



Desarrollo de un modelo de comportamiento humano, aplicable al estudio de la movilidad social

María Teresa Anguera Argilaga

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tdx.cat) i a través del Dipòsit Digital de la UB (diposit.ub.edu) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX ni al Dipòsit Digital de la UB. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX o al Dipòsit Digital de la UB (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tdx.cat) y a través del Repositorio Digital de la UB (diposit.ub.edu) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR o al Repositorio Digital de la UB. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR o al Repositorio Digital de la UB (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tdx.cat) service and by the UB Digital Repository (diposit.ub.edu) has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized nor its spreading and availability from a site foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository is not authorized (framing). Those rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.

UNIVERSIDAD DE BARCELONA
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE PSICOLOGÍA

DESARROLLO DE UN MODELO DE COMPORTAMIENTO HUMANO,
APLICABLE AL ESTUDIO DE LA MOVILIDAD SOCIAL

Director:

Dr. D. Miguel Siguan Soler

Tesis Doctoral
presentada por:

María Teresa ANGUERA ARGILAGA

Barcelona, diciembre de 1976

ESTRUCTURA DEL MODELO TEORÉTICO.

Una teoría es un conjunto integrado de relaciones con cierto nivel de validez. Antes de la validación, y sea cuál fuera la pureza de su forma, es impropio denominar "teoría" a este conjunto de formulaciones, reservando el término para las hipótesis validadas. Es incorrecto afirmar que para dichas hipótesis la conversión en teoría exija una validación perfecta, sino simplemente que es necesario alcanzar cierto nivel determinable y útil de validez antes de que corresponda aplicar dicho término. Quine (1927, p. 194) observó que "la única diferencia entre una hipótesis y una teoría es de índole subjetiva; el investigador cree en una teoría, y sólo atribuye plausibilidad a la hipótesis ...". Aparentemente, tanto Frank (1957, p. 30) como Braithwaite (1962, p. 224) conciben a la teoría como un conjunto formal de enunciados de relación.

Capítulo VII

ESTRUCTURA DEL MODELO TEORÉTICO

En una estructura teórica, estas hipótesis mencionadas se manifiestan en dos formas: en primer lugar, como sistema formal de proposiciones, y en segundo lugar, como sistema operacional formado por la suma de las definiciones operacionales adecuadas al sistema formal (Quine, 1940, Cap. 8).

Las proposiciones del sistema formal contienen partes del lenguaje: sustantivos, adjetivos, verbos y adverbios; siguiendo el ejemplo de Churchman (1940, p. 74), las denominaremos "términos y relaciones". Así, cada proposición contendrá términos relacionados con otros términos.

ESTRUCTURA DEL MODELO TEORÉTICO.-

Una teoría es un conjunto integrado de relaciones con cierto nivel de validez. Antes de la validación, y sea cuál fuere la pureza de su forma, es impropio denominar "teoría" a este conjunto de formulaciones, reservando el término para las hipótesis validadas. No debemos inferir que para dichas hipótesis la conversión en teoría exija una validación perfecta, sino simplemente que es necesario alcanzar cierto nivel determinable y útil de validez antes de que corresponda aplicar dicho término. Russell (1927, p. 194) observó que "la única diferencia entre una hipótesis y una teoría es de índole subjetiva: el investigador cree en una teoría, y sólo atribuye plausibilidad a la hipótesis ...". Aparentemente, tanto Frank (1957, p. 30) como Braithwaite (1962, p. 224) conciben a la teoría como un conjunto formal de enunciados de relación.

En una estructura teórica, estas hipótesis mencionadas se manifiestan en dos formas: en primer lugar, como sistema formal de proposiciones, y en segundo lugar, como sistema operacional formado por la suma de las definiciones operacionales adecuadas al sistema formal (Churchman, 1940, Cap. 8).

Las proposiciones del sistema formal contienen partes del lenguaje: sustantivos, adjetivos, verbos y adverbios; siguiendo el ejemplo de Churchman (1940, p. 74), las denominaremos "términos y relaciones". Así, cada proposición contendrá términos relacionados con otros términos,

que en conjunto componen el sistema formal. El sistema formal no contiene definiciones nominales u operacionales, ni explicaciones de ningún tipo vinculadas con las relaciones enunciadas; éstas deben aparecer en otras áreas de la estructura teórica. Dicha limitación es consecuencia del propósito que persigue el sistema formal: enunciar del modo más claro y económico posible las relaciones entre los términos incluidos, haciendo particular hincapié en las formas de éstas, no es su derivación o desarrollo, ni siquiera en su significado nominal. Si nos atenemos a tales limitaciones, la estructura de las relaciones se destaca con gran relieve, y aunque tal vez resulte todavía compleja, la formulación exhibe la mayor economía posible.

No hay reglas generales que determinen la estructura relacional de los sistemas formales, más allá de las reglas corrientemente aceptadas de la lógica, y, cuando es necesario, de la matemática. El sistema formal no necesita ser deductivo -en el sentido de que un conjunto de proposiciones incluidas pueda deducirse de otro-, pero puede serlo. Sin embargo, se exige que las relaciones sean formuladas en forma coherente e inequívoca; deben ser coherentes en cuanto las conclusiones obtenibles en una parte no han de contradecir las conclusiones en otra; además, las obtenibles dentro del sistema formal deben ser determinadas totalmente en él u, por consiguiente, ser inequívocas.

Un sistema formal no siempre está constituido por proposiciones aritméticamente relacionadas. Zetterberg (1954) expone un conjunto de proposiciones vinculadas "lógicamente", como: cuanto más acentuada la división del trabajo, mayor solidaridad; y cuando más elevado el número de miembros, más acentuada la división del trabajo (p. 19).

Dichas proposiciones también serían aceptables en un sistema formal, pero sea cual fuere la forma de las relaciones, deben satisfacer la condición de coherencia interna. Más allá de esta condición, las proposiciones deben concebirse como hipótesis empíricamente relevantes y no sólo como partes de un sistema formal.

Para que sea directamente verificable, un sistema formal debe transformarse en uno operacional; ello se logra reemplazando los "términos" del primero por sus "definiciones operacionales" apropiadas; en este contexto, la expresión anterior se refiere a las operaciones utilizadas para medir un término. El resultado de esta sustitución, el sistema operacional, se compone de medidas vinculadas con otras medidas.

Si se valida un sistema operacional en un nivel utilizable, su sistema formal se convierte en teoría; las proposiciones de éste pasan a ser los enunciados de la teoría. Aceptando que una teoría es un sistema formal validado, es necesario considerar la fuente de ese sistema formal.

En las ciencias físico-naturales es posible determinar, mediante la experimentación por vía de inducción, sistemas formales de gran complejidad. Esto podría ocurrir suponiendo que las medidas (definiciones operacionales) de los términos ya hubieran sido determinadas, como suele suceder en tales ciencias. En este caso, la experimentación permitiría fijar relaciones empíricas entre dichas medidas, estableciendo así el sistema operacional, que en este punto constaría de enunciados de relaciones halladas en un experimento o en una serie de experimentos. Si el investigador está convencido de haber incluido, controlado, medido

y relacionado todos los factores relevantes, puede inferir que las relaciones descubiertas poseen generalidad suficiente para que se las formule como un sistema formal de relación, no simplemente entre las medidas por él utilizadas, sino entre términos (Cohen, 1953, p. 219).

Este proceso, inherente al establecimiento de un sistema formal y una teoría por inducción, por lo general no es utilizable en las Ciencias Sociales; con el fin de inferir directamente un sistema formal de los hallazgos de la investigación, se hace prácticamente indispensable el empleo del método experimental, aunque ello no implica que sea imposible validar en niveles útiles los sistemas formales existentes mediante otros métodos. Si antes de iniciar la investigación ya hubiera sido concebido un sistema formal, se podrían alcanzar niveles útiles de validez recurriendo, por ejemplo, al método comparativo; si existiera un sistema formal con definiciones operacionales apropiadas, y si las circunstancias empíricas a que hace referencia el sistema operacional obtenido se manifestasen en un cierto número de casos, el proceso de investigación consistiría en averiguar en qué medida se ajustan las hipótesis a las circunstancias específicas empíricamente descubiertas. Si la correspondencia fuese adecuada, se alcanzaría cierto nivel de validez, y el sistema formal podría quedar confirmado como teoría.

Una investigación de este tipo pertenece, en Sociología, al dominio de lo posible, pero ello supone la existencia previa de un sistema formal. Por consiguiente, es necesario establecer un medio de crear sistemas formales empíricamente plausibles con fines de verificación, método que no dependería de la inducción a partir del experimento.

En lugar de recurrir a esta última operación, Cohen (1953, p. 219) propone derivar la teoría mediante la deducción de un sistema formal a partir de un modelo, en un razonamiento análogo al de Frank (1957, p. 301), ya que los modelos pueden utilizarse tanto para crear sistemas formales como para servir de guía en la derivación de definiciones operacionales.

2. El modelo

Un modelo es la conceptualización de un grupo de fenómenos, elaborada mediante un principio racional, cuyo propósito final es suministrar los términos y relaciones -las proposiciones- de un sistema formal que, una vez validado, se convierte en teoría (Willer, 1969).

Lamentablemente, los términos "modelo" y "teoría" han sido confundidos. Braithwaite (1962, p. 224) observó que "en Psicología y en Ciencias Sociales a menudo se emplea la palabra modelo simplemente como sinónimo de una teoría formalizada o semiformalizada", empleo erróneo, como el mismo señaló; los "modelos matemáticos" suelen ser de este tipo, ya que se tratan de formulaciones de relación, teorías semiformalizadas, basadas por lo general en una analogía matemática, y que no están estructurados como modelos, sino que, por el contrario, se ajustan a sistemas formales. En cambio, de acuerdo con esta terminología, la mayoría de las "teorías" sociológicas son modelos reales, o por lo menos modelos potenciales. Pensemos, por ejemplo, que los tres tipos de suicidio de Durkheim llevaron a un sistema formal de hipótesis, y en conjunto puede considerárselos un modelo.

Los significados aquí asignados a los términos mo-

delo y teoría no son idiosincráticos, sino que son los que los filósofos de la ciencia parecen utilizar con mayor frecuencia. Además, en las Ciencias Sociales actuales el término "modelo" se aplica en ocasiones a los enfoques conceptuales que en otros tiempos se agrupaban con el título de "teorías". Por ejemplo, Inkeles (1964) dio esta denominación al funcionalismo estructural y a los enfoques del conflicto y evolutivos.

Sin embargo, hay una diferencia entre el tipo de modelo analizado por Inkeles y el que puede generar directamente sistemas formales. El primero, que se ajusta a lo que Merton llama "orientaciones sociológicas generales" (1957, p. 87), es llamado "modelo general" por Willer (1969, p. 45); y el segundo, por su relevancia inmediata para la teoría, será denominado "modelo teórico" (Willer, 1969, p. 45).

Otra diferencia entre ambos tipos de modelos consiste en que los modelos generales suelen referirse a una gama más amplia de datos o bien más inclusivos que los modelos teóricos. Por ejemplo, un modelo general puede referirse al conjunto total del desarrollo de grupos de interés, mientras que un modelo teórico tal vez incluiría solamente los grupos de interés relacionados con la revolución; el primero abarcaría toda la estructura social, y el segundo sólo un subgrupo particular.

La distinción de Merton (1957) entre teorías de alcance medio y orientaciones generales no es idéntica a la que realiza Willer (1969) entre modelos teóricos y generales. Las expresiones modelo general y orientación general poseen sentido equivalente, pero no sucede lo propio con el modelo teórico y la teoría de alcance medio; esta últi

ma incluiría el modelo teórico, las definiciones operacionales y un sistema formal validado. El modelo teórico es, pues, sólo una parte de dicha teoría. Además, la teoría de alcance medio podría construirse tal vez con elementos diferentes de los aquí analizados.

La distinción entre modelo general y teórico quizás haga suponer que éste deba derivar de aquél, o, dicho de otro modo, que los modelos generales deben ser la fuente de los teóricos. Ello sólo es cierto en parte. Los modelos generales pueden ser una de las fuentes para derivar o construir los segundos, pero no forzosamente la única.

Un modelo suministra un grupo de conceptos, definidos nominalmente, que corresponden a partes de una gama o tipo específico de fenómenos empíricos. Tales conceptos se originan en los términos utilizados en la experiencia cotidiana, términos inicialmente ambiguos e imprecisos, pero cuyo significado puede reducirse de tal modo que lleguen a ser relativamente inequívocos y precisos. Esta reducción del sentido aportará conceptos definidos nominalmente útiles para la construcción de modelos (Hempel, 1952, p. 20-21); para Hempel, "puede caracterizarse una definición nominal como la estipulación de que una expresión es especificada, el definiendum, es sinónimo de otra, el definiens, cuyo sentido ya ha sido determinado" (1952, p. 2); en cambio, para Willer (1969, p. 46), existe "definición teórica, cuyos conceptos extraen su sentido de otros conceptos de la estructura teórica total, a través de su relación con dichos términos, y definición nominal", tal como se ha visto anteriormente.

El grupo de conceptos que proporciona un modelo se refiere únicamente a una parte, no a la totalidad, de los fenómenos a los cuales el modelo está destinado. Los mode-

los no son nunca exhaustivos ni describen todos los aspectos de los fenómenos; el modelo abstrae sólo aquellas porciones de los fenómenos a las que suministra conceptos, omitiéndose el resto. Tal proceso de abstracción de algunos fenómenos y olvido de otros no es casual, sino que implica un método, determinado por la forma y propósito del modelo.

Un modelo debe exceder de los límites de la mera abstracción, puesto que las conceptualizaciones que no lo hacen son, en el mejor de los casos, sistemas de clasificación que relacionan a los conceptos de acuerdo con sus cualidades y no de acuerdo con su significado como elementos de explicación y predicción de los fenómenos sociales. Quizá el mejor ejemplo de dichos sistemas es el de Von Wiese y Becker (1932), en el que los modos y tipos de actos sociales están claramente delimitados y clasificados, de manera más o menos similar a la tabla de elementos del químico.

Para ser utilizable como modelo, una conceptualización debe elaborarse en relación con un principio racional, que explica la naturaleza de los fenómenos incluidos y conduce a definiciones nominales de los conceptos del modelo. El énfasis particular que se coloque en las definiciones de los conceptos de un modelo dado determina, a su vez, la estructura de su relación, el "mecanismo" del modelo (Willer, 1969, p. 47). Concebir a las sociedades según el grado de división del trabajo y su solidaridad, como hizo Durkheim, en utilizar un principio racional. La relación entre el grado de división del trabajo y el tipo de solidaridad, así como las restantes relaciones implícitas, componen el mecanismo.

Así, en la construcción de un modelo se deriva el mecanismo mediante la formulación del principio racional.

Esto parece coincidir con la posición de Hertz (1956, p. 1), que señaló que "elaboramos para nosotros mismos imágenes o símbolos de los objetos externos; y la forma que les asignamos es tal que las consecuencias necesarias de la imagen en el pensamiento son siempre las imágenes de las consecuencias necesarias en la naturaleza de las cosas representadas", y que de forma similar expresó Russell (1957, p. 190-192).

Las Ciencias Sociales no carecen de mecanismos ni de principio racional para la construcción de modelos. La lista de tipos ideales, de procesos de etapas y de otras estructuras -mecanismos que existen bajo la forma de semi modelos- parece casi infinita. El problema no es la falta de dichos modelos, sino la vaguedad de su conceptualización.

Tanto los tipos como los modelos son conceptualizaciones ideales, pero poseen estructuras y objetivos distintos. Una tipología explica únicamente los casos extremos; un modelo debe explicar no sólo los extremos, sino además los intermedios. Un tipo es, en esencia, descriptivo, mientras que el propósito final del modelo es predictivo.

Parece evidente que a menos que persigamos como fin la comprobación empírica sistemática, no se hace manifiesta la necesidad de claridad y precisión. Pero incorporada esta meta, la clarificación de los semimodelos y la evaluación de los modelos teóricos a partir de los generales no debe resultar tarea imposible. En consecuencia, no parece haber motivo alguno por el cual algunas, por lo menos, de las conceptualizaciones actuales de las Ciencias Sociales no puedan ser utilizadas posteriormente en los modelos teóricos, ni tampoco habría razones que hicieran impracticable el desarrollo de modelos nuevos.

3. Teoría y modelo

Un modelo contiene un principio racional y conceptos definidos nominalmente que aparecen estructurados bajo la forma de un mecanismo. Comparado con la pureza y economía de un sistema formal, resulta engorroso y complejo. Pero como observara Braithwaite (1955, p. 90), "hay una correlación unívoca entre las proposiciones de la teoría y las del modelo"; hay una correspondencia unívoca entre las relaciones desarrolladas en el mecanismo del modelo y las del sistema formal. La función del modelo es suministrar, por medio de su propio mecanismo, las relaciones del sistema formal. Como una teoría es un sistema formal validado, se advierte que guarda una relación lógica directa con su modelo. Es posible deducir la teoría del modelo e inducir el modelo de la teoría.

Cuando pasamos por vía de deducción del modelo al sistema formal de la teoría, desechamos las definiciones de conceptos, el principio racional, y prácticamente toda la conceptualización de aquél. Los términos y relaciones del sistema formal derivan de los conceptos y mecanismos del modelo, respectivamente, y ni los conceptos ni los mecanismos integran ese sistema formal.

Superficialmente, la existencia de un modelo y de un sistema formal correspondiente parece una redundancia. Si se corresponden, ¿para qué tenerlos a ambos? Sin embargo, sus propósitos y presentación son muy distintos. Los del modelo consisten en crear relaciones, y por lo tanto, para él, las definiciones, el principio racional y el mecanismo constituyen un estorbo. El modelo puede generar relaciones porque su principio racional aporta un "cuadro de la realidad" (Willer, 1969, p. 50). El sistema formal se

limita a los enunciados más simples posibles de las relaciones, con el fin de que sean fácilmente verificables.

La verificación de un sistema formal exige definiciones operacionales para cada uno de los términos del sistema; al reemplazar a los términos correspondientes, estas definiciones determinan relaciones directamente comprobables entre las operaciones. En el proceso de validación de la investigación, las definiciones operacionales representan a los términos, y éstos, a su vez, a los conceptos nominalmente definidos del modelo, por lo que aquéllas vienen a representar, de modo indirecto, a las definiciones nominales; aunque indirecta, esta representación es importante.

El problema de la correspondencia entre las definiciones nominales y operacionales en Ciencias Sociales no es nuevo. Zetterberg (1954) observó, con argumentos bastante convincentes, que rara vez se tiene la certeza de que coincidan; ciertamente, el hecho de que no haya medio de asegurar dicha coincidencia es la base de la dificultad para relacionarlas. Los fenómenos a los que alude la definición nominal pueden ser medidos sólo en parte por la correspondiente operacional; ésta puede medir algo muy distinto, o quizá el tiempo de medición ofrecido no se corresponde con el significado nominal original. Si, como sostuvo Lundberg (1939), la definición operacional de una ~~torta~~ es su receta, no hay seguridad ninguna de que el producto final, una vez probado, corresponda a una torta definida nominalmente.

Tras sustituir los términos del sistema por las definiciones operacionales correspondientes, es posible verificar las relaciones resultantes entre operaciones, es decir, el sistema operacional. Si se alcanza un nivel aceptable de

validez, el sistema formal puede recibir el nombre de teoría; así, la validez de una teoría desde el punto de vista del proceso de investigación, descansa parcialmente en las definiciones operacionales. El proceso de validación se ocupa de estas últimas y de sus relaciones mutuas, no de su correspondencia con las definiciones nominales. La validez o falta de validez de una teoría de ningún modo alude al problema de la correspondencia. Si no es posible demostrarla, debe llegarse a la conclusión de que es realmente inválida, o por lo menos que lo es cuando se la verifica mediante ese conjunto específico de operaciones. Es verdad que éstas habrán sido dictadas, en considerable medida, por las definiciones nominales del modelo; pero una vez que ellas y el sistema formal han sido establecidos, el proceso de validación continúa con total independencia del modelo. Si una teoría es inválida, no es necesario rechazar de inmediato ésta y su modelo; quizá sea admisible introducir otras definiciones operacionales, de acuerdo con las nominales vigentes; o bien modificar estas últimas para permitir la introducción de nuevas definiciones operacionales; o, en fin, reconceptualizar el mecanismo para aportar a la teoría un sistema formal nuevo y potencialmente más válido.

Aunque la correspondencia de las definiciones nominales y operacionales nada tiene que ver con la validez de la teoría, tiene mucho que ver con el sentido de la teoría y la significación del modelo.

Una teoría, que no es más que un sistema formal de términos y relaciones, posee escaso sentido por sí misma. Aunque sus definiciones operacionales se lo confieren en alguna medida, en la mayor parte lo toma de su modelo. Sin embargo, si existe escasa correspondencia entre las defini-

ciones operacionales utilizadas para validar la teoría y las definiciones nominales del modelo, la teoría, aunque válida, poseerá escaso sentido. Si la correspondencia es pobre, la verificación de la teoría tiene poco que ver con las implicaciones del modelo. Si el modelo fuese bueno (es decir, pudiese implicar una teoría válida), pero la correspondencia de las definiciones escasa, también lo sería la posibilidad de validar la teoría; y si se comprobase que la teoría es inválida, esa invalidez nada tendría que ver con la excelencia o debilidad de la conceptualización original. Para que la generación de teorías mediante el uso de modelos tenga éxito, y aquéllas deriven sentido de éstos, ha de haber una correspondencia significativa entre las definiciones operacionales y nominales. Es preciso reiterar que la validez o invalidez de la teoría no depende en absoluto de esta correspondencia; pero sí depende de ella el sentido de la teoría una vez validada, y en realidad, toda su relación con su modelo.

Como los modelos se encuentran en una relación inductiva con sus teorías, es erróneo hablar de modelos válidos o inválidos. Aunque sus respectivas teorías sean invalidadas, los modelos nunca lo son; además, tampoco puede demostrarse la invalidez de éstos, aunque den lugar a teorías inválidas.

Como la teoría se deduce de su modelo, sólo puede derivarse una sola, o quizá sea más exacto afirmarlo si predice las implicaciones de su modelo. En este sentido, pensemos que no es obligatorio derivar de inmediato todas éstas; en ocasiones puede ser útil limitar la extensión del sistema formal deducido a aquello que es fácilmente verificable, dejando para un momento posterior otras posibles im

plicaciones del modelo; en este sentido, un modelo podría generar más de una teoría.

No obstante, puesto que el modelo mantiene una relación inductiva con la teoría, no sólo ese modelo, sino posiblemente otros, pueden ser inducidos a partir del sistema formal de esa teoría. Quizá la idea aparezca más clara si la examinamos a la inversa. Dado un sistema formal, es posible que se lo haya deducido de cierto número de modelos conceptualmente distintos, los cuales pueden no tener en común más que el hecho de implicar ese sistema formal dado; no es preciso que compartan el mismo principio racional; incluso su mecanismo puede ser muy distinto, por lo menos desde el punto de vista de su concepción. En otras palabras, el proceso de inducción de la teoría al modelo no es determinativo. Como la validación de un sistema formal nunca implica la del modelo a partir del cual fue derivado, es mejor hablar de modelos útiles o "buenos" cuando producen sistemas formales válidos, o cuando se cree probable que los produzcan. No debe ignorarse la importancia de este punto, ya que sitúa la construcción de modelos en su perspectiva adecuada. No es posible demostrar la verdad de los modelos ni su validez; en ninguna ciencia hay ni puede haber modelos verdaderos o válidos. Sea cual fuere el nivel de validez de una teoría, todo lo que cabe afirmar de su modelo es que es bueno o útil. Y de aquí la observación de Braithwaite (1955, p. 93): "El pensar mediante modelos de las teorías científicas es siempre pensar como si".

De acuerdo con este criterio, las conceptualizaciones teóricas de las Ciencias Sociales son modelos generales o semimodelos; no hay, pues, esperanza alguna de demostrar su validez o verdad, ya que carecería de sentido. En la me-

dida en que implican relaciones verificables, estas conceptualizaciones son potencialmente útiles; si su conceptualización no es clara y sus implicaciones resultan confusas, incluso su utilidad potencial se torna discutible.

Los modelos son indemostrables pero esenciales. Si admitimos que las Ciencias Sociales deben obtener sus teorías mediante los modelos, estos últimos no deben ser considerados como ideologías de ningún tipo a las que es preciso adherirse rígidamente, como sucediera en el pasado. Inkeles (1964, p. 29) señaló que "los modelos de la ciencia social pueden mostrar el camino hacia una vida de absoluto embeleso"; es hora de que éste desaparezca y se los utilice para desarrollar teorías.

MODELOS MATEMÁTICOS, Y SU APLICACIÓN AL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO HUMANO.-

Indicamos anteriormente que los modelos matemáticos, incluidos por Black (1962b) y otros autores en sus clasificaciones de modelos, los consideramos aquí, por varias causas, y una de ellas, quizá la principal, para valorar debidamente su importancia y el papel que vienen desempeñando, cada vez de forma más prominente, en el estudio de las ciencias humanas.

Capítulo VIII

MODELOS MATEMÁTICOS, Y SU APLICACIÓN AL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO HUMANO

1. Consideraciones generales

En los últimos años se ha desarrollado en matemáticas una nueva rama denominada "teoría de modelos" (Tarski, 1954, p. 572) que podemos considerarla formada parte, a su vez, de la semántica de las teorías formalizadas, ya que los problemas que estudia se refieren a las relaciones mutuas entre proposiciones de teorías formalizadas y sistemas matemáticos en los cuales se hallan contenidas tales proposiciones. Asimismo, el método de formalizar pruebas ha dado lugar a varios sistemas formales (Bernays, 1952, p. 176) en los cuales se han tenido que delimitar formalmente diversos métodos de derivación.

En el Simposio de Modelos en las Ciencias Físicas, celebrado en Stanford en 1962, se comprobó cómo el concepto lógico de modelo de una teoría era familiar para casi todos los miembros del Congreso, siendo unánime el acuerdo en que "un modelo de una teoría puede ser definido como una pg

MODELOS MATEMÁTICOS, Y SU APLICACIÓN AL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO HUMANO.-

Indicamos anteriormente que los modelos matemáticos, incluidos por Black (1962b) y otros autores en sus clasificaciones de modelos, los consideraríamos aparte, por varias causas, y una de ellas, quizá la principal, para valorar debidamente su importancia y el papel que vienen desempeñando, cada vez de forma más preponderante, en el estudio de las ciencias sociales.

1. Consideraciones generales

En los últimos años se ha desarrollado en metamatemáticas una nueva rama denominada "teoría de modelos" (Tarski, 1954, p. 572) que podemos considerarla formando parte, a su vez, de la semántica de las teorías formalizadas, ya que los problemas que estudia se refieren a las relaciones mutuas entre proposiciones de teorías formalizadas y sistemas matemáticos en los cuales se hallan contenidas tales proposiciones. Asimismo, el método de formalizar pruebas ha dado lugar a varios sistemas formales (Bernays, 1962, p. 176) en los cuales se han tenido que delimitar forzosamente diversos métodos de derivación.

En el Symposium de Modelos en las Ciencias Empíricas, celebrado en Stanford en 1962, se comprobó cómo el concepto lógico de modelo de una teoría era familiar para casi todos los miembros del Congreso, siendo unánime el acuerdo en que "un modelo de una teoría puede ser definido como una po

sible realización en la cual están satisfechas todas las sentencias válidas de la teoría, y esta 'posible realización' de la teoría es una entidad de una estructura apropiada de series teoréticas" (Suppes, 1962, p. 252). Así, podemos caracterizar una posible realización de la teoría matemática de grupos como una pareja ordenada cuyo primer miembro es una serie no-vacía, y el segundo es una operación binaria de dicha serie; será un modelo de la teoría si los axiomas de dicha teoría están satisfechos en la realización, y para este caso, como en otros, las sentencias válidas están definidas como las portadoras de las consecuencias lógicas de los axiomas. Para dar completa flexibilidad matemática habrá que definir una serie de predicados teoréticos apropiados más que teorías axiomatizadas directamente dentro de un primer orden lógico como lenguaje formal.

Según Suppes (1962, p. 252), esta noción de modelo es fundamental para las ciencias empíricas y las matemáticas, aunque esto no significa negar los restantes usos de "modelo". Los modelos matemáticos se han utilizado en las ciencias físicas como una técnica para obtener abstracciones de la realidad, manipular dichas abstracciones, y aplicar de nuevo los resultados obtenidos a la realidad para lograr nuevas consecuencias (Abelson, 1967, vol. 3, p. 2).

La ley de gravitación de Newton nos proporciona un ejemplo conocido. La propiedad de la masa es el rasgo esencial de los cuerpos físicos sometidos a la fuerza gravitatoria; esta ley de Newton especifica la intensidad de dicha fuerza entre dos cuerpos según las masas y la distancia entre ellas; conjuntamente con los instrumentos matemáticos de cálculo diferencial y otros referentes a la intensidad de la aceleración, se establece un modelo matemático com-

pleto que permite un conocimiento de las órbitas de los cuerpos naturales y artificiales.

Muchas propiedades de los cuerpos físicos no aparecen en los modelos matemáticos. En relación con esto, existe la creencia de que los modelos matemáticos no pueden construirse en las ciencias sociales a causa de que la conducta humana es demasiado compleja para ser representada matemáticamente; es una falsa creencia en bastantes ocasiones, aunque, desde luego se presenta una gran dificultad en esta construcción de modelos respecto a la selección de los aspectos esenciales.

Se dan dos razones distintas que potencian la superioridad de las descripciones matemáticas por encima de las puramente verbales: la mayor precisión de las descripciones matemáticas y su gran manipulatividad. La precisión es claramente una característica crucial de los modelos aplicable a las situaciones físicas y sociales (aunque en menor grado en las segundas, a causa de la existencia de variables extrañas que hacen imprecisa la comprobación empírica de los modelos), y la manipulatividad es una poderosa ventaja, incluso cuando trabajamos con datos aproximados.

Los modelos de simulación por computadores representan una importante alternativa a los modelos matemáticos: implican especificaciones rigurosamente matemáticas de procesos pero en lugar de una derivación analítica de las consecuencias de dichas especificaciones, trabajamos con una imitación simbólica de los procesos que se están modelando.

Hemos mencionado la dificultad de abstracción de las variables (y rasgos) teóricos esenciales para explicar ciertos aspectos de la conducta humana a través de modelos matemáticos, pero todavía es más difícil de superar el problema

de la medida de dichas variables, basado en el recuento y la escalización, así como los otros problemas derivados.

La operación de recuento, cuando se trata de determinadas respuestas cualitativas, no ofrece problemas particulares de base filosófica, pero sí a la hora de analizarlas matemáticamente y probarlas empíricamente, teniendo que recurrirse a modelos de probabilidad. Coleman (1964a), en su excelente tratado de modelos matemáticos en Sociología, recomienda la utilización de estos modelos de recuento, especialmente desde el punto de vista de la validez de los datos obtenidos en grandes muestras.

Si el que construye modelos matemáticos desea utilizar medidas cuantitativas cuasi-continuas apropiadas para un tratamiento matemático sensible, como ecuaciones diferenciales, debe tener en cuenta la naturaleza de la medida en las ciencias sociales. El problema reside (Stevens, 1951) en la justificación a la hora de aplicar las propiedades de un sistema de números reales en correspondencia biunívoca con las propiedades "empíricas" a través de una asignación de puntuaciones de una escala de medida.

Una posición constructiva acerca de esta cuestión es pragmática: el grado de adecuación de un determinado procedimiento se ha juzgado repetidamente por sus consecuencias teóricas y empíricas más que por consideraciones "a priori". Afortunadamente, se ha desarrollado recientemente una corriente matemática (Abelson & Tukey, 1963; Shepard & Carroll, 1966; Guttman, 1967) que han impulsado nuevos procedimientos de escalización más potentes que los de Stevens. Debido a las sugerencias de Adams & Fagot (1959), Luce & Tukey (1964) han llegado a una "medida conjunta", muy eficaz en los problemas de medida.

El sistema axiomático de medida Campbelliano reside en la operación de "concatenación" de propiedades de distintos objetos, y ello es notablemente difícil de imaginar al tratarse de propiedades psicológicas. Lo que proponen Luce & Tukey (1964) es una operación intrínseca alternativa a un sistema axiomático diferente, pero no menos fundamental: la operación de "asociar" los niveles de dos variables independientes separadas. Al asociar el nivel i de la variable A con el nivel j de la variable B se requiere la aplicación de ambos simultáneamente a una unidad experimental en la cual se ha evaluado algún efecto X_{ij} , la cual es exactamente la misma operación utilizada en el diseño factorial 2×2 . La medida conjunta de X (en A y B) se obtiene fuera de la aditividad de las variables independientes, ya que en otros niveles que no sean i u j no se dan efectos de interacción de A y B en X .

En definitiva, y a pesar de lo dicho, son todavía muchos los científicos sociales que piensan que los matemáticos no pueden jugar un papel esencial en el desarrollo de las ciencias sociales porque los fenómenos estudiados son diferentes en el sentido de que el análisis matemático es cuantitativo, mientras que el suyo es cualitativo. Se ha insistido en que las matemáticas, que constituyen un lenguaje, se distinguen de otros lenguajes habitualmente utilizados por los científicos sociales a causa de su superior claridad y consistencia; además, no es cierto que las matemáticas solamente sean de utilidad en los análisis cuantitativos; así, el campo de la lógica simbólica o matemática es puramente cualitativo. Debe observarse también que puede estudiarse perfectamente un fenómeno definido cualitativamente a través

de métodos cuantitativos; por ejemplo, la teoría mendeliana de la herencia constituye el prototipo de la transformación del análisis cualitativo en cuantitativo por medio del cálculo de probabilidades, e igualmente ocurre en el estudio de las fuerzas sociales.

Finalmente, el argumento de que sólo una intuición adiestrada puede valer la pena a la hora del análisis social es rechazado como despreciable por los matemáticos. Si la intuición del investigador es válida, al contrastar una serie de hechos ocurridos a lo largo del tiempo, tendrían que coincidir los mismos juicios, y esto generalmente no ocurre; sin embargo, cualquier única correspondencia puede hallarse siempre representada por una relación matemática más o menos complicada. De aquí, que cualquier conocimiento intuitivo pueda reducirse a términos matemáticos. Aparte, existe el presupuesto general de que el conocimiento científico debe ser interpersonalmente válido y transmisible, y, por consiguiente, expresable en un lenguaje objetivo y consistente.

Estos argumentos parecen lógicamente irrefutables, pero, en contraste, se ha hecho en las ciencias humanas un uso más bien escaso de los métodos matemáticos y simbólicos (aunque posteriormente veremos que no ha ocurrido así en el campo de la movilidad social). ¿Cómo explicarnos esta resistencia, por parte de las ciencias sociales, a aceptar para sus investigaciones el lenguaje teóricamente superior de las matemáticas?

El simple hecho de la dificultad por escasez de conocimientos constituye solamente, en el mejor de los casos, una explicación parcial, pues siempre han existido buen número de matemáticos interesados en las ciencias sociales dispuestos a prestar su ayuda técnica. Otro factor podría

ser la falta de acuerdo acerca de que cualquier proposición "puede" (Arrow, 1951, p. 130) expresarse en forma matemática, y éste parece el más plausible, puesto que choca la redacción "literaria" del científico social con la "supersimplificada" del matemático, que "no representa todas las complejidades de la realidad" (Arrow, 1951, p. 130); en efecto, la enorme ambigüedad y la riqueza del significado que otorga el primero sobrepasa los limitados recursos de los matemáticos, en donde cada símbolo tiene solamente un significado.

2. Significado de los modelos matemáticos

Brodbeck (1959, p. 391) juzga deseable considerar una teoría "formalmente", es decir, dejar al descubierto la forma de sus axiomas, reemplazando todos los términos descriptivos por letras. Por ejemplo, $y = ax + b$ es una formalización de una relación lineal, así como $y = ax^2$ lo es de una relación parabólica entre las variables x e y . Las leyes pueden tenerse en cuenta formalmente en orden a facilitar deducciones o cambiar las ya hechas; o bien, si estamos buscando los isomorfismos, la finalidad puede ser comparar las estructuras formales de dos series de leyes acerca de fenómenos diferentes. Cualquier teoría, cuantificada o no, es el resultado de una formalización (Hochberg, 1959). Estas operaciones presentan una forma, pero no un contenido, ya que los caracteres variables no han dado un significado descriptivo; por ello, existen teorías que no son verdaderas ni falsas, ya que no se trata de sentencias completas, sino que solamente tienen la forma de sentencias; se convierten en verdaderas o falsas sólo cuando cualquier concepto descriptivo o aritmético reemplaza los caracteres va-

riables. Tales formalizaciones de teorías son llamadas modelos matemáticos.

Esta expresión, "modelo matemático", es, efectivamente, ambigua, y Brodbeck (1959, p. 391-392) recapitula dichas vaguedades:

a) Primeramente, puede significar cualquier teoría empírica cuantificada, es decir, una teoría cuyos términos descriptivos tienen números ligados a ellos; en este caso, un modelo matemático es una serie de leyes empíricas.

b) En segundo lugar, cualquier representación aritmética de una teoría empírica; en este caso, el modelo matemático es una serie de verdades analíticas o tautológicas acerca de números.

c) Y en último lugar, sería un tipo de formalización como el que anteriormente hemos descrito.

Por consiguiente, el modelo matemático puede referirse a sistemas de cualquier expresión empírica, tautológica, o indeterminada. Tales sistemas son distintos entre sí.

El término "teoría matemática" es confuso, ya que podemos preguntarnos si significa una teoría empírica cuantificada o una teoría tautológica de matemáticas puras, y a causa de tal ambigüedad se le reserva la nomenclatura de "aritmética".

No es preciso reforzar el uso indiscriminado relativamente reciente de "modelo matemático". En el sentido básico de modelo como una serie de proposiciones isomórficas de otra serie, una representación aritmética es también, naturalmente, un modelo. El término habitual de "representación aritmética" nos ayudará a distinguir este concepto del de teorías implicadas que se han utilizado como modelos estructurales para otras teorías empíricas. Pero ambos mode-

los -aritméticos y empíricos- son utilizados como una fuente de hipótesis acerca de la forma de las leyes pedidas por los términos descriptivos coordinados a los términos del modelo. A pesar de ello, establece una diferencia con la teoría aritmética o empírica, y cada una es utilizada como modelo.

La variedad potencial de los modelos matemáticos es inmensa, pues es considerable la diversidad de tales sistemas. En efecto, un sistema matemático consta de una serie de axiomas o postulados de los cuales se derivan ciertas consecuencias a través de argumentos matemáticos (lógicos); incluyen siempre uno o más términos primitivos que no están definidos y que no poseen significado en el sistema matemático (Coombs, Raiffa & Thrall, 1954, p. 132). Los axiomas del sistema matemático constan usualmente de proposiciones acerca de la existencia de una serie de elementos, relaciones entre ellos, propiedades de las relaciones, operaciones con los elementos, y propiedades de las operaciones. Los sistemas matemáticos particulares difieren en los postulados que forman sus bases; es evidente, entonces, que la variedad de sistemas matemáticos está limitada únicamente por la habilidad de los investigadores para construirlos.

Siguiendo a Coombs, Raiffa & Thrall (1954), su punto de vista acerca del papel que los modelos matemáticos juegan en la ciencia está expresado en la Figura 1. Con alguna porción del mundo real como punto de partida, el científico, mediante el proceso que llamamos abstracción (A), traza el mapa de su objeto sistema en uno de los sistemas o modelos matemáticos. Por el argumento matemático (M), algunas conclusiones matemáticas llegan a consecuencias (lógicas) necesarias para los postulados del sistema. Las conclusiones matemáticas se convierte, entonces, en conclusiones físicas a

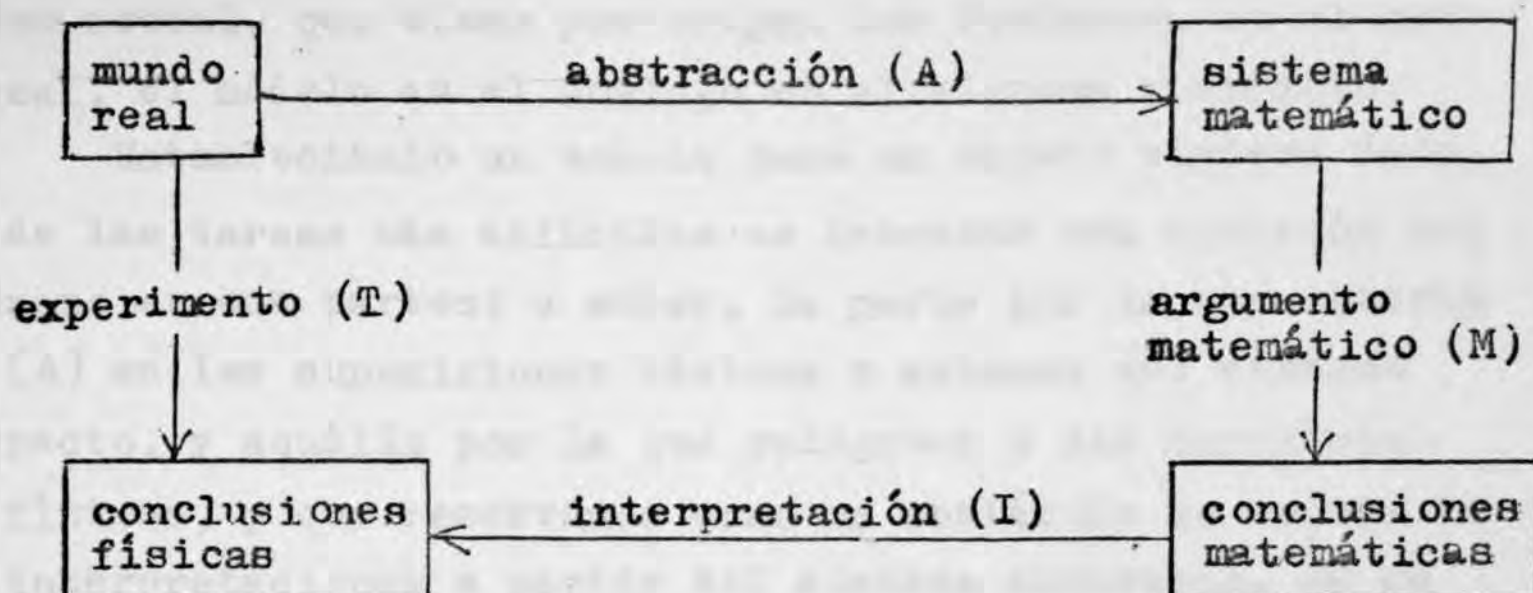


Figura 1. Papeles simétricos del experimento y las matemáticas (Coombs, Raiffa & Thrall, 1954, p. 133).

través del proceso denominado interpretación (I).

Partimos de una situación del mundo real $(MR)_1$, y por el proceso A entramos en el sistema matemático $(SM)_1$. Podemos considerar $(SM)_1$ como un modelo de $(MR)_1$. Observado a la inversa, consideramos $(SM)_1$ como punto de partida, y entonces $(MR)_1$ será su modelo, llamándose "realización" el proceso que va de $(SM)_1$ a $(MR)_1$. Por consiguiente, la realización y la abstracción son inversas. Ahora, dado $(SM)_1$, podemos hallar una situación de $(MR)_2$ tal que asignando significados a términos no definidos del sistema matemático, las afirmaciones acerca de "series de elementos", "relaciones" y "operaciones" en $(SM)_1$ se identificarán con los objetos o conceptos acerca de $(MR)_2$. Esto es, $(MR)_2$ puede ser otro modelo de $(SM)_1$, y el proceso de $(MR)_1$ a $(SM)_1$ y a $(MR)_2$ frecuentemente indica sutiles analogías entre sistemas como $(MR)_1$ y $(MR)_2$. Para el matemático, que con frecuencia parte de un sistema abstracto, el modelo es un análogo concreto del sistema abstracto, mientras que para el cien-

tífico social, que tiene por origen los fenómenos en el mundo real, el modelo es el análogo en el sistema abstracto.

Estableciendo un modelo para un objeto sistema dado, una de las tareas más difíciles es intentar una división del fenómeno en dos partes; a saber, la parte por la que abstraemos (A) en las suposiciones básicas o axiomas del sistema abstracto, y aquélla por la que relegamos a las conclusiones físicas, y que reservamos como un obstáculo en contra de las interpretaciones a partir del sistema abstracto. En un sistema objeto dado no hay una única partición del fenómeno, y ésta depende de la imaginación creativa del constructor del modelo. Realmente, hay modelos en las ciencias físicas y biológicas para los cuales no existen correlatos verificables o verificado experimentalmente en el mundo real para términos no definidos, relaciones, y operaciones en el modelo abstracto. Una situación similar prevalece para el sistema abstracto; es decir, frecuentemente es posible en un sistema abstracto dado intercambiar los papeles de ciertos axiomas y teoremas. Por tanto, en un sistema dado no hay un único método de dividir las proposiciones matemáticas en axiomas y teoremas. Yendo del sistema abstracto al sistema objeto, tenemos el proceso paralelo de realización e interpretación. Es común considerar estos sinónimos; no obstante, Coombs, Raiffa & Thrall (1954, p. 133) prefieren reservar el término "interpretación" para el proceso que señala las conclusiones matemáticas (más que los axiomas) en el sistema objeto.

Insistiendo sobre este punto, Coombs, Raiffa & Thrall (1954, p. 133), empezando con un segmento del mundo real, afirman que el científico, por un camino totalmente teórico, llega a ciertas conclusiones acerca del mundo mencionado. Su

primer paso es un proceso de abstracción del mundo real, luego otro de argumento lógico a una conclusión abstracta, y finalmente un retorno al mundo real por un proceso de interpretaciones que ofrece unas conclusiones con significado físico. Pero hay una ruta alternativa para estas últimas, y ésta se halla al trabajar con el propio sistema objeto. Por tanto, el científico puede empezar con el segmento de mundo real en el cual está interesado, y proceder directamente a las conclusiones físicas mediante el proceso de observación o experimento.

La trayectoria (T) (experimentación) del mundo real a las conclusiones físicas precisa otro escrutinio. Normalmente, en la construcción de las teorías, el científico se embarca también en la del modelo una vez cuenta con los suficientes hechos a su disposición. Estos hechos los particiona: una parte sirve como trampolín para el proceso de abstracción (A), y la otra como una restricción en el modelo por efectuar comparaciones con estos hechos iniciales y las interpretaciones (I) que derivan del modelo. Si una interpretación específica no varía con el hecho en el conjunto de datos iniciales, y al mismo tiempo no nos corrobora "a priori" conceptos del sistema objeto, entonces quizá el modelo haya contribuido a nuestro conocimiento del sistema objeto. El científico siguiente prueba esta conclusión de tanteo presentando un plan de verificación experimental, si es posible. Con frecuencia, no lo es la verificación directa, y la corroboración deriva del examen de la evidencia experimental, que defiende indirectamente las pretensiones del modelo. Es decir, motivado por las interpretaciones del modelo, el científico presenta un diseño experimental, obtie-

ne observaciones por experimentación, lleva a cabo interpretaciones estadísticas de estas observaciones respecto a las conclusiones físicas, y compara las conclusiones con las correspondientes del camino abstracto con el fin de valorar el modelo. Como sugirió Mosteller (en comunicación personal), sería apropiado generalizar la Figura 1 tal como muestra la Figura 2 (Coombs, Raiffa & Thrall, 1954, p. 134).

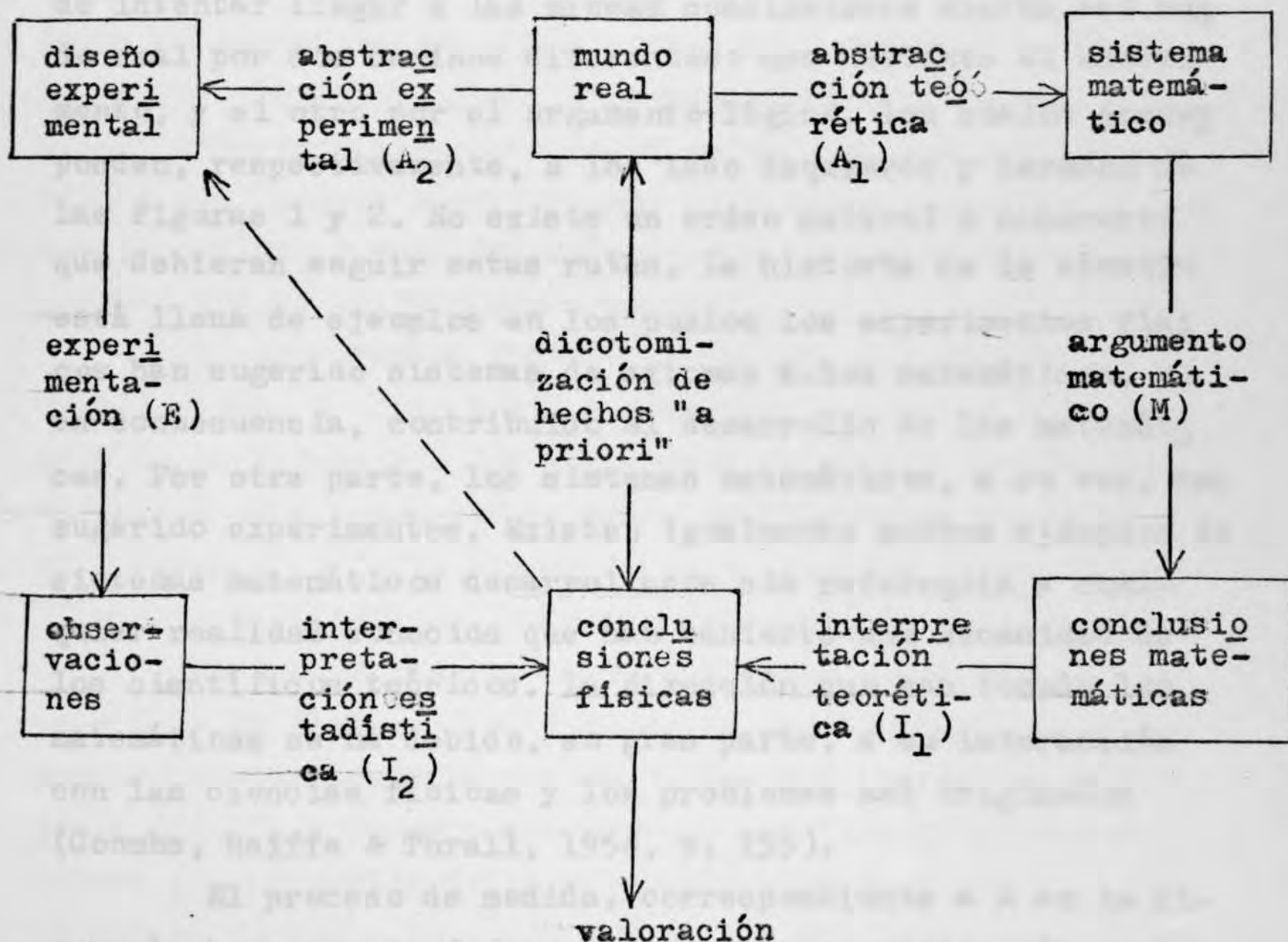


Figura 2. Generalización de la Figura 1 (Coombs, Raiffa & Thrall, 1954, p. 134).

El camino A_2EI_2 en la figura 2 está representado por T en la figura 1. Si las conclusiones físicas del proceso A_1MI_1 se hallan en la variancia con los hechos "a priori" o con las conclusiones a las que se ha llegado por la vía A_2EI_2 (y si se tiene más confianza en la ruta experimental que en la teórica), entonces la conveniencia del modelo es sospechosa.

La tarea de la ciencia parecería consistir en la de intentar llegar a las mismas conclusiones acerca del mundo real por dos caminos diferentes: uno mediante el experimento, y el otro por el argumento lógico, los cuales corresponden, respectivamente, a los lado izquierdo y derecho de las Figuras 1 y 2. No existe un orden natural o necesario que debieran seguir estas rutas. La historia de la ciencia está llena de ejemplos en los cuales los experimentos físicos han sugerido sistemas de axiomas a los matemáticos, y, en consecuencia, contribuido al desarrollo de las matemáticas. Por otra parte, los sistemas matemáticos, a su vez, han sugerido experimentos. Existen igualmente muchos ejemplos de sistemas matemáticos desarrollados sin referencia a cualquier realidad conocida que han cubierto una necesidad de los científicos teóricos. La dirección que han tomado las matemáticas se ha debido, en gran parte, a su interacción con las ciencias físicas y los problemas así originados (Coombs, Raiffa & Thrall, 1954, p. 135).

El proceso de medida, correspondiente a A en la Figura 1, hace ver de forma excelente la significación y el papel de los modelos matemáticos. Hay muchos tipos de observación que pueden llamarse "medidas", ya sea a través de determinados instrumentos, o como resultado de la asignación

de un número real al objeto que ha de medirse, o como el número de ítems correctos en un cuestionario (número entero positivo), etc.

Si $P = \{p_1, p_2, \dots\}$ simboliza una serie de objetos físicos o eventos, por medida A en P se entiende una función que asigna a cada elemento p de P un elemento $b = A(p)$ en algún sistema matemático $B = \{b_1, \dots\}$. Esto es, a cada elemento de P asociamos un elemento de algún sistema abstracto B (el proceso A de la Figura 1). El sistema B consta de una serie de elementos con alguna estructura matemática impuesta en sus elementos, y el planeamiento en este espacio abstracto comprende la operación de medida. La estructura matemática del sistema B corresponde al sistema formal de la teoría de medida, y está determinada por una serie de reglas o axiomas que relacionan sus elementos.

En este punto, podemos ya operar (Coombs, Raiffa & Thrall, 1954, p. 136) con los elementos imagen en B (proceso M de la Figura 1). Los resultados puramente matemáticos obtenidos en B deben ser entonces interpretados en el mundo real (proceso I de la Figura 1) para permitir formular predicciones o sintetizar los datos referentes a la serie P .

Si las manifestaciones de P (como resultado del proceso T de la Figura 1) no concuerdan con los resultados del proceso I obtenido a partir de B , debemos buscar un nuevo ciclo AMI . Si suponemos que tenemos una familia de abstracciones $\{A_\alpha\}$ a partir de la situación dada P , y que M_α, I_α completan el ciclo iniciado con A_α , entre todos los ciclos válidos $A_\alpha M_\alpha I_\alpha$ perseguimos uno, $A_0 M_0 I_0$, que esté más de acuerdo con T respecto a algún criterio.

El proceso T representa la parte experimental u operacional de la construcción del modelo, mientras que el M

el aspecto lógico o formal; además, los A e I son realmente las llaves del modelo y cumplen la función de puentes entre el razonamiento experimental y el formal.

3. Modelos estocásticos

Por ser uno de los modelos matemáticos de mayor aplicación en el campo de las Ciencias Humanas, lo citamos de forma preferente. Un proceso estocástico se desarrolla en el tiempo de acuerdo con las leyes probabilísticas; esto significa que no podemos predecir con certeza un comportamiento futuro y lo que hacemos es atribuir probabilidades a los distintos estados futuros posibles, los cuales varían ampliamente en cuanto a su naturaleza. Hasta hace relativamente pocos años, solamente se utilizaba como instrumento en las ciencias físicas y biológicas, pero ahora se ha implantado definitivamente, y con gran auge, en todas las ciencias sociales, en donde se utilizan los modelos matemáticos de forma enteramente analógica. En definitiva, una serie de ecuaciones que pretende describir el comportamiento de un sistema es un modelo matemático, o, dicho de otra forma, un modelo es una serie de suposiciones acerca de las relaciones entre las partes del sistema. Su eficacia se observa por el éxito con el cual podemos predecir los efectos de los cambios en el sistema social y por la justificación de los cambios ocurridos en el pasado.

Los modelos matemáticos pueden ser determinísticos o estocásticos; el primero (cuando el efecto de algún cambio en el sistema puede predecirse con certeza) no es propio de las ciencias humanas, mientras que sí le son inherentes los segundos.

Los modelos estocásticos de los fenómenos sociales se han construido a través de distintos puntos de vista, y para cumplir diferentes funciones. Éstas comprenden, en primer lugar, el entendimiento del fenómeno en sí: en efecto, la investigación se inicia con una colección de datos del proceso, a lo que sigue la formulación de un modelo que englobe las características observadas del sistema; el paso siguiente consiste en la utilización del modelo para realizar predicciones acerca del sistema y comprobarlas mediante la observación; esta actividad requerirá el razonamiento matemático para hacer deducciones del modelo. Finalmente, se comparan las deducciones con el "mundo real" para modificar el modelo original si es preciso. Y la cuarta contribución de los modelos estocásticos se halla en el campo de la medida, lo cual puede parecer paradójico por el hecho de la influencia que tiene la falta de medidas apropiadas en el desarrollo de tales modelos, pero hay que tener en cuenta que ambas afirmaciones son ciertas, aunque a diferentes niveles de sofisticación.

4. Usos y limitaciones de los modelos matemáticos en las ciencias sociales

Si en el Capítulo III estudiamos los motivos que subyacen al uso de los modelos y los peligros de su utilización, además de las funciones correspondientes, hemos afirmado ya que consideramos los modelos matemáticos separadamente, con individualidad propia, y aunque lógicamente participan de las características generales, tienen acceso, además, a otras peculiares, que son las que aquí presentamos.

Es difícil evaluarlos en Psicología, Sociología.

Algunos de sus usos son adecuados y fructíferos, mientras que otros obviamente nulos, y cada caso tiene que juzgarse por separado. Lo que sí debe señalarse en primer lugar es que permiten arrojar predicciones sobre datos con una exactitud que está a la par de las mejores teorías físicas; muchitud de ejemplos, en la teoría del aprendizaje, y otras, nos han demostrado que la precisión numérica sí es posible. Ello ha permitido una colaboración entre matemáticos y científicos sociales que ha contribuido a un enriquecimiento en la construcción de diversas teorías sociales y psicológicas, en camino de una "teoría unificada del comportamiento humano" (Rapoport, 1959, p. 349). Y precisamente aquí nos hallamos en la ocasión, al referirnos a la teoría, de plantear una primera limitación de la colaboración mencionada por el hecho de que para el matemático una "teoría" es una colección de teoremas, es decir, frases en forma de implicaciones, las cuales, aplicadas al mundo físico, nos darán predicciones de hechos a ocurrir si se cumplen ciertas condiciones, mientras que, para un científico social, una "teoría", frecuentemente, es un sistema de referencia, a saber, un conjunto de definiciones que, si están orientadas operacionalmente, implican conexiones entre los distintos términos, y, en caso negativo, se limitan a proporcionar al lector una comprensión de estos términos de la forma en que los entiende su autor.

Una segunda ventaja de los modelos matemáticos consiste en el hecho de que llevan a relaciones específicas entre variables específicas, y en donde estas relaciones, en principio, son verificables por observación u experimentación. El inconveniente que lleva aparejado se basa en el hecho de que en los fenómenos del comportamiento humano existen ma-

chas variables y relaciones no especificables, pero que, sin embargo, ejercen su influencia, lo cual escapa a la estructura de estos modelos.

En tercer lugar, y de acuerdo con el párrafo anterior, si se verifica un modelo determinado, podemos suponer, y luego corroborar, una cierta generalización del modelo matemático. Como contrapartida, sin embargo, y por el hecho de versar sobre fenómenos no deterministas, difícilmente será factible tal generalización, puesto que en distintas circunstancias, y aún en las mismas, incidirán las distintas variables no uniformemente (en muchos casos, a cuasa de las diferencias individuales).

Cuarto, se consigue gran claridad a través de un tratamiento matemático de las variables existentes; la des-ventaja correspondiente sería desconfianza por su complejidad y multiplicidad.

Quinto, los modelos matemáticos han permitido el desarrollo de potentes métodos estadísticos, apropiados para llevar a cabo inferencias de todo tipo, lo cual, a su vez, lleva aparejado el problema de la dificultad de su aplicación por falta de los conocimientos correspondientes o su enorme laboriosidad.

Y, finalmente, en sexto lugar, la existencia de computadores ha simplificado hasta límites increíbles la resolución de distintos aspectos de los modelos matemáticos, permitiendo llegar a conclusiones en casos en que, de lo contrario, hubiera sido imposible, a lo cual, sin embargo, no son pocos los especialistas en Ciencias Humanas que oponen la objeción de la gran deshumanización que esto lleva consigo.

Contrastando estos pros y contras, manifestamos nues

tra conclusión y convicción profunda de que, en efecto, los modelos matemáticos son un instrumento metodológico útil y necesario, cada vez más preciso, pero, y aquí viene una gran restricción, no es lo mismo que considerarlos como "el" instrumento. Hay que tener en cuenta sus fallos, antes apuntados, y subsanar estas lagunas mediante otros tipos de modelos del mismo fenómeno. En el Capítulo XXXV se desarrollará un modelo de movilidad social, pero bajo distintas facetas, que deben complementarse para lograr la misión que le está encomendada a todo modelo.

MODELOS CAUSALES.-

El dar a la causalidad en las Ciencias Sociales su dignidad científica, excluyendo cualquier otra interpretación que no sea la comprensiva o la funcional, constituye un primer paso para vigilar y fortalecer estos modelos.

Las relaciones causales se han expresado a una expresión en lenguaje matemático, lo cual es reconocido en la medida en que ello obliga a la precisión en la escritura y al rigor en el razonamiento; además, se puede separar la verificabilidad. Asimismo se dice que la causalidad se expresa en lenguaje matemático; pero esto no significa que se trata de traducir en signos matemáticos el lenguaje corriente, sino de encontrar las formulaciones matemáticas que sean aptas para dar cuenta de las propiedades formales de la causalidad implicadas. Y en este esfuerzo de traducción matemática de las estructuras causales, sobre todo las complejas, es donde residen las principales dificultades:

a) La de conseguir una fiel traducción de algunas relaciones causales por medio de igualdades matemáticas (Polk, 1962; Blalock, 1962b; Robinson, 1962).

b) El paso de la intuición de la causalidad a su traducción matemática fue realizado por Boudon (1967a) a través del concepto intermediario de dependencia por un coeficiente (coeficiente de dependencia) que se presenta como una "generalización" de los coeficientes de regresión.

c) ¿En qué medida la validez de los modelos de causalidad puede verificarse por las medidas efectuadas?

MODELOS CAUSALES.-

El dar a la causalidad en las Ciencias Humanas su dignidad científica, excluyendo cualquier otra interpretación que no sea la comprensiva o la funcional, constituye un primer paso para vigorizar y fortalecer estos modelos.

Las relaciones causales se han constreñido a una expresión única en lenguaje matemático, lo cual es fecundo en la medida en que ello obliga a la precisión en la escritura y al vigor en el razonamiento; además, se puede esperar la verificabilidad. Acabamos de decir que la causalidad se expresa en lenguaje matemático; pero esto no significa que se trate de traducir en signos matemáticos el lenguaje corriente, sino de encontrar las formulaciones matemáticas que sean aptas para dar cuenta de las propiedades formales de la causalidad implicadas. Y en este esfuerzo de traducción matemática de las estructuras causales, sobre todo las complejas, es donde residen las principales dificultades:

a) La de conseguir una fiel traducción de algunas relaciones causales por medio de igualdades matemáticas (Polk, 1962; Blalock, 1962b; Robinson, 1962).

b) El paso de la intuición de la causalidad a su traducción matemática fue realizado por Boudon (1967a) a través del concepto intermediario de dependencia por un coeficiente (coeficiente de dependencia) que se presenta como una "generalización" de los coeficientes de regresión.

c) ¿En qué medida la validez de los modelos de causalidad puede verificarse por las medidas efectuadas?

Boudon (1967a) deja de lado la definición de las relaciones causales, pensando que, para la discusión, basta considerar que "proposiciones como 'x es causa de y' ó 'x determina y' tienen un sentido intersubjetivo definido y único". Este punto de partida se justifica si se supone que el concepto de causa se ha decantado por el empleo de métodos experimentales para desembarazarse de su polisemia tradicional. Tal suposición es quizá algo optimista, testificando la confusión de discusiones como las de Burks (1951) y Simon (1957f), de una parte, y las de Polk (1962), Blacklock (1962b) y Robinson (1962), de otra.

Partiendo de las relaciones causales elementales, en primer lugar, se descartará la tentación de una formalización general de la causalidad en términos de implicación; contrariamente a los presupuestos de Burks (1951), adaptados después por Simon (1957f), la lógica de la causalidad no puede desarrollarse directamente a partir de la de las proposiciones, y definir una "implicación causal" en el mismo plano que la "implicación lógica", hallándose frente a dificultades difícilmente remontables. Una causa aparece como una condición unas veces necesaria, otras suficiente, y otras ambas a la vez, lo cual se traduce en implicaciones en un sentido, en el otro, o por una implicación recíproca.

En segundo lugar, a partir de una lógica de las relaciones (lo que no excluye, bien entendido, un recurso sobre la lógica proposicional) las propiedades formales de las relaciones causales no pueden estar definidas independientemente de su uso. Para Isambert (1967), la sinrazón de Burks (1951) y Simon (1957f) consiste en tomar por relacio-

nes las que son simplemente de sentido común. Todo análisis de modelo causal reposa sobre el principio de la pluralidad posible de causas, considerando como caso límite únicamente el de la causa única.

En tercer lugar, las relaciones causales tienen por origen los procedimientos de la econometría, y constituyendo su objeto una red completa de causas y efectos que son fenómenos, de hecho, medibles. Las propiedades de tal red son, en particular:

a) La equivalencia de dos "causas" o de dos "efectos" que tienen la misma medida.

b) Si un fenómeno de medida y es considerado como el efecto del conjunto causal $x_1, x_2, \dots, x_n$, a todo conjunto causal X_i compuesto de valores particulares $x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni}$, corresponde un valor y_i y uno solo. El recíproco no es generalmente cierto: a un valor y_i pueden corresponder varios conjuntos X_i , y escribimos $X_i R y_i$. Se llama (Isambert, 1967) "configuración causal particular de y_i " cada X_i , y el conjunto de las X_i "conjunto causal de y_i ".

c) En estas condiciones, una expresión como " x es causa de y " está insuficientemente definida. En efecto, o bien consideramos la causa global de y , llamada antes "conjunto causal de y ", o bien consideramos la relación existente en un x particular (x_k) e y , y decimos entonces que "para todo valor de x_k , hallándose todo definido por otra parte, corresponde un valor determinado de y " (Isambert, 1967, p. 372), lo que equivale a decir que "para toda modificación de x_k , permaneciendo todo lo demás igual por otra parte, corresponde una modificación determinada de y " (Isambert, 1967, p. 372). La operación se puede repetir para cada x_k , y con-

sideramos que cada elemento del conjunto causal puede tratarse separadamente, a través de lo que el propio Isambert llama "disociabilidad de las causas parciales". La no disociabilidad de dos causas parciales equivale a su reunión en una sola. Este principio de la disociabilidad de las causas parciales es, pues, otra faceta de la pluralidad de estas causas.

En cuarto lugar, esta disociabilidad se presenta bajo dos formas: "artificial" y "natural" (Isambert, 1967, p. 372). La primera es el efecto de una intervención experimental que permite hacer variar sistemáticamente una de las causas, sin afectar las demás. La segunda es objeto de observación, si podemos poner en evidencia la independencia de las variaciones de las causas entre ellas (basta que esta independencia sea parcial, es decir, que la medida de una causa pueda descomponerse en un elemento dependiente de una u otras causas y en un elemento independiente).

Los métodos de análisis causal utilizados actualmente en las Ciencias Humanas no permiten tratar más que estructuras causales relativamente simples, comportando poco número de variables, y provistas de ciertas propiedades formales. De todas formas, no permiten definir una medida de dependencia causal. Además, las técnicas estadísticas como el análisis de regresión no pueden tenerse como instrumentos de análisis causal más que si se consideran estructuras particulares, no permitiendo definir una medida de dependencia causal más que a propósito de estas estructuras. Un método más potente que puede formularse a partir de hipótesis naturales es el análisis de dependencia, que representa una generalización del análisis de regresión.

Se da la situación particularmente frecuente de que,

habiendo observado cierto número de características de algo, por ejemplo de una población tratándose de Sociología, se desea verificar un esquema causal teórico a partir de esta información, o bien descubrir el esquema causal implícito -el modelo causal- que permita explicar esta información. Concretamente, nos hallamos en esta situación cada vez que se quiere explicar una variable dependiente a partir de un conjunto de variables independientes, proviniendo las observaciones de cuestionarios, datos estadísticos, u otras fuentes.

El modelo causal ha sido estudiado separadamente por un buen número de metodólogos de diversas disciplinas, observándose "perspectivas" diferentes que han podido deducirse de un modelo general único, el cual da una serie de reglas para llevar a cabo inferencias causales a partir de las interrelaciones empíricas; tales reglas no son guías infalibles ni pueden asegurar por sí solas que cualquier explicación causal particular sea correcta, pero nos ofrecen una forma sistemática de construcción de forma que nuestras teorías puedan ser acumulativas, y que las explicaciones alternativas que no son consistentes con los datos puedan ser rechazadas, partiendo siempre de la idea básica de que las variables puedan disponerse jerárquicamente en términos de sus prioridades causales.

Buen número de autores, entre los que destacan excepcionalmente Blalock (1961a, 1971b, etc.) y Boudon (1965b, 1967a, 1967b, etc.) han expuesto los posibles desarrollos de este modelo, tanto el causal simétrico como el asimétrico, y los correspondientes problemas de verificación, lo cual es altamente recomendable a los estudiosos de la metodología, y en nuestro caso, a los encuadrados en el campo de las Ciencias Humanas.

En la Séptima Parte de la Tesis se construirá un modelo causal de la movilidad social. La demostración general y formulación a seguir, por su extensión y complejidad, no creemos oportuno ni conveniente desarrollarla aquí y recomendamos a los lectores consulten las referencias bibliográficas citadas.

Capítulo V

MODELO CAUSAL DE LA MOVILIDAD SOCIAL

MODELO VERSUS TEORÍA.-

La relación entre los conceptos de modelo y teoría es una de las que han suscitado mayor número de especulaciones. En ocasiones, el concepto de modelo se emplea en ciencias Sociales o en Economía como expresión de una realidad empírica, en un nivel inferior al concepto de teoría, por implicar una menor abstracción, en un nivel superior.

Capítulo X

MODELO VERSUS TEORÍA

Como ilustración, nos podemos basar en la tesis de Papandreu (1965, 1966), a la cual remitiremos al lector, y que puede ampliarse a todo el campo de las ciencias sociales, al menos en sus principios y métodos fundamentales. Se resume de la siguiente forma: los modelos son proposiciones que pueden ser refutadas o corroboradas, pero no refutadas, no demuestran nada. Ello conduce directamente a establecer la diferencia fundamental entre modelo y teoría: en un modelo, la clase de fenómenos a explicar se basa en una hipótesis, en el ámbito social relevante, no está caracterizada adecuadamente, indeterminadamente, por el contrario, si lo está (Papandreu, 1970).

En realidad, el planteamiento de Papandreu sigue el criterio de demarcación de Popper (1959), esto es, el de la falsabilidad de los sistemas y no el de su verificabilidad. Quizá este concepto de modelo choque con la concepción más generalmente admitida que considera al modelo como la especificación de una función empírica determinada. Sin embargo, esta contradicción puede superarse con

MODELO VERSUS TEORÍA.-

La relación entre los conceptos de modelo y teoría es una de las que han suscitado mayor número de equívocos. En ocasiones, el concepto de modelo es manejado en Ciencias Sociales o en Economía como expresión de una realidad epistemológica que, pretendiendo idealmente coincidir con el concepto de teoría, permanece, por imperativos de insuficiencia, en un nivel inferior.

Como ilustración, nos podemos basar en la tesis de Papandreu (1965, 1966), a la cual remitimos al lector, y que puede ampliarse a todo el campo de las ciencias sociales, al menos en sus principios y conclusiones fundamentales. Se resume de la siguiente forma: los sistemas deductivos cuyas proposiciones pueden tan sólo ser confirmadas, pero no refutadas, se denominan modelos. Ello conduce fácilmente a establecer la diferencia fundamental entre modelo y teoría: en un modelo, la clase de fenómenos cuya explicación buscamos, esto es, el ámbito social relevante, no está caracterizada adecuadamente, inequívocamente; en una teoría, por el contrario, sí lo está (Fernández, 1970).

En realidad, el planteamiento de Papandreu sigue el criterio de demarcación de Popper (1959), esto es, el de la falsabilidad de los sistemas y no el de su verificabilidad. Quizá este concepto de modelo choque con la acepción más generalmente admitida que considera el modelo como la especificación de una teoría establecida anteriormente. Sin embargo, esta contradicción puede superarse con

cierta facilidad si consideramos el modelo como la especificación mencionada, pero que no pertenece al campo del problema o fenómeno tratado.

1. Diferencia entre modelo y teoría

En el inicio de este capítulo hemos afirmado que el modelo se manejaba como expresión de una realidad epistemológica. Siguiendo por este camino, "los modelos constituirían semiteorías o conatos de teoría, última posibilidad allí donde aún no se ha conquistado un suficiente dominio técnico y metodológico" (París, 1972, p. 468).

Cualquier ciencia que ha pasado más allá de estadios eslabonados de clasificación de propiedades observables y relaciones, así como del establecimiento de generalizaciones probables empíricamente acerca de estos conceptos observables, intenta explicarlas mostrando que son consecuencias lógicas de hipótesis más generales. Una teoría científica es un sistema deductivo que consta de ciertas hipótesis iniciales en la cúspide y generalizaciones empíricamente probables en la base. La estructuración deductiva de una teoría se constata explícitamente expresando la teoría por medio de un sistema formal axiomático o cálculo que consta de una secuencia de sentencias (o fórmulas) en las cuales, las hipótesis iniciales están representadas por sentencias llamadas axiomas, y deducidas de dichas hipótesis por otras sentencias que son teoremas del cálculo. Este también puede tener axiomas que representan proposiciones, lógicas o matemáticas, de la base lógica de la teoría (Braithwaite, 1962, p. 224). Las reglas de derivación del cálculo corresponden a los principios deductivos de la lógica básica de

la teoría; una teoría expresada por un cálculo será llamada una teoría formalizada, y teoría semiformalizada si (como es usual) se expresa no por un cálculo entero, sino por sus partes que van progresando en las deducciones, las cuales no son tan obvias que no necesiten estar explícitamente establecidas.

En Psicología y Ciencias Sociales, la palabra "modelo" se utiliza frecuentemente como sinónimo para una teoría formalizada o semi-formalizada. Por ejemplo, Stone (1962), en la ponencia "Tres Modelos de crecimiento Económico", que presentó en la Sección VII del Symposium de Modelos en las Ciencias Empíricas, celebrado en Stanford en 1962, formula, de hecho, tres teorías alternativas para explicar el fenómeno del crecimiento económico expresado en forma matemática, de forma que estas técnicas puedan ser utilizadas en las deducciones.

Braithwaite (1962, p. 225) piensa que son tres las razones por las cuales los científicos sociales tienden a utilizar el término "modelo" para describir lo que es, realmente, una teoría formalizada o semi-formalizada:

1) La teoría puede parecerse a otra menor, abarcando tan pocos pasos deductivos, o un tópico tan limitado en el campo, que la palabra "teoría" pueda parecer demasiado grande para aplicársela.

2) Las teorías que son incluso semi-formalizadas se hallan tan raramente en las Ciencias Sociales (excepto en Economía), que un término especial puede parecerse apropiado para enfatizar que el sistema deductivo de la teoría está, al menos en parte, explícitamente presentado.

3) El término "modelo" puede ser utilizado en vez de "teoría" para indicar que ésta sólo se considera como

una aproximación, o que, empleando ésta, depende de varias suposiciones simplificadas. En particular, un sistema en el cual las hipótesis y las conclusiones deducidas de ellas se han pensado sólo como "ceteris paribus", puede ser llamado modelo para indicar la ignorancia de las condiciones con las que haría innecesaria esta cualificación.

Braithwaite no halla buena ninguna de estas tres razones para refutar llamar a un sistema científico deductivo una teoría, incluso si se apoya en un campo "aislado", y si se trata sólo de una pequeña teoría. Considera que sería mejor llamarla teoriúncula o teorita, utilizando un diminutivo latino o español, que denominarla modelo.

Los problemas que surgen cuando el modelo se ha utilizado en un sentido que lo distingue de la teoría para la cual es un modelo son bien conocidos. Braithwaite (1962, p. 225) toma este sentido de forma que un modelo para una teoría T es otra teoría M, la cual corresponde a la primera respecto a la estructura deductiva. Por correspondencia en la estructura deductiva entre M y T se significa que hay una correlación biunívoca entre los conceptos de T y los de M, los cuales dan lugar a que aparezca ésta entre sus proposiciones, que son tales que si una proposición en T se sigue lógicamente de una serie de proposiciones en T, el correlato en M de la primera proposición se sigue lógicamente de la serie de correlatos en M de las proposiciones de la serie en T.

Siempre que la estructura deductiva de T está reflejada en M, un cálculo que expresa T puede ser también interpretado como expresando M: una teoría y un modelo para ella pueden a la vez ser expresados por el mismo cálculo. De es

ta forma, puede darse una explicación alternativa y equivalente del modelo para una teoría diciendo que el modelo es otra interpretación del cálculo de la teoría. La interpretación no necesita constar de proposiciones verdaderas; las proposiciones iniciales del modelo, que están correlacionadas con las hipótesis iniciales de la teoría, no necesitan ser verdaderas, o pensar que son verdaderas; todo lo que se requiere es que el resto de las proposiciones del modelo deban ser una consecuencia lógica de la serie de ellas. Los científicos utilizan frecuentemente modelos casi imaginarios: pensemos en los modelos mecánicos del siglo XIX para la teoría óptica. Los lógicos matemáticos son los que emplearon la palabra "modelo" para una interpretación de un cálculo restringido a una sensata interpretación, que, normalmente, sólo usa conceptos lógicos. Esto es perfectamente razonable para los fines para los cuales ellos querían el concepto, pero es demasiado restrictivo para la filosofía de la ciencia. Y, consecuentemente, los requerimientos categóricos, que juegan tan importante papel en los lógicos matemáticos, se interesan por los modelos de pequeña relevancia como por los de sentido científico.

En ocasiones, el trabajo de una máquina automática de computación es de modelar una teoría científica. Cuando la forma de la operación del computador es irrelevante para la modelación, éste está siendo utilizado meramente como "caja negra" para dar outputs interpretados como consecuencias lógicas de los inputs colocados dentro de ella. Aquí, si el aparato deductivo de la teoría está ya incorporado al trabajo de la máquina, ésta se pondrá en acción operando el cálculo que representa la teoría, siendo el input los axiomas, y el output los diversos teoremas del siste-

ma axiomático formal. Así, el trabajo de la máquina debe ser contemplado como equivalente más propiamente al propio cálculo que a una interpretación de éste como una teoría.

Pero cuando el modo de operación del computador es parte de su función de modelar, los procesos físicos en dicho computador se contemplarán no como dando pasos deductivos en la teoría científica, sino en secuencia temporal, sucesión de procesos en el campo que es materia de atención de la teoría.

En este planteamiento, Braithwaite (1962, p. 226) se pregunta el por qué utilizamos modelos en todo el pensamiento científico: Si los conceptos no-lógicos que se dan en las hipótesis iniciales de la teoría son todos propiedades o relaciones observables, no hay razón en absoluto para pensar en un modelo para la teoría, excepto cualquiera que establezca la consistencia lógica de la teoría, el cual lo haría hallando una buena interpretación para sus cálculos, o puramente para fines didácticos. A alguien puede parecerle más fácil apreciar la estructura deductiva de la teoría en un modelo ilustrativo, de la manera en que muchos de nosotros hallamos útil pensar en diagramas espaciales cuando consideramos las relaciones lógicas de las clases. Pero normalmente, y en todos los casos interesantes, las hipótesis iniciales de la teoría contendrán conceptos que no sean puramente lógicos, pero que tampoco son observables en sí mismos (llamados conceptos teóricos); son ejemplos los electrones, genes, ego-ideales, etc. Un problema fundamental para la filosofía de la ciencia es cómo deben entenderse estos conceptos teóricos. Una escuela de pensamiento representada, de forma prominente, por Campbell (1953) afir

ma que la única forma de entenderlos, y de aquí las hipótesis explicativas de la teoría científica, es representar la teoría por un modelo cuyo ordenamiento deductivo corresponde al de la teoría, pero en la cual todos los conceptos mencionados son familiares; es decir, en definitiva. que las proposiciones del modelo fueran, de hecho, proposiciones verdaderas.

Se han mencionado "conceptos familiares", pero no necesariamente propiedades o relaciones observables. Lo que los modelistas (así llama Braithwaite a los constructores de modelos) creen necesario es que el correlato, en el modelo, de los conceptos "teóricos" de la teoría, deba ser entendido, y pueda serlo al tratarse de conceptos "teóricos" de otra teoría más simple que ya está entendida. Por ejemplo, los intentos para comprender la teoría electromagnética construyendo modelos mecánicos para ello no dependen de suponer que todos éstos, como la energía cinética, energía potencial, acción, etc., son observables, sino sólo que la teoría de la mecánica que los utiliza como modelos teóricos ha sido previamente comprendida de tal forma que todos sus conceptos sean familiares. La doctrina modelista de la explicación científica va etapa por etapa: La teoría T_1 tiene que ser entendida para construir un modelo para ella, siendo observables todos sus conceptos; la teoría T_2 , entonces, puede comprenderse construyendo un modelo para ella con los conceptos de la teoría T_1 , y así sucesivamente.

Pero el modelista puede decir que, más que entendimiento, el modelo ayuda a la comprensión de la teoría y de sus conceptos teóricos, la cual está en alguna forma más llena que lo que da un entendimiento basado exclusivamente en

una teoría rasa. Dicho modelista puede afirmar que un modelo es predictivo en una forma en que no lo es la teoría rasa, en que ayuda a nuevas generalizaciones acerca de propiedades observables que no puede dar la propia teoría. Estas nuevas generalizaciones serán probables empíricamente; esto es, podrán ser utilizadas para llevar a cabo nuevas predicciones; así, la teoría modelada será una más fuerte que en su forma rasa.

Braithwaite discute esta tesis (1962, p. 227): Sean las propiedades observables referidas en las generalizaciones que la vieja teoría tenía que explicar (las viejas generalizaciones): $A_1, A_2, \dots, A_n$, y sean $B_1, B_2, \dots, B_n$ las propiedades familiares que tienen sus correlatos en el modelo, y $L_1, L_2, \dots, L_m$ las propiedades familiares que son correlatos en el modelo de los conceptos teóricos de la teoría, como si las L fueran las interpretaciones del modelo de los términos (teóricos) que se dan en los axiomas de los cálculos que representan la teoría.

Sigue considerando Braithwaite (1962, p. 228) que existen cuatro formas en las cuales el tener en cuenta el modelo puede servir para ayudar a nuevas generalizaciones acerca de los observables en la teoría:

1) Considerando las proposiciones iniciales en el modelo, podemos mostrar que es posible deducir de ellas proposiciones relacionadas, como B_1, B_2, B_3 , las cuales no corresponden a ninguna de las viejas generalizaciones que se daban en la teoría. Entonces, pasando del modelo a la teoría, será posible afirmar que las correspondientes generalizaciones acerca de A_1, A_2, A_3 son consecuencias de las proposiciones iniciales de la teoría. Desde que éstas no

están entre aquéllas con las cuales se formuló la teoría, serán nuevas generalizaciones, y pueden utilizarse para realizar predicciones que de otra forma no habrían sido efectuadas por la teoría; se referirán a las propiedades que han sido afectadas en las viejas generalizaciones, y constituyen la llamada novedad predictiva de primer tipo.

2) Considerando las propiedades familiares $L_1, L_2, \dots, L_m$ que se dan en las proposiciones iniciales del modelo, podemos mostrar que hay otra B_{n+1} que es tal que las generalizaciones en las cuales se da, junto con una o más de las viejas propiedades $B_1, B_2, \dots, B_n$, que se siguen de las proposiciones iniciales mencionadas, junto con otra que relaciona B_{n+1} a $L_1, L_2, \dots, L_m$. Pasando entonces del modelo a la teoría, sugeriremos contemplar una propiedad observable A_{n+1} que es el correlato de la teoría de B_{n+1} en el modelo. Si tal propiedad puede ser hallada, la adición a las hipótesis iniciales de la teoría de una A_{n+1} referente a los conceptos teóricos hará posibles nuevas generalizaciones que serán deducidas relacionando A_{n+1} a alguna de $A_1, A_2, \dots, A_n$. Esta novedad predictiva de segundo tipo nos ayudará a ellas acerca de una nueva propiedad observable.

3) Considerando las propiedades familiares $L_1, L_2, \dots, L_m$ dadas en las proposiciones iniciales del modelo, pueden sugerir proposiciones acerca de alguna de las primeras, las cuales, si las añadimos a las segundas, harían posibles nuevas generalizaciones, por ejemplo, B_1, B_2, B_3 , para ser deducidas en el modelo. Pasando entonces del modelo a la teoría, Braithwaite (1962, p. 228) sugiere que si las nuevas hipótesis iniciales correspondientes son aña

didas a la teoría, la hipótesis extendida ayudará a nuevas generalizaciones probables acerca de A_1, A_2, A_m . Como con el primer tipo, esta novedad predictiva de tercer tipo nos ayudará a nuevas generalizaciones acerca de propiedades a las que nos hemos referido en las viejas.

4) Hasta aquí no se ha extendido a L_1, L_2, L_m , o a los correspondientes conceptos teóricos de la teoría. Pero el modelo puede sugerir una nueva propiedad familiar L_{m+1} , la cual puede entrar en combinación con alguna de L_1, L_2, L_m dentro de las nuevas proposiciones iniciales del modelo del cual pueden ser deducidas nuevas generalizaciones acerca de B. Usualmente no habrá objeto para añadir a L_{m+1} , a menos que puedan también ser añadidas nuevas propiedades familiares B_{n+1}, B_{n+2} , etc., las cuales entran en nuevas generalizaciones. En este caso, naturalmente, tendrán que ser añadidas más proposiciones iniciales relacionando las nuevas de B a algunas de todas las de L. Pasando del modelo a la teoría, entonces sugeriremos contemplar las propiedades observables A_{n+1}, A_{n+2} , etc., las cuales son tales que las nuevas generalizaciones que las relacionan a alguna de $A_1, A_2, \dots, A_n$, pueden ser deducidas de las hipótesis iniciales de la teoría, con la adición de nuevas correspondientes a las nuevas proposiciones iniciales del modelo que contienen L_{n+1} . Esta novedad predictiva de cuarto tipo ayudará a las nuevas generalizaciones acerca de nuevas propiedades observables por extender la teoría a hipótesis incorporadas acerca de nuevos conceptos teóricos.

Las relaciones entre estos cuatro tipos de novedad predictiva pueden resumirse diciendo que en el primero no hay cambio en las hipótesis iniciales de la teoría; en el

segundo, el cambio consiste en la adición de una extra-hipótesis que relaciona una nueva propiedad observable a los conceptos teóricos; en el tercero, el cambio es la adición de extra-hipótesis relacionadas juntamente a conceptos teóricos de la teoría; y en el cuarto tipo se da la adición de extra-hipótesis conteniendo nuevos conceptos teóricos.

Braithwaite (1962) ha descrito estos cuatro tipos de novedad predictiva como los resultantes de la consideración de un modelo, pero ¿cuántos, en la realidad, a lo largo del empleo de éste, están presentes en suministrar o sugerir alguno de dichos tipos? Para el primero no es posible, ya que no hay adición a los axiomas de los cálculos, los cuales expresan a la vez el modelo y la teoría, y cualquier proposición que se deduzca dentro del modelo, puede también ser deducida con igual facilidad dentro de la propia teoría sin evocar la ayuda del modelo; ocurre casi lo mismo en el segundo tipo, ya que para éste, la única adición a los axiomas de los cálculos dados por la nueva proposición inicial del modelo es una que ha de ser interpretada en la teoría relacionando una nueva propiedad observable a conceptos teóricos. Aquí la dificultad es casi siempre la que surge en el descubrimiento de cualquier propiedad observable y no en determinar la hipótesis inicial que la relacionaría, cuando se hallara, con conceptos teóricos.

Contemplando los tipos tercero y cuarto de novedad predictiva, observamos que un modelo puede precisarse para constituir una ayuda genuina; aquí hay adiciones a los axiomas de los cálculos que se refieren a las relaciones entre términos teóricos, y en el cuarto tipo se da también una

adición al número de términos teóricos propios.

Ya que el modelo interpreta los términos teóricos de los cálculos como conceptos familiares, pueden darse buenas proposiciones (verdaderas o falsas) que relacionan a éstos juntos (o los relacionan a nuevos conceptos familiares), las cuales no están incluidas en las proposiciones iniciales del modelo, pero que dicho modelo puede traer inmediatamente a la mente. Entonces, el modelo puede ser requerido para indicar su extensión en una forma que sería la del caso del cálculo en aislamiento; tal indicación será más sorprendente cuando las proposiciones del modelo se sabe que son verdaderas (de forma que conocemos del modelo que es una buena interpretación del cálculo): para entonces pueden existir otras relaciones conocidas entre los conceptos familiares del modelo (o entre otros conceptos familiares y los del modelo), las cuales señalan las relaciones correspondientes entre los conceptos teóricos de la teoría (o de una teoría extensa). En este caso, la indicación frecuentemente ayuda a tener un argumento -un argumento por analogía- por inferir de las características conocidas del modelo a las desconocidas de la teoría (Hesse, 1961, p. 27).

Es cierto que en ocasiones ayuda el que la analogía dé una buena razón para creer que cualquier característica del modelo será reproducida en la teoría correspondiente, hasta una generalización empíricamente probable, la cual es una consecuencia de suponer que la teoría que presenta esta característica, está rechazada por la experiencia. Esto no puede permitirse; la analogía no puede dar más que sugerencias para las extensiones de la teoría, y la historia de la ciencia nos dice que, mientras algunas sugestio

nes analógicas han llevado a extensiones válidas de la teoría, otras han llevado a su fin.

La indicación de un modelo hacia las extensiones de éste sólo puede dar sugerencias para las de la teoría (excepto en el caso de la novedad del primer tipo, pero aquí las extensiones están tan latentes en la teoría como en el modelo). Siempre que la teoría tenga extensiones en sus hipótesis iniciales, tendremos que decidimos por probar a través de la experiencia las generalizaciones probables deducidas en la teoría "extensa", y en esta prueba un modelo no se utiliza de cualquier manera. La tesis de que una teoría modelada tiene, "ipso facto", mayor poder predictivo que una teoría simple, no puede ser sostenida.

El modelista, sin embargo, replicará con una serie de preguntas, las cuales se ajustan a una crucial respecto a lo que ha de comprender una teoría; y la que plantea Braithwaite (1962, p. 230) es cómo puede la teoría como un todo ser probada empíricamente a no ser que se sepa que sus generalizaciones comprobables se siguen de las hipótesis iniciales, cómo puede saberse esto a no ser que sean comprendidas tales hipótesis iniciales, cómo pueden referirse las hipótesis iniciales a que los conceptos teóricos sean entendidos a no ser que comprendamos qué son éstos, y cómo pueden ser comprendidos los conceptos teóricos a no ser que tomemos una teoría que se corresponda con el modelo en todos los conceptos que son ya familiares.

Responder a estas cuestiones requiere dar una explicación adecuada del funcionamiento de los conceptos teóricos que hacen que no se utilice cualquier modelo. Tal explicación (que Braithwaite (1962, p. 230) llama context-

tualista) se ha dado recientemente por varios escritores: Quine (1960) se refiere a los trabajos de Carnap, Einstein, Frank, Hempel, Braithwaite, etc.; brevemente, los contextualistas sostienen que la forma en la cual la función de los conceptos teóricos en la teoría científica está dada por una interpretación del cálculo que expresa la teoría, la cual trabaja de la base hacia arriba. Los teoremas finales del cálculo son interpretados como expresando generalizaciones empíricamente comprobables, y los axiomas de los cálculos como proposiciones de las cuales siguen lógicamente estas generalizaciones, así como los términos teóricos que aparecen en los cálculos han dado un significado implícitamente por su contexto; por ejemplo, su lugar dentro del cálculo. Así, una comprensión de un concepto teórico en una teoría científica lo es del papel que éste juega en el cálculo que expresa la teoría, y la naturaleza empírica del concepto teórico está basada en la interpretación, igualmente empírica, de los teoremas finales del cálculo. Si tal explicación contextualista del significado de los términos teóricos es adecuada, pensamos que un modelo para una teoría es casi innecesario para una plena comprensión de la teoría. Pero los contextualistas explican fácilmente por qué muchos investigadores buscan modelos que les ayuden: para el contextualista, la explicación hace una referencia explícita a los cálculos que expresan la teoría; así, una plena comprensión de un concepto teórico requiere lo que Quine (1960) llama "comprensión semántica" desde pensamiento de objetos al pensamiento del simbolismo o lenguaje que representan dichos objetos. En el caso de una explicación por una teoría científica, esto requiere considerar el cálculo no interpretado, el cual es para expresar la teoría antes de interpretarla. Muchas personas opinan

que el concepto de un cálculo no interpretado es difícil de asimilar; para ellas es más fácil un sistema científico deductivo, con el primer pensamiento de un modelo para él, en donde todos sus conceptos son familiares, y entonces, por formalización (o semi-formalización), el modelo lo expresa en un cálculo (o parte de un cálculo); de tal forma, éste siempre es pensado tal como se ha interpretado, siendo el modelo su interpretación original. Sin embargo, al pasar del cálculo que expresa el modelo al que lo hace de la teoría, es necesario primero "desinterpretarlo" (utilizando el acertado neologismo de Quine), ignorando las interpretaciones de sus términos no-lógicos, como significando conceptos familiares, reteniendo sólo las interpretaciones de sus características lógicas. El cálculo así empíricamente desinterpretado será entonces re-interpretado (de la base hacia arriba), para servir a la expresión de la teoría científica. La ventaja psicológica del procedimiento a través de los dos estadios de desinterpretación y subsecuente re-interpretación es tal que no necesita que sea considerado un cálculo completamente desinterpretado.

No obstante, el paso esencial filosóficamente hablando, es el mismo para el modelista como para el contextualista, al interpretar el cálculo desde la base hacia arriba, de forma que exprese la teoría. El modelista reinterpreta un cálculo originalmente desinterpretado, sin escapar a la comprensión semántica: evita tener que hablar explícitamente de un cálculo al hacerlo del modelo y la teoría que tienen la misma estructura deductiva; pero el entender esto implica y presupone una comprensión semántica.

ca. Así, el modelista no puede decir justamente que su explicación da una comprensión más profunda de la explicación científica que la contextualista, cuando la utilización de su modelo (aparte de su función psicológica en ilustrar la teoría) es acercarse indirectamente a la dificultad, que el contextualista ataca directamente y de forma perspicaz hablando de su cálculo. El filósofo de la ciencia, de acuerdo con el problema de cómo es que podemos entender una teoría que contiene conceptos teóricos, no puede evitar una comprensión semántica.

Ciertamente, la distinción conceptual entre modelo y teoría puede aparecer en principio muy neta y no planteada en una dialéctica de madurez. En definitiva, la teoría (París, 1972, p. 468) es un sistema de proposiciones ordenadas deductivamente que pretenden desentrañar del modo más completo un dominio formal o empírico. El modelo, tal como ha sido explicitado antes, es una realidad trascendente al orden que propiamente investigamos, y hacia la cual podemos viajar epistemológicamente, para enriquecer nuestro conocimiento (realidad que en las acepciones más clásicas consiste en un esquema o sistema de relaciones que influyen en la estructura de una realidad entitativa o de un proceso).

De aquí resulta la posibilidad de que en la comparación de las teorías científicas, habida cuenta de su carácter de estructuras epistemológicas, utilicemos el mismo método de los modelos. En tal sentido (París, 1972, p. 468), una teoría T_2 puede funcionar como modelo respecto a otra T_1 en que trabajamos. Independientemente de sus intereses propios, T_2 se convierte en modelo M de T_1 . Ello supone que fijemos una relación estructural entre ambas teo

rias, sus términos y proposiciones: de isomorfismo en el caso de correspondencia biunívoca, o de homomorfismo, si dicha relación es de uno a muchos, envolviendo una de am bas teorías a la otra que aparece como una simplificación.

Desde el punto de vista semiótico, esta comparación y paso entre teorías aparece en el caso más sencillo como coincidencia sintáctica; ambas teorías coinciden formalmente, incorporan un mismo cálculo, pero dan lugar a aplicaciones semánticas distintas. Los términos adquieren significaciones empíricas o formales propias; también, consecuentemente, una versión subjetiva o pragmática distinta.

De aquí que ciertos términos teóricos en T_1 se puedan convertir en experimentales, o directamente operables, en T_2 , caso ejemplar de "modelización" de una teoría. Las posibilidades de enriquecimiento conceptual alumbradas por esta situación han sido analizadas sistemáticamente por Braithwaite (1962, p. 227-230).

Naturalmente, el proceso que convierte a T_2 de M en T_1 , apoyándose en la relación $T_1 R T_2$ es reversible en principio. T_1 entonces adquiere una función modelo respecto a T_2 . Ello resulta perfectamente comprensible, si consideramos esta situación desde el punto de vista de los hábitos subjetivos de un investigador o de los intereses de las distintas ciencias; la modelización de una teoría sería un proceder un tanto convencional, determinado por tales razones subjetivas, pero parece chocar con algunas de las descripciones anteriores. El paso de términos teóricos a empíricos contiene un evidente interés heurístico, pero no parece ocurrir lo mismo con el tránsito inverso de T_2 a T_1 , en que se perdería tal ganancia. Sin embargo, tal considera-

ción se apoya en una visión rígida de lo que es una teoría; si pensamos en el dinamismo incesante de la ciencia, puede ocurrir que la entrada de nuevos datos transforme la situación y lleve al terreno empírico -aproxime a él- conceptos teóricos en T_1 que ahora ilustren a los T_2 .

París (1972, p. 469) habla acerca de las posibilidades simétricas de esta situación en una relación "poliádica" (hasta ahora habíamos hablado en términos "diádicos"): en tal caso aparece un conjunto de teorías $T_1, T_2, \dots, T_n$ relacionadas entre sí; en términos de las grandes estructuras matemáticas tendríamos una "estructura de orden", y, desde ella, las operaciones de traducción, traducción inversa, y traducción nula -la asociación de dos elementos mediante operación constructora de otro dentro del grupo pierde sentido- reflejarían un rudimento de estructura de grupo, o grupoide.

Puede tratarse -como ya hemos visto, pero planteado ahora en un nivel de máxima generalidad- de la aplicación de una estructura sintáctica uniforme, desde el punto de vista de distintas semánticas y pragmáticas. La comparación entre las teorías y dicha estructura se consigue por procesos de interpretación, desinterpretación y reinterpretación. Pero pueden presentarse situaciones más complejas; el estudio de las transformaciones posibles entre teorías con sus correspondientes estructuras invariantes contiene el mayor interés para la investigación epistemológica y construcción de la historia de las teorías científicas (París, 1972, p. 470).

En resumen, podemos concluir las diferencias entre modelo y teoría con los tres puntos que destaca especial-

mente Achinstein (1968, p. 217) al referirse precisamente a los modelos teóricos:

a) Si una persona propone algo como un modelo teórico de X, por contraste con una teoría de X, puede creerse que, hablando estrictamente, estas suposiciones son falsas, no adecuadas, o aplicables sólo a un campo muy limitado. Este modelo teórico será típicamente simplificado utilizando aproximaciones, omitiendo factores complicados, introduciendo relaciones idealizadas. Tales suposiciones simplificadas pueden ser útiles ofreciendo ciertos cálculos y explicaciones; pero, diferentemente de que éstos constituyan una teoría de X, no se han propuesto como suposiciones que, tomadas literalmente, actualmente gobiernan X. Naturalmente, el proponente de una teoría también puede reconocer que sus suposiciones están en algún modo simplificadas, incorrectas, o restringidas.

b) Una teoría, distinta de un modelo teórico, necesita no atribuir a un objeto una estructura interna, composición, o mecanismo, con respecto al cual se intenta explicar varias propiedades expuestas por este objeto. Puede indicar qué relaciones se logran entre estas propiedades sin postular ninguna estructura interna, o qué puede relacionar las propiedades del objeto en cuestión con otras de distintos objetos o sistemas.

c) Cuando alguien propone un modelo teórico, mucho de lo que se pretende será típicamente derivado de alguna teoría o teorías más fundamentales; los principios de estas últimas se aplicarán a una serie relativamente restringida de objetos o sistemas. Algunas teorías también son así, pero no todas. En muchos casos, cuando un científico propone una teoría, ninguna de sus suposiciones centrales y dis-

tintivas serán apropiadas o derivadas de teorías más fundamentales.

2. Modelo como sinónimo de teoría

No estamos de acuerdo con esta "sinonimicidad", aunque ello nos obliga a referirnos a quienes así opinan. A este efecto, citamos a Simon & Newell (1956, p. 89), que afirman categóricamente que modelo es un sinónimo de teoría, y dedican su artículo a hablar de "Teorías: Sus usos y limitaciones", pero refiriéndose a los modelos. Sin embargo, afirman que quienes dispusieron este significado, presumiblemente no intentaron que "modelo" debiera significar simplemente "teoría", sino que por "modelo" entenderían "teoría matemática".

Con estas premisas, definen una teoría (entendamos, modelo) como una serie de afirmaciones o sentencias, que pueden ser, naturalmente, afirmaciones matemáticas o ecuaciones, en lugar de frases verbales; y esto en cuanto a la forma, pues, respecto al contenido (o contenido lógico) de una teoría, significan la totalidad de las observaciones empíricas que hace la teoría, explícita o implícitamente, acerca de la palabra real del fenómeno al cual se refiere; es decir, el contenido de una teoría estaría compuesto de todas las aseveraciones acerca de la palabra, sean ciertas o no, que están explícitamente expuestas por la teoría, o que pueden ser inferidas lógicamente de los enunciados de la teoría.

Parten Simon & Newell (1956, p. 91) de la consideración de algún cuerpo de fenómenos, y piden que imaginemos que existe una teoría cuyo contenido dice la verdad, toda la verdad, y nada más que la verdad acerca de estos fenó-

menos: entonces podemos definir el contenido del cuerpo de éstos como idéntico al contenido total de esta teoría particular, la cual es no existente para un conjunto actual de fenómenos. Las teorías que existen en nuestros días no tienen el mismo contenido que el fenómeno al cual se refieren, aunque ello no quiere decir que no sean verdaderas.

Ello nos viene a decir que los modelos, tal como nosotros los entendemos, no son un calco o copia de un fenómeno, sino una elucubración abstracta -teoría- que, por ende, puede ser verdadera (entendemos lógicamente), pero que, así interpretada, en muchas ocasiones no nos proporcionará ninguna ayuda a la hora de interpretar determinados hechos.

Precisamente afirma Brodbeck (1959, p. 381) que el isomorfismo de las leyes de una teoría con las de otra define inequívocamente el término "modelo". Infortunadamente, éste tiene otras acepciones, pero su primer uso innecesario es como sinónimo de teoría. En particular, dicho término es utilizado para teorías que tienen algunas o todas de las siguientes características distintas (Brodbeck, 1959, p. 381):

a) Cualquier teoría no probada o incluso no probable puede ser llamada "modelo". Las especulativas, como aquellas acerca de los correlatos neurofisiológicos de la conducta o las doctrinas del psicoanálisis, para las cuales la evidencia empírica es escasa, son llamadas en ocasiones modelos, aparentemente a causa de una repugnancia a su honor como teorías presuntuosas. No hay nada en el concepto de una teoría, como una serie de hipótesis acerca de un área, que diga que debe ser verdadero, o que sabemos que lo sea.

b) Construyendo una teoría suponemos abstracción. "Abstracción", como "modelo", es equívoco. En un contexto

determinado, se refiere a esta selección siempre necesaria para describir la palabra. Todas las teorías, se refieran o no a la conducta humana, omiten algunas variables simplemente porque no son relevantes al fenómeno que ha de ser explicado o predicho por la teoría. La timidez acerca de tales omisiones perfectamente legítimas parece peculiar para la ciencia social; viene sugerida por frases como "hombre económico", etc. La casi innecesaria falta de confianza acerca de variables olvidadas está a veces reflejado llamando a estas teorías "modelos". Así, dicho "hombre económico", en una formulación, siempre busca maximizar su utilidad; esto sólo es una parte de una teoría que afirma, en efecto, que, estadísticamente al menos, pueden ser omitidos otros motivos cuando predecimos la conducta de un ente social. De forma similar, tipos ideales de sociedad afirman implícitamente que el efecto de las variables no mencionadas es despreciable. La mejor teoría, el mayor conocimiento que tenemos acerca de las condiciones bajo las cuales están las variables omitidas, hace o no una diferencia; si este "hombre económico", por seguir con el mismo ejemplo, no existe, entonces sería falsa la teoría sugerida. Al no ser verdadera, tales teorías serían llamadas "modelos".

c) En otro contexto, "abstracción" se refiere a cosas, como, por ejemplo, el gas perfecto o ideal, velocidad instantánea, etc. Dichas entidades son todas metafísicamente imposibles. Las teorías que hacen uso de éstas y otras entidades "ideales" también se denominan "modelos".

d) Cuando los números pueden estar vinculados a los conceptos de una teoría, de tal forma que podemos decir cómo muchas de las propiedades están presentes, o cómo muchas cambian bajo ciertas condiciones, entonces la teoría está

cuantificada. Los científicos sociales ahora ensayan valientemente cuantificar sus términos. Las teorías cuantificadas pueden construirse ya sea directamente de los hechos observados, o, bastante más frecuentemente, de conjeturas acerca de los hechos; son, después de todo, teorías justas, y en casi todos los casos, los científicos las han llamado "modelos", y, particularmente, "modelos matemáticos". En cualquier caso, la vaguedad, selección, idealización y cuantificación, son características para un mayor o menor grado de la mayoría de las teorías que valen la pena.

Podemos, pues, preguntarnos: ¿qué ganamos, más que una confusión innecesaria, llamando "modelos" a teorías que participan en alguna o todas de estas características?

3. Punto de confluencia entre ambas tendencias

A pesar de que entre teorías opuestas no caben en ocasiones posiciones intermedias, ya hemos citado anteriormente las palabras de París (1972, p. 468), cuando dice que "los modelos constituirían semiteorías o conatos de teoría allí donde aún no se ha conquistado un suficiente dominio técnico y metodológico", y de Braithwaite (1962, p. 225), que recomienda la sustitución de "teoría" por los términos de "teoriúncula" o "teorita", en vez de llamarla "modelo".

Aunque se presentó a Braithwaite (1962) como defensor de la diferencia entre modelo y teoría, y él mismo consideraba un peligro la identificación de ambos, no dejaba de afirmar -y además era cierto- que en Psicología y Ciencias Sociales, "la palabra 'modelo' se usa con frecuencia simplemente como sinónimo para una teoría formalizada o semi-formalizada" (p. 224).

El propio Braithwaite, en 1954, ocho años antes, planteaba la suposición de que el cálculo que se había interpretado como representando una teoría podía también ser interpretado como un sistema deductivo ~~en~~ el cual se diera un significado directo para todos los símbolos que aparecieran en su fórmula inicial. En esta interpretación del cálculo, las proposiciones representadas no contendrían conceptos 'teóricos', y el cálculo se representaría en un todo, como en el caso de un sistema deductivo. De esta manera, tal interpretación no presenta la dificultad epistemológica de la interpretación original del cálculo como encarnando la teoría científica. El sistema deductivo que constituye tal interpretación puede ser tomado como modelo para la teoría; una teoría y un modelo tienen la misma estrutura formal, y están a la vez representados por un mismo cálculo. Hay una correlación biunívoca entre las proposiciones de la teoría y las del modelo, y la disposición deductiva de éstas en la teoría corresponde a la de las correlacionadas en el modelo (y viceversa). Pero la estructura epistemológica de la teoría y del modelo son distintas: en el modelo, los cálculos se interpretan todos directamente en conjunto, mientras que en la teoría se ~~derivan~~ fórmulas del cálculo que son directamente interpretadas, siéndolo indirectamente las primeras en virtud de su lugar en el cálculo.

El hecho de que un modelo tenga la misma estructura lógica, pero la epistemológica más simple que la teoría para la cual existe el modelo, explica el uso de éstos en el pensamiento en torno a una teoría en una ciencia avanzada. Para pensar acerca de un modelo, por varios motivos, sirve como sustituto el hacerlo acerca de un cálculo del

cual tanto la teoría como el modelo son interpretaciones, a la vez que el modelo lo es íntegramente del cálculo. De esta forma, la esencia de un modelo del cálculo está en conexión con la teoría que evita la propia concienciación requerida en el pensamiento, a la vez que una teoría y en un lenguaje en que se ha expresado, y de esta forma pasa de una aproximación no sofisticada filosóficamente a un entendimiento de la estructura lógica de una teoría científica deductiva.

En este punto de equilibrio entre considerar teoría y modelo como algo absolutamente distinto, o como términos sinónimos, Braithwaite (1954), que establece diferenciación según las estructuras de ambos, pero sin comprometerse a más, considera, en cambio, los peligros posibles que se derivarían de pensar una teoría mediante un modelo:

a) Nosotros podemos, si no tenemos cuidado, suponer que hay conceptos implicados en la teoría que corresponden a todas las propiedades de los objetos en el modelo; por ejemplo, podemos pensar que los electrones en un átomo tienen todas las propiedades espaciales de un modelo de átomo "sistema solar".

b) Un segundo peligro más sutil es que puede darse el caso de que varias de las proposiciones en el modelo que son interpretaciones de la fórmula inicial del cálculo son lógicamente necesarias (pueden serlo todas, en cuyo caso el modelo es puramente matemático). Podemos entonces estar tentados ilícitamente de transferir la lógica necesaria de estas proposiciones en el modelo a las correlacionadas en la teoría, y, de esta forma, suponer que varias o todas de las hipótesis a nivel más bajo de la teoría son lógicamente necesarias a pesar del contingente.

Al utilizar modelos nunca podemos olvidar que pensamos "como si": los conceptos teóricos en una teoría científica deben ser "como si fueran" elementos en el modelo, pero sólo en ciertos aspectos; olvidar estas limitaciones es desperdiciar la estimable ayuda al pensamiento proporcionada por el modelo.

El propio Braithwaite (1955, p. 90), en otra obra, insiste en que cuando tenemos ante nosotros dos sistemas deductivos que son interpretaciones del mismo cálculo, en el primero de los cuales la interpretación de las fórmulas iniciales -que contienen los términos teóricos- sea epistemológicamente anterior a la de las fórmulas extraídas que no contienen tales términos, mientras que en el segundo ocurra lo contrario -que las fórmulas extraídas sean anteriores desde un punto de vista epistemológico-, puede decirse que el primer sistema deductivo guarda con respecto al segundo la relación existente entre un modelo y su teoría: llamaremos al primero un modelo de la teoría que consista en el segundo, y a éste una teoría de la cual el primer sistema constituya un modelo. Cualquier teoría y cualquier modelo de ella -o cualquier modelo y cualquier teoría de la cual sea modelo- poseen la misma estructura formal, ya que modelo y teoría están representados por el mismo cálculo. Hay una correlación biunívoca entre las proposiciones de la teoría y las del modelo: las que son consecuencias lógicas de las de la teoría hallan su correlato en otras del modelo, y viceversa. Pero ya hemos dicho que la teoría y el modelo tienen estructuras epistemológicas diferentes: en éste, las premisas, lógicamente anteriores, determinan el significado de los términos que aparezcan en la representación de las conclusiones en el cálculo, mien-

tras que en la teoría, las consecuencias, naturalmente posteriores, fijan el significado de los términos teóricos que se encuentran en la representación de las premisas en el cálculo.

Si instauramos de esta forma las nociones de modelo y teoría, advertiremos (Braithwaite, 1955, p. 110) que pensar en una teoría científica reflexionando acerca de un modelo de ella es otra manera de hacerlo en lugar de considerar explícitamente el cálculo que la represente: pues reflexionar acerca del modelo es hacerlo sobre una interpretación del cálculo que, tanto en lo que se refiere al orden en que se efectúe ésta, como en cuanto al correspondiente a la deducción, se mueve en la misma dirección que el orden de las fórmulas que se extraigan dentro del cálculo. Así pues, utilizar el modelo es emplear una interpretación del cálculo llana y directa, cuya comparación con la alambicada interpretación inversa en que consiste la teoría científica servirá para la mayoría de los fines de comparación entre el cálculo mismo y ésta.

En consecuencia, valerse de un modelo para reflexionar sobre la estructura de la teoría es, con frecuencia, el modo más conveniente de hacerlo, ya que evita el grado de conciencia de sí necesario para tener presente e la vez el conjunto de proposiciones -dispuestas formando un sistema deductivo- que constituya la teoría y el de cláusulas o fórmulas dispuestas en orden a que conste el cálculo representante de aquélla: si al comparar expresamente una teoría y su cálculo exponemos aquélla utilizando los símbolos de éste, es menester que al mismo tiempo "usemos" dichos símbolos (en la expresión de la teoría) y los "mencionemos" (al expresar el cálculo), doble función que fácilmente puede

causar confusiones; y, además, las relaciones de extraibididad entre las fórmulas del cálculo, aunque correspondrán a las de consecuencias lógicas entre las proposiciones de la teoría, no serán idénticas a ellas. Por otro lado, si las comparaciones se llevan siempre a cabo entre la teoría y el modelo en vez de aquélla y el cálculo, las cláusulas que expresen una y otro, podrán "usarse" sin tener que "mencionarse", y la relación que exista entre las proposiciones del modelo será la misma que se cumpla entre las de la teoría, a saber, relaciones de consecuencia lógica. Así pues, el pensar acerca de una teoría científica por mediación de un modelo de ella evita las complicaciones y dificultades ligadas a tener que pensar explícitamente sobre el lenguaje -o cualquier otra forma de simbolismo- en que se represente la teoría: la utilización de modelos permite un enfoque filosóficamente sencillo de la comprensión de la estructura de un sistema deductivo científico (en el caso de que se dude de la compatibilidad de las hipótesis de nivel supremo de una teoría científica puede interpretarse el cálculo que represente ésta por medio de un modelo para comprobar su compatibilidad).

Y finalizamos con unas palabras de Nagel (1961, p. 116), que, después de comentar la posibilidad de que el modelo pueda ser un obstáculo para el desarrollo fructífero de la teoría, escribe: "El único punto que podemos afirmar confidencialmente es que un modelo para la teoría no es la propia teoría".

4. Consideraciones personales

En este campo polémico y conflictivo de los límites o no límites entre modelo y teoría, pienso que sí existe di

ferencia entre ambos, pero no por contraste, sino por contigüidad, a causa de una evolución progresiva (1).

Contemplamos dos procesos que tienen al modelo como fase central:

a) En primer lugar, Teoría $\rightarrow$ Modelo $\rightarrow$ Datos experimentales. Hemos visto anteriormente (París, 1972, p. 468) que teoría es un sistema de proposiciones ordenadas deductivamente que pretenden desentrañar del modo más completo un dominio formal o empírico, o, también, que (Braithwaite, 1962, p. 224) una teoría científica es un sistema deductivo que consta de ciertas hipótesis iniciales en la cúspide de generalizaciones empíricamente probables en la base. Pues bien, este sistema deductivo, que suponemos formalizado, y, por consiguiente, con una base lógica, no es "aplicable" directamente a los datos experimentales; no podemos utilizar éstos como material de primera mano por falta de operatividad de manejo de la teoría, y entonces es cuando acudimos a los modelos teóricos como transformadores o piezas clave en el engranaje del pensar y hacer científicos. El modelo teórico, así considerado, adapta la teoría a la realidad empírica, y permite su acercamiento a ella, haciéndola más comprensible y evitando los problemas propios de una rígida formalización.

b) En segundo lugar, el camino inverso: Datos experimentales $\rightarrow$ Modelo $\rightarrow$ Teoría. Como afirma Bunge (1973, p. 486 y ss.), no hay técnicas normadas para la construcción de teorías, aunque siempre partimos del requisito de que la teoría cubra de un modo unitario una buena porción del campo considerado, o sea, el conjunto de los datos y generali

(1) Únicamente me refiero aquí a los modelos teóricos (según clasificación de Achinstein (1968)).

zaciones de bajo nivel de que se dispone, y que hasta el momento estaban sin conectar o sólo laxamente conectadas.

Efectivamente, en estadios preteóricos de la ciencia, o simplemente en estudios exploratorios, partimos solamente de evidencia empírica, que puede ser enormemente vasta, con gran cantidad de datos acumulados, que si bien podemos sistematizarlos, no con ello ganamos información, sino, en muchas ocasiones, complejidad que no aporta ninguna ventaja. Y con una restricción que considero de crucial importancia, como es el control de estos datos experimentales, que implicará que el experimentador ejerza un cierto poder sobre las condiciones de su experimento, disponiendo todas ellas de acuerdo con un plan establecido, según el cual se pretende conseguir un tratamiento riguroso de todas las variables (Anguera, 1975, p. 56), podremos pasar a una primera estructuración o remodelación, que, hasta yendo implícito en la etimología del término, significará una organización de las generalizaciones existentes que anula la vaguedad, ambigüedad y difuminación previas. Ya no partimos de un sumario de datos, sino que, a través de rigurosas técnicas de control, extraemos su esencia, por así decirlo, le damos consistencia, y habremos conseguido formar un modelo, más o menos cómodo, según los casos, más o menos útil, pero que constituye un eslabón necesario en el camino ascendente de construcción de la teoría. Este modelo, al formalizarlo y darle una consistencia adecuada -matemática en algunos casos- a través de técnicas lógicas y metacientíficas apropiadas, irá adquiriendo una estructura eslabonada a partir de la inducción de que ha sido objeto, consiguiendo así la construcción de una teoría o fragmento de ella que, a su vez, como hemos visto, será el

punto de partida de un nuevo proceso en que también precisará de un modelo para llegar a los datos, al experimento concreto, pero formulando una(s) hipótesis que no siempre coincidirá(n) con aquélla(s) de la(s) que ahora habíamos partido.

En definitiva, y sin lugar a duda, el modelo es un poderoso instrumento metodológico de ayuda a la investigación.

Capítulo XI

MODELO Y VERDAD

MODELO VERSUS ANALOGÍA.

Tanto filósofos como científicos han tratado frecuentemente acerca de la confusión existente entre analogías y modelos. Ambos juegan un papel esencial en la ciencia, y en la interpretación de los términos científicos.

Achinstein (1963, p. 205) se pregunta: ¿cuándo es una analogía una ilustración? ¿cuándo una analogía una ilustración?

Capítulo XI

MODELO VERSUS ANALOGÍA

a) Un punto obvio es que la existencia de similitud entre X e Y, los detalles que los dos son similares pueden pertenecer a varios tipos: objetos físicos, materiales, o fenómenos.

Las similitudes notadas pueden ser las siguientes: (1) mente, el término "analogía" se ha utilizado en ocasiones en sentido amplio que incluye siempre alguna semejanza (2). Sin embargo, también se ha usado de forma más restringida, sólo para ciertos tipos:

- X e Y pueden ser similares en virtud de que cada uno hacen los mismos principios físicos;
- los principios pueden ser similares, pero no los objetos;

- similares en la configuración geométrica;
- similitud generadora de analogías en función de su papel.

Achinstein (1963, p. 206) anota dos observaciones

(1) Uno de los significados de "analogía", en el Oxford English Dictionary es "una semejanza, semejanza, similitud".

MODELO VERSUS ANALOGÍA.-

Tanto filósofos como científicos han tratado frecuentemente acerca de la confusión existente entre analogías y modelos. Ambos juegan un papel central en la ciencia, y en la interpretación de los términos científicos.

Achinstein (1968, p. 205) se pregunta qué ocurre cuando alguien, a quien llamamos A, saca una analogía entre dos "cosas", X e Y:

a) Un punto obvio es que A sugiera la existencia de similitud entre X e Y. Los detalles que dice que son similares pueden pertenecer a varios tipos: Objetos físicos, materiales, o fenómenos.

Las similitudes notadas pueden ser distintas. Realmente, el término "analogía" se ha utilizado en ocasiones en sentido amplio que incluye siempre alguna semejanza (1). Sin embargo, también se ha usado de forma más restringida, sólo para ciertos tiempos:

- X e Y pueden ser similares en virtud de que satisfagan los mismos principios físicos;
- los principios pueden ser similares, pero no idénticos;
- similitud en la configuración geométrica;
- similitud generadora de analogías en función de su papel.

Achinstein (1968, p. 206) anota dos observaciones

(1) Uno de los significados de "analogía", en el Oxford English Dictionary es "más vagamente, acuerdo entre cosas, similitud".

respecto a estas similitudes. En primer lugar, hay algunas "cosas" abstractas que contrastan, como semejanzas en color, tamaño, talla, etc., y en la ciencia, éstas no generan analogías, sino que son relevantes para similitudes más abstractas. En segundo lugar, tales semejanzas que genera la analogía entre X e Y implican principios físicos, consideraciones geométricas, o funciones que tratan de ver cómo X (y posiblemente Y) opera. Por ejemplo, las moléculas del gas y las bolas de billar son sujeto de leyes de conservación de la mecánica clásica. Esta similitud ayuda a engendrar la analogía, ya que tales principios pueden ser apelados al explicar la conducta de los gases; por otra parte, las moléculas del gas, igual que las bolas de billar, están sujetas a las fuerzas gravitatorias; pero esto no es significativo en la analogía, ya que tales fuerzas, débiles, tienen un pequeño efecto en la conducta de cada clase (de las dos).

Todas estas semejanzas pueden darse, como ocurre frecuentemente, cuando X e Y son similares en sus relaciones o en su estructura: partes, aspectos, o propiedades de X se refieren a éste en la medida en que dichas partes, aspectos, o propiedades de Y se refieren a Y. Las partes relacionadas por la similitud se corresponden, y serán una analogía en la medida en que Y se corresponda con lo mismo de X. Así, las bolas de billar en la caja se corresponden con las moléculas del gas. Por otra parte, X puede ser análogo a Y en virtud del hecho de que X es una parte, aspecto, o propiedad de un sistema más amplio X', el cual está relacionado con una parte Y de un sistema más amplio Y'.

b) A pesar de varias similitudes entre X e Y, en otros aspectos no se parecen. Así, no podemos establecer

una analogía entre dos cajas de idénticas bolas de billar, pues, aunque su "conducta" sea similar, en otros aspectos son distintas. Lo más similar entre X e Y es aquello de ambos sobre lo que podemos establecer una analogía o varias.

c) Frecuentemente, sobre todo en la ciencia, cuando A deduce una analogía entre X e Y, sugiere que X puede ser pensado, y describe desde el punto de vista de Y, utilizando éste sólo como base, y que esto puede llevarse a cabo empleando conceptos y formas de expresión apropiadas a Y, no teniendo que ser obvio que sean apropiadas a X. A puede preguntar a aquéllos para los cuales la analogía se entiende como pensar que X es como Y ("pensar que las moléculas de un gas son como las bolas de billar"), o que X tiene algo que es como en Y ("pensar que los átomos son algo parecidos a sistemas solares en miniatura"). En tales casos, A sugiere que ciertos conceptos, por ejemplo, los mecánicos, son apropiados para pensar acerca de ellos. Naturalmente, la analogía no es necesario que se presente de esta forma. A puede establecer una analogía entre X e Y simplemente porque se le sugieran similitudes entre X e Y.

d) Por lo que se refiere a A, estableciendo una analogía entre X e Y, puede simplemente representar X de una forma intensa o sorprendente. Esto es propio de usos literarios de la analogía. Por otra parte, A puede ser que no tenga punto o propósito "in mente", a no ser que observe ciertas similitudes entre detalles no parecidos. En las ciencias, sin embargo, A tendrá típicamente algún otro fin; puede intentar entender X, o lograr una mejor comprensión de éste, y puede creer que Y se considerará más familiar o más fácil de comprender que X para aquéllos que establecen la

analogía.

Achinstein (1968) nos ha mostrado las cuatro condiciones que generalmente se precisan en la ciencia al establecer una analogía. Utilizándolas, podemos caracterizar una analogía en la ciencia como un tipo de relación que se establece entre X e Y donde tales condiciones generalmente son satisfechas; y si lo son, entonces la analogía está establecida. Pero podríamos preguntarnos por la naturaleza de esta relación a través de los dos significados ligeramente distintos de la analogía:

a) Para referirnos a ciertos tipos de semejanzas entre dos items;

b) para referirnos a algo como una comparación, algo que uno infiere, hace, construye, o formula.

Sin embargo, en una comparación, procuramos ver semejanzas y diferencias (lo cual no ocurre en un contraste, en donde se enfatizan las diferencias), mientras que en la analogía nos fijamos sólo en las similitudes. Podríamos decir que sería la parte positiva, cómoda y útil de un modelo, pero, por consiguiente, no podemos identificar analogía con modelo por faltarle precisamente lo que lleva el modelo en su esencia: clave que nos facilita la comprensión, pero no identificación con el objeto que se modela, y, por tanto, semejanzas únicamente, aunque conviene recalcar, por otra parte, que la analogía lleva también implícita una visión parcial de lo que se "analogiza", sin decir en ningún momento que calcamos exactamente la realidad.

Hablaremos, pues, de una analogía entre X e Y si hay ciertos tipos de similitudes entre los items (no parecidos en otros aspectos) X e Y, describiéndose X desde el punto de vista de Y (un punto de vista que no puede ser ob-

vio), y de esta forma, describir X de forma más clara.

Las analogías se utilizan en la ciencia para lograr un mayor entendimiento de los conceptos, y ello es así por indicar similitudes entre estos conceptos y otros que pueden ser familiares o mejor comprendidos. También pueden sugerir cómo pueden formularse los principios para extenderse la teoría: si hemos notado semejanzas entre dos fenómenos, y si los principios que los gobiernan son conocidos, entonces, dependiendo de la extensión de la similitud, puede ser razonable proponer que los principios semejantes, en cierta forma, regulen a otros.

Podríamos preguntarnos si es posible la existencia de una teoría que gobierne analogías y modelos, es decir, si hay condiciones necesarias y suficientes para abarcarlas. La respuesta sería negativa por ser las condiciones demasiado extensas o restringidas.

La petición de que un modelo o analogía es otra interpretación del cálculo de una teoría es demasiado restringida para tomarla en consideración. Realmente, falta dar una adecuada caracterización a ambos. Pero no son sólo los filósofos los que intentan dar tales definiciones generales, sino que los científicos también, y así, Maxwell define una analogía como "la similitud parcial entre las leyes de una ciencia y las de otra, haciendo que unas clarifiquen a las otras" (1965, vol. I, p. 156); parece significar que aplicamos esta definición no sólo a las analogías, sino a los modelos imaginarios, y posiblemente (Achinstein, 1968, p. 257) a los modelos teóricos. Más recientemente, el biólogo Kacser (1960, p. 14), en un Simposium sobre modelos y analogías en Biología, define un modelo como "una afirmación o series de afirmaciones en el lenguaje". Ni la definición

de Maxwell para analogías, ni la de Kacser para modelos, bastan para descifrar la clase de items adecuada: la de Maxwell demasiado restringida (incluso para analogías), y la de Kacser demasiado laxa.

Si no se pudieran dar una serie de condiciones necesarias y suficientes para modelos y analogías, ¿podríamos intentar clasificarlos conjuntamente? A pesar de los intentos repetidos de filósofos y científicos, no podemos contestar de forma totalmente satisfactoria. Pensamos que hay algo de común en todos, aunque luego debamos describirlos de una forma abstracta, general, e incluso disgregada. No desciframos la clase de items en cuestión: no es condición a la vez necesaria y suficiente, aunque puede tomarse como cencesaria sin ser suficiente.

En todos los casos considerados podemos describir el modelo o analogía como:

- a) una representación de X, pero
- b) una representación que no sea literal o fiel en todos los aspectos, o no completa, y pueda representar X de alguna manera "indirecta",
- c) una representación que utilice algo más o menos familiar, conocido, comprensible, al alcance, o fácilmente experimentable.

De esta forma, un modelo representacional representa X, pero no necesariamente de forma completa ni literal, utilizando algún Y que es familiar o fácilmente comprensible. En un modelo teórico representamos X, pero sólo aproximadamente y no de forma completa, produciéndolo, o al menos utilizando partes de él, las más familiares y fácilmente comprensibles. En un modelo imaginario representamos X, pero no en sentido literal, como ya indica el término, sino

imaginando cómo puede X satisfacer ciertas condiciones, y donde también la forma en que representamos X es más o menos familiar y comprensible. En una analogía, X se representa de forma indirecta, mostrando que es similar en algún detalle a distinto item más familiar o más fácilmente comprensible.

Este "elemento común" no es una condición suficiente, ya que juzga a los items no clasificables como modelos o analogías. Además, emplea la noción de representación para abarcar diferentes tipos de objetos.

En definitiva, vemos claramente como las analogías son objeto de un considerable recelo, y en muchas ocasiones no demasiado lejanas en el tiempo han caído en desuso. En efecto, una razón para desconfiar de ellas se refiere a su contenido lógico: las analogías no pueden depender de "nada que no sea verdad" (Simon & Newell, 1956, p. 96), mientras que las teorías sí pueden. Es decir, que las teorías pueden en parte estar faltas de contenido (tengamos en cuenta que estos autores consideran "modelo" como sinónimo de "teoría"), cosa que no ocurre con las analogías.

DERIVACIÓN DEL SISTEMA FORMAL DEL MODELO

Desde el punto de vista del modelo, el sistema formal debería ser el conjunto más simple de traducciones que represente adecuadamente su estructura relacional. La tarea de construir un sistema formal a partir de un modelo exige

Capítulo XII

DERIVACIÓN DEL SISTEMA FORMAL DEL MODELO

ca o la matemática. Al principio, la ventaja fundamental del uso de estas disciplinas en la formulación consiste en que sus propias reglas de relación están bien establecidas y son consistentes (1). Una vez vinculadas por tales reglas, es muy difícil comprender o interpretar los significados de las relaciones para ajustarse a casos especiales; el sistema de hipótesis debe mantenerse o aceptarse cuando las interpretaciones especiales, factibles, de su lenguaje son flexibles del modelo, se convierten, si se lo desea, en lo menos en muchas ocasiones más difíciles. Sin embargo, como puede suponerse, la consistencia de las reglas de relación de la matemática y la lógica debe referirse a la consistencia del mecanismo en su prueba final. Si las hipótesis que se deducen del modelo no pueden ser adecuadamente formales

(1) En contraste con ello, Festinger parece sostener que la importancia de la explicación en psicología reside en que ofrece "un conjunto de técnicas de razonamiento deductivo" (1961, p. 90). Sin embargo, parecería que las Ciencias Sociales aún no han alcanzado el nivel de refinamiento o de eficacia de las relaciones empíricas necesario para un empleo adecuado de la matemática o la lógica.

DERIVACIÓN DEL SISTEMA FORMAL DEL MODELO.-

Desde el punto de vista del modelo, el sistema formal debería ser el conjunto más simple de formulaciones que represente adecuadamente su estructura relacional. La tarea de construir un sistema formal a partir de un modelo exige formular explícita o implícitamente las relaciones del mecanismo como términos vinculados por las reglas de la lógica o la matemática. Al principio, la ventaja fundamental del uso de estas disciplinas en la formulación consiste en que sus propias reglas de relación están bien establecidas y son consistentes (1). Una vez vinculadas por tales reglas, es muy difícil confundir o "interpretar" los significados de las relaciones para ajustarse a casos especiales; el sistema de hipótesis debe mantenerse o desaparecer cuando las interpretaciones especiales, factibles, en el lenguaje más flexible del modelo, se convierten, si no en imposibles, por lo menos en muchas ocasiones más difíciles. Además, como puede suponerse, la consistencia de las reglas de relación de la matemática y la lógica cabe someterla a la consistencia del mecanismo en su prueba final. Si las hipótesis que se deducen del modelo no pueden ser coherentemente formula-

(1) En contraste con ello, Festinger parece sostener que la importancia de la explicación en matemática consiste en que ofrece "un conjunto de técnicas de razonamiento deductivo" (1961, p. 90). Sin embargo, parecería que las Ciencias Sociales aún no han alcanzado el nivel de refinamiento o de eficacia de las relaciones empíricas necesario para un amplio uso deductivo de la matemática o la lógica.

das en ninguna de ambas formas, el teórico está habilitado a suponer, sin temor a equivocarse, que el defecto reside en el modelo y no en las reglas empleadas. Finalmente, el intento de expresar un modelo bajo la forma de un sistema formal se convierte en la verificación del grupo de conceptos en cuestión. Si no es posible realizar predicciones, si los conceptos no permiten formulaciones relacionales definitivas, ese grupo de conceptos no constituye un modelo, sino sólo un esquema conceptual o un marco de referencia; en Ciencias Sociales, muy pocas "formulaciones teóricas" constituyen modelos de los cuales sea posible extraer sistemas formales, como indica Festinger (1961, p. 90 y 94), que explica que "para convencerse uno mismo de que la mayoría de los enunciados teóricos son imprecisos y ambiguos, basta intentar la formulación de una teoría sociológica en términos matemáticos". Pero si se hace posible derivar del modelo un sistema formal, el contexto del descubrimiento se cierra.

El desarrollo de una ciencia parece depender mucho más de la aptitud o disposición a utilizar adecuadamente el método matemático, "a transformar un problema científico da do en un problema de matemática" (Butterfield, 1965, p. 99), que del empleo del método experimental en su forma pura. Los métodos matemáticos modernos fueron aplicados por primera vez por Kepler a la Astronomía, y el resultado fue que esta disciplina se desarrolló mucho más que las otras ciencias contemporáneas a ellas, a pesar de su total incapacidad para la experimentación. Luego se los aplicó a la Física, sobre todo por Galileo, quien los defendió de los ataques de los aristotélicos experimentalistas. En contraste con estas disciplinas (Butterfield, 1965), la Química, cien

cia que poseía la más antigua e ininterrumpida historia de experimentación, se caracterizó por el retraso de su revolución científica.

El progreso de las ciencias se mide por su grado de exactitud; no obstante, la clasificación jerárquica de éstas de acuerdo con dicho progreso no tiene nada que ver con su empleo del experimento puro, aunque dicha clasificación guarda relación tanto con la precocidad de aparición de cada ciencia como con la medida en que utiliza el método matemático; de todas formas, hay que tener en cuenta que es peligroso creer que los problemas de una ciencia y la solución que se les da tienen que ser idénticos o incluso análogos a los de otra.

La distinción básica entre el empleo del "método estadístico", muy característico de la investigación sociológica, y el de un método matemático, consiste en que la preocupación esencial es, en el primer caso, la determinación de la existencia (y posteriormente el nivel) de las relaciones empíricas entre variables, mientras que en el segundo lo es el establecimiento de la forma de dichas relaciones. Los resultados del método estadístico pueden considerarse valiosos aunque cada relación esté por completo aislada, tanto desde el punto de vista de su sentido como desde el empírico, mientras que el propósito de un método matemático utilizado como corresponde es reunir grupos de relaciones empíricamente establecidas en un conjunto de ecuaciones. Pero el uso adecuado de un método matemático es algo muy distinto de lo que Sorokin (1966, p. 61 y ss.) denomina "falsa aplicación de la matemática".

Puesto que la investigación en Ciencias Sociales

ha sido fundamentalmente estadística, no matemática, su propósito fue abductivo, no inductivo en sentido estricto, y el resultado fue, en general, no la validación, sino lo que Coleman (1960, p. 10) denominó la "etapa de búsqueda de variables", a la vez que afirmaba que "aún aquellas variables que pueden medirse con facilidad rara vez han sido relacionadas cuantitativamente de un modo importante"; igualmente señala Dawson (1962, p. 4) que "antes de que sea posible desarrollar modelos matemáticos, es preciso estructurar las relaciones entre unidades y variables de modo tal que estas últimas correspondan a las reglas de relación que constituyen los métodos matemáticos utilizados". Incluso los experimentos con pequeños grupos sólo se han "ocupado de demostrar que existe una relación ... Por lo tanto, constituyen una etapa prematemática en la investigación" (Coleman, 1960, p. 11). Han sido prematemáticos en cuanto "a menudo falta la fuerza de la relación, la forma cuantitativa precisa, y lo que es aún más fundamental, la conceptualización precisa de los 'factores' implicados" (Coleman, 1960, p. 9); pero, como sigue diciendo, "se trata de un fenómeno común en ciencias sociales que ya no nos sorprende. Sin embargo, otras ciencias han avanzado, no simplemente mediante la identificación de la existencia de una relación, sino estudiando su forma matemática y situándola cuidadosamente en una estructura teórica".

La ventaja decisiva de la expresión matemática con respecto a la lógica para el sistema formal, consiste en el segundo punto mencionado por Coleman, la posibilidad de expresar con justeza la forma de la relación. El empleo de conexiones matemáticas para los términos permite cierto control de la consistencia del mecanismo del modelo, como ocu

rre con las conexiones lógicas; además, comparte con éstas la posibilidad de contar con una estructura deductiva (Coleman, 1960, p. 12; Festinger, 1961, p. 90). A pesar de esta ventaja decisiva, los sociólogos han tenido grandes dificultades para expresar sus sistemas conceptuales y casi modelos, su "teoría verbal", en forma matemática. Tal vez, como observara Lazarsfeld, "en este campo no haya una idea o proposición expresable en lenguaje matemático" (1954, p. 4). La dificultad posiblemente no resida tanto en la traducción de una idea o proposición dada, como en la de un grupo de éstas cuya forma verbal no ha sido vinculada mediante un mecanismo provisto de suficiente coherencia; Simon sugiere que "si se adopta esta estrategia, el punto de partida consiste en traducir al lenguaje de la matemática algunos de los conceptos y de las proposiciones que parecen promisorios y fundamentales en el cuerpo de la teoría socio-psicológica en vías de evolución" (1954, p. 390); por supuesto, este paso es necesario, pero por su carácter fragmentario parece como preludio de un adecuado método matemático.

Dado que el sistema formal se alza entre el modelo y el sistema operacional, su estructura está determinada por las exigencias de ambos. En una contextura teórica completa, el sistema formal debe ser isomórfico con el mecanismo del modelo y la estructura del sistema operacional. Los sistemas formal y operacional deben poseer una estructura tan idéntica como sea posible, pues el primero será considerado una "estructura validada" cuando se hallen resultados válidos en la aplicación del segundo. Esta identidad de estructura se obtendrá cuando la transición de uno a otro exija sólo sustituir medidas por términos; sin embargo, aunque isomórfica, la formulación verbal del mecanismo no tiene por qué parecer idéntica, en general, a la formulación matemática

del sistema formal; si este último ha de relacionarse mediante conexiones matemáticas, lo habitual es que su traducción a partir de la forma del modelo no consista sólo en eliminar del mecanismo del modelo las definiciones conceptuales nominales y el principio racional; por el contrario, la transformación del mecanismo en un sistema formal exigirá pensar en el modelo de manera tal que las implicaciones de la estructura verbal puedan ser concebidas en forma de estructura matemática; de todos modos, este método parece acercarse más a lo que Rankine llamó "hipotético", en lugar de abstractivo (Cohen, 1953, p. 219; Toulmin, 1953).

El valor del modelo como instrumento para establecer un sistema formal puede parecer muy limitado si es incapaz de determinar totalmente la forma de relación matemática que cabe esperar. Sin embargo, esta falta de determinación plena tanto puede ser una desventaja como una ventaja:

En primer lugar, aumenta la magnitud de aplicaciones necesarias para la validación. Si es necesario aplicar primero un conjunto de hipótesis para determinar su forma de relación, y luego reaplicarlo para validar las predicciones, el proceso de aplicación formal, prolongado de por sí, se extendería todavía más, reduciéndose un tanto el valor del modelo como generador de teoría. Esta desventaja, sin embargo puede atenuarse, pronosticando la forma de relación al comienzo de la investigación; dicho pronóstico se basa en: a) el estudio cuidadoso del modelo, con el objeto de hallar indicaciones sobre la forma que cabe esperar; b) el estudio cuidadoso de los datos existentes a la luz de las condiciones establecidas; o c) suponer desde el principio la forma más simple de relación compatible con el modelo. Si esta primera predicción tiene éxito, puede validarse la teo

ría; si no lo tiene, pueden emplearse los datos recogidos para determinar las formas de las relaciones a predecir, y, posteriormente, validar.

Pero, por otra parte, que el modelo no siempre determine del todo la estructura matemática del sistema formal puede ser también una ventaja. En este caso, será útil como instrumento interpretativo de cierta gama (limitada) de estructuras del sistema formal; la validación dentro de ella no exigirá entonces reestructurar el modelo para mantener el isomorfismo (Toulmin, 1953, p. 57-85). Es función del sistema operacional determinar finalmente la forma de las relaciones matemáticas a ser validadas. Si dicha forma es todavía compatible con el modelo, puede mantenerse; en caso contrario, es necesario reestructurar o desechar el modelo.

El propósito esencial del modelo sugerir un significado para los fenómenos, determinar qué factores deben tenerse en cuenta, si están relacionados, la dirección de la relación y brindar una explicación adecuada. El fin básico del sistema operacional es establecer una estructura válida del sistema formal a la luz de los hallazgos, tal como se los aprehende gracias a las medidas empleadas. La forma matemática de relación determinada en las aplicaciones empíricas dependerá de tales medidas. Cierta relación hipotética puede resultar lineal de acuerdo con un conjunto de medidas, igualmente lineal, pero con una pendiente distinta si se aplica a otro conjunto de medidas (lo cual requiere introducir una constante), y ajustarse mejor a una ecuación de segundo orden en el caso de un tercer conjunto de medidas. Sería completamente irrazonable esperar que el modelo prevea totalmente este tipo de variaciones caprichosas

de las medidas. El que no ocurra tal cosa, y que por ende deje lugar para cierta gama de hallazgos posibles, parecería representar una ventaja; este problema aparentemente no se manifiesta en algunas ciencias físicas o naturales, lo cual respondería a una prolongada tradición de estandarización consciente de las mediciones, que las ciencias sociales no poseen; sin embargo, antes de que sea posible una estandarización significativa, es preciso establecer la correspondencia entre las definiciones nominales y operacionales.

Aparte del problema de la forma, tenemos también el del tipo de relación. Hay dos clases de formulaciones relacionales, las de invariancia y las de probabilidad. Las del primer tipo sostienen que entre dos o más variables, en condiciones dadas, siempre habrá una igualdad (si ignoramos el error experimental); las del segundo tipo, que entre dos o más variables, en condiciones dadas, prevalecerá a la larga cierto nivel determinado (pero no perfecto) de relación. Enunciadas como universales condicionales y validadas, cualquiera de ellas merece la calificación de ley científica. Las leyes invariantes, cuando no están excesivamente alejadas de la realidad, son útiles; la utilidad de las leyes de probabilidad varía con: 1) los niveles en los que la relación es válida en general para gran número de casos (1), y 2) la gama de errores que probablemente habrán de producirse en la predicción de un caso dado (2).

(1) De acuerdo con Russell (1948, p. 309), "si la ley enuncia un elevado grado de probabilidad, puede ser casi tan satisfactoria como si enunciara una certidumbre".

(2) El término "probable" no se refiere a la probabilidad de que sea verdadera (la predicción), sino al nivel de relación.

Es probable que algunos modelos determinen enunciados relacionales que pueden ser interpretados mejor como invariancias, que otros den por resultado leyes probables, y que algunos originen incluso una combinación de ambos. Con el fin de contar con una buena base para la formulación diferencial y la interpretación de la aplicación, consideraremos seguidamente ambos tipos, haciendo hincapié en la invariancia, pues los enunciados de probabilidad ya son comunes en Ciencias Sociales.

Russell nos da a conocer su opinión: "Ahora nos encontramos con que muchas cosas a las que atribuíamos carácter de leyes naturales son en realidad convenciones humanas. Sabemos que aún en las más remotas profundidades del espacio estelar tres pies forman todavía una yarda. Sin duda, el hecho es notable, pero difícilmente diríamos que es una ley de la naturaleza. Y muchas de las cosas que se han considerado leyes de la naturaleza son del mismo tipo" (1957, p. 8), y continúa diciendo que muchas leyes científicas son, asimismo, "promedios estadísticos como los que podrían obtenerse de las leyes de probabilidad". Se refiere, pues, a la misma diferenciación invariancia-probabilística, pero le agrega la importante observación de que tales invariancias parecen ser observaciones tales como: número de yardas = número de pies/3; es posible que las convenciones de ese tipo (a las que cabe denominar "identidades"), se refieran a la circunstancia dada por un único fenómeno, rotulado o conceptualizado de diferente modo, y en las que ambas conceptualizaciones han sido separadas por un signo igual.

Aunque en definitiva parecería que todas las auténticas invariancias deberían concebirse como si hubieran si-

do identidades, ello de ningún modo disminuye su utilidad inmediata; mientras éstas permanezcan teóricamente latentes, serán significativas como formulaciones relacionales. La formulación de cualquier invariancia en sí misma carece de sentido si no está acompañada de las condiciones en las cuales es válida. Su derivación original a menudo parece depender casi por completo de la conceptualización de las condiciones ideales requeridas para su validez.

La búsqueda de invariancias en Ciencias Sociales no ha logrado éxito, sobre todo por la imposibilidad de manipular los datos con vistas a alcanzar las condiciones ideales. En contraste con ello, en otras ciencias se suponen en el modelo condiciones extrañas que luego se las reproduce en el laboratorio de manera suficientemente aproximada para obtener la aplicación directa de estas invariancias idealizadas de dichas condiciones. En ausencia de tales condiciones ideales, y cuando las invariancias deban ser aplicadas directamente al mundo real, podemos prever que se cometa un error importante por violación de los supuestos, o bien será necesario desarrollar un mecanismo de control que permite la aplicación directa de la ley invariante al mundo real. Para que un enunciado relacional que exige condiciones ideales posea algún sentido en el mundo real, en última instancia hay que crear siempre un mecanismo de control.

Se ha observado que la derivación original de una invariancia parece depender sobre todo de la conceptualización de las condiciones ideales necesarias para su invariancia. Desde el punto de vista de la derivación, carece de importancia que sea posible o no alcanzar las condiciones ideales. Pero para el investigador en Ciencias Humanas, el problema no reside tanto en la conceptualización de las condi

ciones ideales y derivación de invariancias a partir de ellas, sino en el desarrollo de mecanismos de control para la aplicación de relaciones invariantes en condiciones que no son ideales; la validez de éstas está mejor establecida cuando es factible alcanzar totalmente sus condiciones ideales o derivar sus mecanismos de control; no obstante, resulta posible establecerlas mediante la investigación controlada allí donde cabe ordenar jerárquicamente un conjunto de casos de acuerdo con la medida en que se acerca al ideal. Luego pueden ordenarse jerárquicamente los niveles de relación empíricamente descubiertos, y si la distribución coincide y el nivel de relación se aproxima a la invariancia como límite (dentro del error experimental), podemos afirmar que la relación es invariante. Sin embargo, ello no resuelve el problema de aplicación de la predicción que obtenemos después de la validación.

Parece haber dos métodos posibles para la construcción de mecanismos de control cuando se utilizan tipos ideales con el fin de establecer condiciones que también lo sean. Primero, dado un tipo ideal y un sistema formal de invariancias del mismo, la aplicación amplia en circunstancias que satisfagan de diferentes maneras las condiciones, podría: a) establecer los límites de validez satisfactoria (si existen) en relación con la desviación respecto del extremo ideal, y b) conducir al descubrimiento de los factores de interferencia más importantes que reducen el nivel de relación a condiciones muy alejadas de las ideales. Segundo, podría adoptarse o constituirse una tipología exhaustiva que subsumiera en ella una gama completa de casos.

Si cada sistema formal fuera isomórfico cerca de los extremos, sería posible comparar sus estructuras y tér

minos, lo cual podría conducir al mecanismo de control deseado. El problema de la construcción de un complicado mecanismo de control puede reducirse al mínimo si las condiciones ideales no se apartan en grado significativo de los casos reales; ya que éstas son conceptual pero no siempre empíricamente ideales, lo sensato es que el teórico intente que su desviación respecto de los casos reales sea tan pequeña como fuere posible; sin embargo, a veces se puede incluir el mecanismo de control en el modelo mismo.

Cuando las relaciones pronosticadas se interpretan mejor como invariaciones, no deben incluirse términos de error en el sistema formal, pues el error de una verdadera invariancia siempre debe ser experimental, consecuencia de una falta de capacidad de determinación de la medición. En cambio la formulación de estas relaciones en el sistema operacional debe incluir un término de error, que represente los previstos de medición.

Algunos modelos, sin embargo, determinan relaciones que pueden interpretarse mejor como probables. En esas circunstancias debe incluirse en el sistema formal el término de error (E), que indica la expectativa de una capacidad de determinación que está muy lejos de ser perfecta. Se atribuirá a E el significado de variación conceptualmente inexplicable e imprevisto, no de error experimental (1). Como tal, estará contenida tanto en el sistema formal como en el operacional, mientras que e , o error experimental, sólo aparecerá en el segundo. En cualquier aplicación empírica, las

(1) El significado conferido aquí a E parece idéntico a lo que Anderson (1954, p. 20) denominó "perturbaciones de las relaciones", al paso que e sería igual a "errores de observación".

magnitudes relativas de E ó e no son fáciles de determinar. De todos modos, es importante saber que no debe atribuirse necesariamente todo error de aplicación a la mediocre calidad de las mediciones o del diseño de investigación.

Puede interpretarse que la predicción de E implica un modelo incompleto, pues su mecanismo no explica todas las variaciones conceptuales posibles (Nagel, 1961, p. 20). Un buen modelo, si es incompleto en este sentido, debe contener implicaciones para la expansión del mecanismo que reduzcan o eliminen cualquier variación de la que se compruebe, por medios empíricos, que carece de explicación. Sin embargo, si la variación inexplicada es sólo una parte relativamente pequeña de la variación total, este refinamiento no es imprescindible en un lapso breve, ni siquiera deseable si ha de producir un sistema formal complicado. Aquí, como contrapeso a la exactitud de la relación tendría que tenerse en cuenta la excesiva complejidad de la formulación.

La transición del modelo al nivel del sistema formal no sólo implica a menudo una reformulación de las relaciones del mecanismo del modelo, sino que también exige que éste sea utilizado como base para pensar sus relaciones en una forma conveniente para la verificación. Los resultados de esta traducción deben ser isomórficos con la estructura del mecanismo del modelo, pero no necesariamente idénticos a ella. Sin embargo, no tiene por qué terminar aquí la construcción del sistema formal; hay ocasiones en que este último debe elaborarse en detalle si se quiere aplicarlo alguna vez.

Una buena idea sería aplicar un modelo teórico a una gama amplia de datos, utilizar un modelo relativamente simple a fin de desarrollar un sistema formal complejo desti-

nado a datos complejos, o hacer factible la aplicación de modelos simples cuando sólo existen situaciones más complicadas. Sin embargo, dicha elaboración puede llegar a ser difícil y precisar mucho tiempo. No debe hacerse antes de la validación, cuando ésta es posible sin ella. Lo ideal sería que el sistema formal relativamente simple con un modelo simple fuera validado mediante datos relativamente sencillos, y luego, gracias a la elaboración, encontrara aplicación cada vez más amplia, expandiendo a la vez su ámbito de validez. Éste parece ser uno de los modos de evitar la aplicación de modelos simples a datos complejos, con todos los problemas que ello suscita.

La elaboración es un caso especial de extensión de los sistemas formales; también es posible extenderlos mediante la combinación de dos o más de ellos derivados por separado. La elaboración y extensión de los sistemas formales es deseable para ensanchar el ámbito de aplicación, pero cuando es necesario llevarla a cabo antes de la validación, disminuye la facilidad de la primera aplicación. La construcción y validación de modelos teóricos ya son, probablemente, bastante complejas como para introducir una mayor complejidad en esta etapa; pero dada la naturaleza de los datos en las Ciencias Sociales, la impotencia del investigador es tal que a menudo puede serle dificultoso evitar esa complejidad inmediata.

En cuanto a las interpretaciones de la estructura formal del modelo, éste siempre se halla propuesto con referencia a alguna teoría, teniendo el modelo la misma estructura formal (el mismo cálculo) que la teoría. Esto se presta a varias interpretaciones:

a) Considerar algún cálculo (parcialmente interpre

tado). Esto se ha llamado una teoría. Al proporcionar interpretaciones a todos los términos de este cálculo resultará un modelo. Desde este punto de vista, obtenemos un modelo si y sólo si interpretamos un cálculo (Nagel, 1961, p. 96; Braithwaite, 1962, p. 231).

b) Considerar algo que sería generalmente reconocido como una teoría científica, es decir, alguna teoría que es (que era, que plausiblemente ha sido) considerada como una teoría en la ciencia (Achinstein, 1968, p. 121-129). Según Nagel (1961, p. 96), tal teoría como "generalmente ex puesta" está "incluida en un modelo"; es decir, lo que es presentado usualmente es una serie de afirmaciones (interpretadas) del modelo. La propia teoría es construida como un cálculo para esta serie de afirmaciones, en la cual ciertos términos pueden ser interpretados como "observables"). Desde este punto de vista, obtenemos un modelo si y sólo si interpretamos el cálculo de algo generalmente reconocido como una teoría científica, donde la interpretación sería única, en términos de la cual la teoría se presenta normalmente.

c) Considerar algo que generalmente sería reconocido como una teoría científica. Obtenemos un modelo si y sólo si interpretamos el cálculo de esta teoría, donde tal interpretación puede emplear nociones significantes y generar una descripción de un "segundo sistema" (Nagel, 1961, p. 110) completamente distinto del sistema descrito en la teoría.

Cada una de estas revindicaciones implica que un modelo tiene la misma estructura formal que alguna teoría; ya ninguna es aceptable si lo aplicamos a los modelos teóricos o imaginarios; ninguno da una condición suficiente.

Consideremos algún cálculo arbitrario (parcialmente interpretado). Si se obtiene un modelo teórico o imaginario por interpretación completa de un cálculo, depende de si resultan o no proposiciones que verifican criterios para ellos; en general, no están asegurados, incluso si, como en b) y c), el cálculo en cuestión es algo generalmente reconocido como una teoría científica, y si, además, como en b), la interpretación es una en términos de la cual tal teoría se presenta usualmente. Además, aunque a) da una condición necesaria para los modelos teóricos e imaginarios, es trivial. Uno de estos modelos (una serie de afirmaciones) es una interpretación de los propios cálculos. Y si una teoría puede ser construida simplemente por reinterpretar algunos de los términos de este cálculo, entonces alguno de los modelos susodichos tiene la misma estructura formal que la teoría así construida.

Las reindicaciones b) y c), por otra parte, no son triviales, ya que requieren que la teoría en cuestión sea una que generalmente se reconozca como tal, y no una confeccionada simplemente por reinterpretación arbitraria de un cálculo; ni siquiera da una condición necesaria. Hay modelos tanto teóricos como imaginarios que no son interpretaciones para el cálculo de alguna teoría así requerida; deseáramos que el cálculo parcialmente interpretado de tales modelos fueran teorías, pero si así fuera, sería una violación del requerimiento de que la teoría en cuestión sería reconocida como tal, ya que si esta clase de cálculo parcialmente interpretado se tuviera en cuenta como una teoría, las condiciones b) y c) serían trivialmente satisfechas por alguna serie de proposiciones.

Podríamos preguntarnos, entonces, acerca de la es-

estructura formal de las analogías y los modelos representacionales. Hay una forma de construir la reindicación que decimos que puede aplicarse a tales concepciones. Según Achinstein (1968), y utilizando la palabra "teoría" para referirnos a lo que generalmente se reconoce como tal en la ciencia, y no sólo como una afirmación arbitraria o serie de afirmaciones:

A) Estableceremos una analogía entre X e Y en la ciencia si y sólo si notamos que los principios que gobiernan X pueden obtenerse re-interpretando los cálculos de alguna teoría que dirige Y (y de aquí que si y sólo si notamos que los principios que gobiernan X tienen la misma estructura formal que la teoría). Braithwaite (1962, p. 225), por ejemplo, escribe que "el modelo es otra representación del cálculo de la teoría", y que "hay una correlación biunívoca entre los conceptos de la teoría T y los del modelo M".

B) Construimos un modelo representacional de X en la ciencia si y sólo si formulamos algún Y tal que los principios que gobiernan X puedan ser obtenidos por re-interpretación del cálculo de alguna teoría que dirige Y (y de aquí si y sólo si notamos que los principios que gobiernan X e Y tienen la misma estructura formal).

Para Achinstein (1968, p. 240), A) falla al dar una condición necesaria o suficiente para analogías en la ciencia, y B) falla al darla igualmente para modelos representacionales. Nada pide una condición necesaria, pero es más convincente: Primero, cada uno requiere similaridad formal completa, mientras que en las analogías y modelos representacionales ésta sólo será parcial; a pesar de que algunas de las leyes implicadas puedan ser formalmente similares, otras no lo serán. Segundo, una analogía puede establecerse entre

X e Y, ó Y puede ser construido como un modelo representacional de X; incluso no habiendo teoría que gobierne Y se ha desarrollado, o incluso si esta teoría que gobierna Y es irrelevante para la analogía o el modelo representacional. Tercero, se establece una analogía entre X e Y, o Y es un modelo representacional de X, y aunque en algunos casos los principios los podemos considerar, formalmente hablando, como idénticos, en otras ocasiones no ocurre. Las analogías se establecen en la ciencia cuando los principios, si los hay, son no matemáticos, o no son sujeto de la axiomatización formal requerida. Asimismo, las analogías se establecen entre X e Y a pesar del hecho de que las leyes relevantes las gobiernan, las cuales, aunque matemáticamente expresables, no son de la misma forma.

Surgiría la pregunta de si A) y B) dan condiciones suficientes para las analogías y los modelos representacionales, es decir, establecer si es suficiente una analogía entre X e Y para anotar que los principios que gobiernan a ambas son formalmente idénticos; y también de si el construir un modelo representacional de X es suficiente para construir un Y tal que los principios que gobiernan X tengan el mismo cálculo que el de una teoría que dirige Y. En el caso de los tres primeros tipos de modelos representacionales de X, el modelo verdadero, el modelo adecuado, y el modelo deformado, no es suficiente construir algo gobernado por principios que guardan sólo una similaridad formal con los que dirigen X (Achinstein, 1968, p. 209-211). Tales principios deben indicar similaridades físicas entre X e Y; y esto será plausible sólo si al menos varios items físicos (objetos, propiedades, cantidades, relaciones) designados por términos en estos principios son idénticos o similares, algunos no garan

tizados por identidad o cálculo. Entonces, ¿qué ocurre acerca del cuarto tipo de modelo representacional, el modelo analógico, y acerca de las analogías?

Al establecer una analogía entre X e Y no es suficiente notar estas similitudes. X e Y deben ser distintos en otros aspectos, y especialmente en la ciencia se intentará que X sea pensada y descrita utilizando Y como base, y que esto ilumine X de alguna manera (Achinstein, 1968, p. 203-209). Además, si describimos (o construimos) un objeto Y gobernado por principios similares en ciertos aspectos a aquéllos que gobiernen otro objeto X, no está necesariamente descrito (o construido) un modelo analógico de X.

Podemos decir (Achinstein, 1968, p. 242) que si hemos especificado otras condiciones y satisfecho modelos analógicos, entonces las similitudes entre X e Y pueden ser enteramente formales. Esto es, pueden haber principios formalmente semejantes que gobiernen X e Y, incluso si los items designados por términos en estos principios son, físicamente hablando, completamente distintos, o incluso si existen similitudes físicas que son irrelevantes para la analogía.

Aunque muchas analogías y modelos analógicos empleados en las ciencias implican más que similitudes formales, algunos sólo suponen éstas. Quizá las más importantes se introducen cuando un cierto problema matemático surge en el curso del desarrollo de una teoría científica: si éste ha sido ya solucionado en otra área, su desenlace puede ser apropiado a fines de la teoría en cuestión. Entidades correspondientes que generan el mismo problema matemático pueden tener idénticas o similares propiedades físicas; sin embargo, es posible que tales entidades, o las propiedades com-

paradas, sean distintas, físicamente hablando, al menos con respecto a analogías relevantes, tal que las áreas puedan ser clasificadas sólo como análogos matemáticamente (o formalmente). A pesar de ello, muchas analogías y modelos analógicos utilizados en la ciencia se basan en semejanzas que no son puramente formales.

Capítulo XIII

EXPOSICIÓN DE LA DEFINICIÓN DE LA

DETERMINACIÓN DE LA VISTA DE SU

ESPECIALIZACIÓN DE LA DEFINICIÓN CLÁSICA DE MODELO DESDE EL PUNTO DE VISTA DE SU ESTUDIO FORMAL

Conceptualmente, el modelo y el prototipo son sistemas generales o estructuras, tanto el uno como el otro, dentro de la especialización y generalización de la concepción clásica de modelo.

Capítulo XIII

ESPECIALIZACIÓN DE LA DEFINICIÓN CLÁSICA DE MODELO
DESDE EL PUNTO DE VISTA DE SU ESTUDIO FORMAL

El orden natural para estudiar generalizaciones de conceptos clásicos de modelo es el orden primero el concepto de modelo algebraico, seguir con el concepto semántico (referente al lenguaje en un caso particular), y culminar con el concepto sintáctico (referente a los lenguajes para cada uno).

1. Modelos algebraicos

Apóstol (1961, p. 17-33) pretende definir varias formas aproximadas de isomorfismo.

Don series I_1 y I_2 son isomorfismos respecto a las relaciones R y S , definidas respectivamente en I_1 y I_2 si se da, al menos, la siguiente situación: existe una función indicada F , tal que a cada uno de los miembros de I_1 corresponde uno y sólo uno de I_2 bajo F , y si además si los miembros de I_1 están en la relación R , sus imágenes están en la relación S , e inversamente, es decir, algunos que los dos campos son isomorfismos bajo los dos relaciones R y S . Dos series serán isomorfismos si se dan las

ESPECIALIZACIÓN DE LA DEFINICIÓN CLÁSICA DE MODELO DESDE EL PUNTO DE VISTA DE SU ESTUDIO FORMAL.-

Conceptualmente, si el modelo y el prototipo son sistemas generales o estructuras, tenemos el caso más abstracto dentro de la especialización y generalización de la concepción clásica de modelo.

Si imponemos a uno de los términos de las relaciones la condición de que debería ser un lenguaje, tenemos un caso especial, y si lo imponemos a ambos, el caso aún es más especial. El orden natural para estudiar generalizaciones de conceptos clásicos de modelo es abordar primero el concepto de modelo algebraico, seguir con el concepto semántico (referente al lenguaje en un campo arbitrario), y culminar con el concepto sintáctico (referente a dos lenguajes para cada uno).

1. Modelos algebraicos

Apostel (1961, p. 17-23) pretende definir varias formas aproximadas de isomorfismo.

Dos series D_1 y D_2 son isomórficas respecto a las relaciones R y S , definidas respectivamente en D_1 y D_2 si se da, al menos, la siguiente situación: existe una función indicada F , tal que a cada uno de los miembros de D_1 corresponde uno y sólo uno de D_2 bajo F , y si además siempre que los miembros de D_1 están en la relación R , sus F -imágenes están en la relación S , e inversamente, entonces diremos que los dos campos son isomórficos bajo las dos relaciones R y S . Dos series serán completamente isomórficas

si lo son en todas sus relaciones; dos relaciones serán completamente isomórficas en todas sus extensiones; dos series se llamarán isomórficas respecto a una clase K de relaciones si éstas bajo las cuales son isomórficas pertenecen a la clase K . Dos series se llamarán isomórficas bajo otra serie K de relaciones si las que correlacionan las de ambas series pertenecen a la clase dada K .

Una generalización muy conocida y utilizada de isomorfismo es el homomorfismo. Aquí la correspondencia no se establece uno-a-uno, sino muchos-a-uno. Las restantes relaciones son las mismas.

Apostel (1961, p. 17) desea considerar isomorfismos y homomorfismos aproximativos, dando algún paso hacia la ordenación e incluso medida de estas aproximaciones, de las que da algunas formas posibles:

Aproximación I: La correspondencia puede ser tal que esta función no indique el todo del dominio (1) de R en S , ni el todo del de S en R . Tenemos entonces una correspondencia aproximadamente directa o inversa; una de A será una aproximación más cerrada que una de B si la clase de miembros del campo de R que no están indicados en el campo de S por A es una subserie característica de la correspondiente en el campo de R no indicados en el campo de S por B . Si tenemos una medida en nuestras series, podemos definir una aproximación de una correspondencia como mejor que otra, si la medida de la serie no-indicada es más pequeña en el primer caso.

Aproximación II: La correspondencia puede ser tal que no siempre que se da R en D_1 entre algunos elementos, S se da en D_2 entre las imágenes de estos elementos. La co-

(1) Dominio: Campo de definición de la variable en el conjunto origen.

correspondencia C_3 es una aproximación más cerrada que la C_2 si para C , las n -pla (1) donde las imágenes no tienen las relaciones correspondientes son una subserie característica de la subserie de las n -pla que no tienen las correspondientes relaciones para C_2 .

Diremos que existe una relación isomórfica de contigüidad (aprox. II) si se da para todos los casos en los cuales la correspondencia no tiene una relación que subyace en la contigüidad (siempre que tal concepto esté definido) de la relación que debería ocurrir. Diremos que existe una relación isomórfica de contigüidad (aprox. II) si para todos los casos en los cuales no se da la correspondencia, algunos elementos en la contigüidad de los elementos imagen presentan la relación deseada.

Apostel (1961, p. 18) recalca que los isomorfismos de aproximación de contigüidad de tipo I (a la vez de relación y de clase de elementos) pueden ser definidos de la misma forma. Si la definición de contigüidad para una aproximación es un perfeccionamiento de la relación de contigüidad para otra aproximación, entonces la primera lo es de elemento o relación más cerrada que la segunda.

Aproximación III: Un isomorfismo de Aprox. III es a la vez uno de Aprox. I y Aprox. II.

Aproximación IV: En todas las aproximaciones precedentes hemos considerado la serie D y la relación R para que sean series clásicas de relaciones, definidas en cualquier parte. Ahora Apostel (1961, p. 18) introduce campos de indeterminación para las series y para las relaciones;

(1) n -pla: Conjunto de las n dimensiones (más de las tres que tiene el espacio).

por ejemplo, elementos para los cuales no se puede decir si pertenecen o no a una relación. $D'1$ es una aproximación que se acerca más a $D1$ que $D''1$ si el dominio de determinación de $D'1$ presenta una intersección mayor con $D1$ que la que tiene $D''1$ (si la no medida es válida: si la primera intersección incluye la segunda). $D'1$ es además una aproximación más ajustada a $D1$ que $D''1$ si el dominio de indeterminación de la primera está incluido en el de la segunda. Finalmente, $D'1$ es una aproximación más adecuada a $D1$ que $D''1$ si la intersección del dominio de indeterminación de $D'1$ con $D1$ está incluida como una parte característica en la del dominio de indeterminación de $D''1$ con $D1$. Es importante entender que una aproximación más cerrada, más ajustada y más adecuada a la misma serie no significa que sea siempre idéntica. Además, se ha supuesto aquí que la serie $D1$ es exacta, aunque es obvio que también deberíamos considerar aproximaciones para series inexactas.

Una relación puede tener una región de indeterminación para su dominio y para su co-dominio (1). Si queremos considerar un isomorfismo entre series y relaciones aproximadas, primero hallamos el problema de la intersección entre la región de indeterminación para las relaciones y las series; cada una de ellas puede ser cero, o ambas pueden existir; si ambas existen puede haber intersección (incluso ser incluida en otra) o ser disjuntas; es obvio que el caso en que coinciden resulta más fácil.

Si tenemos una serie con un dominio de indeterminación, y en ella hay una relación R con otro dominio de indeterminación, entonces existe un isomorfismo exacto entre

(1) Co-dominio (o recorrido: Conjunto de valores de la función en el conjunto imagen.

ambos si hay una correspondencia entre miembros del núcleo de D_1 respecto a los del de D_2 , miembros del dominio de indeterminación de D_1 respecto a los del de D_2 , y tal que si R se apoya entre elementos de D_1 , S se apoya entre los de D_2 , y si una n-pla está en D en el dominio de indeterminación de R , las imágenes de él están en D_2 en el campo de indeterminación de S . Este estricto formalismo da origen inmediatamente a series de aproximaciones: podemos llamar aprox. alfa IV (α IV) al caso en que la correspondencia indica elementos del núcleo de D_1 con los del dominio de indeterminación de D_2 (o inversamente); beta IV (β IV) donde los elementos de dominios de indeterminación están indicados en elementos de los núcleos; gamma IV (γ IV) donde los elementos de dominios de indeterminación no están indicados (y de esta forma, en un sentido indicado en los complementos); delta IV (δ IV) donde n-pla en el número de R están indicados sobre n-pla en el dominio de indeterminación de S .

Llamaremos un isomorfismo más cerrado, o más ajustado, o más adecuado si una aproximación que lo es igualmente respecto a D_1 y R , a la vez está correlacionada de forma más cerrada, más ajustada, o más adecuada a D_2 y S a la vez. Esta definición da ocasión de nuevo a desarrollar una secuencia de isomorfismos: podemos indicar una aproximación más cerrada a D_1 sobre otra no-más cerrada a D_2 , o podemos tener aproximaciones a D_1 y D_2 más cerradas, pero no a R y S , o podemos tener aproximaciones más cerradas a D_1 y D_2 , pero no a R y S , o podemos tenerlas todas más cerradas, pero sólo algunas más ajustadas, y así sucesivamente.

Isomorfismo aproximación V: Apostel (1961, p. 20) parte de la suposición de que en la aproximación IV la correspondencia es una relación exacta. La gran multiplicidad

de casos hallados se debe a la indeterminación de D, R y S, y no a la de la correspondencia. Podemos combinar alguna forma de aproximación IV con las aproximaciones I, II, ó III. Aquí, la situación se hace extremadamente compleja. Hemos visto también que incluso en las aproximaciones I, II, y III la correspondencia no tiene dominios de indeterminación. Los dos hechos que aquí observa Apostel (1961), en aprox. V, son radicalmente independientes: consideramos correspondencias parciales; es quizá mejor que distingamos la aproximación alfa V, con subespecies I, II y III; aproximación beta V, con todas las subespecies de IV; y aproximación gamma (a la vez alfa y beta).

Aproximación VI: En los casos anteriores, incluso si partíamos de una simple pintura clásica, habíamos presupuesto que un sistema puede ser descrito como una estructura relacional con relaciones y elementos dados de forma clara, teniendo quizá el sistema dominios de indeterminación y también relaciones, pero estas entidades vienen dadas, y los conjuntos no pertenecen a estas partes. Parece claro que ésta es una dependencia radical en un tipo de atomismo lógico que la geometría precisamente ensaya de superar (Menger, 1950). Un álgebra sin elementos parece como un ingente "desideratum" si queremos desarrollar la teoría del modelo para sistemas naturales. Supongamos que tenemos n sistemas: no suponemos el concepto de elemento o de relación, pero los definimos con respecto a estos sistemas; un elemento es el sistema más pequeño que se puede tener en común (entre sistemas), y una relación es el mínimo sistema de secuencias que los sistemas pueden también tener en común. La definición de lo que se ha llamado elemento o relación debe-

ría ser, de esta forma, una función de la intersección de sistemas. No podemos esperar desarrollar aquí una teoría completa para estos conceptos aproximados, que, como vemos, presentan gran complejidad.

Antes de ensayar aplicarlos en el campo característico de la semántica, Apostel (1961, p. 21) señala una dirección en la cual el estudio de estos isomorfismos aproximados puede desarrollarse provechosamente.

Tarski (1954) ha definido los conceptos de sistema relacional, subsistemas de sistemas relacionales, similaridad de sistemas relacionales, homomorfismo e isomorfismo de sistemas relacionales, unión y producto cardinal de sistemas relacionales, y finalmente el concepto de clases elementales o aritméticas. La primera tarea de la generalización de la semántica formal que parece necesaria a la luz de este estudio de Apostel (1961) acerca de los modelos empíricos en las ciencias empíricas sería la aplicación de algunas de las formas más simples de aproximación definidas antes de la definición de estos conceptos. Esto es lo más necesario, porque los modelos empíricos, como hemos visto, muy frecuentemente son modelos a través de algunos de sus subsistemas, y son modelos de uniones de productos cardinales de otros sistemas, y todos estos conceptos están tomados en algún sentido aproximado. Esta tarea no sólo es necesaria, sino posible. Si un sistema relacional es una secuencia arbitraria que consta de una serie, y de una serie de relaciones finitas de orden dado, todas definidas en los elementos de esta serie, entonces dicho sistema (un sistema relacional aproximado) es también una secuencia donde el primer elemento es una serie con un dominio de indeterminación, donde siguen series de relaciones con dominios de in-

determinación, casi todos ellos casi definidos en la serie, teniendo órdenes o rangos dentro de ciertos intervalos, y teniendo casi todos ellos un orden finito.

la frase "casi todos" puede reemplazarse por alguna medida cuantitativa (dando la longitud de los intervalos, o la medida de las series), o por alguna medida cualitativa (estableciendo que los intervalos o series están incluidos como partes características en algunos otros). Dos sistemas relacionales serán aproximadamente semejantes si son del mismo orden (diferencia entre un orden situado en una cierta región), y si las relaciones pueden estar correlacionadas con cada una de las otras, de forma que las correlacionadas no presenten diferencias demasiado grandes de orden en muchos casos (de nuevo, Apostel (1961, p. 21) no indica la forma precisa en la cual podemos escribir estas frases). Un sistema relacional es un subsistema de otro del cual es similar (o "aproximadamente similar") si la serie de uno está casi completamente incluida en la del otros (la intersección del primero con el complemento del segundo es lo suficientemente pequeña en métrica o en términos de inclusión), y si las relaciones del primero son casi todas casi idénticas a las restricciones del segundo en sus subdominios. En términos de subsistemas aproximados, es muy cierto que $SS(K) = S(K)$.

La unión aproximada de dos sistemas relacionales precisos (debe ser opuesta a la unión precisa de dos sistemas relacionales aproximados y a la unión aproximada de dos sistemas relacionales aproximados) es el sistema relacional que tiene, como serie, una aproximación a la unión de las dos series, y, como relaciones, una aproximación a las uniones de las correspondientes relaciones. La serie

del producto cardinal de dos sistemas relacionales consta casi completamente de casi todos los pares de casi esta forma $(a-b)$, con a en R y b en S, y donde las relaciones tomadas, para casi todos sus elementos, son pares con casi todos sus primeros miembros de R en el lugar correspondiente, y casi todos sus segundos elementos de S idem. Aquí, sería necesario e interesante una detallada investigación de los teoremas acerca de isomorfismos (de diferentes grados de aproximación) para uniones y productos (también de diferentes grados de aproximación).

Sin embargo, Apostel (1961, p. 22) hace una advertencia general: es fácil definir un isomorfismo estricto para sistemas relacionales abstractos dados por sus operaciones fundamentales. Para un grupo, la relación conservada por debajo de lo indicado debe ser la multiplicación, para un anillo la adición y multiplicación, para una serie adecuada la relación de orden, y así sucesivamente.

Si tenemos, sin embargo, dos sistemas físicos, o dos lenguajes, ¿cómo vamos a escoger las relaciones que hay que conservar bajo lo indicado?

Podemos mostrar que incluso para los sistemas físicos puede ser definido un concepto de isomorfismo natural. Recientemente lo ha explicado Ashby (1956); sin embargo, hay que recalcar que la definición de Hertz (1956, p. 418-428) de similaridad dinámica está limitada a la de Ashby. La relación que se requiere que permanezca invariable bajo lo señalado es aquí la de "ir de un estado a otro bajo la influencia de un input". Caracterizamos un sistema físico por una matriz input-output, o dando para cada input y cada estado el siguiente (estado). Todas estas posibilidades están abiertas, y la mayoría son equivalentes. Ashby (1956, p.

señala que "las representaciones canónicas de dos máquinas son isomorfas si una transformación biunívoca de los estados de una máquina en los de otra puede convertir una representación en la otra"; sólo para sistemas estrictamente determinísticos, sin embargo, Ashby dio esta definición, por ejemplo, para los que conocemos completamente, y de los cuales estamos interesados en su comportamiento completo). Hemos visto repetidamente que sólo cuando los sistemas son parcialmente conocidos es necesario modelarlos. De esta forma, tendremos que adoptar definiciones de isomorfismo físico para sistemas de las cuales no podemos anotar completamente su matriz de input-output (o estado, o input-estado, u output-estado). Tendremos que considerar sistemas probabilísticos (para los cuales sólo podemos dar la probabilidad de un input dado para tener un output dado), o incluso otros más débiles (para los cuales sólo podemos decir en ocasiones que un output es más probable que otro para un input y estado dados). Ashby era sabedor de que debía liberalizar la relación entre el prototipo y el modelo, y no podía identificarla con la relación entre isomorfos. Sin embargo, la única forma en que esto puede salir bien es decir que un modelo M es tal que uno de sus homomorfos es isomorfo a un homomorfo del prototipo. Esta liberalización nos obliga a conocer la matriz del estado determinístico completo del modelo y del prototipo a la vez, y de esta forma no produce el resultado deseado.

Está claro que siempre podemos representar una relación por una matriz, y que las aproximaciones al isomorfismo que hemos considerado deben encontrar su adecuada traslación en condiciones de relaciones recíprocas de matrices, las cuales deberán ser una traslación real de las relaciones

modeladas entre sistemas físicos o biológicos, como ocurre en Física y Biología. La contribución de Ashby consiste, sin embargo, en haber mostrado que la matriz del estado es el instrumento adecuado para definir un isomorfismo entre sistemas naturales, incluso si la liberalización que él propone para las relaciones clásicas no es una que podamos adoptar. Sus tentativas nos permiten afirmar que nuestros isomorfismos aproximados encontrarán fácilmente aplicación en este campo.

2. Modelos semánticos

Los conceptos de verdad, designación, satisfacción y definición se refieren estrechamente los unos a los otros (mutuamente), y la búsqueda de una versión liberalizada de uno de ellos será reducible a otra búsqueda de lo mismo en algunos otros en estas series. Simon, en su artículo "Términos definibles y primitivos en sistemas de axiomas" (19), propone dos generalizaciones del concepto de definibilidad que corresponde inmediatamente a generalizaciones del concepto de satisfactoriabilidad. Un lenguaje L , de acuerdo con Simon, tiene una definición genérica para un individuo a , si en L podemos anotar la definición para una clase α a la cual a pertenece (por ejemplo, una condición necesaria para a). Un lenguaje tiene una definición aproximada para a si en L podemos anotar una condición necesaria y suficiente para cualquier x para ser a , excepto si x pertenece a una cierta serie de media cero.

Un dominio satisface genéricamente a cierta proposición o serie de ellas si lo hace a otras pertenecientes a la misma clase, o si algún modelo perteneciente a una clase K con la presente, satisface la serie de proposiciones.

Un dominio satisface aproximadamente una serie de proposiciones si cada una de sus partes, excepto una subserie de medida cero, satisface esta serie de proposiciones.

Está claro que la transición de Apostel (1961, p. 24) de las definiciones generales de Simon para la definabilidad hacia las definiciones de satisfactoriabilidad es perfectamente posible. Sin embargo, es difícil creer que los dos conceptos que introduce Simon son los únicos o los más fructíferos: la definabilidad genérica o la satisfactoriabilidad es extremadamente útil y depende completamente del criterio de la clase de miembros elegidos; la definabilidad aproximada o satisfactoriabilidad depende de la existencia de una función de medida, y de infinitas consideraciones (todas las series enumerables con medida cero).

Tarski define (1956, p. 416) el concepto de modelo: Sea un lenguaje L para cada constante lógica adicional que corresponde a una variable correlacionada en L , de forma tal que cada sentencia se convierta en una función sentencial si las constantes son reemplazadas por variables. Una secuencia arbitraria de objetos satisficiendo estas funciones se llamará un modelo o una realización de esta clase de sentencias. El concepto de modelo semántico es a la vez semejante y muy diferente del ideal de relaciones de modelación como el isomorfismo. Las relaciones prototipo-modelo están aquí relacionadas por la definición anti-reflexiva, anti-simétrica, pero transitiva, mientras que en su versión algebraica es reflexiva, simétrica y transitiva. Pero siempre que n sistemas son modelos del mismo lenguaje L , existen entre estos sistemas, o entre las partes de ellos, relaciones de isomorfismo. Esto implica que a las generalizaciones para isomorfismos que hemos introducido deben corresponder

generalizaciones de relación de satisfacción. El principal problema se plantea si decimos que entre n dominios existe algún isomorfismo específico aproximado; ¿es que hay: a) un lenguaje que satisface estrictamente, o b) hay un lenguaje que satisface aproximadamente? La solución queda en el aire, pero la pregunta está planteada; un paso hacia la solución se dará ciertamente si definimos algunas de las versiones naturales liberalizadas de la propia satisfacción.

Según Apostel (1961, p. 25), una serie satisface de hecho una sentencia p de un lenguaje L si y sólo si las variables de p se extienden a la serie S , los predicados de p a las subseries de S , las constantes lógicas son interpretadas como usuales, y la sentencia se convierte en verdadera para S .

Diremos que una relación aproximada puede ser definida con referencia a asignaciones para variables individuales, para variables predicado, para constantes lógicas, o para la verdad.

Apostel (1961) da número a estos tipos de satisfacción semántica aproximada: 1, 2, 3, ó 4.

Una serie aproximada 1 satisface una sentencia si para las variables que se extienden a alguna subserie o subserie de S , no demasiado distinta de S , todas las otras propiedades permanecen idénticas. La medida de la aproximación será medida de nuevo por las relaciones de inclusión de la intersección (variable de orden, complemento S).

Una serie aproximada 2 satisface una sentencia p si los predicados de p se extienden sobre una clase de subseries de S más o menos ciertos elementos, y todas las otras propiedades son verdaderas.

En la aproximación 3, las constantes lógicas podrían ser definidas de otra manera que la usual (a través de reglas de cálculo proposicional y lógica funcional). Aquí, con el fin de definir qué es el principio de ordenación de la aproximación, deberíamos ser capaces de definir qué es una aproximación más cerrada a la propia negación o conjunción, o a la interpretación clásica de estas constantes.

Finalmente, la aproximación 4 reemplaza la verdad por una aproximación a ésta, y es lógico que pensemos que es probable, pero no significa forzar este tipo de aproximación.

Es obvio que si nos fijamos condiciones más débiles y conservamos la misma conclusión, obtenemos una versión fortalecida de los requerimientos satisfactorios. A este respecto, sin embargo, puede ser interesante (Apostel, 1961, p. 26) referirnos a ciertas formas de satisfactotianilidad aproximadas, pero sólidas:

Un dominio satisface constructivamente un lenguaje L si para cada sentencia de L tenemos un procedimiento que nos permite construir el dominio en cuestión y los varios individuos y clases necesarios para la verificación de la verdad de las sentencias. Este procedimiento para los conceptos geométricos está incluso expresado en L cuando cualquier cosa está definida de tal forma que los postulados dados constituyen un método de medida para estos conceptos. Este hecho constructivo ahora sólo puede existir aproximadamente, así como un procedimiento dado en la mayoría, aunque no en todos los casos, o como un procedimiento dando una correspondencia estrecha pero no completamente exacta.

A esto, Apostel (1961) le llama relación de satisfacción aproximada constructiva.

Un dominio necesariamente satisface una sentencia si muchas asignaciones posibles dentro de este dominio satisfacen esta sentencia, o muchas posibles extensiones de tal dominio, o muchos otros dominios. El grado de necesidad podría ser fácilmente ordenado; entonces podemos hablar acerca de interpretaciones necesariamente aproximadas, e interpretaciones aproximadamente necesarias; la interpretación aproximada puede mantenerse quizá en muchas otras selecciones o dominios, o en la mayoría pero no en todas las de una clase de dominios elegidos.

Las relaciones entre lenguajes formales y dominios en las cuales tenemos modelos, deben estar necesariamente guiadas en las ciencias empíricas por dos consideraciones:

a) las relaciones entre el lenguaje y el dominio deben ser más cerradas porque están en un sentido producido a través y para cada una.

b) las extensiones de formalismos y modelos deben ser consideradas necesariamente porqu^e todo lo que se introduce es para lograr un progreso en la descripción de los objetos estudiados. De todas formas, deberíamos decir que la formalización del concepto de satisfacción constructiva necesaria aproximada es la principal tarea del estudio semántico de los modelos en las ciencias empíricas. A pesar de ello, hay que tener siempre presentes todas las dificultades del intento: modalidades y "recursivenesss" aproximados deberían ser los instrumentos básicos de esta empresa, los cuales se aplicarían entonces a las relaciones modelo-prototipo.

Se nos presenta aquí otro problema para nuestra se-

mántica (Apostel, 1961) generalizada: si disminuimos los requerimientos que un sistema tiene que satisfacer con el fin de ser un modelo para un lenguaje (como hacemos constantemente cuando aplicamos conceptos aproximados), y si adjudicamos simultáneamente conceptos de modelo fuerte (como cuando hablamos acerca de representaciones recursivas y necesarias), ¿podemos compensar en algún sentido nuestra primera pérdida de propiedades por una garantía correspondiente, de tal forma que nuestros resultados sean idénticos a al menos iguales en poder de deducción? Éste es el problema que hay que solucionar a través de la construcción de sistemas de semántica aproximados. Apostel (1961, p. 27) da algunos detalles más acerca de las liberalizaciones de los conceptos semánticos, detalles cuya función consiste en aplicar las nociones del modelo algebraico a la definición más popular del modelo. Normalmente, un modelo se define en dos pasos: el primero un semi-modelo, y el segundo un modelo completo.

El dominio D está circunscrito en una dirección, y el lenguaje L en otra; en L se definen expresiones simples, y en D clases de modelos. Las reglas entonces se dan para asignar en cada expresión incompleta en el lenguaje un elemento, una clase o secuencia de elementos en el dominio (tales elementos, clases, o secuencias pueden corresponder a muchas categorías diferentes, definidas anteriormente); entonces hay que mostrar que cada término tiene una atribución. Ésta, o semi-modelo, es además un modelo si todas las sentencias afirmadas en este lenguaje son asignadas en su categoría a una sub-categoría definida, en la cual no hay nada, pero a estas sentencias afirmadas se asigna la verdad. La construcción de categorías recursivas de orden más

alto es, por consiguiente, esencial para la definición de modelo. Siendo ésta la descripción más general de lo que significa definir un modelo, como señalaron Kemeny (1956) y Tarski (1956), está claro que habrá dimensiones a lo largo de las cuales tendremos que definir:

- 1) aproximaciones al lenguaje en una dirección, y al dominio en otra;
- 2) aproximaciones a una categoría de signos simples en una dirección, y a elementos del dominio en otra;
- 3) aproximaciones a la subdivisión del dominio de signos simples en L, del dominio de elementos simples en D;
- 4) aproximaciones en el lenguaje y dominio a varias operaciones de creación compleja;
- 5) aproximaciones a la división vertical en clases de expresión o categorías-de-elemento;
- 6) aproximaciones a varias reglas de asignación que tienen que estar combinadas con todos los otros tipos de aproximación.

En breve, podemos saber que todas las primeras categorías de naturaleza algebraica pueden aplicarse aquí, pero debemos aplicarlos a dos estructuras jerarquizadas construidas fuera de una base dada por unas pocas operaciones reiteradas (Apostel, 1961, p. 28). La aproximación semántica debería ser, de esta forma, respecto a una correspondencia entre dos jerarquías. Ésta es la única ocasión y hecho importante que se da, pero a lo largo de las dimensiones de aproximación mencionadas, tienen que aplicarse todas las formas distinguidas de ellas, y además tienen que ser combinadas; el problema más grave que surge es acerca de la forma y grado de aproximación a un escenario dependiendo del nivel y grado de aproximación a un nivel y escenario más

bajo que el anterior.

Deberíamos tener siempre presente que es difícil discutir en general liberalizaciones de la satisfacción del concepto de modelo. Sólo para lenguajes específicos puede ser definido este concepto, porque las sentencias determinan qué tipos de entidades satisface y qué sentencias simples se refieren solamente al lenguaje al cual nos encontramos. De esta forma, deberíamos seleccionar un lenguaje dado y producir una versión liberalizada para la satisfacción de este concepto.

En resumen, para definir una entidad compleja y difícil, se lleva a cabo respecto a una aproximación a esta entidad, porque existen muchas dimensiones diferentes a lo largo de las cuales la aproximación debería ser definida. Un lenguaje es una estructura compleja, y el definir un isomorfismo aproximadamente semántico significa definir una relación aproximada de correspondencia entre aproximaciones a un lenguaje y a un dominio (serie). Respecto a las dificultades que podemos encontrar en algún sentido sobre la "aproximación a un lenguaje", en la sección siguiente se recogen los conceptos que presenta Apostel (1961) para su aclaración.

3. Modelos sintácticos

Estudiamos la relación entre el modelo y el prototipo como la existente entre dos lenguajes; consideramos como lenguajes las distintas ciencias, y esto nos obliga inmediatamente a considerar ciertas generalizaciones con respecto al cálculo formal. Para la mayoría de los sistemas científicos, la distinción entre axiomas y reglas de inferencia, por ejemplo, no está aclarada. Las series de

definiciones no están cerradas y no existe un procedimiento mecánico para saber si una sentencia dada pertenece a un sistema o no. La mayoría de los sistemas científicos no presentan una distinción clara entre constantes lógicas y descriptivas. De hecho, una ciencia parece estar escrita en una mezcla de lenguaje cotidiano describiendo experimentos, ecuaciones matemáticas describiendo cálculos, y deducción semi-formalizada si la ciencia está suficientemente avanzada para contener una parte teórica.

Considerando sólo los aspectos sintácticos, en oposición a esta mezcla compleja que es la ciencia (donde esta ciencia es tomada como es y no transformada por razones filosóficas o lógicas), ¿qué es un cálculo? Un cálculo es una secuencia de las siguientes entidades: una serie de signos, una serie de secuencias de estos signos que son fórmulas bien construidas, una serie de teoremas, y una serie de axiomas (o, equivalentemente, una serie de secuencias de fórmulas bien construidas que son reglas de inferencia). La secuencia (S, F, T, A) es, pues, un cálculo. Podemos afirmar ciertas relaciones evidentes entre los diferentes elementos de esta secuencia de cuatro términos, y existe la interesante propiedad de que S, F, A tienen que ser recursivas, y T recursivamente enumerable.

Los hechos acabados de mencionar acerca de una ciencia empírica parecen indicar que allí los elementos de esta secuencia no son recursivos, que cada uno de ellos tiene esferas de indeterminación, y que además de los cuatro ingredientes del cálculo tienen regiones de indeterminación en común. Esto nos lleva a creer que si empezamos con el concepto general de cálculo (y mezclas de cálculos), tendremos probablemente entre ellos los rasgos específicos de nuestras

ciencias empíricas.

Un lenguaje L se llamará una aproximación más cerrada a un cálculo que un lenguaje K si y sólo si:

a) Hay más signos en L que son indiscutiblemente simples y pertenecen a los cálculos que en K , donde tales pocos signos son indiscutiblemente simples, o los pocos signos simples son decidiblemente elementos del cálculo;

b) hay más secuencias en L que en K que constan completamente de signos de S , y que además estén indiscutiblemente bien formadas (en contra de los casos en los cuales tenemos como elementos signos frontera, o están en el límite de los bien formados);

c) hay más secuencias que caen completamente en el núcleo de la serie F y que están en el núcleo de T ;

d) hay más secuencias que constan indiscutiblemente de miembros de S , en F y T , y de A .

Esto define la idea general de aproximación de un lenguaje a un cálculo en general. ¿Cuándo un lenguaje es ahora una aproximación a un cálculo dado en particular? La respuesta de Apostel (1961, p. 30) es casi general (1). Esto es una secuencia ordenada, teniendo como elementos clases elegidas de tales clasificaciones; el principio de orden mostrado en esta secuencia viene dado por las propiedades: T permanece en F , A en T , todas las partes de los miembros de F son miembros de S , y no presentan ninguna de las características inversas. Podemos decir que una clasificación es una aproximación a otra, donde la mayoría de las clases de la primera coinciden más completamente con las de la segun-

(1) Un cálculo es dependiente de una clasificación de signos, de secuencias de signos, de secuencias de tales secuencias, y sub-clasificaciones de ellas.

da.

Una jerarquía de clasificaciones es a lo más una aproximación a otra jerarquía, donde cada mayor nivel corresponde a su nivel correspondiente, y las relaciones entre cada par de sucesivos niveles reflejan las relaciones entre los otros pares correspondientes. El grado de aproximación de una jerarquía a otra depende al menos de dos factores (y de la definición del nivel correspondiente), pudiendo corresponder el mismo grado de aproximación a muy diferentes situaciones. Presumiblemente, los pesos característicos deberían ser elegidos para determinar la importancia de cada factor en la fidelidad de aproximación a un cálculo dado; siendo un cálculo esencialmente una selección de una jerarquía dada de clasificación, esta dirección de pensamiento puede llevar a una definición de grado ordinal de aproximación de un cálculo a otro. El límite de una clase con respecto a una relación es un elemento tal que está en la conversión de R a cada elemento de esta clase, y tal que para cada elemento en la clase hay otro en él tal que el primero tiene la relación R respecto al segundo. Si ahora tomamos clases como elementos, y como relación, una de inclusión, podemos definir el límite de unas series de clases; y, como consecuencia, también el límite de clasificaciones y de jerarquías de ellas. Una vez está concluido, podemos definir los límites de lenguajes.

Ciertamente, podemos solucionar el problema de ordenar aproximaciones a lenguajes sin definir límites para las secuencias de lenguajes, pero es cierto que si podemos definir tales límites, nuestra dificultad de ordenación se resolvería claramente la mayoría de las veces; sin embargo, debemos limitarnos a nosotros mismos, más que nunca, a la

tentativa de observaciones no formales.

Podríamos definir contigüidades para lenguajes y cálculos en función de las eventualmente definidas para S, F, T y A (los clásicos axiomas de contigüidad presumiblemente podrían ser fácilmente satisfechos).

El concepto de modelo sintáctico está definido en Tarski (1953) esencialmente para "sistemas en formación estandard"; estos sistemas son cálculos en el sentido que acabamos de discutir, con muchas sub-clasificaciones cuidadosas de las series de signos, de secuencias de signos, y de series de axiomas. Podemos omitir la naturaleza particular de estas sub-clasificaciones, tal como el problema general de aproximación permanece el mismo para todas estas versiones refinadas.

Habiendo entendido así cómo podemos relacionar sistemas en formalización estandard a lenguajes en ciencia, Apostel (1961) entra de lleno en el estudio de la interpretación sintáctica de la relación, como definida entre formalismos estandard, y sus aproximaciones; esto será una introducción al estudio de las generalizaciones de esta relación sintáctica, como definida entre aproximaciones a sistemas estandard.

Tarski (1953) nos dice, para los sistemas en formación estandard, que uno es interpretable en otro si hallamos en este segundo sistema unas series de definiciones para los términos básicos del primero que les dan sus propiedades usuales.

Tarski, utilizando esta distinción entre constantes lógicas y no-lógicas, aplica este primero al caso donde sólo para constantes no-lógicas son contempladas las definiciones, y donde entre los términos descriptivos sólo hay constantes para ser interpretadas, aunque más tarde admite

(1953, p. 22) que las constantes lógicas también pueden ser interpretadas, y en su método para la relativización de los cuantificadores él también reinterpreta variables.

¿Cómo podríamos considerar las formas debilitadas de estas situaciones? Sólo definiciones parciales, o definiciones de sólo parte de los términos básicos, o definiciones dando a éstos sólo parte de sus primeras propiedades; o definiciones que no son parciales, sino múltiples y probabilísticas (recibiendo cada signo una secuencia de definiciones con distintas probabilidades cardinales u ordinales). Estas tres direcciones de generalización presuponen, no obstante, que el sistema para interpretar y el que se está ya interpretando estén ambos en formalización estándar. Sólo la relación de interpretación está debilitada.

Sean T_1 y T_2 que no tienen ningunas constantes no-lógicas en común; entonces T_2 es interpretable en T_1 si y sólo si hay una teoría T y una serie D satisficiendo las siguientes predicciones:

a) T es una extensión común de T_1 y T_2 , siendo cada constante de T una de T_1 ó T_2 ;

b) D es una serie recursiva de sentencias, válida en Y , y definiciones posibles en T_1 de constantes no-lógicas en T_2 ;

c) cada constante no-lógica de T_2 se da al menos y a lo más en una sentencia de D ;

d) todas las sentencias válidas de T lo son también de T_1 , ó de D (Tarski, 1953).

Para entender la potencia de la definición es necesario entender que una teoría es una extensión de otra si cada sentencia de ésta que es válida (deberíamos ensayar de hallar algún equivalente sintáctico para este término) lo

es también en la primera.

El propio Tarski debilita esta definición en una dirección, pero primero nos recalca los siguientes puntos:

- T puede no ser una extensión común de T1 y T2; en otras palabras, para que la interpretación sea posible, deberían cesar ciertas propiedades que tiene para T1.

- La serie D puede no ser recursiva; sus contenidos pueden no ser definiciones posibles para las constantes de T2, pero sólo parciales, o sólo propiedades, o sólo sentencias probabilísticas.

- Las constantes no-lógicas de T2 pueden darse más que otra sentencia de D (sobre-determinación), y no todas ellas pueden ocurrir.

- No pueden haber sentencias válidas de T ni en T1 ni en D, porque ciertas propiedades de los signos definidos no son más derivables en la interpretación, y deberían ser añadidas independientemente.

Todas estas posibilidades van en la dirección del debilitamiento que antes hemos contemplado de forma informal.

La propia "débil interpretabilidad" de Tarski va en la dirección de la última posibilidad preconizada por Apostel (1961, p. 32), según la cual la extensión es mantenida, todas las constantes deben ser las mismas, pero pueden necesitarse nuevas verdades acerca de los mismos tópicos. La última posibilidad de Apostel es más amplia que su débil interpretabilidad, porque se considera la interpretación en una super-teoría, no teniendo necesariamente las mismas constantes.

Si dejamos de considerar sólo formalismos en la formalización estándar, y si ensayamos introducir aproxi-

maciones en la formalización estándar, hallamos dos casos muy divergentes que tienen que ser estudiados:

a) ¿podemos adaptar la "estricta" definición de interpretación de Tarski al caso de aproximaciones a formalizaciones estándar?

b) ¿podemos adoptar las formas debilitadas de ello cabalmente recordadas para las aproximaciones a las formalizaciones estándar?

El primer caso cubre dos situaciones diferentes; puede ser que los sistemas T_1 y T_2 sean a la vez aproximaciones a sistemas de formalización estándar, o que uno de ellos sea un sistema estándar formalizado (más generalmente, el modo y grado de formalización en ambos casos puede ser el mismo o diferente).

Si, por ejemplo, a pesar de saber o no saber que los signos pertenecen a T_1 ó T_2 tenemos un espectro de probabilidades continuo, y sabemos que la que existe en T_1 pertenece a un intervalo dado, podemos parafrasear la primera condición que impuso Tarski (1953): si un signo dado permanece en un intervalo de probabilidad i , considerando T , entonces permanece en el mismo intervalo observando T_1 ó T_2 (podemos deshacerlo, según Apostel (1961), diciendo que hay al menos uno, entre dos lenguajes, tal que el intervalo de probabilidad de este signo en este lenguaje no está demasiado lejos del intervalo correspondiente en Y). Esta probabilidad puede ser ordinal.

Tal esquema intenta guardar, entre dos sistemas no completamente formalizados, las mismas relaciones estrictas que se habían establecido en el caso de dos sistemas completamente formalizados.

Apostel (1961, p. 33) ensaya atender una transcrip-

ción similar de la primera demanda a otro tipo de aproximación: siendo dado que un conjunto de signos o secuencias de ellos pertenecen a un lenguaje, no existe método válido para anatomizar esta unión, cuyos elementos permanecen indiscriminados. Esto supone la presencia de una unión de sentencias igualmente indistinguible, y, acerca de los signos dados. Apostel (1961), por analogía con el primer procedimiento, afirma que los conjuntos en T deberían ser tales que coincidieran con algunos en T1 ó en T2 (o podríamos decir que cada elemento presente en un conjunto de T debería estar igualmente presente en un conjunto de T1 ó de T2). Es obvio, según palabras de Apostel (1961, p. 34) que aquí se ensaya, "al aplicar el concepto 'sistema formal', en primer lugar, y el concepto 'interpretación', en segundo lugar, algunos de los conceptos de geometría aproximada introducida por Hjelmslev y aplicados ya por Menger al cálculo de relaciones".

Esta analogía sugiere que, exactamente como en la geometría de sólidos el punto es definido por series de aproximaciones, deberíamos desarrollar una sintaxis y semántica de sistemas aproximadamente definidos que puedan tomar algunas de las técnicas de dicha geometría, y el problema sería el mismo en ambos casos: partir de una situación formalmente clara, y acceso a la realidad por generalización que hace menor la petición en poderes de discriminación.

La situación que Apostel (1961, p. 34) ha hallado en sus intentos de mantener las estrictas relaciones de modelación para sistemas no estrictamente definidos no está de ningún modo agotada (para cada una de las reglas de interpretación y modos interpretativos surgen nuevas dificultades). Respecto a los tipos de éstas que se nos pueden pre-

sentar, apostel (1961) considera un caso estrechamente relacionado: supongamos que admitimos constantes lógicas (para ser interpretadas); ¿cómo entender entonces la petición de que las relaciones lógicas de los símbolos interpretados de naturaleza descriptiva deberían ser los mismos que los del símbolo inicial?

Así, también, la regla de interpretación para los signos debería ser formulada de tal forma que no contrastara con la regla de interpretación para las secuencias, y así sucesivamente.

Consideremos una interpretación aproximada que denominaremos adaptada al modo de aproximación de los lenguajes que son el modelo y el prototipo, si las dimensiones a lo largo de las cuales la interpretación es formalmente completa son las mismas que aquéllas a lo largo de las cuales ambos lenguajes se acercan al estatus del cálculo formal. Una interpretación, ciertamente, puede ser adaptada unilateralmente, porque el modo de aproximación del modelo y prototipo no es necesariamente el mismo. Una interpretación puede presentar diferentes grados de inadaptación; por ejemplo, sean un modelo y prototipo cerrados para el cálculo formal excepto para n signos, siendo incierto que éstos pertenezcan al sistema. Una interpretación está entonces adaptada si es formal excepto para n reglas de asignación para signos simples, que permanecen igualmente inciertos. Si la forma de la incertidumbre está especificada (como un grado o a través de una disyunción), podemos incluso requerir una analogía más cerrada. Digamos, sin embargo, que los signos para los cuales las reglas de asignación están indeterminadas no son necesariamente aquéllos para los cuales existe una incertidumbre de permanencia. Incluso para interpretaciones

aproximadas que están adaptadas a sus términos subsiste tal multiplicidad. Será, pues, enormemente intrincada la complejidad de interpretaciones aproximadas no adaptadas al modo de aproximación de sus términos.

Capítulo XIV

CONSTRUCCIÓN DE NOMBRON