

A8 Què coneixes d'Espanya ?

A81 Situació geogràfica

- A82 Idiomes
- A83 Tipus d'escolarització
- A84 Situació econòmica
- A85 Uns altres:

A9 Creus que les matemàtiques s'ensenyen igual a Pakistan que a Espanya ?

Nom d'estudiant:

Sessió:.....

Data:

نیچے دی ہوئی اشکال میں کسی ایک پر ضرب کا نشان لگائیں۔ جو سوالات حل کرنے سے پہلے آپ کے چہرے کے اظہار کو ظاہر کرے



1



2



3



4



5

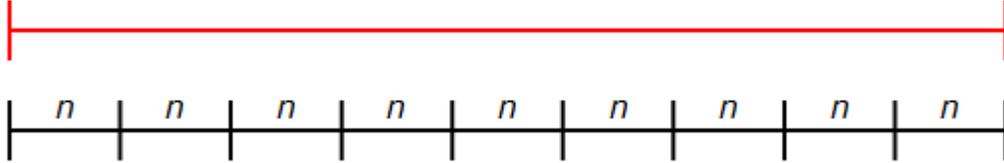
Activitats

1)

عینا کی عمر 14 سال ہے اور جوکہ اسکے بھائی جوان سے 2 سال بڑی ہے۔ کتنے سال رہتے ہیں تکہ دونوں کی مجموعی عمریں نصف صدی کے برابر ہوں

2)

A) ایک میراتھن میں کل 99 کلومیٹر ہے۔ ہر این ایک مختلف کھلاڑی ہے۔ کتنے میل ہر ایک کو ڈڑونا پڑے گا



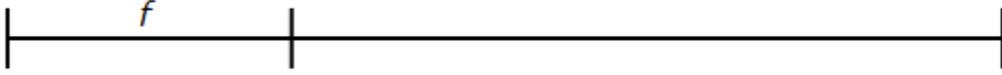
b)

ایک میز 1.28 میٹر لمبہ ہے سگمینٹ F دراز کی لمبائی کو ظاہر کرتا ہے ایک مساوات لکھیے جو ظاہر کرے کہ (سرخ لکیر) والے میز کی لمبائی دراز اور باقی میز کے برابر ہے دراز والے میز کی لمبائی معلوم کریں

1.28



.96



3)

دو سکولوں کے درمیان ایک مقابلہ ہیں۔ پہلے ٹیسٹ میں **L'Hospitalet** اسکول کے **553** نمبر ہیں اور **Sants** اسکول کے **498** نمبر ہیں۔ اور دوسرے ٹیسٹ میں **Sants** اسکول کے **380** نمبر ہیں اور **L'Hospitalet** اسکول کے **268** نمبر ہیں۔

3.1)

پہلے حصے میں دونوں اسکولوں نے کتنے نمبر بنائیں اور دوسرے حصے میں کتنے۔ اور مکمل طور پر کتنے نمبر بنائیں

جواب دیجیے:-----

3.2) مقابلہ کون جیتے گا؟

جواب دیجیے:-----

3.3) اگر پہلے حصے کا موازنہ کرے تو کون بہتر تھا اور کیوں؟

جواب دیجیے:-----

3.4) عین مطابق نتیجہ لکھیں کس اسکول نے مقابلہ جیتا اور اسکے حاصل کردہ نمبر لکھیں؟

جواب دیجیے:-----

روپیہ پاکستان کی سرکاری کرنسی ہے اور اس کی علامت **PRK** ہے۔ اور تجارت کے لئے ہم کو یورو تبدیل کرنے کی ضرورت ہے اور ایک یورو **118** پاکستان روپے کے برابر ہے

1) یورو کتاب کی قیمت کیا ہوگی 2.50
جواب دیجیے:----- PKR.

2)

اگر کٹالونیا میں ایک جاپانی مزاحیہ منگا کی مالیت €7,50 اور پاکستان میں اس کی مالیت 875.12 روپے
ہے تو کہا پر زیادہ سستی ہوگی

جواب دیجیے:-----

1) ایک سٹور میں ایک پاکستانی آنٹم کی قیمت 3،000 روپے ہے تو یورو میں اس کی قیمت کیا ہوگی

جواب دیجیے:-----

2) جلدی حساب لگانے کے لیے 3000 روپے کتنے یورو بنتے ہیں یہاں پر دو تجاویز ہیں :
پہلا تجویز: روپے کی تعداد کو 100 پر تقسیم کرے .
دوسری تجویز: روپے کی تعداد کو 9 سے ضرب دے اور 1.000 پر تقسیم کرے .
ان دونوں تجاویز میں سے کونسا یورو کی حقیقی قیمت کے برابر قیمت دے گا؟ 4.1.

a. پہلا

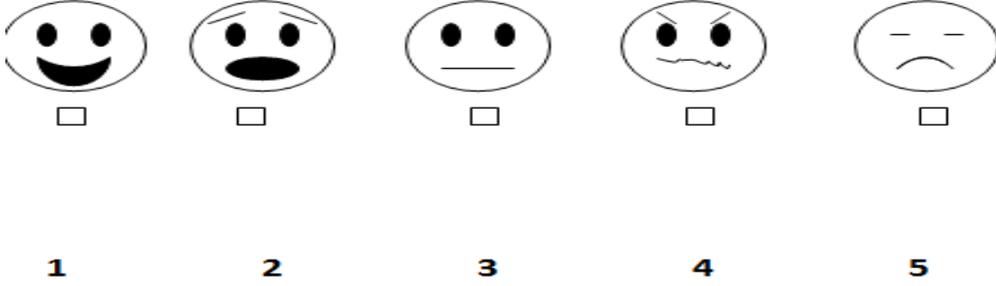
b. دوسرا

4.2. اپنے جواب کی وضاحت کریں

3) مساوات کو حل کریں

$$\frac{6x - 7}{4} + \frac{3x - 5}{7} = \frac{5x + 78}{28}$$

نیچے دی ہوئی اشکال میں کسی ایک پر ضرب کا نشان لگائیں۔ جو سوالات حل کرنے کے بعد آپ کہ چہرے کے اظہار کو ظاہر کرے



Questionari per al Professorat de Matemàtiques

Lloc:

Data:

Nom i Cognoms:

Institut on treballa:

Anys que imparteix classes:

Estudis:

Nom d'alumnes per aula i matèria:

| Matèria | Curs | n° d'alumnes |
|---------|------|--------------|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Quins llibres de text i material utilitza en les seves classes?

Quins criteris d'avaluació segueix?

Sol posar deures als seus alumnes cada dia? De quin tipus?

Aquells alumnes que tenen més dificultats que la majoria reben ajudes o suport específic?
De quin tipus?

No

Si. _____

Rep cursos de formació permanent?

No

Si. Quins?

Qui els imparteix? _____

Considera que les matemàtiques són universals i no depenen de les diferents cultures?

Si

No

Per que?

Considera que en les seves programacions ha d'haver continguts relacionats amb el coneixement de diferents cultures?

Sí

No

Per què?

Ha realitzat alguna activitat que hagi servit als alumnes per a adonar-se de diferents realitats culturals?

No

Sí

Com?

Creu que els llibres de text de matemàtiques que utilitza tenen un enfocament multicultural?

No.

No ho se.

Sí.

En referència a, com avaluaria el seu desenvolupament a la vostra classe durant aquest curs escolar, en relació al seu rendiment i la seva motivació? Es va produir algun canvi després de participar al taller de reforç de matemàtiques per alumnat paquistaní?

Entrevista de S fecha: 25/02/2014

La entrevista se realitzó en castellano.

I: ¿alguna vez tus profesores de matemáticas te han preguntado sobre lo que tu sabes de la materia en urdu'?

S: no nunca.

I: ¿En qué lengua has aprendido matemáticas?

S: catalán.

I: cuando no entiendes alguna una cosa en la clase de matemáticas ¿que haces?

S: pregunto al profesor, o a los compañeros

I: si preguntas a un compañero/a algo que no has entendido ¿en que lengua prefieres que te explique?

S: catalán o en urdú

I entiendes mas en catalan o en urdu

S en las dos, pero prefiero urdu

I ¿qué lengua hablas con tus amigas en el instituto?

S: urdú o catalan

I ¿Cuál es tu primera lengua?

S urdu

I: ¿en qué lengua quieres hablar?

S: me da igual, como quieres... ..

I: *como estaba un poco nerviosa comenzamos hablar en castellano.*

I: ¿ en que lengua has comenzado?

S: aquí (*mostrando las actividades*) en urdu.

I: ¿ en que actividad has comenzado?

S: aquí, en la actividad 3.

I: ¿ como has hecho la actividad?

S: solo había que sumar., no? Esta era la pregunta, no? Después la segona part (*lee la actividad en catalán y le explica al entrevistador que tenia que hacer en catalán*).

S: la primera part de Pakistan era 375 i la segona era 380 da 755 i Siri Lanka 689 en total

I: ¿como has hecho la segunda parte?

S: Pakistán va guanyar el partit per que té més punts.

I: ¿que hiciste en la tercera parte?

S: si comparem la primera part, siri Lanka era millor.

S: cuando comparem es Sri Lanka, espera

I: piensa, piensa.

S: espera (*riendo*)Comparar es separar, no?

S: entonces Pakistán. Havia que comparar la primera part?

I: estas segura?

S: *riendo* espera espera

S: era 775 en total, la pregunta es quina es la primera, estaba pensando que es la segunda

I: (*leyó la pregunta otra vez, pausa*)

S: no, no es Sri Lanka, porque tiene 36 puntos mas que Pakistán.

I : (*leyó la pregunta cuarta, pausa*)

S: el resultat exacte es 755 no? Va guanyar el partit. (cara de duda)

I: si,si, está bien

I:¿ por que has anotado que está en inglés?

S: porque cuando estaba contando, lo he hecho en ingles

I: la segona activitat que has fet?

S: la quarta

S : un euro era 118 i he sumat aquest (*pausa*)

S: 2 euros eren mes que aquest, es a dir, 236 aquest es de 2, de 4 sera el doble de aquest, i despres...espera, aquest era 2 euros.no? i la mitat de aixó será...quant era?

I: entonces que tienes que hacer?

S: la mitat, porque son 50 centims

I: pero hay que dividir o multiplicar?

S: dividir, porque es la mitat

I: era 59, he sumat $236+59=295$

S: aquesta esta calculat be, ja

I: como has hecho eso?

S de 7,50 euros,el resultat de de Pakistan surtia 785 o algo asi , no? I era mes barata aquest perque 7,50 era igual 780 i algo,no? I aquest era més ...Si sumem aquest era $118 + 708 = 885$,

I: entonces en Cataluña es más barata?

S: si

I: ¿estas segura

S: si

I: y esta actividad?

S: esto era igual que antes, 77 euros es igual a.... 1 euro era 118,de 14 no se quin es el resultat de Pakistan, i quan vaig tenir el resultat surtia 30,04 de 3000

I: y eso?

S: eso no se

I los cálculos que hay aquí... tienes que decirme algo

S la primera

I por que es la primera

S es mas fácil divide 3000 por 100 y da 30

I (*hace los cálculos con el móvil*)

S la primera

I por que?

S no se, nos saltamos esta y hacemos la siguiente

I en que lengua la has hecho? En que lengua has pensado?

S en ingles,porque era mejor

I eso lo vas a explicar después

S: vale,después

I que actividad has hecho en tercer lugar?

S: fue en orden,

I (*muestro la actividad 5*)

S: hay que calcular MCM i sortia 12, despres se ponía 12 entre estas

S: despres de calcular MCM vaig multiplicar aquestes per aquestes

$$(X+7)/12 + (2x -8)/12 = -4$$

$$12x + 84 + 24x -96 = -4$$

$$12x + 24x = 96 -84 - 4$$

$$36x = -12-4$$

$$36x = 16$$

$$X = 16/36$$

I: ¿en que lengua lo has hecho?

S: en ingles, todo en ingles

S les x sortien aquí no, i pasaven aquí, i el resultat era aquest

S era un poco raro

S: de la primera hoja, no se que he hecho

S: pero está hecho al final, no se que he escrito

I ¿me explicas?

S: no se que he hecho (*en urdú*)

I has entendido que te preguntan en ese problema?

S pero no entendía como hacer

I que no has entendido?

S porque mira, en total havia 105 noies, no?

S de 25 noies mes que $2/3$ nois

S (usa su calculadora) 69

I pero aquí, como puedes escribir una ecuacion de eso?

S una ecuacion? de.... (silencio)

S mas de eso no se, en serio, que no se

I estudiamos las ecuaciones, hay una incognita

S x porque no sabemos

I entonces...

S espera

S Sera 2 entre 3 ,no?

S (*calculadora*) 0,6 .0,6x ,no?

I hay que buscar el valor de x y ya esta

S vale

S (*calculadora*) ya esta

I en que lengua has hecho eso?

S en ingles

I por que todo en ingles?

S todo hago en ingles

I has entendido todo el texto?

S ahora si, antes no

I eso, como lo has hecho? (mostrando la actividad 2)

S: (inaudible)

S era 36 la longitud de la línea de color negra,

I ¿que es una n?

S el nombre que no sabem

I para calcular n hay que dividir las dos (inaudible)

S 36 por 36

I yo tengo $9n$ y quiero saber el valor de n , entonces tengo que dividir y obtengo el valor de n

I $9 * 4$ (en ingles) da... 9 por 4 son 36, es igual a eso, entendiste?

S mas o menos

I que no entendiste?

I para la ecuacion hay que resolver una incognita, has entendido

S si

I en que lengua has hecho

S en urdu y en ingles

I Y esa (mostrando la actividad 2 la 2 parte)

S esta correcto

I por que dices que esta correcto?

S porque esta dividido en 2 partes, y la mitad será 10. 20 entre 2 es 10

I como puedes escribir una ecuacion de eso?

S pues mira, la longitud de la línea vermella es aquesta no? Igual que aquest? I aquesta esta dividida en partes

I puedes escribir una ecuacion? esa es una ecuacion (mostrando ejemplo anterior) aquí como lo puedes hacer?

I esa parte, y esa parte, es dividir o que?

S sumar y da 40 no?

S $28 = f + 20$

Por que? Sabemos esa parte, y esa otra no sabemos

S 20 menos 28....8

I que has escrito? (revisan lo escrito)

S pero,esto cuando pasa, no cambia el signe?

I

S pensaba que tenia que pasar... es al revés

I: ¿que pensaba que quien es la segunda (en castellano) por eso dicho eso.

I: En la ultima parte como has hecho

I que lengua utilizas cuando haces deberes en matemáticas?

S en la casa hablo castellano y urdu

I has entendido todos los enunciados en catalán?

S yo puedo entender, pero a veces hay cosas que no, entiendo el catalán, pero no las preguntas

I y que te ayudaría

S estudiar mas

I y le preguntas al profesor?

ZSsi es divertido, pregunto, pero a veces

I en general, cuando usas catalan?

S en la clase

I pero si tu estas pensando un problema, y estas sola?

Slo resuelvo en ingles, o lo hablo en urdu con mi compañera, que sabe mi lengua

I y con quien usas castellano

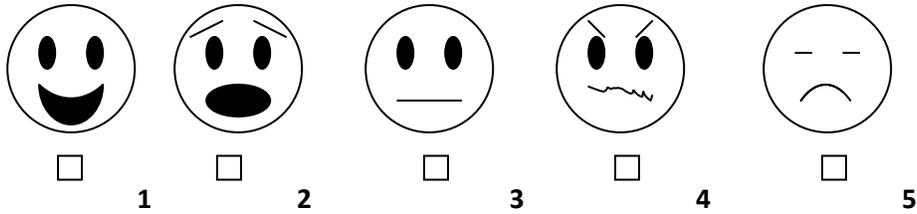
S con los otros compañeros

I hay alguna palabra, o frase, que hayas encontrado difícil en esta prueba?

S no, lo he entendido todo

ANEXO V

**(Instrumento para la cuarta parte de la
investigación)**



Actividades para evaluación de taller



- 1) La meva àvia esta malalta i el metge li ha receptat dues capses de medicaments de dotze pastiles cadascuna . Ha de prendre una pastilla cada vuit hores. Quants dies durará el seu tractament?

Queina llengua has Utilizat? Catala Urdu Altres Quines? -----

explica com has fet l'activitat i qual llenguatge has fet servir per entendre i resoldre.



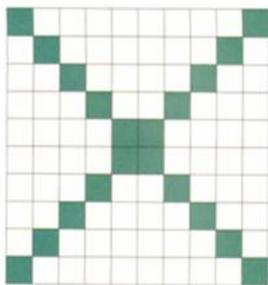
- 1) Un pescador ahumó 4 salmomes de la misma masa. En el proceso de ahumar los cuatro salmomes perdieron en total 1.800g de masa. Los salmomes ahumados quedaron con una masa total de 7.200g. ¿Cuál fue la masa de un salmón antes de ahumarlo? Para resolver el problema elabora una ecuación de primer grado que involucra una sustracción. Atribuye la variable x a la masa original de un salmón. Razona la resolución con tus propias palabras.

Un pescador ahumó 4 salmons de la mateixa massa. En el procés de fumar dels quatre salmons van perdre en total 1.800g de massa. Els salmons fumats quedar amb una massa total de 7.200g. Quina va ser la massa d'un salmó abans de fumar-? Per resoldre el problema

elabora una equació de primer grau que involucra una sostracció. Atribueix la variable x a la massa original d'un salmó. Raona la resolució amb les teves paraules.

Queina llengua has Utilizat? Catala Urdu Altres Quines? -----

explica com has fet l'activitat i qual llenguatge has fet servir per entendre i resoldre.



2) Las paredes de una cocina se han recubierto de azulejos blancos y verdes, siguiendo este modelo.

En la figura aparecen 100 azulejos, de los cuales 20 son verdes. Esto es, el 20%

¿Cuántos azulejos verdes se colocaron si se han necesitado 1550 para recubrir las paredes?

Les parets d'una cuina s'han recobert de rajoles blanques i verdes, seguint aquest model.

A la figura apareixen 100 rajoles, dels quals 20 són verds. És a dir, el 20%

Quants rajoles verdes es van col·locar si s'han necessitat 1550 per recobrir les parets?

Queina llengua has Utilizat? Catala Urdu Altres Quines? -----

explica com has fet l'activitat i qual llenguatge has fet servir per entendre i resoldre.

3) En una clase hay 25 estudiantes, de los cuales el 60% son alumnas. ¿Cuántas alumnas hay en la clase?

En una classe hi ha 25 estudiants, dels quals el 60% són alumnes. Quantes alumnes hi ha a la classe?

Queina llengua has Utilizat? Catala Urdu Altres Quines? -----

explica com has fet l'activitat i qual llenguatge has fet servir per entendre i resoldre.

4) Una tienda de discos hace un 15% de descuento. Isabel ha decidido aprovechar estas rebajas para comprar discos compactos con las 120 € que tiene ahorradas. ¿Cuántos discos podrá comprar si el precio de cada uno de ellos sin el descuento es de 12 euros?

Una botiga de discos fa un 15% de descompte. Isabel ha decidit aprofitar aquestes rebaixes per comprar discos compactes amb les 120 € que té estalviades. Quants discos podrà comprar si el preu de cada un d'ells sense el descompte és de 12 euros?

Queina llengua has Utilizat? Catala Urdu Altres Quines? -----

explica com has fet l'activitat i qual llenguatge has fet servir per entendre i resoldre.

- 5) . En las rebajas de enero el descuento de una tienda es del 20% sobre el precio indicado. Un señor compra un juego de toallas etiquetado con 90 euros. ¿Cuánto tiene que pagar?

A les rebaixes de gener el descompte d'una botiga és del 20% sobre el preu indicat. Un senyor compra un joc de tovalloles etiquetat amb 90 euros. Quant ha de pagar?

Queina llengua has Utilizat? Catala Urdu Altres Quines? -----

explica com has fet l'activitat i qual llenguatge has fet servir per entendre i resoldre.