Desarrollo de un modelo de comportamiento humano, aplicable al estudio de la movilidad social

María Teresa Anguera Argilaga

UNIVERSIDAD DE BARCELONA
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE PSICOLOGÍA

DESARROLLO DE UN MODELO DE COMPORTAMIENTO HUMANO, APLICABLE AL ESTUDIO DE LA MOVILIDAD SOCIAL

Director:
Dr. D. Miguel Siguan Soler

Tesis Doctoral
presentada por:
María Teresa ANGUERA ARGILAGA

Barcelona, diciembre de 1976

La Tabla 12 es útil cuando deseamos examinar las diferencias citadas anteriormente. Si estamos interesados simplemente en una prueba global de la hipótesis nula de que todas estas diferencias son nulas para las correspondientes tablas de población, deberíamos rechazar dicha hipótesis si cualesquiera de los veinte valores estandarizados fueran mayores, en valor absoluto, que 3.02 (como se ha indicado anteriormente, si no está limitado el número de posibles interacciones que podemos investigar por este método, entonces la constante 3.02 tendría que reemplazarse por 3.08).

Pero si deseamos una prueba global de la hipótesis nula de que todas las interacciones en la tabla de población británica son iguales a las correspondientes de la población danesa, no es necesario calcular el valor estandarizado de las diferencias entre cada interacción; sería suficiente, para todas las interacciones, estudiar las veinte diferencias consideradas en la Tabla 12, puesto que pueden haber otras interacciones en las tablas 3 x 3 que den un gran valor estandarizado significativo para una diferencia correspondiente, incluso cuando no lo sea ninguna de las veinte diferencias.

Goodman (1969a, p. 24) nos da un procedimiento conveniente para probar la hipótesis nula anterior:

Como hemos visto previamente, todas las interacciones en una tabla 3 x 3 (con 2 x 2 = 4 grados de libertad) pueden ser calculadas de una serie de cuatro interacciones que pertenecen a otra serie básica de cuatro subtablas 2 x 2. De forma similar, todas las diferencias entre las correspondientes interacciones en dos tablas 3 x 3 distintas pueden calcularse a partir de una serie de cuatro diferencias que pertenecen a las de las correspondientes interacciones en una serie básica de 2 x 2 subtablas. Tomando las Tablas 1A, 1B, 1C y 1D como la serie básica (juntamente con las Tablas 8A, 8B, 8C y 8D), observamos en la Tabla 11 que la serie básica de cuatro diferencias es -0.18, 0.14, -0.16 y -0.05, respectivamente. Es posible probar si el vector básico observado (-0.18, 0.14, -0.16, -0.05) difiere significativamente del vector cero (0,0,0,0). La hipótesis nula de que el vector básico de las diferencias entre dos poblaciones es el vector cero es equivalente a otra hipótesis nula según la cual todas las interacciones en la tabla de población británica son iguales a las correspondientes en la tabla de población danesa. Aplicando la prueba de esta hipótesis nula presentada anteriormente por el propio Goodman (1964c), obtenemos un valor χ^2 de 4.09 (1). Ya que estamos estudiando las diferencias entre dos tablas 3 x 3 (con 4 grados de libertad en la tabla 3 x 3), el valor χ^2 obtenido (4.09) debería compararse con los percentiles usuales de una distribución

---

(1) El mismo valor χ^2 debería haberse obtenido si se hubiera utilizado una serie básica distinta de cuatro subtablas. Por ejemplo, la serie básica obtenida con las Tablas 1D, 1F, 1H, 1I (y las correspondientes 8D, 8F, 8H, 8I) podría haberse utilizado en lugar de la serie formada con las Tablas 1A, 1B, 1C, 1D (y las correspondientes 8A, 8B, 8C, 8D).
Realmente, una serie básica puede formarse tomando las siguientes líneas en las Tablas 7 y 10: primera (Tablas 1A y 8A), quinta (Tablas 1D y 8D), decimoséptima (estatus herencia intrínseco de estatus M), y veinteava (padres y sujetos de diferentes estatus).

χ^2 con 4 grados de libertad (1). El vector básico observado no difiere significativamente del vector cero.

Como hemos visto, la prueba de si las interacciones en una de las tablas 3 x 3 difiere significativamente de las correspondientes interacciones en otra tabla 3 x 3 se basa en la hipótesis nula de que las diferencias entre éstas son todas iguales a cero. Las dos tablas 3 x 3 (Tablas 1 y 8) pueden contemplarse como una sola tabla 3 x 3 x 2 en donde las filas, columnas y estratos denotan la categoría de estatus de origen de los sujetos, la categoría de estatus de destino, y el país de residencia, respectivamente. La prueba χ^2 utilizada anteriormente es apta para probar la hipótesis nula de que las interacciones de los tres factores en la tabla de población 3 x 3 x 2 es igual a cero.

La tabla 3 x 3 x 2 puede disponerse como figura en la Tabla 13, en donde tenemos una tabla 2 x 3 que describe

TABLA 13. Clasificación transversal de muestras de varones británicos y daneses de acuerdo con la categoría de estatus de los sujetos y de sus padres

Estatus de los padres	País de residencia de los sujetos	Estatus de los sujetos		
		U	M	L
U..............	Gran Bretaña	588	395	159
	Dinamarca	685	280	118
M..............	Gran Bretaña	349	714	447
	Dinamarca	232	348	198
L..............	Gran Bretaña	114	320	411
	Dinamarca	83	201	246

(1) El vector básico observado tiene cuatro entradas en la

el modelo de movilidad en Gran Bretaña y Dinamarca para los sujetos con origen U, y similarmente otras dos tablas 2 x 3 para los sujetos con origen en M y L. La hipótesis nula de que las interacciones de los tres factores en la tabla 3 x 3 x 2 es igual a cero es equivalente a otra hipótesis de que las interacciones en la tabla 2 x 3 correspondientes al origen U son iguales a las de las otras dos tablas 2 x 3 con origen en M y en L. Para cada tabla 2 x 3 (con dos grados de libertad), podemos obtener una serie básica de dos subtablas 2 x 2 (por ejemplo, por comparación de sujetos de estatus U con estatus M, y sujetos de estatus M con estatus L), y para cada subtabla en la serie básica podemos calcular la interacción entre la clasificación en filas y columnas, presentadas en la Tabla 14 (1). Observamos que

TABLA 14. Interacción entre el estatus de los sujetos y país de residencia para cada categoría de estatus de los padres

Estatus de los padres	Comparación de estatus de los sujetos		
	U con M	M con L	U con L
U............	-0.50(0.61)	0.05(1.05)	-0.45(0.64)
M............	-0.31(0.73)	-0.10(0.91)	-0.41(0.67)
L............	-0.15(0.86)	-0.05(0.95)	-0.20(0.82)

Nota: Entre paréntesis figuran las razones de sobrantes

distribución χ^2 con 4 grados de libertad. Más generalmente, cuando comparamos S tablas distintas R x C, habrán (R-1)(C-1)(S-1) grados de libertad.

(1) En la Tabla 14 se han incluído las interacciones obtenidas cuando los sujetos de estatus U se comparan con el estatus L, aunque estas interacciones no forman par

la hipótesis a probar consiste en que los tres vectores (-0.50, 0.05), (-0.31, -0.10), y (-0.15, -0.05) correspondientes a los orígenes U, M y L, respectivamente, no difieran significativamente unos de otros. Se obtiene un valor $\chi^2 = 4.09$ (con 4 grados de libertad), que no es estadísticamente significativo.

Vemos que las interacciones correspondientes al origen L son mayores que las de origen M, y éstas, a su vez, que las de origen U (excepto en la comparación de sujetos de estatus M con estatus L, donde la interacción perteneciente al origen U es mayor que las otras dos). Es a causa de este modelo en el cual las interacciones dismunuyen del origen L a origen M y a origen U (con la excepción señalada), que las diferencias presentadas en la Tabla 11 eran todas negativas, excepto en la comparación de sujetos de estatus M con estatus L, cuando el origen U se compara con los otros dos orígenes.

Existe otro método (Goodman, 1969a, p. 26) para probar la hipótesis nula de que las interacciones de los tres factores son cero en la tabla 3 x 3 x 2. En primer lugar, estimar las frecuencias que se esperarían en la tabla 3 x 3 x 2 bajo la suposición de que la hipótesis nula es verdadera, y entonces comparar estas frecuencias esperadas con las correspondientes frecuencias observadas utilizando el estadístico usual χ^2 (1). Aplicando este procedimiento

---

te de la serie básica. Cada interacción perteneciente a la comparación de sujetos de estatus U con estatus L es la suma de las correspondientes interacciones de las otras dos comparaciones de estatus de los sujetos.

(1) Este procedimiento se llama "prueba BFNRKLD" (Bartlett-Fisher-Norton-Roy-Kastenbaum-Lamphiear-Darroch), y está descrito en Goodman (1964c).

a los datos estudiados aquí, obtenemos las frecuencias esperadas dadas en la Tabla 15, y se obtiene un valor χ^2 = 4.10 al comparar las frecuencias esperadas en la Tabla 15 con las correspondientes frecuencias observadas de las Tablas 1 y 8, el cual, a su vez, deberá compararse con los percentiles usuales de la distribución χ^2 con 4 grados de libertad (consultar la nota a pie de la página 555).

TABLA 15. Modelo predicho de movilidad para las muestras británica y danesa: Interacciones entre el estatus de los sujetos y el de sus padres en la población británica que se suponen iguales a las correspondientes de la población danesa

Estatus de los padres	Estatus sujetos británicos			Estatus de los padres	Estatus sujetos daneses		
	U	M	L		U	M	L
U......	601.3	381.9	158.9	U......	671.7	293.1	118.1
M......	344.8	722.1	443.1	M......	236.2	339.9	201.9
L......	104.9	325.1	415.0	L......	92.1	195.9	242.1

5. Cuasi-independencia e interacciones entre las clasificaciones en filas y columnas de una tabla de clasificación transversal

Si en una tabla la clasificación en columnas es independiente de la clasificación en filas (ver Tabla 1), entonces todas las interacciones entre ellas, según la fórmula (7), serán iguales a cero, y viceversa. Estas relaciones entre el concepto de independencia en una tabla de clasificación transversal y las interacciones definidas por la fórmula (7) pueden extenderse a otras relaciones similares entre el concepto de "cuasi-independencia" (o movilidad cuasi-perfecta), como definió Goodman (1965c) y una subserie de estas interacciones (1). Por ejemplo, considerando una tabla 3 x 3 (Tabla 1) con tres casillas en la diagonal principal en blanco, si las clasificaciones en columnas y filas son cuasi-independientes, entonces la interacción definida por la fórmula (16) será igual a cero, y viceversa (las constantes α_{ij} en la fórmula (16) son iguales a cero para las tres casillas en blanco). De forma semejante, considerando la tabla 3 x 3 (Tabla 1) con las dos casillas (M,M) y (L,L) en blanco, si las clasificaciones en columnas y filas son cuasi-independientes, las interacciones definidas por las fórmulas (12) y (16) serán iguales a cero, y viceversa (las constantes α_{ij} en las fórmulas (12) y (16) son iguales a cero para las dos casillas en blanco). Más generalmente, considerando una tabla de clasificación transversal con una subserie de casillas en la tabla que están en blanco, y la correspondiente subserie de interacciones definidas por la fórmula (7) para las cuales las constantes α_{ij} son iguales a cero para las casillas que están en blanco, si las clasificaciones en columnas y filas en la tabla son cuasi-independientes, entonces la subserie correspondiente de las interacciones será igual a cero, y viceversa (Goodman, 1968).

Esta equivalencia entre el concepto de cuasi-inde

---

(1) El término "movilidad cuasi-perfecta" fue utilizado por Goodman (1965c) para referirse a este concepto más que "cuasi-independencia", con el fin de enfatizar su aplicabilidad a las tablas de movilidad social. Sin embargo, también pueden aplicarse a otros tipos de tablas de clasificación transversal.

pendencia y la subserie correspondiente de las interacciones definidas por la fórmula (7) permite aclarar el análisis de la cuasi-independencia y de las interacciones. En efecto, consideremos las siguientes dos hipótesis nulas: a) cuasi-independencia en la Tabla 1 con las tres casillas diagonales en blanco; y b) cuasi-independencia en la Tabla 1 con las dos casillas diagonales (U,U) y (L,L) en blanco; para cada una de estas hipótesis nulas, puede calcularse el estadístico χ^2 al compararse las frecuencias observadas con las que se esperan (bajo la hipótesis nula), y los valores obtenidos son 0.61 y 20.20, respectivamente, para las hipótesis a) y b). Vemos, pues, que la hipótesis nula a) manifiesta que la interacción es cero solamente cuando se consideran padres e hijos con diferentes estatus (es decir, que la interacción debida a los padres e hijos con diferentes estatus es cero en la población), y que la hipótesis nula b) formula, además (considerando que a) es verdadera), que la interacción perteneciente al estatus herencia intrínseco de estatus M es cero. Puesto que la hipótesis nula b) es un caso especial de la a), al restar los correspondientes valores χ^2 (20.20-0.61), la diferencia obtenida (19.59) nos da un valor χ^2 (con un grado de libertad) para probar la hipótesis nula de que la interacción correspondiente al estatus herencia intrínseco de estatus M es cero, cuando la hipótesis nula a) es verdadera (1). De esta forma, comparando la diferencia (19.59) con los percentiles usuales de la distribución χ^2 con un grado de libertad, rechazamos la hipótesis nula de que la interacción

---

(1) Existe un solo grado de libertad porque se trata de la diferencia entre una χ^2 con 2 g.l. y otra χ^2 con 1 g.l.

correspondiente al estatus herencia intrínseco de estatus M es cero (1).

Como nota aclaratoria, cabe señalar que estos cálculos se basan en la muestra británica (Tabla 1), pero podría llevarse a cabo un análisis similar para la muestra danesa.

6. Cuasi-homogeneidad y diferencias entre las interacciones en dos (o más) tablas de clasificación transversal

El concepto de cuasi-independencia es una generalización del concepto usual de independencia en una tabla de clasificación transversal R x C, la cual se ajusta a una situación en que las entradas en ciertas casillas de la tabla están en blanco. Manifiesta que todas las interacciones (entre las clasificaciones en columnas y filas de la tabla) calculadas a partir de las casillas que no están en blanco son iguales a cero. Similarmente, el concepto de que dos tablas diferentes R x C son homogéneas (res

---

(1) La diferencia obtenida (19.59) es del mismo orden de magnitud que el valor estandarizado Z (en Tabla 7) correspondiente a la interacción perteneciente al estatus herencia intrínseco de estatus M. Hay que tener en cuenta que el valor obtenido (0.61) por el estadístico con el fin de probar la hipótesis nula a) es del mismo orden de magnitud que el cuadrado del valor estandarizado Z (en Tabla 7) correspondiente a la interacción a la que pertenecen padres e hijos con diferentes estatus. Bajo la hipótesis nula a), el valor obtenido para el estadístico es asintóticamente equivalente al correspondiente Z^2, y un razonamiento similar puede aplicarse a la diferencia obtenida bajo la hipótesis nula b). Si todas las interacciones en la Tabla 1 fueran de posible interés, los percentiles relevantes en juzgar cada valor Z^2 se obtendrían de una distribución χ^2 con 4 g.l.

pecto a las correspondientes interacciones en cada tabla) puede generalizarse para obtener el de "cuasi-homogeneidad" de dos tablas R x C; tal concepto se adapta a la situación en que las correspondientes entradas en ciertas casillas de cada tabla están en blanco (1). Señala que las diferencias entre las correspondientes interacciones en cada tabla son iguales a cero, cuando consideramos solamente aquellas interacciones calculadas a partir de casillas que no están en blanco (reconsiderar las comparaciones de las Tablas 1 y 8).

Vamos a tener en cuenta la hipótesis nula de cuasi-homogeneidad de las Tablas 1 y 8 cuando padres e hijos del mismo estatus U (es decir, U,U) presentan la casilla en blanco; las frecuencias esperadas para los datos británicos y daneses (es decir, las frecuencias esperadas bajo la hipótesis nula) pueden calcularse según Goodman (1968), y vienen dados en la Tabla 16, bajo la suposición de que las tablas de población británicas y danesas son cuasi-homogéneas (respecto a las correspondientes interacciones entre las clasificaciones en filas y columnas) cuando los sujetos con el mismo estatus U que sus padres presentan la casilla en blanco para cada país. Al estar en blanco la casilla (U,U) en ambos, calculamos las frecuencias esperadas en las demás casillas sin suponer que el estatus herencia de estatus U es el mismo en ambos países. Se obtiene el valor $\chi^2 = 1.56$ (con 3 grados de libertad); comparándolo

---

(1) Puede aplicarse igualmente en algunas situaciones en que una serie distinta de entradas en casillas haya quedado en blanco en cada tabla R x C (Goodman, 1968).

TABLA 16. Modelo predicho de movilidad para las muestras británica y danesa: es tenido en cuenta el estatus herencia en la categoría U de cada muestra, y las interacciones entre el estatus de los sujetos y de sus padres que no se incluyen en este estatus herencia en la población británica se suponen iguales a las correspondientes interacciones en la población danesa.

Estatus de los padres	Estatus sujetos británicos U	M	L	Estatus de los padres	Estatus sujetos daneses U	M	L
U......	<u>588.0</u>	390.8	163.2	U......	<u>685.0</u>	284.2	113.8
M......	354.2	715.4	440.3	M......	226.8	346.6	204.7
L......	108.8	322.8	413.5	L......	88.2	198.2	243.5

<u>Nota</u>: Las casillas subrayadas están en blanco cuando calculamos el modelo predicho de movilidad para las casillas que no están en blanco. Las frecuencias que se dan aquí en las casillas en blanco son las observadas.

con 4.10, hallado anteriormente, vemos que las diferencias entre ambos países (respecto a las interacciones entre el estatus de los sujetos y de sus padres) pueden justificarse, en gran parte, por la diferencia en el estatus herencia de estatus U en estos países; todavía podemos obtener resultados más precisos subdividiendo, como se indicó anteriormente, el estatus U en subestatus distintos.

7. Estatus herencia y no herencia intrínsecos

Si los métodos utilizados generalmente para analizar las tablas de movilidad social (para calcular las razones generales de movilidad) se aplican al análisis de las Tablas 1 y 8, tendremos la impresión de que había "estatus herencia" en la categoría de estatus M. El índice de inmovilidad (1) para la categoría de estatus M, que se basa en la razón general de movilidad (es decir, la razón de la frecuencia observada en la casilla (M,M) y la frecuencia esperada bajo la suposición de perfecta movilidad), es mayor que 1.00; más exactamente, 1.16 para la Tabla 1, y 1.29 para la Tabla 8. En aparente acuerdo con esto, la interacción perteneciente al estatus herencia (interacción [M,M]) es positiva en ambos países (ver Tablas 7 y 10); pero la razón de movilidad y su interacción particular no miden lo que parecen medir: las magnitudes del estatus herencia intrínseco de los estatus U y L confunde el significado de esta razón particular y de su interacción (2). A causa de ello, in

---

(1) Los términos "inmovilidad de estatus", "inercia de estatus", "estabilidad de estatus", "persistencia de estatus", "estatus herencia", "estatus asociación", que aparecen en la literatura referente a movilidad social, se refieren todos al mismo fenómeno: la tendencia a la concentración de observaciones en las casillas de la diagonal principal (Rogoff, 1953a; Carlsson, 1958b).

(2) Puesto que el estatus herencia intrínseco de las categorías de estatus U y L significa que las frecuencias observadas en las casillas (U,U) y (L,L) son "demasiado grandes" (en cierto sentido específico), ellas incrementarán los totales de las filas y columnas marginales pertenecientes a las categorías de estatus U y L; de esta forma, el tamaño de las filas y columnas marginales pertenecientes a la categoría de estatus M disminuirán respecto a las otras categorías de estatus;

troducimos aquí las interacciones correspondientes al estatus herencia intrínseco de cada categoría de estatus, y hallamos que éstas son negativas para la categoría de estatus M en ambos países. De esta forma, hay actualmente un estatus no herencia intrínseco (más que estatus herencia) en la categoría de estatus M de las muestras británica y danesa (ver nota a pie de la página 545).

Goodman (1969a, p. 31), que ha afirmado que la razón de movilidad (y el correspondiente índice de inmovilidad) no mide lo que aparenta medir, remedia esta dificultad calculando una serie distinta de frecuencias "esperadas" mediante el siguiente procedimiento: Primero, puesto que el modelo de cuasi-independencia dispone los datos cuando las casillas de la diagonal están en blanco, lo utilizamos para calcular las frecuencias "esperadas" en las casillas que no están en blanco, y a partir de ellas (o, más directamente, de las estimaciones de los parámetros del modelo del cual se han calculado las frecuencias "esperadas") hallamos las frecuencias en las casillas vacías que han dispuesto el modelo de frecuencias "esperadas" de acuerdo al modelo de independencia. Como ampliación del primer método desarrollado (Goodman, 1965c), obtenemos las frecuencias "esperadas" en la Tabla 17.

---

con esta relativa disminución en los marginales correspondientes a la categoría de estatus M, obtenemos un decrecimiento en la frecuencia esperada en la casilla (M,M), calculada bajo la suposición de perfecta movilidad; así, la razón de la frecuencia observada a la esperada en (M,M) sobrepasa 1.0, lo cual ayudaría a explicar por qué la razón de movilidad observada es mayor que 1.0.

TABLA 17. Modelos predichos de movilidad para las muestras británica y danesa: Estatus herencia (o no herencia) en cada categoría de estatus tenidos en cuenta y cuasi-independencia supuesta entre el estatus de los sujetos y de sus padres.

Estatus de los padres	Estatus sujetos británicos			Estatus de los padres	Estatus sujetos daneses		
	U	M	L		U	M	L
U......	<u>131.1</u>	390.2	163.8	U......	<u>127.2</u>	284.7	113.3
M......	358.8	<u>1052.9</u>	442.2	M......	227.3	<u>509.1</u>	202.7
L......	109.2	324.8	<u>136.4</u>	L......	87.7	196.3	<u>78.2</u>

Nota: Las casillas subrayadas están en blanco cuando calculamos el modelo predicho de movilidad para las casillas que no están en blanco. Las frecuencias, las cuales se dan aquí para las casillas que están en blanco, son las que dispondrían el modelo predicho de movilidad de acuerdo con el modelo de "movilidad perfecta" para toda la tabla de clasificación transversal.

Comparando las frecuencias observadas con las correspondientes "esperadas" de la Tabla 17, obtenemos una nueva serie de "razones de movilidad" que llevan a conclusiones completamente diferentes acerca de las razones usuales de movilidad (1). Por ejemplo, fijando nuestra atención

---

(1) A pesar de que las razones usuales de movilidad se supone que miden el grado de dicha movilidad en una forma que es "independiente", en cierto sentido, de los efectos de las distribuciones marginales de fila y de columna, Goodman (1969a, p. 32) señala que no ocurre así en situaciones en que las distribuciones marginales observadas están afectadas en sí mismas por otros

/...

por el momento en las casillas diagonales, estas nuevas razones (a las cuales llamaremos "nuevos índices de inmovilidad" cuando están calculadas para las casillas diagonales) vienen dadas en la Tabla 18. Para Gran Bretaña y Dinamarca, el nuevo índice de inmovilidad correspondiente al estatus M es más pequeño que ninguno, mientras que el índice usual es mayor (1). Actualmente, hay menos individuos en la casilla (M,M) de las tablas de clasificación transversal (Tablas 1 y 8) que los "esperados" en la Tabla 17, y más en las casillas (U,U) y (L,L) que los "esperados".

Ya que la suma de las frecuencias "esperadas" en la Tabla 17 para las casillas que no están en blanco (es decir, las casillas no diagonales) es igual a la suma de

---

.../fenómenos (por ejemplo, por el estatus herencia intrínseco de los estatus L y U). En estas situaciones, las nuevas razones de movilidad que presenta aquí Goodman (1969a, p. 32) tienen en cuenta (y se ajustan a) los efectos de estos fenómenos igual que a los efectos de las distribuciones marginales de filas y columnas. Las nuevas razones de movilidad se calculan reemplazando las filas y columnas marginales por filas y columnas marginales "teóricas" que describen el tamaño que tendrían que tener los marginales en una situación hipotética en la cual los efectos de estos fenómenos fueran nulos. Los marginales "teóricos" se calculan (Goodman, 1964a) utilizando solamente las entradas de casillas en la tabla que no están afectadas directamente por los fenómenos; empleamos una serie de casillas que presentan cuasi-independencia entre las clasificaciones en filas y columnas.

(1) Además de esta diferencia entre ambos índices, debe tenerse también en cuenta que el nuevo índice de inmovilidad para la categoría de estatus U es mayor que para la categoría de estatus L, pero el índice usual aplicado a los datos daneses aquí sugiere lo contrario.

TABLA 18. Nuevo índice de inmovilidad de estatus para cada categoría de estatus en las muestras británica y danesa, y correspondiente índice de inmovilidad basado en la razón usual de movilidad.

Categoría de estatus	Muestra británica		Muestra danesa	
	Nuevo índice	Índice usual	Nuevo índice	Índice usual
U..............	4.48	1.71	5.39	1.51
M..............	0.68	1.16	0.68	1.29
L..............	3.01	1.67	3.15	1.97

las correspondientes frecuencias observadas en estas casillas, hallamos que la suma de las frecuencias en todas las casillas de esta tabla normalmente no será igual a la suma de las correspondientes frecuencias observadas. Realmente, la diferencia relativa entre los totales (en todas las casillas) nos proporciona una medida de un aspecto de la cantidad neta de "persistencia" de estatus en las tablas (1). Esta medida nos dice qué proporción de individuos en la mues

(1) Esta diferencia relativa actualmente es igual a la diferencia total entre las frecuencias observadas y "esperadas" en las casillas diagonales, dividida por el total de todas las frecuencias observadas en la tabla de clasificación transversal. Tal diferencia en la casilla (U,U), dividida por el total mensionado, permitía referirnos a un índice de "persistencia" de estatus del estus U; una definición similar se aplicaría a los estatus M y L. Este índice es igual a 0.13, -0.10, y 0.08, para las categorías de estatus U, M y L, respectivamente, en Gran Bretaña, y 0.23, -0.07, y 0.07, en el mismo orden, en Dinamarca.

tra observada necesitaría ser añadida a las casillas de la diagonal de la Tabla 17 con el fin de conseguir que el total de las frecuencias en esta Tabla (con los individuos añadidos) fuera igual al tamaño de la muestra observada; calculada esta medida para las muestras británica y danesa, se obtiene 0.11 y 0.24, respectivamente.

Rogoff (1953a), Glass (1954), Carlsson (1958b), y Svalastoga (1959) han sugerido otras medidas, basadas en una comparación entre las frecuencias observadas y las usuales esperadas. Reemplazando las frecuencias esperadas calculadas usualmente (como en la Tabla 17), podemos obtener otras medidas análogas, pero capaces de llevarnos a conclusiones enteramente diferentes (como en la Tabla 18).

Respecto a la Tabla 18, veamos las relaciones entre el nuevo índice de inmovilidad y las interacciones pertenecientes al estatus herencia intrínseco. Hemos visto que la interacción perteneciente a una subtabla dada 2 x 2 se calculaba tomando el logaritmo neperiano de las correspondiente razón de sobrantes en la subtabla, y que la interacción correspondiente al estatus herencia intrínseco de estatus U (en la Tabla 1) se obtenía por media aritmética de las interacciones en las Tablas 1E y 1G. De esta forma, la interacción perteneciente al estatus herencia intrínseco de estatus U es igual al logaritmo neperiano de la media de las razones de sobrantes en las Tablas 1E y 1G. Si el modelo de movilidad cuasi-perfecta (con las casillas diagonales en blanco) se adecuara perfectamente a los datos, entonces esta última media a la que nos hemos referido (media geométrica) sería igual al nuevo índice de inmovilidad para el estatus U, como se señala en la Tabla 18 (estas relaciones entre la media geométrica y el nuevo índice de inmovilidad pueden comprobarse calculando estas dos cantidades bajo la suposición de que existe cuasi-independencia (es decir, movilidad cuasi-perfecta), según Goodman (1968), cuando las casillas diagonales están en blanco); un razonamiento similar se aplica a las categorías de estatus M y L. Para las categorías de estatus U, M y L, estas medias geométricas son 4.45, 0.68 y 3.00, respectivamente, para la muestra británica, y 5.42, 0.68 y 3.18, respectivamente, para la muestra danesa. Valores semejantes son los resultados obtenidos para el nuevo índice en la Tabla 18. Puesto que la interacción perteneciente al estatus herencia intrínseco de estatus M, como se define en la fórmula (14), es el negativo de la media aritmética de las interacciones en las Tablas 1B y 1C, esta interacción es igual al logaritmo neperiano de la media geométrica de los inversos de las razones de sobrantes en dichas Tablas; por consiguiente, para la categoría de estatus M, utilizamos actualmente la media geométrica de los inversos más que la propia media geométrica para obtener los resultados numéricos presentados.

Ateniéndonos a los resultados de las Tablas 7 y 10, vemos que todos estos valores (las medias geométricas correspondientes a las interacciones) difieren de 1.00 de forma estadísticamente significativa. Para las categorías de estatus U y L, estos valores son significativamente mayores que 1.00, y para la categoría de estatus M son significativamente menores que 1.00; además, los valores de la categoría de estatus U son significativamente mayores que los valores correspondientes para la categoría de estatus L, los cuales, a su vez, son significativamente mayores que los de la categoría de estatus M.

La interacción correspondiente al estatus herencia intrínseco neto de todas las categorías es la suma de las interacciones pertenecientes al estatus herencia intrínseco de los estatus U, M y L. Esta interacción, pues, es igual al logaritmo neperiano del producto de las tres medias geométricas señaladas en el párrafo precedente; este producto es igual a 9.13 y 11.65 para Gran Bretaña y Dinamarca, respectivamente (aquí, también, para la categoría de estatus M, utilizamos la media geométrica de los inversos, más que la propia media geométrica, en los cálculos anteriores). De acuerdo con los resultados presentados en las Tablas 7 y 10 vemos que dichos resultados son también significativamente diferentes de 1.00.

8. Análisis de otras tablas de clasificación transversal que no sean 3 x 3

Para una mejor facilidad de exposición, y siguiendo a Goodman (1969a, p. 35), consideremos muestras británica y danesa con cinco categorías de estatus, que coinciden con las consignadas por Svalastoga (1959), y posteriormente por Levine (1967) y Mosteller (1968), aunque las conclusiones obtenidas sean distintas. Estos datos se presentan en la Tabla 19. Las categorías de estatus A, B, y C de esta tabla forman la categoría de estatus U en las Tablas 1 a 8, y las categorías de estatus D y E actuales se corresponden, respectivamente, con las M y L anteriores.

Aplicando a la Tabla 19 el mismo método utilizado para calcular las frecuencias esperadas dadas en la Tabla 15, obtenemos un valor $\chi^2 = 43.40$, con $4 \times 4 = 16$ grados

TABLA 19. Clasificación transversal de muestras de varones británicos y daneses de acuerdo con la categoría de estatus de cada sujeto y la de sus padres.

Estatus de los padres	A	B	C	D	E
	Estatus de los sujetos británicos				
A..................	50	45	8	18	8
B..................	28	174	84	154	55
C..................	11	78	110	223	96
D..................	14	150	185	714	447
E..................	0	42	72	320	411
	Estatus de los sujetos daneses				
A..................	18	17	16	4	2
B..................	24	105	109	59	21
C..................	23	84	289	217	59
D..................	8	49	175	348	198
E..................	6	8	69	201	246

de libertad, comparando las frecuencias observadas en la Tabla 19 con las correspondientes frecuencias esperadas. Contrastando este valor con los percentiles usuales de la distribución χ^2 con 16 grados de libertad, rechazamos la hipótesis nula de que las interacciones entre el estatus de los sujetos y el de sus padres son las mismas en las poblaciones representadas por las muestras británica y danesa (Svalastoga, 1959).

Puesto que la categoría de estatus U se ha dividido en otras tres, A, B, y C, vamos a examinar (Goodman, 1969a, p. 36) si las interacciones entre el estatus de los sujetos y el de sus padres en las muestras británica y danesa son cuasi-homogéneas cuando se tiene en cuenta esta subdivisión en tres categorías de estatus U: A, B y C.

Aplicando a la Tabla 19 el mismo método utilizado para calcular las frecuencias esperadas (Tabla 16), dejando en blanco las nueve casillas de la Tabla 19 que corresponden a la (U,U) de la Tabla 1, hallamos un valor χ^2 = 11.69 para 16 - 9 = 7 grados de libertad, al comparar las frecuencias observadas en la Tabla 19 con las correspondientes frecuencias esperadas. Contrastando dicho valor con el obtenido anteriormente (43.40), vemos que las diferencias entre las dos tablas de movilidad social pueden justificarse, en gran medida, por la diferencia entre las tablas en el estatus herencia entre las tres categorías de estatus U.

La diferencia entre ambos valores de χ^2 (43.40 - 11.69), da 31.71, que puede considerarse como un valor χ^2 con 16 - 7 = 9 grados de libertad, para probar la hipótesis nula de que las poblaciones británica y danesa (Tabla 19) son la misma respecto las interacciones afectadas por las entradas en las casillas en blanco (es decir, las nueve casillas correspondientes al estatus herencia entre las categorías de estatus A, B y C), suponiendo que hay cuasi-homogeneidad respecto a las interacciones que no están afectadas por las entradas en las casillas en blanco. Contrastando este valor (31.71) con los percentiles usuales de una distribución χ^2 con 9 grados de libertad, rechazamos esta hipótesis nula. Mediante una comparación entre las frecuencias observadas y esperadas en la prueba de homogeneidad, o por medio de métodos descritos anteriormente, ha llamos que existe, de modo general, más estatus herencia entre las categorías de estatus A, B, y C, en la muestra danesa que en la británica, con la excepción de que el estatus herencia dentro de la categoría de estatus A es más pronunciado en la segunda.

Goodman (1969a, p. 37) considera ahora una tabla de clasificación transversal 5 x 5 (Tabla 20) obtenida al

TABLA 20. Clasificación transversal de una muestra de varones británicos de acuerdo con la categoría estatus de cada sujeto.

Estatus de los padres	Estatus de los sujetos 1	2	3	4	5
1..............	297	92	172	37	26
2..............	89	110	223	64	32
3..............	164	185	714	258	189
4..............	25	40	179	143	71
5..............	17	32	141	91	106

dividir el estatus U de la tabla 3 x 3 en dos categorías de estatus (en lugar de tres), y lo mismo en el estatus L. Con esta subdivisión más fina, se podría esperar un "estatus herencia" (Goodman, 1965c) que afectara no sólo a un número de individuos que están en la misma categoría de estatus que sus padres, sino también a los que se hallan en una categoría de estatus inmediatamente adyacente a la de éstos; para las tablas 5 x 5 (Tabla 19) esperaríamos que el "estatus herencia" pudiera afectar a las nueve entradas de casillas correspondientes al estatus herencia entre las categorías de estatus A, B, y C, y a las dos casillas diagonales pertenecientes al estatus herencia en las categorías de estatus D y E.

Realmente, mientras la prueba usual χ^2 de independencia en la tabla 5 x 5 nos da 780.47, con 4 x 4 = 16 grados de libertad, se obtiene un valor $\chi^2 = 1.31$ (con 16 - 13 = 3 grados de libertad) para probar la hipótesis nula de cuasi-independencia cuando aquellos individuos que diferían de sus padres en al menos una categoría de estatus tienen la casilla en blanco (las cinco casillas diagonales y las ocho inmediatamente adyacentes a ellas). Contrastando los dos valores de χ^2 (780.47 con 1.31) vemos que la dependencia entre el estatus de los sujetos y el de sus padres en la Tabla 20 puede ser explicada, casi totalmente, por el estatus herencia dentro de las categorías de estatus, y el estatus herencia entre las categorías de estatus adyacentes.

En la Tabla 20 se dividía la categoría de estatus U en las 1 y 2, y la categoría de estatus L en las 4 y 5. Podría ser conveniente tener en cuenta el estatus herencia entre las categorías de estatus 1 y 2, entre las 4 y 5, y en la 3. Se obtendría un valor $\chi^2 = 7.86$, con 16 - 9 = 7 grados de libertad, para probar la hipótesis nula de cuasi-independencia cuando estuvieran en blanco las cuatro casillas correspondientes al estatus herencia entre las categorías de estatus 1 y 2, entre las 4 y 5, y en la 3. De esta forma, vemos que los datos se ajustan al modelo de cuasi-independencia de forma excelente, incluso cuando cuatro de las trece entradas de casillas, que antes estaban en blanco, ahora no lo están.

Los valores numéricos obtenidos con los distintos métodos dependerán de qué casillas de clasificación transversal de la tabla estén en blanco; debe determinarse en cada caso particular. En el caso precedente, la falta de nueve casillas tiene la ventaja de que quedan en blanco menos observaciones, mientras que la falta de trece casillas presenta el mérito de un valor χ^2 algo más pequeño en términos relativos (al comparar los valores observados de χ^2 debe tenerse en cuenta la diferencia en sus correspondientes grados de libertad). La Tabla 21 compara los nuevos ín

TABLA 21. Nuevos índices de inmovilidad de estatus para cada categoría de estatus en la muestra británica, calculado por dos métodos diferentes.

Categoría de estatus	Nuevos índices	
	Calculado por el Método A	Calculado por el Método B
1.............	14.26	12.00
2.............	2.00	2.62
3.............	0.53	0.68
4.............	3.13	3.15
5.............	5.38	4.35

Notas: Esta Tabla se corresponde con la de clasificación transversal de la muestra británica presentada en la Tabla 20, con cinco categorías de estatus
El Método A tiene en cuenta el estatus herencia dentro de las categorías de estatus, y entre las categorías de estatus adyacentes
El Método B tiene en cuenta el estatus herencia entre las categorías de estatus 1 y 2, entre las 4 y 5, y la 3.

dices de inmovilidad, obtenidos por los Métodos A y B descritos. Los resultados son muy similares. En caso de que se dejaran en blanco una serie inapropiada de casillas en la tabla de clasificación transversal 5 x 5 (por ejemplo, sólo las diagonales en la Tabla 20), entonces los resultados obtenidos serían completamente distintos (Goodman, 1965c; McFarland, 1968).

Capítulo XXVI

ÍNDICE DE PERSISTENCIA DE ESTATUS

ÍNDICE DE PERSISTENCIA DE ESTATUS.-

Se ha discutido mucho acerca de problemas metodológicos de la medida de la movilidad social (Yasuda, 1964; Duncan, 1966; Wilenski, 1966). Aquí vamos a seguir especialmente a Goodman (1969b), que describe la relación entre el estatus origen y destino para una población de individuos, con aplicación no solamente en las tablas de movilidad social intergeneracional, sino en ciertos tipos de la intrageneracional, y, más generalmente, en el análisis de tablas de clasificación transversal que describen determinados procesos de cambio.

En primer lugar, es justo prestar atención al problema que surge en la interpretación de cualesquiera de los índices usuales de este aspecto de la movilidad (o inmovilidad) social, calculados a partir de los datos de una tabla de clasificación transversal; dichos índices -los cuales se basan, en una forma u otra, en una comparación de las frecuencias observadas en la tabla con las correspondientes "frecuencias esperadas", estimadas según la forma usual (1)- pueden conducirnos a interpretaciones incorrectas o erróneas de los datos. Con el fin de subsanar este defecto, se sugiere (Goodman, 1963, 1964a, 1965c, 1968, 1969a) que las frecuencias observadas en la tabla se com-

---

(1) Las "frecuencias esperadas" usuales son estimadas bajo la suposición de que hay movilidad "perfecta" desde el estatus origen hasta el estatus destino. La suposición de "perfecta movilidad" significa que cada estatus destino de un individuo (es decir, su clasificación en columnas) se supone independiente, en sentido estadístico, de su estatus origen (clasificación en filas), para la población a la cual pertenece.

paren con otro tipo distinto de "frecuencia esperada" (1), y, después, se considere el problema de la medida del grado en que el estatus de origen de un individuo "persiste" desde este origen hasta su destino.

1. Cálculo en casos sencillos

Siguiendo a Goodman (1969b, p. 832), consideremos una clasificación transversal -hipotética- descrita en la Tabla 1A. A pesar de que los datos de esta tabla de movilidad social son particularmente simples, podemos analizarlos a simple vista, olvidando métodos estadísticos de análisis. De la observación de la Tabla 1A, deducimos: 1) los individuos con estatus origen L están distribuidos uniformemente en las tres categorías de estatus destino; 2) los individuos con estatus origen M están también distribuidos uniformemente, excepto para algunos individuos con estatus destino M; y 3) los individuos con estatus origen U están distribuidos uniformemente, excepto para un suplemento de dichos individuos con estatus destino U. Todo ello, pues, nos sugiere que hay:

1) no tendencia a la persistencia para el estatus origen L;

2) tendencia a un "éxodo" desde el estatus origen M (persistencia "negativa"); y

3)

(1) Este otro tipo se estimaría bajo una suposición más realística que la de "perfecta movilidad". Se introduce, a este fin, el concepto más general de "movilidad cuasi-perfecta" (o "cuasi-independencia"), desarrollándose métodos apropiados para estimar las "frecuencias esperadas" bajo dicha suposición de "movilidad cuasi-perfecta".

TABLA 1. Clasificación transversal de dos muestras hipotéticas de varones de acuerdo con la categoría de estatus de cada sujeto (categoría de destino), y la categoría de estatus de sus padres (categoría de origen).

Tabla 1A: Primera muestra

Estatus de los padres	Estatus del sujeto U	M	L
U....................	144	36	36
M....................	360	252	360
L....................	36	36	36

Tabla 1B: Segunda muestra

Estatus de los padres	Estatus del sujeto U	M	L
U....................	250	300	200
M....................	200	600	400
L....................	100	300	200

3) tendencia a la persistencia para el estatus origen U (es decir, persistencia "positiva").

Naturalmente, caben otras interpretaciones de la Tabla 1A; sin embargo, la expuesta es enteramente congruente con los datos, y nos conduce a un modelo explicativo bastante completo. Además, dicha Tabla puede ser utilizada como un indicador para juzgar cuáles de los distintos índices de interés son compatibles y cuáles no, con esta interpretación (para una tabla de movilidad dada, dos índices se consideran como "incompatibles", si la impresión general perteneciente a algún aspecto de la movilidad, transmitida por la interpretación de uno de los índices, es contradictoria con la correspondiente de otro índice; además, puesto que distintos índices miden cosas distintas, una comparación entre ellos ayudará a esclarecer qué es lo que de hecho están midiendo). Si el valor numérico de un índice dado calculado para la Tabla 1A es incompatible con nuestra interpretación de esta Tabla, estaremos dudosos acerca de la utilidad de dicho índice en el análisis de otras tablas de movilidad menos simples. En capítulos anteriores, he mencionado repetidamente un artículo de Goodman perteneciente a su primera época (1965c), en donde describe la movilidad social en Gran Bretaña y Dinamarca; por su importancia, y a efectos metodológicos y aclaratorios, vuelvo a referirme a él, y, en este sentido, podemos afirmar que la Tabla 1A es similar, en algunos aspectos relevantes, a las tablas 3 x 3 que describían la movilidad social en los países indicados (1). Este hecho, además, añade autoridad a la utilización de la Tabla 1A como un indicador para juzgar la utilidad de distintos índices de interés (2).

---

(1) Había "movilidad cuasi-perfecta" en las tablas británica y danesa cuando las entradas en las tres casillas diagonales estaban en blanco (cuando se tenía en cuenta el estatus herencia en las tres categorías de estatus). Lo mismo ocurrirá en la Tabla 1A.

(2) También pueden utilizarse como indicadores otras tablas hipotéticas que: a) tengan interpretaciones simples, y b) sean similares, en algunos aspectos importantes, a las tablas actuales de movilidad social. Distintas tablas hipotéticas pueden llevar a diferentes juicios acerca de un índice particular.

Vamos a reexaminar la Tabla 1A utilizando el índice de inmovilidad social basado en las usuales razones de movilidad (las razones entre las frecuencias observadas en la tabla y las correspondientes frecuencias esperadas estimadas bajo la suposición de perfecta movilidad; ver la nota a pie de la primera página de este capítulo). Si hubiera movilidad perfecta, la estimación usual de las frecuencias esperadas en las tres casillas diagonales de la Tabla 1A serían 90, 242, y 36, según χ^2, para las casillas (U,U), (M,M), y (L,L), respectivamente; comparando las frecuencias observadas en dichas casillas (144, 252, y 36) con las correspondientes frecuencias esperadas, obtendríamos razones: 144/90 = 1.60; 252/243 = 1.04; y 36/36 = 1, respectivamente. Así, a través de los métodos usuales, vemos que la frecuencia observada en las casillas diagonales de la Tabla 1A es mayor que la correspondiente frecuencia esperada para las categorías de estatus origen U y M, e igual para la de estatus origen L.

Las impresiones que pueden deducirse de aquí, respecto a la interpretación de las razones de movilidad, son que:

a) existe una tendencia para los estatus origen U y M a persistir del origen al destino, y

b) no existe tal tendencia para el estatus origen L.

Por consiguiente, la utilización de las usuales razones de movilidad nos llevaría a una impresión acerca de la movilidad del estatus origen M que es incompatible con la simple interpretación anterior a simple vista.

¿Por qué dichas interpretaciones son incompatibles? La segunda emplea el modelo de la "movilidad perfecta" para obtener un estandard con el cuál comparar los datos observados en la Tabla 1A, mientras que la interpretación a la que se llegó a simple vista utiliza un tipo distinto de modelo, que llevará a la obtención de un estandard distinto igualmente, a fines de comparación; los datos observados contradicen la suposición de "movilidad perfecta", pero no contradicen al primer modelo citado ("movilidad cuasi-perfecta"); en efecto, para la Tabla 1A, un estatus destino de los individuos es obviamente dependiente de su estatus origen. A la hora de comparar los datos con un estandard, utilizaremos el modelo que no es contradictorio con ellos, lo cual será preferible antes de un modelo no real de "movilidad perfecta".

Siguiendo el razonamiento de Goodman (1969b, p. 834), y a efectos de una mejor comprensión, consideremos otra tabla hipotética distinta de movilidad: Tabla 1B. Si en la entrada de la casilla (U,U) sustituimos 250 por 100, se dará la "movilidad perfecta" en dicha Tabla; podemos tomarla como ejemplo de "movilidad perfecta" reduciendo simplemente la entrada en sólo una de sus casillas, y por ello vale la pena utilizarla como un indicador para juzgar la utilidad de los índices usuales basados en dicho modelo de "perfecta movilidad".

En primer lugar, si la examinamos a simple vista, y aparte del exceso de individuos en la casilla (U,U), lo cual es un impedimento para la "movilidad perfecta", podríamos concluir que:

1) no existe tendencia a persistir en los estatus origen M ó L, y

2) existe tendencia a la persistencia para el estatus origen U.

Por otra parte, un posterior estudio de esta Tabla utilizando el índice usual de inmovilidad de estatus nos llevaría a la impresión de que la movilidad de los estatus origen M y L es incompatible con la simple interpretación anterior.

En efecto, el fallo anotado en la interpretación de la Tabla 1B de acuerdo con el índice usual de inmovilidad (basado en las razones de movilidad) se debe al hecho de que, al calcular las frecuencias esperadas, si la correspondiente a la casilla (U,U) es "demasiado grande" (en el sentido descrito anteriormente), incrementará los totales marginales de fila y columna correspondientes a la categoría U, lo cual, a su vez, será la causa de la disminución del relativo tamaño de los totales marginales de filas y columnas pertenecientes a las categorías M y L, con lo que obtenemos un decrecimiento de las frecuencias esperadas en las casillas (M,M) y (L,L) (estimadas bajo la suposición de perfecta movilidad); por ello, las razones de las frecuencias observadas a las esperadas en las casillas (M,M) y (L,L) son superiores a 1. Pero esto nos sugeriría, respecto a la Tabla 1B, que contradice la conclusión extraída a simple vista de que no existe tendencia a persistir en los estatus origen M ó L (1).

Gran parte de las medidas usuales de movilidad social se basan, en una forma u otra, en la comparación de

---

(1) Este tipo de impresión "defectiva", obtenida mediante las razones de movilidad, se lograría si el modelo de "perfecta movilidad" se aplicara como estandard a cualquier tabla de clasificación transversal para la cual, aparte del exceso de individuos en la casilla (U,U), se diera una "perfecta movilidad".

las frecuencias observadas con las correspondientes frecuencias esperadas estimadas bajo la suposición de perfecta movilidad (Rogoff, 1953b; Glass, 1954; Carlsson, 1958b; Svalastoga, 1959). Considerando estas medidas, y recalcando en lo ya indicado, la estimación de las frecuencias esperadas en cualquier casilla diagonal, como la (M,M), viene afectado por el exceso observado (o, posiblemente, falta) de individuos en cualesquiera otras de las casillas diagonales, como la (L,L) (1). Este defecto puede llevar a una interpretación incorrecta de los datos.

2. Movilidad cuasi-perfecta

Se ha indicado previamente, respecto a la Tabla 1B, que si la entrada en la casilla (U,U) se cambia de 250 a 100, existirá "perfecta movilidad" en dicha Tabla. Por dicho motivo, decimos que hay "movilidad cuasi-perfecta" (Goodman, 1969b, p. 835) en dicha Tabla, cuando la entrada en la casilla (U,U) está "ajustada". Considerando

---

(1) Las dos tablas hipotéticas 1A y 1B consideradas, y las tablas de movilidad 3 x 3 de datos británicos y daneses (Tablas 2A y 2B), consideradas en próximos apartados, presentan un exceso (o una falta) observado de individuos solamente en algunas (o todas) de las casillas diagonales, y, como veremos, hay "movilidad cuasi-perfecta" en las no diagonales. Por dicho motivo, Goodman (1969b, p. 834) no se ha referido, en este punto de la exposición, al caso en que se da un exceso (o falta) observado de individuos también en algunas casillas no-diagonales (se discutirá en el análisis de la tabla de movilidad británica 5 x 5 -Tabla 7-). Tal como se ha indicado anteriormente, aquí Goodman se ha referido a ejemplos particularmente simples (en los cuales hay "movilidad cuasi-perfecta" en las casillas no-diagonales), pues si un índice da una interpretación defectuosa, será de dudosa utilidad en Tablas complejas.

que R_j representa la probabilidad de que un individuo presente la categoría de estatus destino j (para j = 1, 2, 3, correspondientes a U, M, L, respectivamente), hallamos que $R_1 = 1/6$, $R_2 = 1/2$, y $R_3 = 1/3$, para la forma modificada de la Tabla 1B; y si P_i denota la probabilidad de que un individuo esté situado en la categoría de estatus origen i (para i = 1, 2, 3, correspondientes a U, M, L, respectivamente), tenemos que $P_1 = 1/4$, $P_2 = 1/2$, y $P_3 = 1/4$, para igual tabla modificada.

Para la Tabla 3 x 3,

$$\sum_{j=1}^{3} R_j = 1, \text{ y } \qquad \sum_{i=1}^{3} P_i = 1 \tag{1}$$

Si P_{ij} es la probabilidad de que un individuo caiga en el estatus origen i y el estatus destino j, tenemos que

$$P_{ij} = P_i R_j \tag{2}$$

para cada casilla (i,j) en la tabla modificada. La ecuación (2) nos manifiesta que, si consideramos los individuos de la tabla modificada, el estatus destino de un individuo es independiente (en sentido estadístico) de su estatus origen; es decir, hay "perfecta movilidad".

Consideremos ahora de nuevo la Tabla 1A. Si las entradas en las casillas (U,U) y (M,M) son cambiadas: de 144 y 252 a 36 y 360, respectivamente, se dará entonces "movilidad perfecta" (en la tabla modificada); por dicho motivo, diremos que hay "movilidad cuasi-perfecta" en la Tabla 1A cuando las entradas en las casillas (U,U) y (M,M) están "ajustadas". Para la Tabla 1A modificada, $R_1 = R_2 = R_3 = 1/3$, y $P_1 = 1/12$, $P_2 = 5/6$, $P_3 = 1/12$; y la ecuación (2) se cumple cuando se satisfacen estos valores de R_j y P_i.

Goodman (1969b, p. 835) ha definido aquí la "movilidad cuasi-perfecta", para una tabla dada (como la 1A ó 1B), a través de la condición de que la ecuación (2) se satisfaga para una forma modificada de la tabla en la cual las entradas en ciertas casillas específicas han sido ajustadas. Una definición alternativa, pero equivalente, de la "movilidad cuasi-perfecta", es la siguiente (Goodman, 1969b, p. 835): Dejemos en blanco las entradas en ciertas casillas específicas de la tabla (como la (U,U) de la Tabla 1B, y las (U,U) y (M,M) de la Tabla 1A); considerando ahora los individuos de la tabla con sus casillas en blanco, P^o_{ij} significa la probabilidad de que un individuo tenga un estatus origen i y un estatus destino j en dicha tabla, es decir, esté en la casilla (i,j). Asignamos probabilidad cero a cada casilla en blanco, y entonces habrá "movilidad cuasi-perfecta" en la Tabla si P^o_{ij} satisface la siguiente ecuación para cada casilla (i,j) que no está en blanco:

$$P^o_{ij} = P_i R_j / [\Sigma^* P_i R_j] \qquad (3)$$

donde el símbolo $\Sigma^* P_i R_j$ simboliza la suma de $P_i R_j$ de todas las casillas (i,j) que no están en blanco.

La ecuación (3) se satisface para la Tabla 1B cuando la casilla (U,U) está en blanco, y para la Tabla 1A si lo están las casillas (U,U) y (M,M) (1). Los parámetros R_j

---

(1) Además, dicha ecuación (3) se satisface para la Tabla 1B cuando otras casillas (por ejemplo, (M,M) y (L,L)) están en blanco, y no sólo la (U,U); igualmente, para la Tabla 1A, cuando (L,L) también está en blanco.

y P_i son constantes positivas que cumplen las ecuaciones (1) y (3).

Si se considera el caso en que todas las casillas diagonales de la tabla están en blanco, la ecuación (3) se transforma en:

$$P^o_{ij} = P_i R_j / \left[1 - \sum_{k=1}^{3} P_k R_k \right] \qquad (4)$$

para todas las casillas (i,j), siendo $i \neq j$. Aquí excluímos (dejamos en blanco) aquellos individuos en que coincide la categoría de estatus origen y la de estatus destino.

Reiterando parte de lo ya expuesto, y volviendo a la definición de "movilidad cuasi-perfecta" utilizando las entradas "ajustadas", si fijamos nuestra atención solamente en las entradas no-diagonales de la tabla, y permitimos que las entradas diagonales sean "ajustadas" de forma que lleven a una "perfecta movilidad" en la tabla modificada, entonces la probabilidad P_{ij} para dicha tabla satisfará la ecuación (2), donde R_j significa la probabilidad de que un individuo (en la tabla modificada) pertenezca a la categoría estatus j, y P_i la de que un individuo (igualmente en la tabla modificada) de estatus origen i (la categoría de estatus j es la de destino) (1). Podemos, pues, describir

---

(1) Si solamente prestamos atención a las entradas no-diagonales de la Tabla 1A, y admitimos que las entradas diagonales sean "ajustadas" de forma que se dé una perfecta movilidad en la tabla modificada, entonces las entradas en las casillas diagonales (U,U), (M,M) y (L, L), en la tabla modificada, serán 36, 360, y 36, respectivamente; es decir, el ajuste altera las entradas en sólo dos de ellas (U,U) y (M,M).

R_j como una "tendencia teórica" para un individuo de pertenecer a la categoría de estatus destino j, considerando sólo aquellos individuos cuyas categorías de estatus origen y destino son diferentes; un tipo de descripción similar se aplica a P_i.

En otras palabras, habiendo excluido de consideración los individuos de la tabla cuyas categorías de estatus origen y destino son las mismas, R_j es la proporción hipotética de individuos en la categoría de estatus destino j en la población descrita por la correspondiente tabla modificada (es decir, en la población hipotética en la cual las casillas diagonales han sido "ajustadas" para lograr una "perfecta movilidad" (1)), y lo mismo para P_i (Goodman, 1968).

Se han hallado los valores numéricos de R_j y P_i para las Tablas 1A y 1B, particularmente simples. Ahora, siguiendo el razonamiento de Goodman (1969b, p. 836), se van a tomar en consideración otras más complejas: Tablas 2A y 2B, que corresponden a una clasificación transversal de muestras de varones británicos y daneses de acuerdo con la categoría de estatus ocupacional de cada sujeto y la de

(1) Puesto que se da "perfecta movilidad" en la tabla modificada, la misma proporción hipotética R_j (para j = 1, 2,3) se solicita para los individuos de cada una de las categorías de estatus en la tabla modificada. Dicho de otra forma, R_j es igual a la proporción hipotética de individuos de la categoría de estatus destino j en la población descrita por los individuos que tienen la categoría de estatus origen i en la tabla modificada (para i = 1, 2, 3).

sus padres. Las categorías de estatus ocupacional U, M y L de los datos británicos se corresponden, respectivamente, con las 1-4, 5, y 6-7 de las definidas por Glass (1954) y sus colaboradores; y para los datos daneses, se corresponden con las 1-6, 7, y 8-9 de las definidas por Svalasto-

TABLA 2. Clasificación transversal de muestras de varones británicos y daneses de acuerdo con la categoría de estatus de cada sujeto (categoría de destino) y de sus padres (categoría de origen).

Tabla 1A: Muestra británica

Estatus de los padres	Estatus del sujeto U	M	L
U.................	588	395	159
M.................	349	714	447
L.................	114	320	411

Tabla 2B: Muestra danesa

Estatus de los padres	Estatus del sujeto U	M	L
U.................	685	280	118
M.................	232	348	198
L.................	83	201	246

ga (1959). Estas Tablas fueron estudiadas antes por White

(1963) y Goodman (1965c).

En este último artículo citado de Goodman (1965c), se demuestra que el modelo observado de frecuencias en las casillas no-diagonales de estas tablas de clasificación transversal es congruente con la tesis de que existe movilidad cuasi-perfecta en las casillas no-diagonales. Esto se comprueba:

a) dejando en blanco las casillas diagonales

b) calculando las estimaciones $\hat{R}_j$ y $\hat{P}_i$ de los parámetros R_j y P_i bajo la suposición de movilidad cuasi-perfecta en las casillas no-diagonales (1)

c) calculando las estimaciones $\hat{F}^o_{ij}$ de las "frecuencias esperadas" en las casillas no-diagonales bajo la suposición de movilidad cuasi-perfecta, utilizando la fórmula (2):

$$\hat{F}^o_{ij} = n^o \hat{P}^o_{ij} \qquad (5)$$

---

(1) El cálculo de $\hat{R}_j$ y $\hat{P}_i$ se describe, de forma resumida, en el Apéndice A1. Estos métodos se desarrollan en el caso de que los datos de la tabla de movilidad describen:
a) una muestra de individuos simple aleatoria
b) una muestra aleatoria estratificada en la cual las categorías de la columna (o las de la fila) de la tabla constituyen los estratos que se muestrean.
Utilizamos aquí estos métodos (y otros relacionados) como una medida aproximada, incluso cuando los datos de la Tabla 2 fueron obtenidos mediante un tipo distinto de muestreo estratificado.

(2) Como afirmó Goodman anteriormente (1963, 1964a), es posible calcular $\hat{F}^o_{ij}$ más directamente, sin hallar primeramente $\hat{R}_j$, $\hat{P}_i$, y P^o_{ij}; ver Apéndice A1.

donde n^o es el número de individuos en las casillas no-diagonales, y $\hat{P}^o_{ij}$ es la estimación de P^o_{ij} calculado al reemplazar R_j y P_i en la ecuación (4) por sus correspondientes estimaciones $\hat{R}_j$ y $\hat{P}_i$.

d) comparando la frecuencia observada f_{ij} en las casillas no-diagonales ($i \neq j$) con la correspondiente $\hat{F}^o_{ij}$, utilizando el estadístico χ^2 (u otros métodos; ver Goodman, 1965c):

$$\chi^2 = \Sigma^*(f_{ij} - \hat{F}^o_{ij})^2 / \hat{F}^o_{ij} \qquad (6)$$

donde la suma se refiere a todas las casillas no-diagonales; en otras palabras, χ^2 se obtiene al sumar $(f_{ij} - \hat{F}^o_{ij})^2 / \hat{F}^o_{ij}$ para todas las casillas (i,j) que no están en blanco.

Los valores numéricos de $\hat{F}^o_{ij}$ así obtenidos, están expuestos en la Tabla 3 (1). Aplicando (6) a la comparación de f_{ij} de la Tabla 2 con la $\hat{F}^o_{ij}$ de la Tabla 3,

---

(1) Naturalmente, deberían estar en blanco las casillas diagonales de la Tabla 3, pero en ellas se han insertado las frecuencias observadas. En la Tabla 17 del capítulo XXV (Goodman, 1969a, p. 32), las casillas en blanco fueron sustituidas por las frecuencias "ajustadas" (y no por las observadas); es decir, las "frecuancias" que darían un modelo de movilidad esperada de acuerdo con el de "perfecta movilidad" para toda la tabla de clasificación transversal. De esta forma, la Tabla 3 (con las casillas diagonales en blanco) da las frecuencias esperadas estimadas bajo la movilidad cuasi-perfecta correspondiente a las frecuencias observadas en la Tabla 2; y la Tabla 17 citada en esta nota da la "tabla modificada" correspondiente a la Tabla 3.

TABLA 3. Modelo de movilidad esperada para las muestras de varones británicos y daneses cuando se supone movilidad cuasi-perfecta para aquellos individuos con categoría de estatus destino diferente su categoría de estatus origen.

Tabla 3A: Muestra británica

Estatus de los padres	Estatus del sujeto U	M	L
U....................	<u>588</u>	390.2	163.8
M....................	353.8	<u>714</u>	442.2
L....................	109.2	324.8	<u>411</u>

Tabla 3B: Muestra danesa

Estatus de los padres	Estatus del sujeto U	M	L
U....................	<u>685</u>	284.7	113.3
M....................	227.3	<u>348</u>	202.7
L....................	87.7	196.3	<u>246</u>

<u>Nota</u>: Los datos subrayados corresponden a las casillas en blanco cuando se calculaba el modelo de movilidad esperada para las casillas no vacías, es decir, para las no-diagonales. Estas frecuencias (datos subrayados) son las observadas.

se obtiene un valor $\chi^2 = 0.6$ para la muestra británica, y $\chi^2 = 0.8$ para la muestra danesa. Puesto que cada uno de estos estadísticos χ^2 tiene un grado de libertad bajo la hipótesis nula de movilidad cuasi-perfecta, deseamos saber cómo se ajustan las frecuencias observadas de estas muestras bajo la suposición de movilidad cuasi-perfecta.

Bajo la consideración de que la suposición de "movilidad cuasi-perfecta" es más realista que la usual de "perfecta movilidad", Goodman (1969b, p. 838) introduce un índice -índice de persistencia- que utiliza como estandard esta suposición más real.

3. Un índice de persistencia

Se ha indicado que en el Apéndice A1, Goodman, (1969b, p. 848) da un método para calcular las estimaciones $\hat{R}_j$ y $\hat{P}_i$ de los correspondientes parámetros R_j y P_i, bajo la suposición de movilidad cuasi-perfecta. Al aplicarlo a las muestras británica y danesa, se hallan los siguientes valores numéricos para $\hat{R}_1$, $\hat{R}_2$, y $\hat{R}_3$: 0.19, 0.57, y 0.24, respectivamente, para los datos británicos; y 0.24, 0.54, y 0.21, respectivamente, para los datos daneses. Ya que $\hat{R}_j$ estima la tendencia teórica de un individuo a pertenecer a la categoría estatus destino j (calculada a partir de las entradas en las casillas no-diagonales), parecería natural comparar $\hat{R}_j$ con la proporción observada $\hat{A}_j$ de los individuos que pertenecen a la categoría de estatus destino j respecto a aquéllos cuya categoría de estatus origen era j. Como el máximo valor posible de $\hat{A}_j$ es 1 (en el caso de persistencia completa), compararemos $\hat{A}_j-\hat{R}_j$ con $1-R_j$, obteniendo de esta forma el siguiente índice de persistencia(1):

---

(1) Existen otros términos para referirnos al índice de /...

$$\hat{G}_j = (\hat{A}_j - \hat{R}_j) / (1 - \hat{R}_j), \text{ para } j = 1, 2, 3 \quad (7)$$

La Tabla 4 presenta los valores numéricos del índi-

TABLA 4. Índice del grado en que el estatus de origen de un individuo persiste desde su origen hasta su destino, calculado para cada categoría de estatus de origen en las muestras británicas y danesa.

Categoría de estatus	Muestra británica	Muestra danesa
U	0.40	0.52
M	-0.22	-0.21
L	0.32	0.32

ce de persistencia $\hat{G}_j$ para las muestras británica y danesa. Recalcamos que:

a) $\hat{G}_j$ es negativo para cada categoría de estatus M, y positivo para las U y L, en ambas muestras;

b) $\hat{G}_j$ es mayor para la categoría de estatus U que para la L, en ambas muestras;

.../"persistencia", que en unos aspectos son preferibles y en otros no. En cualquier caso, el significado del índice es claro. Puesto que nuestros datos nos dan solamente las categorías de estatus origen y destino, no podemos (con dichos datos) medir o hacer inferencias acerca de los cambios de estatus que han podido tener lugar durante el período que va del "origen" de los individuos a su "destino". Naturalmente, el hecho de que un individuo presenta las mismas categorías de estatus origen y destino no implica que haya permanecido continuamente en dicha categoría, ya que una o más veces puede haber cambiado de estatus. Este índice de persistencia (Goodman, 1969b, p. 838) refleja un aspecto de las relaciones observadas entre ambos estatus.

c) $\hat{G}_j$ es mayor para la categoría de estatus U en la muestra danesa que en la británica, mientras que para las otras dos categorías de estatus los valores son aproximadamente iguales en ambas muestras.

El índice $\hat{G}_j$ mide la diferencia entre la proporción observada $\hat{A}_j$ y $\hat{R}_j$ relativa a la diferencia entre 1 y $\hat{R}_j$; se trata de un índice normado, ya que su máximo valor posible es 1. Si $\hat{R}_j$ es menor que una constante C, entonces, el mínimo valor posible del índice es $-C/(1-C)$.

Supongamos que π_{ij} significa la probabilidad de que el estatus destino de un individuo es j, dado que su estatus origen es i. A partir de esta definición de π_{ij} para la Tabla 3 x 3, vemos que

$$\sum_{j=1}^{3} \pi_{ij} = 1, \text{ para } i = 1, 2, 3. \qquad (8)$$

Goodman (1965c) había afirmado que la tesis de movilidad cuasi-perfecta para las casillas no-diagonales podía describirse mediante la anterior ecuación (4), o, de forma equivalente, por la siguiente ecuación:

$$\pi_{ij} = \begin{cases} A_i, \text{ para } i=j \\ (1-A_i)R_j/(1-R_i), \text{ para } i \neq j \end{cases} \qquad (9)$$

donde R_j es la tendencia teórica descrita previamente, y A_i es la probabilidad de que el estatus destino de un individuo sea i, dado que su estatus origen es también i. Escribiendo

$$G_j = (A_j - R_j)/(1-R_j) \qquad (10)$$

hallamos que la ecuación (9) puede transformarse en

$$\pi_{ij} = \begin{cases} G_i + (1 - G_i)R_i, \text{ para } i=j \\ (1 - G_i)R_j, \text{ para } i \neq j \end{cases} \qquad (11)$$

El índice dado $\hat{G}_j$ por la ecuación (7) es una estimación de G_j dado por la ecuación (10).

La ecuación (11) puede interpretarse como sigue (Goodman, 1969b, p. 839): Supongamos que la población de individuos que tienen un estatus origen i puede dividirse en dos grupos: "stayer" y "mover". Para un individuo en el grupo "stayer", la probabilidad de que su estatus destino sea el mismo que su estatus origen es 1 (1), y para un individuo en el grupo "mover", la probabilidad de que su estatus destino sea j (para j = 1, 2, 3), es R_j (2). Para la población de individuos que tienen un estatus origen i, G_i representa la proporción de ellos que se hallan en el grupo "stayer", y $1-G_i$ la proporción de los que están en el grupo "mover". Considerando ahora cada individuo de esta población (población de individuos con estatus origen i), hallamos que la probabilidad π_{ij} de que su estatus destino sea j puede describirse mediante la fórmula (11), la cual, puesto que se ha obtenido volviendo a escribir la (9) utilizando la definición de G_j dada por la (10), nos dice que la cantidad G_j definida

---

(1) Si el estatus destino para un individuo dado es el mismo que el estatus origen, no significa necesariamente que pertence al grupo "stayer" (a no ser que la probabilidad de ello sea 1).

(2) Para un "mover", la probabilidad R_j de que su estatus destino sea j no depende de su estatus origen (Blumen, Kogan & McCarthy, 1955; Goodman, 1961b).

por esta última fórmula puede interpretarse simplemente como la proporción de "stayers" entre los que tienen el estatus origen j (1). De forma semejante, el parámetro R_j, previamente definido, puede interpretarse como la probabilidad (para un "mover") de que su estatus destino sea j (para j = 1, 2, 3) (2).

El siguiente comentario (Goodman, 1969b, p. 839) nos proporciona una interpretación de G_j para el caso en que es negativo: es decir, cuando $A_j < R_j$; en este caso, si llamamos H_j al negativo de G_j,

$$H_j = -G_j \qquad (12)$$

la ecuación (11) se transforma en

$$\pi_{ij} = \begin{cases} R_i - H_i\,(1 - R_i), & \text{para } i=j \\ \\ (1 + H_i)\,R_j, & \text{para } i \neq j \end{cases} \qquad (13)$$

que puede interpretarse del siguiente modo: Para la población de individuos con estatus origen i, supongamos que su estatus destino se determina en dos etapas. En la primera, para un individuo de la población con estatus origen i, existe la probabilidad R_j de que su categoría de estatus sea j (para j = 1, 2, 3) (3). Después de este primer esta

---

(1) Habiendo dado una interpretación simple para G_j, la cantidad $\hat{G}_j$ definida por la fórmula (7) puede interpretarse de forma similar: proporción estimada de "stayers" entre los que tenían estatus origen j.

(2) Se puede comparar igualmente esta simple interpretación de R_j con la más complicada dada previamente sobre este parámetro. La estimación $\hat{R}_j$ puede interpretarse de forma similar.

(3) La probabilidad R_j de que su categoría de estatus sea j en la primera etapa no depende de su estatus origen.

dio, una proporción H_i de individuos cuyo estatus origen era i son "trasladados" (1), y, para cada uno de ellos, habrá la probabilidad R_j de que su estatus destino en la segunda etapa sea j (para j = 1, 2, 3) (2). Para cada individuo que no ha sido "trasladado" después de la primera etapa, su categoría de estatus en dicha etapa se convierte en su categoría de destino en la segunda etapa (3). Considerando ahora cada individuo que pertenece a un estatus origen i, hallamos que la fórmula (13) describe la probabilidad π_{ij} de que su estatus destino en la segunda etapa sea j; de este modo, la fórmula (13), que se obtenía a partir de la (11), y utilizando la definición de H_j dada por la (12), nos permite decir que la cantidad H_j puede ser interpretada simplemente como la proporción de aquellos in

(1) Si consideramos, por ejemplo, el estatus origen i=1, la proporción de individuos de la población en este estatus origen que se hallarán en la misma categoría de estatus en la primera etapa es R_1, y la proporción de los que se hallarán en diferente categoría de estatus también en la primera etapa es $R_2 + R_3 = 1 - R_1$. Los individuos reseñados anteriormente que han sido "trasladados" de la categoría de estatus i = 1 después de la primera etapa son elegidos de entre aquéllos cuyo estatus origen era i = 1, y cuya categoría de estatus en la primera etapa era igualmente i = 1.

(2) Si consideramos, por ejemplo, el estatus origen i = 1, para un individuo que ha sido "trasladado", existe la probabilidad R_1 de que su estatus destino en la segunda etapa sea i = 1, y la probabilidad $R_2 + R_3 = 1 - R_1$ de que su estatus destino sea $j \neq 1$.

(3) Considerando los individuos cuyo estatus origen era i, los que no han sido "trasladados" se incluyen en: a) aquéllos cuya categoría de estatus en la primera etapa difería de sus estatus de origen, y b) aquéllos en que coincidía, pero que no habían sido "trasladados".

dividuos en el estatus origen j que serán "trasladados" de categoría de estatus después de la primera etapa; esto sirve como interpretación de $-G_j$ cuando G_j es negativo.

Las dos etapas (y los conceptos relacionados con ellas) de este modelo pueden considerarse como abstracciones generalizadas (Goodman, 1969b, p. 840), y no necesitan ser consideradas como fenómenos específicos y concretos; en efecto, estas dos etapas se refieren a varios factores (psicológico, sociológico, genético, etc.) que pueden llevar a un decrecimiento en la oportunidad de que la categoría de estatus de un individuo sea la misma que la de sus padres.

De los dos modelos estadísticos descritos (el "mover-stayer" y el de dos etapas), cuando hay movilidad cuasi-perfecta en las casillas no-diagonales, el primero se ajustará a los datos para cada categoría de estatus origen j para la cual $\hat{G}_j$ es positiva, y el segundo se ajustará para cada categoría de estatus origen j cuando $\hat{G}_j$ sea negativa. Para las muestras británica y danesa (Tabla 2), el modelo "mover-stayer" es relevante para las categorías de estatus origen U y L, mientras que el modelo de dos etapas lo es para la categoría de estatus origen M.

Aunque los métodos expuestos se refieren al caso en que todas las casillas diagonales están en blanco (y hay movilidad cuasi-perfecta en las no-diagonales), pueden extenderse fácilmente al caso en que sólo lo están algunas de dichas casillas diagonales (y hay movilidad cuasi-perfecta en las casillas no vacías); ver Tablas 1A y 1B. Entonces, vemos que:

a) $\hat{R}_j$ debería calcularse utilizando los datos de las casillas que no están en blanco, y

b) para cualquier estatus origen para el cual las casillas diagonales no están en blanco, el valor numérico de la correspondiente $\hat{G}_j$ sería cero (o cerca de cero) si se diera movilidad cuasi-perfecta en las casillas que no están en blanco.

4. Comparación de distintos tipos de índices

La Tabla 5 compara el índice anterior con otros dos tipos de índices calculados para los datos británicos y da

TABLA 5. Comparación de tres tipos distintos de índices correspondientes a cada categoría de estatus en las muestras británica y danesa: 1) índice de persistencia $\hat{G}_j$, 2) índice de inmovilidad basado en la usual razón de movilidad, 3) índice de incertidumbre condicional.

Tabla 5A: Muestra británica

Categoría de estatus	Índice de persistencia	Índice de inmovilidad	Índice de incertidumbre
U	0.40	1.71	0.43
M	-0.22	1.16	0.46
L	0.32	1.67	0.43

Tabla 5B: Muestra danesa

Categoría de estatus	Índice de persistencia	Índice de inmovilidad	Índice de incertidumbre
U	0.52	1.51	0.38
M	-0.21	1.29	0.46
L	0.32	1.97	0.44

neses en la Tabla 2.

De acuerdo con Goodman (1969b, p. 841), discutiremos primeramente la comparación del índice de persistencia con el de inmovilidad basado en la usual razón de movilidad. Vemos en la Tabla que la persistencia es negativa para el estatus origen M en ambas muestras; es decir, que hay una tendencia al "éxodo" a partir del estatus origen M; el índice de inmovilidad para esta categoría de estatus es mayor. Por consiguiente (como en una discusión anterior acerca de las Tablas 1A y 1B), la impresión a que llegamos según el índice de inmovilidad es incompatible con la del índice de persistencia: el de inmovilidad no es capaz de detectar la persistencia negativa, ni la persistencia cero (1).

Consideremos ahora el índice de "incertidumbre condicional" sugerido por McFarland (1969) para el análisis de las tablas de movilidad (1). Para la población de individuos de categoría de estatus origen i, el índice de "incertidumbre condicional" H_i describe un aspecto de la distribución (π_{i1}, π_{i2}, π_{i3}) de estos individuos en las distintas categorías de estatus destino (j = 1, 2, 3), y este aspecto indica cuán diferente es esta distribución (en cierto sentido especial) de dos tipos particulares de distribuciones extremas:

---

(1) Este índice se basa en la teoría matemática de la información, desarrollada por Shannon (Shannon & Weaver, 1949). Los detalle para el cálculo del índice de incertidumbre condicional se hallan en un artículo de McFarland (1969); para evitar confusiones, Goodman (1969b) lo ha calculado utilizando logaritmos de base 10, según el propio McFarland.

a) la distribución uniforme (en la cual $\pi_{i1} = \pi_{i2} = \pi_{i3} = 1/3$) que describe la "máxima incertidumbre"

b) la distribución que describe la "mínima incertidumbre", en la cual uno de los tres π es 1, y los otros π son cero (es decir, $\pi_{i1} = 1$, y $\pi_{i2} = \pi_{i3} = 0$).

Se debería tener en cuenta que:

1º.- Este índice no distingue de ninguna forma entre la categoría de estatus destino que es la misma que la de estatus origen (es decir, la categoría de estatus j, con j=i), y las categorías de estatus destino que son distintas de las de estatus origen (es decir, las categorías de estatus j, con j i) (1).

2º.- El índice de "incertidumbre" puede dar el mismo valor numérico cuando es calculado para dos distribuciones que difieren una de la otra en aspectos importantes (por ejemplo, en el análisis de la tabla de movilidad, una distribución puede evidenciar persistencia positiva de estatus, y la otra persistencia negativa) (2).

3º.- Este índice no debe tener en cuenta las magnitudes de los totales marginales de columnas (es decir, la distribución de las categorías de estatus destino para los individuos sumarizados en la tabla de movilidad); por

---

(1) En otros términos, este índice no distingue entre las casillas diagonales y las no-diagonales; en cambio, sí lo hace el índice usual de inmovilidad, puesto que utiliza la razón de movilidad en las casillas diagonales para formar el índice; el de persistencia sí distingue.

(2) Las dos distribuciones pueden diferir en aspectos importantes, pero el valor de su índice será el mismo si cada una de ellas se aparta en la misma extensión de los dos tipos particulares de distribuciones extremas anteriormente descritos.

el contrario, el índice usual de inmovilidad y el de persistencia, sí las tienen en cuenta.

Después de estas tres reflexiones, no es sorprendente hallar situaciones en que la utilización del índice de "incertidumbre" es incompatible con la interpretación obtenida mediante el índice de persistencia.

Para comparar estos dos índices, acudamos a la Tabla 1B. Observemos que, aparte del exceso de individuos en la casilla (U,U), se da "movilidad perfecta"; en efecto:

a) hay persistencia de estatus del estatus origen U

b) no hay persistencia de estatus de los estatus origen M ó L.

Pero los valores numéricos del índice de "incertidumbre" para esta Tabla son 0.47, 0.44, y 0.44 para las categorías de estatus U, M, y L, respectivamente, indicando que la distribución de las categorías de estatus destino para aquéllos con estatus origen U se asemeja a una distribución uniforme más que las correspondientes distribuciones para aquéllos con estatus origen M ó L. Este índice no tiene en cuenta ni el hecho de que la distribución de $\widehat{R}_j$ (para $j = 1, 2, 3$) es muy diferente de la distribución uniforme en este caso, ni el que la distribución de los marginales de columna (esto es, la distribución de las categorías de estatus destino para los individuos sumarizados en la tabla de movilidad) es igualmente muy diferente de la distribución uniforme.

De esta forma, aplicando el índice de "incertidumbre" a la Tabla 1B, hallamos que la categoría de estatus destino es más "incierta" (en el sentido descrito previamente) para un individuo cuyo estatus origen es el U que para otro que puede ser el M ó L; pero también hemos visto que hay persistencia de estatus positiva del estatus origen U, y no persistencia del estatus origen M ó L. Estas comparaciones facilitan la comprensión de lo qué mide cada uno de estos índices (Pullum, 1970).

Con relación a los tres índices introducidos anteriormente por Goodman (1969a) -y que se hallan descritos en el capítulo XXV-, a saber: a) una forma modificada del índice usual de inmovilidad de estatus obtenido al reemplazar las usuales "frecuencias esperadas" por las entradas halladas en la "tabla modificada" en la cual las frecuencias esperadas son calculadas bajo la suposición de movilidad cuasi-perfecta; b) índice basado en las interacciones correspondientes al "estatus herencia intrínseco" de distintas categorías de estatus (la media geométrica era el anti-logaritmo de la interacción); y c) índice basado en la diferencia entre las frecuencias observadas y las entradas obtenidas en la "tabla modificada" (en donde las frecuencias esperadas se calculaban bajo la suposición de movilidad cuasi-perfecta) relativas al número total de individuos sumarizados en la tabla de movilidad, aunque estos tres índices sean diferentes del índice $\hat{G}_j$, todos utilizan el modelo de movilidad cuasi-perfecta.

Además, el índice $\hat{G}_j$ es asimétrico respecto a las clasificaciones en filas y columnas de la tabla (describe la persistencia desde el estatus origen hacia el estatus destino), mientras que los antes mencionados son simétricos. Aplicado a las muestras británica y danesa, la interpretación de los índices en Goodman (1969a) es compatible con la presente interpretación de $\hat{G}_j$.

5. Comparación de magnitudes del índice de persistencia

Habiendo calculado anteriormente el índice de persistencia $\hat{G}_j$ para las muestras británica y danesa, hallamos, por ejemplo, (Goodman, 1969b, p. 843) que la magnitud del índice era mayor para la categoría de estatus U que para la L, ésta mayor que para la M, y que el índice era negativo para la categoría de estatus M. Estas diferencias en magnitud, ¿son estadísticamente significativas?

Se ha visto que la hipótesis nula de movilidad cuasi-perfecta en las casillas no-diagonales podía expresarse mediante las ecuaciones (4), (9), ú (11). Para probar la hipótesis nula, se presentó la fórmula (6) con el fin de hallar el correspondiente estadístico χ^2, y se obtuvieron valores de 0.6 para la muestra británica, y de 0.8 para la muestra danesa, cada una con un grado de libertad. Veamos ahora cómo comparar estos valores con los correspondientes de la χ^2 hallados cuando la hipótesis nula a probar se refiere a que la magnitud de la persistencia G_j es la misma para $j = 1, 2, 3$ (es decir, que $G_j = G$, para $j = 1, 2, 3$).

Cuando $G_j = G$ para $j = 1, 2, 3$, entonces la ecuación (11) puede reemplazarse por

$$\Psi_{ij} = \begin{cases} G + (1 - G)\, R_i, & \text{para } i=j \\ (1 - G)\, R_j, & \text{para } i \neq j \end{cases} \qquad (14)$$

Goodman, en un artículo anterior (1964g), indicaba cómo probar la hipótesis nula descrita en la ecuación (14); se llevaba a cabo:

a) calculando la máxima probabilidad estimada $\hat{\pi}_{ij}$ de π_{ij} bajo la hipótesis nula (el cálculo de $\hat{\pi}_{ij}$ se describe de forma resumida en el Apéndice A2)

b) calculando la estimación $\hat{F}_{ij}$ de la "frecuencia esperada" en la casilla (i,j) de la tabla de movilidad (bajo la hipótesis nula), mediante la fórmula

$$\hat{F}_{ij} = f_{i.}\hat{\pi}_{ij} \qquad (15)$$

donde $f_{i.}$ es el número de individuos observados que tienen estatus origen i

c) comparando la frecuencia observada f_{ij} con la correspondiente "frecuencia esperada" $\hat{F}_{ij}$, utilizando el estadístico χ^2:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} (f_{ij} - \hat{F}_{ij})^2 / \hat{F}_{ij} \qquad (16)$$

con 3 x 1 = 3 grados de libertad (1).

Aplicando este método a los datos expuestos en la Tabla 2, obtenemos valores χ^2 de 137.3 y 135.3, respectivamente, para las muestras británica y danesa; en la Tabla 6 se hallan los correspondientes valores de $\hat{F}_{ij}$. De esta forma, la hipótesis nula expresada mediante la ecuación (14) se rechaza para ambas muestras.

Esta hipótesis nula difiere de la hipótesis nula

---

(1) f_{ij} son las nueve entradas en la tabla de movilidad 3 x 3 (antes de que cualesquiera de las entradas estén en blanco); y, similarmente, $f_{i.}$ de la fórmula (15) son los totales marginales de fila para esta tabla de movilidad. Se halla expuesto con mayor detalle en Goodman (1964g) y en el Apéndice A2.

de movilidad cuasi-perfecta para las casillas no-diagonales solamente en que G_j se supone igual para cada una (j= 1,2,3) según la primera -hipótesis nula descrita en la ecuación (14)-, mientras que ello no es necesario bajo la

TABLA 6. Modelo de movilidad esperada para las muestras de varones británicos y daneses cuando se supone que la magnitud de la persistencia de estatus es la misma para cada una de las tres categorías de origen.

Tabla 6A: Muestra británica

Estatus de los padres	Estatus del sujeto U	M	L
U.................	507.5	369.4	265.1
M.................	321.6	837.9	350.5
L.................	180.0	273.3	391.7

Tabla 6B: Muestra danesa

Estatus de los padres	Estatus del sujeto U	M	L
U.................	603.6	294.7	184.7
M.................	210.9	434.4	132.7
L.................	143.7	144.2	242.1

movilidad cuasi-perfecta -ecuación (11)-. Anteriormente, Goodman (1969b) afirmaba que la hipótesis nula de movilidad cuasi-perfecta se aceptaba para los datos británicos y daneses; bajo la suposición de que hay movilidad cuasi-perfecta en las casillas no-diagonales, podemos probar la hipótesis nula de que $G_j = G$ (para $j = 1, 2, 3$), calculando la diferencia entre el estadístico (16) (con sus 3 grados de libertad) y el correspondiente (6) (con su único grado de libertad) obtenido al probar la movilidad cuasi-perfecta. Esta diferencia será una distribución χ^2 asintótica con $3 - 1 = 2$ grados de libertad, bajo la hipótesis nula de que $G_j = G$ (para $j = 1, 2, 3$).

Aplicando este método a los datos de la Tabla 2, obtendremos valores χ^2 de $137.3 - 0.6 = 136.7$ para la muestra británica, y $135.3 - 0.8 = 134.4$ para la muestra danesa. Por consiguiente, la hipótesis nula de que $G_j = G$ (para $j = 1, 2, 3$) se rechazará para ambas muestras.

6. Índice de cantidad neta de persistencia

Para la tabla de movilidad británica 3 x 3, los valores numéricos del índice de persistencia pertenecientes a las tres categorías de estatus (0.40, -0.22, 0.32) nos dan un resumen de este aspecto de la movilidad social, e igualmente para la tabla de movilidad danesa. Para cada una de estas tablas de movilidad, podemos ver (Goodman, 1969b, p. 844) cómo se obtiene un único valor numérico que podemos utilizar como medida de la cantidad neta de persistencia de estatus en la tabla.

Se vio anteriormente que cuando el índice de persistencia $\hat{G}_j$ era positivo, podía interpretarse como una proporción estimada de "stayers" entre los que tenían un estatus origen j, y que cuando era negativo, el índice

-$\hat{G}_j$ podía interpretarse como la proporción estimada de aquéllos de estatus origen j que habían sido "trasladados" de su categoría de estatus después de la primera etapa. Vamos a considerar ahora (Goodman, 1969b, p. 844) un promedio ponderado $\hat{G}$ de $\hat{G}_j$, utilizando como pesos las proporciones de individuos en la tabla de movilidad que se hallan en las correspondientes categorías de estatus origen. En otras palabras,

$$\hat{G} = \sum_{i=1}^{3} p_{i.} \hat{G}_i \qquad (17)$$

donde $p_{i.}$ es la proporción de individuos en la fila i de la tabla de movilidad. Con la primera interpretación de $\hat{G}_j$, deducimos de la fórmula (17) que $\hat{G}$ puede ser interpretado como la proporción estimada de "stayers" en la población menos la proporción estimada de aquéllos que deberían ser "trasladados" de su categoría de estatus origen después de la primera etapa. Calculando dicho índice para las muestras británica y danesa, obtenemos $\hat{G} = 0.11$ y $\hat{G} = 0.24$, respectivamente.

El índice $\hat{G}$ -fórmula (17)- puede aplicarse cuando las magnitudes de la persistencia de estatus difieren en mucho para las diferentes categorías de estatus de origen, o cuando estas magnitudes son similares; también puede ser utilizado para estimar el parámetro G en la ecuación (14) cuando la hipótesis nula descrita por (14) se supone verdadera, pero el estadístico θ calculado en el Apéndice A2 es actualmente la mejor estimación del parámetro en la fórmula (14) en este caso especial.

Según Goodman (1969a),

$$\hat{G}' = \sum_{i=1}^{3} (f_{ii} - \hat{F}'_{ij}) / n \qquad (18)$$

donde n es el número total de individuos sumarizados en la tabla de movilidad, f_{ii} es la frecuencia observada en la casilla (i,i), y $\hat{F}'_{ii}$ es la entrada correspondiente en la "tabla modificada" (por ejemplo, Goodman, 1969a, p. 32, Tabla 17) en la cual las frecuencias esperadas están estimadas bajo la movilidad cuasi-perfecta.

Se cumple que

$$\hat{F}'_{ii} = n^{o}\hat{P}_i\hat{R}_i / \left[1 - \sum_{k=1}^{3} \hat{P}_k\hat{R}_k\right] \qquad (19)$$

donde n^{o} es el número total de individuos en las casillas no-diagonales de la tabla (1). Tenemos que $\hat{G}' = \hat{G}$; así, la fórmula (18) da una alternativa a la (17) para el cálculo del índice $\hat{G}$; y la interpretación de $\hat{G}$ se aplica igualmente al índice (18).

Hallamos también que

$$p_{i.}\hat{G}_i = (f_{ii} - \hat{F}'_{ii}) / n \qquad (21)$$

Llamando a esta cantidad $\hat{S}_i$, puede interpretarse como la proporción estimada de individuos en la población total que están "stayers" en la categoría de estatus i (cuando $\hat{S}_i > 0$), y $-\hat{S}_i$ como la proporción estimada de individuos en

---

(1) $\hat{F}'_{ii}$ puede calcularse también por una u otra de estas dos fórmulas alternativas:

$$\hat{F}'_{ii} = f^{o}_{i.}\ \hat{R}_i / (1 - \hat{R}_i)$$

ó

$$\hat{F}'_{ii} = f^{o}_{.i}\ \hat{P}_i / (1 - \hat{P}_i) \qquad (20)$$

donde $f^{o}_{i.}$ y $f^{o}_{.i}$ son los marginales para fila i y columna i, respectivamente (casillas diagonales vacías).

la población total que serían "trasladados" de la categoría de estatus i después de la primera etapa (cuando $\hat{S}_i <$ 0). Calculando $\hat{S}_i$ a partir de los datos de la Tabla 2, obtenemos 0.13, -0.10, y 0.08 para las categorías de estatus U, M, y L, respectivamente, en Bretaña, y 0.23, -0.07, y 0.07, respectivamente, en Dinamarca.

El índice $\hat{G}$ definido por la fórmula (17) puede utilizarse como una serie particular de pesos en el cálculo de la media ponderada. Pueden interesar igualmente otras series de pesos; por ejemplo (Goodman, 1969b, p. 845), el índice:

$$\hat{G}^* = \left[\sum_{i=1}^{3} p_{i.}(1-\hat{R}_i)\hat{G}_i\right] \Big/ \sum_{i=1}^{3} p_{i.}(1-\hat{R}_i) =$$

$$= \left[\sum_{i=1}^{3} (p_{ii}-p_{i.}\hat{R}_i)\right] \Big/ \left[1 - \sum_{i=1}^{3} p_{i.}\hat{R}_i\right] \qquad (22)$$

donde p_{ii} es la proporción de individuos en la tabla de movilidad que tienen a la vez estatus origen i y estatus destino i. Calculando $\hat{G}^*$ para las muestras británica y danesa, obtenemos $\hat{G}^* = 0.20$ y $\hat{G}^* = 0.30$, respectivamente. Dicho índice se relaciona, aunque de forma distinta, con otros introducidos por Goodman y otros autores(1).

---

(1) Pueden citarse los índices de Gini descritos en Goodman & Kruskal (1959), y el índice de consistencia, en Suzuki & Takahasi (1968) y en Suzuki (1968). Utilizan como estandard para comparaciones el modelo en el cual las clasificaciones en filas y columnas son independientes, mientras que aquí se toma el más real de "cuasi-independencia", en una forma u otra. Dichos índices miden "fiabilidad", "consistencia", o "concordancia".

7. Análisis de otras tablas de clasificación transversal que no sean 3 x 3.

Siguiendo a Goodman (1969b, p. 845), y con el fin de una mayor claridad, consideremos los datos de la Tabla 7, 5 x 5, obtenida al dividir la categoría de estatus U de la tabla 3 x 3 en dos categorías, y lo mismo la categoría de estatus L (Goodman, 1965c, 1969a), y referida a datos británicos (los cuales no han hecho posible la división de M en otras dos categorías).

TABLA 7. Clasificación transversal de una muestra de varones británicos de acuerdo con la categoría de estatus de cada sujeto (categoría de destino), y la de sus padres (categoría de origen).

Estatus de los padres	Estatus del sujeto 1	2	3	4	5
1	297	92	172	37	26
2	89	110	223	64	32
3	164	185	714	258	189
4	25	40	179	143	71
5	17	32	141	91	106

Con esta división más fina cabría esperar que la "persistencia de estatus" (en un sentido más general) pueda afectar no solamente al número de individuos que se hallan en la misma categoría de estatus que sus padres, sino también a los que se encuentran en una categoría de estatus adyacente a aquélla; en este caso probaremos la hipóte sis nula de "movilidad cuasi-perfecta" dejando en blanco en la Tabla 7 aquellos estatus de origen y destino que difieren en al menos una categoría de estatus. De esta forma, si quedan vacías las entradas correspondientes a 13 casillas (cinco de la diagonal principal y ocho de las subdiagonales adyacentes), se obtendría un valor $\chi^2 = 1.31$ para probar la hipótesis nula de "movilidad cuasi-perfecta" (para los individuos que no tienen las casillas en blanco). Puesto que hay trece casillas en blanco, el valor χ^2 tendrá 4 x 4 - 13 = 3 grados de libertad (Goodman, 1965c). Vemos, pues, que el modelo observado de frecuencias en las casillas que no están en blanco es congruente con la tesis de la existencia de movilidad cuasi-perfecta en aquellas casillas.

A partir de las casillas de la Tabla 7 que no están en blanco, las "tendencias teóricas" R_j (para j = 1, 2, 3) pueden estimarse mediante métodos presentados por Goodman (1963, 1964a, 1965c), que aplicados aquí (dejando en blanco aquellos individuos cuyo estatus origen y destino difieren en al menos una categoría de estatus), dan las siguientes estimaciones: $\hat{R}_1 = 0.07$, $\hat{R}_2 = 0.13$, $\hat{R}_3 = 0.58$, $\hat{R}_4 = 0.14$, $\hat{R}_5 = 0.08$. Los valores correspondientes del índice de persistencia $\hat{G}_j$ (para j = 1, 2, ..., 5) están expuestos en la segunda columna de la Tabla 8.

En la Tabla 7, en que se subdividieron las categorías de estatus U y L de la Tabla 2 en las 1-2 y 4-5, respectivamente, podríamos esperar que sólo fuera necesario dejar en blanco las cuatro casillas del extremo superior izquierdo -es decir, las (1,1), (1,2), (2,1), (2,2)-, las cuatro del extremo inferior derecho -las (4,4), (4,5),

TABLA 8. Índice del grado en que el estatus origen de un individuo persiste desde su origen hasta su destino, calculado para cada categoría de estatus origen en la muestra británica, utilizando dos métodos distintos: A) dejando en blanco las trece casillas de la diagonal principal y subdiagonales adyacentes, y B) dejando en blanco las nueve casillas de que consta las cinco casillas diagonales y las (1,2), (2,1), (4,5) y (5,4).

Categoría de estatus	Índice de persistencia Calculado por Método A	Calculado por Método B
1	0.44	0.43
2	0.10	0.12
3	-0.27	-0.22
4	0.20	0.20
5	0.21	0.20

(5,4), (5,5)-, y la casilla del centro -la (3,3)-. Se obtendría el valor $\chi^2 = 7.86$ (con 4 x 4 - 9 = 7 grados de libertad) para probar la hipótesis nula de movilidad cuasi-perfecta cuando están en blanco las nueve casillas últimamente reseñadas. Vemos, pues, que los datos de las casillas que no están en blanco son congruentes con la tesis de que se da movilidad cuasi-perfecta en dichas casillas.

Entre ambos métodos, el B tiene la ventaja de que se dejan en blanco menos observaciones, mientras que el A presenta también la ventaja de que el valor de χ^2 es algo menor en términos relativos (al comparar los valores χ^2 observados, debe tenerse en cuenta la diferencia entre sus grados de libertad).

Siguiendo el método B (Tabla 8), se obtienen las siguientes estimaciones de las "tendencias teóricas" R_j (para j = 1, 2, ..., 5): $\hat{R}_1 = 0.09$, $\hat{R}_2 = 0.11$, $\hat{R}_3 = 0.57$, $\hat{R}_4 = 0.14$, $\hat{R}_5 = 0.10$, y los correspondientes valores del índice de persistencia $\hat{G}_j$ (para j = 1, 2, ..., 5) aparecen en la Tabla 8.

Los resultados numéricos obtenidos son muy similares para ambos métodos, y hay que tener presente que si se hubiera dejado en blanco una serie inapropiada de casillas en la tabla de clasificación transversal 5 x 5 (por ejemplo, si sólo se hubieran dejado vacías las cinco casillas diagonales de la Tabla 7), entonces los resultados serían completamente distintos (y equivocados). La no adecuación de dejar en blanco sólo las casillas diagonales es consecuencia de la división más fina en cinco estatus (Tabla 7) (1); de lo contrario, no habría movilidad cuasi-perfecta en las casillas no-diagonales de esta Tabla (2).

---

(1) Conviene recordar que la "persistencia de estatus" (en sentido general) va de la categoría de estatus origen a la misma o adyacentes categorías de estatus destino. Otras formas de considerar esta Tabla confirman la inadecuación de dejar en blanco solamente las casillas diagonales.

(2) Esto podría comprobarse mediante un examen a simple vista de la Tabla 7. En efecto, según Goodman (1965c), el modelo de "movilidad cuasi-perfecta" para una serie dada de casillas (como las no-diagonales) implica, entre otras cosas, que se da "movilidad perfecta" en la población para cada subtabla rectangular (o cuadrada) que puede formarse a partir de esta serie de casillas. Por consiguinete, "movilidad cuasi-perfecta" para las casillas no-diagonales de la Tabla 7 implicaría que habría "movilidad perfecta" para la población en, por ejemplo, la subtabla 2 x 2 correspondiente a las casillas

/...

Para un estatus origen i, si la única categoría de estatus destino en blanco es j=i, entonces la interpretación de $\hat{G}_i$ en términos de los modelos "mover-stayer" y modelo de dos etapas (presentados anteriormente) puede aplicarse también. Por otra parte, y considerando un estatus origen dado i, si las categorías de estatus destino en blanco son j=1 y algunos otros valores de j, puede considerarse entonces una forma modificada de $\hat{G}_i$ (Goodman, 1969b, p. 847):

$$\hat{D}_i = (\hat{B}_i - \hat{T}_i) / (1 - \hat{T}_i) \qquad (23)$$

donde $\hat{B}_i$ es la proporción observada de individuos en las categorías de estatus destino que están en blanco entre aquéllos cuyo estatus origen era i, y $\hat{T}_i$ es la suma de los $\hat{R}_j$ para los valores de j correspondientes a las categorías de estatus destino que están en blanco. El índice $\hat{D}_i$ puede ser interpretado como la proporción de "stayers" entre aquéllos con estatus origen i, y donde por "stayers" se incluye a todos los individuos que han estado en alguna de las categorías de estatus destino en blanco (1). A pesar de que el índice $\hat{G}_i$ calculado a partir de la ecuación (7) no tiene una interpretación similar (en términos de los modelos "mover-stayer" y de dos etapas), excepto cuando

---

.../ (1,2), (1,4), (5,2), (5,4) de la Tabla 7, la subtabla 2 x 2 correspondiente a las casillas (2,1), (2,5), (4, 1), (4,5) de la Tabla, etc.; pero esta implicación está contradicha por los datos (Goodman, 1965c; McFarland, 1968; Pullum, 1970).

(1) Si $\hat{D}_i$ es negativo, se obtendría una interpretación de $-\hat{D}_i$ por extensión del modelo de dos etapas (más bien que del modelo "mover-stayer").

la única categoría de estatus destino en blanco es $j=i$, este índice es todavía significativo como medida de la diferencia entre $\hat{A}_i$ y $\hat{R}_i$ respecto a la diferencia $1 - \hat{R}_i$.

APÉNDICES

A1. Cómo probar la movilidad cuasi-perfecta en las casillas no-diagonales

Goodman (1969b, p. 848) describe, de forma resumida, el cálculo de la cantidad $\hat{F}^o_{ij}$ utilizado en la fórmula (6), así como $\hat{R}_j$ y $\hat{P}_i$.

Consideremos una tabla de movilidad K x K (para las clasificaciones de las Tablas 1 y 2, $K = 3$, y para la de la Tabla 7, $K = 5$). En primer lugar, se deben reemplazar las entradas en las K casillas diagonales de la tabla de movilidad por ceros; y, para la tabla así obtenida, $f^o_{i.}$ y $f^o_{.j}$ significan los totales marginales para la fila i ($i= 1, 2, ..., K$- y la columna j ($j=1, 2, ..., k$), respectivamente.

Se calcularán dos series de cantidades (U_1, U_2, ..., U_K) y (V_1, V_2, ..., V_K), las cuales se utilizarán posteriormente para obtener $\hat{R}_j$, $\hat{P}_i$, y $\hat{F}^o_{ij}$. U_i (para $i = 1, 2, ..., K$) y V_j (para $j = 1, 2, ..., K$) se hallarán mediante el siguiente procedimiento iterativo:

Como primer paso, tomar

$$U^o_i = f^o_{i.} \quad (\text{para } i = 1, 2, ..., K) \tag{24}$$

En el paso 2m, considerar

$$V_j^{2m-1} = f^o_{.j} / \left[U_.^{2m-2} - U_j^{2m-2} \right] \quad (25)$$

(para j = 1, 2, ..., K)

donde $U_.^{2m} = \sum_{i=1}^{K} U_i^{2m}$

En el paso (2m+1), siendo m = 1, 2, ..., tomar

$$U_i^{2m} = f^o_{i.} / \left[V_.^{2m-1} - V_i^{2m-1} \right] \quad (26)$$

(para i = 1, 2, ..., K)

siendo $V_.^{2m-1} = \sum_{j=1}^{K} V_j^{2m-1}$

Los pasos iterativos continúan para m = 1, 2, ..., hasta obtener la precisión deseada.

Entonces, las cantidades $\hat{P}_i$, $\hat{R}_j$, y $\hat{F}^o_{ij}$ se calculan de la siguiente forma:

$$\hat{P}_i = U_i / \sum_{k=1}^{K} U_k \quad \text{(para i = 1, 2, ..., K)} \quad (27)$$

$$\hat{R}_j = V_j / \sum_{k=1}^{K} V_k \quad \text{(para j = 1, 2, ..., K)} \quad (28)$$

$$\hat{F}^o_{ij} = U_i V_j \quad \text{(para } i \neq j\text{)} \quad (29)$$

donde U_i y V_j simbolizan las cantidades halladas al completarse el proceso iterativo anterior.

Estos métodos son convenientes cuando las casillas diagonales están en blanco y hay que probar la "movilidad cuasi-perfecta" ("cuasi-independencia") en las casillas no-diagonales. Pueden extenderse también al caso en que estén vacías algunas otras series específicas de casillas y haya que probar la "cuasi-independencia" en las casillas que no estén en blanco; e igualmente si la tabla de clasificación transversal R x C no tiene igual número R de filas que el número C de columnas (Goodman, 1963, 1964a, 1968) (1).

A2. <u>Cómo probar la hipótesis de que la magnitud del índice de persistencia G_j es la misma para las categorías estatus $j = 1, 2, \ldots, K$</u>

Debe calcularse $\hat{H}_{ij}$, que se precisa en la fórmula (15) para hallar $\hat{F}_{ij}$, que, a su vez, se utilizará en la (16).

Vamos a considerar una tabla de clasificación trans

---

(1) El método descrito en Goodman (1968) utiliza un punto de partida para el proceso iterativo que, en algunos casos, es ligeramente diferente al presentado por el mismo en artículos anteriores. Con dicho punto de partida, era más fácil probar que los valores de P_i y R_j que se habían calculado a partir de las cantidades obtenidas por el proceso iterativo convergían hacia estimaciones numéricas apropiadas (cuando las entradas que no estaban en blanco en la tabla eran positivas). Sin embargo, debería tenerse en cuenta, con dicho punto de partida mencionado, que es igualmente posible probar que el proceso iterativo según Goodman (1963, 1964a) presenta también esta deseable catacterística (Haberman, 1969). Los criterios para decidir cuando se completa el proceso iterativo para la precisión deseada se basan en los valores numéricos de $\hat{P}_i$ y/ó $\hat{R}_j$ (ó de $\hat{F}^o_{ij}$), calculados en varios momentos del proceso.

versal K x K, donde f_{ij} simboliza la frecuencia observada en la casilla (i,j) de la tabla. Primero se calculará una serie de K cantidades (y_1, y_2, ..., y_K), las cuales se utilizarán posteriormente para hallar $\hat{\pi}_{ij}$. El valor y_j (para j = 1, 2, ..., K) se obtiene como solución de la siguiente serie de K ecuaciones lineales:

$$y_j c_j + \sum_{i \neq j} y_i (b_j - a_i) = b_j \qquad (30)$$

(para j = 1, 2, ..., K)

donde las constantes a_i, b_j, y c_j en dichas ecuaciones se definen como sigue:

$$a_i = f^2_{i.}/f_{ii} \qquad (31)$$

$$b_j = \sum_{i \neq j} a_i \qquad (32)$$

$$c_j = b_j - a_j + \sum_{i=1}^{K} f^2_{i.}/f_{ij} \qquad (33)$$

y el símbolo $\sum_{i \neq j}$ significa la suma de todos los valores de i (i = 1, 2, ..., K) excepto i=j. Resuelto el sistema de K ecuaciones lineales (30) para obtener los valores y_j (para j = 1, 2, ..., K), podemos utilizar éstos en el primer paso del proceso iterativo.

En este primer paso, tomar

$$x_j^{(1)} = y_j \qquad \text{(para } j = 1, 2, \ldots, K) \qquad (34)$$

y

$$\theta^{(1)} = 1 - \sum_{j=1}^{K} y_j \tag{35}$$

En el paso m (m = 2, 3, ...),

$$\theta x_j^{(m)} = \left\{ s_j \theta^{(m-1)} - \left[x_j^{(m-1)} \right]^2 \right\} / \left[\theta^{(m-1)} - p_{.j} \right] \tag{36}$$

y

$$\theta^{(m)} = 1 - \sum_{j=1}^{K} x_j^{(m)} \tag{37}$$

con las constantes s_j y $p_{.j}$ definidas por

$$s_j = (f_{.j} - f_{jj})/n \tag{38}$$

y

$$p_{.j} = f_{.j}/n \tag{39}$$

donde $f_{.j}$ es el total marginal en la columna j, y n es el número total de observaciones umarizadas en la tabla de movilidad.

Los pasos iterativos continúan para m = 2, 3, ..., hasta obtener la precisión deseada.

Si θ y x_j significan las cantidades hallladas cuando se ha completado el proceso iterativo, $\hat{\pi}_{ij}$, que se utiliza en la fórmula (15), se calcula:

$$\hat{\pi}_{ij} = \begin{cases} \theta + x_i & \text{para } j=i \\ x_j & \text{para } j \quad i \end{cases} \tag{40}$$

Aunque el proceso iterativo es necesario para cal cular la máxima probabilidad estimada $\hat{\pi}_{ij}$ de π_{ij} en este contexto, es igualmente posible aplicar la teoría estadística para obtener alguna justificación (cuando el tamaño n de la muestra es grande) para el uso de determinados tipos de estimaciones de π_{ij} que no requieren cálculos iterativos. Por ejemplo, considerando la estimación $\hat{\pi}_{ij}$ de π_{ij}, que se halla al reemplazar θ y x_j de la fórmula (40) por $\theta^{(1)}$ y $x_j^{(1)}$, respectivamente (es decir, por los valores particulares (35) y (34) hallados en el primer paso antes de realizarse el primer paso del proceso iterativo), algunas de las propiedades de esta estimación de π_{ij} serán similares a las de la máxima probabilidad estimada cuando el tamaño de la muestra es grande (Goodman, 1964g).

SEXTA PARTE:

DISCUSIÓN DE DIVERSOS MODELOS DE MOVILIDAD SOCIAL

Desde el capítulo XXVII al XXXIII inclusive se describen, estudian y analizan una serie de modelos -primordialmente matemáticos- que intentan estudiar la movilidad social a través de un enfoque convencional por parte de sus distintos autores y coautores, a los que, además, se ha ordenado cronológicamente, a fin de quedar patente la trayectoria seguida y la posible en el futuro, que si hasta ahora ha sido valiosa, viene obligada de aquí en adelante a aportar nuevas claves fecundas que lleven a un total esclarecimiento de las incógnitas presentes.

Capítulo XXVII

CAUSA Y EFECTO EN LAS TABLAS DE MOVILIDAD SOCIAL: MODELO DE WHITE

CAUSA Y EFECTO EN LAS TABLAS DE MOVILIDAD SOCIAL: MODELO DE WHITE.-

Los datos de movilidad social obtenidos en múltiples muestras se presentan en clasificaciones transversales de acuerdo con el estatus ocupacional de padres e hijos. Los individuos de cualquier estrato tienen mayor probabilidad de pertenecer a él (suponiendo que es el mismo que el de sus padres) que la oportunidad que les pudiera ofrecer el azar, siendo mayor la desviación para los estratos privilegiados que para los no privilegiados. Cuando los estratos se definen en términos de prestigio, las razones de movilidad se apartan de una característica regular. La razón de movilidad de un estrato más alto a otro más bajo es normalmente parecida a la razón de movilidad ascendente entre estos dos mismos estratos.

La composición social de su entorno inicial modela las ambiciones e información de cada hijo. Habrán clases sociales que impidan un desplazamiento ascendente o descendente en cuanto a la ocupación de sus hijos, mientras que otras lo fomentarán; además, las oportunidades y el azar juegan un papel muy importante. Es poco sistemático el conocimiento que se posee (cuantitativamente) de cómo estos procesos encauzan de diferentes formas la vida de los individuos. En cualquier caso, sería difícil predecir las entradas en una tabla de movilidad a partir de tal conocimiento, puesto que, además, el curso de la vida de un individuo está restringido indirectamente por el de otras personas de su población.

Las razones observadas de movilidad sumarizan los sesgos en un gigantesco proceso de distribución, como es la asignación de una ocupación a millones de hijos (individuos). El número de asignaciones concebibles en una población es astronómico, pero determinadas restricciones sociales en el desarrollo de la carrera de los individuos implica que algunas de estas asignaciones son menos probables que otras.

Detrás de todo ello, late la esperanza de que las razones de movilidad inter-estratos puedan ser parsimoniosamente explicadas como el efecto indirecto de las asignaciones aleatorias de ocupaciones para la mayor parte de la población y de ciertas transiciones para el resto de dicha población (White, 1963). Las frecuencias fijadas en la elección de transiciones inter-estratos implican la exclusión de todas las clases de asignaciones lógicamente posibles del total de la población. Las frecuencias relativas de las asignaciones permitidas de varias clases están influídas a causa de coacciones que producen desviaciones de las frecuencias esperadas de todas las transiciones a partir de sus perspectivas de oportunidad. Si las posibles selecciones de las transiciones fijadas, excepto una, predicen las frecuencias observadas para todas las transiciones, entonces, las restricciones sociales respecto a la frecuencia de estas transiciones elegidas, pueden considerarse como la causa de todas las desigualdades en oportunidades de movilidad.

1. Modelo general

White (1963, p. 15) imagina una tabla enorme con P filas y P columnas: una fila reservada para cada adulto varón en la población, y una columna reservada para cada ocupación. Cada asignación de la población a las ocupaciones se representa por una serie de P entradas en las P^2 intersecciones, es decir, exactamente una entrada en cada fila y en cada columna. Por tanto, son posibles P! series diferentes; de forma equivalente, podemos decir que hay P! permutaciones de P individuos entre las P ocupaciones, correspondiendo cada permutación a una serie de entradas; tal tabla se denomina frecuentmente un cuadrado de permutación (Riordan, 1958).

Supongamos que las filas están agrupadas de acuerdo con el prestigio de las ocupaciones de los padres de estos individuos, y las columnas de acuerdo con el prestigio de "sus" ocupaciones, de forma que las filas superiores y las columnas de más a la izquierda correspondan al estrato más alto, y así sucesivamente.

Si n_{ij} es el número de entradas en la casilla formada por la intersección de la fila del estrato i-ésimo y de la columna del estrato j-ésimo, y s es el número de estratos,

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{s} n_{ij} = P \qquad (1)$$

y las s^2 casillas corresponden a las de la tabla de movilidad inter-generacional.

Si $n_{i.} = \sum_{j=1}^{s} n_{ij}$ es el número total de entradas en las casillas de un estrato-fila y $n_{.j}$ en un estrato-columna, suponemos que esta serie de 2s totales marginales son parámetros fijos del modelo, al cual le corresponderán $(s-1)^2$ grados de libertad. El número de entradas esperadas en cualquier casilla es:

$$E_o(n_{ij}) = \frac{n_{i.}n_{.j}}{P} \qquad (2)$$

con la suposición de que todas las P! asignaciones son igualmente probables. Ésta es la expectancia de oportunidad para una tabla de contingencia.

Se define la razón de n_{ij} respecto a su valor esperado $E_o(n_{ij})$ como R_{ij}^2. Especificar el tamaño de la entrada en una casilla es equivalente a especificar la proporción de individuos de un estrato-fila que consiguen ocupaciones en un estrato-columna, puesto que los totales marginales de fila y columna son fijos. La proporción esperada de personas de cualquier estrato-fila i que llegan al j es $n_{.j}/n$. Por lo tanto.

$$\frac{n_{ij}}{n_{i.}} \Big/ E_o\left(\frac{n_{ij}}{n_{i.}}\right) = n_{ij} \Big/ E_o(n_{ij}) \equiv R_{ij} \qquad (3)$$

R_{ij} puede ser interpretado también como la razón de la proporción observada a la esperada de ocupaciones en el estrato j ocupadas por individuos procedentes del estrato i.

Si la herencia ocupacional es una fuerte tradición en el estrato i, el número de entradas n_{ii} en la casilla para este estrato en la diagonal principal de la tabla será mayor que el que esperaríamos por azar. Pueden observarse los tres tipos de desviación en una muestra de datos respecto a la expectancia de oportunidades.

La idea central del modelo es muy simple: quizá un tipo de desviación implica los otros, pero no inversamente. La formulación que contiene las suposiciones menos arbitrarias y conduce a los cálculos más simples es como sigue (White, 1963): Se designa un cierto grupo de casillas en la tabla, por ejemplo las diagonales, como casillas restringidas, cada una con una entrada fija; suponemos que

1. Ninguna de las P! asignaciones de individuos a las ocupaciones en las cuales el número de entradas en cualquier casilla restringida (i,j) difiere de c_{ij} es fijada.

2. Todas las asignaciones en las que cada una de las casillas restringidas tiene su propio número de entradas c_{ij}, es igualmente probable de ocurrir; dichas asignaciones pueden ser denominadas permutaciones restringidas (Riordan, 1958).

Luego calcular el número esperado de entradas en cada una de las casillas no está restringido. Si estos números esperados están de acuerdo con los datos, podemos decir que las desviaciones de las entradas en las casillas restringidas de las expectancias de oportunidad son suficientes para explicar las desviaciones observadas. Esto es, el resultado esperado de una asignación al azar de la población a las ocupaciones predice las entradas observadas si las únicas asignaciones admitidas son las que igualan los datos en las casillas clave. En determinado sentido, esta aproximación es, desde un punto de vista formal, una generalización del uso de las probabilidades condicionales.

Las inmensas influencias del fondo social en el curso de los individuos se suponen borradas en conjunto para la mayoría de las combinaciones del estrato inicial con el final; las desviaciones de las entradas respecto a las expectaciones al azar para las casillas que representan tales combinaciones no reflejan la influencia directa de los sesgos en la estructura social; reflejan el azar restringido por las presiones sociales, las cuales, en conjunto, fijan directamente las oportunidades de movilidad solamente para las combinaciones restantes que permanecen en los estratos inicial y final.

El procedimiento es claro: Se fijan las entradas en una serie de casillas en la tabla de movilidad y se ve si las entradas predichas en otras casillas se ajustan a las observadas; se repite el proceso hasta que todas las series razonables de casillas restringidas se hayan probado; se entiende por serie razonable un grupo de casillas para las cuales hay evidente independencia de presiones sistemáticas del entorno que fijan las frecuencias de estas transiciones entre los estratos ocupacionales; por ejemplo, habrían presiones limitadas para con la herencia ocupacional entre hijos de personas pertenecientes a estratos altos, es decir, de la casilla (1,1).

Si más de una serie de casillas, cuando se han fijado, dan buenas predicciones para las otras entradas en la tabla, el modelo está indeterminado. Las casillas mayores y más numerosas que deben ser fijadas para obtener un ajuste adecuado en otras casillas, tienen el menor poder predictivo. La separación negras-blancas de casillas en las absolutamente fijas y no fijas puede parecer innecesariamente arbitraria, y no es usual, pero presenta la gran ventaja de que los parámetros pueden estar directamente identificados en términos de procesos observables.

No hay salida para las predicciones formuladas para otras entradas en una tabla con casillas fijas; sólo los valores esperados necesitan ser predichos porque la variancia será despreciable. Incluso para una población pequeña, el número de asignaciones de individuos a ocupaciones con entradas especificadas en la serie de casillas libres disminuye rápidamente, tal como una o más de las entradas se desvían de sus valores esperados.

Puede existir gran variedad de interpretaciones respecto a la fijación de una entrada de casilla. En un modelo que se ajusta a los datos, la entrada n_{s1} en el extremo inferior izquierdo puede ser fijada tal que, por ejemplo, la proporción de individuos del estrato más bajo (que era el de sus padres) que llegan al más alto es el 50 % de la expectancia de oportunidades; quizá una fracción de los muchachos del estrato más bajo se convertirán en profesionales, pero no lograrán ocupaciones en el estrato más alto; la fracción elegida puede ser una con coeficientes intelectuales por encima de 150, en una sociedad en que todos los chicos altamente privilegiados intelectualmente tengan la ayuda necesaria del estado para la subvención de sus estudios, y en este caso tendrán unas oportunidades especiales que no todos pueden disfrutar.

Las fuerzas económicas y la fertilidad diferencial se supone que han fijado los tamaños relativos de los totales de filas $n_{i.}$; es menos real la suposición de que se hayan fijado los totales marginales de columnas $n_{.j}$ independientemente de $n_{i.}$ y de cualquier presión de movilidad social. El modelo afirma que las fuerzas económicas exógenas determinan qué ocupaciones existen, pero sin ajustar la estructura de éstas a la composición de las clases sociales y a las ambiciones de la nueva generación (1). El desempleo es ignorado, ya que se toma la última ocupación de cada individuo para determinar el estrato de su prestigio ocupacional.

Puede parecer ridículo tratar todas las asignaciones de ocupaciones a la población de la misma forma, dadas las restricciones conocidas de movilidad geográfica a causa de trabajos de "fuerza"; podrían construirse modelos separados para cada mercado de trabajo local y los términos de interacción introducidos, derivando un modelo para la sociedad global. A partir de análisis más detallados parece que tales refinamientos darían diferencias en las conclusiones, más que en el modelo agregado; las entradas en las casillas que se fijan según estos valores en el modelo nacional reflejarían en parte las similaridades y diferencias entre las distintas regiones en cuanto a la movilidad social.

Una forma semejante de artificialidad es la implicación de que la generación de los padres sea reemplazada por individuos que estén trabajando actualmente. Un modelo más real analizaría la asignación de ocupaciones a cada conjunto de jóvenes que inician una de ellas, revisable

---

(1) Los modelos combinatoriales propuestos por White (1963) son el inverso de los modelos de movilidad de las cadenas de Markov (Prais, 1955a), en donde $(R_{ij} n_{.j})$ se toman como probabilidades de transición fijas para predecir la evolución de las distribuciones marginales en sucesivas generaciones.

anualmente, y considerando por separado las interacciones entre los cursos de diferentes grupos (White, 1963).

2. Valores esperados

El número esperado de entradas en una casilla libre es la suma del producto de cada número posible en las casillas reguladas por la razón del número de permutaciones restringicas con el número de individuos de dichas casilla dividido por el número total de permutaciones restringidas. Es posible una simplificación. En una casilla fija (i,j) hay varios ordenamientos distintos del número fijo de entradas c_{ij} correspondientes a varias asignaciones de series diferentes de c_{ij} individuos en un estrato-fila a series diferentes de ocupaciones c_{ij} en un estrato-columna. Para cada ordenamiento de las c_{ij} entradas, el número predicho de ellas en una casilla libre es el mismo; de aquí que el número de estos ordenamientos no necesita calcularse. Reduce las dimensiones en los estratos fila y columna en los cuales se halla una casilla fija por el número de individuos c_{ij} fijo en esta casilla; y se repite para las otras casillas fijas. Entonces, los números esperados en las casillas libres en la tabla original son los mismos que los esperados en las casillas correspondientes de la tabla reducida, con entradas nulas en las casillas correspondientes a las casillas fijas originales. El número total de permitaciones permitidas en la tabla reducida es, naturalmente, menor que para la tabla original, pero las distintas razones son las mismas.

El número esperado de entradas en una casilla libre se calcula por el mismo procedimiento que para la tabla original; es simplemente el producto del número de individuos de la fila en que se halla una casilla dada en la tabla reducida, por la misma dimensión de la columna, respecto al número total de permutaciones restringidas en la tabla reducida, restada del número total de permutaciones restringidas en una clasificación transversal de p-1 individuos, con las mismas casillas fijas cero, pero con las dimensiones de fila y columna de la casilla dada reducidas a la unidad.

El problema matemático se reduce a hallar una fórmula para el número de permutaciones de p individuos en lugar de cero individuos en las casillas especificadas de la clasificación transversal de p individuos mediante varias categorías iniciales y finales de tamaño fijo relativo. Las dos principales aproximaciones son: a) contar tales permutaciones directamente; ó b) contándolas indirectamente aplicando el principio de inclusión y exclusión en la formulación polinomial desarrollada para permutaciones restringidas en la teoría de la combinatoria (Riordan, 1958). White (1963, p. 18 y ss.) desarrolla estas aproximaciones y los métodos para hallar las entradas de máxima probabilidad, aplicándolo después posteriormente a muestras británica y danesa extraídas respectivamente por Glass (1953) y Svalastoga (1959), y que son mencionadas repetidamente a lo largo de esta Tesis.

Capítulo XXVIII

MODELO LINEAL DE MOVILIDAD SOCIAL: ALGUNAS CONSIDERACIONES DE MATRAS

MODELO LINEAL DE MOVILIDAD SOCIAL: ALGUNAS CONSIDERACIONES DE MATRAS (1).-

Sabemos la gran relación existente entre movilidad social y estructura social, y una de las principales razones -quizá la principal- del progreso en su estudio metodológico ha sido el intento de representar estas relaciones en forma de un modelo matemático y analizar algunas de las implicaciones de tales representaciones. Matras (1967) considera la ecuación matricial donde una serie de razones de movilidad o probabilidadede transición se representan como una transformación que incluye un vector representación de la estructura social en un tiempo inicial en otro nuevo vector representación de la estructura social en un tiempo posterior.

La ecuación matricial representación de las relaciones entre la estructura social y la movilidad social fue sugerida independientemente por Prais (1955a, 1955b) y Blumen, Kogan & McCarthy (1955). En este modelo, la estructura inicial de una población por categorías de clase social, ocupacional, industrial, o residencial, en un tiempo inicial, sea tiempo 0, se representa por un vector fila $\alpha_0 = (a_1, a_2, \ldots, a_i, \ldots, a_n)$ de proporciones a_i, de la de la población en las respectivas clases o categorías ($i = 1, 2, \ldots, n$), las cuales son, a su vez, exhaustivas y mutuamente exclusivas ($\sum_1 a_i = 1$). La serie de razones de movilidad o probabilidades de transición, p_{ij}, de un individuo en la

---

(1) Matras (1967) evita cuidadosamente el término "cadena de Markov", llevando a cabo la misma matriz de operaciones con la denominación de "modelo lineal".

población en la que se halla inicialmente (en el tiempo t=0, o al principio del primer intervalo en cuestión) ~~y~~ en la categoría i, en la categoría j, y al final del primer intervalo (en el tiempo t=1), para una matriz n x n, es

$$M = \left[p_{ij} \right] \quad \text{donde } (i,j = 1, 2, \ldots, n) \text{ y } \sum_i p_{ij} = 1$$

La estructura de la población según la clase social, ocupacional, industrial, o residencial, al final del intervalo en cuestión (tiempo t=1), se representa por un segundo vector $\alpha_1 = (a'_1, a'_2, \ldots, a'_i, \ldots, a'_n)$ de proporciones a'_i de la población en las respectivas categorías.

La representación de las relaciones entre la estructura social y la movilidad social (Matras, 1960) es, entonces, la ecuación matricial

$$\alpha_o M = \alpha_1 \qquad (1)$$

Muchos de los conceptos y medidas utilizadas en el estudio de la movilidad social, como "movilidad de élite", "herencia ocupacional", "corrientes migratorias", o "índice de asociación", están fácilmente expresados en términos de los elementos a_i, a'_i, ó p_{ij} de la ecuación matricial (1). Este modelo ha sido frecuentemente citado como "modela de la cadena de Markov" de la movilidad social: los análisis de Prais (1955a, 1955b) se refieren a los parámetros de los patrones de movilidad social intergeneracional representados como matrices de probabilidad de transición de la cadena de Markov, mientras que Blumen, Kogan & McCarthy (1955) buscan averiguar la extensión en que los patrones de movilidad industrial intrageneracional se adecúan o se desvían de las cadenas de Markov. Pero la ecuación matricial representación de las relaciones antes citadas es un interesante y sugestivo modelo que no tiene en cuenta si el patrón de razones de movilidad representado por $M = [p_{ij}]$ <u>es</u> o <u>no</u> supuesto (o hallado) conforme en el tiempo con una cadena de Markov. Indiferentemente de las suposiciones de ausencia o suposiciones referentes a M, la ecuación matricial (1) tiene una representación de una estructura social inicial α_o, transformada en una estructura social nueva o alterada, α_1, mediante la operación de un proceso de movilidad social, $M = [p_{ij}]$:

1. <u>Relaciones entre la movilidad social y la estructura social</u>

Matras (1967) señala las siguientes:

1) La movilidad social puede estar asociada con la estabilidad o el cambio en la estructura social; donde

$$\alpha_o M = \alpha_1 \qquad y \qquad M \neq I$$

podemos tener $\alpha_1 = \alpha_o$ ó $\alpha_1 \neq \alpha_o$ (I significa matriz identidad).

2) Distintos patrones de movilidad social pueden estar asociados con el mismo cambio en la estructura social. De esta forma, aunque $\alpha_o M = \alpha_1$, también es posible $\alpha_o A = \alpha_1$, $\alpha_o B = \alpha_1$, etc., donde A, B, M, ..., son diferentes (Matras, 1961).

3) El volumen de movilidad total o de cualquier combinación de tipos específicos o corrientes de movilidad es función a la vez de la estructura social inicial

(los elementos a_i de α_0) y del patrón de movilidad (las probabilidades de transición p_{ij}) (Matras, 1960).

4) Es posible y útil caracterizar patrones de movilidad social, M_1, M_2, ..., M_ν, en términos de parámetros que son independientes de las respectivas estructuras sociales iniciales en relación con las observadas. Las dos formas en que esto puede lograrse son, en primer lugar, la utilización de una estructura social inicial "estandard", sea α_s, y la caracterización del volumen del total o de las combinaciones de tipos específicos de movilidad bajo las condiciones $\alpha_s M_1$, $\alpha_s M_2$, ..., $\alpha_s M_\nu$, respectivamente (Duncan, 1966), y, en segundo lugar, la aplicación de la teoría de las cadenas de Markov para derivar asintóticamente los parámetros "estado de equilibrio" o "estado estacionario" de los patrones de movilidad M_1, M_2, ..., M_ν (Matras, 1960).

5) Los análisis anteriores pueden llevarnos a mostrar que los patrones de movilidad social tienen propiedades que, por una parte, son independientes de las estructuras sociales iniciales en asociación con las que se han observado, y, por otra, nos ofrecen importantes consecuencias en términos de los cambios en la estructura social, y en la naturaleza y columen de la movilidad social que generan (Matras, 1960).

6) Se presentan dos tipos distintos de problemas de movilidad social en relación con la estructura social (Matras, 1961) a partir de la ecuación (1):

- la naturaleza del proceso de movilidad tal como está afectado, influenciado, o circunscrito por la estructura social cambiante. En este tipo, el foco está en M ó sobre sus elementos, p_{ij}, como variable dependiente, con las estructuras sociales iniciales y subsecuentes α_o y α_1, como variable independiente.

- las implicaciones del proceso de movilidad, o de la operación del proceso de movilidad sobre una estructura social inicial específica. En este tipo, el foco está sobre α_1 ó sus elementos, a'_j, como variables dependientes, con la estructura social inicial y el proceso de movilidad social, α_o, y M, como variables independientes.

7) Con respecto al primero de los dos tipos presentados de problemas, se sigue de la relación 2) que los cambios específicos en la estructura social no especifican completamente por sí mismos el proceso de movilidad; es decir, dados α_o, α_1, no hay un único M tal que $\alpha_o M = \alpha_1$. Por otra parte, los cambios específicos en una estructura social inicial no circunscriben el proceso de movilidad social al menos en algunos aspectos (Matras, 1961).

8) El segundo tipo de problema reseñado en 6), el análisis de las implicaciones socio-estructurales y consecuencias de los procesos de movilidad, ha recibido poca atención sistemática. Sin embargo, la operación de un particular proceso de movilidad sobre una estructura social inicial dada especifica completamente una estructura social subsecuente resultante. Realmente, cualesquiera series dadas de sucesivos procesos de movilidad que tienen lugar a lo largo de alguna serie de sucesivos intervalos de tiempo igualmente especifican sólo algunas estructuras sociales últimas (Matras, 1961); es decir, dados α_o y M, es posible deducir α_1; y dados α_o y unas series, M_1, M_2,

..., M_k, de procesos de movilidad social que operan sucesivamente en los siguientes k intervalos de tiempo, es posible, en general, deducir

$$\alpha_k = \alpha_o M_1 M_2 \dots M_k = \alpha_o \prod_{\nu=1}^{k} M_\nu \qquad (2)$$

9) El rendimiento en los cálculos de la ecuación (2), y la comparación de las estructuras sociales deducidas y actual en el tiempo t=k, indican que es útil particionar las poblaciones o sociedades y estudiar los distintos procesos de movilidad que operan sobre partes separadas de la población (Blumen, Kogan & McCarthy, 1955; Goodman, 1961b).

10) El cambio en la estructura social trae consigo a la vez crecimiento diferencial de las distintas categorías sociales y movilidad social, dos procesos que pueden ser vistos y representados separadamente , e investigados separada o conjuntamente, de la forma

$$\alpha_o D_F M = \alpha_1 \qquad (3)$$

donde D_F es una matriz diagonal que representa el crecimiento diferencial de las distintas categorías sociales, y M es la matriz de las probabilidades de transición o razones de movilidad a lo largo de las diferentes categorías sociales (Matras, 1961).

11) La inmovilidad social completa puede darse sólo bajo condiciones muy extremas y desemejantes. De la ecuación (3) anterior puede verse que la inmovilidad (M = I) puede implicar que no hay crecimiento diferencial de las distintas categorías sociales ni cambio en la estructura

social (α_1 necesariamente $= \alpha_0$), o que hay crecimiento diferencial de las diferentes categorías sociales, y que el cambio en la estructura social se da <u>exclusivamente</u> como consecuencia de tal crecimiento diferencial. Este último implica, a su vez, la extinción eventual y desaparición de ciertas categorías sociales, o, de otro modo, las agudas fluctuaciones de los patrones de crecimiento diferencial a lo largo de sucesivos períodos de tiempo (Matras, 1961).

12) Cuando el patrón de movilidad social, M_1, es visto como variable dependiente, la ecuación (2) nos muestra que, dados cambios en la estructura social, α_0 y α_1, en combinación con un crecimiento diferencial dado, D_F, esto trae consigo cantidades <u>mínimas</u> y tipos o direcciones de movilidad social, donde la mínima proporción móvil es igual a $1/2 \sum_i |a_i - a'_i|$; ésta se denomina frecuentemente movilidad "estructural" o "estructuralmente inducida" (Sibley, 1942; Kahl, 1957; Matras, 1961; Yasuda, 1964; Duncan, 1966). La residual (diferencia entre la movilidad social "total" y "estructural") puede derivarse; en ocasiones se denomina movilidad "de cambio". La extensión del "cambio" varía entre los diferentes países menos que la de la movilidad "estructural" (Matras, 1961).

2. <u>Direcciones adicionales y posibles variantes del modelo lineal</u>

Considerando separadamente los dos tipos de problemas de movilidad social en relación con la estructura social, en los cuales el proceso de movilidad social y la es tructura social respectivamente son las variables dependientes, podemos anotar algunas direcciones generales para posteriores análisis en relación a la ecuación matricial que es representación de estas relaciones. Contemplando primero el problema de deducir o estimar los elementos del proceso de movilidad social, p_{ij}, dada la naturaleza de las estructuras sociales inicial y subsecuente (transformada), α_0 y α_1, respectivamente, parece claro que la formulación o imposición de condiciones adicionales o principios que gobiernen el proceso de movilidad social debe operar o imponer restricciones adicionales o límites en las magnitudes de elementos o parámetros de la matriz de transición desconocida, M; es decir, "encerrarse" en la matriz.

Existe un intento muy interesante de resolver M por referencia a otra información, conocimiento, o hipótesis referente a la movilidad, y es la representación por Carlsson (1958) de un proceso de movilidad intergeneracional como una matriz producto que implica: a) el acceso diferencial a las oportunidades educacionales de todos los hijos de padres de varias clases sociales, simbolizado por una matriz de transición, E; y b) el acceso diferencial de personas de diferentes niveles de logro educacional a las distintas clases de estatus ocupacional, representado por una segunda matriz de transición, F. Entonces, la matriz de movilidad social es

$$M = EF \qquad (4)$$

donde las matrices E y F son conocidas (Carlsson, 1958).

Otro procedimiento para la estimación de M, matriz de movilidad intergeneracional, mediante la petición de in formación o principios en adición a los conocidos α_o y α_1, fue derivado por White (1963) y Goodman (1965c) como consecuencia de: a) algunas proporciones específicas conocidas o cantidades de "herencia ocupacional" intergeneracional; y b) colocación aleatoria de todos los hijos del resto de las posiciones ocupacionales; es decir, no "heredadas" ocupacionalmente.

Estas tentativas pueden aplicarse mucho más generalmente, con varios tipos de información, hipótesis, o generalizaciones empíricas aplicadas. Así, en relación con el conocimiento de α_o y α_1, podríamos especificar o limitar las entradas de las matrices de movilidad social, M. Por ejemplo, la suposición de que cualquier individuo está más próximo a permanecer en la categoría de estatus social u ocupacional de sus padres (o en la suya inicial) que a moverse hacia otra categoría, y otra suposición de que la probabilidad de estar en o entrar en un estatus social u ocupacional dado es más alta para los hijos de los padres que se hallan en esta categoría de estatus (o para personas que inicialmente se hallaban en esta categoría) que para los de otras, se expresa por las condiciones

$$p_{ii} \geq p_{ij} \quad \text{para todo } i,\ j \neq i$$

$$\text{y} \qquad (5)$$

$$p_{ii} \geq p_{ki} \quad \text{para todo } i,\ k \neq i$$

además de las restricciones usuales de la ecuación matricial de transición,

$$\sum_i p_{ij} = 1 \ \text{ para todo } i; \text{ y } \quad \sum_i a_i p_{ij} = a'_j \ \text{ para todo } j$$

$$(6) \qquad\qquad\qquad\qquad (7)$$

donde a_i son elementos de α_o; a'_j son elementos de α_1; y p_{ij} son probabilidades de transición de M.

Estas ecuaciones y desigualdades simultáneas (5), (6) y (7), pueden resolverse, por ejemplo, mediante una adecuada rutina de computador, dando los límites más altos y más bajos para las entradas p_{ij} de la matriz de movilidad social M. Alternativamente, si se ordenan las categorías sociales u ocupacionales, la suposición más fuerte de razones de movilidad o probabilidades de transición es que son más pequeñas que la mayor diferencia entre los órdenes de las categorías en cuestión; es decir, la mayor distancia de la diagonal principal en la matriz M, impone las condiciones

$$p_{ij} \geq p_{i'j'} \quad \text{para todo } i,j,i',j' \text{ tales que } |i-j| \leq |i'-j'| \tag{8}$$

De nuevo, las ecuaciones y desigualdades simultáneas (6), (7) y (8), pueden resolverse dando límites para p_{ij}; pueden imponerse otros tipos de condiciones, como "máxima distancia media", "mínima distancia media", condiciones de volúmenes de movimiento "máxima" o "mínima" a lo largo de la matriz del proceso de movilidad M.

Considerando ahora (Matras, 1967, p. 612) el problema de planeamiento, análisis o predicción de los cambios en la estructura social a lo largo del tiempo asociado con un proceso dado de movilidad social, M, operando sobre una estructura social inicial especificada, α_o, podemos evocar que, en la ecuación (1), la estructura social α_o, y la serie dada de razones de movilidad o probabilida des de transición, M, especifica completa y únicamente la estructura social subsiguiente α_1. De forma similar, la estructura α_1 y el proceso de movilidad que ocurrirá en el siguiente intervalo, representado por una matriz M_1, especifican completa y únicamente la siguiente nueva estructura α_2. En general, las relaciones entre la estructura social y los procesos de movilidad social que tienen lugar durante k sucesivos intervalos, vienen dados por la ecuación (2)

$$\alpha_o M_1 M_2 M_3 \ldots M_{k-1} M_k = \alpha_k$$

Lo que nos preguntamos en este tipo de problema, es la naturaleza de las relaciones entre las sucesivas matrices $M_1, M_2, \ldots, M_{k-1}, M_k$, en la ecuación (2).

La suposición de la cadena de Markov es de que la matriz de movilidad social M no cambia a lo largo de los sucesivos intervalos de tiempo; es decir, $M_1 = M_2 = M_3 = \ldots = M_k = M$, de donde

$$\alpha_o M^k = \alpha_k \qquad (9)$$

siendo M^k la matriz de transición original originada con el peso k.

La suposición de la ecuación (9) de que los movimientos en cualquier intervalo dado son independientes de los precedentes o de cualquier intervalo previo puede variarse de dos formas al menos: particionando la población en móviles ("mover") y no móviles (stayer") (Blumen, Kogan & McCarthy, 1955; Goodman, 1961b), o utilizando un modelo de cadena de Markov de segundo (o más alto) orden en lugar de la usual de primer orden (Goodman, 1962).

No sería menos razonable, sin embargo, suponer que, en cualquier intervalo dado, el proceso de movilidad social <u>es</u> dependiente de la estructura social en el inicio del intervalo (Duncan, 1966); es decir, que

$$M_{\vartheta} = g\,(\alpha_{\vartheta-1}) \qquad (10)$$

Si la función g se fija para los intervalos $\vartheta = 1, 2, \ldots, k$, entonces, la estructura social inicial α_o y las relaciones entre el proceso de movilidad social y la estructura social, g, determinan la estructura social en cualquier tiempo subsiguiente; es decir,

$$\alpha_k = \alpha_{k-1} M_k = \alpha_{k-1}\left\{g(\alpha_{k-1})\right\} = \alpha_o\left\{g^{(k)}(\alpha_o)\right\} \qquad (11)$$

donde

$$g^{(1)}(\alpha_o) = g(\alpha_o)M_1$$

$$g^{(2)}(\alpha_o) = g(\alpha_o)g(\alpha_o g(\alpha_o)) = M_1 M_2$$

$$\ldots$$

$$g^{(k)}(\alpha_o) = M_1 M_2 M_3 \ldots M_{k-1} M_k$$

Pueden aportarse consideraciones teóricas o empíricas referidas a determinar la naturaleza o forma de las relaciones "g". Por ejemplo, una teoría "de punto de partida" o de "estados de desarrollo" implicaría patrones de movilidad más o menos estables en sucesivos intervalos hasta hallar alguna proporción particular o combinación de proporciones de intensidad de trabajo es grupos ocupacionales o sectores industriales específicos; después se buscan otros nuevos patrones de movilidad que operen en diferentes "estados" o tipos específicos de estructura, y así sucesivamente. Alternativamente, una teoría de cambio de estructura social, y, por tanto, la estructura del consumo y la demanda puede relacionar la movilidad industrial y ocupacional a la estructura social. Un procedimiento basado empíricamente puede asociar procesos de movilidad, M_a, M_b, M_c, ..., en diferentes sociedades, en las cuales se observaban estructuras sociales iniciales α_a, α_b, α_c, ..., etc., y la serie

$$g(\alpha_a) = M_a; \quad g(\alpha_b) = M_b; \quad \text{etc.}$$

Para cualquier sociedad dada, la predicción del proceso de movilidad en el intervalo ν-ésimo, M_ν, supone la comparación de estructuras sociales en el tiempo $t = \nu - 1$; es decir, comparando $\alpha_{\nu-1}$ con las estructuras del modelo α_a, α_b, α_c, ..., etc., y eligiendo el correspondiente proceso de movilidad $M_u = g(\alpha_u)$, tal que $(\alpha_{\nu-1} - \alpha_u)$, que es la diferencia entre el actual $(\nu - 1)$ y las estructuras válidas del modelo, se minimice.

3. Un modelo de movilidad social, crecimiento de población y estructura social cambiante

En la usual ecuación matricial representación de la movilidad social y la estructura social cambiante -ecuación (1)- parece claro que, si α_0 y α_1 representan la misma intensidad de trabajo en el tiempo 0 y tiempo 1, respectivamente, o si α_1 representa la estructura social de una muestra de hijos, y α_0 la de sus padres, entonces la ecuación $\alpha_0 M = \alpha_1$ es una representación real de una estructura social, y la forma en la cual el cambio en la estructura social está relacionado con el proceso de movilidad social representado por la matriz M. Por otra parte, la ecuación es muy corta para ser una descripción real de las actuales sociedades o poblaciones. Duncan (1966) ha mostrado que, si y_0 significa la estructura social de una sociedad o población en el tiempo t=0, y y_1 la de la misma sociedad o población en el tiempo t=1, entonces, aunque formuláramos alguna transformación T, tal que

$$y_0 T = y_1$$

de hecho, ninguno de los modelos de la forma $\alpha_0 M = \alpha_1$ es una aproximación adecuada o real de $y_0 T = y_1$. Por ello, si tratamos, por ejemplo, con la movilidad intergeneracional, y tomamos $\alpha_1 = y_1$, entonces ordinariamente $\alpha_0 \neq y_0$; o si tomamos $\alpha_0 = y_0$, entonces generalmente $\alpha_1 \neq y_1$; y, en cualquier suceso, $M \neq T$. Duncan (1966) señala que el cambio de y_0 a y_1 ocurre por crecimiento diferencial de la población y, conjuntamente, por la movilidad social; es decir, que T es un proceso socio-demográfico más que estrictamente de movilidad social. Lo que se requiere, entonces, es una representación de T, el proceso socio-demográfico de la sociedad de y_0 a y_1 cuando y_0 y y_1 son las estructuras sociales actuales más que muestras de sub-poblaciones cerradas.

Una representación de tal proceso socio-demográfico viene sugerida por el modelo lineal empleado por Keyfitz para llevar a cabo proyecciones de la población utilizando computador electrónico (Keyfitz, 1964a, 1964b; Keyfitz

& Murphy, 1964). El modelo de Keyfitz proyecta la población femenina, empezando primero con la población inicial clasificada por grupos de edad, es decir, $W_o = (w_1, w_2, \ldots, w_i, \ldots, w_n)$; las probabilidades de que una mujer, en el grupo de edad i-ésimo, sobreviva, es decir, $s(i)$, y de que una mujer, en el grupo también de edad i-ésimo, tenga una hija, es decir, $f(i)$, en un intervalo dentro de la matriz de proyección, es

$$P = \begin{bmatrix} f_{(1)} & s_{(1)} & 0 & 0 & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\ f_{(2)} & 0 & s_{(2)} & 0 & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\ f_{(3)} & 0 & 0 & s_{(3)} & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ f_{(i)} & 0 & \cdot & & & s_{(i)} & \cdot & 0 \\ \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ f_{(n-1)} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & s_{(n-1)} \\ f_{(n)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{(n)} \end{bmatrix}$$

y el tamaño y edades de la población femenina vienen dados por una distribución al fin del intervalo,

$$W_oP = W_1 \qquad (12)$$

Podemos adaptar el modelo de proyección de Keyfitz a una población maxulina clasificada por edad y por clase o categoría social u ocupacional, considerando, en un intervalo dado, si sobrevive o no, si tiene hijos o no, y si cambia o no de clase social u ocupacional.

Consideremos que

- w_{ij} representa el número de varones en el grupo de edad i y en la categoría de clase social u ocupacional j, en el tiempo t=0;

- $s_{ijj'}$ es la razón de los varones del grupo de edad i y de la clase social j que sobreviven y se hallan en la clase social j' al fin de un intervalo, es decir, t=1.

- f_{ij} es la razón de los varones del grupo de edad i y de la clase social j al principio del intervalo que tienen hijos que sobreviven al final del intervalo.

Si tenemos, pues, n grupos de edad y m clases sociales, entonces la estructura socio-demográfica de la población en el tiempo t=0, puede representarse, y_o, mediante un vector o una matriz (1 x nm),

$$y_o = (w_{11}, \ldots, w_{1m}, w_{21}, \ldots, w_{2m}, \ldots, w_{ij}, \ldots, w_{n1}, \ldots, w_{nm})$$

y el proceso socio-demográfico que transforma la estructura social, T, puede estar representado por una matriz nm x nm, representada en la página siguiente, y donde la ecuación

$$y_o T = y_1 \qquad (13)$$

describe el cambio en la estructura social, y_o a y_1, afectado por la fertilidad diferencial y por la mortalidad y movilidad social conjuntamente.

$$
T = \begin{bmatrix}
f_{11} & 0 & 0 & s_{111} & s_{11j'} & s_{11m} & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & f_{1j} & 0 & s_{1j1} & s_{1jj'} & s_{1jm} & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & f_{1m} & s_{1m1} & s_{1mj'} & s_{1mm} & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\
f_{i1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & s_{i11} & s_{i1j'} & s_{i1m} & \cdot & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & f_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & s_{ij1} & s_{ijj'} & s_{ijm} & \cdot & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & f_{im} & 0 & 0 & 0 & \cdot & s_{im1} & s_{imj'} & s_{1mm} & \cdot & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\
f_{n1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & s_{n11} & s_{nij'} & s_{n1} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \\
0 & f_{nj} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & s_{nj1} & s_{njj'} & s_{nj} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \\
0 & 0 & f_{nm} & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & s_{nm1} & s_{nmj'} & s_{nm}
\end{bmatrix}
$$

Prácticamente sería necesario hacer algunas suposi ciones que simplificaran algunos aspectos relativos a la movilidad; podrían derivarse también (Matras, 1967) algunas frómulas que relacionaran la movilidad de los padres con la de sus hijos; y, finalmente, otras suposiciones podrían referirse a las edades diferenciales de enrrada en la ocupación laboral, o del paso del estatus de hijos al de padres, o el logro del propio estatus, representado por S_{ijj}.

La aplicación de este modelo a los datos actuales implicaría variaciones e improvisaciones. Si los modelos lineales han contribuido genuinamente al entendimiento de las relaciones entre la movilidad social y la estructura social, un intento de aplicarlos (como este último modelo complejo demográfico de movilidad) nuevamente podría hacernos realidad alguna promesa de más descubrimientos en el campo de dichas relaciones.

Capítulo XXIX

MODELO ESTOCÁSTICO DE MOVILIDAD SOCIAL

MODELO ESTOCÁSTICO DE MOVILIDAD SOCIAL.-

Espacio, tiempo y movimiento son conceptos inextricablemente relacionados (Whitrow, 1961; Margenau, 1950); en la descripción de uno de ellos deben involucrarse los otros dos, al menos implícitamente. Puesto que la movilidad, al menos en su forma más esquemática, es justamente movimiento a través de un espacio, su análisis debe incluir claramente un componente temporal; estudiar la movilidad es estudiar una trayectoria de puntos, en donde cada punto representa la situación de un elemento en un espacio y en un instante en el tiempo.

En este sentido del término, el análisis de la movilidad es simplemente el estudiom de forma empírica y abstracta, de familias de funciones temporales. Tales funciones relacionan medidas de localización en uh espacio. Si una función temporal tiene que representar la movilidad social, la información que la condiciona es críticamente importante y debe estar circunscrita en el tiempo por sí misma; ello es debido a que la movilidad social es un proceso histórico en un sentido más profundo que el de su medida en el tiempo. La movilidad social, se puede suponer con seguridad, indica que el lugar donde un individuo está hoy depende de donde estaba ayer, así como ciertas características de su trayectoria (cada trayectoria representa su movimiento a través del tiempo en un espacio). Por consiguiente, la información condicionante de la función de movilidad describe alguna porción importante de la primera historia del elemento, del propio sistema social, o de ambos.

A un nivel convenientemente abstracto, entonces, las teorías sobre la movilidad social son similares a las de funciones temporales, y virtualmente desde el punto desde el punto de vista de su intercambiabilidad. A pesar de ello, la literatura sobre movilidad ha sido bastante menor que la de funciones de tiempo; solamente en los últimos años los sociólogos han tomado seriamente en consideración tales funciones en sus estudios de movilidad y cambio.

Algunos presagios de cambio en el análisis sociológico de la movilidad aparecieron aproximadamente hace veintidós años. En 1954, Anderson propuso una clase de funciones temporales para el análisis de actitudes políticas cambiantes; Anderson utilizó funciones de procesos estocásticos conocidos como cadenas de Markov para representar cambios en las preferencias políticas en un panel de "votantes" (1). Un año después, Blumen, Kogan & McCarthy (1955) publicaban el mayor estudio sobre movilidad industrial en América utilizando la misma forma de función temporal.

Más recientemente, esta familia de funciones temporales se había utilizado para caracterizar diversos fenómenos, tales como conformidad de la conducta en el experimento de Asch (Cohen, 1963), patrones de emigración humana (Ter Heide, 1963; De cani, 1961), de reproducción humana (Perrin & Sheps, 1964), y movilidad ocupacional intergeneracional (Hodge, 1966).

---

(1) Un repaso adecuado lue llevado a cabo por Kemeny & Snell,(1960), Feller (1957) y Parzen (1962). Desde este punto, McGinnis (1968) considera sólo medidas discretas de tiempo y series de estados "denumerables".

Todos estos estudios pueden tomarse como evidencia del vigoroso desarrollo en teoría sociológica, a pesar de que aún se han estudiado pocas de estas funciones temporales y se han detectado algunos fallos; en cada caso, se ha aplicado la teoría de la cadena de Markov, pero sin probarse que siempre sea una buena representación de los fenómenos sociales. La razón de este defecto radica en el hecho de que a la cadena de Markov le falta el necesario detalle para representar cuidadosamente los fenómenos sociales sometidos a estudio. El "modelo de movilidad de Cornell" (McGinnis, 1968, p. 713) utiliza una forma más elaborada de la cadena de Markov que puede reducir el defecto mencionado.

Con el fin de caracterizar dicho modelo y contrastarlo con la cadena de Markov, McGinnis (1968) considera útil revisar la estructura de axiomas de éste último y evaluarlas como pertenecientes a la movilidad social.

1. <u>Cadenas de Markov y movilidad social</u>

Un proceso de Markov es una función de probabilidad estocástica, o dependiente del tiempo, que está caracterizada por una serie de estados (que podemos considerar finitos) $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_m\}$; una distribución de probabilidad a lo largo de los estados de cada tiempo t, $B(t) = [b_1(t), \ldots, b_m(t)]$; y una matriz cuadrada m x m $P(t) = [p_{ij}(t)]$. El número $b_i(t)$ es real, no negativo y sujeto a $\sum_1 b_i(t) = 1$, para todo t. De aquí, se interpreta como la probabilidad de que un elemento, x, se halla en el estado s_i en el tiempo t,

$$b_i(t) = \Pr\left\{x(t) \in s_i\right\}$$

El típico elemento P(t) también es real y no negativo, pero sujeto a $\sum_j P_{ij}(t) = 1$. De esta forma, $P_{ij}(t)$ es interpretable como la probabilidad <u>condicional</u> de que un elemento en el estado j en el tiempo t que se hallaba en el estado i en el tiempo t-1,

$$P_{ij}(t) = \Pr\left\{x(t) \in s_j \mid x(t-1) \in s_i\right\}$$

Tal estructura se llama matriz de transición o estocástica.

El proceso de Markov está caracterizado, y se distingue de otros procesos estocásticos, por el siguiente <u>axioma</u>:

Un proceso estocástico es un proceso Markov

$$\Pr\left\{X(t) = s_j \mid X(t-1) = s_i\right\} =$$

$$\Pr\left\{X(t) = s_j \mid X(t-1) = s_i \text{ y } \mathcal{Y}(t-k)\right\} \qquad (1)$$

donde k = 2, 3, ..., t y $\mathcal{Y}(t-k)$ es cualquier información adicional condicionante acerca de la previa historia de X.

Esto es, un proceso de Markov es cualquier proceso estocástico tal que el resultado en el tiempo t depende del correspondiente al tiempo t-1 y no de lo que ocurrió en cualquier punto anterior de tiempo. Por esta razón, el proceso Markov se ha llamado en ocasiones proceso de dependencia en un paso.

Como cualquier suposición útil que simplifica, la condición (1) tiene un saldo. Si definimos

$$P^{(n)}_{(t)} = \left[p^{(n)}_{ij}(t) \right] \quad \text{donde}$$

$$p^{(n)}_{ij}(t) = \Pr\left\{ x(t) \in s_j \middle| x(t-n) \in s_i \right\} \qquad (2)$$

$$n = 1,\ 2,\ \ldots,\ t$$

entonces $P^{(n)}_{(t)}$ puede ser interpretado como una matriz de n pasos de probabilidades de transición cuyo elemento típico $p^{(n)}_{ij}(t)$ es la probabilidad de ir desde s_i en el tiempo t-n al s_j en el tiempo t.

Luego, se sigue de (1) y del teorema de las ocurrencias conjuntas de eventos estadísticamente independientes (Feller, 1957, p. 115) que, para cualquier proceso Markov,

$$P^{(n)}_{(t)} = \prod_{k=t-n+1}^{t} P_{(k)} \quad \text{donde } n \leq t \qquad (3)$$

Puesto que el vector distribución de probabilidades es cualquier proceso estocástico, puede expresarse como

$$B(t) = B(t-1)\,P(t) \qquad (4)$$

el producto del vector en t-1 y la matriz de transición en t; se sigue que

$$B(t) = B(t-n)\,P^{(n)}_{(t)} \qquad (5)$$

En particular, el vector distribución en t es justamente el producto del vector inicial y la secuencia de las matrices de transición:

$$B(t) = B(0) \prod_{k=1}^{t} P_{(k)}$$

Una <u>cadena de Markov</u> es una posterior simplificación de un proceso Markov dada por el siguiente <u>axioma</u>:

Una cadena de Markov es cualquier proceso Markov con matriz de transición P(t), tal que, para alguna matriz estocástica P

$$P(t) = P, \quad \text{todo } t \tag{6}$$

de forma que P es independiente y constante en el tiempo. Se deduce inmediatamente que, para cualquier cadena de Markov

$$P^{(n)}_{(t)} = P^{n} \tag{7}$$

es el peso n-ésimo de P.

De (6) se deduce una gran variedad de consecuencias formales. En realidad, las propiedades de las cadenas de Markov son tantas y complejas que la mayor parte de la investigación publicada en procesos Markov está restringida a estas subclases de cadenas. Y ello ocurre desafortunadamente para los sociólogos, en que muchos de sus datos son intrínsecamente estocásticos, ya que las condiciones de la cadena de Markov no se corresponden bien con los muchos problemas temporales de la Sociología.

Para comprender el motivo, McGinnis (1968, p. 714) nos presenta unas consideraciones acerca de lo que requieren los axiomas Markov, y de la extensión en que estos requerimientos son satisfechos por los procesos de la movilidad social.

En primer lugar, un proceso Markov es un modelo de independencia, similar, en este aspecto, al binomial o a

cualquier otro de los llamados ensayos independientes.
La única diferencia es que en los modelos de ensayos independientes, los propios eventos deben ser estadísticamente independientes, mientras que el requerimiento Markov es que las transiciones entre los eventos deben ser independientes (1). El axioma de la cadena de Markov -ecuación (6)- dispone algo similar al modelo binomial a multinomial al requerir una probabilidad constante, no de un evento, sino de trasiciones entre eventos. La condición (1) requiere que la probabilidad de un movimiento entre dos estados sea independiente de cualquier hecho histórico distinto que el de la localización en el tiempo t-1; no requiere que los efectos de la historia "mueran" después de un único intervalo. Las probabilidades de secuencias de movimientos, incluso con orígenes comunes y terminales como las $s_i \rightarrow s_k \rightarrow s_j$, en contra de $s_i \rightarrow s_r \rightarrow s_j$, pueden ser completamente diferentes. Lo que se requiere es justamente que cualesquiera dos elementos que ocupan un estado común en el tiempo t-1 deben tener idénticas probabilidades de movimiento hacia un estado especificado en el tiempo t, a pesar de sus historias previas posiblemente divergentes.

Dentro del orden de los fenómenos sociológicos, hay una condición evidentemente no real, al considerar la movilidad entre una serie de estados, $S = \{s_i\}$, de un conjunto de individuos. Los efectos de la historia frecuentemente son acumulativos, de forma que habrán probabilidades de movilidad completamente diferentes para los individuos, a

---

(1) Un modelo de ensayos independientes es el caso degenerado de una cadena de Markov en que $p_{ij}=p_{kj}$ ($k=1,2,\ldots,m$), esto es, que cada fila de p es igual a cada una de las otras.

pesar del hecho de compartir un estado común en un tiempo particular. Probablemente no es razonable, por ejemplo, asignar iguales probabilidades de reincidencia a dos personas en situación de libertad vigilada en un tiempo particular, y ello aún es más claro en el caso de que uno de estos individuos haya faltado una vez, y el otro sea un delincuente habitual.

La condición (6) es igualmente irreal para fines sociológicos, pero en una forma distinta. En contraste con (1), que es una suposición acerca de las entidades que componen el sistema, la condición (6) es una suposición sobre el propio sistema, requiriendo esencialmente que sea cerrado y así no alterado por fuerzas externas en su estructura transicional. A pesar de que esta condición es más fuerte e irreal, es más fácil cumplirla en el análisis sociológico que la (1).

El problema se reduce a lo siguiente: la teoría de probabilidad de dependencia de tiempo parece ser un esqueleto conjunto natural para el análisis de la movilidad social; pero la teoría de Markov supone que la mayoría, si no todas, de las aplicaciones de la movilidad humana son probablemente violadas. En particular, la suposición de que la historia de los actos fuera de los pasos independientes no es la forma en que parecen operar los procesos de cambio social.

El fallo del modelo de Markov nos muestra una forma peculiar y característica que McGinnis (1968, p. 715) denomina "lumping on the diagonals"; es decir, las matrices observadas de trasición frecuentemente ponen de manifiesto de forma notable valores diagonales más altos, representando los individuos no móviles, que los predichos en el modelo; esto refleja el hecho obvio de que la tendencia a ser "stayer" depende de más de la simple condición de localización actual, contrariamente al primer axioma de Markov.

Los esbozos de una posible solusión a este problema se bosquejan aquí: consisten en construir un papel más complicado para la historia en el proceso de la movilidad, incorporando esta reconstrucción en la teoría de Markov, y estudiando algunas consecuencias de estas alteraciones. Lo esencial es que el sino del sistema (o de un elemento en él) en el tiempo t dependa conjuntamente de su localización en t-1 y de la duración de su residencia anterior allí. McGinnis (1968) afirma que ésta es claramente una de las varias formas posibles de cimentar la historia más cerradamente en los modelos estocásticos de movilidad social; sin embargo, es preciso un posterior estudio.

2. Modelo de movilidad de Cornell

Las primeras aplicaciones de la cadena de Markov no dieron especialmente buenas representaciones de la movilidad social, aunque ello no implica que la teoría de Markov deba ser abandonada en este contexto. De hecho, su estructura básica, implicando el movimiento probabilístico de los elementos a través del tiempo de estado a estado, presenta grandes semejanzas con la estructura básica de la movilidad social. Por esta razón, puede ser muy meritorio el trabajo de una más fina elaboración de dicha teoría.

Con esta finalidad, el modelo de movilidad de Cornell (cuyo nombre lo tomó de la Universidad en donde se ela boró) impone un axioma adicional que asigna al tiempo un papel más complicado que en el anterior modelo, y está más enraizado en consideraciones sociológicas sustantivas que en las matemáticas. Se inicia con la observación de que los individuos no son necesariamente homogéneos en sus tendencias a ser móviles, incluso aunque tengan una localización común en un tiempo particular. Un número de fuentes hacen que parezca igualmente plausible que el movimiento fuera de una posición de estatus (o de cualquiera otra localización social) esté obstaculizado principalmente por los vínculos de un individuo a esta posición (sin que importe la naturaleza de dichos vínculos); además, su intensidad sería de esperar que se incrementara con el paso del tiempo.

Estas observaciones sugieren el siguiente axioma simple acerca el movimiento a través del tiempo en el espacio social (McGinnis, 1968, p. 716):

Axioma de inercia acumulativa. La probabilidad de permanecencia en cualquier estado o naturaleza se incrementa como una función monótona estricta de la duración de la primera residencia en este estado. (8)

El axioma implica, pues, que no todos los elementos en el estado s_i en el tiempo y están gobernados por una única ley de movilidad. En particular, aquéllos que han estado más tiempo tienen mayor probabilidad de permanecer que los recién llegados.

Este axioma proporciona una ancha gama de proposiciones comprobables. Por ejemplo, todas las hipótesis formulables en torno al hecho mencionado, aunque hay que señalar que si bien parecen plausibles, sólo lo son si el sistema es cerrado; en este caso, la relación entre la tendencia a permanecer en un estado y la anterior residencia en él es probablemente una función parabólica, con un punto máximo en que la primera derivada es cero y la segunda es negativa.

El modelo de movilidad de Cornell es un sistema cerrado que incorpora el axioma de inercia acumulativa, el cual genera una cadena de Markov "bi-dimensional". Las definiciones básicas y axiomas formales del modelo se siguen a la descripción de algunas de sus propiedades, con resultados de simulación de experimentos.

En primer lugar, McGinnis (1968, p. 716) considera intuitivamente cómo la teoría de Markov debe ser elaborada para incluir el axioma mencionado. Los procesos estocásticos incorporan el tiempo como historia del sistema; el axioma de la inercia acumulativa considera al tiempo como la historia de los elementos en un sistema; claramente, estos dos aspectos del tiempo están estrechamente relacionados, pero no son una misma cosa. El tiempo del sistema corresponde al usual proceso de envejecimiento, pero el tiempo del estado individual de ocupación difiere en cuanto que cuando un elemento se mueve de un estado a otro es una forma de renacimiento. Por consiguiente, deben considerarse dos escalas de tiempo: una para el sistema y otra para los elementos del sistema, y se indicarán por las letras t y d, respectivamente.

En los modelos estocásticos tradicionales, una población se distribuye en un punto en el tiempo en un vector de estados $S = \left[s_i \right]$. La movilidad se lleva a cabo mediante los conductos entre todos o algunos de los estados de acuerdo con un esquema de probabilidad dado por la matriz de transición

$$P(t) = \left[p_{ij}(t) \right]$$

En el modelo de movilidad de Cornell, una población se distribuye en un punto del tiempo en una matriz de estados bi-dimensional, y la movilidad viene regulada por los axiomas del modelo.

Intuitivamente, el modelo de Cornell particiona una población en cuatro casillas, como en la Tabla 1. Hay que tener en cuenta que cualquier ocupante del estado ${}_1s_j(t+1)$ no puede hallarse en el estado s_j en el tiempo t; de forma similar, un ocupante del estado ${}_ds_i(t+1)$, para $d > 1$, debe encontrarse en el mismo estado en el tiempo t, y, además, durante los d-1 primeros intervalos de tiempo consecutivos. El modelo está representado en la Figura 1.

TABLA 1. Patrones de movilidad para el estatus residencial en el modelo de movilidad de Cornell.

Estatus residencial en el tiempo t	Movilidad de estatus en el intervalo (t, t+1)	
	"Stayer"	"Mover"
Residente continuado	${}_ds_i(t) \rightarrow {}_{d+1}s_i(t+1)$	${}_ds_i(t) \rightarrow {}_1s_j(t+1)$
Recién llegado	${}_1s_i(t) \rightarrow {}_2s_i(t+1)$	${}_1s_i(t) \rightarrow {}_1s_j(t+1)$

donde $d > 1$
$i \neq j$

<u>Bases y axiomas del modelo de Cornell</u>. Sea una po-

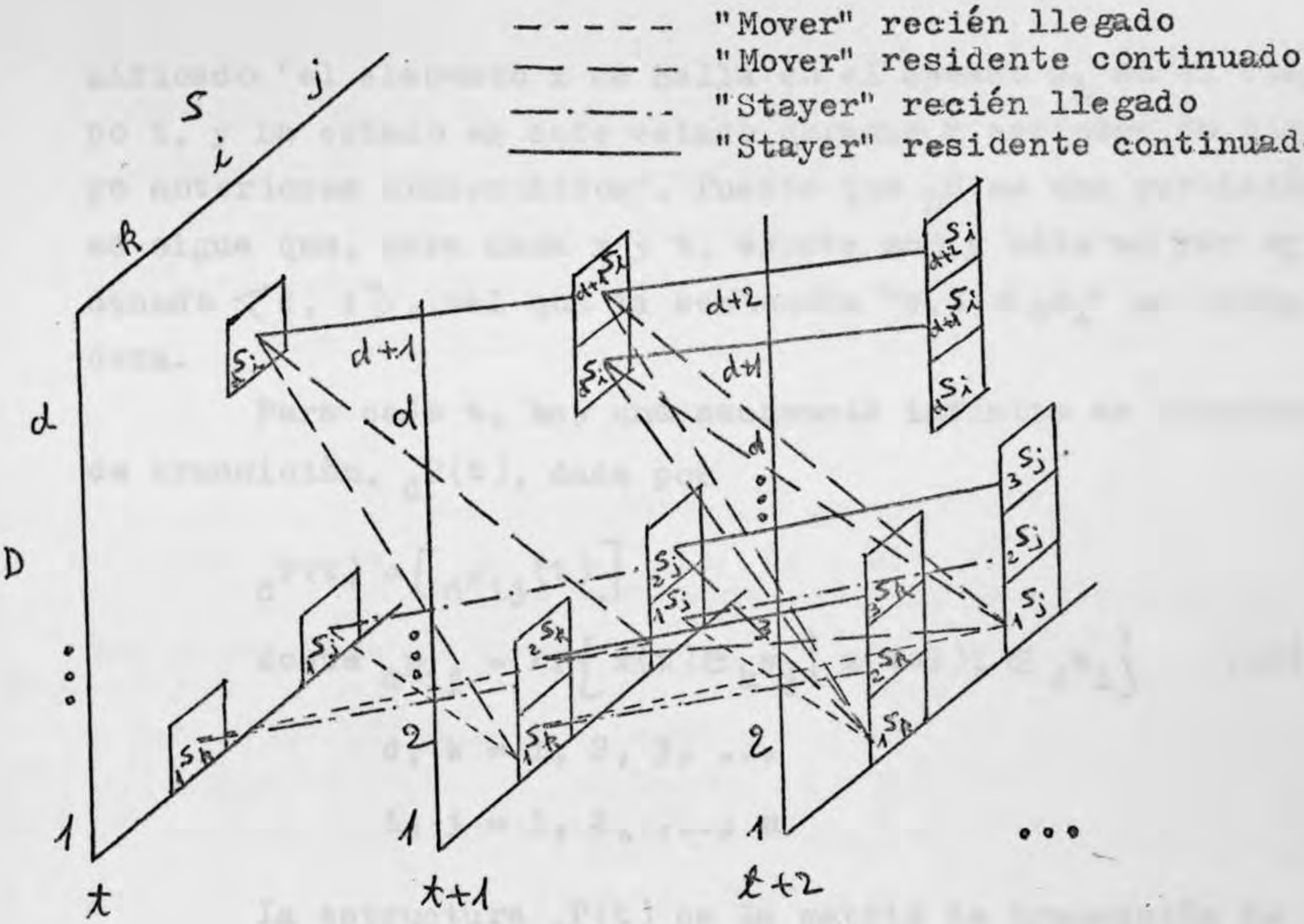

FIGURA 1. Representación de la localización y patrones de movilidad en el modelo de movilidad de Cornell

blación de elementos particionada en cada punto de tiempo indicado en una serie finita (mutuamente exclusiva y exhaustiva) de estados $S = \{s_i,\ i=1,\ 2,\ \ldots,\ m\}$; consideremos que cada estado de S está subparticionado por la serie de índices $D = \{1,\ 2,\ \ldots,\ d,\ \ldots\}$, con la serie resultante doblemente particionada

$$D^S = \{{}_1s_1,\ {}_1s_2,\ \ldots,\ {}_1s_m,\ {}_2s_1,\ {}_2s_2,\ \ldots,\ {}_2s_m\ ,\ \ldots\} \quad ($$

La sentencia "$x(t) \in {}_ds_i$" se interpreta con el significado "el elemento x se halla en el estado s_i en el tiempo t, y ha estado en este estado durante d períodos de tiempo anteriores consecutivos". Puesto que $_DS$ es una partición, se sigue que, para cada x y t, existe uno y sólo un par ordenado $\langle d, i \rangle$, tal que la sentencia "$x(t) \in {}_ds_i$" es verdadera.

Para cada t, hay una secuencia infinita de matrices de transición, $_dP(t)$, dada por

$$_dP(t) = \left[{}_dp_{ij}(t) \right]$$

$$\text{donde } {}_dp_{ij} = \Pr\left\{ x(t) \in {}_ks_j \mid x(t-1); \in {}_ds_i \right\} \tag{10}$$

$$d, k = 1, 2, 3, \ldots$$

$$i, j = 1, 2, \ldots, m$$

La estructura $_dP(t)$ es la matriz de transición de duración específica que regula la conducta en el tiempo t en sus respectivos estados para d unidades de tiempo anteriores consecutivas. Claramente, no es lo mismo que P(t), la matriz de transición Markoviana, aunque ésta tendría que recuperarse a partir de las matrices de duración-específica.

Finalmente, sea $_dP(t)$ particionada por

$$_dS(t) = \left[{}_ds_{ij}(t) \right]$$

donde

$$_ds_{ij}(t) = \begin{cases} {}_dp_{ij}(t) & \text{si } i=j \\ 0 & \text{en los demás casos} \end{cases} \tag{11}$$

y $\quad {}_dM(t) = {}_dP(t) - {}_dS(t)$

donde $_dS(t)$ es justamente la diagonalización de $_dP(t)$, llamada comúnmente la matriz "stayer", y $_dM(t)$ es la matriz que regula la conducta de los "movers".

Con estas bases notacionales (McGinnis, 1968, p. 718), el modelo viene regido por los siguientes axiomas:

Axiomas para el modelo de movilidad de Cornell.

1. $\Pr\left\{x(t)\in {_k s_j} \,\middle|\, x(t-1)\in {_d s_i}\right\} =$

$\Pr\left\{x(t)\in {_k s_j} \,\middle|\, x(t-1)\in {_d s_i} \text{ y } \xi\right\}$.

donde ξ es cualquier información adicional sobre x anterior al tiempo t.

2. $_dP(t) = {_dP}$, todo t (12)

3. $\Pr\left\{x(t)\in {_k s_j} \,\middle|\, x(t-1)\in {_d s_i}\right\} = 0$

$\text{si} \begin{cases} i=j \text{ y } k\neq d+1 \\ i\neq j \text{ y } k\neq i \end{cases}$

4. $_dS < {_{d+1}S}$; $\lim\limits_{d} {_dS} = I$, la matriz identidad

5. Existe una matriz estocástica

$R = \left[r_{ij}\right]$ sujeta a $r_{ii} = 0$ para todo i,

tal que $_dM = (I - {_dS})R$

El Axioma (12.1) es el primer axioma Markov aplicado a la duración específica más que a las matrices brutas de transición, mientras que (12.2) es el segundo axioma Markov similarmente aplicado. Como resultado de (12.2), el tiempo circunscrito puede ser vertido de $_dP$, $_dS$, y $_dM$; este axioma no implica que la matriz bruta $P(t)$ sea necesariamente estacionaria. El tercer axioma regula el tiempo individual relativo al del sistema, y, básicamente, a idéntica escala; según este axioma, un "stayer" gana una unidad de duración de tiempo para cada incremento en t, y un "mover" recuéra el estatus de duración d=1.

El axioma (12.4) simplemente formaliza (8), el de inercia acumulativa. Además, especifica que, a largo plazo, cualquier "stayer" suficientemente obstinado finalmente se parará en su trayectoria. Dejando aparte las evocaciones del cementerio, no puede ser un tratamiento empíricamente realista de la última conducta de los no-móviles. Hay aquí un problema que se está investigando separadamente (Henry, McGinnis & Tegtmeyer, 1968).

El axioma final de este sistema es, en cierto sentido, un postulado simulado. Afirma que un "mover" desde s_i hasta cualquier estado dado, s_j, con probabilidad de independencia de su primera historia de residencia y del tiempo, presenta otra probabilidad que depende solamente de su localización y del destino particular. Éste es un axioma simulado en el sentido de que ignora la parte de atracción de varias hipótesis, especialmente las nociones de atractivo de masa y oportunidades intervinientes. De nuevo, los fenómenos de atracción diferencial se están investigando separadamente (McGinnis & White, 1967).

<u>Algunas propiedades del modelo</u>. Matemáticamente, es bastante complicado, debido en gran parte al hecho de que un individuo recién llegado puede haber estado de residente en cualquier otro estado con cualquier duración

de residencia allí. Sin embargo, ciertas propiedades del modelo han sido localizadas analíticamente, y McGinnis (1968, p. 718) las describe, añadiendo previamente algunas definiciones adicionales necesarias:

1. $A(t) = [a_{id}(t)]$

   donde $a_{id}(t) = Pr\{x(t) \in_d s_i\}$

2. $A_d(t)$ es la columna d-ésima del vector $A(t)$

3. $B(t) = (A(t)\xi)^T$ (13)

   $b\ (t) = Pr\{x(t) \in s_i$

   donde ξ es un vector columna de unidades, y donde ^{T} indica transposición.

4. $C(t) = [c_{id}(t)]$, $c_{id}(t) = \dfrac{a_{id}(t)}{b_i(t)}$

5. $\overline{C}_d(t)$ es una diagonalización de la columna d-ésima de $C(t)$.

Por consiguiente, $A(t)$ es una matriz rectangular que contiene la probabilidad conjunta de localización en un estado en el tiempo t y de residencia previa en él; $B(t)$ es un vector 1 x m que contiene la probabilidad marginal de hallarse en cada estado en el tiempo t; $C(t)$ tiene el mismo tamaño que $A(t)$, pero contiene la probabilidad condicional de que un elemento esté en el estado s_i teniendo d unidades de residencia. $\overline{C}_d(t)$ de la matriz cuadrada m x m tiene entradas que constan de la d-ésima columna de $C(t)$ en la diagonal y ceros en todas las casillas no diagonales.

Con esta notación adicional, McGinnis (1968, p. 719) nos presenta el siguiente:

<u>Teorema</u>. Con las precedentes definiciones, y teniendo en cuenta la transposición de ${}_dM$ por ${}_dM^T$,

$$1. \quad A_d(t) = \begin{cases} \sum_d {}_dM^T A_d(t-1) & \text{si } d=1 \\ {}_{d-1}S\, A_{d-1}(t-1) & \text{si } d>1 \end{cases}$$

$$2. \quad (B(t) = \sum_d {}_dP^T A_d(t-1)$$

$$3. \quad P(t) = \sum_d \bar{C}_d(t-1)\,{}_dP \qquad (14)$$

4. $P(t)$ es no estacionario en t

5. Existe una matriz estocástica P, tal que

$$\lim_t P(t) = P$$

6. Existe un vector distribución B, tal que

$$\lim_t B(t) = B$$

Las partes (14.1) y (14.3) ponen de manifiesto la estructura algebraica básica del modelo de movilidad de Cornell. A partir de (14.2) y (14.3) vemos que la cadena estacionaria de Markov es el caso degenerado del modelo de Cornell en el cual las matrices ${}_dP$ son constantes en d, reconociendo que

$$\sum_d A_d(t-1) = B(t-1)$$

y que

$$\sum_{d} \bar{C}_d = I \quad \text{siendo I la matriz identidad.}$$

La no estacionariedad de la matriz de transición bruta (14.4) es una consecuencia inmediata de (14.3) y el hecho de que $\bar{C}_d(t)$ varía en el tiempo. Mientras (14.5) y (14.6) muestran que el modelo de Cornell converge hacia un estado de equilibrio, ello no implica que su conducta en el límite es semejante a la de la cadena de Markov. En particular, P, el límite de P(t), no tiene la propiedad de los vectores de columnas uniformes como el límite de P^n en una cadena estacionaria.

Capítulo XXX

MOVILIDAD SOCIAL INTRAGENERACIONAL ESTUDIADA A TRAVÉS DE UN MODELO MARKOVIANO

MOVILIDAD SOCIAL INTRAGENERACIONAL ESTUDIADA A TRAVÉS DE UN MODELO MARKOVIANO.-

1. Introducción: El modelo de la simple cadena de Markov

La cadena de Markov (Kemeny & Snell, 1960; Kemeny & Snell, 1962; Feller, 1968) se ha propuesto como modelo para la movilidad inter e intrageneracional (Prais, 1955a; Prais, 1955b; Blumen, Kogan & McCarthy, 1955), así como para otros numerosos procesos sociales. Una cadena de Markov se caracteriza por un número de "situaciones", en las cuales se desarrolla el proceso, y una matriz de probabilidades de transiciones entre las distintas situaciones en una única (y fijada) unidad de tiempo, como un año; el proceso se da en una situación en un tiempo dado.

En lo que se ha llamado cadena simple de Markov, como modelo de movilidad social, las situaciones corresponden a las categorías ocupacionales o a otras de estatus social. La suposiciones de la cadena de Markov son: a) Estacionariedad (las probabilidades de transición permanecen constantes a través del tiempo); b) la probabilidad de transición para una situación dada durante la siguiente unidad de tiempo depende solamente de la situación en el momento presente del proceso, y no de su historia de movimientos previos de un estado a otro.

La teoría de la tradicional cadena de Markov corresponde a un objeto simple que se mueve de un estado a otro; pero en las aplicaciones a la movilidad social se considera una población entera, donde cada persona se mueve probabilísticamente de un estado a otro. Y de aquí surgiría, aunque no siempre explícitamente, otra suposición que podría añadirse a las dos anteriores: homogeneidad de la población (el término "homogéneo" se utiliza también en la literatura de los procesos de Markov con referencia a la homogeneidad del tiempo); los distintos miembros de ella son sujetos de las distintas series de probabilidades de transición. Esta suposición en ocasiones es insospechada. Cuando se habla de la probabilidad de alguna transición particular, más que la probabilidad promedio de dicha transición, se supone implícitamente que la transición en cuestión tiene la misma probabilidad para diferentes personas; es decir, que la población es homogénea. Esta suposición nos permite utilizar la proporción de personas que sufre una transición particular como una estimación de la correspondiente probabilidad de transición para la cual se ha presentado cualquier persona particular.

2. Limitaciones del modelo de la cadena de Markov

Duncan (1966) afirma correctamente que el cambio en la estructura social más allá de la duración de una generación (30-35 años aproximadamente) no puede representarse satisfactoriamente mediante la matriz de transición de padres a hijos, con lo cual la simple cadena de Markov no puede aplicarse sarisfactoriamente a la movilidad social intergeneracional. El razonamiento es el siguiente: La matriz de transformación (transición) de padres a hijos transforma algo en el vector de los padres respecto a la fuerza actual para el trabajo, pero este algo no es el el vector de los padres en cuanto a la fuerza de trabajo treinta años antes, sino en el momento actual. Algunos de estos padres contaban con esta fuerza antes, pero ahora ya han muerto, mientras que otros todavía la conservan y trabajan junto con sus hijos. Además, los hombres de una generación anterior no tienen todos hijos sobrevivientes que los representen, y otros tienen dos hijos que los representan dos veces, etc. Este argumento muestra que se presentan serias dificultades.

Blumen, Kogan & McCarthy (1955), y, más recientemente, Hodge (1966) argumenta en contra de la formulación de la simple cadena de Markov acerca de la movilidad social intrageneracional en investigaciones empíricas (1). Las suposiciones de la cadena de Markov implican que la probabilidad de permanecer en un estado para dos sucesivos períodos de tiempo es igual al cuadrado de la probabilidad de permanecer en el mismo estado o situación para un solo período de tiempo, pero la estimación empírica -basada en la suposición de homogeneidad, según la cual la proporción de personas que se mueven es una estimación apropiada de la probabilidad por la que cualquiera de ellas estaba sujeta- da valores mayores para la primera que para la segunda. Más generalmente, las suposiciones de la cadena de Markov implican que la matriz de transición en el paso k -la matriz de las probabilidades de transición durante un período de k unidades de tiempo- es igual al peso k-ésimo de un paso de la matriz de transición, la cual es empíricamente falsa. Este argumento en contra la formulación de la cadena de Mar

(1) Actualmente, sabemos que la evaluación por Hodge (1966) del modelo de la simple cadena de Markov es también equívoca(McFarland, 1970, p. 464).

kov, sin embargo, no es concluyente (Kemeny & Snell, 1960, p. 123, 197).

Si un proceso estocástico que es una cadena de Markov es modificado al combinar dos o más situaciones en una sola, el proceso estocástico "conjunto" resultante no será generalmente una cadena de Markov. Todas estas críticas nos muestran que la movilidad social intrageneracional no es una cadena de Markov cuando las situaciones están definidas por sí mismas, mientras que lo sería si fueran definidas de forma diferente.

Sin embargo, esta explicación alternativa de los resultados es casi imposible de probar. Las ocupaciones pueden clasificarse en situaciones para un proceso estocástico de muchas formas diversas, y buscar una para la cual desarrollar un proceso de cadena de Markov (incluso si existiera tal clasificación en situaciones) es difícil. Pero además, se da el problema de la estimación práctica: si se utilizan muchas situaciones, los datos serán insuficientes para obtener estimaciones fiables de las probabilidades de transición.

Todavía, hasta hace poco, bastantes autores han venido utilizando el modelo de la simple cadena de Markov aplicado a la movilidad social: Bartholomew, 1973; Bartos, 1967; Beshers & Laumann, 1967; Lieberson & Fuguitt, 1967; Matras, 1967 (1), a pesar de que últimamente ha quedado en desuso; y los que lo han empleado han tenido que hacer fren

---

(1) Matras (1967) evita cuidadosamente el término "cadena de Markov", y lleva a cabo las mismas operaciones bajo el nombre de "modelo lineal", aunque no ocurriera así en sus primeros artículos (1960, 1961).

te a las dificultades señaladas por Duncan (1966).

3. Previas modificaciones del modelo de la simple cadena de Markov

Es posible modificar el modelo de la simple cadena de Markov reemplazando una o más de sus suposiciones por suposiciones alternativas. Blumen, Kogan & McCarthy (1955) modificaron la suposición de homogeneidad; postularon que la población consta de dos tipos de personas, "movers" y "stayers": los que formaban el primero eran sujeto del tipo usual de matriz de probabilidades de transición, mientras que los segundos tenían una probabilidad cero de movimiento a las diferentes situaciones; dicha modificación se ajustaba a los datos (Goodman, 1961b; Bartholomew, 1973).

Mayer (1967, 1968a) altera el modelo de la simple cadena de Markov al relajar la suposición de estacionariedad (1). Considera modelos "uniformes" no estacionarios, en los que se supone que las razones de movilidad disminuyen con la edad; la no estacionariedad es uniforme en el sentido de que las razones de movilidad para diferentes transiciones en el estatus social decrece de acuerdo con la <u>misma</u> función de la edad. La homogeneidad se detiene en una forma modificada: cualesquiera dos personas que tienen idénticas series de probabilidades de transición, provienen del mismo grupo de edad.

Los datos considerados cubren solamente una serie.

---

(1) El modelo de Mayer difiere de los otros en el tratamiento del tiempo como continuo.

Por consiguiente, tal como Mayer reconoce, no es posible distinguir entre tendencias de tiempo en patrones de movilidad, por una parte, y cambios en las razones de movilidad según la edad, por otra. Además, debido a la falta de datos apropiados, el modelo se probó en un "conjunto sintético", en vez de llevarlo a cabo en uno real. El conjunto sintético se construyó a partir de datos parciales transversales, y se suponía sometido a las razones de movilidad de los actuales 25 años de edad cuando la del conjunto era 25, sometido a las razones de movilidad de los actuales 35 años de edad cuando la del conjunto era 35, etc. Por estas dos razones (además de la utilización de procedimientos de estimación no óptimos) la adecuación de este tipo de modelo es difícil de valorar a partir de los resultados de Mayer.

Una tercera modificación del modelo de la simple cadena de Markov, y que recientemente ha merecido considerable atención, es el llamado modelo de movilidad de Cornell, aplicable no solamente a los cambios en la ocupación o estatus social, sino a otras características (McGinnis, 1968; Henry, McGinnis & Tegtmeyer, 1971; Myers, McGinnis & Masnick, 1967; Morrison, 1967; Land, 1969).

El modelo de movilidad de Cornell es una modificación bastante drástica del de la simple cadena de Markov, pero una reformulación de lo que se entiende por "estado" o "situación" se pone de manifiesto en el armazón de la cadena de Markov. En dicho modelo se postula el fenómeno de la "inercia acumulativa": la mayor se da en el estatus actual; la probabilidad de permanecerallí es más alta que para otra unidad de tiempo.

Este modelo da salida a violaciones aparentes de las tres suposiciones de la simple cadena de Markov. Siempre que una persona permanece en un estatus más de una unidad de tiempo, sus probabilidades de transición cambiarán (aparente violación de la estacionariedad) (1); en segundo lugar, la probabilidad de movimiento de una persona hacia un estatus dado depende de su historia de los movimientos previos (2) (aparente violación de la suposición Markoviana); y finalmente, diferentes personas en el mismo estatus tienen distintas series de probabilidades de transición porque presentan diferentes longitudes de tiempo en su estatus actual (aparente violación de la suposición de población homogénea).

Ambos modelos, el de movilidad de Cornell y el de Mayer, presentan el sentido común de modificar la simple cadena de Markov para lograr un modelo que explique las disminuciones de las razones de movilidad con el paso del tiempo: si la proporción de las personas que se mueven declina con el tiempo es que, en una forma u otra, la probabilidad de movimiento disminuye con el tiempo; las dos formas en que ello puede ocurrir son para la probabilidad de cada movimiento particular (dirección de Mayer), o la de la categoría ocupacional (dirección de McGinnis). Sin embargo, esta explicación de sentido común no precisa de conclusiones necesarias a partir de los datos empíricos: las

---

(1) Tener en cuenta que se utiliza el término "estatus" en vez de "estado" o "situación"; aunque en la simple cadena de Markov ambos son sinónimos, aquí tienen significado distinto.

(2) Solamente a través de las unidades de tiempo del estatus actual.

disminuciones observadas pueden explicarse también por un modelo en el cual la serie de probabilidades de transición de cada persona es constante a lo laego del tiempo.

Las justificaciones de McGinnis (1968, p. 716) para modificar el modelo de la simple cadena de Markov de esta forma particular difieren de las anteriores de sentido común; según él mismo,

> "se empezaba con la observación de que la población no era necesariamente homogénea en sus tendencias a ser móviles incluso cuando se hallaban en una situación común en un tiempo particular. Un número de fuentes hacían que pareciera igualmente plausible que el movimiento de una posición de estatus (o cualquier otra localización social) se obstaculizaran principalmente por los vínculos a esta posición. Además, la fuerza de estas ataduras se esperaba que creciera con el paso del tiempo".

Pero podemos caer en serios problemas de estimación si intentamos aplicar el modelo de movilidad de Cornell directamente a los datos numéricos, como sus autores intentaron.

En primer lugar, el proceso se reformula como en la cadena de Markov: en el proceso reformulado, la "situación" actual de una persona se define como constando de un par de duración-de-estatus, refiriéndonos al estatus social actual de las personas y a la duración de este estatus; entonces suponemos que el proceso reformulado (aunque no el proceso más simple en que los estados o situaciones son idénticos a los estatus) es una cadena de Markov; es decir, que satisface las suposiciones del principio de este capítulo.

La suposición de que el proceso reformulado es estacionario es equivalente a la de que la probabilidad de un hombre que se mueve entre dos estatus (no estados) varía con el tiempo solamente como función de la duración de su permanencia en su estatus actual. En segundo lugar, la suposición de que el proceso reformulado es Markoviano es equivalente a la de que la probabilidad de una persona de moverse entre dos estatus depende de su historia de movimientos previos solamente a través de la duración de su permanencia en el estatus actual, y de aquí que el "estado" presente en el proceso reformulado contiene toda la historia que es relevante. Y, finalmente, la suposición de que el proceso reformulado opera en una población homogénea es equivalente a la de que diferentes personas en el mismo estatus tienen distintas probabilidades de experimentar ciertas transiciones entre los estatus solamente porque han permanecido en sus estatus actuales dirante distintas duraciones.

Puesto que el modelo olvida los hechos demográficos básicos de nacimientos y defunciones, no da los límites más altos de duración en un estatus particular. Por consiguiente, el modelo, en su forma original, tiene literalmente un número infinito de parámetros desconocidos para ser estimados. Al reducir dicho número, los autores del modelo de movilidad de Cornell llevan a cabo dos pasos:

1) En una versión modificada del modelo (Henry, Mc Ginnis & Tegtmeyer, 1971), solamente se consideraron un número finito de duraciones, de forma que el proceso tiene un número finito de estados. Esto hace posible, al menos en principio, estimar los parámetros desconocidos. Si consideramos un pequeño ejemplo numérico, en que se distingan siete estatus sociales y diez duraciones, tendremos (y su

poniendo que después que uno ha permanecido en un estatus dado durante diez unidades de tiempo sus probabilidades de transición permanecen constantes) 10 x 7 x (7 - 1) = 420 parámetros desconocidos para estimar; contrasta marcadamente con los 7 x (7 - 1) = 42 parámetros desconocidos a estimar en el correspondiente modelo simple de la cadena de Markov (1).

2) Para reducir todavía más el número de parámetros desconocidos a estimar se hace una suposición adicional: que entre los que se mueven, el estatus al cual un individuo se mueve es independiente de la duración de su estatus actual; es decir, las probabilidades condicionales de los distintos movimientos posibles, dados el estatus actual de un individuo y aquél al cual se mueve, dependen solamente de su estatus social actual y no de la duración de su permanencia en dicho estatus. En el ejemplo numérico anterior, esto reduce el número de cantidades independientes a estimar en 10 x 7 = 70 probabilidades de permanecer en el mismo estatus, más 7 x (7 - 2) = 35 probabilidades condicionales de varios cambios en el estatus, con un total de 105 estimaciones independientes requeridas (2). Esta suposición no tiene base empírica.

4. Modelo Markoviano de tiempo-estacionario

McFarland (1970, p. 467) se propone señalar que la

---

(1) El factor 6 (más que el 7) aparece en ambos cálculos porque las 7 probabilidades condicionales en cada serie suman la unidad, quedando sólo 6 cantidades independientes a estimar en cada serie.
(2) Los últimos 35 parámetros no son probabilidades de transición del proceso, pero éstas pueden calcularse de ellos

/...

disminución observada en las razones de movilidad a lo largo del tiempo no requiere una explicación que implique una correspondiente reducción en las probabilidades de movilidad, como en los modelos en que éstas dependen de la edad, de la duración del estatus actual, o directamente del tiempo. La reducción mencionada puede ser explicada también por la heterogeneidad de la población en un modelo en que las probabilidades de transición de cada persona son constantes a lo largo del tiempo.

McFarland (1970, p. 467) afirma que no se arroga que su modelo sea el perfecto, sino que parece ser meramente un modelo alternativo que no se ha visto muy bien considerado por diversos autores, pero que no está en contradicción con los datos, por lo que posee un cierto grado de credibilidad:

Considera una población categorizada en un número finito de estatus sociales u ocupacionales; durante una unidad de tiempo particular, cualquier persona dada, sea m, está caracterizada por su matriz de probabilidades de transición

$$P(m) = \begin{bmatrix} P_{11}(m) & P_{12}(m) & \cdots \\ P_{21}(m) & P_{22}(m) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \qquad (1)$$

donde $P_{ij}(m)$ significa la probabilidad condicional de la persona m que va del estado i al estado j durante la unidad de tiempo en cuestión, sabiendo que está en el estado i al principio de la unidad de tiempo (una notación más ge

---

.../ juntamente con los anteriores 70 parámetros, que constituyen las probabilidades de transición de la diagonal de la matriz.

neral sería $P_{ij}(m,t)$, significando t una unidad de tiempo particular, pero de momento se supone que la probabilidad no depende del tiempo). El proceso estocástico para una persona particular estaría completamente especificado asignando su estado inicial al tiempo 0 y las matrices de transición en las que se halla a cada uno de los períodos de tiempo subsecuentes.

McFarland (1970, p. 468) presenta las siguientes suposiciones: 1) Estacionariedad; para cada persona dada, m, estas probabilidades son constantes con el tiempo (1).

---

(1) La suposición de que las probabilidades de transición son constantes no debe confundirse con la del efecto de que la estructura social permanece constante, como viene indicado por la distribución proporcional de la población en varias categorías. De hecho, excepto en situaciones muy especiales, el modelo estacionario implica que la estructura social cambiará con el tiempo.
A cada matriz particular de transición corresponde cero, una, o varias distribuciones estacionarias; es decir, distribuciones que no han sido cambiadas por la operación continuada del proceso; en el caso de regularidad, existe una única distribución estacionaria. Un caso especial donde la estacionariedad de las probabilidades de transición no implica cambio de la estructura social ocurre cuando se dan las dos siguientes condiciones:
1) cada una de las matrices de transición aplicadas a varias subseries de la población posee al menos una distribución estacionaria;
2) la distribución inicial de cada subserie de población ha de ser idéntica a una de las distribuciones estacionarias para esta matriz de subserie.
El otro caso especial se da donde la no estacionariedad de una subserie cancela la de otras subseries durante cada intervalo de tiempo, de forma que la estructura social de la población permanece constante pese a los cambios de micro-nivel.

2) Markoviana; el proceso, para cualquier persona, es markoviano, y la probabilidad de movimiento de esta persona depende solamente de su estatus social actual y no de su historia de movimientos previos. 3) Heterogeneidad; distintas personas no tendrán necesariamente idénticas matrices de probabilidades de transición.

La suposición de estacionariedad puede ser una aproximación cerrada a la realidad durante un período de varios años, como señalan Blumen, Kogan & McCarthy (1955), pero es dudosa seriamente su precisión al ser aplicada a toda una vida. Aquí su utilización permitirá un contraste entre dos tipos extremos de modelos: estacionariedad sin heterogeneidad, y heterogeneidad sin estacionariedad.

McGinnis (1968) apreciaron algunas intuiciones al modelo de McFarland. La heterogeneidad era una de ellas, pero el modelo de movilidad de Cornell incorpora solamente uno de los muchos tipos posibles (la debida a diferentes duraciones de permanencia en el estatus actual de un individuo); la segunda intuición sociológica detrás del modelo de movilidad de Cornell -que las fijaciones aumentan con el tiempo- indudablemente tiene algo de verdad, pero es probablemente mucho más relevante a la movilidad geográfica que a la ocupacional; con esta última se da una tendencia de contrabalanceo respecto a la propensión al movimiento que se <u>incrementa</u> con la duración del estatus actual de un individuo.

Durante su ejercicio en una ocupación, una persona acumula frecuentemente educación adicional, experiencia, y madurez, que le hacen insatisfecha con la ocupación actual, y busca un atractivo en otras de estatus más alto.

De hecho, las normas de nuestra sociedad favorecen el logro ocupacional a lo largo de la vida de un individuo. De esta forma, mientras gastamos tiempo en un trabajo determinado, se desarrollan los intereses y cualidades que capacitan para un ascenso de ocupación (McGinnis, 1968).

En las bases de dichas consideraciones sociológicas, no hallamos las de McGinnis para la suposición de "inercia acumulativa", ya que estamos forzados por factores biológicos, psicológicos, y sociológicos; la sociedad, al menos, nos aproxima a roles para los que somos aptos, y la gente difiere en sus probabilidades de moverse entre estos roles (y entre los correspondientes estatus). Por consiguiente, la heterogeneidad de la población es parte fundamental de este modelo, y proviene de muy diferentes fuentes, tales como distintas duraciones de permanencia en los estatus actuales, rasgos de inteligencia y otros psicológicos, tipo de familia, raza, logro educacional, etc.

En otros modelos, la proporción de un grupo de personas que llevan a cabo un movimiento particular se toma como una estimación de la probabilidad de que cualquier miembro particular de este grupo se mueva; pero esto no ocurre en el modelo de McFarland (1970), ya que cada persona puede tener una probabilidad diferente de moverse.

Un atributo de los modelos markovianos no mencionado previamente es la propiedad "ergódica" de un tipo particular de cadenas comunmente utilizadas como modelos, y denominadas cadenas de Markov "regulares", las cuales presentan la propiedad de que, después de un determinado transcurrir del tiempo, la probabilidad de hallarse en un estado particular depende solamente de varias probabilidades de transición, y no del estado inicial. Además, esta dis tribución a largo plazo de las probabilidades en los distintos estados es estable, y es inalterable a posteriores operaciones del proceso. Para los que utilizan una cadena regular de Markov como modelo, pueden determinar la distribución (esperada) de personas en distintos estados después que el proceso se ha estabilizado, comparando ésta con la distribución actual para obtener una indicación de si el proceso ya ha operado largo tiempo bajo las presentes condiciones.

McFarland (1970, p. 469) va a mostrar que el proceso definido en este modelo tiene también una distribución estable a largo plazo, pero con importantes diferencias de las cadenas de Markov que operan con poblaciones homogéneas. Igual que antes, $P(m)$ significa la matriz de probabilidades de transición para la persona m, y queremos combinar estas matrices de transición para varias personas de forma que produzcan el valor esperado de un paso en la matriz de transición para la población entera; es decir, una matriz Q_1 cuyo elemento i - j es la proporción esperada de los individuos en la categoría i en el tiempo 0 que se hallan en la categoría j en el tiempo 1. Así las cosas, McFarland (1970, p. 469) define $N_o(m)$ como una matriz diagonal con una entrada unidad en la posición diagonal correspondiente al estado inicial de la persona m, y ceros en los demás sitios, y $N_o = \sum_m N_o(m)$ como una matriz diagonal cuyo elemento j - j es el número de personas que inicialmente se hallan en la categoría j. Entonces, N_o^{-1}, el inverso de N_o, es una matriz diagonal cuyo elemento j - j es el recíproco del elemento correspondiente de la matriz N_o.

Utilizando esta notación, el paso uno esperado de la matriz de transición de la población es

$$Q_1 = N_o^{-1} \sum_m N_o(m)P(m) \qquad (2)$$

De forma similar, el paso k esperado de la matriz de transición de la población es

$$Q_k = N_o^{-1} \sum_m N_o(m)\left[P(m)\right]^k \qquad (3)$$

Se puede añadir una cuarta suposición adicional: regularidad. Ninguna persona tiene una probabilidad de transición igual a cero; existe algún número positivo pequeño ϵ, tal que para cada persona m, y para cada par de estados x e y, $P_{xy}(m) \geq \epsilon$.

Actualmente, la regularidad puede lograrse con una débil suposición (1), pero no presenta ventajas particulares en este caso. Incluso en la forma señalada aquí, la suposición de regularidad no es injusta para los hechos empíricos: si hacemos épsilon suficientemente pequeña, no hay fiabilidad de que se infiera de la duración de cualquier estudio de movilidad (o de la vida de una persona dada) si una de las probabilidades del individuos es actualmente cero, más que épsilon, o mayor.

---

(1) La forma usual de la suposición de regularidad es como sigue: Existe un número finito k, tal que la no probabilidad de transición en el paso k es cero. Esto se implica bajo nuestra (McFarland, 1970, p. 469) forma de regularidad más fuerte, en la cual k = 1.

Para pesos sucesivamente más altos de la matriz P(m), la matriz de transición para la cadena regular de Markov, donde la persona m es sujeto, converge a una matriz $P^{*}(m)$ cuyas filas son idénticas; por lo tanto, la probabilidad de que la persona m, después de un tiempo suficientemente largo de tiempo, se halle en cualquier estado particular, depende solamente de las probabilidades de transición, y no de su estado inicial. Además, estas probabilidades a largo plazo son estables, permaneciendo constantes bajo la operación continuada del proceso.

Aparentemente se observa una mayor ventaja del modelo que tiene en cuenta una población heterogénea. En un modelo en que cualquiera tiene las mismas probabilidades de transición, podríamos enunciar un corolario del argumento anterior, como "cualquiera, independientemente de su origen, tiene la misma probabilidad de ser .... (por ejemplo, presidente)". Tales manifestaciones, que pueden derivarse de modelos con poblaciones homogéneas, derivan en mitos, y no son reales; cualquier modelo real, debe contar, ciertamente, con probabilidades desiguales dependientes de gran número de variables.

En el modelo de McFarland (1970), si sustituimos $P^{*}(m)$, matriz de probabilidades de transición a largo plazo para la persona m, en la ecuación (3), cuando k es suficientemente grande, hallamos el valor -a largo plazo- del paso k de la matriz de transición de la población mientras k se incrementa:

$$Q^{*} = N_o^{-1} \sum_m N_o(m) P^{*}(m) \qquad (4)$$

Puesto que las matrices individuales a largo plazo $P^{*}(m)$ son constantes, Q^{*} es la matriz de transición de la población a largo plazo. De aquí, que si el proceso continúa y es suficientemente largo, a un determinado nivel resultará una distribución estable de personas entre varios estados, como en el modelo de la simple cadena de Markov.

Pero la serie de cadenas de Markov, como muchas otras, no se cierra con la operación de promediar; aunque el nivel de proceso de la población es un promedio ponderado del nivel individual de las cadenas de Markov, el nivel de proceso de la población no es en si mismo una cadena de Markov. Hay dos diferencias importantes:

1) El nivel de la matriz de transición de la población a largo plazo, Q^{*}, de forma distinta que el nivel individual de las matrices de transición a largo plazo, $P^{*}(m)$, no tiene necesariamente filas idénticas, ya que la pre-multiplicación de $P^{*}(m)$ por $N_{0}(m)$ en la ecuación (4) incorpora sólo una única fila de $P^{*}(m)$ -la correspondiente al estado inicial de la persona m- én la matriz Q^{*}. De aquí que la proporción de personas originada en un estado inicial dado que se hallan en otro estado dado después de la estabilidad, puede ser distinta para diferentes estados iniciales. Este hecho puede explicarse heurísticamente: La probabilidad de un individuo de hallarse en un estado particular después de la estabilidad no depende directamente de su estado inicial, pero sí de su matriz de probabilidades de transición, y esta última puede estar distribuida desigualmente entre los distintos estados de origen. En el modelo heterogéneo de McFarland, sólo ocurriría por coincidencia que bastantes personas tuvieran idénticas probabili-

dades de alcanzar eventualmente algún estatus altamente deseable. En este aspecto, el modelo heterogéneo, a diferencia de otros, corresponde a un punto de vista real.

2) La matriz Q_k, distinta del paso k de la matriz de transición de una cadena de Markov, no es generalmente igual al peso k del paso uno de la matriz de transición Q_1. Así este proceso difiere de la simple cadena de Markov precisamente en el punto en que está en desacuerdo con los datos. Esta discrepancia entre Q_k y $(Q_1)^k$ puede verse fácilmente a partir de las ecuaciones (2) y (3): Q_k es un promedio ponderado de los k pesos de las matrices P(m), mientras que $(Q_1)^k$ es el k peso del promedio ponderado de las P(m) matrices (1). Estas discrepancias permiten al modelo heterogéneo que se ajuste a los datos donde falla la simple cadena de Markov.

El proceso en este modelo (McFarland, 1970, p. 470) puede describirse heurísticamente, al menos en el punto de explicar por qué la proporción de gente que permanecen en un estatus dado del tiempo 0 al tiempo 2 no es igual al cuadrado de la proporción que permanece del tiempo 0 al 1; o, equivalentemente, por qué la proporción de los que todavía estaban en el estatus dado en el tiempo 1, que continúan del tiempo 1 al tiempo 2, no es igual a la proporción de los que se hallan en el estatus dado en el tiempo 0, y se quedan del tiempo 0 al 1. La proporción esperada de personas en un estatus dado que llevan a cabo cualquier tran-

---

(1) Según la estadística elementäl, el promedio del cuadrado de una variable no es idéntico al cuadrado del promedio de dicha variable.

sición es igual, según la ecuación (2), al promedio de sus distintas probabilidades. Los que salen del estatus dado durante el primer intervalo de tiempo difieren de aquéllos que continúan, en que los últimos tienden a ser personas con más altas probabilidades de permanecencia que los primeros. Por tanto, el grupo que continúa después de un período de tiempo tendrá mayor probabilidad promedio de permanecencia que el grupo inicial, y de aquí la proporción esperada del primer grupo que permanece a lo largo del segundo período de tiempo es mayor que la proporción esperada del grupo inicial que continúa durante el primer período de tiempo.

Este modelo, pues, da lugar a consecuencias empíricas que se presentan, a primera vista, como si la probabilidad de movimiento disminuyera con el tiempo; pero, de hecho, no es así. Lo que ocurre es que los individuos con altas probabilidades de movimiento tienden a moverse pronto, mientras que los que permanecen después de varios períodos de tiempo son predominantemente personas con bajas probabilidades de movimiento. Este modelo y el de movilidad de Cornell van en direcciones opuestas; en el segundo, la probabilidad de movimiento de un individuo es baja <u>a causa</u> de su larga duración en su estatus actual, y un individuo tiene una larga duración en su estatus presente <u>a causa</u> de su baja probabilidad de movimiento.

En un cierto sentido, el modelo de McFarland (1970) es una generalización del modelo "mover"-"stayer" de Blumen, Kogan & McCarthy (1955): éste permite una población heterogénea en la medida en que existen dos tipos de hombres, siendo homogénea cada una de estas dos clases, mientras que el de McFarland (1970) tiene una población arbitrariamente heterogénea (1). Mayer (1968b) ha trabajado en un modelo intermedio, en donde se dan un número moderado de distintas clases de hombres, siendo cada una homogénea; su investigación, en un manuscrito no publicado, da una respuesta parcial a cuántas clases serían necesarias para explicar los datos observados de movilidad.

El modelo de McFarland (1970, p. 471) presenta la posibilidad de que un individuo tenga alta probabilidad de moverse hasta que halla una ocupación "adecuada" para él, y por tanto, entonces, ya es escasa la probabilidad de movimiento. Este patrón de carrera, que aparece corriente, no es posible en el modelo "mover"-"stayer", en la generalización de Mayer (1968b), o en el modelo de movilidad de Cornell. Otra forma de admitir este patrón, en distinto tipo de modelo, fue propuesta por Mayer (1968a), considerando dos estados -uno regular y otro absorbente- correspondientes a cada estatus social, y en donde cada vez que una persona se halla en un estatus social dado presenta una probabilidad positiva de ser absorbida permanentemente en aquél; en este modelo, la probabilidad acumulativa de absorción en un estatus dado se incrementa con la duración de la permanencia allí, dando lugar a consecuencias empíricas

---

(1) En sentido estricto, el modelo de McFarland (1970) no es una generalización del modelo "mover"-"stayer": una de las suposiciones del primero -que ninguna persona tiene probabilidad de transición precisamente igual a cero- contradice directamente a una de las del segundo, ya que un "stayer" tiene probabilidad cero de camcio de estatus.

similares a las del modelo de movilidad de Cornell, pero con un mecanismo algo distinto. La suposición de estacionariedad del modelo de McFarland (1970), junto con su falta de estados absorbentes, significa que atribuimos la aparente absorción de algunas personas a distintas causas (ya que sus probabilidades de movimiento, aunque constantes, son muy bajas).

Cabría pensar en qué velocidad se aborda la estabilidad (1), pero el proceso empírico de la movilidad social, a menos del modelo matemático, no puede continuar indefinidamente hasta que se llega a la estabilidad. Si la estabilización requiere, por ejemplo, 100 años, los individuos habrán muerto antes de que se cumpla, y los teoremas matemáticos acerca de la estabilidad serán irrelevantes para los fenómenos empíricos; incluso si la estabilización requiriera solamente 20 años, la suposición de estacionariedad sería altamente sospechosa. Veremos seguidamente, sin embargo, que el principal resultado del modelo es que conserva incluso la validez sin la suposición de estacionariedad.

---

(1) La matriz de transición de Blumen, Kogan & McCarthy (1955, p. 59, Tabla 4-3), utilizando diez categorías de empleo para la industria más una onceava para el desempleo, y basada en un intervalo de tiempo de tres meses es estable para varios décimos lugares por el peso treinta y dos, o después de ocho años. Otras matrices de transición presentarían similares razones de convergencia. Sin enbargo, una diferente clasificación de estados (por prestigio ocupacional, más que por la industria) podría dar una diferente razón de estabilización. Son precisos posteriores estudios empíricos.