Estadística II

1. Modelos de distribución de variables aleatorias

ADMINISTRACIÓ I DIRECCIÓ D'EMPRESES

Estadística II

1. Modelos de distribución de variables aleatorias

I. Variables Aleatorias Discreta

1.1. Distribución dicotómica y binomial

Bernoulli o Dicotómica, B(1, p)

- Experimento aleatorio con sólo 2 posibles resultados:

$$\mathrm{x}_0 = 0 \Rightarrow p_0 = P(X = X_0) = P(X = 0) = q = 1 - p$$
$$\mathrm{x}_1 = 1 \Rightarrow p_1 = P(X = X_1) = P(X = 1) = p$$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{k} X_i \cdot p_i = X_0 \cdot p_0 + X_1 \cdot p_1 = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$$

$$E(X^2) = \sum_{i=1}^{k} X_i^2 \cdot p_i = X_0^2 \cdot p_0 + X_1^2 \cdot p_1 = 0^2 \cdot (1 - p) + 1^2 \cdot p = p$$

$$Var(X) = E(X^2) - \left[E(x)\right]^2 = p - p^2 = p \cdot (1 - p) = p \cdot q$$

1.1. Distribución dicotómica y binomial

– Éxito con valor X = 1 y p = probabilidad de éxito
– Fracaso con valor X = 0 i q = 1 – p = probabilidad de fracaso

- **Función de cuantía**:

$$P(X = x_i) = p^{x_i} \cdot (1 - p)^{1 - x_i} \quad \text{con} \quad \mathrm{x_i} = 1 \text{ o } \mathrm{x_i} = 0 \text{ y } 0 \le p \le 1$$

- Esperanza matemática: $E(X) = p$

- Varianza: $Var(X) = p \cdot q$

1.1. Distribución dicotómica y binomial

EJEMPLO: X = sacar cara al lanzar una moneda

$$\begin{cases} \mathrm{x}_0 = 0 = \text{sacar cruz} \\ p_0 = P(X = X_0) = P(X = 0) = 1 - p = q = 1 - 0{,}5 = 0{,}5 \\ \mathrm{x}_1 = 1 = \text{sacar cara} \\ p_1 = P(X = X_1) = P(X = 1) = p = 0{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} E(X) = X_0 \cdot p_0 + X_1 \cdot p_1 = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p = 0{,}5 \\ E(X^2) = X_0^2 \cdot p_0 + X_1^2 \cdot p_1 = 0^2 \cdot (1 - p) + 1^2 \cdot p = p = 0{,}5 \\ Var(X) = E(X^2) - [E(x)]^2 = p \cdot (1 - p) = 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}5) = 0{,}25 \end{cases}$$

1.1. Distribución dicotómica y binomial

Binomial, B(n, p)

- Repetición de un experimento de Bernoulli *n* veces.
- Repeticiones son **Independientes** entre si.
- La **probabilidad de éxito constante**

•**Función de cuantía**:

Si x_i el número de éxitos obtenidos

$$P(X = x_i) = \binom{n}{x_i} p^{x_i}(1-p)^{n-x_i} \quad \text{con} \quad \mathrm{x_i} = 0, 1, \ldots, \mathrm{n} \quad \mathrm{i} \quad 0 \le p \le 1$$

1.1. Distribución dicotómica y binomial

$$
\begin{aligned}
E(X) &= E(X_1 + X_2 + ... + X_{n-1} + X_n) = \\
&= E(X_1) + E(X_2) + ... + E(X_{n-1}) + E(X_n) = \\
&= p + p + ... + p + p = n \cdot p
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
V(X) &= V(X_1 + X_2 + ... + X_{n-1} + X_n) = \\
&= V(X_1) + V(X_2) + ... + V(X_{n-1}) + V(X_n) = \\
&= p \cdot q + p \cdot q + ... + p \cdot q + p \cdot q = n \cdot p \cdot q
\end{aligned}
$$

1.1. Distribución dicotómica y binomial

- **<u>Función de distribución</u>**:

$$F(x_0) = P(X \leq x_0) = \sum_{x_i=0}^{x_0} \binom{n}{x_i} p^{x_i} (1-p)^{n-x_i}; \quad \mathrm{si} \quad 0 \leq x_0 \leq \mathrm{n}$$

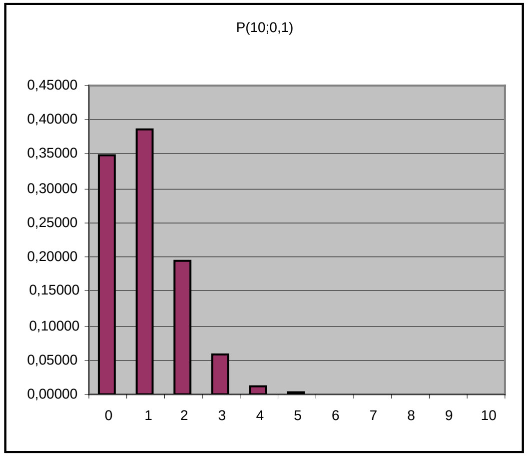
- Esperanza matemática: $E(X) = n \cdot p$
- Varianza: $Var(X) = n \cdot p \cdot q$
- <u>Propiedad reproductiva</u>: Si X_1 y X_2 son dos v.a. independientes que se distribuyen según una ley Binomial

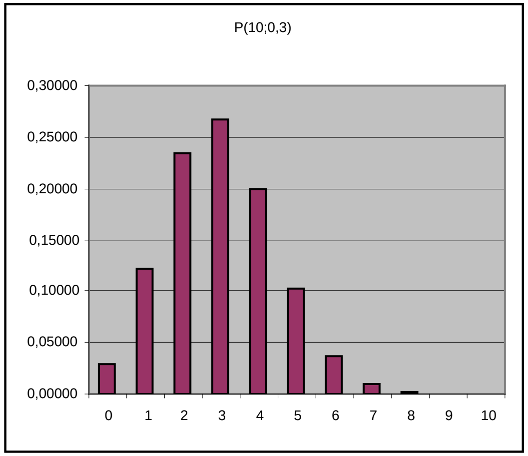
$$X_1 \approx B(n_1, p) \quad \mathrm{i} \quad X_2 \approx B(n_2, p)$$

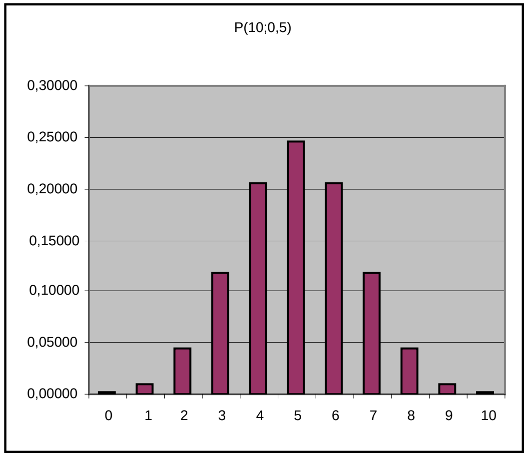
$$\mathrm{X} = (\mathrm{X}_1 + X_2) \Longrightarrow X \approx B(n_1 + n_2, p)$$

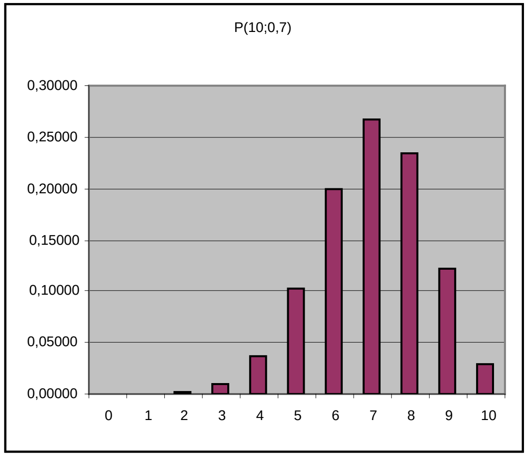
1.1. Distribución dicotómica y binomial

X_i	P(10;0,1)	P(10;0,3)	P(10;0,5)	P(10;0,7)
0	0,34868	0,02825	0,00098	0,00001
1	0,38742	0,12106	0,00977	0,00014
2	0,19371	0,23347	0,04395	0,00145
3	0,05740	0,26683	0,11719	0,00900
4	0,01116	0,20012	0,20508	0,03676
5	0,00149	0,10292	0,24609	0,10292
6	0,00014	0,03676	0,20508	0,20012
7	0,00001	0,00900	0,11719	0,26683
8	0,00000	0,00145	0,04395	0,23347
9	0,00000	0,00014	0,00977	0,12106
10	0,00000	0,00001	0,00098	0,02825
Repeticiones	**10**	**10**	**10**	**10**
Probabilidad	**0,1**	**0,3**	**0,5**	**0,7**



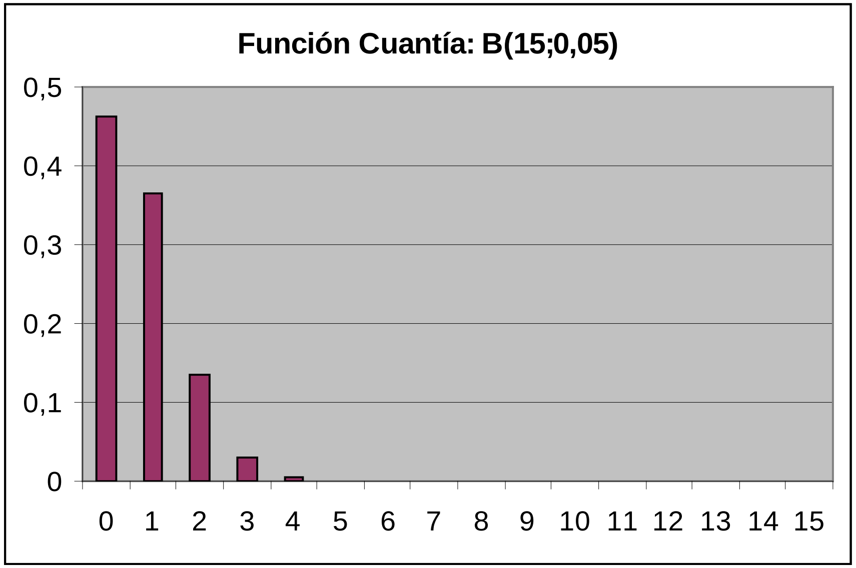


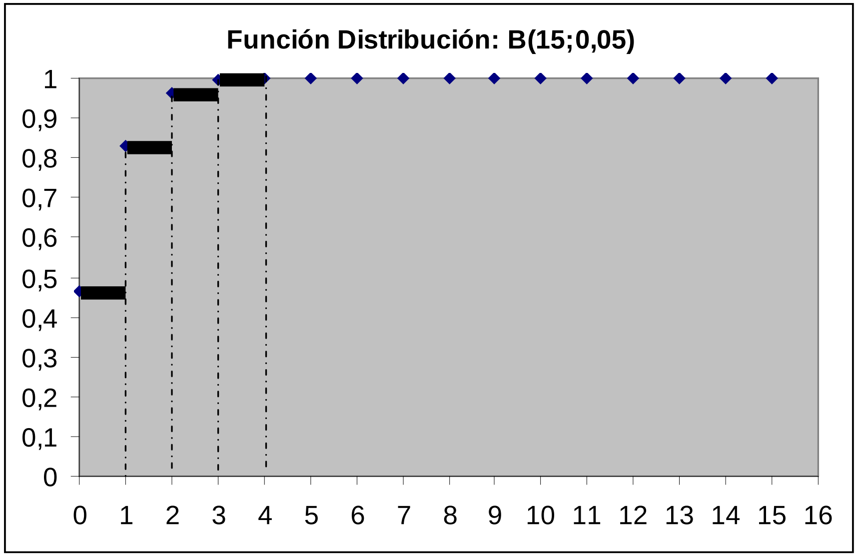




1.1. Distribución dicotómica y binomial

X_i	$P(X_i)$	$F(X_i)$
0	0,46329123	0,46329123
1	0,36575623	0,82904746
2	0,1347523	0,96379976
3	0,03073298	0,99453274
4	0,00485258	0,99938532
5	0,00056188	0,99994719
6	4,9287E-05	0,99999648
7	3,3352E-06	0,99999982
8	1,7554E-07	0,99999999
9	7,1858E-09	1
10	2,2692E-10	1
11	5,4287E-12	1
12	9,5241E-14	1
13	1,1568E-15	1
14	8,6975E-18	1
15	3,0518E-20	1





1.2. Distribución de Poisson

Poisson, P(λ)

•Número de sucesos que ocurren por unidad de observación

•Es estable, ya que produce un número medio de sucesos constante - igual al valor del parámetro λ - que ocurren en un intervalo dado.

Función de Cuantía

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}; x = 0,1,2,\ldots$$

1.2. Distribución de Poisson

Características poblacionales

- Valor Esperado

$$E(X) = \lambda$$

- Varianza

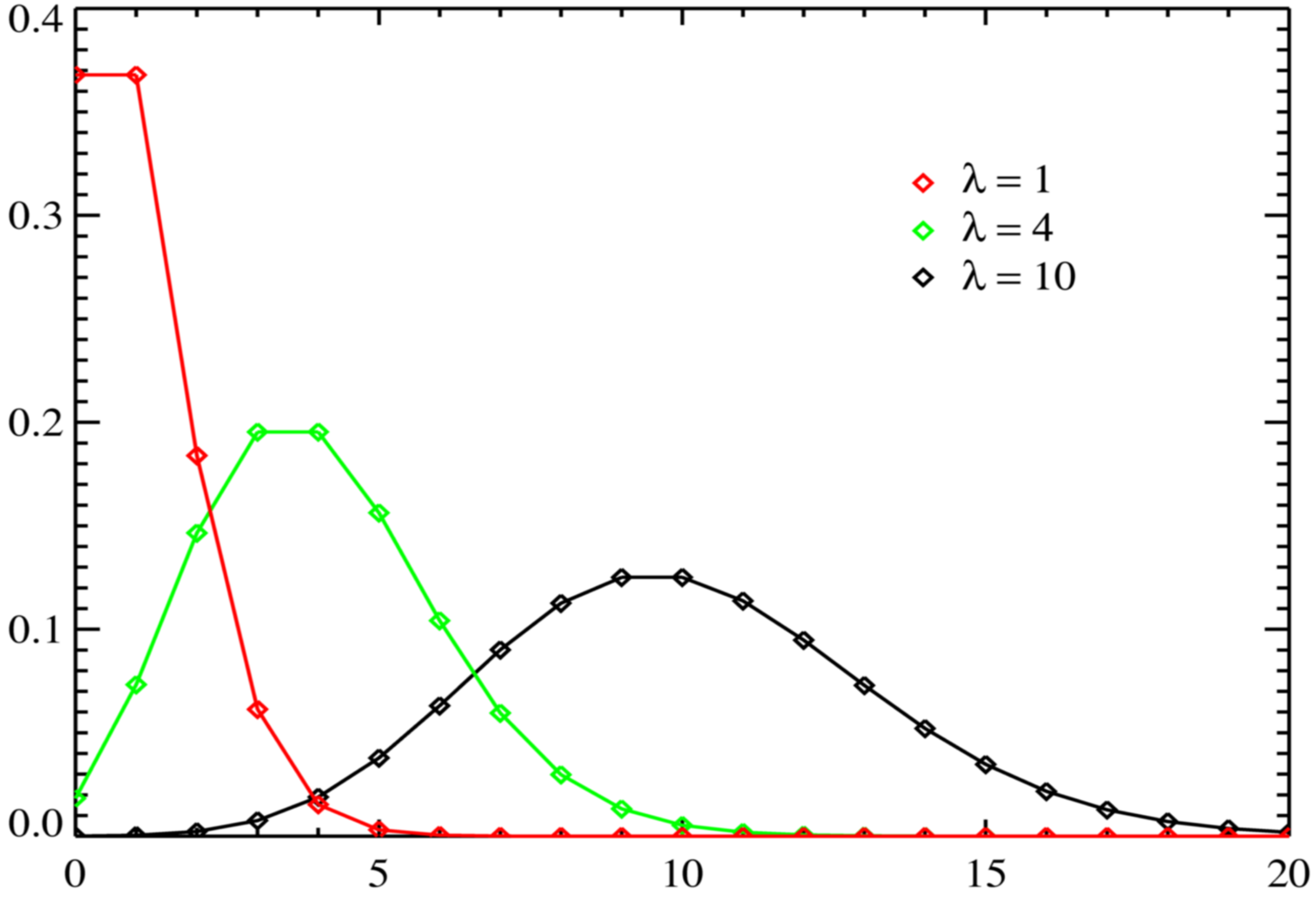
$$Var(X) = \lambda$$

Función de Distribución

$$F(x_0) = P(X \leq x_0) = \sum_{i=0}^{x_0} \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}; \quad x = 0,1,2,..$$

1.2. Distribución de Poisson

Su representación gráfica:



1.2. Distribución de Poisson

La distribución de Poisson es el límite de una distribución Binomial cuando "n" tiende a infinito y "p" tiende a cero

$$\lim_{\substack{n\to\infty \\ p\to 0}} B(n;p) = P(\lambda)$$

$$n > 30 \qquad p \leq 0{,}10 \quad \to \quad \lambda \cong np$$

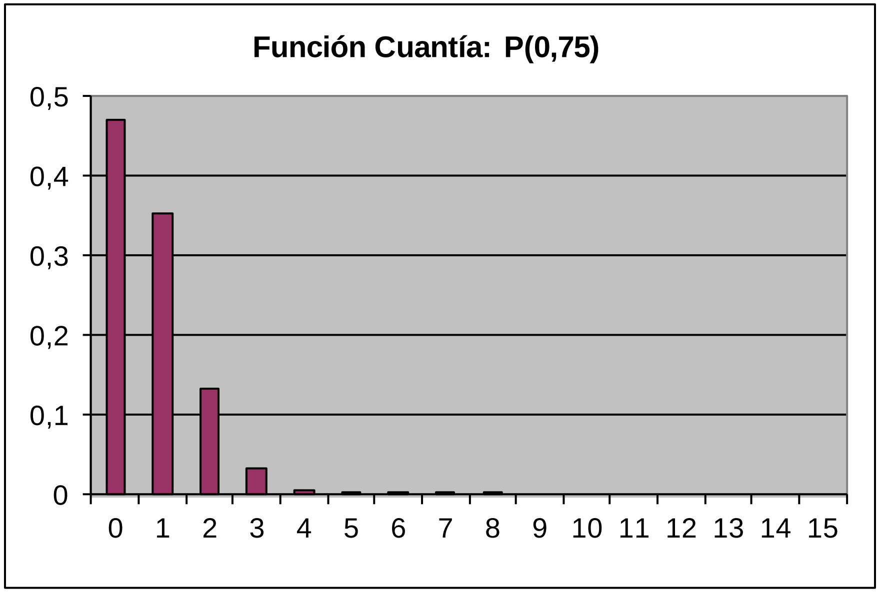
Propiedad reproductiva:

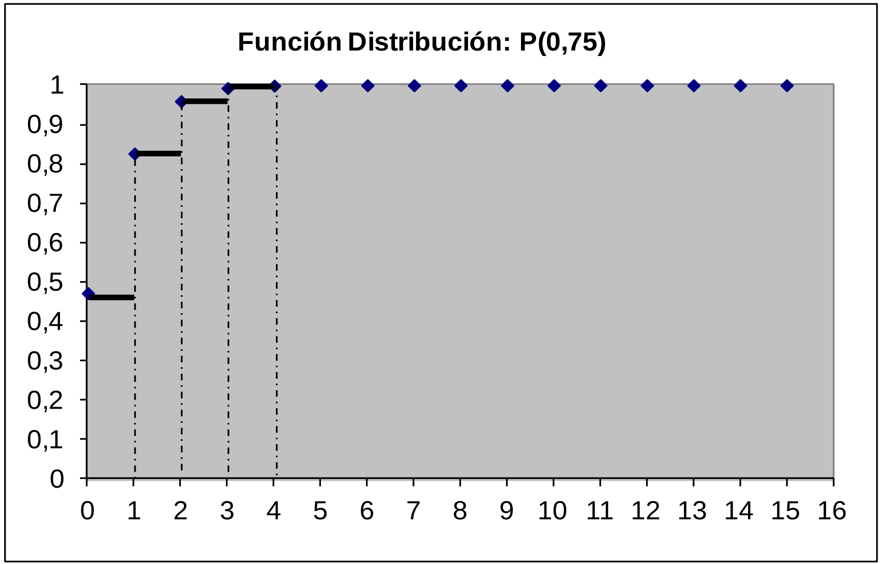
$$X_1 \approx P(\lambda_1) \quad \text{i} \quad X_2 \approx P(\lambda_2)$$

$$\mathrm{X} = (\mathrm{X}_1 + X_2) \quad \Longrightarrow \quad X \approx P(\lambda_1 + \lambda_2)$$

1.2. Distribución de Poisson

X_i	$P(X_i)$	$F(X_i)$
0	0,47236655	0,47236655
1	0,35427491	0,82664147
2	0,13285309	0,95949456
3	0,03321327	0,99270783
4	0,00622749	0,99893532
5	0,00093412	0,99986945
6	0,00011677	0,99998621
7	1,2511E-05	0,99999872
8	1,1729E-06	0,99999989
9	9,7739E-08	0,99999999
10	7,3304E-09	1
11	4,998E-10	1
12	3,1238E-11	1
13	1,8022E-12	1
14	9,6545E-14	1
15	0	1





Estadística II

1. Modelos de distribución de variables aleatorias

II. Variables Aleatorias Continuas

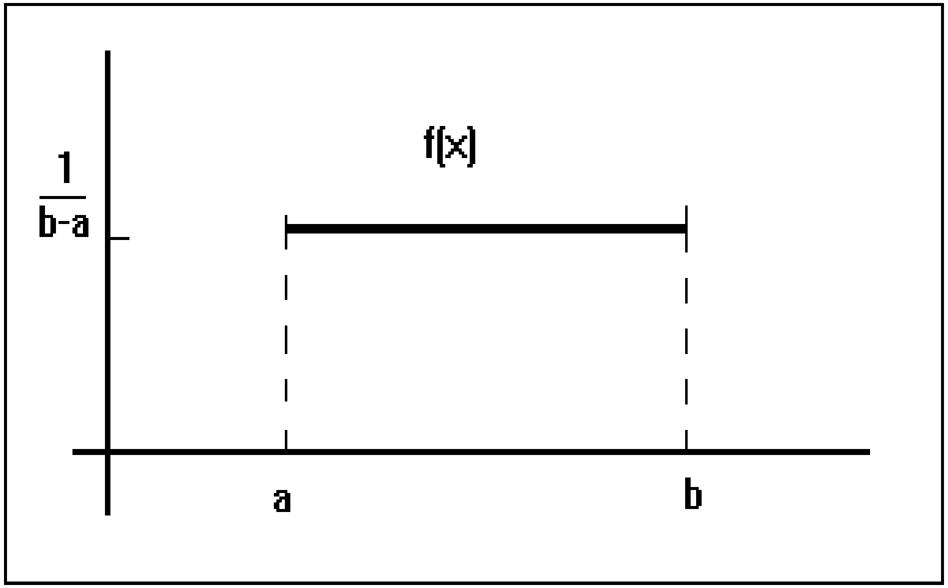
1.3. Distribución de Uniforme

Uniforme, U [a,b]

Toma valores equiprobables en un intervalo definido [a; b], siendo a < b.

Función de densidad:

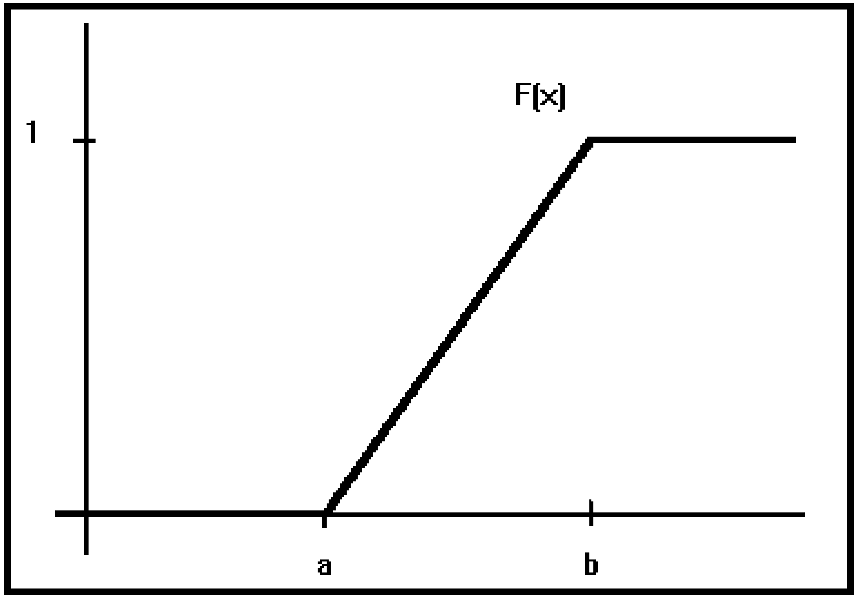
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & caso\ contrario \end{cases}$$



1.3. Distribución de Uniforme

Función de distribución:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & si \quad x<a \\ \dfrac{(x-a)}{(b-a)} & si \quad a\leq x\leq b \\ 1 & si \quad x>b \end{cases}$$



1.3. Distribución de Uniforme

Características poblacionales

- Valor Esperado

$$\boxed{E(X)=\frac{a+b}{2}}$$

$$E(X)=\int_a^b x\cdot f(x)\cdot dx=\int_a^b x\cdot\frac{1}{b-a}\cdot dx=\frac{1}{b-a}\int_a^b x\cdot dx=$$

$$=\frac{1}{b-a}\cdot\left[\frac{x^2}{2}\right]_a^b=\frac{1}{b-a}\cdot\left[\frac{b^2}{2}-\frac{a^2}{2}\right]=\frac{1}{b-a}\cdot\left[\frac{b^2-a^2}{2}\right]=$$

$$=\frac{1}{b-a}\cdot\left[\frac{(a+b)\cdot(b-a)}{2}\right]=\frac{a+b}{2}$$

1.3. Distribución de Uniforme

- **Varianza**

$$V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$$V(X) = E\left[(x - E(X))^2\right] = \int_a^b (x - E(X))^2 \cdot f(x) \cdot dx$$

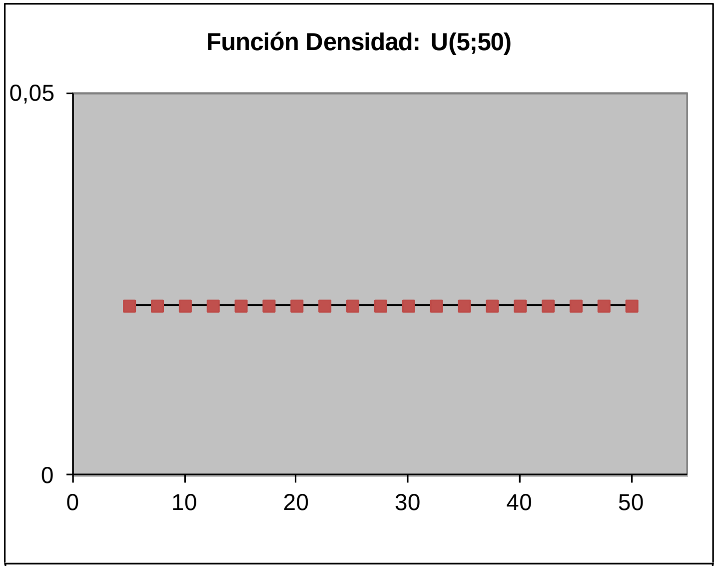
$$= \int_a^b \left(x - \frac{a+b}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{b-a} \cdot dx = \ldots = \frac{(b-a)^2}{12}$$

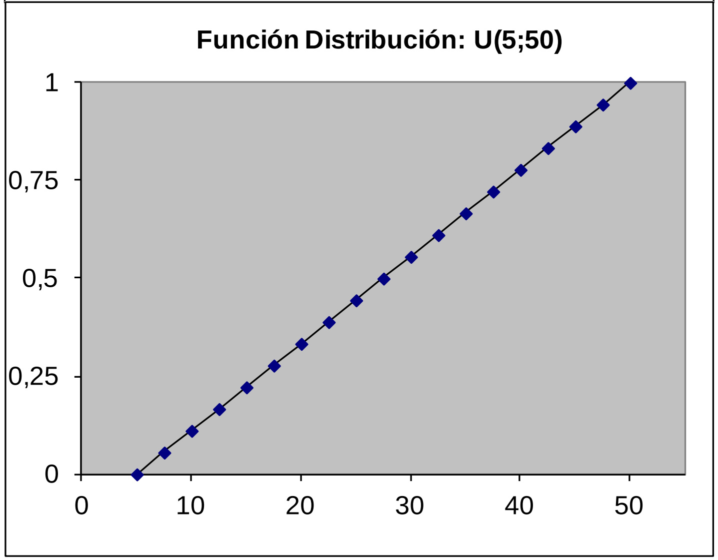
$$V(X) = E\left[x^2\right] - (E(X))^2 = \int_a^b x^2 \cdot f(x) \cdot dx - (E(X))^2$$

$$= \int_a^b x^2 \cdot \frac{1}{b-a} \cdot dx - \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 = \ldots = \frac{(b-a)^2}{12}$$

1.3. Distribución Uniforme

X_i	$P(X_i)$	$F(X_i)$
5	0,02222222	0
7,5	0,02222222	0,05555556
10	0,02222222	0,11111111
12,5	0,02222222	0,16666667
15	0,02222222	0,22222222
17,5	0,02222222	0,27777778
20	0,02222222	0,33333333
22,5	0,02222222	0,38888889
25	0,02222222	0,44444444
27,5	0,02222222	0,5
30	0,02222222	0,55555556
32,5	0,02222222	0,61111111
35	0,02222222	0,66666667
37,5	0,02222222	0,72222222
40	0,02222222	0,77777778
42,5	0,02222222	0,83333333
45	0,02222222	0,88888889
47,5	0,02222222	0,94444444
50	0,02222222	1





1.4. Distribución Normal

Variable Aleatoria: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ó $X \sim N(\mu, \sigma)$

Función de Densidad:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty \le x \le \infty$$

Función de Distribución:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad -\infty \le x \le \infty$$

1.4. Distribución Normal

Características de la D. Normal

✓Recorrido (- ∞ , + ∞)

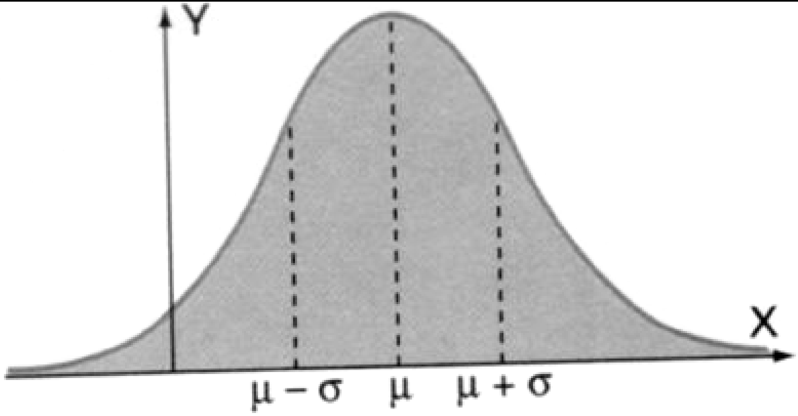
✓Simétrica respecto al E(X)= μ

✓Puntos inflexión "$\mu \pm \sigma$"

✓Derecha e izquierda del punto medio, es asintótica respecto a los ejes horizontales

✓Creciente para valores inferiores a μ

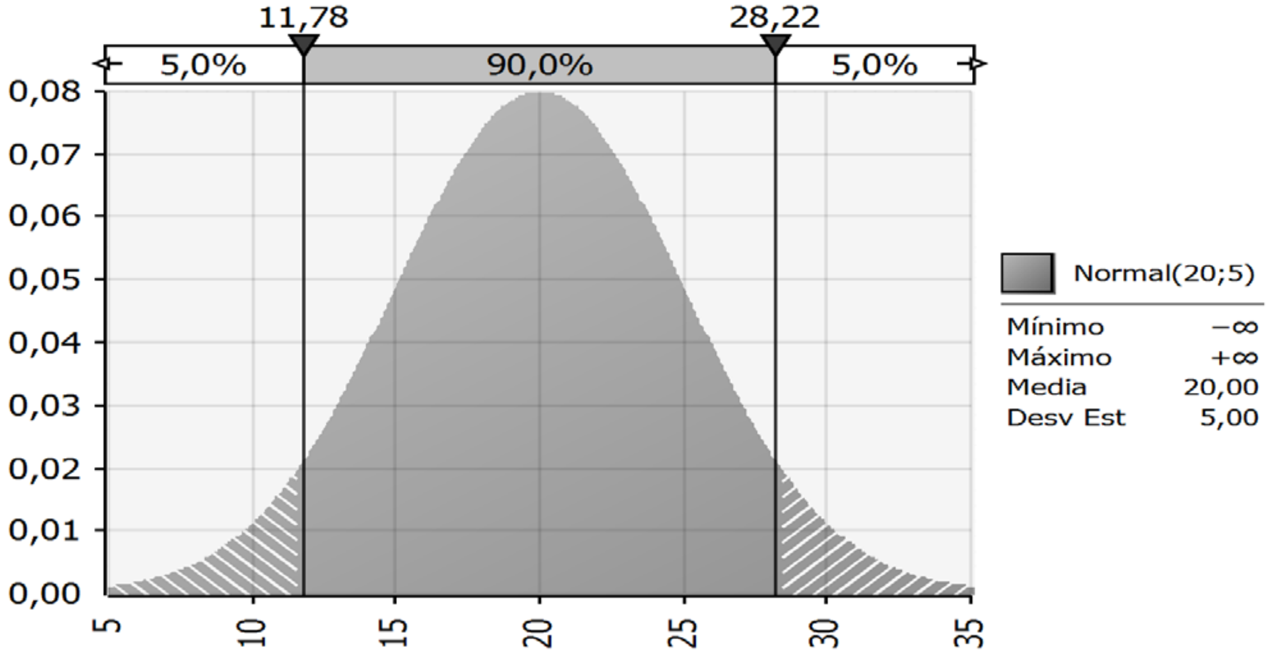
✓Decreciente para valores superiores a μ



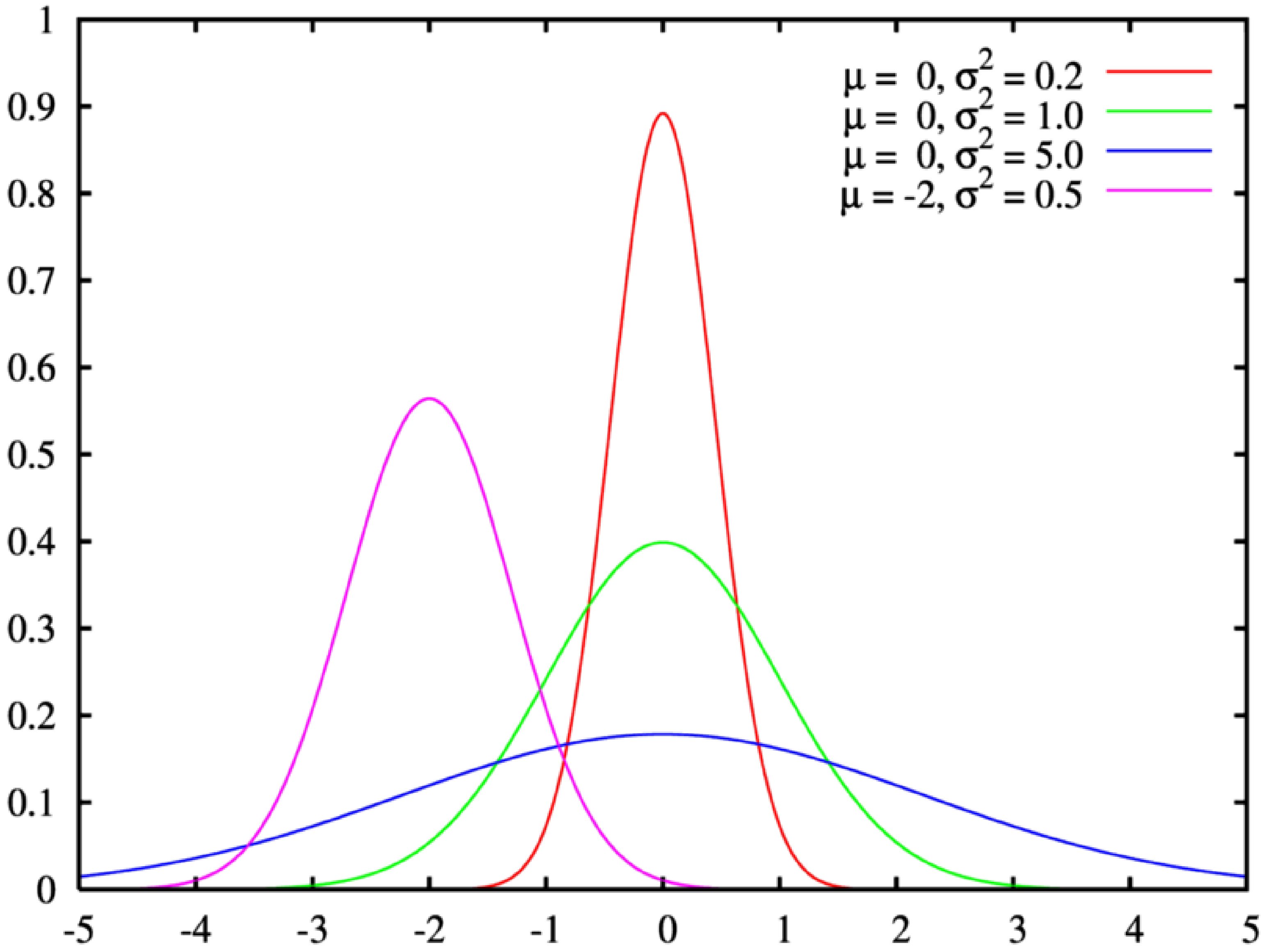
1.4. Distribución Normal

La probabilidad de que la variable esté dentro de un intervalo:

$$P(a < x < b) = \int_b^a \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$



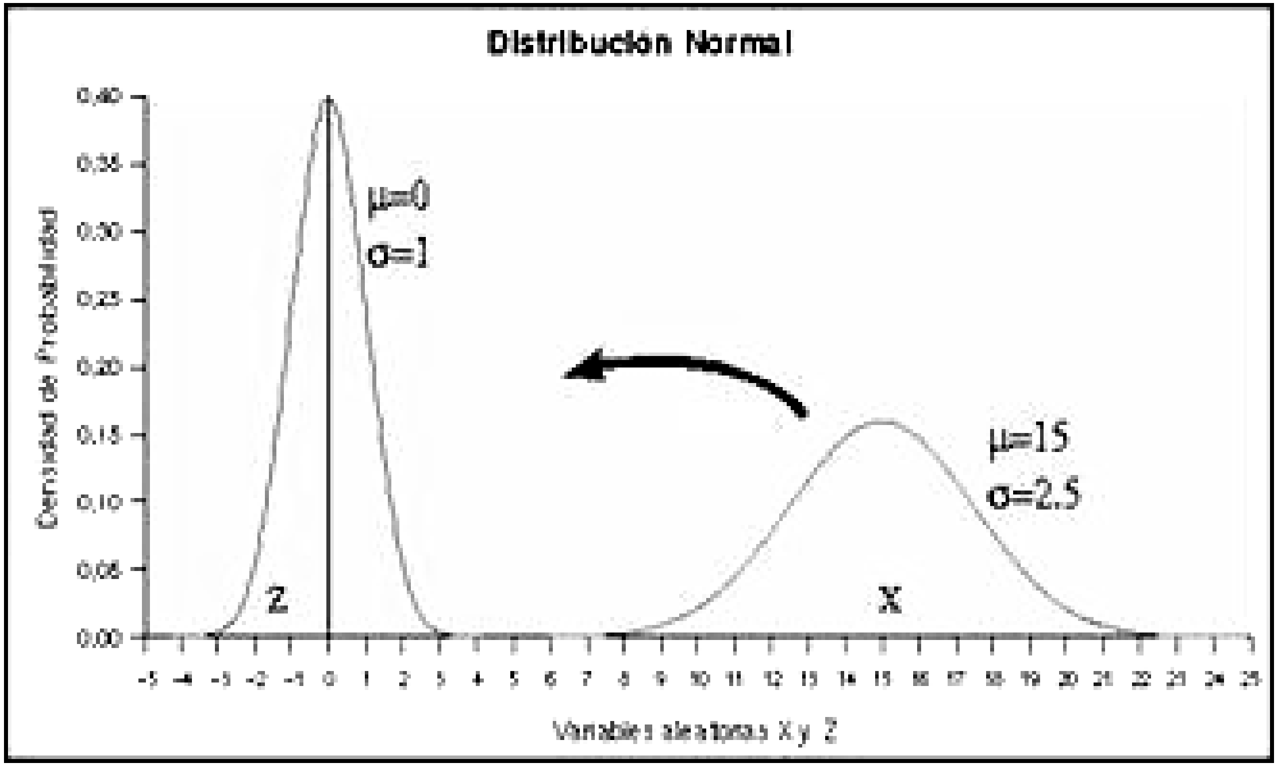
1.4. Distribución Normal



1.4. Distribución Normal

D. Normal Estandarizada: $X \sim N(\mu, \sigma) \quad \rightarrow \quad Z \sim N(0,1)$

$$E(Z) = E\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right) = \frac{\mu-\mu}{\sigma} = 0 \qquad Var(Z) = Var\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sigma^2} Var(X) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1$$



$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

1.4. Distribución Normal

Propiedad reproductiva:

Si X_1 y X_2 son dos v.a. independientes que se distribuyen según una ley de Normal tal que,

$$X_1 \text{ es } N(\mu_1; \sigma^2(X_1)) \qquad X_2 \text{ es } N(\mu_2; \sigma^2(X_2))$$

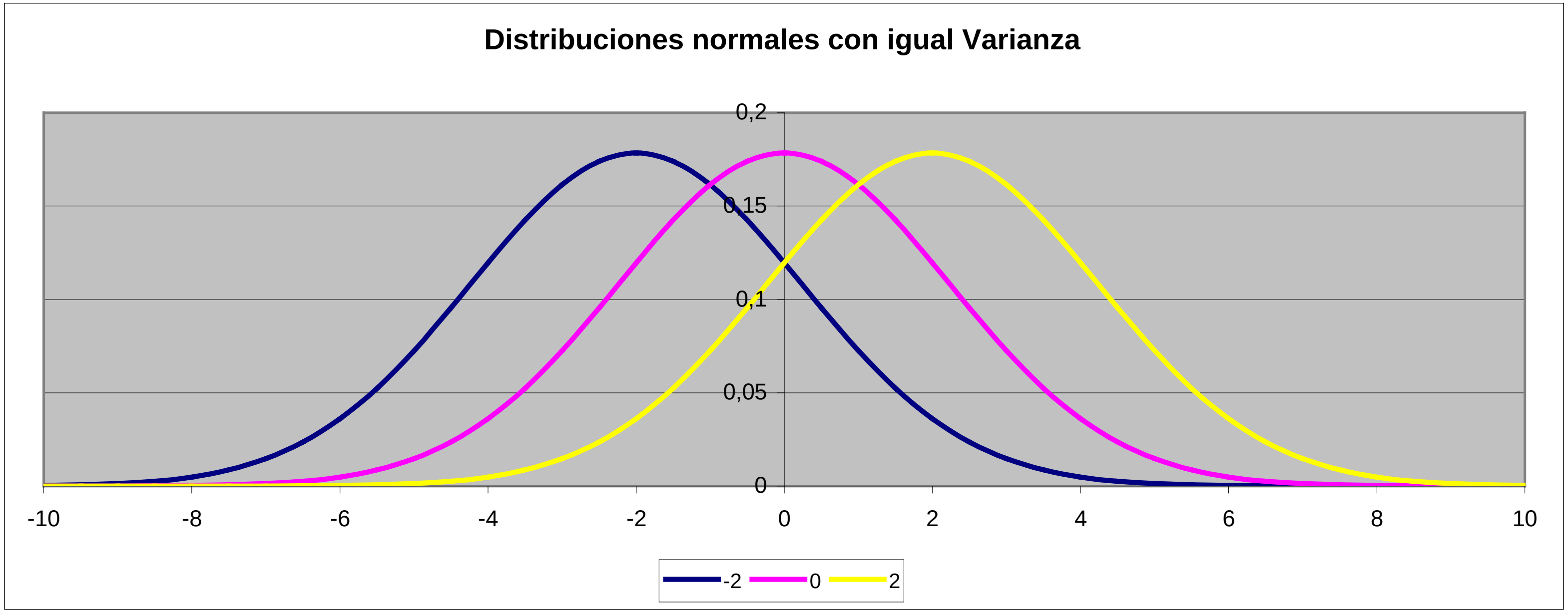
$$X = X_1 + X_2 \quad \Rightarrow \quad X \text{ es } N\left(\mu_1 + \mu_2; \sigma^2(X_1) + \sigma^2(X_2)\right)$$

$$X = X_1 - X_2 \quad \Rightarrow \quad X \text{ es } N\left(\mu_1 - \mu_2; \sigma^2(X_1) + \sigma^2(X_2)\right)$$

1.4. Distribución Normal

DISTRIBUCIONES NORMALES CON IGUAL VARIANZA

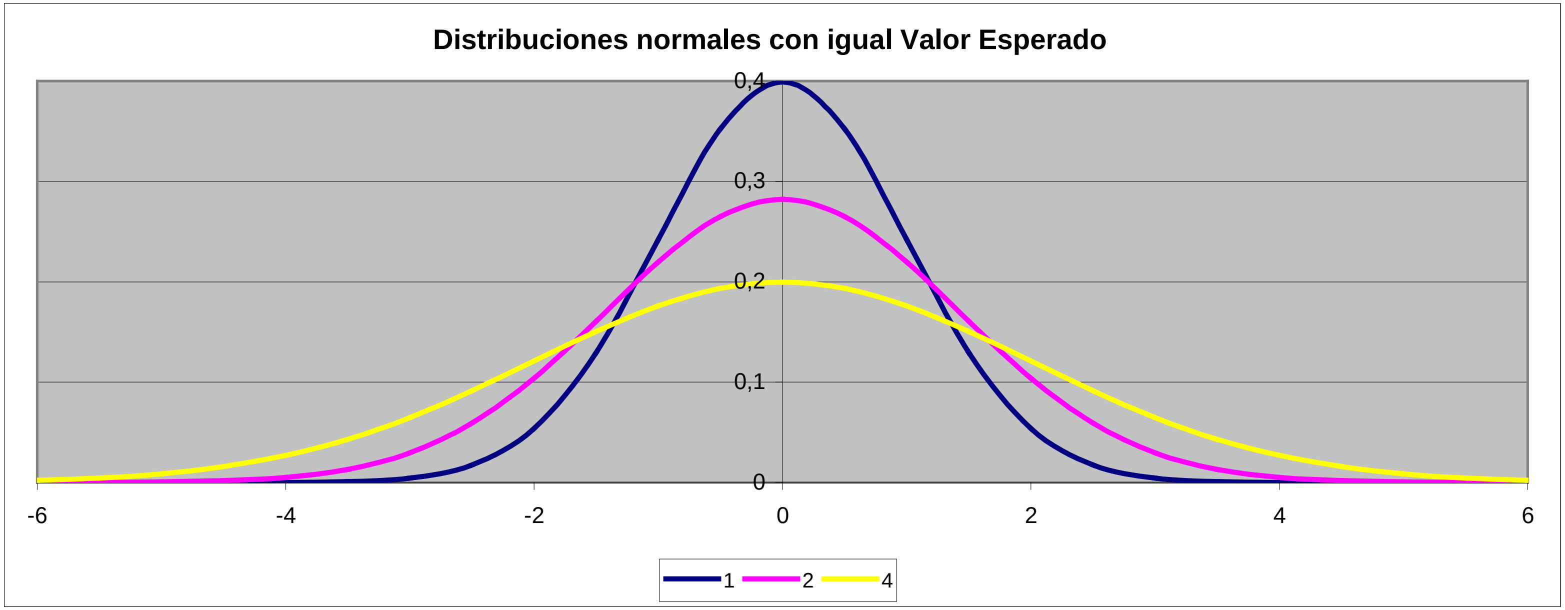
VALORES ESPERADOS	**-2**	**0**	**2**
VARIANZA	**5**	**5**	**5**



1.4. Distribución Normal

DISTRIBUCIONES NORMALES CON IGUAL VALOR ESPERADO

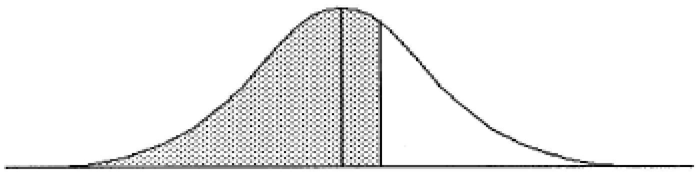
VALORES ESPERADOS	**0**	**0**	**0**
VARIANZA	**1**	**2**	**4**



1.4. Distribución Normal

TABLA-T3: DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTANDAR

$$Z \approx N(\mu = 0; \sigma^2 = 1)$$



$$F(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t/2}\, dt$$

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327

$$P(Z \leq 0{,}34) = 0{,}63307$$

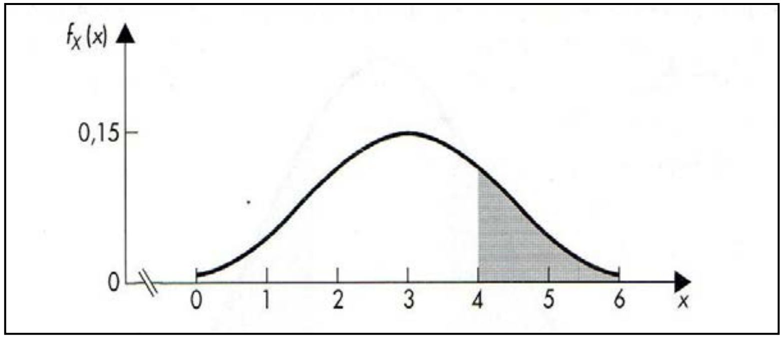
$$P(Z \leq 1{,}36) = 0{,}91308$$

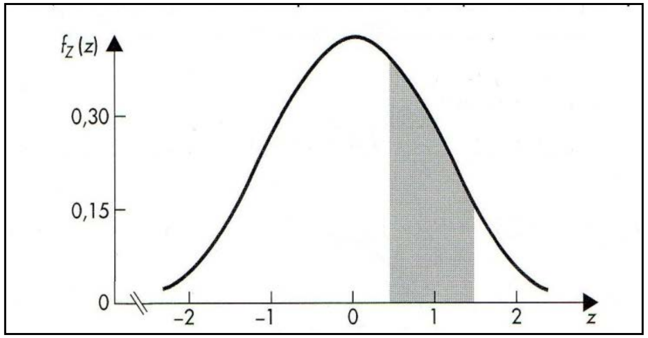
1.4. Distribución Normal

Probabilidades de intervalos

Si X es una variable Normal de media 3 y desviación 2. Calcular la probabilidad de que tome un valor entre 4 y 6.

$$X \to N(3, 2) \qquad \qquad Z \to N(0, 1)$$





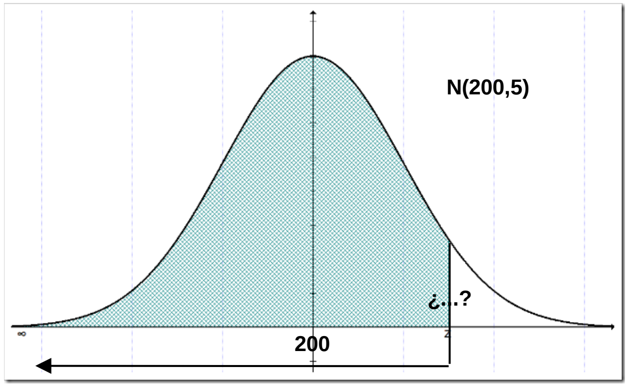
$$P(4 < X < 6) = P\left(\frac{4-3}{2} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{6-3}{2}\right) = P(0{,}5 < Z < 1{,}5) =$$

$$= P(Z < 1{,}5) - P(Z < 0{,}5) = 0{,}9332 - 0{,}6915 = 0{,}2417$$

1.4. Distribución Normal

- Calcular “a” si X~N(200 ; σ=5), para las siguientes relaciones:

$$1 - P(X \le a) = 0{,}995$$

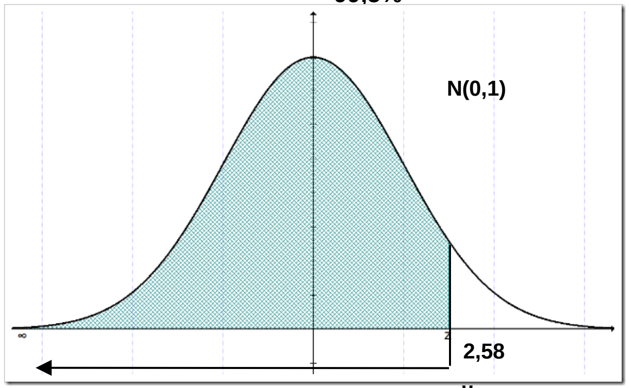


99,5%

$$P(Z \le 2{,}58) = 0{,}995$$

$$Z \approx N(\mu_Z = 0; \sigma_Z = 1)$$

$$\text{con } Z = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$$



99,5%

$$a = \mu + Z \cdot \sigma = 200 + 2{,}58 \cdot 5 = 212{,}9$$

1.4. Distribución Normal

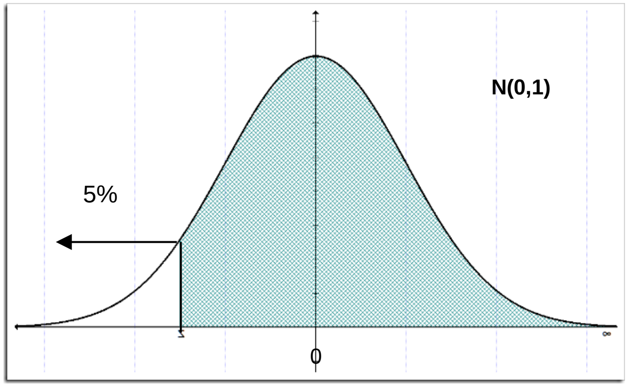
$$2 - P(X \le a) = 0{,}05$$

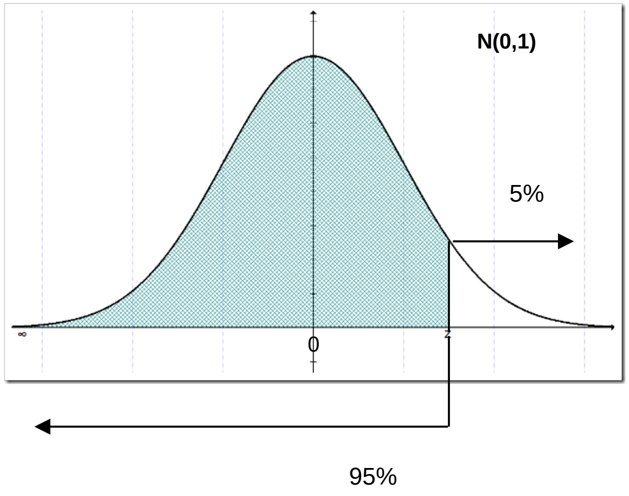
$$P(Z \le -1{,}64) = 0{,}05$$

$$Z \approx N(\mu_Z = 0; \sigma_Z = 1)$$

$$\text{con } Z = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$$

$$a = \mu_X + Z \cdot \sigma_X = 200 - 1{,}64 \cdot 5 = 191{,}8$$





1.4. Distribución Normal

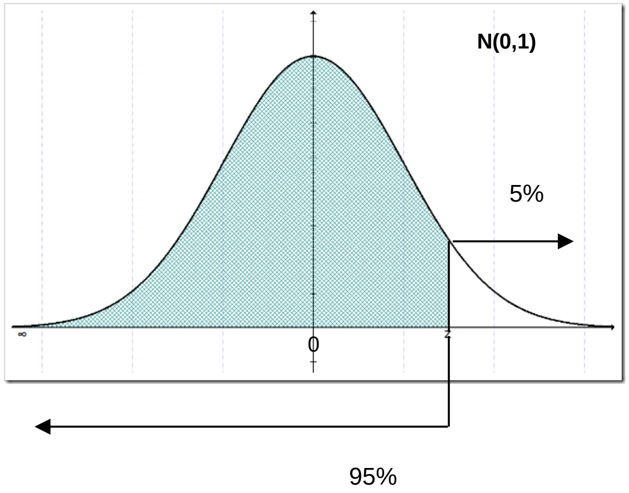
$$3 - P(X \geq a) = 0{,}05$$

$$P(Z \geq 1{,}64) = 0{,}05$$

$$Z \approx N(\mu_Z = 0; \sigma_Z = 1)$$

$$\text{con } Z = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$$

$$a = \mu_X + Z \cdot \sigma_X = 200 + 1{,}64 \cdot 5 = 208{,}2$$



1.4. Distribución Normal

TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE (TCL)

Sean X_1 X_2 …. X_n un conjunto de n v.a. **independientes e idénticamente distribuidas**

$$E(X_1) = E(X_2) = \ldots = E(X_n) = \mu$$

$$V(X_1) = V(X_2) = \ldots = V(X_n) = \sigma^2$$

Se define la variable $\sum X_i = X_1 + \cdots + X_n$

$$\boldsymbol{Si\ n > 30 \quad \rightarrow \quad \sum X_i \sim N(n\mu\,; n\sigma^2)}$$

1.5. Distribución Chi-cuadrado

-Se define la variable aleatoria:

$$\chi^2_{(n)} = Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + ... + Z_n^2$$

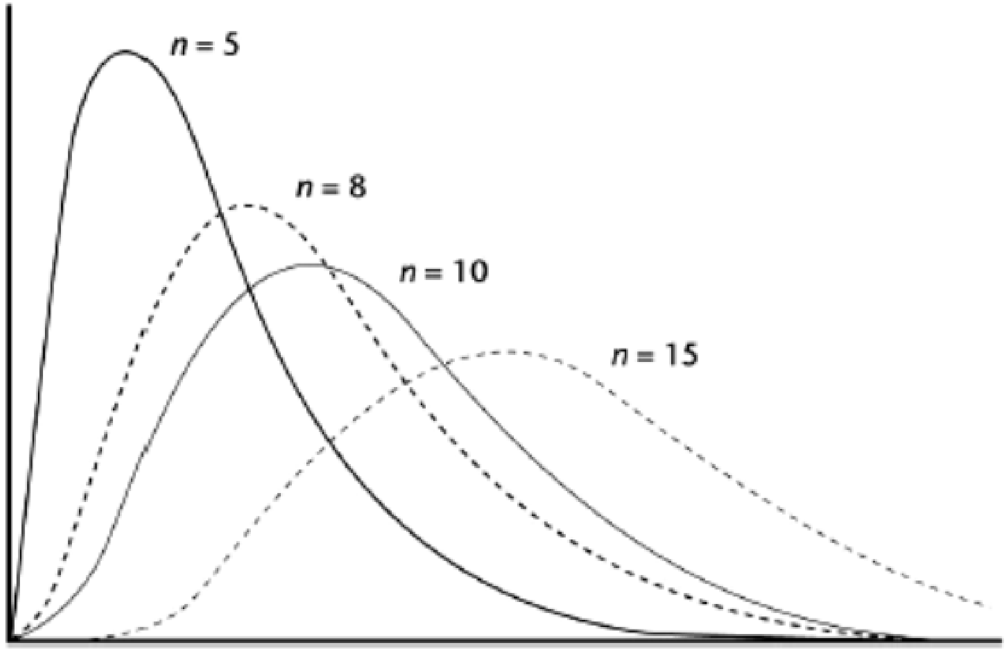
$$\text{con } Z_i \approx N(\mu = 0; \sigma^2 = 1) \quad i = 1,2,3,...,n$$

-Por definición:

$$0 < \chi^2_{(n)} < +\infty$$

1.5. Distribución Chi-cuadrado

-Gráfico de la función de densidad



1.5. Distribución Chi-cuadrado

-Características de su distribución:

$$si \quad X \approx \chi^2_{(n)}$$

$$E(X) = n$$

$$V(X) = 2 \cdot n$$

-Si n > 30,

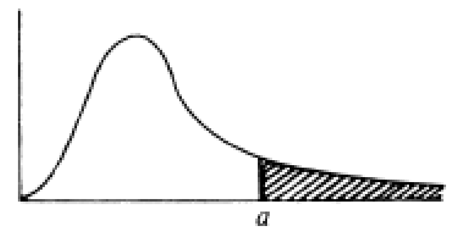
$$si \quad X \approx \chi^2_{(n)} \quad con \quad n > 30 \quad \Rightarrow \quad X \approx N(\mu = n; \sigma^2 = 2 \cdot n)$$

1.5. Distribución Chi-cuadrado

TABLA-T4

Distribución χ^2. $P(\chi^2 \geqslant a)$

$$P(\chi^2_{(10)} \geq 4{,}865) = 0{,}90$$

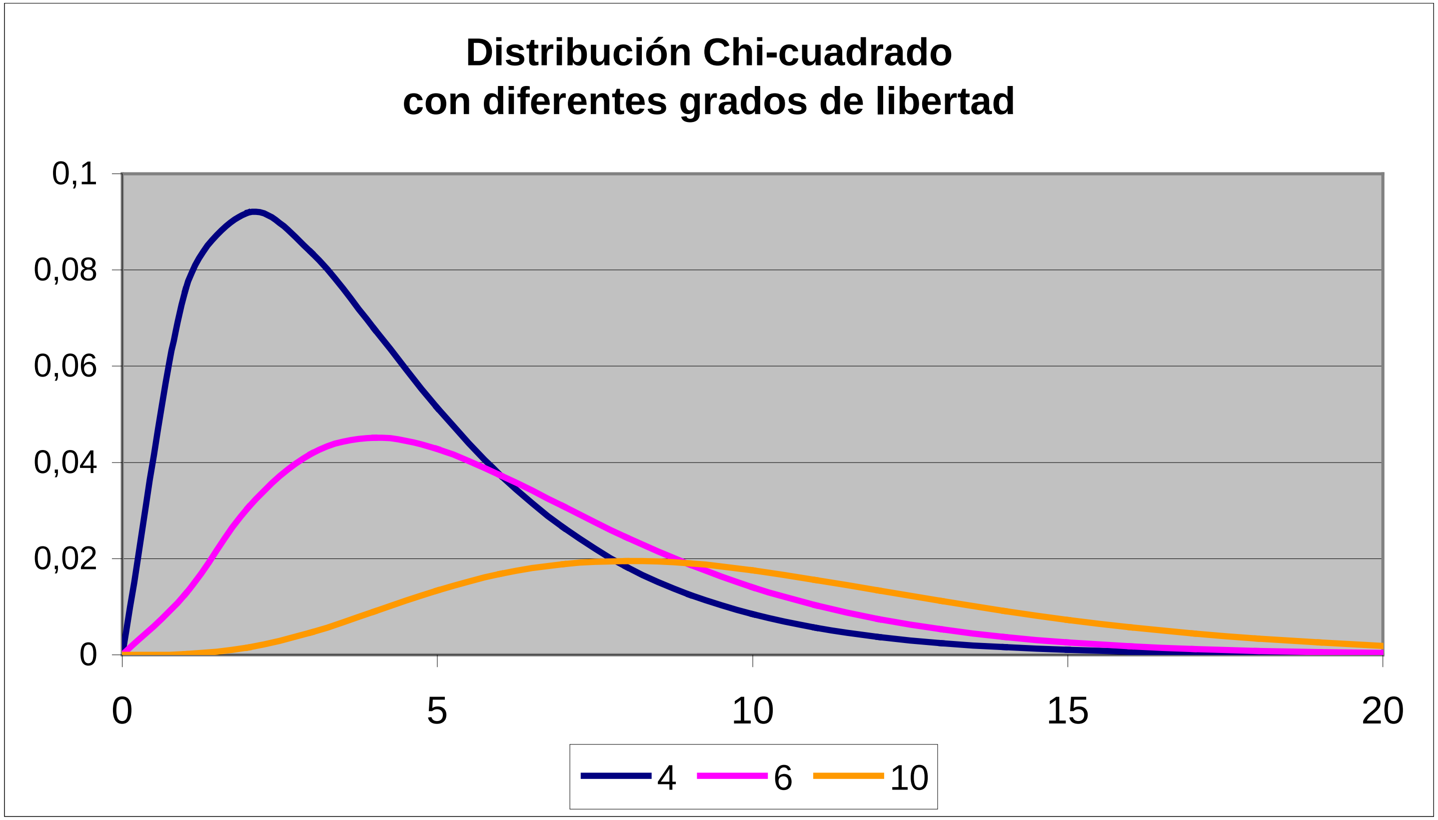


Grados de libertad	Probabilidades										
	0,99	0,975	0,95	0,90	0,75	0,50	0,25	0,10	0,05	0,025	0,01
1	1,571*	9,821*	39,320*	0,016	0,102	0,455	1,323	2,706	3,841	5,024	6,635
2	0,020	0,051	0,103	0,211	0,575	1,386	2,773	4,605	5,991	7,378	9,210
3	0,115	0,216	0,352	0,584	1,213	2,366	4,108	6,251	7,815	9,348	11,345
4	0,297	0,484	0,717	1,064	1,923	3,357	5,385	7,779	9,488	11,143	13,277
5	0,554	0,831	1,145	1,610	2,675	4,351	6,626	9,236	11,070	12,833	15,086
6	0,872	1,237	1,635	2,204	3,455	5,348	7,841	10,645	12,592	14,449	16,812
7	1,239	1,690	2,167	2,833	4,255	6,346	9,037	12,017	14,067	16,013	18,475
8	1,646	2,180	2,733	3,490	5,071	7,344	10,219	13,362	15,507	17,535	20,090
9	2,088	2,700	3,325	4,168	5,899	8,343	11,389	14,684	16,919	19,023	21,666
10	2,558	3,247	3,940	4,865	6,737	9,342	12,549	15,987	18,307	20,483	23,209
11	3,053	3,816	4,575	5,578	7,584	10,341	13,701	17,275	19,675	21,920	24,725
12	3,571	4,404	5,226	6,304	8,438	11,340	14,845	18,549	21,026	23,337	26,217
13	4,107	5,009	5,892	7,041	9,299	12,340	15,984	19,812	22,362	24,736	27,688
14	4,660	5,629	6,571	7,790	10,165	13,339	17,117	21,064	23,685	26,119	29,141
15	5,229	6,262	7,261	8,547	11,036	14,339	18,245	22,307	24,996	24,788	30,578
16	5,812	6,908	7,962	9,312	11,912	15,338	19,369	23,542	26,296	28,845	32,000
17	6,408	7,564	8,672	10,085	12,792	16,338	20,489	24,769	27,587	30,191	33,409
18	7,015	8,231	9,390	10,865	13,675	17,338	21,605	25,989	28,869	31,526	34,805
19	7,633	8,907	10,117	11,651	14,562	18,338	22,718	27,204	30,143	32,852	36,191

1.5. Distribución Chi-cuadrado

DISTRIBUCIONES CHI-CUADRADO CON DIFERENTES GRADOS DE LIBERTAD

GRADOS LIBERTAD	**2**	**4**	**6**	**10**
VALORES ESPERADOS	**2**	**4**	**6**	**10**
VARIANZA	**4**	**8**	**12**	**20**



1.6. Distribución t de Student

-Definimos la variable aleatoria con *n* grados de libertad

$$X \approx t_{(n)} \quad si \quad X = \frac{Z}{\sqrt{Y/n}}$$

$$\begin{cases} Z \approx N(\mu = 0; \sigma^2 = 1) \\ Y \approx \chi^2_{(n)} \end{cases}$$

-Valores de la variable aleatoria:

$$-\infty < t_{(n)} < +\infty$$

1.6. Distribución t de Student

-Características de la Distribución

$$si \quad X \approx t_{(n)} \quad entonces$$

$$E(X) = 0$$

$$V(X) = \frac{n}{n-2} \quad n > 2$$

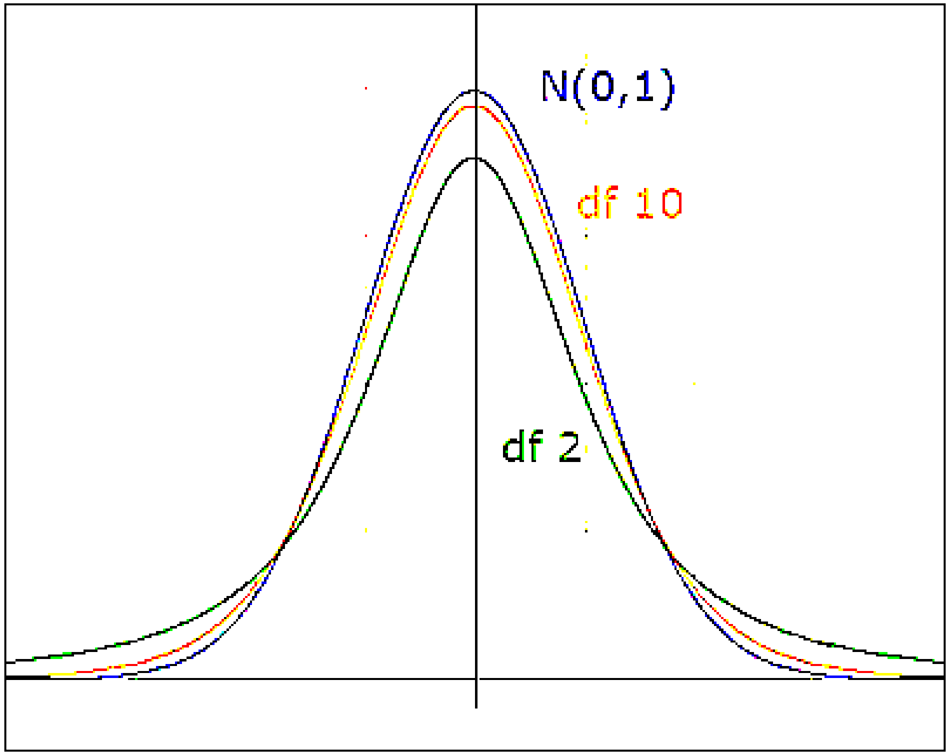
- Cuando n > 30

$$si \quad X \approx t_{(n)} \quad con \quad n > 30 \quad es \quad equivalente \quad a$$

$$X \approx N\left(\mu = 0; \sigma^2 = \frac{n}{n-2}\right)$$

1.6. Distribución t de Student

- Gráfico de la función de densidad

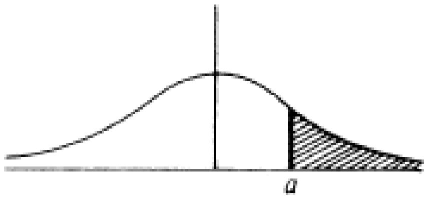


1.6. Distribución t de Student

$$P(t_{(12)} \geq 1{,}3562) = 0{,}10$$

TABLA -T5

Distribución t de Student. $P[t(n) \geqslant a]$



Grados de libertad	*Probabilidades*							
	0,40	0,25	0,15	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
1	0,3249	1,0000	1,9626	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567
2	0,2887	0,8165	1,3862	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248
3	0,2767	0,7649	1,2498	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409
4	0,2707	0,7407	1,1896	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041
5	0,2672	0,7267	1,1558	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321
6	0,2648	0,7176	1,1342	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074
7	0,2632	0,7111	1,1192	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995
8	0,2619	0,7064	1,1081	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554
9	0,2610	0,7027	1,0997	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498
10	0,2602	0,6998	1,0931	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693
11	0,2596	0,6974	1,0877	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058
12	0,2590	0,6955	1,0832	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545
13	0,2586	0,6938	1,0795	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123
14	0,2582	0,6924	1,0763	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768
15	0,2579	0,6912	1,0735	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467
16	0,2576	0,6901	1,0711	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208
17	0,2573	0,6892	1,0690	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982
18	0,2571	0,6884	1,0672	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784
19	0,2569	0,6876	1,0655	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609
20	0,2567	0,6870	1,0640	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453
21	0,2566	0,6864	1,0627	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314
22	0,2564	0,6858	1,0614	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188

1.7. Distribución F de Snedecor

-Definimos la variable aleatoria con *n* grados de libertad en el numerador y *m* grados en el denominador

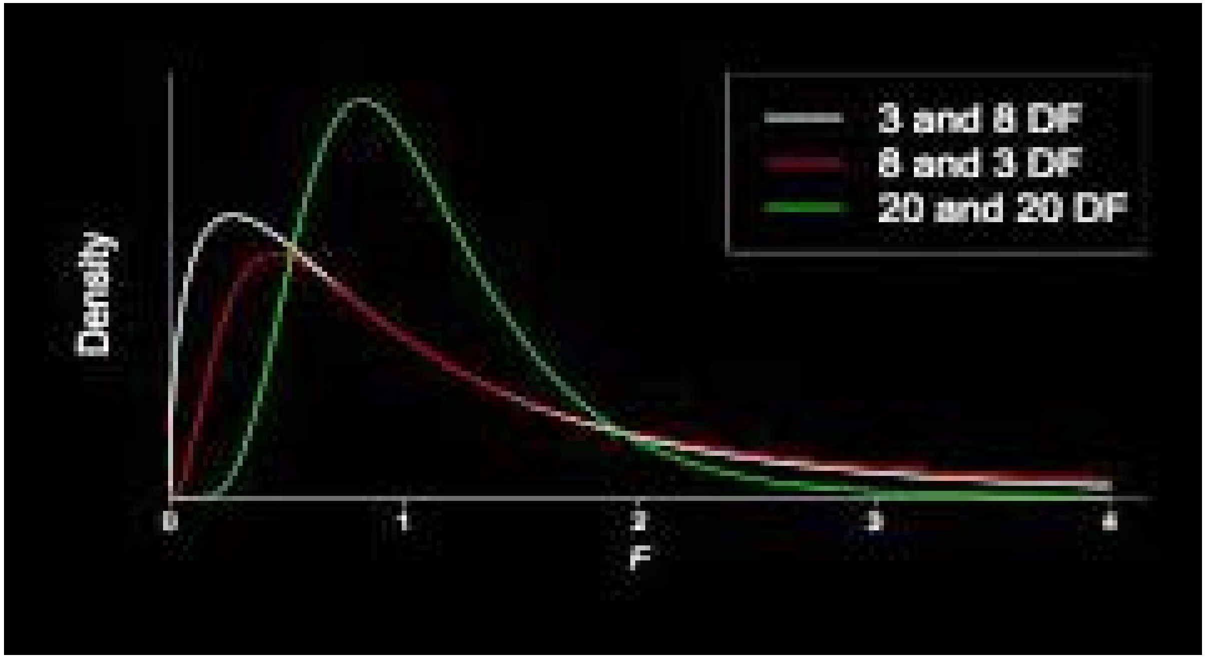
$$F_{(n,m)} = \frac{\chi^2_{(n)}/n}{\chi^2_{(m)}/m}$$

-Valores de la variable:

$$0 < F_{(n;m)} < +\infty$$

1.7. Distribución F de Snedecor

-Gráfico de la función de densidad



1.7. Distribución F de Snedecor

-Características de la distribución,

$$si \quad X \approx F_{(n;m)}$$

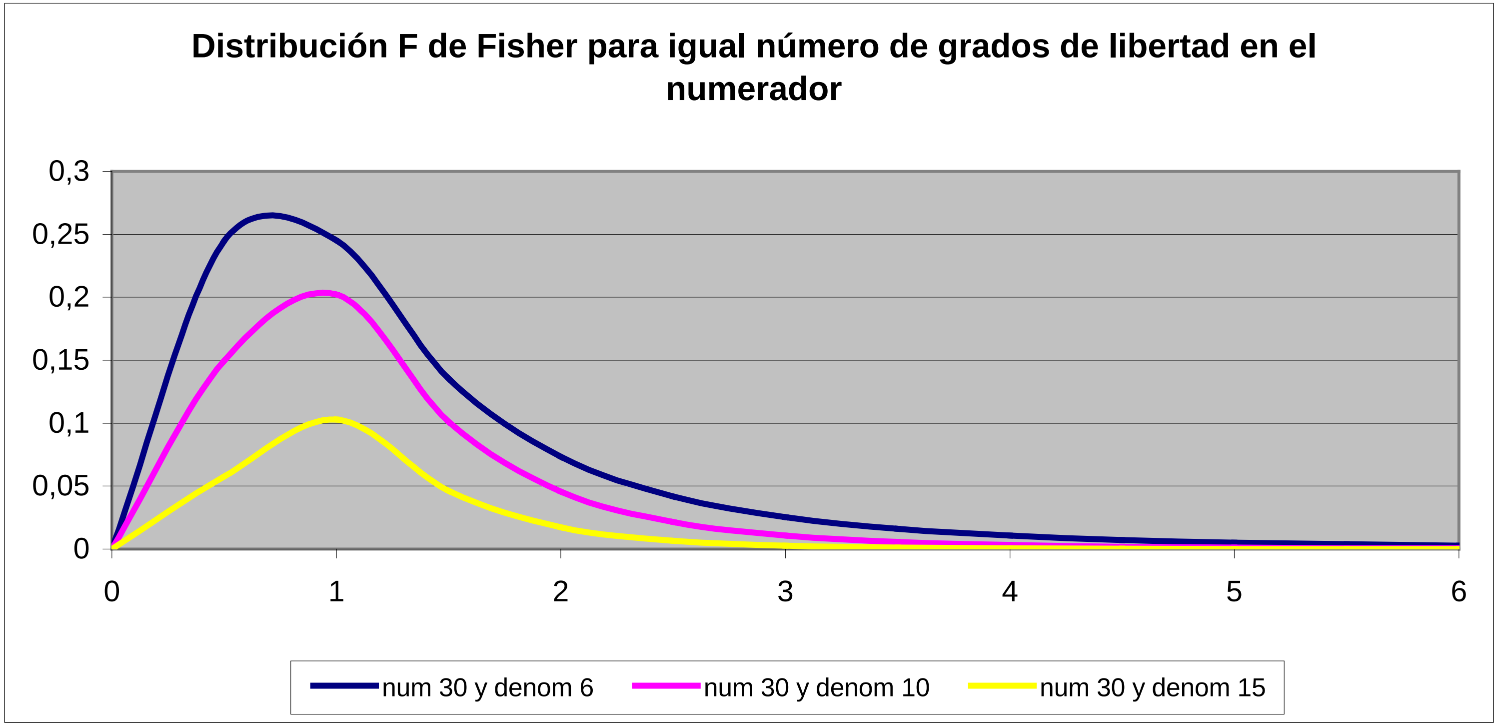
$$E(X) = \frac{m}{m-2} \quad m > 2$$

$$V(X) = \frac{2m^2(n+m-2)}{n(m-4)(m-2)^2} \quad m > 4$$

1.7. Distribución F de Snedecor

DISTRIBUCIONES F DE FISHER CON IGUAL GRADOS DE LIBERTAD EN EL NUMERADOR

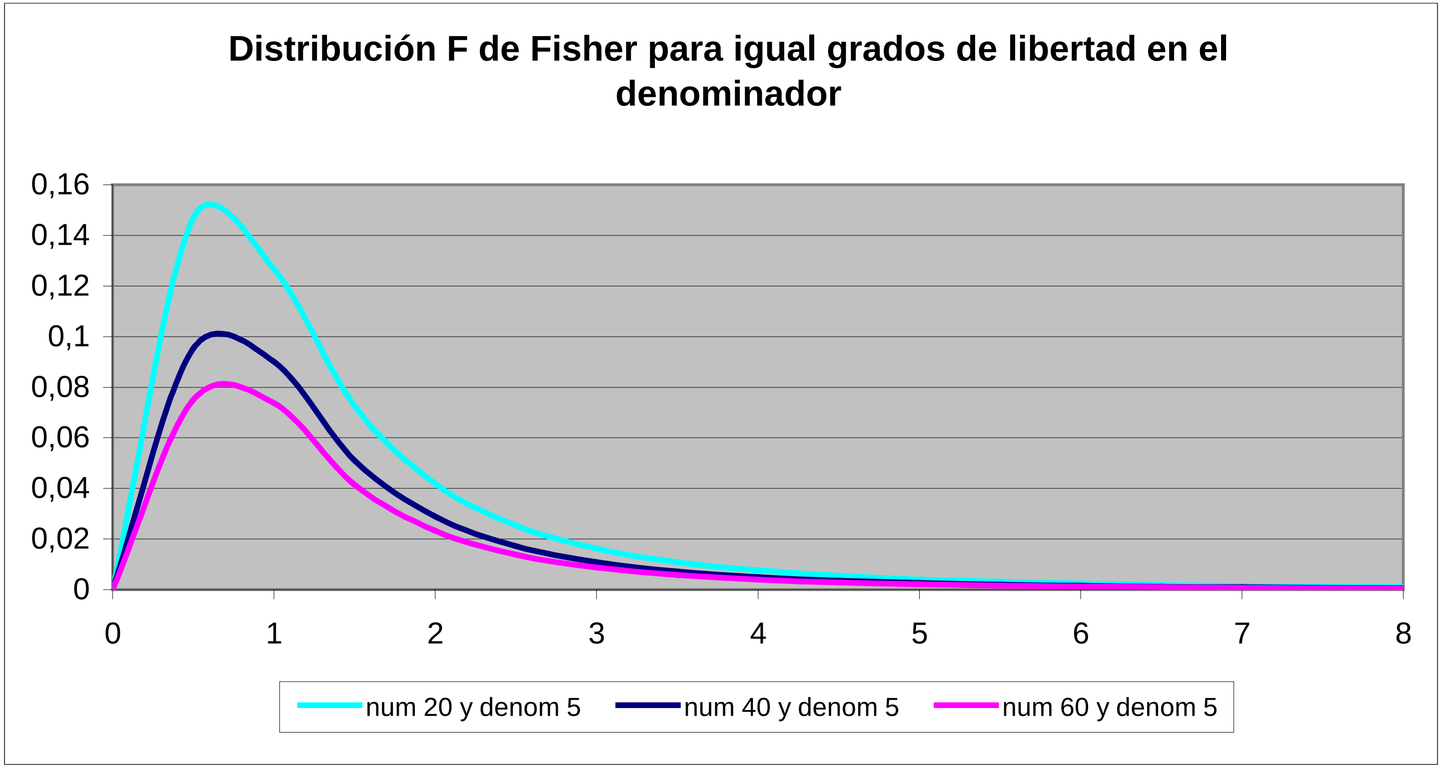
GRADOS LIBERTAD NUMERADOR	**30**	**30**	**30**
GRADOS LIBERTAD DENOMINADOR (mínimo 5)	**6**	**10**	**15**
VALORES ESPERADOS	**1,50**	**1,25**	**1,15**
VARIANZA	**2,55**	**0,66**	**0,35**



1.7. Distribución F de Snedecor

DISTRIBUCIONES F DE FISHER CON IGUAL GRADOS DE LIBERTAD EN EL DENOMINADOR

GRADOS LIBERTAD NUMERADOR	**20**	**40**	**60**
GRADOS LIBERTAD DENOMINADOR (mínimo 5)	**5**	**5**	**5**
VALORES ESPERADOS	**1,67**	**1,67**	**1,67**
VARIANZA	**6,39**	**5,97**	**5,83**

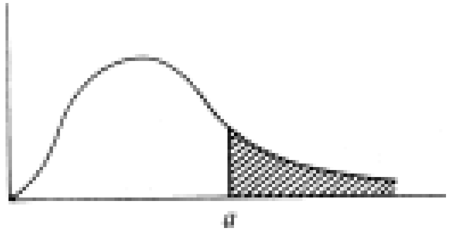


1.7. Distribución F de Snedecor

$$P(F_{(6;9)} \geq 1{,}61) = 0{,}25$$

TABLA-T6

Distribución F. $P[F(m;n) \geq a] = \boxed{0{,}25.}$



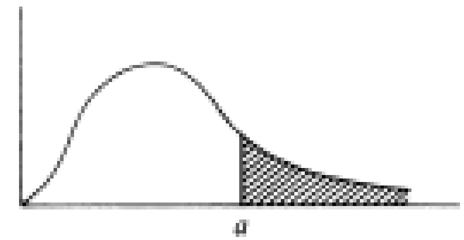
Grados de libertad del denominador	Grados de libertad del numerador																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	5,83	7,50	8,20	8,58	8,82	8,98	9,10	9,19	9,26	9,32	9,41	9,49	9,58	9,63	9,67	9,71	9,76	9,80	9,85
2	2,57	3,00	3,15	3,23	3,28	3,31	3,34	3,35	3,37	3,38	3,39	3,41	3,43	3,43	3,44	3,45	3,46	3,47	3,48
3	2,02	2,28	2,36	2,39	2,41	2,42	2,43	2,44	2,44	2,44	2,45	2,46	2,46	2,46	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47
4	1,81	2,00	2,05	2,06	2,07	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08
5	1,69	1,85	1,88	1,89	1,89	1,89	1,89	1,89	1,89	1,89	1,89	1,89	1,88	1,88	1,88	1,88	1,87	1,87	1,87
6	1,62	1,76	1,78	1,79	1,79	1,78	1,78	1,78	1,77	1,77	1,77	1,76	1,76	1,75	1,75	1,75	1,74	1,74	1,74
7	1,57	1,70	1,72	1,72	1,71	1,71	1,70	1,70	1,69	1,69	1,68	1,68	1,67	1,67	1,66	1,66	1,65	1,65	1,65
8	1,54	1,66	1,67	1,66	1,66	1,65	1,64	1,64	1,63	1,63	1,62	1,62	1,61	1,60	1,60	1,59	1,59	1,58	1,58
9	1,51	1,62	1,63	1,63	1,62	1,61	1,60	1,60	1,59	1,59	1,58	1,57	1,56	1,56	1,55	1,54	1,54	1,53	1,53
10	1,49	1,60	1,60	1,59	1,59	1,58	1,57	1,56	1,56	1,55	1,54	1,53	1,52	1,52	1,51	1,51	1,50	1,49	1,48
11	1,47	1,58	1,58	1,57	1,56	1,55	1,54	1,53	1,53	1,52	1,51	1,50	1,49	1,49	1,48	1,47	1,47	1,46	1,45
12	1,46	1,56	1,56	1,55	1,54	1,53	1,52	1,51	1,51	1,50	1,49	1,48	1,47	1,46	1,45	1,45	1,44	1,43	1,42
13	1,45	1,55	1,55	1,53	1,52	1,51	1,50	1,49	1,49	1,48	1,47	1,46	1,45	1,44	1,43	1,42	1,42	1,41	1,40
14	1,44	1,53	1,53	1,52	1,51	1,50	1,49	1,48	1,47	1,46	1,45	1,44	1,43	1,42	1,41	1,41	1,40	1,39	1,38

1.7. Distribución F de Snedecor

$$P(F_{(8;5)} \geq 3{,}34) = 0{,}10$$

TABLA - T6 (Continuación)

Distribución F. $P[F(m;n) \geqslant a] = 0{,}10$.



Grados de libertad del denominador	Grados de libertad del numerador 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	39,86	49,50	53,59	55,83	57,24	58,20	58,91	59,44	59,86	60,19	60,71	61,22	61,74	62,00	62,26	62,53	62,79	63,06	63,33
2	8,53	9,00	9,16	9,24	9,29	9,33	9,35	9,37	9,38	9,39	9,41	9,42	9,44	9,45	9,46	9,47	9,47	9,48	9,49
3	5,54	5,46	5,39	5,34	5,31	5,28	5,27	5,25	5,24	5,23	5,22	5,20	5,18	5,17	5,17	5,16	5,15	5,14	5,13
4	4,54	4,32	4,19	4,11	4,05	4,01	3,98	3,95	3,94	3,92	3,90	3,87	3,84	3,83	3,82	3,80	3,79	3,78	3,76
5	4,06	3,78	3,62	3,52	3,45	3,40	3,37	3,34	3,32	3,30	3,27	3,24	3,21	3,19	3,17	3,16	3,14	3,12	3,10
6	3,78	3,46	3,29	3,18	3,11	3,05	3,01	2,98	2,96	2,94	2,90	2,87	2,84	2,82	2,80	2,78	2,76	2,74	2,72
7	3,59	3,26	3,07	2,96	2,88	2,83	2,78	2,75	2,72	2,70	2,67	2,63	2,59	2,58	2,56	2,54	2,51	2,49	2,47
8	3,46	3,11	2,92	2,81	2,73	2,67	2,62	2,59	2,56	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,38	2,36	2,34	2,32	2,29
9	3,36	3,01	2,81	2,69	2,61	2,55	2,51	2,47	2,44	2,42	2,38	2,34	2,30	2,28	2,25	2,23	2,21	2,18	2,16
10	3,29	2,92	2,73	2,61	2,52	2,46	2,41	2,38	2,35	2,32	2,28	2,24	2,20	2,18	2,16	2,13	2,11	2,08	2,06
11	3,23	2,86	2,66	2,54	2,45	2,39	2,34	2,30	2,27	2,25	2,21	2,17	2,12	2,10	2,08	2,05	2,03	2,00	1,97
12	3,18	2,81	2,61	2,48	2,39	2,33	2,28	2,24	2,21	2,19	2,15	2,10	2,06	2,04	2,01	1,99	1,96	1,93	1,90
13	3,14	2,76	2,56	2,43	2,35	2,28	2,23	2,20	2,16	2,14	2,10	2,05	2,01	1,98	1,96	1,93	1,90	1,88	1,85
14	3,10	2,73	2,52	2,39	2,31	2,24	2,19	2,15	2,12	2,10	2,05	2,01	1,96	1,94	1,91	1,89	1,86	1,83	1,80