

Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos

Norma Violeta Rubio Goycochea



Aquesta tesi doctoral està subjecta a la llicència **Reconeixement- NoComercial – SenseObraDerivada 3.0. Espanya de Creative Commons.**

Esta tesis doctoral está sujeta a la licencia **Reconocimiento - NoComercial – SinObraDerivada 3.0. España de Creative Commons.**

This doctoral thesis is licensed under the **Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0. Spain License.**

DEPARTAMENT DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES
EXPERIMENTALS I DE LA MATEMÀTICA

PROGRAMA DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS
I DE LA MATEMÀTICA

BIENIO 2006-2008

**COMPETENCIA DEL PROFESORADO EN EL
ANÁLISIS DIDÁCTICO DE PRÁCTICAS, OBJETOS
Y PROCESOS MATEMÁTICOS**

Tesis doctoral para optar al título de Doctor de la Universitat de Barcelona

Presentada por

NORMA VIOLETA RUBIO GOYCOCHEA

Dirigida por

Dr. VICENÇ FONT MOLL

UNIVERSITAT DE BARCELONA
BARCELONA, Septiembre de 2012

ANEXOS

ANEXO 1

Del 11 al 13 de febrero de 2009
IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003
Profesora: Norma Rubio Goycochea

Cuestionario 1

Marque con una X, sobre la letra respectiva, la opción más cercana a su propia apreciación o responda a la pregunta según corresponda. Mucho agradeceremos que conteste el presente cuestionario con la mayor sinceridad posible. Las cuatro primeras preguntas son sobre su ejercicio profesional y las restantes son sobre el tema a desarrollar en el presente taller.

- Ud. se identifica como profesor de:
 a. Primaria b. Secundaria c. Centro Pre Universitario
 d. Universidad e. Otro: _____
- ¿Cuántos años de docencia ha ejercido hasta el momento?:
 a. Menos de 3 b. Entre 3 y 5 años c. Más de 5 pero menos de 10
 d. Entre 10 y 20 años e. Más de 20 años
- ¿A qué ciclo(s) y grado(s) enseña actualmente?
_____ Ciclo(s) _____ Grado(s)
Otros: _____
- ¿En que tipo de institución labora?
 a. Estatal b. Particular laico c. Particular religioso
 e. Otro: _____
- ¿Ud. considera "claro" el concepto de competencias matemáticas?
 a. Sí b. No c. No sabe, no opina
 e. Otro: _____

ANEXO 1

Del 11 al 13 de febrero de 2009
IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



6. ¿Qué entiende por competencia matemática?

7. ¿Cree que está capacitado para evaluar competencias matemáticas?

a. Sí b. No c. No sabe, no opina

e. Otro: _____

8. ¿Ha oído hablar de las competencias PISA? En caso afirmativo, indique el contexto

a. Sí b. No

Contexto: _____

9. ¿Conoce las competencias PISA 2003?

a. Sí b. No

En caso, su respuesta fuese afirmativa, enumere las competencias matemáticas PISA 2003 que conozca.

- 1) _____
- 2) _____
- 3) _____
- 4) _____
- 5) _____
- 6) _____
- 7) _____

10. ¿Los aprendizajes matemáticos los evalúa por:

a. Objetivos? b. Competencias? c. Otros _____

Describe los instrumentos que utiliza para evaluar estos aprendizajes.

Muchas gracias.

ANEXO 2

Del 11 al 13 de febrero de 2009

IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

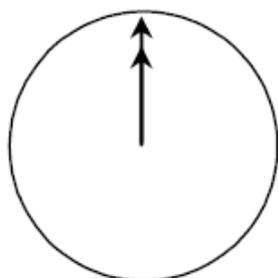
Profesora: Norma Rubio Goycochea

Ejemplo de un problema PISA 2003

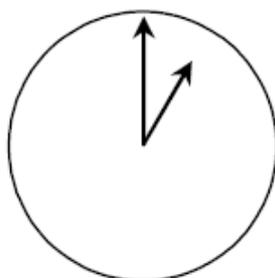
CHATEAR¹

Mark (de Sydney, Australia) y Hans (de Berlín, Alemania) se comunican a menudo a través de Internet mediante el **chat**. Tienen que conectarse a Internet a la vez para poder "chatear".

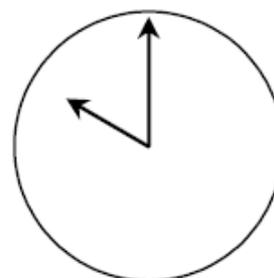
Para encontrar una hora apropiada para chatear, Mark buscó un mapa horario mundial y halló lo siguiente:



Greenwich 12 de la noche



Berlín 1:00 de la noche



Sydney 10:00 de la mañana

1. Cuando son las 7:00 de la tarde en Sydney, ¿qué hora es en Berlín?
2. Mark y Hans no pueden chatear entre las 9:00 de la mañana y las 4:30 de la tarde, de sus respectivas horas locales, porque tienen que ir al colegio. Tampoco pueden desde las 11:00 de la noche hasta las 7:00 de la mañana, de sus respectivas horas locales, porque estarán durmiendo. ¿A qué horas podrían chatear Mark y Hans? Escribe las respectivas horas locales en la tabla.

Lugar	Hora
Sydney	
Berlín	

¹ Tomado del Problema "Chatear" de Pisa 2003 Pruebas de Matemáticas y Solución de problemas

ANEXO 2

Del 11 al 13 de febrero de 2009

IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



Chatear: pregunta 1.

M402Q01		Aciertos	%
<i>Subescala</i>	Cambio y relaciones	OCDE	53,7
<i>Situación</i>	Personal	España	46,0
<i>Competencia</i>	Conexiones	Castilla y León	45,6
<i>Dificultad</i>	533 (nivel 3)	Cataluña	47,1
		País Vasco	49,9

Puntuaciones:

Máxima puntuación

Código 1: 10 de la mañana o 10:00.

Ninguna puntuación

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Sin respuesta.

Chatear: pregunta 2.

M402Q02		Aciertos	%
<i>Subescala</i>	Cambio y relaciones	OCDE	28,8
<i>Situación</i>	Personal	España	21,6
<i>Competencia</i>	Reflexión	Castilla y León	22,6
<i>Dificultad</i>	636 (nivel 5)	Cataluña	22,4
		País Vasco	27,7

Puntuaciones:

Máxima puntuación

Código 1: Cualquier hora o intervalo de tiempo que satisfaga las 9 horas de diferencia y que se encuentre dentro de uno de estos intervalos:
 Sydney: 4:30- 6:00 de la tarde; Berlín: 7:30- 9:00 de la mañana
 O BIEN

Sydney: 7:00- 8:00 de la mañana; Berlín: 10:00 - 11:00 de la noche

- Sydney 17:00, Berlín 8:00.

NOTA: Si se responde con un intervalo, el intervalo completo debe satisfacer los requisitos. Si no se especifica por la mañana (AM) o por la tarde (PM), pero las horas se consideraran de otro modo como correctas, debe darse el beneficio de la duda a la respuesta y considerarla como correcta.

Ninguna puntuación

Código 0: Otras respuestas, incluyendo una de las dos horas correctas, pero la otra incorrecta.

- Sydney 8 de la mañana, Berlín 10 de la noche.

Código 9: Sin respuesta.

ANEXO 3

Del 11 al 13 de febrero de 2009
IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003
Profesora: Norma Rubio Goycochea

Niveles de complejidad

En el documento "Pisa 2003. Pruebas de Matemáticas y Solución de problemas de Pruebas", la tercera variable que se establece para determinar los ítems en la evaluación PISA es la relativa al nivel de complejidad cognitiva con que se requiere la actuación competente de los estudiantes.

Los expertos del estudio PISA/OCDE consideran tres niveles de complejidad o profundidad a la hora de considerar los ítems con los que evaluar las competencias.

A continuación se muestran las competencias requeridas en cada nivel, según PISA.

Primer nivel. Reproducción y procedimientos rutinarios.

En este nivel se engloban aquellos ejercicios que son relativamente familiares y que exigen básicamente la reiteración de los conocimientos practicados, como son las representaciones de hechos y problemas comunes, recuerdo de objetos y propiedades matemáticas familiares, reconocimiento de equivalencias, utilización de procesos rutinarios, aplicación de algoritmos, manejo de expresiones con símbolos y fórmulas familiares, o la realización de operaciones sencillas.

Segundo nivel. Conexiones e integración para resolver problemas estándar.

Este nivel permite resolver problemas que no son simplemente rutinarios, pero que están situados en contextos familiares o cercanos. Plantean mayores exigencias para su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de una misma situación, o bien enlazar diferentes aspectos con el fin de alcanzar una solución.

Tercer nivel. Reflexión, Razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

Este nivel de complejidad moviliza competencias que requieren cierta comprensión y reflexión por parte del alumno, creatividad para identificar conceptos o enlazar conocimientos de distintas procedencias. Las tareas de este nivel requieren competencias más complejas, implican un mayor número de elementos, exigen generalización y explicación o justificación de los resultados.

ANEXO 4

Del 11 al 13 de febrero de 2009

IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

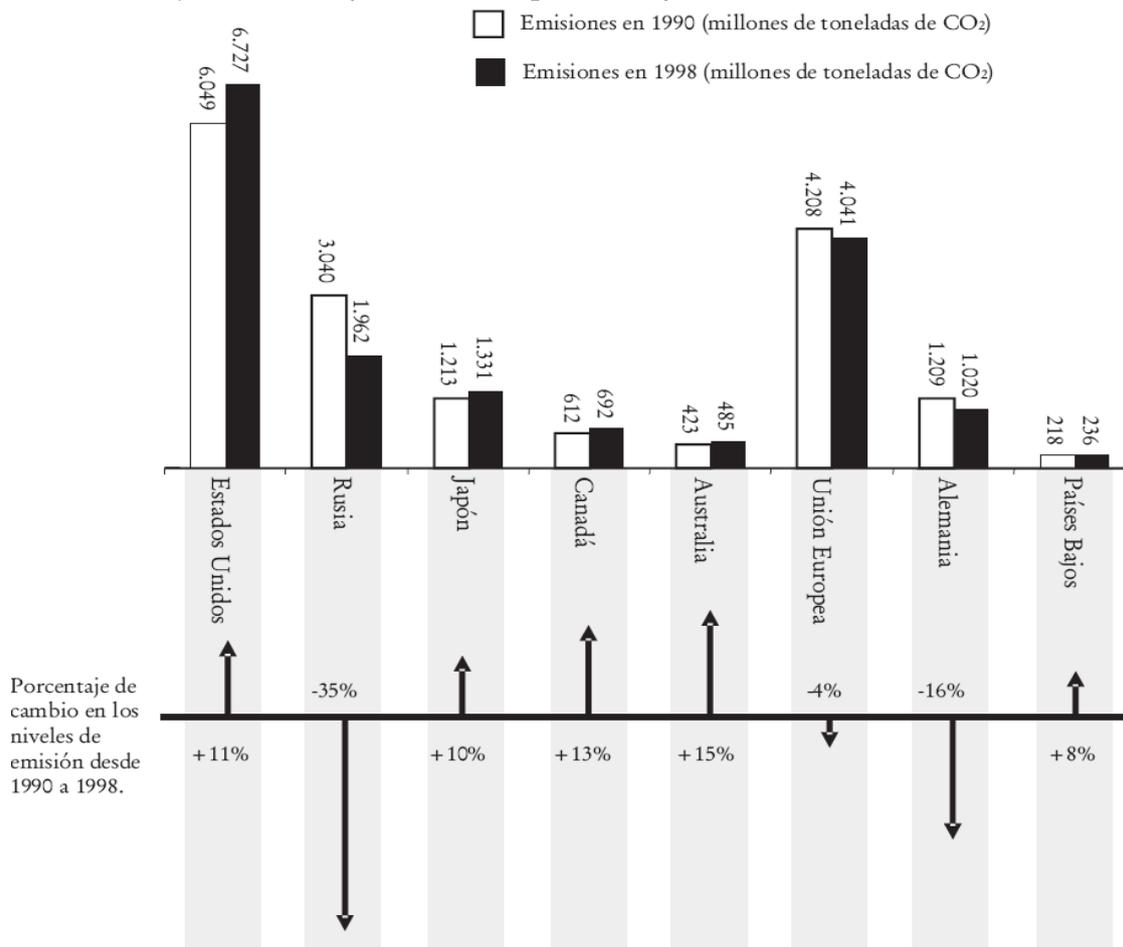
Nivel de complejidad

Considere el siguiente problema PISA:

LOS NIVELES DE CO₂¹

Muchos científicos temen que el aumento del nivel de gas CO₂ en nuestra atmósfera esté causando un cambio climático.

El diagrama siguiente muestra los niveles de emisión de CO₂ en 1990 (las barras claras) de varios países (o regiones), los niveles de emisión en 1998 (las barras oscuras), y el porcentaje de cambio en los niveles de emisión entre 1990 y 1998 (las flechas con porcentajes).



¹ Tomado del Problema “Los niveles de emisión de CO₂” de Pisa 2003 Pruebas de Matemáticas y Solución de problemas

ANEXO 4

Del 11 al 13 de febrero de 2009

IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



1. *En el diagrama se puede leer que el aumento de emisiones de CO₂ en Estados Unidos entre 1990 y 1998 fue del 11%. Escribe los cálculos para demostrar cómo se obtiene este 11% .*
2. *Luisa analizó el diagrama y afirmó que había descubierto un error en el porcentaje de cambio de los niveles de emisión: “El descenso del porcentaje de emisión en Alemania (16%) es mayor que el descenso del porcentaje de emisión en toda la Unión Europea (total de la UE, 4%). Esto no es posible, ya que Alemania forma parte de la Unión Europea”. ¿Estás de acuerdo con Luisa cuando dice que esto no es posible? Da una explicación que justifique tu respuesta.*

¿Según PISA 2003, a qué nivel corresponde cada una de las preguntas propuestas?

ANEXO 5

Del 11 al 13 de febrero de 2009
IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



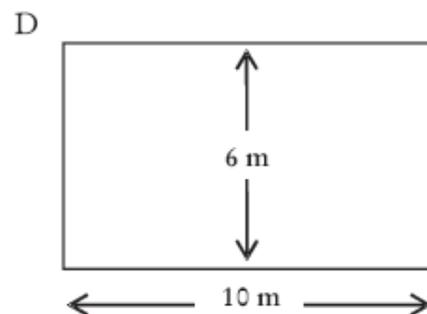
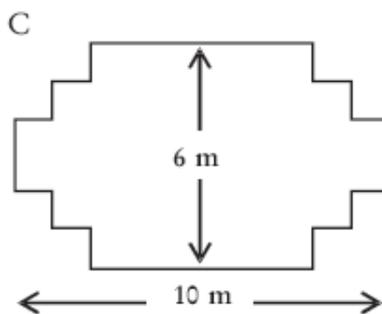
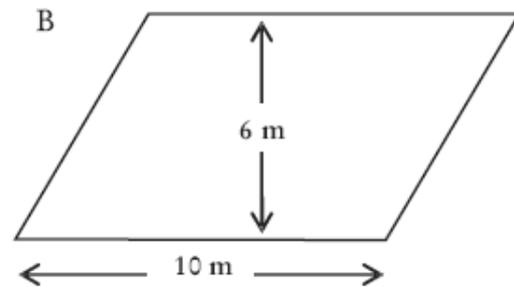
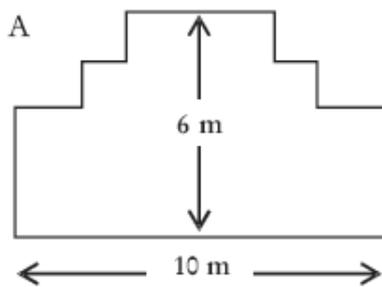
Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003
Profesora: Norma Rubio Goycochea

Nivel y Evaluación de competencias

Considere el siguiente problema adaptado de PISA 2003, (tomado de Guevara, Comellas y Font, 2007)

CARPINTERO (*adaptado*)

Un carpintero tiene 32 metros de madera y quiere construir una pequeña valla alrededor de un parterre en el jardín. Está considerando los siguientes diseños para el parterre.



Para cada uno de los diseños anteriores A, B, C, D explica si se puede tapiar o no el parterre con los 32 metros de madera. Debes responder con un **sí** puedes hacerlo o un **no** puedes hacerlo, y por qué.

¿A qué nivel cree que corresponda: reproducción, conexión o reflexión? Justifique su respuesta.

ANEXO 6

Del 11 al 13 de febrero de 2009
IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



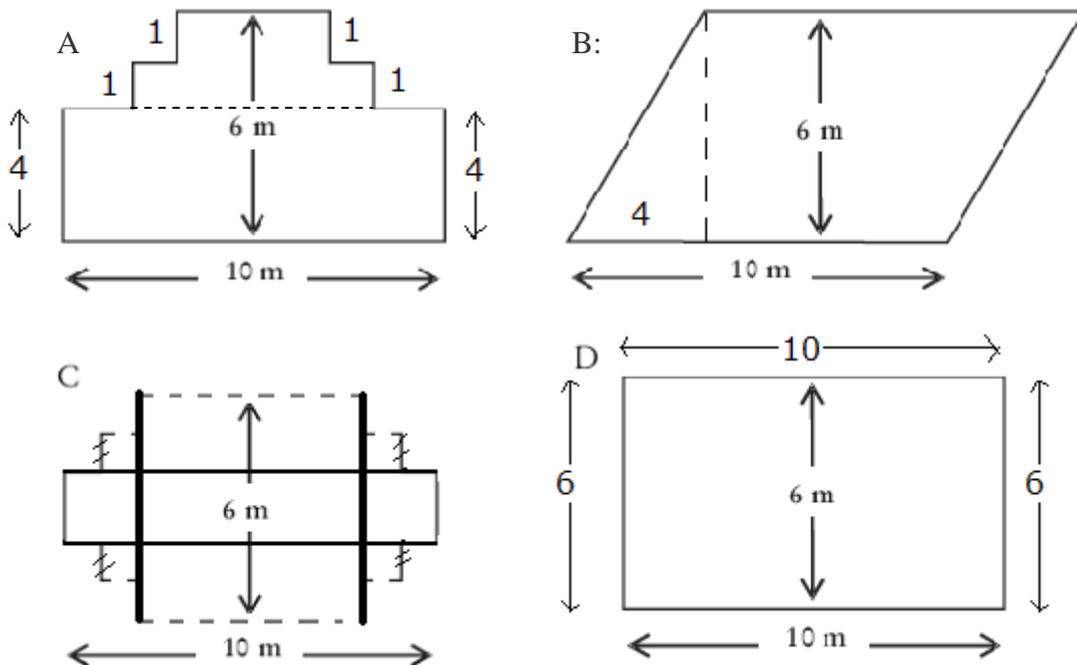
Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

Análisis de competencias

A continuación se reproduce la solución de un alumno al problema adaptado de PISA 2003, (ver material 5), ¿qué competencias matemáticas ha desarrollado dicho alumno?

CARPINTERO (Solución)



Los diferentes parterres (A, B, C, D) que podrían ser tapiados con 32m. de madera:

A: A: Primero he calculado ~~el área~~ el perímetro del rectángulo principal ($4+10$), ya que aunque esta figura tiene elevaciones, las líneas horizontales acaban de completar el rectángulo interior.

Después he sumado los cuatro metros de franja verticales, responsables de la "descomposición" del rectángulo $28+4=32m$.

B: En este no sería posible ya que faltarían los cálculos de la diagonal, esto sería más metros de los que tocaba para tapiar $\sqrt{6^2 + 4^2} = 8,4m$ 7,2m.

Los 8,4m sumados a los 10 de longitud que ya dicen ~~37~~ $7,2+10,2$
7,2m 34m

C: Aquí voy a aplicar el mismo sistema que en la figura A, será en este caso mediante 2 rectángulos diferentes y del más largo tomo y hago la suma de $10m$ 2 veces y del que falta tomo las verticales los 6m, 32 m.

D: Es igual a sumar las distancias de los costados (perímetro) $6 + 6 + 10 + 10 = 32m$.

ANEXO 7

Del 11 al 13 de febrero de 2009
IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003.

Profesora: Norma Rubio Goycochea.

Competencias matemáticas PISA/OCDE¹.

Competencias matemáticas PISA/ OCDE

		Primer Nivel: Reproducción	Segundo Nivel : Conexiones	Tercer Nivel: Reflexión
Pensar y razonar	Plantear cuestiones propias de las matemáticas.			
	Conocer los tipos de repuestas que ofrecen las matemáticas a estas cuestiones.			
	Distinguir entre los diferentes tipos de enunciados.			
	Entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.			
Argumentar	Conocer lo que son las pruebas matemáticas y cómo se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático.			
	Seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos			
	Disponer de sentido para la heurística.			
	Crear y expresar argumentos matemáticos.			
Comunicar	Expresarse en una variedad de vías, sobre temas de contenido matemático, de forma oral y también escrita.			
	Entender enunciados de otras personas sobre estas materias en forma oral y escrita.			

ANEXO 7

Del 11 al 13 de febrero de 2009
IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



		Primer Nivel: Reproducción	Segundo nivel: Conexiones	Tercer nivel: Reflexión
Modelar	Estructurar el campo o situación que va a modelarse.			
	Traducir la realidad a una estructura matemática.			
	Interpretar los modelos matemáticos en términos reales.			
	Trabajar con un modelo matemático.			
	Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.			
	Comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones).			
	Dirigir y controlar el proceso de modelización.			
Plantear y resolver problemas	Plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos.			
	Resolver diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías.			
Representar	Decodificar, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, así como las interrelaciones entre las distintas representaciones.			
	Escoger y relacionar diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito.			
Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones	Decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal y entender sus relaciones con el lenguaje natural.			
	Traducir del lenguaje natural al simbólico.			
	Manejar enunciados y expresiones que contienen símbolos y fórmulas.			
	Utilizar variables, resolver ecuaciones y comprender los cálculos.			
Emplear soportes y herramientas	Conocer y ser capaz de emplear soportes y herramientas familiares o inusuales en contextos, situaciones y formas bastante diferentes a las ya introducidas y practicadas.			
	Reconocer las limitaciones de tales soportes y herramientas.			

¹ Tomado de Pisa 2003 Pruebas de Matemáticas y Solución de problemas.

ANEXO 8

Del 11 al 13 de febrero de 2009

IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

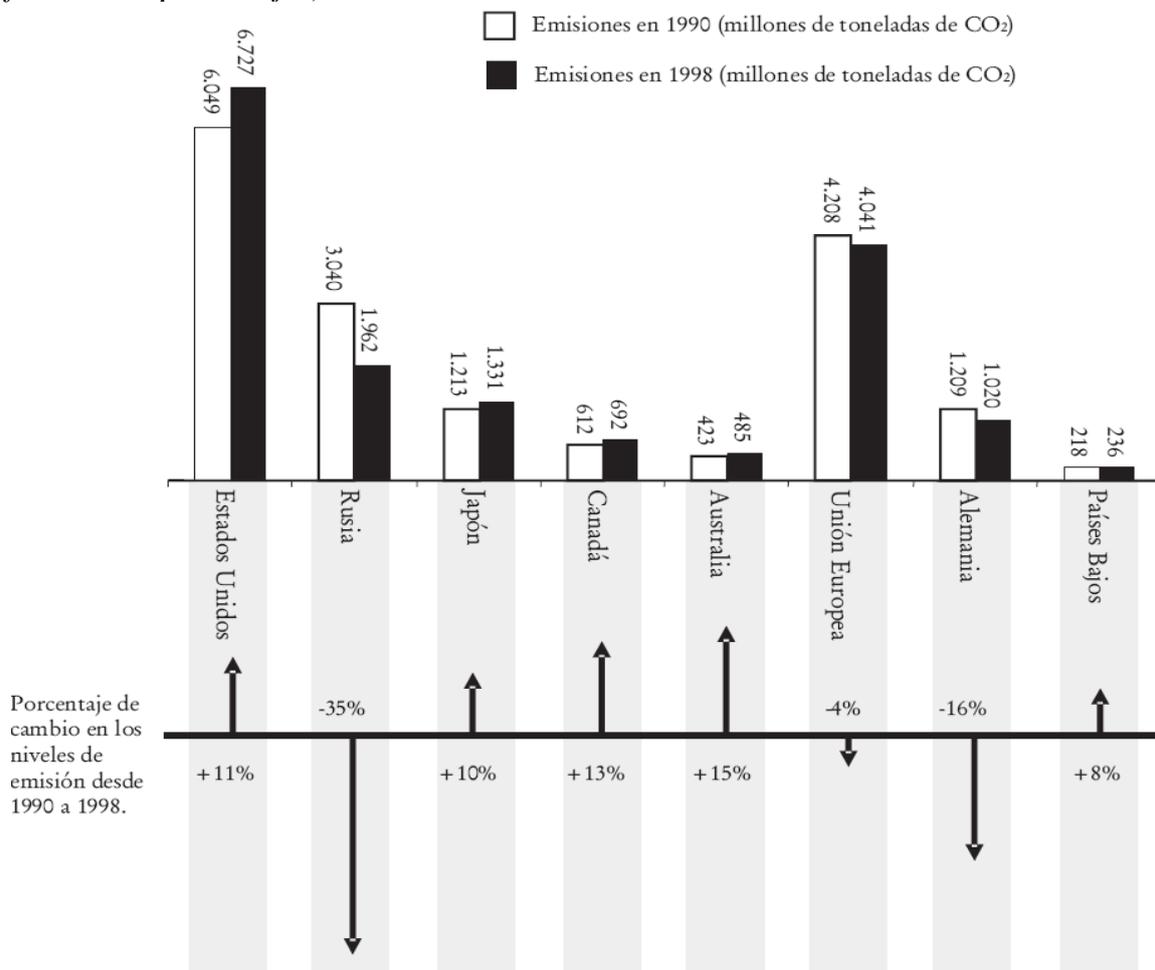
Evaluación de competencias matemáticas

Considere los siguientes problemas PISA 2003.

LOS NIVELES DE CO₂¹

Muchos científicos temen que el aumento del nivel de gas CO₂ en nuestra atmósfera esté causando un cambio climático.

El diagrama siguiente muestra los niveles de emisión de CO₂ en 1990 (las barras claras) de varios países (o regiones), los niveles de emisión en 1998 (las barras oscuras), y el porcentaje de cambio en los niveles de emisión entre 1990 y 1998 (las flechas con porcentajes).



¹ Tomado del Problema “Los niveles de emisión de CO₂” de Pisa 2003 Pruebas de Matemáticas y Solución de problemas

ANEXO 8

Del 11 al 13 de febrero de 2009

IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas

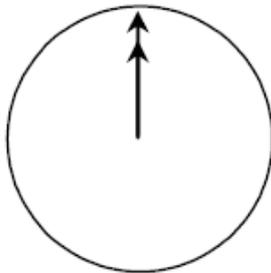


1. En el diagrama se puede leer que el aumento de emisiones de CO_2 en Estados Unidos entre 1990 y 1998 fue del 11%. Escribe los cálculos para demostrar cómo se obtiene este 11%.
2. Luisa analizó el diagrama y afirmó que había descubierto un error en el porcentaje de cambio de los niveles de emisión: "El descenso del porcentaje de emisión en Alemania (16%) es mayor que el descenso del porcentaje de emisión en toda la Unión Europea (total de la UE, 4%). Esto no es posible, ya que Alemania forma parte de la Unión Europea". ¿Estás de acuerdo con Luisa cuando dice que esto no es posible? Da una explicación que justifique tu respuesta.

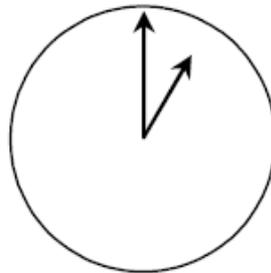
CHATEAR².

Mark (de Sydney, Australia) y Hans (de Berlín, Alemania) se comunican a menudo a través de Internet mediante el **chat**. Tienen que conectarse a Internet a la vez para poder "chatear".

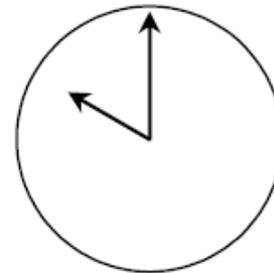
Para encontrar una hora apropiada para chatear, Mark buscó un mapa horario mundial y halló lo siguiente:



Greenwich 12 de la noche



Berlín 1:00 de la noche



Sydney 10:00 de la mañana

1. Cuando son las 7:00 de la tarde en Sydney, ¿qué hora es en Berlín?
2. Mark y Hans no pueden chatear entre las 9:00 de la mañana y las 4:30 de la tarde, de sus respectivas horas locales, porque tienen que ir al colegio. Tampoco pueden desde las 11:00 de la noche hasta las 7:00 de la mañana, de sus respectivas horas locales, porque estarán durmiendo.
¿A qué horas podrían chatear Mark y Hans? Escribe las respectivas horas locales en la tabla.

Lugar	Hora
Sydney	
Berlín	

² Tomado del Problema "Chatear" de Pisa 2003 Pruebas de Matemáticas y Solución de problemas

ANEXO 9

Del 11 al 13 de febrero de 2009
IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas



Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

Cuestionario 2

Marque con una X, sobre la letra respectiva, la opción más cercana a su propia apreciación o responda a la pregunta según corresponda. Mucho agradeceremos que conteste el presente cuestionario con la mayor sinceridad posible.

1. ¿Usted considera más "claro" el concepto de competencias matemáticas después de haber asistido a este taller?

a. Sí b. No c. No sabe, no opina

e. Otro: _____

2. ¿Qué entiende ahora por competencia matemática?

3. ¿Cree que está más capacitado para evaluar de manera "sumativa" las competencias PISA en una respuesta de un alumno?

a. Sí b. No c. No sabe, no opina

e. Otro: _____

4. ¿Cree usted útil hacer un análisis en términos de objetos y procesos matemáticos para evaluar de manera "formativa" las competencias matemáticas?

a. Sí b. No c. No sabe, no opina

e. Otro: _____

5. ¿Cree usted qué tiene herramientas para hacer un análisis de objetos y procesos matemáticos?

a. Sí b. No c. No sabe, no opina

e. Otro: _____

Muchas gracias.

ANEXO 10

Cuadro 7.1. Registro de respuestas a las preguntas 5-10 del cuestionario 1

	Preg. 5	Pregunta 6. ¿Qué entiende por competencia matemática?							Pregunta 7 ¿Está capacitado para evaluar CM?	Pregunta 8 ¿Ha oído hablar de CM PISA?	Pregunta 9 ¿Conoce las CM PISA 2003?	Pregunta 10 ¿Evalúa por (a) objetivos (b) competencias (c) otro	
		Sin relación	Circular	En Blanco	Saber	Saber hacer		Contexto					Saber Ser Actitud
						Habilidad	Capacidad						
P1	NO	x								NO	Sí	NO	(a): autoevaluación y co-evaluación
P2	-		x							-	Sí/ evaluación	NO	-
P3	NO			X						NO	Sí/ evaluación	-	(b)
P4	Sí					X		x		Sí	Sí	NO	(b) Guías de observación, guías de cotejo, fichas de trabajo, prácticas, exámenes.
P5	Sí							x	x	NO	Sí/ internet	NO	(b) Guías de cotejo, registros anecdóticos, registro auxiliar.
P6								x		No sabe, no opina	NO	NO	(a) y (b): Prácticas, evaluaciones escritas, participaciones en clase.
P7	±					X		x		No del todo	NO	NO	(a) Fichas de evaluación
P8	NO							x		-	-	-	(c) Capacidades. Pruebas escritas.
P9	NO							x	x	NO	NO	NO	-
P10	NO					X		x		Sí	Sí	NO	(b) Pruebas escritas, pruebas orales, fast test, prueba de proceso.
P11	-							x	x	De forma gradual	Si/ evaluación docente	NO	-
P12	NO							x		NO	NO	NO	(c) Capacidades: check list, answer short, fast test.
P13	Sí					X				Sí	NO	NO	(a) y (b): Fichas, guías, diferentes actividades individuales y grupales.
P14	Algo				x			x	x	NO	NO	NO	(a) Prueba escrita (objetiva y desarrollo), prueba oral (intervenciones y debates), Prueba de ejecución (trabajos individuales y grupales)
P15	Sí					X		x	x	Sí	Sí/en la institución educativa	NO	(b) Ficha de observación, pruebas escritas y prácticas domiciliarias.
P16	NO							x	x	NO	Sí/ internet	NO	(b) Escala valorativa, escala de likert, escala numérica.

	Preg. 5	Pregunta 6. ¿Qué entiende por competencia matemática?								Pregunta 7 ¿Está capacitado para evaluar CM?	Pregunta 8 ¿Ha oído hablar de CM PISA?	Pregunta 9 ¿Conoce las CM PISA 2003?	Pregunta 10 ¿Evalúa por (a) objetivos (b) competencias (c) otro	
		Sin relación	Circular	En Blanco	Saber	Habilidad	Saber hacer Capacidad	Contexto	Saber Ser Actitud					
P17	SÍ						x				SÍ	SÍ/ estandarización del proyecto a nivel escolar	SI (1)	(b) Evaluación escrita
P18	NO						x	x			NO	SÍ/ informe de resultado de diversos países	NO	(b)Evaluaciones orales, situaciones matemáticas diversas, planteos teóricos
P19	-					X		x	x(actitudes)		NO	SÍ/ En una capacitación del MED ¹	NO	(c) Capacidades: Maqueta, pruebas objetivas, fichas de observación, listas de cotejo
P20	SÍ	x									NO	SÍ/ En la universidad	NO	(c) Capacidades
P21	-					X		x			SÍ	-	NO	(b) Pruebas escritas, fichas de observación
P22	-					X					-	SÍ/ internet	NO	(c) Capacidades: Fichas de aplicación, ficha de intervención oral, prácticas
P23	NO					X	x				NO	SÍ	NO	(b) Informal: Observación, lista de cotejo; formal: pruebas objetivas
P24	SÍ					X	x				Un poco	SÍ/ evaluación y reuniones de coordinación	NO	(b) Competencias. Capacidad: comunicación matemática Capacidad: Resolución de problemas Capacidad: Aplicación de algoritmos Capacidad: Razonamiento y demostración
P25	SÍ					x		x			Con dificultades	SÍ/ internet y conferencias	NO	(b) Fichas de cotejo, construcciones, representaciones, demostraciones experimentales
P26	SÍ	x									SI	NO	NO	(b) Evaluaciones escritas (hojas evaluativas), fast test, actividades
P27					x	x		x			En determinadas situaciones	SÍ/Cuando se evaluó a los alumnos	-	(b) Pruebas objetivas, de alternativas múltiples, resolución de problemas
P28	SÍ			X							NO	SÍ/ internet	NO	(c) Capacidades: exámenes escritos y prácticas calificadas

¹ MED son las siglas del Ministerio de Educación del Perú

Preg. 5	Pregunta 6. ¿Qué entiende por competencia matemática?								Pregunta 7 ¿Está capacitado para evaluar CM?	Pregunta 8 ¿Ha oído hablar de CM PISA?	Pregunta 9 ¿Conoce las CM PISA 2003?	Pregunta 10 ¿Evalúa por (a) objetivos (b) competencias (c) otro	
	Sin relación	Circular	En Blanco	Saber	Saber hacer		Contexto	Saber Ser Actitud					
					Habilidad	Capacidad							
P29	NO			X						NO	Sí/ en la revista "Palabra de Maestro"	NO	(c) Capacidades: lista de cotejo, ficha de observación
P30	Sí	x								SI	SI	NO	-
P31	Sí					x	x			Sí	Sí/ evaluación	NO	(b) Ficha de seguimiento, lista de cotejos, pruebas de desarrollo
P32	Algo						x	x		No sabe no opina	Sí/ en mi Departamento de matemáticas de secundaria de España	-	(c) Otros: Saber la teoría incluyendo saber y entender los razonamientos, es decir las demostraciones. Saber resolver cuestiones y ejercicios
P33	NO			X						-	-	-	-
P34	NO				x	X (con éxito)	x	x		Sí	Sí Informes de divulgación sobre pruebas internacionales	NO	(c) capacidades: pruebas de desarrollo, proyectos, investigaciones elementales
P35	Sí			X						NO	Sí	NO	(b)
P36	Sí						x	x		Sí	Sí/ realidad	SI (4)	(b) Fichas de observación y fichas de problemas
P37	NO					x				NO	NO	NO	(a) Papelógrafos, materiales de desuso
P38	Sí				x					NO	NO	NO	(b)
P39	NO	x								No sabe no opina	NO	NO	(a) Intervención oral, prueba escrita y trabajo grupal
P40	NO			X						NO	NO	NO	(a)
P41	-			X						blanco	Blanco	NO	-
P42	Sí	x				x		x		no	Si	NO	(a) Pruebas escritas y prácticas calificadas
P43	NO			x		x		x		NO	Sí/ información sobre las pruebas PISA	NO	(c) Capacidades: pruebas escritas de desarrollo
P44	-					x				Sí	Sí/ universidad e internet	-	(b) Evaluaciones escritas, participaciones y/o intervenciones
P45	Sí					x				NO	Sí	NO	(a) Pruebas objetivas, pruebas actitudinales ante el área

	Preg. 5	Pregunta 6. ¿Qué entiende por competencia matemática?							Pregunta 7 ¿Está capacitado para evaluar CM?	Pregunta 8 ¿Ha oído hablar de CM PISA?	Pregunta 9 ¿Conoce las CM PISA 2003?	Pregunta 10 ¿Evalúa por (a) objetivos (b) competencias (c) otro	
		Sin relación	Circular	En Blanco	Saber	Saber hacer		Contexto					Saber Ser Actitud
						Habilidad	Capacidad						
P46	SÍ				X		x	x		NO	Sí/ internet	NO	(a) Pruebas escritas (preguntas con procesos matemáticos), intervenciones orales (en pizarra y/u hojas)
P47	SÍ				X	x			x	-	Sí/ foros educativos y web MED	SÍ (3)	(c) Indicadores de logro
P48	SÍ	x								SÍ	-	-	(b) Trabajos de grupos, separatas, prácticas, prácticas calificadas , exámenes
P49	NO			X						Un poco	Sí/ en una publicación	SÍ (1)	-
P50	NO			X						NO	NO	NO	(a) Pruebas escritas , presentación de ejercicios
P51	NO				X			x		NO	NO	NO	-
P52	NO	x								NO	NO	NO	(a) Pruebas escritas, exposición del tema asignado
P53	SI				X		x	x		NO	NO	NO	(a) Pruebas escritas, pruebas orales
P54	NO					x	x		x	SÍ	Sí/ boletín informativo	NO	(c) Capacidades: pruebas escritas con ítem de selección múltiple (apareamiento y extensa), pruebas de ejecución con materiales concretos
P55	SÍ					x				SÍ	No	NO	(b) Fichas de seguimiento, pruebas escritas

(1) Resolución de problemas

(3) Resolución de problemas, comunicación matemática y argumentación.

(4) Resolución de problemas, comunicación matemática, representación y modelización.

Nota: Respuestas de los profesores asistentes al Taller Piloto realizado en el IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática, 2009. Fuente: Elaboración propia.

ANEXO 11

Cuadro 7.2. Registro de respuestas al cuestionario2

Preguntas Profesores	1. ¿Usted considera más claro el concepto de competencias matemáticas?			2. ¿Qué entiende ahora por competencia matemática?	3. ¿Cree que está más capacitado para evaluar de manera <i>sumativa</i> las competencias PISA en una respuesta de un alumno?			4. ¿Cree usted útil hacer un análisis en términos de objetos y procesos matemáticos para evaluar de manera <i>formativa</i> las competencias matemáticas?			5. ¿Cree usted que tiene herramientas para hacer un análisis de objetos y de procesos matemáticos?		
p1	Sí	No	NS/NO	“Estoy más confundido”	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p2	Sí	No	NS/NO	“Capacidad para resolver problemas”	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p3	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
	Es más claro la competencia general pero no se ha explicado la competencia específica												
p4	Sí	No	NS/NO	“Son habilidades capacidades en términos macro”	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p5	Sí	No	NS/NO	“Es un conjunto de procesos orientados a la resolución de problemas”	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p6	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p7	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
	“No estuve presente los												

	tres días"												
p8	Sí	No	NS/NO	"Conjunto de capacidades desarrolladas en el alumno que le permiten interactuar satisfactoriamente en una situación o frente a ella"	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p9	Sí	No	NS/NO	"Como la capacidad de razonar"	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
											"Creo que logrado entender algo"		
p10	Sí	No	NS/NO	"Es un conjunto de capacidades, habilidades y destrezas que posee un alumno"	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p11	Sí	No	NS/NO	"es un grupo de capacidades que el alumno cumple ante una situación determinada"	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
											"Me parece que tenemos la base para hacerlo"		
p12	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
	"Con dudas"			"Conjunto de capacidades"	"Más o menos"						"Más o menos"		
p13	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p14	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
	"Nuevas ideas para investigar"			"Todos los recursos que ponemos en marcha ante una situación problemática"									
p15	Sí	No	NS/NO	"Son capacidades: donde	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO

				se analiza, razona, reflexiona y piensa”									
p16	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p17	Sí	No	NS/NO	“Desarrollo de capacidades”	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p18	Sí	No	NS/NO	“Habilidades de pensamiento matemático”	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p19	Sí	No	NS/NO	“Dominio de los indicadores: reproducción, conexión y reflexión”	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p20	Sí	No	NS/NO	“Proceso cognitivo que el alumno desarrolla”	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p21	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	
p22	Sí	No	NS/NO	“Es la habilidad que tiene el alumno para resolver problemas que se le propone”	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
					“Más o menos”								
p23	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p24	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p25	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
	“He tratado de entender pero con más material			“diferentes procesos que se manejan para la									

	aclararía mis ideas”			resolución de una situación”									
p26	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
	“Faltó tiempo para ver con qué marco o fundamento se asume otra conceptualización de competencia matemática”												
p27	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
				“Lo que hace años he sabido, nada nuevo”									
p28	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
	“Se amplía el término y más estudio”			“Conjunto de capacidades que generan respuestas a interrogantes matemáticas”	“”Lo empiezo a conocer”						“Básico”		
p29	Sí	No	NS/NO	“conjunto de conocimientos donde aprendes a hacer y comprender diferentes enunciados”	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p30	Sí	No	NS/NO	“como las diferentes metas que pienso alcanzar”	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p31	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p32	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
	“Faltó tiempo y más material”												
p33	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
	“Más o menos”			“Capacidades”									

p34	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p35	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p36	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p37	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p38	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p39	Sí	No	NS/NO	“Capacidades y habilidades para resolver problemas”	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
p40	Sí	No	NS/NO		Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO	Sí	No	NS/NO
Totales	15 Sí	13 No	2 NS/NO		13 Sí	17 No	6 NS/NO	33 Sí	3 No	3 NS/NO	15 Sí	15 No	6 NS/NO
	9 otros				3 otros			0 otros			3 otros		

Nota: Respuestas de los profesores asistentes al Taller Piloto realizado en el IV Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática, 2009. Fuente: Elaboración propia.

Análisis de problemas de las pruebas PISA

Habiendo realizado una lectura previa de la introducción del estudio PISA 2003¹ "*Competencias matemáticas e instrumentos de evaluación en el estudio PISA 2003*", se trata de hacer un análisis de diversos problemas atendiendo a tres variables:

- Subescala, bloque de contenidos a los que hace referencia el problema:
 - Cantidad
 - Espacio y forma
 - Cambio y relaciones
 - Incertidumbre

- Situación y contexto:
 - Situación personal
 - Situación educativa o laboral
 - Situación pública
 - Situación científica

- Nivel de complejidad en el tratamiento de las competencias:
 - Reproducción
 - Conexiones
 - Reflexión

Se analizarán tres problemas de las pruebas PISA:
Los niveles de CO₂
Chatear
Carpintero

Finalmente se analizará la solución que ha dado un/a alumno/a a este último problema y se identificarán las competencias matemáticas que se han trabajado:

- Pensar y razonar
- Argumentar
- Comunicar
- Modelar
- Plantear y resolver problemas
- Representar
- Utilizar el lenguaje simbólico, formal, técnico y las operaciones

Las respuestas se darán en las hojas adjuntas.

¹ Pisa 2003 Pruebas de Matemáticas y Solución de problemas, INECSE, Ministerio de Educación y Ciencia, Madrid, 2005.

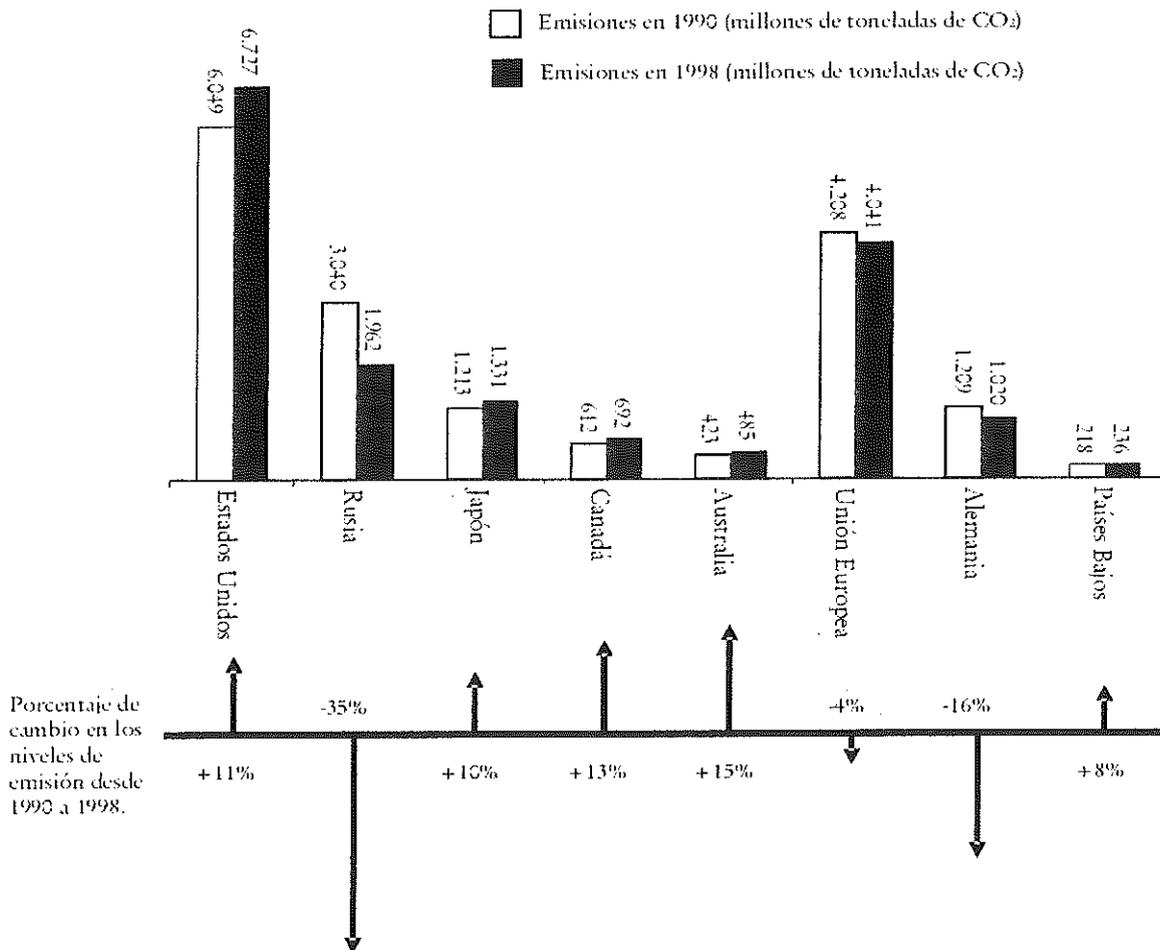
ANEXO 12

Material Teórico Taller 1

LOS NIVELES DE CO₂

Muchos científicos temen que el aumento del nivel de gas CO₂ en nuestra atmósfera esté causando un cambio climático.

El diagrama siguiente muestra los niveles de emisión de CO₂ en 1990 (las barras claras) de varios países (o regiones), los niveles de emisión en 1998 (las barras oscuras), y el porcentaje de cambio en los niveles de emisión entre 1990 y 1998 (las flechas con porcentajes).



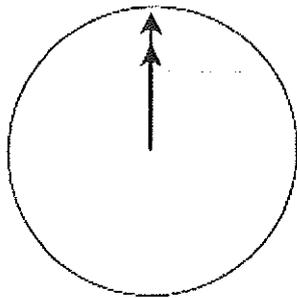
1. En el diagrama se puede leer que el aumento de emisiones de CO₂ en Estados Unidos entre 1990 y 1998 fue del 11%. Escribe los cálculos para demostrar cómo se obtiene este 11%.
2. Luisa analizó el diagrama y afirmó que había descubierto un error en el porcentaje de cambio de los niveles de emisión: "El descenso del porcentaje de emisión en Alemania (16%) es mayor que el descenso del porcentaje de emisión en toda la Unión Europea (total de la UE, 4%). Esto no es posible, ya que Alemania forma parte de la Unión Europea". ¿Estás de acuerdo con Luisa cuando dice que esto no es posible? Da una explicación que justifique tu respuesta.

ANEXO 12
Material Teórico Taller 1

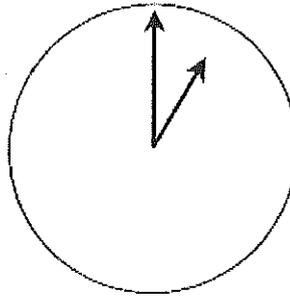
CHATEAR

Mark (de Sydney, Australia) y Hans (de Berlín, Alemania) se comunican a menudo a través de Internet mediante el chat. Tienen que conectarse a Internet a la vez para poder "chatear".

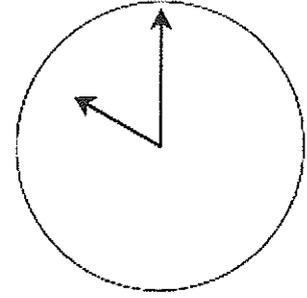
Para encontrar una hora apropiada para chatear, Mark buscó un mapa horario mundial y halló lo siguiente:



Greenwich 12 de la noche



Berlín 1:00 de la noche



Sydney 10:00 de la mañana

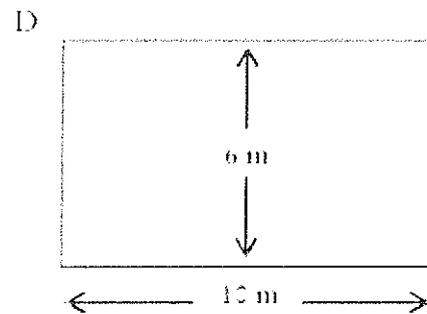
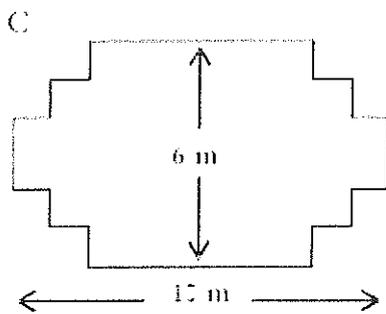
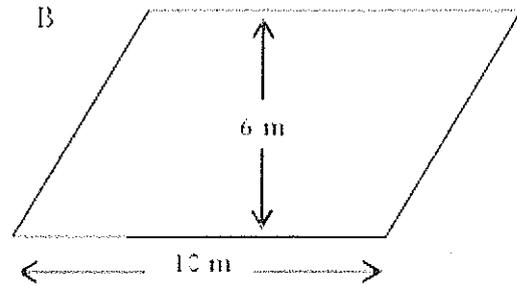
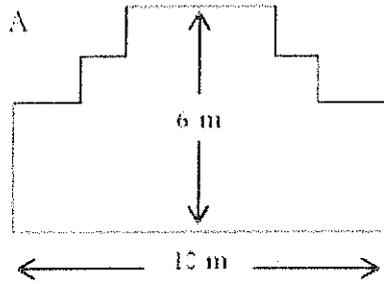
1. Cuando son las 7:00 de la tarde en Sydney, ¿qué hora es en Berlín?
2. Mark y Hans no pueden chatear entre las 9:00 de la mañana y las 4:30 de la tarde, de sus respectivas horas locales, porque tienen que ir al colegio. Tampoco pueden desde las 11:00 de la noche hasta las 7:00 de la mañana, de sus respectivas horas locales, porque estarán durmiendo. ¿A qué horas podrían chatear Mark y Hans? Escribe las respectivas horas locales en la tabla.

Lugar	Hora
Sydney	
Berlín	

ANEXO 12
Material Teórico Taller 1

CARPINTERO

Un carpintero tiene 32 metros de madera y quiere construir una pequeña valla alrededor de un parterre en el jardín. Está considerando los siguientes diseños para el parterre.



Rodea con un círculo Sí o No para indicar si, para cada diseño, se puede o no se puede construir el parterre con los 32 metros de madera.

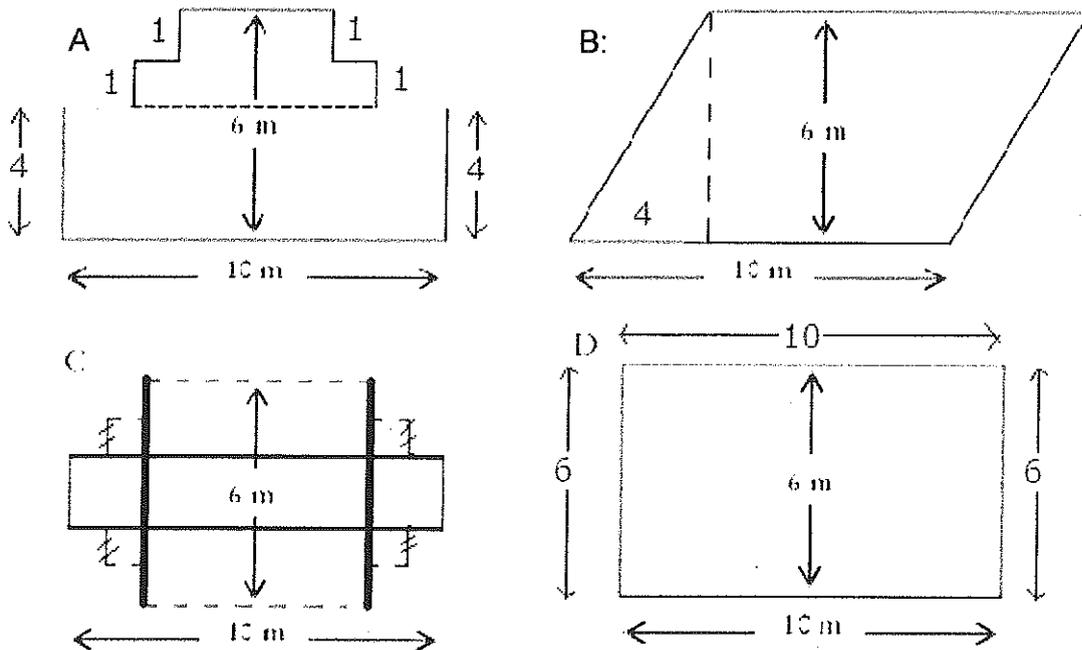
Diseño del parterre	¿Puede construirse el parterre con 32 metros de madera utilizando el diseño?
Diseño A	<i>Si / No</i>
Diseño B	<i>Si / No</i>
Diseño C	<i>Si / No</i>
Diseño D	<i>Si / No</i>

ANÁLISIS DE COMPETENCIAS

A continuación se reproduce la solución de un alumno al problema del Carpintero modificado en el sentido de pedir: "Debes responder con un sí puedes hacerlo o un no puedes hacerlo, y por qué."

¿Qué competencias matemáticas ha desarrollado dicho alumno al resolver este problema?

Solución dada por el alumno:



Los diferentes parterres (A, B, C, D) que podrían ser tapiados con 32m. de madera:

- A: A: Primero he calculado el área el perímetro del rectángulo principal (4.2+10.2), ya que aunque esta figura tiene elevaciones, las líneas horizontales acaban de completar el rectángulo interior. Después he sumado los cuatro metros de franja verticales, responsables de la "descomposición" del rectángulo $28+4=32m$.
- B: En este no sería posible ya que faltarían los cálculos de la diagonal, esto sería más metros de los que tocaba para tapiar $\sqrt{6^2 + 4^2} = 8,4m$ 7,2m. Los 8,4m sumados a los 10 de longitud que ya dicen 37 (7,2.2+10.2) 34m
- C: Aquí voy a aplicar el mismo sistema que en la figura A, será en este caso mediante 2 rectángulos diferentes y del más largo tomo y hago la suma de 10m 2 veces y del que falta tomo las verticales los 6m, 32 m.
- D: Es igual a sumar las distancias de los costados (perímetro) $6 + 6 + 10 + 10 = 32m$.

Competencias matemáticas PISA/ OCDE

		Primer Nivel: Reproducción	Segundo Nivel : Conexiones	Tercer Nivel: Reflexión
Pensar y razonar	Plantear cuestiones propias de las matemáticas.			
	Conocer los tipos de repuestas que ofrecen las matemáticas a estas cuestiones.			
	Distinguir entre los diferentes tipos de enunciados.			
	Entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.			
Argumentar	Conocer lo que son las pruebas matemáticas y cómo se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático.			
	Seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos			
	Disponer de sentido para la heurística.			
	Crear y expresar argumentos matemáticos.			
Comunicar	Expresarse en una variedad de vías, sobre temas de contenido matemático, de forma oral y también escrita.			
	Entender enunciados de otras personas sobre estas materias en forma oral y escrita.			

Material Teórico Taller 1

		Primer Nivel: Reproducción	Segundo nivel: Conexiones	Tercer nivel: Reflexión
Modelar	Estructurar el campo o situación que va a modelarse.			
	Traducir la realidad a una estructura matemática.			
	Interpretar los modelos matemáticos en términos reales.			
	Trabajar con un modelo matemático.			
	Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.			
	Comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones).			
	Dirigir y controlar el proceso de modelización.			
	Plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos.			
	Resolver diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías.			
	Decodificar, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, así como las interrelaciones entre las distintas representaciones.			
Representar	Escoger y relacionar diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito.			
	Decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal y entender sus relaciones con el lenguaje natural.			
Utilizar el lenguaje simbólico, formal y las técnicas y las operaciones	Traducir del lenguaje natural al simbólico.			
	Manejar enunciados y expresiones que contienen símbolos y fórmulas.			
	Utilizar variables, resolver ecuaciones y comprender los cálculos.			
Employar soportes y herramientas	Conocer y ser capaz de emplear soportes y herramientas familiares o inusuales en contextos, situaciones y formas bastante diferentes a las ya introducidas y practicadas.			
	Reconocer las limitaciones de tales soportes y herramientas.			

Niveles de complejidad

En el documento "Pisa 2003. Pruebas de Matemáticas y Solución de problemas de Pruebas", la tercera variable que se establece para determinar los ítems en la evaluación PISA es la relativa al nivel de complejidad cognitiva con que se requiere la actuación competente de los estudiantes.

Los expertos del estudio PISA/OCDE consideran tres niveles de complejidad o profundidad a la hora de considerar los ítems con los que evaluar las competencias.

A continuación se muestran las competencias requeridas en cada nivel, según PISA.

Primer nivel. Reproducción y procedimientos rutinarios.

En este nivel se engloban aquellos ejercicios que son relativamente familiares y que exigen básicamente la reiteración de los conocimientos practicados, como son las representaciones de hechos y problemas comunes, recuerdo de objetos y propiedades matemáticas familiares, reconocimiento de equivalencias, utilización de procesos rutinarios, aplicación de algoritmos, manejo de expresiones con símbolos y fórmulas familiares, o la realización de operaciones sencillas.

Segundo nivel. Conexiones e integración para resolver problemas estándar.

Este nivel permite resolver problemas que no son simplemente rutinarios, pero que están situados en contextos familiares o cercanos. Plantean mayores exigencias para su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de una misma situación, o bien enlazar diferentes aspectos con el fin de alcanzar una solución.

Tercer nivel. Reflexión, Razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

Este nivel de complejidad moviliza competencias que requieren cierta comprensión y reflexión por parte del alumno, creatividad para identificar conceptos o enlazar conocimientos de distintas procedencias. Las tareas de este nivel requieren competencias más complejas, implican un mayor número de elementos, exigen generalización y explicación o justificación de los resultados.

ANEXO 13

Hoja de respuestas del análisis de problemas de las pruebas PISA

Nombre y apellidos:.....

	LOS NIVELES DE CO ₂		CHATEAR		CARPINTERO
	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 1	Pregunta 2	
Subescala, bloque de los contenidos a los que se hace referencia					
Situación y contexto					
Nivel de complejidad en el tratamiento de las competencias					

Competencias matemáticas desarrolladas en la solución dada del problema del carpintero	Competencia	Indicar si observa la competencia (SI/NO)
	I. Pensar y razonar	
	II. Argumentar	
	III. Comunicar	
	IV. Modelar	
	V. Resolver Problemas	
	VI. Representar	
	VII: Utilizar el lenguaje simbólico, formal, técnico y las operaciones	

ANEXO 14

Guión de la Entrevista

Conversaremos sobre la implementación del taller “Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003”, que trabajaste con tus estudiantes de la asignatura Didáctica de las Matemáticas.

1. En primer lugar quisiéramos saber a qué ciclo (semestre académico) pertenece el curso y nivel al que corresponde en la especialidad de Matemáticas.
2. Tenemos entendido que dedicaste dos sesiones de clase de la asignatura Didáctica de las Matemáticas para llevar a cabo el taller “Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003”. ¿Cuántas horas dedicaste en cada una de estas sesiones?.
3. En qué consistió la primera sesión (presentación, trabajo individual, trabajo grupal, orden en la entrega de los materiales) ¿proporcionaste algunos ejemplos?
4. En qué consistió la segunda sesión (presentación, trabajo individual, trabajo grupal, orden en la entrega de los materiales).
5. Por qué crees que algunos estudiantes consideran el problema del CARPINTERO en el “*nivel de reproducción*” (5).
6. Y aún considerándolo en el nivel de reproducción, qué puede haberlos hecho pensar que está presente la competencia “*plantear y resolver problemas*” (2)
7. El 50% del total de los estudiantes (11) considera solo una de las competencias: “*argumentar*” o “*comunicar*”, pero no ambas, ¿a qué crees que se deba ello?
8. ¿Qué crees que entienden tus estudiantes por modelización?
9. Por qué crees que algunos estudiantes (8) consideran que está presente la competencia de “*modelar*” en la solución que da el alumno.
10. ¿Qué crees que entienden tus estudiantes por representar?
11. Por qué considerarías que algunos estudiantes no consideran la competencia “*representar*”?
12. Por qué considerarías que algunos estudiantes no toman en cuenta la competencia “*utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones*”

ANEXO 15

Cuestionario

Tomando en cuenta el problema del CARPINTERO, la solución del alumno y la hoja de respuestas del análisis de problemas de las pruebas PISA, contesta las siguientes preguntas:

1. Marca en qué nivel consideraste el problema del CARPINTERO
 Reproducción Conexión Reflexión

2. ¿Por qué consideraste el problema del CARPINTERO en dicho nivel?

3. Si solo consideraste una de las competencias: “argumentar” o “comunicar”, pero no ambas, ¿crees que son independientes una de la otra? Explica tu respuesta.

4. Si señalaste que una de las competencias presente en la solución del problema es la de “modelar” indica el por qué.

5. Si consideraste el problema del CARPINTERO en el nivel de reproducción ¿por qué señalaste que está presente la competencia “plantear y resolver problemas”?

ANEXO 15

6. Si consideraste que **no** está presente la competencia “*representar*”, señala el por qué?

7. Si consideraste que **no** se desarrolla la competencia “utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones” detalla el por qué.

ANEXO 16

Transcripción de Entrevista

E:	<i>De lo que hemos visto, es un poco sorprendente que las competencias argumentar y comunicar, que tendrían que estar presentes en todas las respuestas de los estudiantes al ser la solución más o menos correcta, no sean consideradas por un grupo considerable de estudiantes. Hay una cierta disyuntiva o colocan comunicar o argumentar. Hay muchos que consideran las dos, pero un grupo significativo de ellos no lo hacen.</i>
P:	<i>Es curioso, normalmente las competencias actúan muy integradamente, además que es bueno que lo hagan. Me sorprende que hayan muchos que digan “ese alumno argumenta pero no comunica”. Es posible que ellos distingan argumentar, quizás, muy asociado al formalismo, y la comunicación más asociado a la verbalización escrita u oral. Son estudiantes que llevan una carga formalista importante de matemática y en didáctica este tipo de fenómenos aparecen de manera más o menos reiterada. No sabemos si es de este tipo, estamos reflexionando ¿verdad?. Es muy interesante este dato que habéis observado. Quizás ellos, probablemente, por la información, hacen equivalencia a formalizar o demostrar formalmente y ahí se ve el background que llevan.</i>
E:	<i>Según el análisis que hemos hecho sobre las competencias, la modelización en la solución del problema no está presente. No está claro por qué 8 estudiantes consideran que sí lo está. Observando los descriptores de la competencia de modelización (descritos en el informe Pisa 2003), no hay ninguno que nos lleve a pensar que está presente. No sabemos los hechos por los cuales los estudiantes consideran que sí está presente</i>
P:	<i>Para estos estudiantes modelizar es algo diferente que para nosotros (para nosotros profesores de didáctica). Por eso me sorprende doblemente, porque yo hubiese pensado que ninguno de ellos hubiese considerado modelización. Incluso desde un punto de vista estrictamente matemático, mucho menos aún, porque a veces didácticamente entendemos por modelizar algo que un matemático estrictamente no lo entendería como tal. Me sorprende que hayan sido, digamos, tan “ligeros” en la aplicación de esa competencia. Hay que decir que información que ellos tenían en clase era únicamente sobre esas competencias, en concreto sobre ésta, en ese momento, era estrictamente lo que decía la Prueba Pisa. Les habíamos pasado la semana anterior, siguiendo las instrucciones de la aplicación, las bases de Pisa, aquel documento del libro de Pisa y luego nos limitamos a repetir la estructura de esta presentación (mostrando el material proporcionado para el taller). Ellos solo habían leído aquello. Me sorprende, no sabría encontrar una explicación, sino tal vez a una falta de meditar lo que colocan. <i>Hay que decir algo, y esto se ve claro cada año, este año lo veo en un grupo de cuatro o cinco estudiantes de los 26 que tenemos, aquí hay 22 (señalando la tabla ¿?), debieron faltar a clases algunos, es que algunos vienen a Didáctica porque es fácil de aprobar, entonces no meditan suficientemente, hay un grupo de cinco personas que realmente observas que vienen a clase pero que no participan de ella y por ello puede ser que no hayan reflexionado suficientemente. Sería interesante preguntárselo.</i></i>
E:	<i>Otra aspecto que nos ha sorprendido, si miramos el grupo de reproducción y los de conexión y reflexión, que son de una mayor envergadura, en este grupo la mayoría consideran presente la resolución de problemas o la modelización. En cambio el grupo de reproducción tiene menos tendencia a considerar que haya habido resolución de problemas o modelización. El reproducción iría asociado a que no se ve como un problema, no es claro, porque del grupo de 5 hay tres que no consideran ni resolución de problemas ni modelización. Pero globalmente las dos grandes competencias resolución de problemas y modelización son las que están presentes para decir que son de conexión</i>

	<i>o reflexión. Es decir han encontrado el problema demasiado fácil, es una impresión.</i>
P:	<i>Algunos lo han encontrado demasiado fácil, esta impresión es fiel realmente al perfil de nuestros estudiantes. A continuación de este ejercicio me permití colocarles un fórum en que intentarían formular un problema que podrían estar en las pruebas Pisa o en las pruebas de competencia básica, que eran las pruebas que se hacían antes en las pruebas de Cataluña, que ahora se han reformulado, quería ver que problemas proponían y me gustaría que los vieran, pues responden a la percepción que vosotros tenéis de que generalmente van hacia estructuras de matemáticas de orden más avanzado y se olvidan de trabajar cosas más básicas que pueden ser mucho más interesantes incluso didácticamente porque las otras las consideran como un ejercicio, eso pasa mucho. En clase nos encontramos que cuando hablas de la educación relacionada con expresiones algebraicas ellos piensan directamente en resolución de ecuaciones, no piensan en los procesos de traducción, el sentido de la incógnita, el propio sentido de la transformación algebraica, eso pasa desapercibido. Cuando se les pregunta que harías en una clase de funciones, ellos inmediatamente hablan de dominio, recorrido, derivadas, representación local de funciones. Se olvidan de todo lo que es interpretación de gráficos, o les explico esto, nos ha pasado este año en que debemos insistir mucho en las cuestiones de interpretación. Ha veces son como máquinas, van directo a unos núcleos supuestamente interesantes, en cambio se olvidan de lo más interesante, que son los que rodean al tema.</i>
E:	<i>Sería interesante tener esta información del forum para ver esta idea que cuando ellos proponen problemas, los proponen de mucha más envergadura.</i>
P:	<i>Tenemos el foro del año pasado, son estudiantes distintos pero que responden al mismo perfil, os lo paso y el de este año.</i>
E:	<i>Otra cosa que nos sorprende es que la competencia de representar, que para nosotros es muy clara que existe, hay algunos que no la consideran. Hay gráficas, representaciones verbales, a lo mejor cuando se habla de los descriptores, cuando se habla de representación se habla de traducciones, no es claro por qué no se considera la competencia representar.</i>
P:	<i>Eso también me sorprende. Nosotros cuando hablamos de currículum, habíamos hablado de la representación. En nuestro currículum, el actual aquí en Cataluña, hay ocho competencias, una de ellas la competencia matemática y en la competencia matemática se establecen lo que ellos llaman procesos, son estas competencias Pisa más o menos fusionadas, haciendo esto más complicado el tema. No sé si es la palabra más precisa. En el currículum de Cataluña se fusiona representación y comunicación como un solo proceso, es curioso, y esto sí que lo habíamos hablado con los estudiantes. No sé si esto pudo condicionar a que lo considerasen un proceso, en todo caso, lo que llamamos procesos en nuestro currículum, serían lo que en Pisa serían partes de las competencias matemática de Pisa. En el NCTM también esto sería un proceso. Se debería llegar a un acuerdo, los teóricos universitarios deberían proponer un modelo común.</i>
E:	<i>Esto es complicado, los procesos serían como los hermanos mayores de las competencias, más complicados aún.</i>
P:	<i>En nuestra asignatura tenemos tres planteamientos, por un lado el currículum de Cataluña, Pisa que es el padre y luego NCTM. No sabría dar una explicación sobre eso. Siento no dar explicaciones.</i>
E:	<i>No son fáciles de dar, creemos que ni los propios estudiantes las darán. Hay cuatro estudiantes que indican que no está presente la competencia utilizar símbolos, son pocos los que no lo hacen pero es extraño. Es un problema evidentemente gráfico y verbal y en algún momento se utiliza el teorema de Pitágoras. Pero globalmente hay pocos símbolos.</i>
P:	<i>Creo que los estudiantes están en lo mismo. A estos cuatro estudiantes los identificaría fácilmente, son muy matemáticos. Les muestras una serie de símbolos que no tengan</i>

	<i>ningún sentido y dirán que esas son matemáticas. Les muestras una cantidad de gráficos y expresiones verbales, que son matemáticas, y ellos dirán que no son matemáticas. Me hace gracia, el primer análisis que hicimos (análisis didáctico) de Emilio y Alicia. Hay un alumno que dice: “Emilio intenta enojar a Alicia, con su visión del problema, olvidando que es un problema matemático y que el profesor hace bien en cortar la actitud de Emilio”</i>
E:	<i>Si lo pudiera expulsar de la clase mejor.</i>
P:	<i>“Lo único que pretende Emilio es llamar la atención”.</i>
E:	<i>Es curioso, hemos planteado este mismo taller con otro perfil de personas, profesores en ejercicio de matemáticas, y en ningún caso se produce la identificación con Alicia. Que ellos en el fondo se identifican con Alicia.</i>
P:	<i>Absolutamente.</i>
E:	<i>Este tipo de fenómeno se deba al tipo de personas.</i>
P:	<i>Esto produjo un debate, después. Ellos utilizaron un calificativo un poco fuerte a Emilio, otros se pusieron en contra.</i>
E:	<i>Este es el análisis que tenemos.</i>
P:	<i>Me ha gustado mucho, las percepciones que decís, porque hacen un perfil del grupo bastante adecuado.</i>
E:	<i>La hipótesis fundamental es que es muy complicado, con los constructos de Pisa, que serían estos tres niveles, indicar el nivel y cuando te piden que competencias se infieren también, son bastante complicados. Se trata de un tipo de constructos muy ambiguos y difíciles de manejar solo con la información que se tiene de Pisa. Otra de las hipótesis es que necesitas otro tipo de herramientas para que puedas hacer un trabajo más fino. Lo que queríamos ver es que con las herramientas Pisa hay pocas posibilidades de hacer un análisis muy fino. Se puede objetar que a lo mejor estos mismos estudiantes con más práctica lo harían mejor.</i>
P:	<i>Esto lo deberíamos demostrar, no está del todo claro.</i>
E:	<i>Otra cosa que se podría rebatir a esta conclusión, qué los constructos son difíciles de manejar a que con cierta práctica podrías llegar a manejarlo. De alguna manera tendrías que convertirte en un experto y dedicarte todo un tiempo que un profesor normal, seguramente no va ha dedicar para hacer este tipo de análisis. Nos interesaría saber con detalle sería exactamente las cosas previas al taller, cuántas sesiones por ejemplo, ¿una o dos sesiones?</i>
P:	<i>Esto (señalando el materia del taller) exactamente una sola sesión. En la semana anterior habíamos hablado del currículo, que es por competencias.</i>
E:	<i>Que son prácticamente las mismas que las de Pisa.</i>
P:	<i>Nuestro currículo establece ocho competencias, una de las cuales, es la competencia matemática, en el sentido de nuestro currículo.</i>
E:	<i>¿La de matemática se descompone prácticamente en las mismas competencias?</i>
P:	<i>Son cuatro, que llamamos procesos. Pero esto se les había avisado a los estudiantes, estaban alerta. Las competencias Pisa son realmente estos procesos, que podríamos llamar partes de la competencia matemática. Aquí los llaman procesos, probablemente incorrecto, pero aquí lo llamamos así.</i>
E:	<i>Es decir se había comentado el currículo.</i>
P:	<i>Sí y también se había comentado los estándares del NCTM, sobre todo la estructura, los principios, los estándares por niveles para sean revisados por los estudiantes. Cuando los documentos son amplios, intentamos dar una estructura de la que se puedan apoyar.</i>

E:	<i>Tienes un ppt o algún material elaborado para saber exactamente que tenían los estudiantes de de la sesión previa.</i>
P:	<i>Puedo pasarles el ppt del NCTM y de Pisa</i>
E:	<i>En la clase previa también informaste sobre Pisa.</i>
P:	<i>Informaciones puntuales, es una asignatura general, la única que tenemos en esta Licenciatura, les damos informaciones puntuales, no profundizamos en el documento PISA</i>
E:	<i>En la primera sesión muestran que el currículo está por competencias, los principios y estándares del NCTM y un poco los problemas Pisa.</i>
P:	<i>En sesiones, para el taller tomamos una sesión y para el currículum una serie de sesiones. Al inicio cuatro o cinco sesiones sobre el currículo. Se revisa competencias, los contenidos cómo se distribuyen, la tipología de contenidos, la tipología de evaluación, las conexiones.</i>
E:	<i>Una cierta reflexión de competencia cuando se habla de currículo.</i>
P:	<i>Sí. Aparte que el propio currículo, tiene en varios lugares definiciones distintas de competencias.</i>
E:	<i>Como en las competencias Pisa.</i>
P:	<i>Les avisamos a los estudiantes de este tema, pues al ver esto, no les gusta, les hablamos de los aspectos, que creemos, una competencia debe tener. Que no solo debe contemplar los contenidos sino sobre todo la funcionalidad de los contenidos y poner en marcha otras elementos más generales, tipo procesos.</i>
E:	<i>Habría, entonces, toda una reflexión sobre la competencia.</i>
P:	<i>No sé los efectos de esa reflexión.</i>
E:	<i>Luego, se había comentado algo sobre la competencia resolución de problemas.</i>
P:	<i>Continuaremos con esto, en la última parte del curso.</i>
E:	<i>Luego, se reflexionó sobre los principios del NCTM y sobre las pruebas Pisa.</i>
P:	<i>Al final de esta sesión les pasamos la web dónde podían consultar aquel cuaderno Pisa del ministerio. Aunque veía incoherencias internas en el documento. Les hicimos leer, no todo el documento, sino la parte que habla de competencias, de este cuaderno Luego, en la segunda sesión les presentamos el material y les explicamos a nivel de estructura. Con los ppt, les damos la estructura de la labor que ellos realizarán.</i>
E:	<i>Después de la segunda sesión habría un forum, donde los estudiantes propondrían un problema.</i>
P:	<i>En la tercera sesión empezó el forum y duró una semana. Ellos propusieron problemas y debo confesar que a mí me sorprendieron, pues vi que tendrían que aprender mucho. Vuelven a colocar problemas muy teóricos, formales.</i>
E:	<i>¿Les pedían que indicaran el nivel?</i>
P:	<i>No, solo proponían el problema. Además lo colocan de manera muy compleja, sin contexto.</i>

ANEXO 17

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

Cuestionario 1

Marque con una X, sobre la letra respectiva, la opción más cercana a su propia apreciación o responda a la pregunta según corresponda. Mucho agradeceremos que conteste el presente cuestionario con la mayor sinceridad posible. Las primeras cinco preguntas son relativas a su ejercicio profesional y las restantes acerca del tema a desarrollar en el presente taller.

1. Usted ha egresado de la especialidad de:
 a. Educación Primaria b. Educación Secundaria c. Matemáticas
 d. Ciencias e. Otra:
2. Usted se identifica como profesor de:
 a. Primaria b. Secundaria c. Centro Pre Universitario
 d. Universidad e. Otro: _____
3. ¿Cuántos años de docencia ha ejercido hasta el momento?:
 a. Menos de 3 b. Entre 3 y 5 años c. Más de 5 pero menos de 10
 d. Entre 10 y 20 años e. Más de 20 años
4. ¿A qué ciclo(s) y grado(s) enseña actualmente?
_____ Ciclo(s) _____ Grado(s)
Otros: _____
5. ¿En que tipo de institución labora?
 a. Estatal b. Particular laico c. Particular religioso
 d. Otro: _____
6. ¿Usted considera “claro” el concepto de competencias matemáticas?
 a. Sí b. No c. No sabe, no opina
 d. Otro: _____

ANEXO 17

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

7. ¿Qué entiende por competencia matemática?

8. ¿Cree que está capacitado para evaluar competencias matemáticas?

a. Sí b. No c. No sabe, no opina

d. Otro: _____

9. ¿Ha oído hablar de las competencias PISA? En caso afirmativo, indique el contexto

a. Sí b. No

Contexto: _____

10. ¿Conoce las competencias PISA 2003?

a. Sí b. No

En caso, su respuesta fuese afirmativa, enumere las competencias matemáticas PISA 2003 que conozca.

- 1) _____
- 2) _____
- 3) _____
- 4) _____
- 5) _____
- 6) _____
- 7) _____
- 8) _____

11. ¿Los aprendizajes matemáticos los evalúa por:

a. Objetivos? b. Competencias? c. Otros _____

Describa los instrumentos que utiliza para evaluar estos aprendizajes.

Muchas gracias.

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

**Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas
PISA 2003****Profesora: Norma Rubio Goycochea**
Dimensiones, componentes o variables¹

Las dimensiones, componentes o variables consideradas en la elaboración de los problemas PISA 2003 son: Situaciones y contextos; subescala (ideas principales); y niveles de complejidad.

- **Situación y contexto:** La situación es la parte del mundo del estudiante en la que se localizan los ejercicios que se le plantean. El contexto de un ejercicio lo constituye el modo concreto en que ésta se presenta dentro de una situación. Engloba los elementos específicos utilizados en el enunciado del problema que el ejercicio plantea.
 - Situación Personal:* su vida personal (la más cercana al estudiante).
 - Situación Educativa o laboral:* la vida escolar, la vida laboral y el ocio.
 - Situación Pública:* vida en la comunidad local y la sociedad tal y como se presentan en la vida diaria.
 - Situación Científica:* se encuentra a mucha distancia de las anteriores.
- **Subescala:** bloque de contenidos a los que hace referencia el problema:
 - Cantidad:* Esta idea principal se centra en la necesidad de cuantificar para organizar el mundo. La *cantidad* tiene que ver con el procesamiento y comprensión de los números que de diferentes maneras se nos presentan.
 - Espacio y forma.* Las regularidades se encuentran en todas partes, así las encontramos en el habla, la música, los vídeos, el tráfico, las construcciones y el arte. Las formas pueden considerarse regularidades y las regularidades geométricas pueden servir como modelos relativamente simples de muchas clases de hechos.
 - Cambio y relaciones.* Cualquier fenómeno natural constituye una manifestación de cambio. Algunos de estos procesos de cambio comportan funciones matemáticas simples y pueden describirse o modelarse mediante ellas: funciones lineales, exponenciales, periódicas o logarítmicas, tanto discretas como continuas.
 - Incertidumbre.* La actual “sociedad de la información” proporciona un gran número de informaciones que a menudo se presentan como precisas, científicas y en diverso grado ciertas. La *incertidumbre* está pensada para sugerir dos temas relacionados: los datos y el azar. Estos dos fenómenos son objeto de estudio matemático por parte de la estadística y de la probabilidad, respectivamente.

ANEXO 18

ACTIVIDAD 1 (TRABAJO INDIVIDUAL)

Determine la situación y el contexto, y la subescala a las cuales corresponde cada uno de los problemas siguientes:

Problema: INTERÉS

Se ingresan 1.000 zeds en una cuenta de ahorro en un banco con un tipo de interés del 4%. ¿Cuántos zeds habrá en la cuenta al cabo de un año?

Subescala	Situación y contexto

Problema: DISTANCIA

María vive a dos kilómetros de su colegio y Martín a cinco. ¿A qué distancia viven el uno del otro?

Subescala	Situación y contexto

ⁱ Tomado de Marcos Teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas. OCDE (2004). p. 42-47

ANEXO 19

Pontificia Universidad Católica del Perú

2010-1

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

Grupos de competencias (Niveles de complejidad)¹

Primer nivel. Reproducción y procedimientos rutinarios.

Las competencias de este grupo implican esencialmente a la reproducción del conocimiento estudiado. Incluyen aquellas que se emplean más frecuentemente en las pruebas estandarizadas y en los libros de texto: conocimiento de hechos, representaciones de problemas comunes, reconocimiento de equivalentes, recopilación de propiedades y objetos matemáticos familiares, ejecución de procedimientos rutinarios, aplicación de destrezas técnicas y de algoritmos habituales, el manejo de expresiones con símbolos y fórmulas establecidas y realización de cálculos.

Ejemplo 1: ¿Cuál es la media de 7, 12, 8, 14, 15, 9?

Segundo nivel. Conexiones e integración para resolver problemas estándar.

Las competencias del grupo de conexión se apoyan sobre las del grupo de reproducción, conduciendo a situaciones de solución de problemas que ya no son de mera rutina, pero que aún incluyen escenarios familiares o casi familiares.

Los aspectos de este grupo normalmente exigen alguna evidencia de la integración y vinculación del material derivado de las diferentes ideas principales, de las diversas líneas curriculares matemáticas o de la conexión de las varias representaciones de un problema.

Ejemplo 2: Los dos siguientes anuncios aparecieron en un diario de un país cuya unidad monetaria es el zed.

EDIFICIO A

Se alquilan oficinas

58-95 metros cuadrados

475 al mes

100-120 metros cuadrados

800 zeds al mes

EDIFICIO B

Se alquilan oficinas

35-260 metros cuadrados

90 zeds por metro
cuadrado al año

Si una empresa está interesada en alquilar una oficina de 110 metros cuadrados en ese país durante un año, ¿en qué edificio de oficinas, A o B, deberá alquilar la oficina para conseguir el precio más bajo? Escribe tus cálculos.

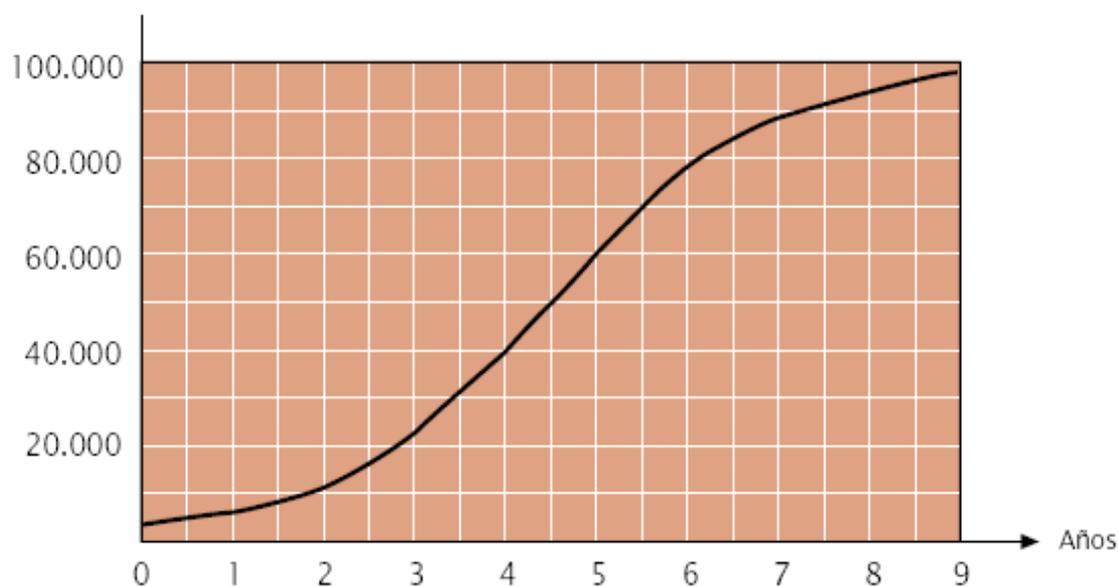
ANEXO 19

Tercer nivel, Reflexión, Razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

Las competencias de este grupo incluyen un elemento de reflexión por parte del estudiante sobre los procesos necesarios o empleados para resolver un problema, así como, creatividad para identificar conceptos o enlazar conocimientos de distintas procedencias. Relacionan las capacidades de los alumnos para planificar estrategias de resolución y aplicarlas en escenarios de problema que contienen más elementos y pueden ser más «originales» (o inusuales) que los del grupo de conexión, exigen generalización y explicación o justificación de los resultados.

Ejemplo 3: CRECIMIENTO DE LA POBLACIÓN DE PECES

Se repobló con peces un canal fluvial. El gráfico muestra un modelo de cómo ha crecido el peso total de los peces en el canal fluvial.



Supón que un pescador decide esperar unos años antes de empezar a pescar los peces del canal fluvial. ¿Cuántos años deberá esperar si desea maximizar el número de peces que pueda coger a partir de ese año? Razona tu respuesta.

¹ Tomado de Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas. OCDE (2004). p. 42-47

ANEXO 20

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea
Dimensiones, componentes o variables¹

ACTIVIDAD 2 (TRABAJO INDIVIDUAL)

Considere los siguientes problemas PISA:

TIEMPO DE REACCIÓN (1)

En una carrera de velocidad, el tiempo de reacción es el tiempo que transcurre entre el disparo de salida y el instante en que el atleta abandona el taco de salida. El tiempo final incluye tanto el tiempo de reacción como el tiempo de carrera. En la tabla siguiente figura el tiempo de reacción y el tiempo final de 8 corredores e una carrera de velocidad de 100 metros.

Calle	Tiempo de reacción (s)	Tiempo final (s)
1	0,147	10,09
2	0,136	9,99
3	0,197	9,87
4	0,180	No acabó la carrera
5	0,210	10,17
6	0,216	10,04
7	0,174	10,08
8	0,193	10,13



Identifica a los corredores que ganaron las medallas de oro, plata y bronce en esta carrera. Completa la tabla siguiente con su número de calle, su tiempo de reacción y su tiempo final.

Medalla	Calle	Tiempo de reacción (s)	Tiempo final (s)
ORO			
PLATA			
BRONCE			

¹ Problemas tomados de Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas. OCDE (2004).

ANEXO 20

TIEMPO DE REACCIÓN (2)

Hasta la fecha, nadie ha sido capaz de reaccionar al disparo de salida en menos de 0,110 segundos. Si el tiempo de reacción registrado para un corredor es inferior a 0,110 segundos, entonces se considera que se ha producido una salida falsa porque el corredor tiene que haber salido antes de oír la señal. Si el tiempo de reacción del corredor que ha ganado la medalla de bronce hubiera sido menor, ¿podría haber ganado la medalla de plata? Justifica tu respuesta.

Determine la subescala (cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones, incertidumbre), situación (personal, educativa o laboral, pública o científica), contexto (intramatemático o extramatemático) y el nivel de complejidad (reproducción, conexión o reflexión) que corresponden a cada uno de los problemas dados.

ANEXO 21

Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

Hoja de respuestas: Análisis de dimensiones

TRABAJO EN GRUPOS

Determine la subescala (cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones, incertidumbre), situación (personal, educativa o laboral, pública o científica), contexto (intramatemático o extramatemático) y el nivel de complejidad (reproducción, conexión o reflexión) correspondientes a cada uno de los problemas siguientes:

Problema: INTERÉS

Subescala:	Situación y contexto:	Nivel de complejidad:
------------	-----------------------	-----------------------

¿Ha desarrollado con sus alumnos un problema parecido? SI NO

Solución del problema:

ANEXO 21

Pontificia Universidad Católica del Perú

2010-1

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Problema: DISTANCIA

Subescala:	Situación y contexto:	Nivel de complejidad:
------------	-----------------------	-----------------------

¿Ha desarrollado con sus alumnos un problema parecido? SI NO

Solución del problema:

ANEXO 21

Problema: TIEMPO DE REACCIÓN (1)

Subescala:	Situación y contexto:	Nivel de complejidad:
------------	-----------------------	-----------------------

¿Ha desarrollado con sus alumnos un problema parecido? SI NO

Solución del problema:

ANEXO 21

Pontificia Universidad Católica del Perú

2010-1

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Problema: TIEMPO DE REACCIÓN (2)

Subescala:	Situación y contexto:	Nivel de complejidad:
------------	-----------------------	-----------------------

¿Ha desarrollado con sus alumnos un problema parecido? SI NO

Solución del problema:

ANEXO 22

Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

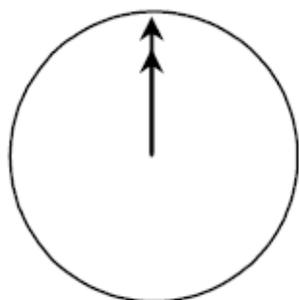
Profesora: Norma Rubio Goycochea
Análisis de dimensiones o variables

Considere cada uno de los siguientes problemas:

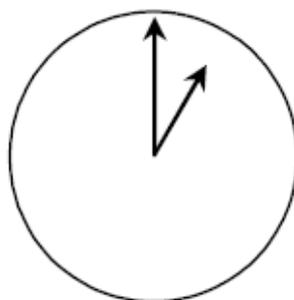
CHATEAR¹

Mark (de Sydney, Australia) y Hans (de Berlín, Alemania) se comunican a menudo a través de Internet mediante el **chat**. Tienen que conectarse a Internet a la vez para poder "chatear".

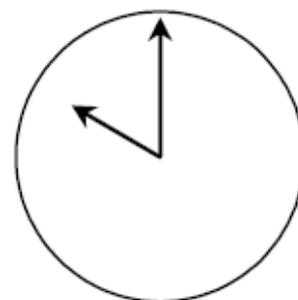
Para encontrar una hora apropiada para chatear, Mark buscó un mapa horario mundial y halló lo siguiente:



Greenwich 12 de la noche



Berlín 1:00 de la noche



Sydney 10:00 de la mañana

1. Cuando son las 7:00 de la tarde en Sydney, ¿qué hora es en Berlín?
2. Mark y Hans no pueden chatear entre las 9:00 de la mañana y las 4:30 de la tarde, de sus respectivas horas locales, porque tienen que ir al colegio. Tampoco pueden desde las 11:00 de la noche hasta las 7:00 de la mañana, de sus respectivas horas locales, porque estarán durmiendo. ¿A qué horas podrían chatear Mark y Hans? Escribe las respectivas horas locales en la tabla.

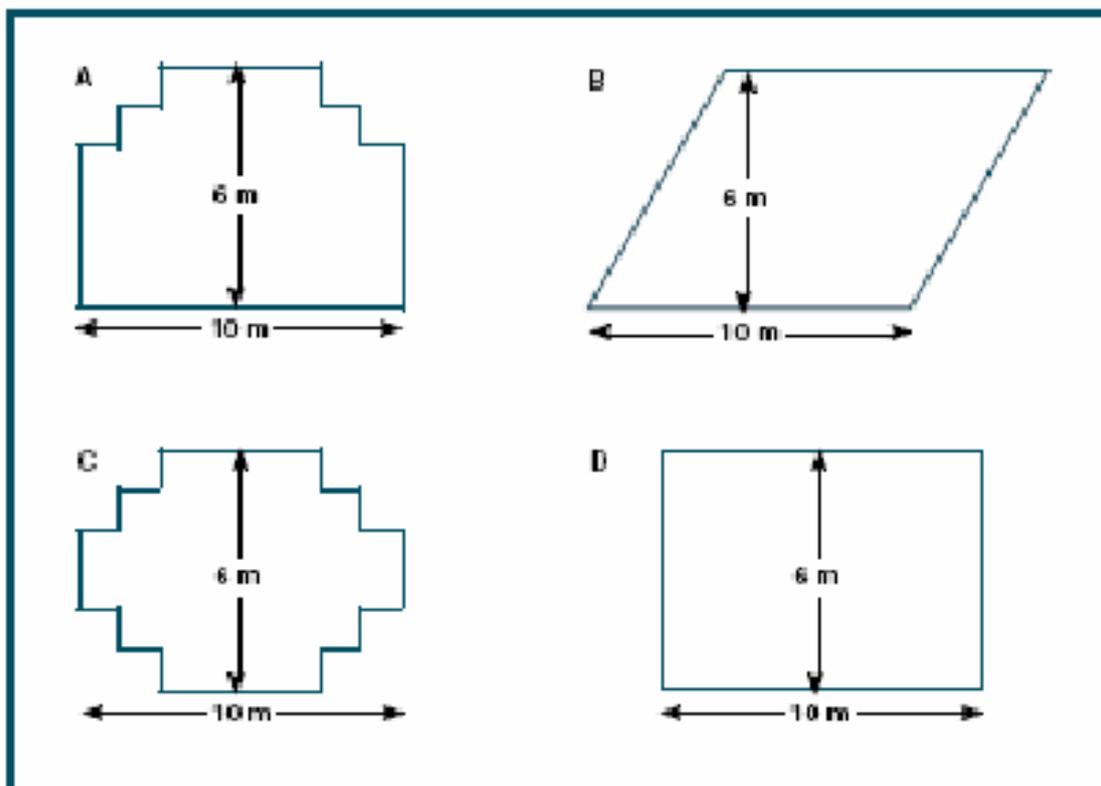
Lugar	Hora
Sydney	
Berlín	

¹ Tomado del Problema "Chatear" de Pisa 2003 Pruebas de Matemáticas y Solución de problemas

ANEXO 22

CARPINTERO (adaptado)

Un carpintero tiene 32 metros de madera y quiere construir una pequeña valla alrededor de un parterre en el jardín. Está considerando los siguientes diseños para el parterre.



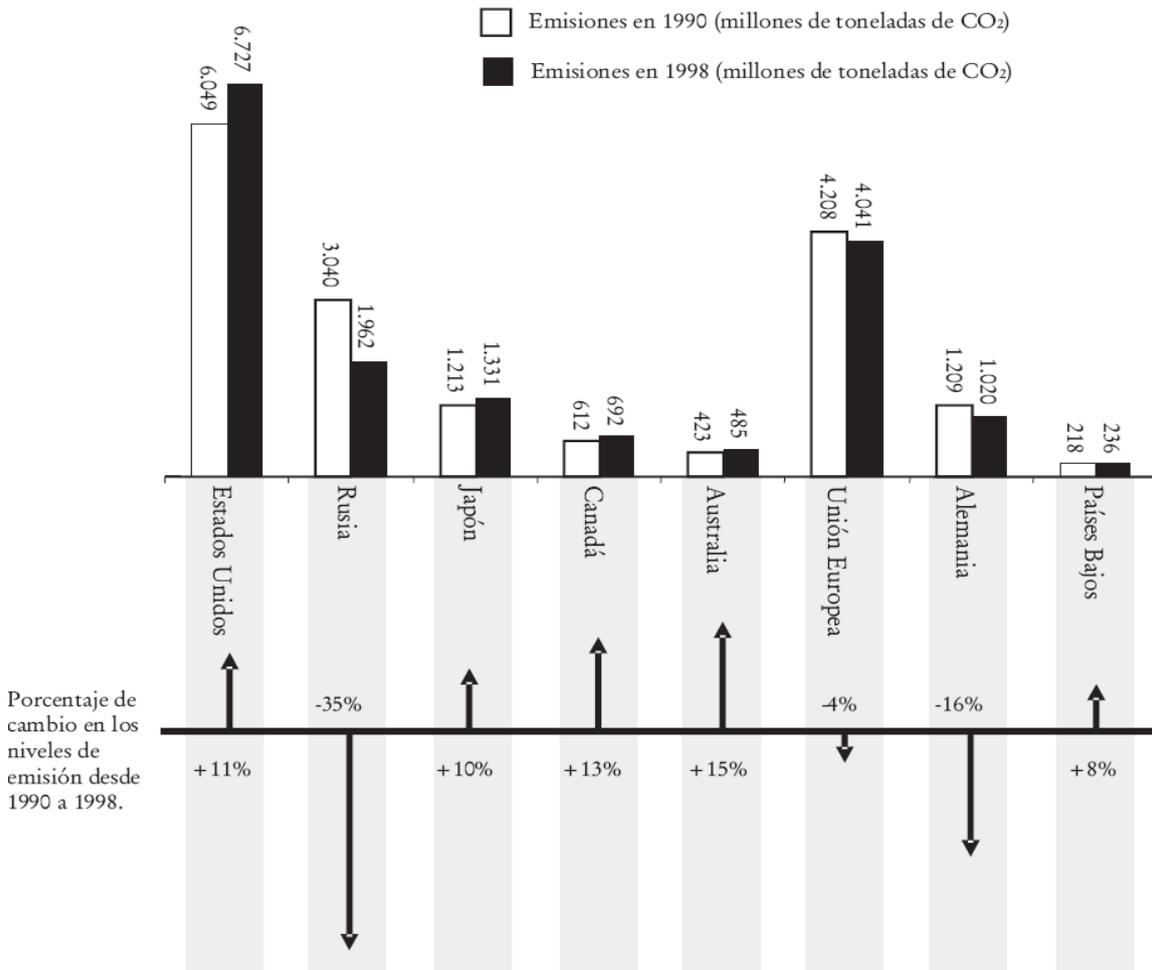
Para cada uno de los diseños anteriores A, B, C, D explica si se puede tapiar o no el parterre con los 32 metros de madera. Debes responder con un **sí** puedes hacerlo o un **no** puedes hacerlo, y por qué.

ANEXO 22

LOS NIVELES DE CO₂²

Muchos científicos temen que el aumento del nivel de gas CO₂ en nuestra atmósfera esté causando un cambio climático.

El diagrama siguiente muestra los niveles de emisión de CO₂ en 1990 (las barras claras) de varios países (o regiones), los niveles de emisión en 1998 (las barras oscuras), y el porcentaje de cambio en los niveles de emisión entre 1990 y 1998 (las flechas con porcentajes).



² Tomado del Problema “Los niveles de emisión de CO₂” de Pisa 2003 Pruebas de Matemáticas y Solución de problemas

ANEXO 22

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

1. *En el diagrama se puede leer que el aumento de emisiones de CO₂ en Estados Unidos entre 1990 y 1998 fue del 11%. Escribe los cálculos para demostrar cómo se obtiene este 11% .*
2. *Luisa analizó el diagrama y afirmó que había descubierto un error en el porcentaje de cambio de los niveles de emisión: “El descenso del porcentaje de emisión en Alemania (16%) es mayor que el descenso del porcentaje de emisión en toda la Unión Europea (total de la UE, 4%). Esto no es posible, ya que Alemania forma parte de la Unión Europea”. ¿Estás de acuerdo con Luisa cuando dice que esto no es posible? Da una explicación que justifique tu respuesta.*

ANEXO 23

Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

Hoja de respuestas 2: Análisis de dimensiones

TRABAJO EN GRUPOS

Determine la subescala (cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones, incertidumbre), situación (personal, educativa o laboral, pública o científica), contexto (intramatemático o extramatemático) y el nivel de complejidad (reproducción, conexión o reflexión) correspondientes a cada uno de los problemas siguientes.

Problema: Pregunta 1. CHATEAR

Subescala:

Situación y contexto:

Nivel de complejidad:

Justifique la elección del nivel de complejidad:

¿Ha desarrollado con sus alumnos un problema parecido? SI NO

Solución del problema:

ANEXO 23

Pontificia Universidad Católica del Perú

2010-1

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Problema: Pregunta 2. CHATEAR

Subescala:

Situación y contexto:

Nivel de complejidad:

Justifique la elección del nivel de complejidad:

¿Ha desarrollado con sus alumnos un problema parecido? SI NO

Solución del problema:

ANEXO 23

Problema: CARPINTERO (adaptado)

Subescala:

Situación y contexto:

Nivel de complejidad:

Justifique la elección del nivel de complejidad:

¿Ha desarrollado con sus alumnos un problema parecido? SI NO

Solución del problema:

ANEXO 23

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Problema: Pregunta 1. NIVELES DE CO₂

Subescala:

Situación y contexto:

Nivel de complejidad:

Justifique la elección del nivel de complejidad:

¿Ha desarrollado con sus alumnos un problema parecido? SI NO

Problema: Pregunta 2. NIVELES DE CO₂

Subescala:

Situación y contexto:

Nivel de complejidad:

Justifique la elección del nivel de complejidad:

¿Ha desarrollado con sus alumnos un problema parecido? SI NO

ANEXO 24

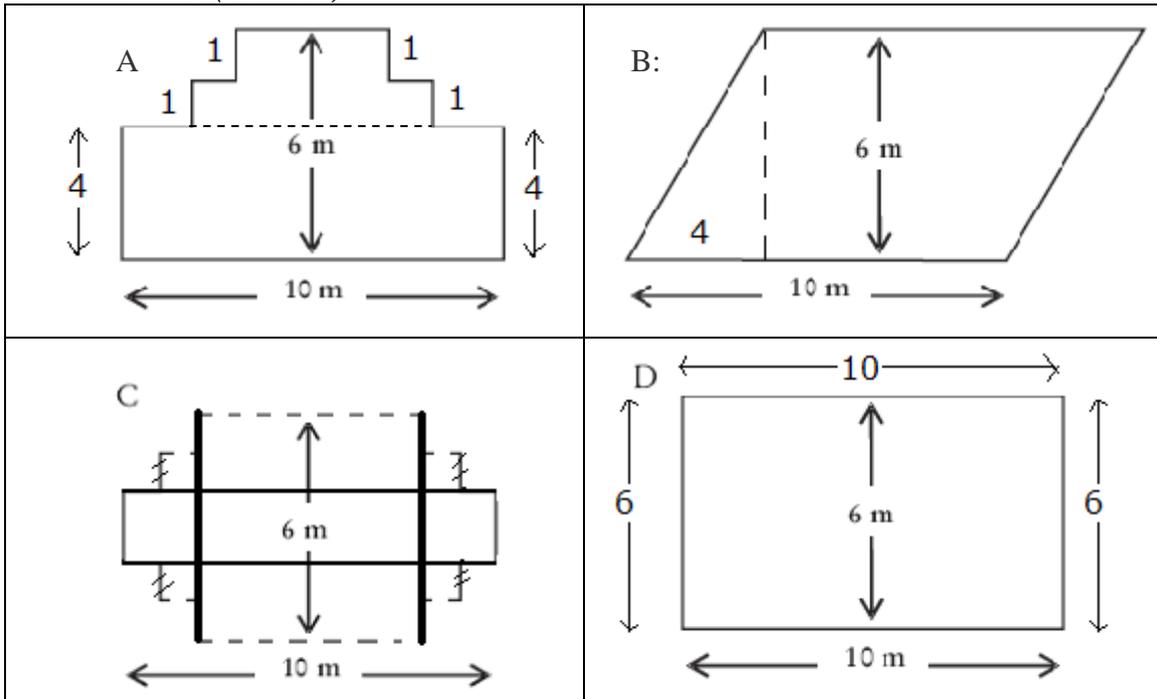
Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

Análisis de competencias

A continuación se reproduce la solución de un alumno al problema adaptado de PISA 2003, (ver material: sesión 2-1), ¿qué competencias matemáticas ha desarrollado dicho alumno?

CARPINTERO (Solución)



Los diferentes parterres (A, B, C, D) que podrían ser tapiados con 32m. de madera:

A: A: Primero he calculado ~~el área~~ el perímetro del rectángulo principal (4.2+10.2), ya que aunque esta figura tiene elevaciones, las líneas horizontales acaban de completar el rectángulo interior.

Después he sumado los cuatro metros de franja verticales, responsables de la "descomposición" del rectángulo $28+4=32\text{m}$.

B: En este no sería posible ya que faltarían los cálculos de la diagonal, esto sería más metros de los que tocaba para tapiar $\sqrt{6^2 + 4^2} = 8,4\text{m}$ 7,2m.

Los ~~8,4m~~ sumados a los 10 de longitud que ya dicen ~~37~~ (7,2.2+10.2)
7,2m 34m

C: Aquí voy a aplicar el mismo sistema que en la figura A, será en este caso mediante 2 rectángulos diferentes y del más largo tomo y hago la suma de 10m 2 veces y del que falta tomo las verticales los 6m, 32 m.

D: Es igual a sumar las distancias de los costados (perímetro) $6 + 6 + 10 + 10 = 32\text{m}$.

ANEXO 25

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

Tabla 1. Competencias PISA/OCDE

Pensar y razonar	Formular preguntas características de las matemáticas («Hay...?», «En ese caso, ¿cuántos?», «Cómo puedo hallar...» y conocer los tipos de respuestas que dan las matemáticas a esas preguntas.
	Diferenciar entre los diferentes tipos de afirmaciones (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, aseveraciones condicionadas).
	Comprender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.
Argumentación	Saber lo que son las pruebas matemáticas y en qué se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático.
	Crear y plasmar argumentos matemáticos.
	Tener un sentido heurístico («¿Qué puede o no puede pasar y por qué?»).
Comunicación	Expresarse de diferentes maneras, tanto oralmente como por escrito, sobre temas de contenido matemático
	Entender afirmaciones orales y escritas de otras personas sobre matemáticas.
Construcción de modelos	Estructurar el campo o situación que se quiere modelar.
	Interpretar los modelos matemáticos en términos de “realidad”. Traducir la realidad a estructuras matemáticas.
	Trabajar con un modelo matemático.
	Reflexionar, analizar y criticar un modelo y sus resultados. Comunicar opiniones acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones).
	Dirigir, controlar el proceso de construcción de modelos y validarlo.

ANEXO 25

Formulación y resolución problemas	Representar, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (por ejemplo, “puros”, “aplicados”, “abiertos” y “cerrados”).
	Resolución de diferentes tipos de problemas matemáticos de diversas maneras.
Representación	Descodificar y codificar, traducir, interpretar y diferenciar entre las diversas formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos y las interrelaciones entre las varias representaciones.
	Seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación dependiendo de la situación y el propósito.
Empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico, formal y técnico	Descodificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal y comprender su relación con el lenguaje natural.
	Manejar afirmaciones y expresiones que contienen símbolos y fórmulas tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.
	Traducir del lenguaje natural al simbólico/formal.
Empleo de soportes y herramientas	Conocer y ser capaz de emplear soportes y herramientas (entre ellas, tecnologías de la información), que puedan ayudar en la actividad matemática.
	Conocer las limitaciones de tales soportes y herramientas.

ANEXO 26

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

Hoja de respuesta 3. Análisis de Competencias

TRABAJO EN GRUPOS

¿Cuáles son las competencias activadas en la solución dada del problema del CARPINTERO (adaptado)?

A continuación, debe marcar su respuesta con una X y justificar la elección de la competencia y el nivel, en caso corresponda.

(Nota: En caso de que su respuesta no quepa en este espacio rectangular, utilice una hoja en blanco colocando el nombre y el número de la competencia)

Competencia	Justificación de elección
<p>I. Pensar y razonar</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>
<p>II. Argumentación</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>

ANEXO 26

<p>III. Comunicación</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>
<p>IV. Modelación</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>

ANEXO 26

Pontificia Universidad Católica del Perú

2010-1

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

<p>V. Formulación y resolución de Problemas</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>
<p>VI. Representación</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>

ANEXO 26

<p>VII. Empleo de operaciones y de un el lenguaje simbólico, formal y técnico</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>
<p>VIII. Empleo de soportes y herramientas</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>

ANEXO 27

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

Cuestionario 2

Marque con una X, sobre la letra respectiva, la opción más cercana a su propia apreciación o responda a la pregunta según corresponda. Mucho agradeceremos que conteste el presente cuestionario con la mayor sinceridad posible.

1. Usted ha egresado de la especialidad de:
 a. Educación Primaria b. Educación Secundaria c. Matemáticas
 d. Ciencias e. Otra:
2. Usted se identifica como profesor de:
 a. Primaria b. Secundaria c. Centro Pre Universitario
 d. Universidad e. Otro: _____
3. ¿Cree usted que pudo determinar, sin dificultades, las competencias activadas en la solución del alumno proporcionada, correspondiente al problema del CARPINTERO (adaptado), ayudado por la Tabla 1. Competencias PISA/OCDE?
Explique su respuesta.
 a. Útil (los descriptores son claros y precisos) b. Poco útil (los descriptores no son claros ni precisos)

Explicación:

Muchas gracias.

ANEXO 28

Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

Tabla 2. Competencias y Niveles de complejidad PISA/OCDE

		Primer Nivel: Reproducción	Segundo Nivel: Conexiones	Tercer Nivel: Reflexión
Pensar y razonar	Formular preguntas características de las matemáticas («Hay...?», «En ese caso, ¿cuántos?», «Cómo puedo hallar...» y conocer los tipos de respuestas que dan las matemáticas a esas preguntas.	Formular las preguntas más simples («¿cuántos...?», «¿cuánto es...?») y comprender los consiguientes tipos de respuesta («tantos», «tanto»	Formular preguntas («¿cómo hallamos...?», «¿qué tratamiento matemático damos...?») y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.);	Formular preguntas («¿cómo hallamos...? », «¿qué tratamiento matemático damos...?», «¿cuáles son los aspectos esenciales del problema o situación...?») y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, especificación de los puntos clave, etc.)
	Diferenciar entre los diferentes tipos de afirmaciones (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, aseveraciones condicionadas.	Distinguir entre definiciones y afirmaciones.	Distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas.	Distinguir entre definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis y afirmaciones sobre casos especiales y articular de modo activo o reflexionar sobre estas distinciones.
	Comprender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.	Comprender y emplear conceptos matemáticos en el mismo contexto en el que se introdujeron por primera vez o en el que se han practicado subsiguientemente.	Comprender y emplear conceptos matemáticos en contextos que difieren ligeramente de aquellos en los que se introdujeron por primera vez o en los que se han practicado después.	Comprender y emplear conceptos matemáticos en contextos nuevos o complejos; comprender y tratar la amplitud y los límites de los conceptos matemáticos dados y generalizar los resultados.

ANEXO 28

Competencias matemáticas PISA/OCDE.

		Primer Nivel: Reproducción	Segundo Nivel: Conexiones	Tercer Nivel: Reflexión
Argumentación	Saber lo que son las pruebas matemáticas y en qué se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático.		Razonar matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento.	Razonar matemáticamente de manera sencilla, distinguiendo entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento.
	Crear y plasmar argumentos matemáticos.		Crea y expresa un razonamiento matemático de manera simple.	Seguir, evaluar y elaborar encadenamientos de argumentos matemáticos de diferentes tipos.
	Tener un sentido heurístico («¿Qué puede o no puede pasar y por qué?»).		Tener sentido de la heurística.	Emplear la heurística (p. e. «qué puede o no puede pasar y por qué?», «¿qué sabemos y qué queremos obtener?», «¿cuáles son las propiedades esenciales?», «¿cómo están relacionados los diferentes objetos?»).

ANEXO 28

		Primer Nivel: Reproducción	Segundo Nivel: Conexiones	Tercer Nivel: Reflexión
Comunicación	Expresarse de diferentes maneras, tanto oralmente como por escrito, sobre temas de contenido matemático	Comprender y expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares, mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.	Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que engloban desde cómo reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares o cómo explicar los cálculos y sus resultados (normalmente de más de una manera) hasta explicar asuntos que implican relaciones.	Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que engloban desde cómo reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares o explicar cálculos y resultados (normalmente de más de una manera) a explicar asuntos que implican relaciones complejas, entre ellas relaciones lógicas.
	Entender afirmaciones orales y escritas de otras personas sobre matemáticas.	Entender cuestiones matemáticas sencillas propuestas por otros (profesor, libro de texto, etc.) relacionadas con la aplicación de propiedades conocidas, realizar cálculos utilizando algoritmos conocidos, etc.	Entender cuestiones matemáticas propuestas por otros (profesor, libro de texto, etc.) cuya resolución no es inmediata ni se limita a la aplicación de propiedades y algoritmos ya conocidos y utilizados (por ejemplo, cuando se presentan problemas contextualizados que exigen un cierto proceso de descontextualización no inmediato) aunque el alumno puede tener una cierta idea de cómo abordarlo.	Entender cuestiones matemáticas cuya resolución no es inmediata ni se tiene de entrada una idea de cómo abordarlas.

ANEXO 28

		Primer Nivel: Reproducción	Segundo Nivel: Conexiones	Tercer Nivel: Reflexión
Construcción de modelos	Estructurar el campo o situación que se quiere modelar.		Estructurar el campo o situación del que hay que realizar el modelo.	Estructurar el campo o situación compleja del que hay que realizar el modelo.
	Interpretar los modelos matemáticos en términos de “realidad”. Traducir la realidad a estructuras matemáticas.	Reconocer, recopilar, activar y aprovechar modelos familiares bien estructurados. Pasar sucesivamente de los diferentes modelos (y sus resultados) a la realidad y viceversa para lograr una interpretación.	Traducir la «realidad» a estructuras matemáticas en contextos que no son demasiado complejos pero que son diferentes a los que están acostumbrados los estudiantes. Saber interpretar alternando los modelos (y de sus resultados) y la realidad.	Traducir la realidad a estructuras matemáticas en contextos complejos o muy diferentes a los que están acostumbrados los estudiantes y pasar alternando de los diferentes modelos (y sus resultados) a la «realidad».
	Trabajar con un modelo matemático.	Trabaja con un modelo matemático muy simple, previamente conocido y que ya ha sido aplicado.	Trabajo con modelos matemáticos más o menos conocidos.	Un modelo matemático (construido) en contextos nuevos.
	Reflexionar, analizar y criticar un modelo y sus resultados. Comunicar opiniones acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones).	Comunicar de manera elemental los resultados del modelo.	Comunicar los resultados del modelo.	Reflexionar analizando, realizando críticas y llevando a cabo una comunicación más compleja sobre los modelos y su construcción.
	Dirigir, controlar el proceso de construcción de modelos y validarlo			Recopilar información y datos, supervisar el proceso de construcción de modelos y validar el modelo resultante.

ANEXO 28

		Primer Nivel: Reproducción	Segundo Nivel: Conexiones	Tercer Nivel: Reflexión
Formulación y Resolución de Problemas	Representar, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (por ejemplo, “puros”, “aplicados”, “abiertos” y “cerrados”).	Exponer y formular problemas reconociendo y reproduciendo problemas ya practicados de manera cerrada.	Plantear y formular problemas más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma cerrada.	Exponer y formular problemas mucho más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma cerrada.
	Resolución de diferentes tipos de problemas matemáticos de diversas maneras.	Resolver problemas utilizando enfoques y procedimientos estándar, normalmente de una única manera.	Resolver tales problemas mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más independientes que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y distintas formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones).	Resolver tales problemas mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más originales que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones). Reflexionar sobre las estrategias y las soluciones.

ANEXO 28

		Primer Nivel: Reproducción	Segundo Nivel: Conexiones	Tercer Nivel: Reflexión
Representación	Descodificar y codificar, traducir, interpretar y diferenciar entre las diversas formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos y las interrelaciones entre las varias representaciones.	Descodificar, codificar e interpretar representaciones de objetos matemáticos previamente conocidos de un modo estándar que ya ha sido practicado	Descodificar, codificar e interpretar formas de representación más o menos familiares de los objetos matemáticos. Traducir y diferenciar entre diferentes formas de representación.	
	Seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación dependiendo de la situación y el propósito.	El paso de una representación a otra sólo se exige cuando ese paso mismo es una parte establecida de la representación.	Seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos.	Seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos y traducir y diferenciar entre ellas. Combinar representaciones de manera creativa e inventar nuevas.

ANEXO 28

		Primer Nivel: Reproducción	Segundo Nivel: Conexiones	Tercer Nivel: Reflexión
Empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico, formal y técnico	Descodificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal y comprender su relación con el lenguaje natural.	Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico rutinario que ya se ha practicado en situaciones y contextos sobradamente conocidos.	Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico básico en situaciones y contextos menos conocidos.	Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico ya practicado en situaciones y contextos desconocidos.
	Manejar afirmaciones y expresiones que contienen símbolos y fórmulas tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.	Manejar afirmaciones sencillas y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos mediante procedimientos rutinarios.	Manejar afirmaciones sencillas y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos mediante procedimientos familiares.	Manejar afirmaciones y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos. Saber tratar con expresiones y afirmaciones complejas y con lenguaje simbólico o formal inusual.
	Traducir del lenguaje natural al simbólico/formal.	Traducir del lenguaje natural al simbólico/formal en situaciones y en contextos sobradamente conocidos	Traducir del lenguaje natural al simbólico/formal situaciones y en contextos menos conocidos	Realizar traducciones entre este lenguaje y el lenguaje natural en situaciones y en contextos desconocidos.

ANEXO 28

		Primer Nivel: Reproducción	Segundo Nivel: Conexiones	Tercer Nivel: Reflexión
Empleo de soportes y herramientas	Conocer y ser capaz de emplear soportes y herramientas (entre ellas, tecnologías de la información), que puedan ayudar en la actividad matemática.	Conocer y ser capaz de emplear soportes y herramientas familiares en contextos, situaciones y procedimientos similares a los ya conocidos y practicados a lo largo del aprendizaje.	Conocer y ser capaz de emplear soportes y herramientas familiares en contextos, situaciones y maneras diferentes a las introducidas y practicadas a lo largo del aprendizaje.	Conocer y ser capaz de emplear soportes y herramientas familiares o inusuales en contextos, situaciones y formas bastante diferentes a las ya introducidas y practicadas.
	Conocer las limitaciones de tales soportes y herramientas.			Reconocer las limitaciones de tales soportes y herramientas.

ANEXO 29

Taller: Evaluación de las competencias matemáticas en las pruebas PISA 2003

Profesora: Norma Rubio Goycochea

Hoja de respuesta 4. Análisis de Competencias

TRABAJO EN GRUPOS

¿Cuáles son las competencias activadas en la solución dada del problema:
_____?

A continuación, debe marcar su respuesta con una X y justificar la elección de la competencia y el nivel, en caso corresponda.

(Nota: En caso de que su respuesta no quepa en este espacio rectangular, utilice una hoja en blanco colocando el nombre y el número de la competencia)

Competencia	Justificación de elección
<p>I. Pensar y razonar</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>
<p>II. Argumentación</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>

ANEXO 29

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

<p>III. Comunicación</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>
<p>IV. Modelación</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>

ANEXO 29

<p>V. Formulación y resolución de Problemas</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>
<p>VI. Representación</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>

ANEXO 29

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

<p>VII. Empleo de operaciones y de un el lenguaje simbólico, formal y técnico</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>
<p>VIII. Empleo de soportes y herramientas</p> <p>NO <input type="checkbox"/></p> <p>SI <input type="checkbox"/></p>	<p>No puedo precisar el nivel <input type="checkbox"/></p> <p>Reproducción <input type="checkbox"/> Conexión <input type="checkbox"/> Reflexión <input type="checkbox"/></p> <p>Justificación</p>

ANEXO 30

Cuadro 9.1. Registro de respuestas a las preguntas 6-11 del cuestionario 1

	p 6 ¿Considera "claro" el concepto de CM?	Pregunta 7. ¿Qué entiende por competencia matemática?							Pregunta 8 ¿Está capacitado para evaluar CM?	Pregunta 9 ¿Ha oído hablar de CM PISA?	Pregunta 10 ¿Conoce las CM PISA 2003?	Pregunta 11 ¿Evalúa por (a) objetivos (b) competencias (c) otro
		Circular	En Blanco/ Sin Relación	PROCESO	Saber	Saber hacer		Contexto: Resolver problema				
Habilidad	Capacidad											
PP1	NO			X					NS	NO	NO	Competencias: "Participal, lluvias de ideas, saberes previos, examen escrito, examen oral practicas dirigidas".
PP2	NO			X					NO	NO	NO	Competencias
PP3	Sí		SR						Sí	NO	NO	Otros: "INDICADORES- Razonamiento matemático, la reflexión crítica, intervenciones orales, pruebas escritas, practicas calificadas"
PP4	NO			X					NO	Sí	NO	Competencias: "Indicadores"
PP5	NS				X				Sí	NO	NO	Competencias: " Pruebas orales, pruebas escritas, registro de evolución"
PP6	NS				X				NS	NO	NO	Competencias: "Registros de evaluación, pruebas, escritas, pruebas orales, trabajos prácticos"

	p 6 ¿Considera "claro" el concepto de CM?	Pregunta 7. ¿Qué entiende por competencia matemática?							Pregunta 8 ¿Está capacitado para evaluar CM?	Pregunta 9 ¿Ha oído hablar de CM PISA?	Pregunta 10 ¿Conoce las CM PISA 2003?	Pregunta 11 ¿Evalúa por (a) objetivos (b) competencias (c) otro
		Circular	En Blanco/ Sin Relación	PROCESO	Saber	Saber hacer		Contexto: Resolver problema				
					Habilidad	Capacidad						
PP7	NS			X					NS	NO	NO	Competencias
PP8	Sí				X				Sí	Sí	NO	Competencias: "trabajos prácticos, pruebas escritas, intervenciones orales, practicas edificadas"
PP9	Sí					X			NO	NO	NO	Competencias: "Pruebas orales, pruebas escritas, trabajos en grupo"
PP10	Sí					X			NO	NO	NO	Otras
PP11	NO				X		X		NO		NO	Competencias: "Pruebas escritas, trabajos grupales, practicas evaluadas, intervenciones en clase"
PP12	NO				X				NO	Sí, "mide el conocimiento matemático en el niño".	NO	Competencias: "Prácticas calificadas e intervenciones en clase"
PP13	Sí								NO	Sí, "mide el nivel del niño".	NO	Competencias: "Hojas de aplicación, intervención oral, practicas dirigidas, trabajo en grupo"
PP14	Sí								NO	NO	NO	Competencias: "hojas de aplicación, autoevaluación, prácticas dirigidas, trabajo en grupo"
PS1	Sí		SR						Sí	Sí	NO	Competencias: "Prácticas y trabajos grupales"
PS2	NS		B						NS	NO	NO	Otros
PS3	Sí				X				Sí	Sí. "Son pruebas que evalúan estándares internacionales de matemática".	NO	Otros: Capacidades. "Pruebas objetivas y tablas de cotejo"

	p 6 ¿Considera "claro" el concepto de CM?	Pregunta 7. ¿Qué entiende por competencia matemática?							Pregunta 8 ¿Está capacitado para evaluar CM?	Pregunta 9 ¿Ha oído hablar de CM PISA?	Pregunta 10 ¿Conoce las CM PISA 2003?	Pregunta 11 ¿Evalúa por (a) objetivos (b) competencias (c) otro	
		Circular	En Blanco/ Sin	PROCESO	Saber	Saber hacer		Contexto: Resolver problema					Saber Ser Actitud
						Habilidad	Capacidad						
PS4	NO		B							NO	NO	NO	Competencias: "examen escrito, oral, práctica calificada"
PM1	Sí			X		X		RP		Sí	Sí	NO	Competencias
PM2	NO		SR							NO	Sí. "En los medios de comunicación y en otros cursos"	NO	Otras: "Capacidades. Pruebas objetivas, de desarrollo, orales, trabajos prácticos y las tecnologías".
PM3	NO							RP	X	Sí	Sí. "La prueba PISA tomada en el año 2003 en el Perú"	si.	Otras. Capacidades. "Intervenciones orales, trabajos en equipo, pruebas escritas"
PM4	Sí		SR							Sí	Sí. "Nivel académico"	-	Competencias: "Participación activa, constante, hoja de evaluación, etc."
PM5	NO					X				NO	NO	NO	Otros. Actitudes. "Resuelve, analiza, compara, etc. A través de trabajos en grupo, de selección, orales en clase."
PM6	NO					X	X			SI	NO	NO	Competencias: "Oral, preguntas y respuestas escritas, lecciones, exámenes, pruebas olímpicas"
PM7	NS		B							NO	NO	NO	Objetivos
PM8	NS					X		RP		NO	NO	NO	Objetivos
PM9	Sí						X			SI	NO	NO	Objetivos. "Evaluación práctica"
PM10	NO		SR							NO	NO	NO	Competencias
PO1	Sí	X								Sí	NO	NO	Otros: "Recursos informáticos, estrategias lúdicas, juegos competitivos"

P02	¿6. ¿Considera "claro" el concepto de CM?	Pregunta 7. ¿Qué entiende por competencia matemática?						Pregunta 8. ¿Está capacitado para evaluar CM?	Pregunta 9. ¿Ha oído hablar de CM PISA?	Pregunta 10. ¿Conoce las CM PISA 2003?	Pregunta 11. ¿Evalúa por (a) objetivos (b) competencias (c) otro	
		Circular	En Blanco/ Sin Relación	PROCESO	Saber	Saber hacer						Contexto: Resolver problema
					Habilidad	Capacidad						
P02	NO		B						NS	NO	NO	Objetivos

Nota: Respuestas de profesores asistentes al *I Coloquio Binacional y III Curso Taller sobre la Enseñanza de la Matemática*, 2010. Fuente: Elaboración propia.

ANEXO 31

Cuadro 10.1. Registro de respuestas a las preguntas 6-11 del cuestionario 1

	Pregunta 6 ¿Considera "claro" el concepto de CM?	Pregunta 7. ¿Qué entiende por competencia matemática?						Pregunta 8 ¿Está capacitado para evaluar CM?	Pregunta 9 ¿Ha oído hablar de CM PISA?	Pregunta 10 ¿Conoce las CM PISA 2003?	Pregunta 11 ¿Evalúa por (a) objetivos (b) competencias (c) otro		
		Sin relación	Circular	En Blanco	Saber	Saber hacer						Contexto	Saber Ser Actitud
						Habilidad	Capacidad						
M1	SI				X		X			SI	Si	NO	No evalúo directamente, solo asesoro.
M2	SI				X	X	X			No domino el tema	Sí, lecturas por internet	Sí, pero no las recuerdo	Objetivos y competencias
M3	No muy claro				X	X			X	NO	NO	NO	Objetivos: Prácticas calificadas, intervenciones orales, exámenes escritos.
M4	NO				X		X			No por completo	Sí, un curso en la maestría	Sí	Objetivos: Evaluaciones escritas en cada tema a mitad y fin de curso.

	Pregunta 6 ¿Considera "claro" el concepto de CM?	Pregunta 7. ¿Qué entiende por competencia matemática?							Pregunta 8 ¿Está capacitado para evaluar CM?	Pregunta 9 ¿Ha oído hablar de CM PISA?	Pregunta 10 ¿Conoce las CM PISA 2003?	Pregunta 11 ¿Evalúa por (a) objetivos (b) competencias (c) otro	
		Sin relación	Circular	En Blanco	Saber	Saber hacer		Contexto					Saber Ser Actitud
						Habilidad	Capacidad						
M5	SI					X	X	X		No sabe, no opina	Sí, por coloquios y comentarios de profesores.	NO	Competencias
M6	NO					X				NO	Sí. En la Universidad	NO	Objetivos: A través de resolución de ejercicios
M7	NO				X		X	X		NO	Sí, solo como referencia	NO	Objetivos: Pruebas de desarrollo, pruebas objetivas, lista de cotejo.
M8	NO				X	X				NO	Sí	NO	Competencias: Fichas de aplicación e intervenciones orales.
M9	SI				X				X	NO	SI, internet	NO	Objetivos: Pruebas escritas y orales, trabajos grupales e individuales, lista de cotejos.
M10	NO				X	X				SI	NO	NO	Objetivos. Prácticas calificadas, exámenes parciales y finales, practicas para desarrollar.
M11	NO				X			X		No sabe, no opina	Sí, en las clases de maestría	NO	Objetivos: Evaluaciones escritas, orales, individuales y grupales, ejercicios.

	Pregunta 6 ¿Considera "claro" el concepto de CM?	Pregunta 7. ¿Qué entiende por competencia matemática?						Contexto	Saber Ser Actitud	Pregunta 8 ¿Está capacitado para evaluar CM?	Pregunta 9 ¿Ha oído hablar de CM PISA?	Pregunta 10 ¿Conoce las CM PISA 2003?	Pregunta 11 ¿Evalúa por (a) objetivos (b) competencias (c) otro
		Sin relación	Circular	En Blanco	Saber	Saber hacer							
						Habilidad	Capacidad						
M12	NO		X			X	X			No sabe, no opina	Sí, complementación pedagógica, Maestría en la Enseñanza de la Matemática.	NO	Objetivos: Exámenes diarios, exámenes con alternativa múltiple, intervención oral, cuaderno.

Nota: Respuestas de los estudiantes del curso de Análisis de currículo de Matemáticas de la Maestría de la Enseñanza de las Matemáticas de la PUCP, 2010-1.

ANEXO 32.

Materiales de las sesiones 1 y 2. Ciclo Formativo 2011-2012

CF1. Material 1

El episodio de estudio sucede en una clase de matemáticas con estudiantes de 15 y 16 años de edad (enseñanza obligatoria). La clase está localizada en una escuela secundaria de una gran área de la clase trabajadora de Barcelona, España. El profesor tiene muchos años de experiencia en la enseñanza, algunos de ellos en su actual escuela. En la clase hay 21 estudiantes de diferentes culturas, religiones y capacidades cognitivas, en cambio todos son de un nivel socioeconómico similar (bajo).

Nuestro episodio de 10 minutos sucede durante la segunda semana de clases al inicio del primer semestre del año escolar. Esta es la primera lección donde el profesor propone la dinámica de resolver un problema en pequeños grupos durante la clase entera. El problema es acerca de dos conocidos distritos, uno de los cuales es cercano a la ubicación de la escuela. (ver Figura 1). El año pasado, los estudiantes habían trabajado una unidad centrada en proporcionalidad. Así, se “supuso” que los estudiantes tenían las habilidades matemáticas requeridas para resolver la tarea.

Aquí tienes la población y el área de dos distritos en tu ciudad.

<i>Distrito 1 (N1)</i>	<i>Distrito 2 (N2)</i>
65 075 habitantes	190 030 habitantes
7 km ²	5 km ²

- (i) Discute en cuál de estos dos lugares las personas viven más espaciosamente.
- (ii) Encuentra cuánta gente debería trasladarse de un distrito a otro para vivir en ambos igual de espaciosamente.

Figura 1. Enunciado del problema.

El episodio se inicia cuando Alicia (A), Emilio (E) y Mateo (M), miembros de un grupo, le dicen al profesor que ellos no han hallado una solución común al problema propuesto. El episodio termina cuando el profesor cambia de explorar las ideas del grupo a intentar hacer que otros grupos participen.

ANEXO 32

Materiales de las sesiones 1 y 2. Ciclo Formativo 2011-2012

CF2. Material 2

Tabla 1. Transcripción del episodio.

Representación escrita del discurso de la clase	Notas del investigador
	0 <i>Después de que los estudiantes han trabajado en pequeños grupos alrededor de 30 minutos, el profesor abre la discusión del grupo entero con uno de los grupos. Alicia hace una primera propuesta. Ella está sentada en la misma mesa con Mateo y Emilio.</i>
1 A: Este es un problema acerca de densidades porque los datos son acerca de densidades.	1 <i>Emilio mueve la cabeza en señal de desacuerdo pero luego se ríe mirando a Alicia.</i>
2 T: De acuerdo. (Le dice a Alicia que ella necesita explicarse mejor) [A Alicia]. Nosotros sabemos que tú sabes bastante, pero...	2 <i>El profesor no evalúa como correcto o errado. Él toma una actitud inquisitiva hacia lo que dice Alicia.</i>
3 A: En N1 la densidad es menor que en N2. Eso es todo.	3 <i>Ella no se muestra predispuesta a que le pregunten sobre su solución.</i>
4 T: Emilio dice no.	4 <i>El profesor pregunta indirectamente sobre las ideas de Alicia.</i>
5 E: ¡Yo no lo entiendo! Hay algo que falta.	5 <i>Emilio mira al profesor y luego al observador.</i>
6 T: [A Emilio] ¿Cómo lo has resuelto tú?	6 <i>El profesor está abierto a examinar diferentes soluciones.</i>
7 E: Es claro que aquí [N2] hay más personas y menos espacio. Yo he estado allí. Los pisos son muy pequeños.	7 <i>Emilio propone con entusiasmo un nuevo enfoque al problema. El propone considerar el contexto real.</i>
8 T: De acuerdo. Lo que tú dices está claro, pero entonces cómo respondes a la segunda pregunta.	8 <i>El profesor quiere crear un conflicto a Emilio.</i>
9 E: La segunda pregunta está mal	9 <i>Emilio responde inmediatamente.</i>
10 T: ¿Por qué?	10 <i>El profesor hace una pausa y luego pregunta por sus argumentos.</i>
11 E: Yo no me mudaré solo, yo lo haría con toda mi familia.	11 <i>Emilio y el profesor ríen juntos.</i>
12 T: ¿A qué te refieres?	12 <i>El profesor deja de reír y muestra interés en lo que dice Emilio.</i>
13 E: Yo cambiaría la segunda pregunta.	13 <i>Alicia mueve la cabeza en señal de desacuerdo mientras sonrío a Mateo.</i>
14 T: ¡No empieces de nuevo, Emilio! Tú sabes que los problemas son como son.	14 <i>El profesor se niega inmediatamente a cambiar la segunda pregunta.</i>

ANEXO 32

Materiales de las sesiones 1 y 2. Ciclo Formativo 2011-2012

CF2. Material 2

<p>15 <i>M:</i> A mí no me importa cambiar la pregunta, pero si tú la cambias, nosotros no practicaremos la matemática que el profesor quiere que nosotros practiquemos. Tú puedes hacer esto por ensayo y error, primero empieza con 50 000 personas.</p> <p>16 <i>A:</i> ¡Eso no es matemática!</p> <p>17 <i>E:</i> ¿Por qué esto no es Matemática?</p> <p>18 <i>T:</i> Mejor continuemos. Alicia, ¿cuál es tu opinión?</p> <p>19 <i>A:</i> Yo ya lo dije. Este es un problema de densidades.</p> <p>20 <i>T:</i> Tú sabes lo que estás diciendo, sino estás cansada ...</p> <p>21 <i>A:</i> ¿Voy a la pizarra?</p> <p>22 <i>T:</i> [El profesor mueve la cabeza]</p> <p>23 <i>A:</i> [En la pizarra] $\frac{65\ 075}{7} \rightarrow \frac{65\ 072}{7} = 9\ 296h / km^2 \quad \text{en N1}$ $\frac{190\ 030}{5} = 38\ 006h / km^2 \quad \text{en N2; } 9\ 296 < 38\ 006$</p> <p>24 <i>T:</i> De acuerdo. Nosotros necesitamos comparar los dos distritos. Estos números no significan nada si nosotros no los comparamos.</p> <p>25 <i>A:</i> Este número [9 296] es...</p> <p>26 <i>E:</i> Nosotros colocamos algunas personas aquí y algunas personas allí.</p> <p>27 <i>A:</i> ¡Déjame terminar! 9 296 es más pequeño que este número [38 006]. Esto significa que en N1 tú vives más espaciosamente.</p> <p>28 <i>T:</i> De acuerdo.</p>	<p>15 <i>El profesor permite que Mateo piense en voz alta sin intervenir. Mateo hace un metareflexión sobre lo que ellos deben aprender. Él es consciente de la preocupación del profesor.</i></p> <p>16 <i>Alicia no parece muy interesada en el enfoque de Mateo.</i></p> <p>17 <i>Emilio parece muy interesado en obtener una respuesta.</i></p> <p>18 <i>El profesor cambia la dirección de la discusión y Emilio ya no pregunta más.</i></p> <p>19 <i>Alicia está muy seria. Ella escribe con letras mayúsculas la palabra densidad en su cuaderno.</i></p> <p>20 <i>El profesor reta a Alicia.</i></p> <p>21 <i>Alicia acepta el reto.</i></p> <p>22 <i>Emilio y mateo abren sus cuadernos y preparan sus lapiceros.</i></p> <p>23 <i>Los estudiantes de otros grupos empiezan diciendo que ellos están perdidos. El profesor les dice que mantengan la calma. Alicia hace una pausa. Ella mira a la cámara y luego al observador. Pocos minutos después ella añade las unidades a los números.</i></p> <p>24 <i>El profesor hace reflexionar a sus alumnos sobre los números de las densidades de los dos distritos</i></p> <p>25 <i>Emilio interrumpe a Alicia.</i></p> <p>26 <i>Emilio trata de completar lo que dice Alicia.</i></p> <p>27 <i>Alicia está muy segura y responde levantando la voz. Ella no espera las reacciones de sus compañeros.</i></p> <p>28 <i>El profesor confirma los argumentos de Alicia.</i></p>
---	---

ANEXO 32

Materiales de las sesiones 1 y 2. Ciclo Formativo 2011-2012

CF2. Material 2

<p>29 A: Ahora veamos la ecuación. [En la pizarra]. $\frac{190\,030 - x}{5} = \frac{65\,072 + x}{7}; 38\,006 - \frac{x}{5} = 9\,296 + \frac{x}{7}; 38\,006 - 9\,296 = \frac{x}{5} + \frac{x}{7};$</p> <p style="text-align: center;">$28,710 = \frac{12x}{35}; x = \frac{28\,710 \times 35}{12}; x = 83\,737,5 \rightarrow 83\,737$ personas.</p> <p>30 T: Alicia, tienes que explicar lo que has hecho y por qué. 31 E: Yo no entiendo por qué ella cambia 65 075 por 65 072. 32 T: ¿Alicia? ¿Por qué sustituyes este número? 33 A: [Regresa a su sitio] Yo ya he explicado mi propuesta, ahora que lo expliquen ellos. 34 M: Yo no creo que necesitemos hacer una ecuación. ¿Por qué no probamos con diferentes números? ¿No necesitamos ser exactos aquí, no es cierto?</p> <p>35 T: Veamos de nuevo a la propuesta de Alicia. [A Emilio] ¿Aún quieres cambiar la segunda pregunta?</p> <p>36 E: Todos nosotros conocemos estos distritos, ¿no es raro lo que ella está haciendo? ¿Por qué nosotros tenemos que usar densidades y ecuaciones?</p> <p>37 M: [Al profesor] ¿Por qué ella ha movido tres personas de aquí [65 072]?</p> <p>38 T: Mateo, concentrémonos, olvídate ahora de las personas y sólo piensa en la fracción. ¿Es 65 075 un múltiplo de 7?</p> <p>39 M: No. 40 T: ¡Esta es la cuestión! 65 072 es un múltiplo de 7 y 65 075 no lo es. Ahora podemos hacer una división exacta.</p> <p>41 M: ¡Pero esto no es acerca de múltiplos, es acerca de personas!</p> <p>42 E: En la última operación ella no mira los múltiplos ¿verdad?</p> <p>43 A: Esto no es importante. 44 T: ¿Ves cómo ella ha resuelto la ecuación?</p>	<p>29 <i>Mientras tanto, Mateo y Emilio empiezan a murmurar acerca de los números escritos en la pizarra. Ellos los señalan y parecen estar un poco confundidos. El profesor no interviene durante el trabajo de Alicia en la pizarra.</i></p> <p>30 <i>El profesor muestra confianza en Alicia.</i> 31 <i>Emilio deja al grupo para buscar al profesor.</i> 32 <i>El profesor da a Alicia un rol de instructora.</i> 33 <i>Alicia no explica más su punto de vista.</i> 34 <i>Mateo explica pacientemente una vez más su propuesta. Él ahora establece sus ideas en forma de preguntas.</i> 35 <i>El grupo no llega a reflexionar sobre las ideas de Mateo porque el profesor cambia de nuevo la dirección de la discusión.</i> 36 <i>Emilio regresa a su sitio. Él mantiene su oposición a las ideas de Alicia.</i> 37 <i>Mateo, en lugar de oponerse, muestra una actitud de interrogación. El quiere entender.</i> 38 <i>El profesor llama la atención de Mateo sobre un tema concreto.</i> 39 <i>Mateo se sorprende con la pregunta del profesor.</i> 40 <i>El profesor levanta su calculadora y sugiere a los otros usarla para verificar las divisiones como si esto fuese decisivo.</i> 41 <i>Mateo lanza su lapicero en el aire y está dispuesto a lanzar su grabadora pero Emilio lo detiene. Esto casi se convierte en una pelea.</i> 42 <i>Él hace una pausa y luego habla con el profesor.</i></p> <p>43 <i>Alicia se apoya sobre la carpeta.</i></p>
--	--

ANEXO 32

Materiales de las sesiones 1 y 2. Ciclo Formativo 2011-2012

CF2. Material 2

<p>45 <i>M:</i> Sí</p> <p>46 <i>T:</i> Esto es importante.</p> <p>47 <i>M:</i> ¿Podemos dar una respuesta aproximada?</p> <p>48 <i>A:</i> Por favor, esto no es importante.</p> <p>49 <i>M:</i> ¿Copiamos la ecuación?</p> <p>50 <i>T:</i> Ordenemos nuestras ideas primero. Necesitamos calcular las densidades y luego necesitamos que sean iguales. Esta es una propuesta. ¿Y vosotros qué [señalando a otro grupo]? ¿Cuál es vuestra solución?</p>	<p>44 <i>La pregunta de Emilio es tomada como una interrupción.</i></p> <p>45 <i>La respuesta de Mateo es lacónica.</i></p> <p>46 <i>El profesor habla de manera enérgica y a la vez pausada.</i></p> <p>47 <i>Mateo hace otro esfuerzo mientras mira al observador.</i></p> <p>48 <i>Alicia levanta la grabadora para asegurarse que su afirmación ha sido grabada.</i></p> <p>49 <i>Mateo cambia repentinamente el modo de comunicación con el profesor.</i></p> <p>50 <i>El episodio termina con un resumen. El ruido de los otros grupos perturba las palabras del profesor.</i></p>
--	--

ANEXO 32

Materiales de las sesiones 1 y 2. Ciclo Formativo 2011-2012

CF1. Material 3

Grupo N° ____

Escriban sus conclusiones del análisis didáctico realizado a partir de la transcripción del episodio de clase.

ANEXO 32

Materiales de las sesiones 1 y 2. Ciclo Formativo 2011-2012

CF1. Material 4

Análisis didáctico matemático de transcripciones de clases de matemáticas **Primer Nivel de análisis: Análisis de las Prácticas Matemáticas.**

Las prácticas matemáticas son realizadas básicamente por Alicia, esta alumna resuelve el apartado (i) del problema aplicando el concepto de densidad y el procedimiento de comparación de densidades y el apartado (ii) planteando y resolviendo una ecuación. A petición del profesor dicha alumna contextualiza y da sentido a la solución hallada.

1. ¿Qué prácticas matemáticas realiza Emilio?

2. ¿Qué prácticas matemáticas realiza Mateo?

3. ¿Qué prácticas matemáticas realiza el profesor?

ANEXO 32

Materiales de las sesiones 1 y 2. Ciclo Formativo 2011-2012

CF1. Material 5

Completa los bloques referidos a las proposiciones y procedimientos de la configuración epistémica dada a continuación:

Configuración epistémica

SITUACIONES PROBLEMA

Aquí tienes la población y el área de dos distritos en tu ciudad.

<i>Distrito 1 (N1)</i>	<i>Distrito 2 (N2)</i>
65 075 habitantes	190 030 habitantes
7 km ²	5 km ²

- Discute en cuál de estos dos lugares las personas viven más espaciosamente.
- Encuentra cuánta gente debería trasladarse de un distrito a otro para vivir en ambos espaciosamente.

LENGUAJE

Verbal:

Densidad (A), menor(A), ecuación (A), múltiplo (T), división (T),....

Simbólico:

Números naturales (P), fracciones (A), decimales (A), unidades de área (P) y de densidad(A), símbolos N1 y N2 (P), \rightarrow (A)....

CONCEPTOS

Densidad (A), mayor y menor(A), múltiplo (T), fracción (A), decimal (A), incógnita (A), ecuación (A), solución exacta de una ecuación (M), solución aproximada de un problema (M).

PROPOSICIONES

- Este es una problema acerca de densidades (A).
- En N1 la densidad es menor que en N2 (A).
- Aquí [N2] hay más personas y menos espacio (E).
-
-
-
-

PROCEDIMIENTOS.

1. Ensayo y error (M lo cita pero no lo aplica).
2. Dividir (A).
3. Redondeo de números (A).
4. Cálculo de densidades (A).
5. Comparación de números que representan densidades (A).
- 6.
- 7.
- 8.

ANEXO 32

Materiales de las sesiones 1 y 2. Ciclo Formativo 2011-2012

CF1. Material 5

ARGUMENTOS

(Alicia) Tesis 1: Este es un problema acerca de densidades.

Se usan los siguientes argumentos:

Argumento 1: En los problemas de densidades los datos son densidades.

Argumento 1: En este problema los datos son densidades.

(Emilio) Tesis 2: Aquí [N2] hay más personas y menos espacio.

Se usa el siguiente argumento (viviencial):

Argumento: Yo he estado allí. Los pisos son muy pequeños.

(Alicia) Tesis 3: En N1 la densidad es menor que en N2.

Se usan los siguientes argumentos:

Argumento 1: Se puede sustituir 65 075 por 65 072 (implícito: para que la división por 7 sea exacta).

Argumento 2: Dividiendo el número de habitantes por el número de km^2 se obtiene que la densidad en N1 es 9 296 h/ km^2 .

Argumento 3: Dividiendo el número de habitantes por el número de km^2 se obtiene que la densidad en N2 es 38 006 h/ km^2 .

Argumento 4: 9 296 es menor que 38 006.

(Alicia) Tesis 4: En N1 vives más espaciosamente.

Se usan los siguientes argumentos:

Argumento 1 (implícito) Si la densidad de un vecindario es menor que la de otro, eso quiere decir que en el de menor densidad "Tú vives más espaciosamente".

Argumento 2: En N1 la densidad es menor que en N2.

(Alicia) Tesis 4: Si se trasladan 83 737 vecinos de N2 a N1 los dos vecindarios tendrán la misma densidad (A).

Argumento: Planteamiento y resolución de una ecuación.

Respuestas de los alumnos sobre el análisis didáctico de un episodio de clase

Grupo N° ____

Escriban sus conclusiones del análisis didáctico realizado a partir de la transcripción del episodio de clase.

En el episodio expuesto aparecen 4 personajes de los que hemos analizado su comportamiento de la siguiente manera:

• PROFESOR

• Deja hablar a los alumnos retándoles a que expongan sus soluciones.

Por otro lado, no indaga suficiente en las situaciones planteadas por Emilio y no aclara las dudas a Mateo.

• EMILIO

No asume la competencia matemática, es decir, no es capaz de relacionar la realidad con la matemática.

Pese a que participa e intenta aportar su versión del problema, no sabe cómo modelizar este caso real de forma matemática.

• MATEO

Mateo tiene voluntad de aprender y aporta diferentes soluciones (correctas o no) a las propuestas por Alicia.

Parece que está un paso por delante de Emilio pero aún no llega al nivel de comprensión de Alicia.

• ALICIA

Es individualista y poco solidaria ya que ~~int~~ no intenta que el resto la siga o entienda lo que ella hace. Ella sabe que lo que ella hace está bien y no acepta más opiniones.

El contexto en el que se encuentra no favorece a la motivación porque ve que los chicos están muy por debajo de su nivel.

↳ (CONTINUÍA)

CONCLUSIÓN

Por las diferencias de niveles y/o personalidades, el grupo no ha conseguido llegar a un consenso. No se han apoyado los unos en los otros y se han mostrado muy poco dialogantes y cerrados en su opinión.

Dada la situación, el profesor debería adoptar un papel más activo en el grupo. Debería actuar para que Alicia, que es la que tiene un mejor nivel, asuma el rol de tutor en el grupo dejando aportar ideas a sus compañeros y explicando su solución.

Respuestas de los alumnos sobre las prácticas matemáticas en un episodio de clases

Análisis didáctico matemático de transcripciones de clases de matemáticas

Vicenç Font

Primer Nivel de análisis: Análisis de las Prácticas Matemáticas.

Las prácticas matemáticas son realizadas básicamente por Alicia, esta alumna resuelve el apartado (i) del problema aplicando el concepto de densidad y el procedimiento de comparación de densidades y el apartado (ii) planteando y resolviendo una ecuación. A petición del profesor dicha alumna contextualiza y da sentido a la solución hallada.

1. ¿Qué prácticas matemáticas realiza Emilio?

Resuelve el apartado a) contextualizando el problema y entendiendo el concepto de densidad. Conoce los conceptos de ecuaciones y múltiplos y por eso puede criticar la solución aportada por Alicia. Identifica el método de "ensayo y error" como proceso matemático.

2. ¿Qué prácticas matemáticas realiza Mateo?

Propone la resolución del problema (apartado 2) mediante el método de "ensayo y error". Entiende el método de resolución de ecuaciones. Gracias a la contextualización entiende que las unidades son indivisibles (habitantes). Intenta aplicar el concepto de aproximación de fracciones a números enteros.

3. ¿Qué prácticas matemáticas realiza el profesor?

Admite como resolución del problema las ecuaciones y el concepto de densidad. No considera válido el método de ensayo y error para la resolución del problema. Propone un análisis del resultado (comparación de densidades)

Primera secuencia

UN EPISODIO DE CLASE COMO
CONTEXTO DE REFLEXIÓN
(ver [episodio](#) y [transcripción](#))

- Lectura individual del contexto del problema y de la transcripción.
- Formación de grupos de 3-4 personas.
- Análisis didáctico del episodio de clase en grupo
- Elaboración de conclusiones ([Material 3](#)).
- Presentación a los otros grupos de las conclusiones.
- Entrega de conclusiones.

Tipos y niveles de Análisis
Didáctico-Matemático

- 1) Análisis de las prácticas matemáticas
- 2) Análisis de objetos y procesos matemáticos
- 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas y de conflictos semióticos.
- 4) Identificación del sistema de normas y metanormas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio (dimensión normativa)
- 5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.

- Los niveles de análisis 1-4 son herramientas para una didáctica descriptiva explicativa (para comprender).
¿Qué está pasando (y por qué) aquí?
- El nivel de análisis 5 pretende ser una herramienta para una didáctica prescriptiva (para evaluar y para indicar el camino a seguir)
¿Qué se debería hacer?

Segunda secuencia

- En los análisis realizados se ha hecho referencia a las matemáticas del episodio, lo cual lleva a la siguiente pregunta:

¿Cómo describir las
“matemáticas” del episodio?

¿Cómo describir las
“matemáticas” del episodio?

Respuesta:
describiendo las
prácticas, objetos y procesos
matemáticos

**Análisis de Prácticas Matemáticas
(posible narración)**

- En esta transcripción se propone un único problema. Se trata de una situación contextualizada cuya resolución implica, entre otros, el uso del concepto de densidad y el procedimiento de comparación de densidades.
- Las prácticas matemáticas son realizadas básicamente por Alicia, esta alumna resuelve el apartado (i) del problema aplicando el concepto de densidad y el procedimiento de comparación de densidades y el apartado (ii) planteando y resolviendo una ecuación. A petición del profesor dicha alumna contextualiza y da sentido a la solución hallada.

[Material 4](#)

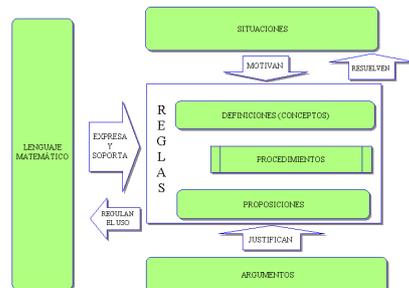
1. ¿Qué prácticas matemáticas realiza Emilio?
2. ¿Qué prácticas matemáticas realiza Mateo?
3. ¿Qué prácticas matemáticas realiza el profesor?

- La práctica que realiza Emilio es la de resolver el apartado (i) mediante un razonamiento que podemos considerar como intuitivo y vivencial. Dicho de otra manera, aplica su “conocimiento del mundo” (en este caso su conocimiento de los barrios citados en el problema).
- Este alumno discrepa de la resolución que hace Alicia, pero se puede inferir que sigue las explicaciones de Alicia ya que (42) le hace observar que hay una contradicción entre la manera como ha resuelto (i) y como ha resuelto (ii).
- Mateo sugiere la posibilidad de resolver el problema por ensayo y error, pero no llega a aplicar este método de resolución.

- En este episodio el profesor gestiona los turnos de intervención. Sus intervenciones son sobre todo para gestionar las intervenciones de los alumnos.
- Desde el punto de vista de las prácticas matemáticas, las intervenciones del profesor se pueden considerar sobre todo como metamatemáticas (por ejemplo, consideraciones sobre el papel del contexto en matemáticas o bien validar la argumentación de Alicia y descartar las que proponen Emilio y Mateo), aunque hay un momento que interviene para completar la explicación de Alicia explicando el motivo por el cual ésta ha sustituido 65 075 por 65 072.

**Tercera secuencia:
objetos matemáticos**

**CONFIGURACIONES
EPISTÉMICAS**



ANEXO 35

Presentaciones de las sesiones 1 y 2. Ciclo Formativo 2011-2012

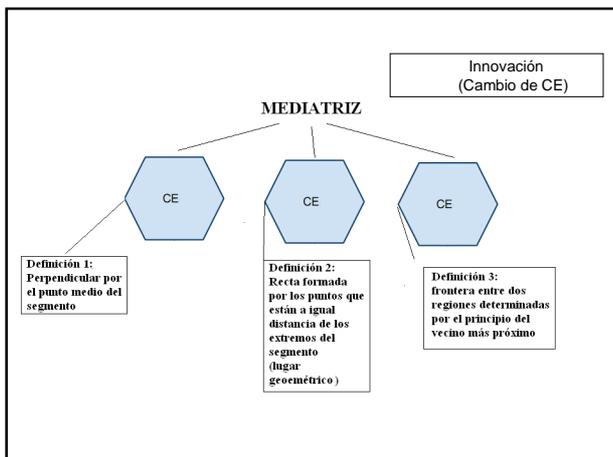
Completa los bloques referidos a las proposiciones y procedimientos de la configuración epistémica dada.

[\(material 5\)](#)

Cuarta secuencia:

Análisis y comparación de prácticas y objetos matemáticos activados en tres episodios de enseñanza de la mediatriz

- En una investigación sobre la problemática de la transición entre la etapa de primaria y la de secundaria, se observaron las clases de último curso de primaria y primero de secundaria de diferentes colegios e institutos durante todo un curso escolar y se procedió a seleccionar aquellos contenidos que estaban presentes, de manera muy similar, en ambas etapas educativas. Uno de ellos era la geometría del triángulo y en particular la mediatriz.
 - A continuación siguen episodios de la clase de tres profesoras de primaria que mostraban modelos diferentes de gestión de la clase de matemáticas.
 - En cada uno de los links que siguen se reproducen los cinco primeros minutos de una clase en la que se enseña la mediatriz y su transcripción
- [Clase 1](#)
 - [Transcripción 1](#)
 - [Clase 2](#)
 - [Transcripción 2](#)
 - [Clase 3](#)
 - [Transcripción 3](#)



CURRÍCULUM ESO
i
COMPETÈNCIA MATEMÀTICA

Primera aproximació al bloc III

Matèries curriculars, competències bàsiques i objectius generals

- La finalitat central de cadascuna de les matèries curriculars és el desenvolupament de les competències bàsiques, tot tenint en compte que cadascuna de les matèries contribueix al desenvolupament de diferents competències i, a la vegada, cada una de les competències bàsiques s'assoleix com a conseqüència del treball en distintes matèries.
- L'educació secundària obligatòria contribuirà a desenvolupar les habilitats i les competències que permetin als nois i a les noies (assolir els objectius generals):
.....
k) Comprendre que el coneixement científic és un saber integrat que s'estructura en diverses disciplines, i conèixer i aplicar els mètodes de la ciència per identificar els problemes propis de cada àmbit per a la seva resolució i presa de decisions.
.....

Competències bàsiques

Competències transversals	Competències específiques centrades a viure i habitar el món
Competències comunicatives 1. Competència comunicativa lingüística i audiovisual 2. Competències artística i cultural	7. Competència en el coneixement i la interacció amb el món físic 8. Competència social i ciutadana
Competències metodològiques 3. Tractament de la informació i competència digital 4. Competència matemàtica 5. Competència d'aprendre a aprendre	
Competències personals 6. Competència d'autonomia i iniciativa personal	

OBSEVACIÓ:

- 1) EL FET QUE ES CONTEMPLI LA COMPETÈNCIA MATEMÀTICA ÉS LA JUSTIFICACIÓ QUE
- 2) HI HAGI LA MATÈRIA DE MATEMÀTIQUES, I EL FET QUE AQUESTA MATÈRIA S'HAGI D'IMPARTIR ÉS LA JUSTIFICACIÓ QUE
- 3) SIGUIN NECESSARIS PROFESSORS DE MATEMÀTIQUES

Competència matemàtica

- 1) **ÉS NECESSÀRIA**
La competència matemàtica és necessària en la vida personal, escolar i social, ja que sovint cal analitzar, interpretar i valorar informacions de l'entorn, i l'ús de les eines matemàtiques pot ser un instrument eficaç.
- 2) **SABER MATEMÀTIQUES VOL DIR SABER-LES UTILITZAR EN SITUACIONS QÜOTIDIANES**
Aquesta competència adquireix realitat i sentit en la mesura que els elements i raonaments matemàtics són utilitzats per enfrontar-se a situacions quotidianes, per tant, és una competència que cal tenir en compte en totes les matèries del currículum i activitats d'aprenentatge.

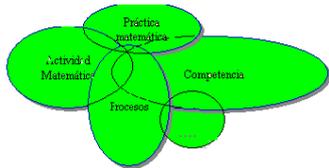
- 3) **QUÈ S'ENTÉN PER COMPETÈNCIA**
La competència matemàtica implica l'habilitat de comprendre, utilitzar i relacionar els nombres, les seves operacions bàsiques, els símbols i les formes d'expressió i de raonament matemàtic, tant per produir i interpretar distints tipus d'informació, com per ampliar el coneixement sobre aspectes quantitius i espacials de la realitat, i per entendre i resoldre problemes i situacions relacionats amb la vida quotidiana i el coneixement científic i el món laboral i social.

CONÈIXER DETERMINATS CONTINGUTS MATEMÀTICS I SABER-LOS UTILITZAR PER RESOLDRE PROBLEMES, EN ESPECIAL PROBLEMES EXTRAMATEMÀTICS

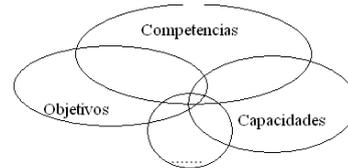
Competència i processos.
Un territori compartit

- És a dir, la competència matemàtica implica el coneixement i maneig dels elements matemàtics bàsics (diferents tipus de nombres, mesures, símbols, elements geomètrics, etc.) en situacions reals o simulades de la vida quotidiana; elaborar la informació a través d'eines matemàtiques (mapes, gràfics...) per poder-la interpretar, i posar en pràctica processos de raonament que condueixin a la solució de problemes o a l'obtenció de la informació. Aquests processos permeten aplicar la informació a una gran varietat de situacions i contextos, seguir cadenes argumentals identificant les idees fonamentals i estimar i jutjar la lògica i validesa d'argumentacions i informacions.
- Forma part de la competència matemàtica l'habilitat d'analitzar, interpretar i expressar amb claredat i precisió informacions, dades i argumentacions. Suposa, també, seguir determinats processos de pensament (com la inducció i la deducció, entre d'altres) i aplicar alguns algorismes de càlcul o elements de la lògica, fet que condueix a identificar la validesa dels raonaments i valorar el grau de certesa associat als resultats derivats dels raonaments vàlids.

El problema de l'existència d'un "territori compartit" entre els constructes "procés" i "competència" també es presenta amb d'altres termes que s'utilitzen normalment per a descriure les matemàtiques realitzades pel subjecte (per exemple, pràctica matemàtica o activitat matemàtica).



El problema s'amplia si es té en compta que el constructe "competència" també té un territori compartit amb termes de tipus psicopedagògic (per exemple, objectius, capacitats, habilitats, etc.).



Competència i actitud

També implica una disposició favorable i de progressiva seguretat i confiança vers la informació i les situacions (problemes, incògnites, etc.) que contenen elements i suports matemàtics, així com en la seva utilització quan la situació ho aconsella, basada en el respecte i el gust per la certesa i en la recerca per mitjà del raonament.

La competència matemàtica assolida aplicant els coneixements, les habilitats i actituds matemàtics a situacions extramatemàtiques

L'assoliment d'aquesta competència s'aconsegueix en la mesura que els coneixements, les habilitats i actituds matemàtics s'apliquen de manera espontània a una àmplia varietat de situacions, provinents d'altres camps de coneixement i de la vida quotidiana, la qual cosa augmenta la possibilitat real de seguir aprenent al llarg de la vida, tant en l'àmbit escolar o acadèmic com fora d'aquest, i afavoreix la participació efectiva en la vida social.

EL CURRÍCULUM PER COMPETÈNCIES: UNA PERSPECTIVA HISTÒRICA

- L'actual proposta de currículums de matemàtiques per competències cal pensar-la com una conseqüència més del "gir processal" en el disseny de currículums de matemàtiques (i també d'altres matèries) que ha tingut lloc a nivell internacional en les últimes dècades.
- Aquest gir ha significat passar de concebre el currículum de matemàtiques els objectius dels quals eren l'aprenentatge, sobretot, de conceptes a pensar en currículums els objectius dels quals són l'aprenentatge, sobretot, de processos.
- Aquest gir s'ha produït, entre altres raons, pel fet que les matemàtiques actualment es veuen com una ciència en la qual el mètode domina clarament sobre el contingut. Per aquesta raó, recentment s'ha donat una gran importància a l'estudi dels processos matemàtics, en particular els processos de resolució de problemes i modelització.

- Podem observar aquest gir processal, entre d'altres, en els Principis i Estàndards del NCTM (2003), on es proposa l'aprenentatge dels processos següents: resolució de problemes, raonament i prova, comunicació, connexions i representació.
- En el Tercer Estudi Internacional de Matemàtiques i Ciències, conegut amb l'acrònim TIMSS.
- En l'estudi PISA 2003
- En les propostes dels currículums d'alguns països com és el cas de Suècia i, en certa manera, en els currículums de l'Estat espanyol derivats de la Llei Orgànica General del Sistema Educatiu (LOGSE) i de la Llei Orgànica d'Educació (LOE).

**ALGUNES CONCLUSIONS RELACIONADES
AMB LA FORMACIÓ DEL PROFESORAT**

- Un currículum en el que les competències juguen un paper fonamental ÉS UN CURRÍCULUM MOLT AMBICIÓS.
- DESENVOLUPAR I AVALUAR COMPETÈNCIES ÉS UNA TASCA COMPLEXA I QUE EXIGEIX AL PROFESSOR UNA FORMACIÓ PROFESSIONAL MOLT QUALIFICADA.

UN PROBLEMA

Els currículums per competències comporten el problema de com aconseguir que els professors tinguin la competència professional que els permetrà el desenvolupament i l'avaluació de les competències matemàtiques assenyalades en el currículum

Amb relació amb aquest problema sabem:

- 1) Per a desenvolupar i avaluar competència matemàtica el professor ha de tenir competència matemàtica.
- 2) No basta la competència matemàtica, és necessària una competència en anàlisi didàctica, de la qual forma part l'anàlisi de la activitat matemàtica realitzada en els processos d'instrucció.

BLOC TEMÀTIC I
PREVI AL BLOC DE LES COMPETÈNCIES (BLOC III)

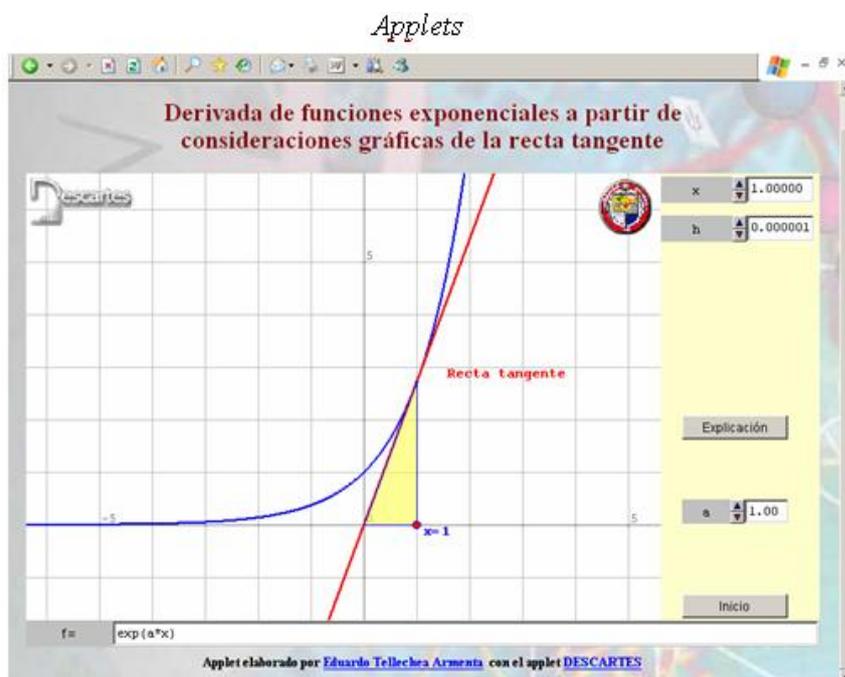
BLOC TEMÀTIC I

L'Activitat matemàtica: Pràctica matemàtica, objectes i processos matemàtics. Resolució de problemes i modelització. Connexió de les matemàtiques amb altres disciplines, amb la vida quotidiana i aspectes transversals. Intuïció, formalització i rigor. Característiques del raonament matemàtic de l'alumnat de secundària.

ANEXO 37

CÁLCULO DE LA DERIVADA DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL $f(x) = e^x$.

En una unidad anterior, al estudiar las propiedades de la función exponencial de base a , has visto la siguiente propiedad: *para cualquier punto de la gráfica de la función la subtangente siempre vale el mismo número k* . Para llegar a este resultado has utilizado applets diseñados expresamente que te han permitido observar que, por ejemplo, para la función exponencial de base e , el valor de k es 1.

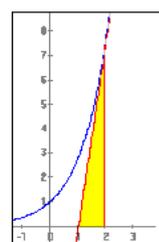
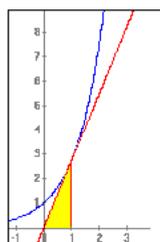
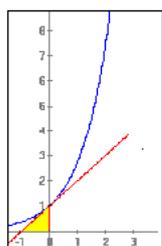


<http://www.mat.uson.mx/eduardo/calculo1/Descartes/ActividadesProyecto/deriexponenciales.htm>

Derivada de la función $f(x) = e^x$.

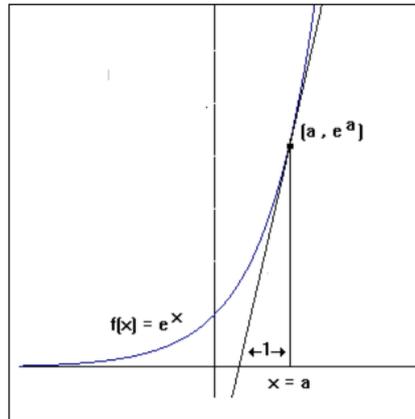
En el aula de informática has observado que la función $f(x) = e^x$ cumple que todas sus subtangentes tienen una longitud igual a 1. Utilizando esta propiedad:

a) Calcula $f'(0)$, $f'(1)$ y $f'(2)$:



ANEXO 37

b) Calcula $f'(a)$



c) Demuestra que la función derivada de la función $f(x) = e^x$ es la función $f'(x) = e^x$.

ANEXO 38

Objetos previos y emergentes en el cálculo de $f'(x) = e^x$

LENGUAJE	
<p><i>Verbal</i> función, derivada</p> <p><i>Gráfico</i> - Gráfica de la función con la recta tangente en un punto</p> <p><i>Simbólico:</i> $f'(0), f'(1), f'(2), f'(a), x = a, (a, e^a), f(x) = e^x, f'(x) = e^x$</p>	
<p style="text-align: center;">SITUACIONES</p> <p>- El cuestionario 2 es un problema descontextualizado cuyo objetivo es el cálculo de la derivada de la función exponencial de base e.</p>	<p style="text-align: center;">CONCEPTOS</p> <p><i>Previos</i> - Gráfica de una función, coordenadas de un punto, abscisa, ordenada, imagen, función exponencial, derivada en un punto, función derivada, tangente, subtangente, punto de tangencia, pendiente, etc.</p> <p><i>Emergentes</i> - Derivada de la función exponencial de base e.</p>
<p style="text-align: center;">PROCEDIMIENTOS</p> <p><i>Previos</i> - Cálculo de la pendiente</p> <p><i>Emergente</i> 1) Hallar una condición que cumplan todas las rectas tangentes, 2) Simbolizar dicha condición y 3) Hallar $f'(x)$ a partir de la condición anterior</p>	<p style="text-align: center;">PROPOSICIONES</p> <p><i>Previas</i> - La segunda coordenada del punto de tangencia se obtiene sustituyendo x por a en la fórmula de la función</p> <p><i>Emergente</i> Todas las subtangentes de de la función exponencial de base e valen 1</p>
<p style="text-align: center;">ARGUMENTOS</p> <p>Tesis: La función derivada de la función $f(x) = e^x$ es la función $f'(x) = e^x$.</p> <p>Demostración deductiva en la que se usan los siguientes argumentos: Argumento 1: Justificación visual de la propiedad "Todas las subtangentes de de la función exponencial de base e valen 1". - Argumento 2: (a, e^a) es el punto de tangencia. - Argumento 3: la pendiente de la recta tangente es e^a - Argumento 4: la derivada $f'(a)$ es e^a porque la derivada es la pendiente de la recta tangente. - Argumento 5: Lo que se ha dicho para el punto (a, e^a) es válido para cualquier otro punto.</p>	

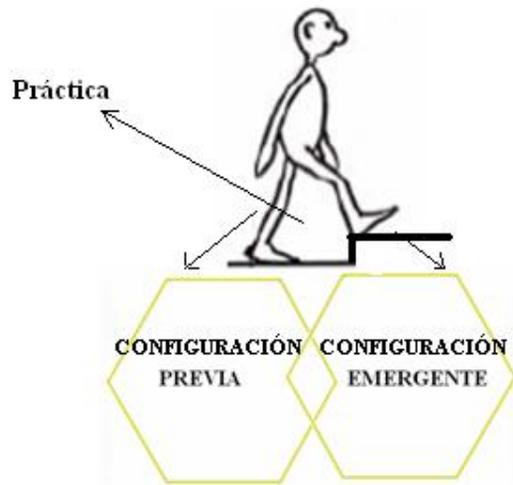
Tabla 1. Configuración epistémica "emergente" para el cálculo de la derivada de $f(x) = e^x$

REALITZACIÓ D'UNA PRÀCTICA: OBJECTES PREVIS I EMERGENTS

- Per a explicar com emergeixen nous objectes matemàtics a partir de les pràctiques, ens serà molt útil la metàfora “pujar una escala”.
- Quan pugem una escala sempre ens estem recolzant en un peu, però cada vegada el peu està en un escaló superior.
- La pràctica matemàtica la podem considerar com “pujar l'escala”. L'escaló en què ens recolzem per a realitzar la pràctica és una configuració d'objectes matemàtics ja coneguda, mentre que l'escaló superior al qual accedim, com resultat de la pràctica realitzada, és una nova configuració d'objectes matemàtics en què algun (o alguns) de tals objectes no era conegut abans.

ANEXO 39

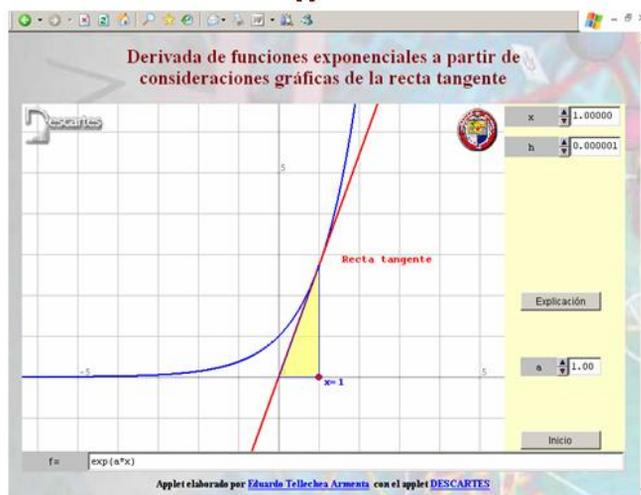
Presentación de la sesión 3 "Realización de una práctica: Objetos previos y emergentes". Ciclo Fomativo 2011-2012



EXEMPLE

Càlcul de la derivada de la funció exponencial de base e

Applets



<http://www.mat.uson.mx/eduardo/calculo1/Descartes/ActividadesProyecto/deriexponenciales.htm>

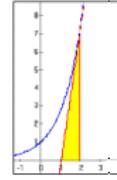
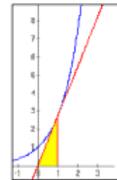
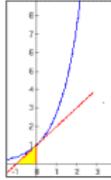
ANEXO 39

Presentación de la sesión 3 "Realización de una práctica: Objetos previos y emergentes". Ciclo Fomativo 2011-2012

Cuestionario 6

En el aula de informática has observado que la función $f(x) = e^x$ cumple que todas sus subtangentes tienen una longitud igual a 1. Utilizando esta propiedad:

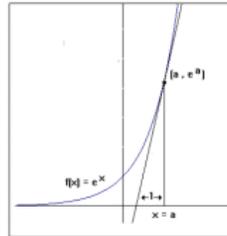
a) Calcula $f''(0)$, $f''(1)$ y $f''(2)$



EXEMPLE

Càlcul de la derivada de la funció exponencial de base e

b) Calcula $f'(a)$



c) Demuestra que la función derivada de la función $f(x) = e^x$ es la función $f'(x) = e^x$.

LENGUAJE	
<i>Verbal</i>	función, derivada
<i>Gráfico</i>	- Gráfica de la función con la recta tangente en un punto
<i>Simbólico:</i>	$f'(0)$, $f'(1)$, $f'(2)$, $f'(a)$, $x = a$, (a, e^a) , $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$
SITUACIONES	
- El cuestionario 2 es un problema descontextualizado cuyo objetivo es el cálculo de la derivada de la función exponencial de base e.	
CONCEPTOS	
<i>Previos</i>	
- Gráfica de una función, coordenadas de un punto, abscisa, ordenada, imagen, función exponencial, derivada en un punto, función derivada, tangente, subtangente, punto de tangencia, pendiente, etc.	
<i>Emergentes</i>	
- Derivada de la función exponencial de base e.	
PROCEDIMIENTOS	
<i>Previo</i>	
- Cálculo de la pendiente	
<i>Emergente</i>	
1) Hallar una condición que cumplan todas las rectas tangentes, 2) Simbolizar dicha condición y 3) Hallar $f'(x)$ a partir de la condición anterior	
PROPOSICIONES	
<i>Previas</i>	
- La segunda coordenada del punto de tangencia se obtiene sustituyendo x por a en la fórmula de la función	
<i>Emergente</i>	
Todas las subtangentes de la función exponencial de base e valen 1	
ARGUMENTOS	
Tesis: La función derivada de la función $f(x) = e^x$ es la función $f'(x) = e^x$. Demostración deductiva en la que se usan los siguientes argumentos: Argumento 1: Justificación visual de la propiedad "Todas las subtangentes de la función exponencial de base e valen 1". - Argumento 2: (a, e^a) es el punto de tangencia. - Argumento 3: la pendiente de la recta tangente es e^a - Argumento 4: la derivada $f'(a)$ es e^a porque la derivada es la pendiente de la recta tangente. - Argumento 5: Lo que se ha dicho para el punto (a, e^a) es válido para cualquier otro punto.	

ANEXO 40

Presentación diapositivas "Prácticas matemáticas de Alicia, Emilio, Mateo y el profesor". Ciclo Formativo 2011-2012

PRIMER NIVEL DE ANÁLISIS

Prácticas matemáticas

- En esta transcripción se propone un único problema. Se trata de una situación contextualizada cuya resolución implica, entre otros, el uso del concepto de densidad y el procedimiento de comparación de densidades.
- Las prácticas matemáticas son realizadas básicamente por Alicia, esta alumna resuelve el apartado (i) del problema aplicando el concepto de densidad y el procedimiento de comparación de densidades y el apartado (ii) planteando y resolviendo una ecuación. A petición del profesor dicha alumna contextualiza y da sentido a la solución hallada.

1. ¿Qué prácticas matemáticas realiza Emilio?
2. ¿Qué prácticas matemáticas realiza Mateo?
3. ¿Qué prácticas matemáticas realiza el profesor?

- La práctica que realiza Emilio es la de resolver el apartado (i) mediante un razonamiento que podemos considerar como intuitivo y vivencial. Dicho de otra manera, aplica su "conocimiento del mundo" (en este caso su conocimiento de los barrios citados en el problema).
- Este alumno discrepa de la resolución que hace Alicia, pero se puede inferir que sigue las explicaciones de Alicia ya que (42) le hace observar que hay una contradicción entre la manera como ha resuelto (i) y como ha resuelto (ii).
- Mateo sugiere la posibilidad de resolver el problema por ensayo y error, pero no llega a aplicar este método de resolución.

- En este episodio el profesor gestiona los turnos de intervención. Sus intervenciones son sobre todo para gestionar las intervenciones de los alumnos.
- Desde el punto de vista de las prácticas matemáticas, las intervenciones del profesor se pueden considerar sobre todo como metamatemáticas (por ejemplo, consideraciones sobre el papel del contexto en matemáticas o bien validar la argumentación de Alicia y descartar las que proponen Emilio y Mateo), aunque hay un momento que interviene para completar la explicación de Alicia explicando el motivo por el cual ésta ha sustituido 65 075 por 65 072.

ANEXO 41

Configuración Epistémica. Configuración epistémica de objetos matemáticos del episodio de los dos barrios

SITUACIONES PROBLEMA

Aquí tienes la población y el área de dos vecindarios en tu ciudad.

Vecindario 1 (N1)	Vecindario 2 (N2)
65 075 habitantes	190 030 habitantes
7 km ²	5 km ²

- (i) Discute en cual de estos dos lugares la gente vive más espaciosamente.
- (ii) Encuentra cuanta gente debería trasladarse de un vecindario a otro para vivir en ambos espaciosamente.

LENGUAJE

Verbal:

Densidad (A), menor(A), ecuación (A), múltiplo (T), división (T),....

Simbólico:

Números naturales (P), fracciones (A), decimales (A), unidades de área (P) y de densidad(A), símbolos N1 y N2 (P), \rightarrow (A).....

CONCEPTOS

Densidad (A), mayor y menor(A), múltiplo (T), fracción (A), decimal (A), incógnita (A), ecuación (A), solución exacta de una ecuación (M), solución aproximada de un problema (M).

PROPOSICIONES

- Este es una problema acerca de densidades (A).
- En N1 la densidad es menor que en N2 (A).
- Aquí [N2] hay más personas y menos espacio (E).
- En la última operación ella no encuentra múltiplos (E).
- En N1 vives más espaciosamente (E).
- 65 075 no es múltiplo de 7; 65 072 sí lo es (T).
- Si un número es múltiplo de otro, la división por este último es exacta (T).
- Si se trasladan 83 737 vecinos de N2 a N1 los dos vecindarios tendrían la misma densidad(A).

PROCEDIMIENTOS.

1. Ensayo y error (M lo cita pero no lo aplica).
2. Dividir (A).
3. Redondeo de números (A).
4. Cálculo de densidades (A).
5. Comparación de números que representan densidades (A).
6. Traducción del lenguaje verbal al algebraico. (Planteamiento de ecuaciones) (A).
7. Determinar si un número es múltiplo de otro (T lo usa implícitamente).
8. Resolución de ecuaciones (A)

ARGUMENTOS

(Alicia) Tesis 1: Este es un problema acerca de densidades.

Se usan los siguientes argumentos:

Argumento 1: En los problemas de densidades los datos son densidades.

Argumento 1: En este problema los datos son densidades.

(Emilio) Tesis 2: Aquí [N2] hay más personas y menos espacio.

Se usa el siguiente argumento (viviencial ¿extramatemático?):

Argumento: Yo he estado allí. Los pisos son muy pequeños.

(Alicia) Tesis 3: En N1 la densidad es menor que en N2.

Se usan los siguientes argumentos:

Argumento 1: Se puede sustituir 65 075 por 65 072 (implícito: para que la división por 7 sea exacta).

Argumento 2: Dividiendo el número de habitantes por el número de km^2 se obtiene que la densidad en N1 es $9\,296\text{ h/km}^2$.

Argumento 3: Dividiendo el número de habitantes por el número de km^2 se obtiene que la densidad en N2 es $38\,006\text{ h/km}^2$.

Argumento 4: $9\,296$ es menor que $38\,006$.

(Alicia) Tesis 4: En N1 vives más espaciosamente.

Se usan los siguientes argumentos:

Argumento 1 (implícito) Si la densidad de un vecindario es menor que la de otro, eso quiere decir que en el de menor densidad "Tú vives más espaciosamente".

Argumento 2: En N1 la densidad es menor que en N2.

(Alicia) Tesis 4: Si se trasladan 83 737 vecinos de N2 a N1 los dos vecindarios tendrán la misma densidad (A).

Argumento: Planteamiento y resolución de una ecuación.

ANEXO 42

Tarea de la mediatriz

TASCA

Intenta respondre a las preguntas següents:

- 1) Descriu les matemàtiques de l'episodi de la classe 1 (professora L)
- 2) Quines d'aquestes matemàtiques estan contemplades en el currículum de 1r d'ESO?

Per contestar a aquestes preguntes:

- 1) Descriu les pràctiques matemàtiques realitzades
- 2) Determina els objectes previs i emergents (problemes, definicions, procediments, propietats, representacions i arguments) activats en aquest episodi
- 3) Determina els processos que es poden inferir d'aquest episodi.
- 4) Determina els continguts i processos establerts en el currículum de 1r d'ESO que s'han treballat en aquest episodi
- 5) Fes una reflexió sobre les matemàtiques de l'episodi descrites en 1-3 i les que prescriu el currículum de 1r d'ESO.

S'adjunten dos documents:

- 1) Transcripció de l'episodi de la classe 1
- 2) Un exemple de descripció de les pràctiques, objectes i processos matemàtics d'un alumne hipotètic que resol el problema dels 5 pous en el desert (Diagrama de Voronoi)

Termini de presentació: Dilluns 21 de març

ANEXO 43

Componentes y descriptores de la idoneidad

En los siguientes apartados se presentan las componentes y descriptores de las idoneidades parciales que intervienen en la definición de idoneidad didáctica.

1. Idoneidad epistémica: *Grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.*

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Situaciones-problemas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Selección de una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación. ▪ Propuesta de situaciones de generación de problemas (problematización).
Lenguaje	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), traducciones y conversiones entre los mismos. ▪ Nivel del lenguaje adecuado a quienes se dirige. ▪ Propuesta de situaciones de expresión e interpretación.
Elementos regulativos (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen. ▪ Presentación de los enunciados y procedimientos fundamentales del tema según el significado de referencia y el nivel educativo. ▪ Propuesta de situaciones para la generación y negociación de las reglas.
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen. ▪ Se promueven momentos de validación.
Relaciones (conexiones, significados)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Relación y articulación significativa de los objetos matemáticos puestos en juego (situaciones, lenguaje, reglas, argumentos) y las distintas configuraciones en que se organizan.

2. Idoneidad cognitiva: *Grado en que los significados implementados (pretendidos) están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados.*

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Conocimientos previos (Componentes similares a la dimensión epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio). ▪ Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo.
Aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los diversos modos de evaluación muestran la apropiación de los conocimientos / competencias pretendidas o implementadas.

ANEXO 43

Componentes y descriptores de la idoneidad

3. Idoneidad mediacional: *Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.*

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Uso de materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al significado pretendido. ▪ Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. ▪ El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora). El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Adecuación de los significados pretendidos /implementados al tiempo disponible (presencial y no presencial). ▪ Inversión del tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema. ▪ Inversión del tiempo en los contenidos que presentan más dificultad.

4. Idoneidad emocional: *Grado de implicación, interés y motivación de los estudiantes.*

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Intereses y necesidades	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Selección de tareas de interés para los alumnos. ▪ Proposición de situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Promoción de la implicación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. ▪ Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Promoción de la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. ▪ Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

5. Idoneidad interaccional: *Grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje.*

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Interacción docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) ▪ Se reconocen y resuelven los conflictos de significado de los alumnos (se interpretan correctamente los silencios de los alumnos, sus expresiones faciales, sus preguntas, se hace un juego de preguntas y respuestas adecuado, etc.) ▪ Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento ▪ Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. ▪ Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión
Interacción entre discentes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes. ▪ Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.
Autonomía	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación)

ANEXO 43

Componentes y descriptores de la idoneidad

Evaluación formativa	▪ Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos.
-----------------------------	--

6. Idoneidad ecológica: *Grado de adaptación curricular, socio-profesional y conexiones intra e interdisciplinarias.*

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Adaptación al currículo	▪ Los significados, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.
Apertura hacia la innovación didáctica	▪ Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva ▪ Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo.
Adaptación socio-profesional y cultural	▪ Los significados contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes.
Conexiones intra e interdisciplinarias	▪ Los significados se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios.

Anexo 44

Secuencias innovadoras para calcular derivadas sin límites

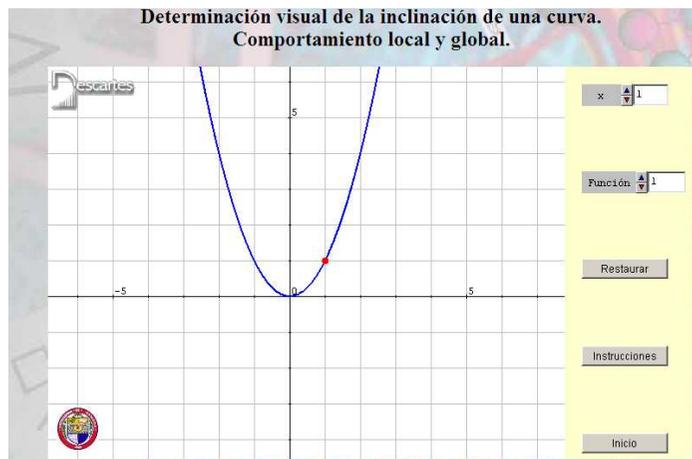
HOJA DE TRABAJO 1

Actividad 3

1. Abre el archivo [inclinacurva3.htm](http://www.mat.uson.mx/eduardo/calculo1/Secuencia%20Gaby/secuencia.htm)



[http://www.mat.uson.mx/eduardo/calculo1/Secuencia Gaby/secuencia.htm](http://www.mat.uson.mx/eduardo/calculo1/Secuencia%20Gaby/secuencia.htm)

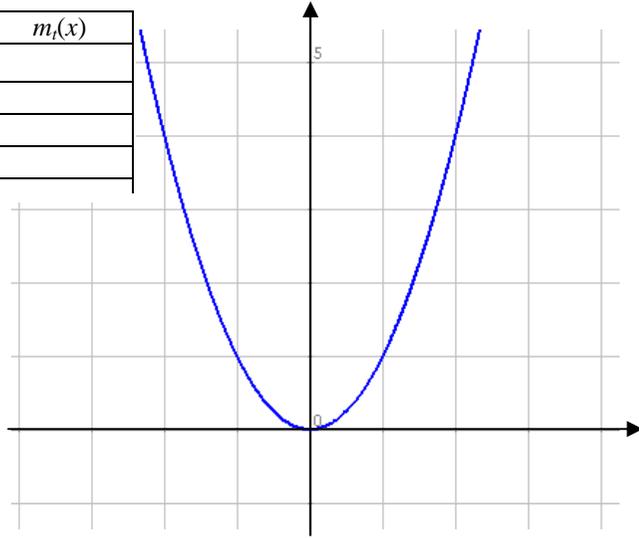


[inclinacurva3.htm](http://www.mat.uson.mx/eduardo/calculo1/Secuencia%20Gaby/secuencia.htm)

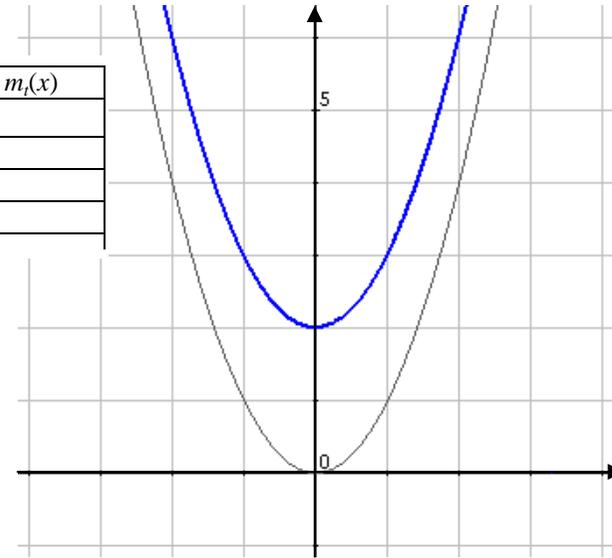
Anexo 44

2. Con la ayuda del applet y aplicando la técnica de acercamiento aprendida, completa la tabla correspondiente a cada uno de los problemas que siguen. En cada caso, utiliza la cuadrícula de referencia que te ofrece el software, para determinar la pendiente del segmento visualizado, (m_t) que, como ya sabes, corresponde a la *pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en cada punto de abscisa x* . Registra tus resultados.

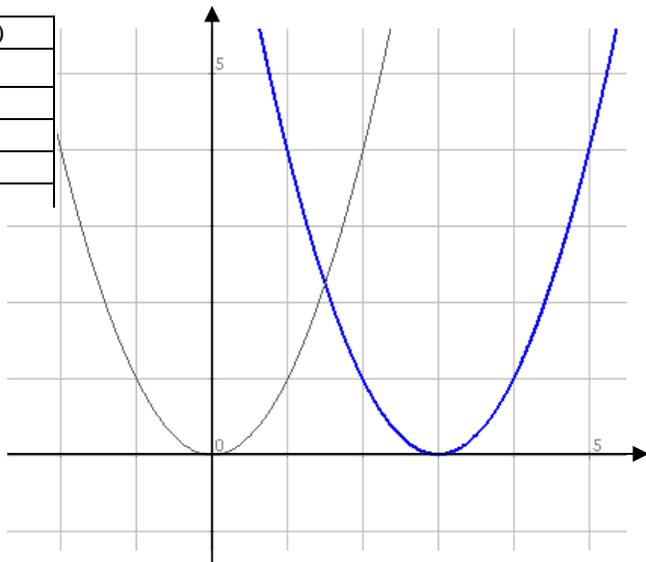
x	$m_t(x)$
-1/2	
0	
1/2	
1	
2	



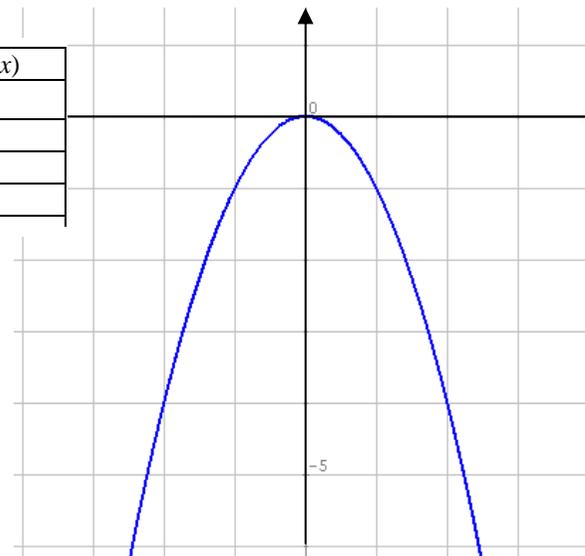
x	$m_t(x)$
-1/2	
0	
1/2	
1	
2	



x	$m_t(x)$
5/2	
3	
7/2	
4	
5	

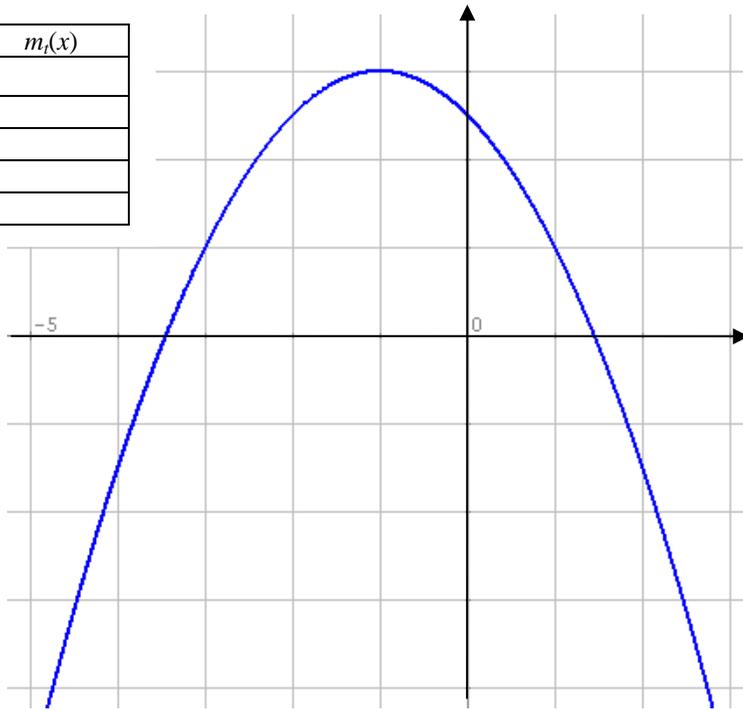


x	$m_t(x)$
-1/2	
0	
1/2	
1	
2	



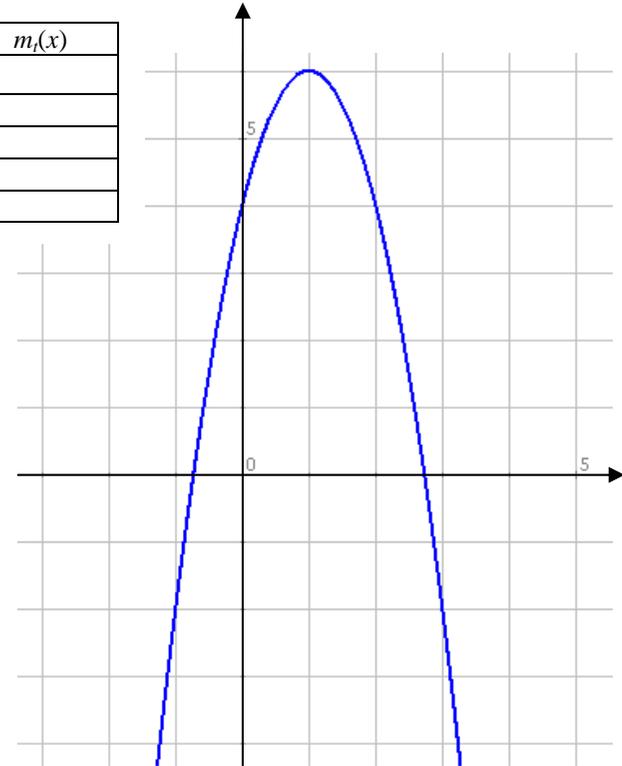
Anexo 44

x	$m_t(x)$
-4	
-5/2	
-1	
1/2	
2	



1

x	$m_t(x)$
0	
1/2	
1	
3/2	
2	



- Una vez llenas las seis tablas, grafica los puntos que corresponden a las parejas ordenadas de cada tabla, en el mismo plano cartesiano en que aparece la gráfica de f . Uniendo con tinta de color rojo los puntos encontrados, construye la gráfica de $m_t(x)$.
- Para cada uno de los problemas propuestos, a partir de la información tabular y/o gráfica obtenida, identifica la fórmula o expresión analítica que corresponde a la función $m_t(x)$. Discútelo con tus compañeros y argumenta tu propuesta. Registra junto a cada curva, con tinta de color rojo, la expresión analítica encontrada en cada caso.

Anexo 44

5. ¿Podrías determinar la expresión analítica de f en cada caso? Discútelo con tus compañeros y argumenta tu propuesta. Registra junto a cada curva, con tinta de color negro, la expresión analítica encontrada en cada caso.
6. Si para cada caso comparas las gráficas de f y $m_t(x)$, ¿qué puedes concluir? Explica ampliamente.
7. ¿Qué relación encuentras entre la concavidad de la parábola y la gráfica de $m_t(x)$, en cada caso?
8. ¿Qué relación encuentras entre el signo de la función $m_t(x)$ y el comportamiento creciente o decreciente de la función f ?
9. ¿Qué relación encuentras entre la expresión analítica de $f(x)$ y la que obtuviste para $m_t(x)$ en cada caso?
10. Considera los resultados que obtuviste para f y para $m_t(x)$ en los casos 1 y 2. Compara las respectivas gráficas de f y luego las correspondientes gráficas de $m_t(x)$. Anota tus observaciones.
11. Considera los resultados que obtuviste para f y para $m_t(x)$ en los casos 1 y 3. Compara las respectivas gráficas de f y luego las correspondientes gráficas de $m_t(x)$. Anota tus observaciones.

HOJAS DE TRABAJO 2

CÁLCULO DE LA DERIVADA DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS USANDO PROGRAMAS INFORMÁTICOS

La secuencia de actividades que sigue pertenecen a un texto de secundaria no obligatoria. Su objetivo es utilizar las posibilidades de los programas de representación de funciones para el cálculo de la derivada de las funciones trigonométricas obviando el cálculo de

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x+h) - \text{sen}(x)}{h}$$

debido a su dificultad.

11 Derivada de las funciones trigonométricas.

Derivada de la función $f(x) = \text{sen } x$.

El cálculo de la derivada de la función seno a partir del límite $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x+h) - \text{sen}(x)}{h}$ no es sencillo. Por este motivo, en este curso nos limitaremos a dar una justificación intuitiva de las fórmulas de las derivadas de las funciones seno y coseno y dejaremos para el próximo curso su demostración.

Para hallar la función derivada de la función seno nos serviremos de un programa de representación gráfica de funciones. Para un valor h muy pequeño como 10^{-6} o 10^{-7} , 10^{-8} , la función tasa de variación media entre x y $x+h$

$$\frac{\text{sen}(x+h) - \text{sen}(x)}{h}$$

es una función que es casi igual que la función derivada

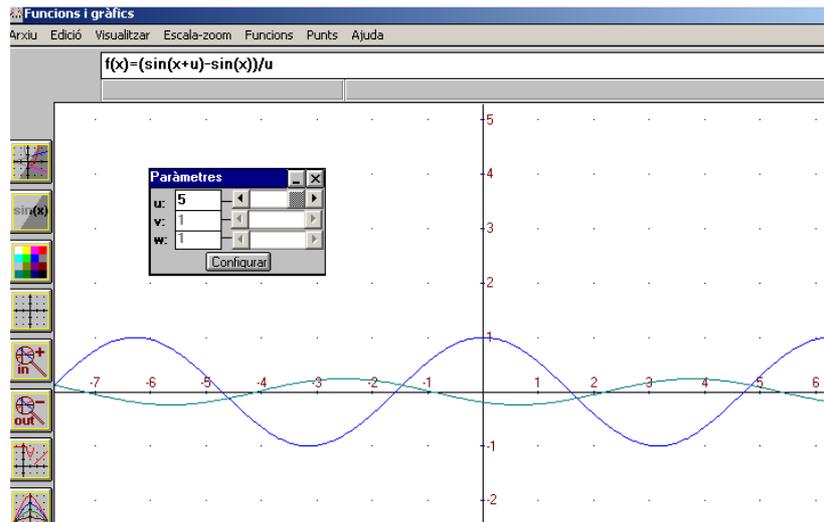
$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x+h) - \text{sen}(x)}{h}$$

y, por consiguiente, con el fin de obtener una función que tenga la gráfica casi igual que la función derivada, solamente es necesario representar en un programa informático de funciones la función tasa de variación media entre x y $x+h$ para un valor pequeño de h .

58) Con el graficador “Funcions i gràfics” representa la función $\frac{\text{sen}(x+h) - \text{sen}(x)}{h}$ y la función coseno. La pantalla tiene que quedar como la siguiente para el valor $h = 5$:

¿Qué puedes decir de la función $\frac{\text{sen}(x+h) - \text{sen}(x)}{h}$ cuando h se acerca a cero?

Anexo 44



Por ejemplo, si representamos en otro programa la función tasa de variación media la función $f(x) = \sin x$ entre x y $x + 0,5$, obtenemos la gráfica 1 (de color azul); si es entre x y $x + 0,1$, obtenemos la gráfica 2 (verde); entre x y $x + 0,01$, obtenemos la gráfica 3 (roja); por último para cualquier calor de h menor que $0,01$, volvemos a obtener la gráfica 3.



Así pues, suponemos que la gráfica de la función derivada de la función seno es la gráfica de color rojo (gráfica 3). Si podemos hallar la fórmula de la función correspondiente a la gráfica 3, habremos encontrado la fórmula de la función derivada de la función seno.

Si observamos la gráfica de color rojo y recordamos lo que hemos estudiado en la unidad 11 sobre funciones trigonométricas todo hace pensar que dicha gráfica es la función coseno. Para confirmar esta suposición sólo hay que representar con el mismo programa informático la función coseno y comprobar que aparece de nuevo la gráfica de color rojo. Por consiguiente, podemos afirmar que la derivada de la función seno es la función coseno.

RECUERDA

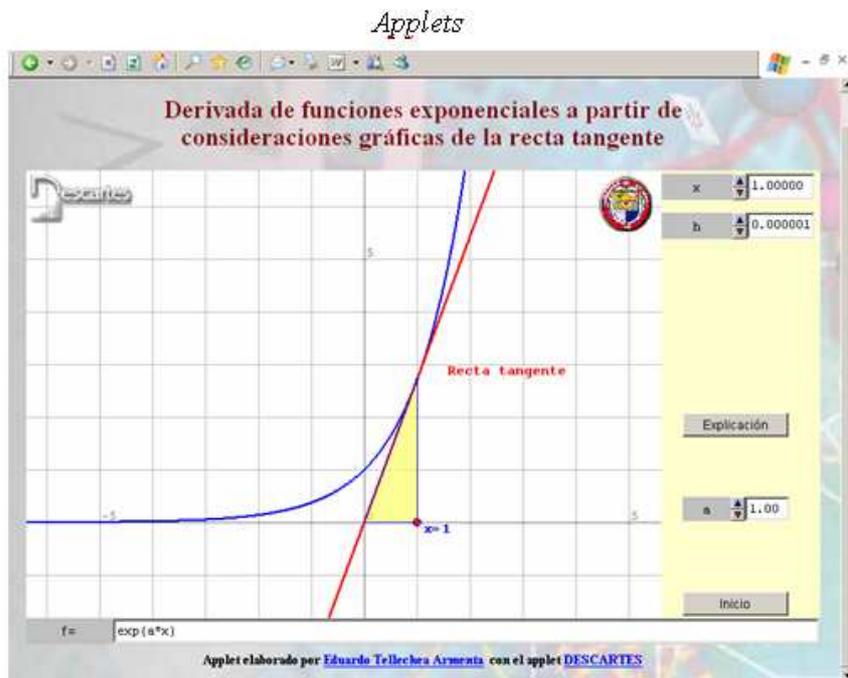
La derivada de la función $f(x) = \sin x$ es la función $f'(x) = \cos x$

HOJAS DE TRABAJO 3

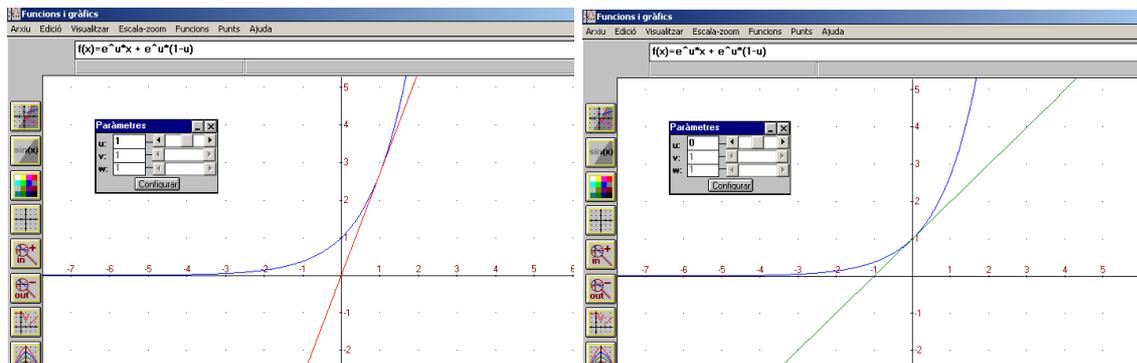
(alumnos de 16-17 años)

CÁLCULO DE LA DERIVADA DE LAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS SIN USAR LA DEFINICIÓN POR LÍMITES

La secuencia de actividades que sigue pertenecen a un texto de secundaria no obligatoria (alumnos 16-17 años). Su objetivo es el cálculo de la derivada de las funciones exponenciales y logarítmicas sin usar la definición por límites. En una unidad anterior los alumnos, al estudiar las propiedades de la función exponencial de base a , han visto la siguiente propiedad: *para cualquier punto de la gráfica de la función la subtangente siempre vale el mismo número k* . Para llegar a este resultado han utilizado graficadores dinámicos (por ejemplo programas como “Funcions i gràfics” o applets diseñados expresamente) que les han permitido observar que, por ejemplo, para la función exponencial de base e , el valor de k es 1.



<http://www.mat.uson.mx/eduardo/calculo1/Descartes/ActividadesProyecto/deriexponenciales.htm>



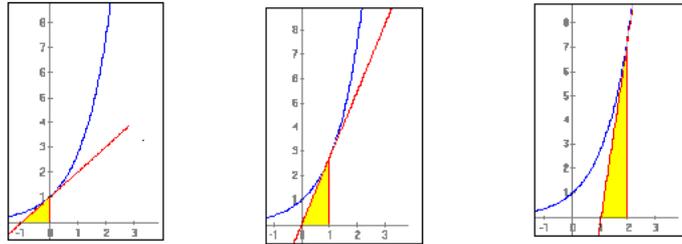
Anexo 44

Derivada de la función $f(x) = e^x$.

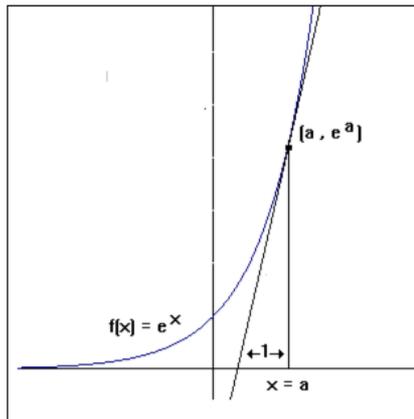
Cuando hemos estudiado las propiedades de la función $f(x) = e^x$ en la unidad 4 hemos visto la propiedad siguiente: *para cualquier punto de abscisa $x = a$, la subtangente siempre vale 1*. Esta propiedad permite calcular gráficamente la derivada de la función $f(x) = e^x$.

53) En el aula de informática has observado que la función $f(x) = e^x$ cumple que todas sus subtangentes tienen una longitud igual a 1. Utilizando esta propiedad:

a) Calcula $f'(0)$, $f'(1)$ y $f'(2)$:



b) Calcula $f'(a)$



DERIVADA DE LA FUNCIÓN ARCO TANGENTE

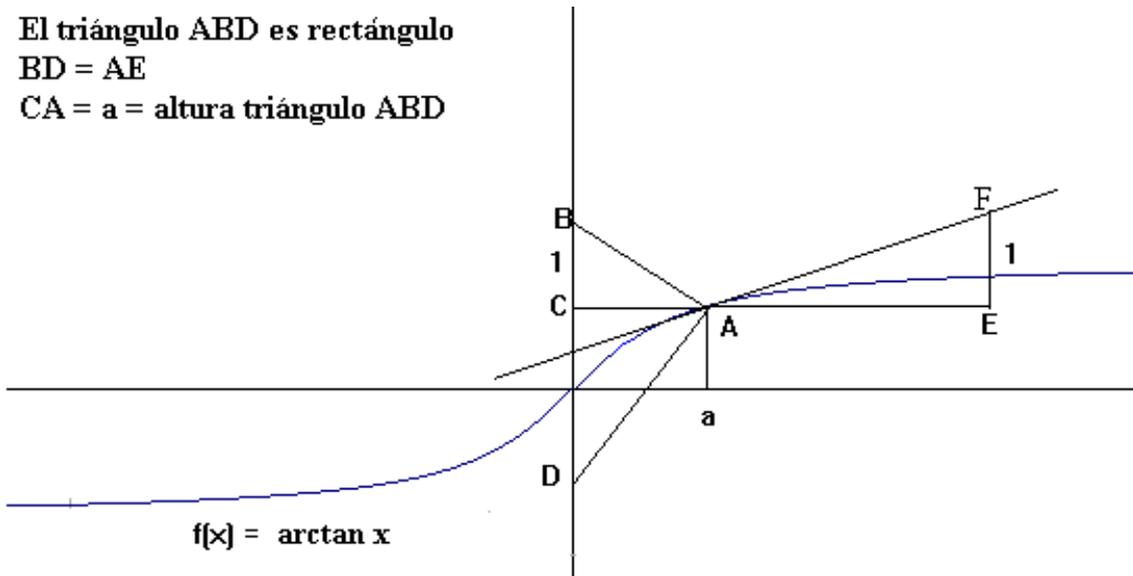
A continuación tienes un procedimiento que permite dibujar la recta tangente a la función $f(x) = \arctan x$ en cualquier punto de su gráfica.

Procedimiento

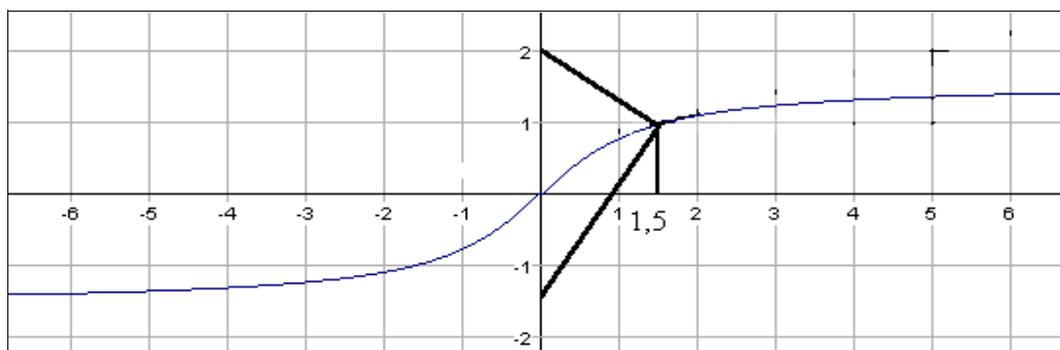
Para dibujar la recta tangente a la función $f(x) = \arctan x$ en el punto A de abscisa $x = a$ se han de seguir los pasos siguientes:

- 1 Sobre el eje de ordenadas dibujar el segmento CB de longitud 1
- 2 Dibujar el segmento BA
- 3 Dibujar la recta perpendicular al segmento BA que pasa por el punto A
- 4 Determinar el punto D donde la recta anterior corta al eje de ordenadas
- 5 Dibujar un segmento AE de longitud igual al segmento BD
- 6 Dibujar el segmento EF de longitud 1
- 7 Dibujar la recta que pasa por A y F

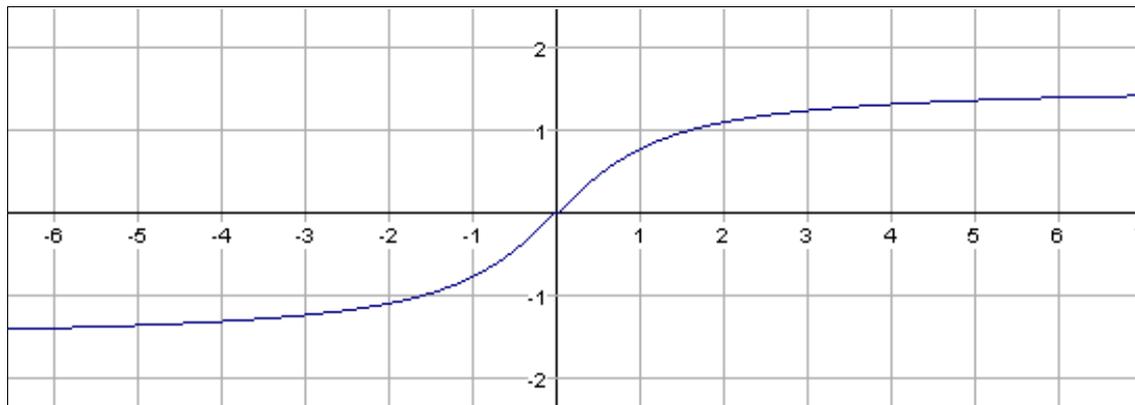
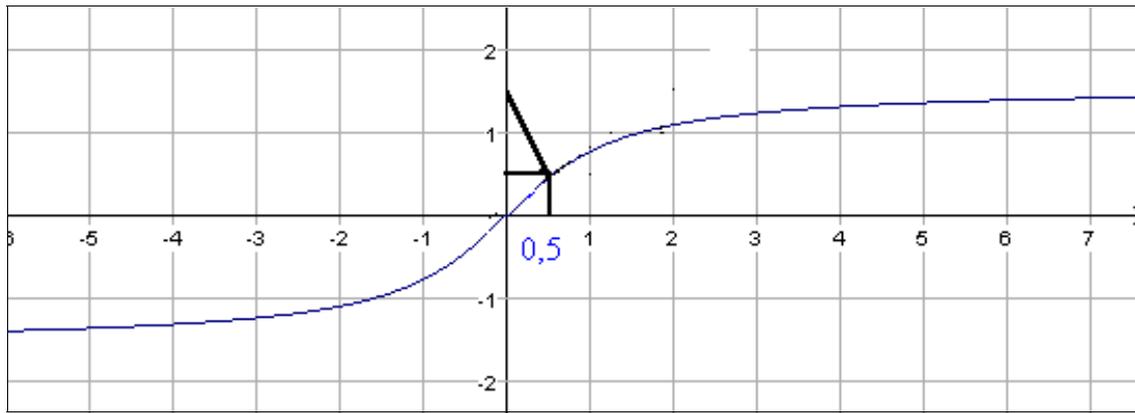
El triángulo ABD es rectángulo
 $BD = AE$
 $CA = a =$ altura triángulo ABD



1 Completa el procedimiento y dibuja la recta tangente en $x = 1,5$, $x = 0,5$ y $x = 1$



Anexo 44



2

a) Utilizando que el triángulo BDA es rectángulo en A y el teorema de la altura demuestra que $CD = a^2$

b) Demuestra que $AE = 1 + a^2$

c) Demuestra que $f'(a) = \frac{1}{1+a^2}$

d) Demuestra que la derivada de la función $f(x) = \arctan x$ es $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

1. Descriu les pràctiques matemàtiques realitzades.

La pràctica matemàtica que realitza la professora consisteix en la *construcció i representació gràfica de la mediatriu*.

En particular, la representació gràfica de la mediatriu es fa mitjançant el següent procediment:

1. Dibuix d'un segment
2. Traçar dues semicircumferències amb el compàs prenent com a radi la longitud del segment i origen els extrems de dit segment.
3. Traçar recta que passa pels punts d'intersecció de les semicircumferències.
4. Comprovació de la perpendicularitat amb el transportador.

La pràctica dels alumnes consisteix bàsicament en *escoltar* a la professora i *contestar a alguna de les seves preguntes*. Després l'alumne/a escollit/da per la professora d'entre els voluntaris, ha de *repetir* el procés de construcció que ha fet la professora a la pissarra.

Observem que el text que ocupa la part dels alumnes és mínima i consisteixen bàsicament en monosíl·labes: si / no.

2. Situació - problema

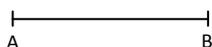
Representació gràfica de la mediatriu d'un segment.

3. Llenguatge

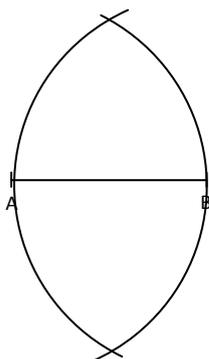
- Termes i expressions: segment i recta, origen i final, mediatriu, punt mig, línia perpendicular, línia recta, dividir en dos parts iguals, dos meitats iguals, instrument de mesura, centre del segment, amplitud del segment, punt, semicircumferència, extrem, creuar en un punt, transportador d'angles, angle recte, 90 graus, regla i compàs.

- Representació gràfica:

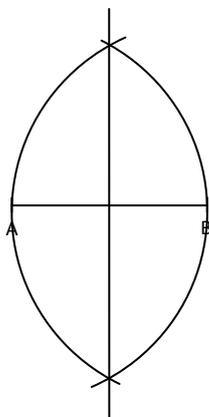
Segment:



Traçar dues semicircumferències:



Traçar mediatriu:



- Representació simbòlica: A, B, \overline{AB}, m

4. **Determina els objectes previs i emergents activats en aquest episodi**

Objectes previs: la definició de segment, la definició i construcció del punt mig d'un segment, el concepte de perpendicularitat.

Objectes emergents: el concepte i la construcció de la mediatriu.

5. **Propietats**

- La mediatriu d'un segment, el talla en dos parts iguals
- La mediatriu d'un segment és perpendicular a dit segment

6. **Procediments**

- Dibuix d'un segment amb la regla.
- Traçar dues semicircumferències amb el compàs prenent com a radi la longitud del segment i origen els extrems de dit segment.
- Traçar recta que passa pels punts d'intersecció de les semicircumferències.
- Comprovació de la perpendicularitat amb el transportador.

7. **Arguments**

- Per part de la professora:
 - a) "Con el compás es el instrumento de medida adecuado para con el cual el centro del segmento me va a salir a la perfección"
 - b) Construcció gràfica
 - c) Mesurar amb el transportador d'angles permet comprovar que les rectes són perpendiculars.

8. **Determina els processos que es poden inferir d'aquest episodi**

La tasca proposada als alumnes és la de imitar i copiar el procediment que la professora ha fet per construir una mediatriu. Per tant no permet que els alumnes realitzin gaires processos.

Els processos que tenen lloc en aquest episodi:

- ***Institucionalització i enunciació***: la professora és qui descriu tots els procediments que es duen a terme per construir la mediatriu, qui dóna les definicions i, en definitiva, qui realitza totes les pràctiques matemàtiques.
- ***Argumentació***: per part de l'alumna que respon a la pregunta: "¿por qué no es un segmento?". Comprèn el concepte de segment i justifica perquè la recta dibuixada a primera instància no és un segment.
- ***Pràctica (en el sentit de repetició)***: al final de la transcripció, surten alumnes a la pissarra a repetir el mateix procés que ha fet la professora.

9. Determina els continguts i processos establerts en el currículum de 1r d'ESO que s'han treballat en aquest episodi

a) Continguts:

Dins el bloc *d'espai i forma*, treballen:

- l'anàlisi de les característiques i propietats de dues dimensions així com el desenvolupament de raonaments sobre les relacions geomètriques. (exploració de figures geomètriques i anàlisi de les seves característiques).
- Utilitzar la visualització, el raonament i la modelització geomètrica per a resoldre problemes: dibuix d'objectes geomètrics a partir de dades, mitjançant instruments de dibuix (regla, escaire, compàs i transportador).

Dins el bloc de *mesura* treballen:

- Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures i fer estimacions raonables: aplicació d'instruments adequats en les mesures d'objectes.

b) Processos:

Comunicació del pensament matemàtic propi a professors

Representació gràfica

10. Fes una reflexió sobre les matemàtiques de l'episodi descrites en 1-3 i les que prescriu el currículum de 1r d'ESO

El currículum estableix que les matemàtiques han d'ajudar a raonar, han de contribuir a formar ciutadans i fomentar l'esperit crític i la creativitat. Així mateix també s'estableix que els problemes treballats a matemàtiques han de ser identificats amb el món real i vinculats a altres àrees de coneixement. El problema proposat als alumnes no promou cap d'aquests objectius. Tanmateix sí que treballa, encara que de manera mecànica, un procediment estrictament matemàtic.

Contribució del problema proposat a l'adquisició de la **competència matemàtica**:

- Considero que no implica pensar matemàticament, ja que els alumnes es limiten a imitar un procediment de forma mecànica. Tot i que la professora

- tracta que els alumnes relacionin conceptes (punt mig, rectes perpendiculars,...) i que facin comprovacions amb la regla i el transportador.
- Amb la repetició de l'exercici, els alumnes podrien arribar a generalitzar i per tant, raonar matemàticament. Però no és segur que aquest procés arribi a produir-se. Tampoc es demana als alumnes que argumentin res, ja que és la professora qui ha fet aquest procés.
 - El problema no suposa desenvolupar estratègies de resolució.
 - Tampoc suposa la interpretació de resultats matemàtics.
 - Dos punts els establerts en el currículum que si compleix el problema són:
 - a) l'ús de tècniques i instruments per a fer matemàtiques: han de seguir un procés purament matemàtic i ho han de fer amb regla i compàs.
 - b) fer una representació gràfica així com emprar símbols (A , B , \overline{AB} , m).
 - Per acabar, tampoc suposa la comunicació oral ni escrita, ni amb la professora ni amb els companys, de cap mena de raonament matemàtic.

Contribució a les competències bàsiques: La resolució del problema no promou l'assoliment de cap de les competències bàsiques. No suposa un millor coneixement del món físic, ni es treballa amb eines digitals. Tampoc fomenta el propi aprenentatge (aprendre a aprendre) ni promou l'autonomia i la iniciativa personal, ja que és la professora qui ha establert el mètode de resolució. No es treballa la comunicació lingüística, l'expressió cultural i artística ni la competència social i ciutadana.

Dels 11 **objectius** que el currículum estableix la matèria de matemàtiques ha de complir, el problema en verifica dos:

- Reconeix el raonament, l'argumentació i la prova com aspectes fonamentals de les matemàtiques; dóna valor a actituds com la precisió i la revisió.
- Utilitzar diferents llenguatges.

En conclusió:

L'exercici proposat és un exercici molt pobre, que no permet la reflexió dels alumnes ni dins ni fora del camp de les matemàtiques.

La manca de contextualització del problema no permet que els alumnes aprenguin la utilitat de la mediatriu fora d'un context purament matemàtic. Així mateix tampoc permet treballar les competències bàsiques ni les connexions amb altres matèries.

No promou el raonament dels alumnes, ja que es tracta de la repetició d'un procediment mecànic. Només permet treballar una petita part de la competència matemàtica. Podríem considerar que la resolució del problema no suposa un aprenentatge significatiu, és a dir, que capaciti l'alumne per aplicar el que ha après en d'altres situacions.

ANEXO 46

CUESTIONARIO SOBRE LA TAREA DE LA MEDIATRIZ

En relación a la tarea propuesta sobre el episodio de clase de la Mediatriz, responde las siguientes preguntas. Cambia el color de la FUENTE (color de las letras o números en rojo) a automático o negro cuando elijas tu respuesta, utilizando el ícono  o presionando fuente y luego color de fuente en la barra de herramientas.

1. ¿Entendiste lo que se pedía en la tarea?

SI

NO

Sólo parte de ella

Comentario:

2. ¿Cuánto tiempo en total has utilizado para realizar la tarea propuesta? 5 horas

3. ¿Cuánto tiempo has utilizado en cada uno de los dos BLOQUES siguientes:

BLOQUE 1: Análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos 4 horas

- Descripción de las prácticas matemáticas realizadas.
- Determinación de los objetos previos y emergentes (problemas, definiciones, procedimientos, propiedades, argumentos) activados en este episodio.
- Determinación de los procesos que se pueden inferir de este episodio.

BLOQUE 2: Relación con el Currículum de la ESO 1 horas

- Determinación de los contenidos y procesos que se establecen en el currículum de 1º de ESO que se han trabajado en este episodio.
- Reflexión sobre las matemáticas del episodio descrito en a-c y de las descritas en el currículum de 1º de ESO.

4. Marca con una X la respuesta o respuestas.

Para realizar el análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos, has utilizado:

a. Las explicaciones en clase.

b. El ejemplo de análisis de la tarea de los cinco pozos (Diagramas de Voronoi).

5. En caso de haber marcado la opción b de la pregunta anterior, indica el grado de acuerdo o desacuerdo a la siguiente afirmación. Marca con una X el número de la opción elegida:

Siendo:

Muy en desacuerdo=1; En desacuerdo=2; Indiferente=3; De acuerdo=4; Muy de acuerdo=5;

El ejemplo de la tarea de los cinco pozos me ha resultado útil para el análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos del episodio de la mediatriz. 1 2 3 4 5

6. Indica el grado de acuerdo o desacuerdo con respecto a las siguientes afirmaciones. Marca con una X el número de las opciones elegidas.

Siendo:

Muy en desacuerdo=1; En desacuerdo=2; Indiferente=3; De acuerdo=4; Muy de acuerdo=5;

a. El análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos es ambiguo. 1 2 3 4 5

— — — — —

ANEXO 46

- b. El análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos es laborioso. 1 2 3 4 5
- c. El análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos es útil para determinar contenidos y procesos del currículum de 1° de ESO. 1 2 3 4 5
- d. El análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos es útil para determinar competencias matemáticas desarrolladas en el episodio analizado. 1 2 3 4 5
7. Crees que sin haber realizado previamente el análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos habrías contestado lo mismo en los apartados d y e de la tarea propuesta (d. Determinación de los contenidos y procesos que se establecen en el currículum de 1ro de ESO que se han trabajado en este episodio y e. Reflexión sobre las matemáticas del episodio descrito en a-c y de las descritas en el currículum de 1° de ESO).

SI

NO

Comentario:

8. Cuál(es) de los cinco apartados de la tarea propuesta te pareció el(los) más complejo(s) de contestar y por qué.

Comentario: La de prácticas, objetos y procesos matemáticos porque hay mucho solapamiento.

Gracias

ANEXO 46

Cuadro 11. 1 Resultados del Cuestionario1 sobre Tarea de la Mediatrix

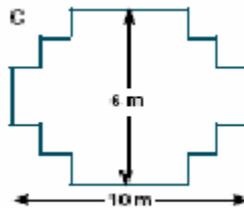
1. ¿Entendiste lo que se pedía en la tarea?			2 y 3 ¿Cuánto tiempo en total has utilizado para realizar la tarea propuesta			4. Para realizar el AOPM has utilizado:		5. El ejemplo es útil Muy en					6.a El Análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos es ambigüo					6.b El Análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos es laborioso					6.c El Análisis de prácticas, objetos y procesos es útil para determinar los contenidos y procesos de la ESO					6.d El Análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos es útil para determinar las competencias del episodio					7. Ver cuestionario 1		8.Cuál fue el apartado más complejo (ver cuestionario 1)				
								Muy en desacuerdo	En desacuerdo	Indiferente	De acuerdo	Muy de acuerdo																											
SI	NO	Parte	Bloque 1	Bloque2	Total	Clase	Ejemplo	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	NO	Pra	Ob	Pro	CP	RF					
1	0	0	2,5	1,5	4	1	1			1				1					1							1	1			1									
1	0	0	3	1	4	1	1				1						1					1				1		1						1					
1	0	0	4	1	5	1	1					1					1								1			1											
1	0	0	2	1	3	0	1					1										1				1				1									
1	0	0	4,5	2	6,5	1	1					1					1								1					1				1					
1	0	0	1	1	3,5	1	1					1							1						1									1					
0	0	1	4	2	6	1	0										1							1				1			1								
1	0	0	3	2	5	1	1										1								1			1		1	1	1							
1	0	0	2,5	1,5	4	1	1										1								1						1								
1	0	0	4	1	5	1	1					1							1						1			1		1	1	1							
1	0	0	2	1	3	1	1					1					1							1			1				1								
1	0	0	16	4	20	1	1										1							1			1				1								
1	0	0	2	1	3	1	1						1											1			1				1		1	1	1				
1	0	0	3	2		0	1							1										1			1			1		0	0	0	0				
1	0	0	3	1	5	1	1										1							1			1				1								
1	0	0	1,15	0,45	2	1	1										1							1			1			1		1	1						
1	0	0	2,5	1,5	4	1	1										1							1			1			1		1							
1	0	0	2	1	3	1	1										1							1			1				1								
1	0	0	2	1	3	1	1										1							1			1				1		1						
1	0	0	4	1	5	1	1										1							1			1					1							
1	0	0	2,5	2	4,5	1	1										1							1			1				1								
1	0	0	3	2	5	1	0										1							1			1					1							
21	0	1	3,34773	1,45227	104	20	20	0	0	1	15	5	0	2	6	13	1	0	1	3	9	9	0	2	2	14	4	0	0	4	15	3	1	21	5	5	14	3	3

Dados el problema PISA (adaptado) y la solución presentada por un alumno, realiza un análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos, y una evaluación analítica de competencias matemáticas PISA 2003, como en los ejemplos propuestos anteriormente (Situación 1 y Situación 2).

ENUNCIADO DEL PROBLEMA

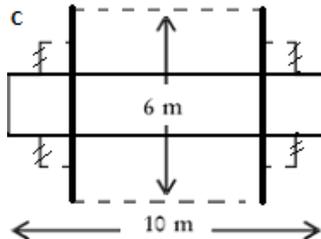
CARPINTERO (Situación 3)

Un carpintero tiene 32 metros de madera y quiere construir una pequeña valla alrededor de un parterre en el jardín. Ha considerado el diseño C para el parterre.



Para este diseño, explica si se puede tapiar o no el parterre con los 32 metros de madera. Debes responder con un sí puedes hacerlo o un no puedes hacerlo, y por qué.

SOLUCIÓN DE UN ALUMNO



El parterre C puede ser tapiado con 32m de madera:

Aquí voy a aplicar el mismo sistema que en la figura A, será en este caso mediante 2 rectángulos diferentes y del más largo tomo y hago la suma de 10m 2 veces y del que falta tomo las verticales los 6m, 32m.

ANÁLISIS DE PRÁCTICAS, OBJETOS I PROCESOS MATEMÁTICOS (APOPM)**ANÁLISIS DE PRÁCTICAS**

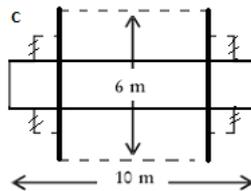
La práctica que realiza el alumno es la lectura del enunciado del problema y la producción de un texto como respuesta, calculando el perímetro de la Figura C. Para esta figura aplica la propiedad de la preservación de la longitud bajo una traslación y la transforma en otra figura de perímetro equivalente, aplicando a esta última, que el perímetro es la suma de las longitudes de todos los lados.

ANÁLISIS DE OBJETOS

Situación- problema: El problema del carpintero (*Situación 3*)

Lenguaje:

- *Verbal:*
Términos precisos: calcular, perímetro, figura, rectángulo, líneas horizontales, verticales, sumar, metros, diferentes, más largo, etc.
Otros términos: sistema, descomposición de un rectángulo
- *Simbólico:* C ; $10m$; $6m$; $32m$
- *Gráfico:*

**Conceptos-definición:**

- Conceptos explícitos: suma, multiplicación, perímetro, rectángulo
- Conceptos implícitos: longitud de un segmento, polígono.

Proposiciones:

Propiedades implícitas utilizables: la longitud es una magnitud aditiva, preservación por traslaciones de la longitud de un segmento.

Procedimientos:

Procedimientos explícitos: identificar segmentos de la misma longitud; calcular el perímetro

Argumentos

- *Tesis 1.* El perímetro de la figura C se puede descomponer en la suma de las longitudes de los lados horizontales de un rectángulo y de los lados verticales del otro rectángulo.
La longitud de los segmentos se conserva al ser trasladados (se infiere de la figura).
- *Tesis 2:* Es posible construir un parterre con este diseño.
Lo indica, implícitamente al calcular el perímetro del polígono.

Tabla 3. Configuración Cognitiva de Objetos Matemáticos

ANÁLISIS DE PROCESOS

El alumno ha comprendido el enunciado del problema. Es decir, ha realizado un primer proceso de “comunicación” (en el sentido de que “entiende enunciados matemáticos de otras personas”) que no entraremos a analizar. Para ello, ha tenido que entender el significado (proceso de significación) de la figura C del enunciado del problema y de los términos que aparecen y, sobre todo, comprende el texto globalmente, entendiéndolo, además, que debe dar una justificación de su respuesta. Para entender la figura como un polígono el alumno ha de realizar un proceso de idealización y de particularización.

El alumno realiza un proceso de comunicación puesto que da una respuesta (implícita) correcta al problema. Esta comunicación implica dos fases, en la primera el alumno enuncia que el proceso de resolución de este apartado es similar al que ha seguido en el apartado A (proceso de enunciación y proceso de generalización implícito –el apartado A y el C pertenecen al mismo tipo de problemas), en la segunda realiza un proceso de argumentación explícita que no está bien comunicada, por ejemplo no usa los términos de manera correcta (dice sistema en vez de procedimiento, que en matemáticas tiene diferente significado). La argumentación está basada en (1) la realización de cálculos aritméticos (proceso de algoritmización), (2) que la figura es un polígono con lados adyacentes perpendiculares (proceso de idealización y de significación), (4) que el perímetro de la figura C se puede descomponer en la suma de las longitudes de los lados horizontales de un rectángulo y de los lados verticales del otro rectángulo y (enunciación y materialización) y (5) la definición de perímetro. En la comunicación que hace el alumno se observa el uso combinado de tres registros: el gráfico, al trazar pares de segmentos paralelos; el verbal puesto que dice, por ejemplo, que calcula el perímetro (de manera implícita), y el simbólico, por ejemplo, escribe las sumas parciales obtenidas. Por tanto también, hay un proceso de representación.

AVALUACIÓ ANALÍTICA COMPETÈNCIES

Pensar i raonar

Determinem a la taula de nivells de competències PISA/OCDE, la subcompetència que s’infereix de la resposta de l’alumne, que en aquest cas és:

“Comprendre i usar els conceptes matemàtics en la seva extensió i els seus límits”

En la resposta de l’alumne es mostra dita competència, ja que l’alumne llegeix, comprèn i soluciona correctament el problema emprant objectes matemàtics com: perímetre, rectangle, calcular, sumar, ... entre d’altres (veure anàlisi d’objectes).

El nivell de complexitat seria el segon o el nivell de *connexió*:

“Comprendre i usar conceptes matemàtics en contextos que difereixen lleugerament dels que s’han introduït per primera vegada o amb els que s’han practicat després.”

L’alumne demostra que ha assolit dita competència en el segon nivell, ja que, en base al currículum i al tipus de problemes que habitualment es treballen en els llibres de text, l’alumne no ha resolt aquest tipus de problemes. Els problemes que ha resolt són de càlcul de perímetres però difereixen lleugerament del tipus que està acostumat a resoldre. Així mateix, l’alumne detecta les similituds amb l’exercici anterior.

Argumentació

Determinem a la taula de nivells de competències PISA/OCDE, la subcompetència que s’infereix de la resposta de l’alumne, que en aquest cas és:

“Crear i plasmar arguments matemàtics”

L’indicador utilitzat per afirmar que en la resposta de l’alumne es mostra aquesta competència, es troba en l’anàlisi dels processos, on s’observen diversos processos d’argumentació: algorimització, idealització i significació, enunciació i materialització i definició de perímetre.

El nivell de complexitat en el que considero que es dona aquesta competència és el següent:

“Crear i expressar raonaments matemàtics simples.” (Nivell de connexió)

L’argumentació que l’alumne realitza en justificar la seva resposta a aquest problema, no requereix l’elaboració d’encadenaments d’arguments matemàtics diferents, sinó que poden ser considerats raonaments senzills. (Veure l’apartat de processos anterior).

Comunicació

Determinem a la taula de nivells de competències PISA/OCDE, la subcompetència que s’infereix de la resposta de l’alumne, que en aquest cas són dues:

“Entendre afirmacions orals i escrites d’altres persones sobre matemàtiques”

“Expressar-se de diferents maneres, tant oralment com per escrit, sobre temes de coneixement matemàtic”

L’indicador emprat per afirmar que en la resposta de l’alumne es mostren aquestes dues subcompetències és l’anàlisi dels processos en el que s’observen diversos processos de comunicació en els que l’alumne entén el que el problema pregunta i produeix un text amb la resposta correcta.

El nivell de complexitat en el que es donen dites competències és el segon o nivell de connexió:

“Entendre qüestions matemàtiques proposades per altres (professor, llibre de text, etc.) de resolució no immediata ni es limita a l’aplicació de propietats i algorismes ja coneguts i emprats (per exemple, quan es presenten problemes contextualitzats que

exigeixen un cert procés de descontextualització no immediat) encara que l'alumne pot tenir una certa idea de com abordar-ho."

"Comprendre i saber expressar-se oralment i per escrit sobre qüestions matemàtiques que engloben des de com reproduir els noms i les propietats bàsiques d'objectes familiars o com explicar els càlculs i els seus resultats (normalment de més d'una manera) fins a explicar assumptes que impliquen relacions."

L'indicador usat per afirmar que ens trobem en aquest nivell és que:

- L'alumne ha entès el problema i ha escrit un text correcte com a resposta en el que ha combinat l'ús de figures, text verbal i símbols.
- Es tracta d'un problema contextualitzat la resolució del qual no és immediata.
- L'ús incorrecte de certs termes (diu sistema en comptes de procediment), malgrat que globalment la resposta es pot considerar com a correcta.

Construcció d'un model

Aquesta competència es mostra en la resposta de l'alumne, prenent en compte que hi ha un treball amb un model matemàtic simple: el perímetre de polígons, que és un model geomètric de la situació extra- matemàtica plantejada.

Determinem a la taula de nivells de competències PISA/OCDE, la subcompetència que s'infereix de la resposta de l'alumne, que en aquest cas és:

"Treballar amb un model matemàtic".

L'indicador utilitzat per afirmar que en la resposta de l'alumne es mostra aquesta competència és l'anàlisi de processos, específicament el de representació i de particularització: aplicació de la noció de perímetre al cas particular de la situació contextualitzada de l'enunciat.

El nivell de complexitat amb el que podem considerar que l'alumne treballa dita subcompetència és:

"Treballa amb un model matemàtic molt simple, prèviament conegut i que ja ha sigut aplicat." (Reproducció)

L'indicador és que l'alumne ha reconegut la longitud del contorn del parterre, com un cas particular de la noció matemàtica de perímetre d'un polígon.

Formulació i resolució de problemes

Determinem a la taula de nivells de competències PISA/OCDE, la subcompetència que s'infereix de la resposta de l'alumne, que en aquest cas és:

"Resolució de diferents tipus de problemes matemàtics de diverses maneres"

L'indicador utilitzat per afirmar que en la resposta de l'alumne es mostra aquesta competència és que l'alumne ha resolt correctament el problema.

El següent pas consisteix a determinar el nivell de complexitat. En aquest cas seria el següent:

“Resoldre tals problemes mitjançant la utilització de procediments i aplicacions estàndard però també de procediments de resolució de problemes més independents que impliquen establir connexions entre diferents àrees matemàtiques i diferents formes de representació i comunicació (esquemes, taules, gràfics, paraules i il·lustracions)”(Connexió)

L'indicador és que l'alumne ha resolt el problema utilitzant diferents formes de representació:

- gràfica: traça parells de segments paral·lels,
- verbal: calcula el perímetre de manera explícita, i
- simbòlica: escriu les sumes parcials obtingudes.

Representació

Determinem a la taula de nivells de competències PISA/OCDE, la subcompetència que s'infereix de la resposta de l'alumne, que en aquest cas és:

“Seleccionar i canviar entre diferents formes de representació depenent de la situació i el propòsit”

L'indicador utilitzat per afirmar que en la resposta de l'alumne es mostra aquesta competència és que l'alumne ha fet ús de diferents representacions.

El següent pas consisteix a determinar el nivell de complexitat. En aquest cas seria el següent:

“Seleccionar i canviar entre diferents formes de representació de les situacions i objectes matemàtics” (Connexió)

L'indicador és que l'alumne ha resolt el problema utilitzant diferents formes de representació (gràfica, verbal i simbòlica)

Ús d'operacions i del llenguatge simbòlic, formal i tècnic

Determinem a la taula de nivells de competències el descriptor (o subcompetència) que s'infereix de la resposta de l'alumne, que en aquest cas són dues:

“Emprar afirmacions i expressions que contenen símbols i fórmules tals com utilitzar variables, resoldre equacions i realitzar càlculs.”

“Traduir del llenguatge natural al simbòlic/formal.”

L'indicador utilitzat per afirmar que en la resposta de l'alumne es mostra aquestes dues subcompetències és l'anàlisi de la configuració cognitiva en el qual s'observen el llenguatge simbòlic i gràfic i els procediments utilitzats (identificar segments de la mateixa longitud, calcular el perímetre, sumar, multiplicar, etc.) Es presenta una

situació educativa amb un context extramatemàtic que s'ha de traduir a continguts d'espai i forma.

El següent pas consisteix a determinar el nivell de complexitat. En aquest cas serien els següents:

“Emprar afirmacions senzilles i expressions amb símbols i fórmules, tals com utilitzar variables, resoldre equacions i realitzar càlculs mitjançant procediments familiars.” (connexió)

“Traduir del llenguatge natural al simbòlic/formal situacions i en contextos menys coneguts.” (connexió)

L'indicador, en el cas de la solució a aquest problema, és que els càlculs són simples (realitzar una suma) però no es poden considerar rutinaris ja que ell ha hagut de seleccionar els sumands.

És una situació familiar, degut a que es tracta de trobar perímetres de figures poligonals, però no rutinària, atès que ha hagut de trobar les longituds dels costats fent ús d'un procediment implícit que no es pot considerar rutinari, que és l'obtenció de polígons isoperimètrics.

Ús de suports i eines

Aquesta última competència considerem que no ha estat activada per l'alumne ja que, excepte paper, bolígraf, regles i calculadora (suports usuals) no es van utilitzar altres eines ni suports en la solució del problema. Encara que també seria acceptable considerar que aquesta competència ha estat activada a un nivell de reproducció.

CONCLUSIÓ

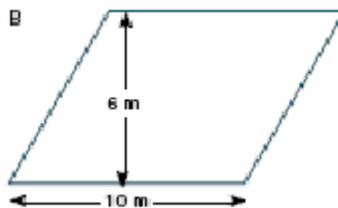
La conclusió és que es tracta d'una resposta que permet situar la competència de l'alumne en el *nivell de connexió*. Les raons per a aquesta afirmació és que les següents competències es presenten a aquest nivell: pensar i raonar, argumentació, comunicació, formulació i resolució de problemes, representació i ocupació d'operacions i d'un el llenguatge simbòlic, formal i tècnic. El fet que les altres dues competències (construcció de models i ús de suports i eines) es presentin al nivell de reproducció no és causa suficient perquè la solució de l'alumne deixi de considerar-se en el grup de connexió. Aquesta conclusió està d'acord a allò que estableix el marc teòric PISA.

Dados el problema PISA (adaptado) y la solución presentada por un alumno, realiza un análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos, y una evaluación analítica de competencias matemáticas PISA 2003, como en los ejemplos propuestos anteriormente (Situación 1 y Situación 2).

ENUNCIADO DEL PROBLEMA

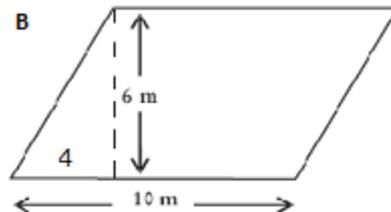
CARPINTERO (Situación 4)

Un carpintero tiene 32 metros de madera y quiere construir una pequeña valla alrededor de un parterre en el jardín. Ha considerado el diseño B para el parterre.



Para este diseño, explica si se puede tapiar o no el parterre con los 32 metros de madera. Debes responder con un sí puedes hacerlo o un no puedes hacerlo, y por qué.

SOLUCIÓN DE UN ALUMNO



En este no sería posible ya que faltarían los cálculos de la diagonal, esto sería más metros de los que tocaba para tapiar $\sqrt{6^2 + 4^2} = 8,4m$ 7,2m.

Los 8,4m sumados a los 10 de longitud que ya dicen 37 (7,2.2+10.2)

7,2m

34m

ANÀLISI DE PRÀCTIQUES, OBJECTES I PROCESSOS MATEMÀTICS (APOPM)**PRÀCTIQUES**

La pràctica matemàtica que realitza l'alumne consisteix en la lectura de l'enunciat del problema seguida de la producció d'un text com a resposta, on calcula el perímetre de la figura B. Per a fer-ho, primer calcula la mesura de la base del triangle rectangle resultant de traçar l'alçada del paral·lelogram per un vèrtex. Seguidament aplica el Teorema de Pitàgores per trobar la longitud del costat no donat de la figura i calcula el perímetre.

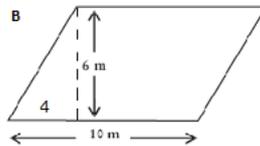
OBJECTES**Situació – problema**

Problema del fuster (situació 4)

Llenguatge

- *Verbal:*
Termes precisos: càlculs, diagonal, metres, sumados, longitud
Altres termes: “más metros de los que tocaba”; “sumados a los ... que ya dicen”

- *Gràfica:*



- *Simbòlica:*
B; 6 m; 10 m; $\sqrt{6^2 + 4^2} = \cancel{8.4m} 7,2m$; $\cancel{8.4m} 7,2m$; 10; ~~37~~ 34 m (7,2·2+10·2)

Conceptes – definició

- *Conceptes explícits:* suma, multiplicació, potències, arrel quadrada, perímetre, paral·lelogram (romboide), triangle rectangle
- *Conceptes implícits:* longitud d'un segment, polígon, diagonal, catets, hipotenusa, major que (desigualtats)

Proposicions

Propietats implícites emprades: Teorema de Pitàgores, la longitud és una magnitud additiva, la hipotenusa sempre mesura més que el catet més llarg.

Procediments

Procediments explícits: sumar, restar, multiplicar, calcular potències, calcular arrel quadrada, calcular el perímetre, identificar segments de la mateixa longitud, aplicar el teorema de Pitàgores, comparació de nombres, arrodoniment

Arguments

Tesi 1: la base del triangle rectangle és 4.

L'alumne justifica de manera implícita amb un dibuix que la base de la figura es descompon en $6 + 4$ i omet el càlcul ($10 - 6 = 4$ m)

Tesi 2: No és possible construir un parterre amb aquest disseny.

Calcula el perímetre de la figura i en obtenir un nombre major que 32, demostra que no és possible.

ANÀLISI PROCESSOS

L'alumne ha comprés el significat de l'enunciat, és a dir, ha realitzat un primer procés de *comunicació* (en el sentit de que *comprèn enunciats matemàtics d'altres persones*) i per a fer-ho ha realitzat un procés de *significació* en tant que, ha sabut interpretar la figura de l'enunciat del problema i el termes que en ella hi apareixen. Per a interpretar la figura ha hagut de realitzar els processos de *idealització*, ja que, per entendre la figura com a un polígon, ha de suposar que els costats són paral·lels dos a dos; i també ha dut a terme un procés de *particularització*.

Així mateix ha comprés la necessitat de donar una justificació a la seva resposta, on torna a aparèixer un procés de *comunicació*. Aquesta comunicació implica alhora un procés d'argumentació explícita que, tot i ser correcta, no està ben expressada (usa el terme diagonal per designar un costat del romboide i no la seva diagonal pròpiament dita); i és insuficient (no explica com obté que la base del triangle rectangle és 4). La comunicació en la resposta de l'alumne també implica un l'ús combinat de tres registres: el gràfic (traça una línia discontinua per representar l'alçada del romboide i escriu la longitud calculada), el verbal (ja que redacta el que està fent) i el simbòlic (escriu expressions numèriques). Per tant hi ha també un procés de *representació*.

L'*argumentació* està basada en:

- La definició de perímetre
- Que la figura és un polígon amb costats iguals dos a dos (procés d'*idealització* i *significació*)
- La *descomposició* de la base del polígon en dues parts resultants de la intersecció la mateixa amb l'altura (la base del triangle que forma l'altura amb un costat del romboide i la part que mesura el mateix que l'altura)
- La realització de càlculs aritmètics (procés d'*algoritmizació*)
- L'aplicació del Teorema de Pitàgores (*connexió* entre diferents continguts)
- L'arrodoniment
- La comparació de nombres naturals

AVALUACIÓ ANALÍTICA COMPETÈNCIES***Pensar i raonar***

Determinem a la taula de nivells de competències el descriptor (o subcompetència) que s'infereix de la resposta de l'alumne, que en aquest cas és:

“Comprendre i usar els conceptes matemàtics en la seva extensió i els seus límits”

En la resposta de l'alumne es mostra dita competència, ja que l'alumne llegeix, comprèn i soluciona correctament el problema emprant objectes matemàtics com: perímetre, longitud, polígon, ... entre d'altres (veure anàlisi d'objectes).

El nivell de complexitat seria el segon o el nivell de *connexió*:

“Comprendre i usar conceptes matemàtics en contextos que difereixen lleugerament dels que s'han introduït per primera vegada o amb els que s'han practicat després.”

L'alumne demostra que ha assolit dita competència en el segon nivell, ja que, en base al currículum i al tipus de problemes que habitualment es treballen en els llibres de text, l'alumne no ha resolt aquest tipus de problemes. Els problemes que ha resolt són de càlcul de perímetres però difereixen lleugerament del tipus que està acostumat a resoldre.

Argumentació

Determinem a la taula de nivells de competències el descriptor (o subcompetència) que s'infereix de la resposta de l'alumne, que en aquest cas és:

“Crear i plasmar arguments matemàtics”

L'indicador utilitzat per afirmar que en la resposta de l'alumne es mostra aquesta competència és l'anàlisi dels processos en el qual s'observen diversos processos d'argumentació.

El següent pas consisteix a determinar el nivell de complexitat. En aquest cas seria el següent:

“Crear i expressar raonaments matemàtics simples.” (Nivell de connexió)

L'indicador utilitzat per afirmar que ens trobem en aquest nivell és l'argumentació que l'alumne realitza en justificar la seva resposta a aquest problema (veure l'apartat de processos anterior).

Comunicació

Determinem a la taula de nivells de competències el descriptor (o subcompetència) que s'infereix de la resposta de l'alumne, que en aquest cas són dues:

“Entendre afirmacions orals i escrites d'altres persones sobre matemàtiques”

“Expressar-se de diferents maneres, tant oralment com per escrit, sobre temes de coneixement matemàtic”

L'indicador emprat per afirmar que en la resposta de l'alumne es mostren aquestes dues subcompetències és l'anàlisi dels processos en el que s'observen diversos processos de comunicació en els que l'alumne entén el que el problema pregunta i produeix un text amb la resposta correcta.

El nivell de complexitat en el que es donen dites competències és el segon o nivell de connexió:

“Entendre qüestions matemàtiques proposades per altres (professor, llibre de text, etc.) de resolució no immediata ni es limita a l'aplicació de propietats i algorismes ja coneguts i emprats (per exemple, quan es presenten problemes contextualitzats que exigeixen un cert procés de descontextualització no immediat) encara que l'alumne pot tenir una certa idea de com abordar-ho.”

“Comprendre i saber expressar-se oralment i per escrit sobre qüestions matemàtiques que engloben des de com reproduir els noms i les propietats bàsiques d'objectes familiars o com explicar els càlculs i els seus resultats (normalment de més d'una manera) fins a explicar assumptes que impliquen relacions.”

L'indicador usat per afirmar que ens trobem en aquest nivell és que:

- L'alumne ha entès el problema i ha escrit un text correcte com a resposta en el que ha combinat l'ús de figures, text verbal i símbols.
- Es tracta d'un problema contextualitzat la resolució del qual no és immediata.
- L'ús incorrecte de certs termes (diagonal), malgrat que globalment la resposta es pot considerar com a correcta.

Construcció d'un model

Aquesta competència es mostra en la resposta de l'alumne, prenent en compte que hi ha un treball amb un model matemàtic simple: el perímetre de polígons, que és un model geomètric de la situació extra- matemàtica plantejada.

Determinem a la taula de nivells de competències el descriptor (o subcompetència) que s'infereix de la resposta de l'alumne, que en aquest cas és:

“Treballar amb un model matemàtic”.

L'indicador utilitzat per afirmar que en la resposta de l'alumne es mostra aquesta competència és l'anàlisi de processos, específicament el de representació i de particularització: aplicació de la noció de perímetre al cas particular de la situació contextualitzada de l'enunciat.

El següent pas consisteix a determinar el nivell de complexitat. En aquest cas seria el següent:

“Treballa amb un model matemàtic molt simple, prèviament conegut i que ja ha sigut aplicat.” (Reproducció)

L'indicador és que l'alumne ha reconegut la longitud del contorn del parterre, com un cas particular de la noció matemàtica de perímetre de polígons.

Formulació i resolució de problemes

Determinem a la taula de nivells de competències el descriptor (o subcompetència) que s'infereix de la resposta de l'alumne, que en aquest cas és:

“Resolució de diferents tipus de problemes matemàtics de diverses maneres”

L'indicador utilitzat per afirmar que en la resposta de l'alumne es mostra aquesta competència és que l'alumne ha resolt correctament el problema.

El següent pas consisteix a determinar el nivell de complexitat. En aquest cas seria el següent:

“Resoldre tals problemes mitjançant la utilització de procediments i aplicacions estàndard però també de procediments de resolució de problemes més independents que impliquen establir connexions entre diferents àrees matemàtiques i diferents formes de representació i comunicació (esquemes, taules, gràfics, paraules i il·lustracions)”(Connexió)

L'indicador és que l'alumne ha resolt el problema utilitzant diferents formes de representació (gràfica: dibuix de l'altura per formar un triangle rectangle dins la figura i poder aplicar Pitàgores; verbal: calcula el perímetre de manera explícita i simbòlica, igualtat numèrica).

Representació

Determinem a la taula de nivells de competències el descriptor (o subcompetència) que s'infereix de la resposta de l'alumne, que en aquest cas és:

“Selecció i canviar entre diferents formes de representació depenent de la situació i el propòsit”

L'indicador utilitzat per afirmar que en la resposta de l'alumne es mostra aquesta competència és que l'alumne ha fet ús de diferents representacions.

El següent pas consisteix a determinar el nivell de complexitat. En aquest cas seria el següent:

“Selecció i canviar entre diferents formes de representació de les situacions i objectes matemàtics” (Connexió)

L'indicador és que l'alumne ha resolt el problema utilitzant diferents formes de representació (gràfica, verbal i simbòlica)

Ús d'operacions i del llenguatge simbòlic, formal i tècnic

Determinem a la taula de nivells de competències el descriptor (o subcompetència) que s'infereix de la resposta de l'alumne, que en aquest cas són dues:

“Emprar afirmacions i expressions que contenen símbols i fórmules tals com utilitzar variables, resoldre equacions i realitzar càlculs.”

“Traduir del llenguatge natural al simbòlic/formal.”

L'indicador utilitzat per afirmar que en la resposta de l'alumne es mostra aquestes dues subcompetències és l'anàlisi de la configuració cognitiva en el qual s'observen el llenguatge simbòlic i gràfic i els procediments utilitzats (identificar segments de la mateixa longitud; calcular el perímetre; calcular longituds; sumar, multiplicar, calcular l'arrel quadrada, etc.) Es presenta una situació educativa amb un context extramatemàtic que s'ha de traduir a continguts d'espai i forma.

El següent pas consisteix a determinar el nivell de complexitat. En aquest cas serien els següents:

“Emprar afirmacions senzilles i expressions amb símbols i fórmules, tals com utilitzar variables, resoldre equacions i realitzar càlculs mitjançant procediments familiars.” (connexió)

“Traduir del llenguatge natural al simbòlic/formal situacions i en contextos menys coneguts.” (connexió)

L'indicador, en el cas de la solució a aquest problema, és que els càlculs són simples (realitzar una suma) però no es poden considerar rutinaris ja que ell ha hagut de seleccionar els sumands. És una situació familiar, a causa que es tracta de trobar perímetres de figures poligonals, però no rutinària, atès que ha hagut de trobar les longituds dels costats fent ús d'un procediment implícit que no es pot considerar rutinari, que és el Teorema de Pitàgores.

Ús de suports i eines

Aquesta última competència considerem que no ha estat activada per l'alumne ja que, excepte paper, bolígraf, regles i calculadora (suports usuals) no es van utilitzar altres eines ni suports en la solució del problema. Encara que també seria acceptable considerar que aquesta competència ha estat activada a un nivell de reproducció.

CONCLUSIÓ

La conclusió és que es tracta d'una resposta que permet situar la competència de l'alumne en el *nivell de connexió*. Les raons per a aquesta afirmació és que les següents competències es presenten a aquest nivell: pensar i raonar, argumentació, comunicació, formulació i resolució de problemes, representació i ocupació d'operacions i d'un el llenguatge simbòlic, formal i tècnic. El fet que les altres dues competències (construcció de models i ús de suports i eines) es presentin al nivell de reproducció no és causa suficient perquè la solució de l'alumne deixi de considerar-se en el grup de connexió. Aquesta conclusió està d'acord a l'establert pel marc teòric PISA.

ANEXO 48

CUESTIONARIO SOBRE LA TAREAS 1 y 2

En relación a las tareas 1 y 2 propuestas, sobre el **Problema del Carpintero – Situaciones 3 y 4**, responde las siguientes preguntas. Cambia el color de la FUENTE (color de las letras o números en rojo) a **automático** o **negro** cuando elijas tu respuesta, utilizando el ícono  o presionando fuente y luego color de fuente en la barra de herramientas.

1. ¿Entendiste lo que se pedía en la tarea?

SI

NO

Sólo parte de ella

Comentario:

2. ¿Cuánto tiempo has utilizado en cada una de las dos Tareas:

TAREA 1: _____ horas

Evaluación analítica y global de competencias matemáticas PISA.

TAREA 2: _____ horas

Análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos.

Evaluación analítica y global de competencias matemáticas PISA.

3. Indica el grado de acuerdo o desacuerdo con respecto a las siguientes afirmaciones, cambia el color del número de la opción elegida.

Siendo:

Muy en desacuerdo=1; En desacuerdo=2; Indiferente=3; De acuerdo=4; Muy de acuerdo=5;

- a. Los ejemplos te han sido útiles para realizar las tareas 1 y 2. 1 2 3 4 5

- b. Sin considerar el tiempo que te tomó o lo laborioso que pueda ser el análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos *consideras que este análisis es útil como paso previo al uso de la Tabla de competencias matemáticas y niveles de complejidad PISA/OCDE para la evaluación de competencias matemáticas PISA 2003.* 1 2 3 4 5

- c. *Podrías haber argumentado el nivel de complejidad de cada competencia sin el análisis de prácticas objetos y procesos (solo con el uso de la Tabla de competencias matemáticas y niveles de complejidad PISA/OCDE)* 1 2 3 4 5

4. Crees que sin haber realizado previamente este análisis completo habrías podido evaluar las competencias matemáticas desarrolladas por el alumno en su solución al problema del carpintero (adaptado).

SI

NO

Comentario:

ANEXO 48

5. Tuviste dudas en la elección del nivel de complejidad (reproducción, conexión, reflexión)

SI

NO

Comentario:

6. ¿Te quedó claro que si había una competencia en el nivel de conexión, aunque todas las demás fueran de reproducción, la competencia global es de conexión y si una competencia estaba en el nivel de reflexión, aunque las otras fueran de conexión o reproducción, la competencia global es de reflexión?

SI

NO

Comentario:

7. ¿Te crees capaz de realizar el análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos de un episodio de clase o solución de un estudiante?

SI

NO

Comentario:

8. ¿Crees que puedas llevar a la práctica profesional este tipo de análisis para la evaluación analítica y global de competencias matemáticas del currículo de la ESO, en caso que se requiera?

SI

NO

Comentario:

Muchas Gracias

ANEXO 48

Cuadro 11. 2 . Resultados del Cuestionario 2 sobre la evaluación analítica de competencias

1. ¿Entendiste lo que se pedía en la tarea?			2. ¿Cuánto tiempo has utilizado para realizar cada tarea?			3.a Los ejemplos te han sido útiles					3.b El APOPM es útil como paso previo al uso de la Tabla de competencias matemáticas PISA/OCDE					3.c Podrías haber argumentado el nivel de complejidad de cada competencia sin El APOPM (solo con tablas)					4. Sin previo análisis habría podido evaluar competencias		5. Tuviste dudas en la elección del nivel de complejidad		6. Te quedó claro qué elegir si te encontrabas con diferentes niveles		7. Te crees capaz de realizar el AOPM de un episodio o solución de un alumno		8. crees que puedes llevar a PP este tipo de análisis	
						Muy en desacuerdo	En desacuerdo	Indiferente	De acuerdo	Muy de acuerdo																				
SI	NO	Parte	Tarea 1	Tarea 2	Total	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1	0	0	2	3,5	5,5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	3	2	5	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	3	7	10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1,5	2,5	4	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	2,5	4	6,5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	4	5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1,5	2,5	4	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	4	5	9	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	2	2	4	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1,5	3	4,5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	2	3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	2	5	7	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	2	3	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	3	4	7	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	2	3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	3	2	5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1,5	2,5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	2	3	5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	4	2	6	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	3	5	8	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	3	4,5	7,5	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1,5	2,5	4	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
22	0	0	2,1591	3,2273	119	0	0	1	3	18	0	1	3	15	3	2	10	4	6	0	3	19	18	4	6	16	22	0	21	1

Ejercicio

Vuelve a leer el episodio correspondiente al CF1 (episodio de los barrios) y completa los bloques referidos a las proposiciones y procedimientos de la configuración epistémica dada a continuación:

Configuración epistémica

SITUACIONES PROBLEMA

Aquí tienes la población y el área de dos distritos en tu ciudad.

<i>Distrito 1 (N1)</i>	<i>Distrito 2 (N2)</i>
65 075 habitantes	190 030 habitantes
7 km ²	5 km ²

- (i) Discute en cuál de estos dos lugares las personas viven más espaciosamente.
- (ii) Encuentra cuánta gente debería trasladarse de un distrito a otro para vivir en ambos espaciosamente.

LENGUAJE

Verbal:

Densidad (A), menor(A), ecuación (A), múltiplo (T), división (T),....

Simbólico:

Números naturales (P), fracciones (A), decimales (A), unidades de área (P) y de densidad(A), símbolos N1 y N2 (P), → (A).....

CONCEPTOS

Densidad (A), mayor y menor(A), múltiplo (T), fracción (A), decimal (A), incógnita (A), ecuación (A), solución exacta de una ecuación (M), solución aproximada de un problema (M).

PROPOSICIONES

- Este es una problema acerca de densidades (A).
- En N1 la densidad es menor que en N2 (A).
- Aquí [N2] hay más personas y menos espacio (E).
-
-
-
-

PROCEDIMIENTOS.

- | | |
|---|-------------------------------|
| 1. Ensayo y error (M lo cita pero no lo aplica). | 2. Dividir (A). |
| 3. Redondeo de números (A). | 4. Cálculo de densidades (A). |
| 5. Comparación de números que representan densidades (A). | 6. |
| 7. | 8. |

ARGUMENTOS

(Alicia) Tesis 1: Este es un problema acerca de densidades.

Se usan los siguientes argumentos:

Argumento 1: En los problemas de densidades los datos son densidades.

Argumento 1: En este problema los datos son densidades.

(Emilio) Tesis 2: Aquí [N2] hay más personas y menos espacio.

Se usa el siguiente argumento (vivencial):

Argumento: Yo he estado allí. Los pisos son muy pequeños.

(Alicia) Tesis 3: En N1 la densidad es menor que en N2.

Se usan los siguientes argumentos:

Argumento 1: Se puede sustituir 65 075 por 65 072 (implícito: para que la división por 7 sea exacta).

Argumento 2: Dividiendo el número de habitantes por el número de km^2 se obtiene que la densidad en N1 es 9 296 h/ km^2 .

Argumento 3: Dividiendo el número de habitantes por el número de km^2 se obtiene que la densidad en N2 es 38 006 h/ km^2 .

Argumento 4: 9 296 es menor que 38 006.

(Alicia) Tesis 4: En N1 vives más espaciosamente.

Se usan los siguientes argumentos:

Argumento 1 (implícito) Si la densidad de un vecindario es menor que la de otro, eso quiere decir que en el de menor densidad "Tú vives más espaciosamente".

Argumento 2: En N1 la densidad es menor que en N2.

(Alicia) Tesis 4: Si se trasladan 83 737 vecinos de N2 a N1 los dos vecindarios tendrán la misma densidad (A).

Argumento: Planteamiento y resolución de una ecuación.

ANEXO 50

Respuestas de los alumnos para completar la C.E. del problema de los barrios

Proposiciones Estudiantes	En la última operación ella no encuentra múltiplos (E)	En N1 vives más espaciosamente (E)	65 075 no es múltiplo de 7; 65 072 sí lo es (T)	Si un número es múltiplo de otro, la división por este último es exacta (T)	Si se trasladan 83 737 vecinos de N2 a N1 los dos vecindarios tendrían la misma densidad (A)	9 296 es "más pequeño" que 38 006.	Otras
E1		x					Frente a un conocimiento real previo de los distritos, no es necesario el uso de las matemáticas.
E2		x	x			x	La segunda pregunta está maS
E3			x			x	Puedes hacerlo por Ensayo y error.
E4			x			x	La segunda pregunta está mal Necesitamos calcular las densidades y que sean iguales
E5		x		x	x		
E6	x	x	x			x	
E7	x	x	x	x			Necesitamos calcular las densidades y que sean iguales
E8		x			x		Puedes hacerlo por Ensayo y error.
E9		x	x			x	La segunda pregunta está maS
E10						x	Cambiaría la segunda pregunta Necesitamos calcular las densidades y que sean iguales
E11		x			x		
E12							Puedes hacerlo por Ensayo y error
E13							Puedes hacerlo por Ensayo y error Necesitamos calcular las densidades y que sean iguales
E14		x	x			x	La segunda pregunta está maS
E15		x				x	Puedes hacerlo por Ensayo y error. Necesitamos calcular las densidades y que sean iguales

ANEXO 50

Proposiciones Estudiantes	En la última operación ella no encuentra múltiplos (E)	En N1 vives más espaciosamente (E)	65 075 no es múltiplo de 7; 65 072 sí lo es (T)	Si un número es múltiplo de otro, la división por este último es exacta (T)	Si se trasladan 83 737 vecinos de N2 a N1 los dos vecindarios tendrían la misma densidad (A)	9 296 es "más pequeño" que 38 006.	Otras
E16		x	x	x	x	x	
E17		x	x			x	
E18		x	x			x	La segunda pregunta está mal
E19			x			x	Puedes hacerlo por Ensayo y error. Necesitamos calcular las densidades y que sean iguales
E20		x			x		
E21	x		x	x	x		Necesitamos calcular las densidades y que sean iguales
E22			x			x	La segunda pregunta está mal
E23		x	x		x		
E24		x	x			x	La segunda pregunta está mal
E25					x		
E26			x	x			Puedes hacerlo por Ensayo y error.
E27		x	x	x		x	Puedes hacerlo por Ensayo y error. Necesitamos calcular las densidades y que sean iguales
E28		x		x			Nosotros necesitamos comparar los dos distritos (T) Necesitamos calcular las densidades y luego necesitamos que sean iguales (T)
E29		x	x		x	x	Puedes hacerlo por Ensayo y error.
E30		x	x			x	
E31		x					La segunda pregunta está mal
E32						x	Puedes hacerlo por Ensayo y error.
E33		x	x				
E34		x	x		x		Puedes hacerlo por Ensayo y error. Necesitamos calcular las densidades y que sean iguales
E35		x	x			x	Necesitamos calcular las densidades y que sean iguales

ANEXO 50

Proposiciones Estudiantes	En la última operación ella no encuentra múltiplos (E)	En N1 vives más espaciosamente (E)	65 075 no es múltiplo de 7; 65 072 sí lo es (T)	Si un número es múltiplo de otro, la división por este último es exacta (T)	Si se trasladan 83 737 vecinos de N2 a N1 los dos vecindarios tendrían la misma densidad (A)	9 296 es "más pequeño" que 38 006.	Otras
E36		x	x			x	Puedes hacerlo por Ensayo y error.
E37						x	Necesitamos calcular las densidades y que sean iguales
	3	25	23	7	10	21	

ANEXO 50

Respuestas de los alumnos para completar la C.E. del problema de los barrios

Alumnos	Traducción del lenguaje verbal al algebraico. (Planteamiento de ecuaciones) (A)	Resolución de ecuaciones (A)	Determinar (encontrar, buscar, comprobar) si un número es múltiplo de otro (T lo usa implícitamente)	Otros: Aproximar, redondear, sumar, dividir, calcular	No procedimientos: Procesos, definiciones
E1		x			
E2			x		Resolución de problemas
E3		x			
E4	x	x	x		
E5	x	x			
E6	x	x	x		
E7	x	x		x	
E8	x	x	x		
E9		x			Múltiplos
E10		x		x	
E11	x	x			Relación entre densidad y espacio (A) Experiencia personal
E12					Ecuación , números múltiplos , fracciones
E13	x	x			Fracción equivalente
E14					División exacta
E15	x	x			
E16	x	x	x		
E17					División exacta
E18	x	x			Divisibilidad: múltiplos de 7
E19	x	x		x	
E20	x	x	x		
E21	x	x	x		
E22					Conceptos de múltiplos y

ANEXO 50

Procedimientos Alumnos	Traducción del lenguaje verbal al algebraico. (Planteamiento de ecuaciones) (A)	Resolución de ecuaciones (A)	Determinar (encontrar, buscar, comprobar) si un número es múltiplo de otro (T lo usa implícitamente)	Otros: Aproximar, redondear, sumar, dividir, calcular	No procedimientos: Procesos, definiciones
					divisibilidad Contextualización
E23	x	x	x	x	
E24		x			Múltiplos de 7
E25		x			Ecuación
E26			x	x	Ecuaciones
E27	x	x	x		
E28	x	x	x	x	
E29	x	x			Múltiplos de 7
E30		x		x	Contextualización
E31		x	x		
E32					Orden numérico
E33					Ecuaciones; múltiplos
E34	x	x			
E35		x		x	
E36		x		x	
E37				x	Múltiplos
	18	27	11	10	