Anales del Instituto de Actuarios Españoles, 3ª época, 19, 2013/63-84

INFLUENCIA DE LA VARIABLE ALEATORIA IMPLÍCITA EN LA FÓRMULA ESTÁNDAR EN EL CÁLCULO DEL SCR DEL RIESGO DE SUSCRIPCIÓN NO VIDA

Antoni Ferri[1], Lluís Bermúdez[2], Montserrat Guillén[3]

Resumen

El requerimiento de capital de solvencia del riesgo de primas y reservas no vida bajo el enfoque del modelo estándar viene determinada por la fórmula especificada en el último estudio de impacto cuantitativo. Dicha fórmula toma en consideración una segmentación del riesgo de suscripción correspondiente a una clasificación por líneas de negocio, para las que son considerados unos parámetros. La fórmula puede ser utilizada con los parámetros propuestos por el regulador como *proxy* de mercado, o ser reparametrizada atendiendo a la experiencia propia de la entidad. Sin embargo, a pesar de que el propio estudio de impacto cuantitativo indica cómo deben ser estimados dichos parámetros propios, la variable aleatoria implícita en la fórmula estándar para el riesgo de primas y reservas no queda claramente definida. En este trabajo mostramos cuál es la variable aleatoria implícita en dicha fórmula, y presentamos una nueva propuesta de variable aleatoria con la finalidad de remarcar cuál es la influencia que tiene sobre el requerimiento de capital, y sobre los parámetros derivados de la fórmula estándar para el riesgo tratado, la elección de la variable de referencia. Los resultados obtenidos muestran la importancia de la elección de una variable aleatoria que sea representativa del riesgo a tratar como paso previo a la definición de un modelo interno.

Palabras clave: Modelo Estándar, Riesgo de suscripción no vida, Solvencia II, QIS-5, SCR

[1] ACTUARIS IBÉRICA, Paseo del Pintor Rosales, 44, 1º Izqda, 28008 Madrid.

[2] Dpto. Matemática Económica, Financiera y Actuarial, Riskcenter-IREA; Universitat de Barcelona, Av. Diagonal, 690, 08034 Barcelona.

[3] Dpto. Econometría, Estadística y Economía Española, Riskcenter-IREA; Universitat de Barcelona, Av. Diagonal, 690, 08034 Barcelona.

Antoni Ferri antoni.ferri@actuaris.com, Lluís Bermúdez (autor para correspondencia) lbermudez@ub.edu y Montserrat Guillén mguillen@ub.edu

Los autores agradecen la ayuda recibida de los proyectos del Ministerio de Economía y Competitividad, ECO2012-35584, ECO2010-21787 e ICREA Academia.

Abstract

The non-life premium and reserve's risk solvency capital requirement under the standard model approach is determined by the formula specified in the last quantitative impact study. This formula takes into account a risk segmentation corresponding to lines of business, for which some parameters are considered. The formula can be parameterized by means of the entity's experience itself, or be used with the parameters proposed by the regulator as market proxy. However, although the quantitative impact study itself indicates as such parameters could be estimated, the random variable implicit in the standard formula for the premium and reserve risk is not clearly defined. In this work we show which is the random variable implicit in this formula, and propose a new random variable in order to highlight the influence that the choice of the variable has on the capital requirement estimation, and so over the parameters as well, what we think that could be helpful in the definition of internal models and its consequences.

Keywords: Standard Model, non-life underwriting risk, Solvency II, QIS-5, SCR

1. Introducción

En los últimos años el mercado asegurador ha experimentado un cambio en la manera en que se han gestionado los riesgos a los que se enfrentan las compañías. Solvencia II ha supuesto un revulsivo en los modelos de gestión para el cálculo del, hasta la aparición de la Directiva, margen de solvencia. El nuevo enfoque de la Directiva supone asumir una nueva filosofía en la obtención de los requerimientos de capital de solvencia (SCR), que deberá estar ajustado al perfil de riesgo de la entidad.

Paralelamente a la aparición de la Directiva, hasta su final publicación en el *Official Journal of the European Union*, a lo largo de los últimos años, se han venido desarrollando una serie de estudios sobre el impacto cuantitativo (QIS) que, sobre la estructura de los fondos propios, tendría la implantación de las normas desarrolladas en la Directiva. Dichos estudios promovidos y publicados por EIOPA[4] (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*), a pesar de no constituir un vínculo legislativo, han sido entendidos como el desarrollo de lo que en la Directiva es conocido como Fórmula General de Cálculo del SCR, o Modelo Estándar.

---

[4] Anteriormente CEIOPS, *Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors*.

No obstante, debido quizás a la percepción del mercado sobre la rigidez del desarrollo del Modelo Estándar, algunas de las entidades participantes en dichos estudios, al amparo de los principios de la Directiva, han empezado a desarrollar modelos (internos parciales o totales) de gestión de riesgos para la obtención del SCR. Uno de los aspectos más controvertidos del Modelo Estándar son las matrices de correlación propuestas en la Directiva, y en QIS, para la agregación de los requerimientos de capital de cada tipo riesgo. Hasta la fecha, no ha habido por parte de EIOPA una propuesta de adaptación al perfil de riesgo de la entidad de dichas matrices. Por el contrario, en el último estudio de impacto cuantitativo, QIS-5, se hacía una mención expresa a que a efectos de los resultados de dicho estudio, no era posible alterar dichas matrices, que serían por tanto únicas y comunes a todo el ámbito de aplicación geográfico del estudio.

En este trabajo, nos vamos a referir al riesgo de suscripción no vida y, en particular, al subriesgo de primas y reservas. En la fórmula estándar presentada en QIS-5 para este subriesgo, las matrices de correlación propuestas por el regulador deben ser utilizadas en el cálculo del SCR.

Muchas de las entidades que han empezado el desarrollo de modelos internos han considerado el riesgo de suscripción, vida o no vida, como el principal riesgo a abordar, posiblemente por tratarse del *core business* del negocio, y el que mayor consumo de capital sobre los fondos propios supone. Las razones para el desarrollo de Modelos Internos son diversas.

Por una parte, la mejora de las medidas de rentabilidad ajustadas al riesgo de las carteras. Por otra parte, la voluntad de las entidades de gobernar el modelo de gestión de capital y, no delegar en el regulador dicha función. Por último, existe en el mercado una especie de consenso sobre la opinión de que el Modelo Estándar sobreestima las necesidades de las entidades, y que un único modelo es inapropiado para reflejar el perfil de riesgo de todas las entidades del mercado, por lo que algunas entidades persiguen, en general, la disminución del SCR que se deriva del Modelo Estándar.

Cualquiera que sea la razón que tengan las entidades para decidir obtener el requerimiento de capital de solvencia a través de un modelo interno, que por regla general es parcial, pueden considerarse diversas vías para determinar el SCR. Centrando la atención en el riesgo de suscripción de primas y reservas no vida, la literatura relacionada resume estás vías en dos: (1) modificación parcial de la estructura de la fórmula estándar a través de la utilización de parámetros propios, y (2) modelos basados en la simulación Montecarlo de la cuenta técnica y agregación mediante alguna estructura de dependencia o cópula.

En primer lugar, respecto a la adaptación del Modelo Estándar al perfil de riesgo de la entidad a través de los parámetros del modelo y/o de la adaptación de la estructura del modelo a la estructura de negocio de la compañía, en Ferri *et al.* (2011) se exploraba la dinámica de la fórmula estándar presentada en QIS-5 para el riesgo de primas y reservas no vida a través de un análisis de sensibilidad a la matriz de correlaciones entre líneas de negocio. Un cambio, por ejemplo, en la estructura de clasificación de los ramos a las líneas de negocio propuestas en QIS-5, supondría tener que asumir que la matriz de correlación presentada como *proxy* no reflejaría adecuadamente el perfil de riesgo de la entidad, por lo que sería necesario realizar una estimación de ésta que se adaptase a la estructura propia de la compañía. Sin embargo, para dicho ejercicio de impacto cuantitativo no se permitía realizar modificaciones en los coeficientes de correlación presentados.

No obstante, en Bermúdez y Ferri (2012) se realizaba una propuesta de modificación de la matriz de correlación entre líneas de negocio de QIS-5. La estimación realizada por los autores estaba basada en el modelo de Fisher (1915) para conseguir un estimador del coeficiente de correlación entre dos variables que representaban el riesgo de referencia de dos líneas de negocio. Dicho modelo está basado en inferencia bayesiana, y podía ser entendido como un modelo de credibilidad, ver Gómez-Déniz y Sarabia (2008), que toma como información a *priori* la matriz de correlación de QIS-5. Mediante una estimación empírica de dicha matriz, se obtiene finalmente una estimación a *posteriori* que incluye la información tanto de las estimaciones del coeficiente de correlación del regulador, como de los que se derivan de la información histórica de la compañía.

Por otro lado, una parte de la literatura ha apostillado por la generación de modelos basados en simulaciones Monte Carlo y agregación posterior a través del uso de cópulas. Así, existen numerosas publicaciones que estudian la dinámica de agregación del Modelo Estándar, ver Pfeifer y Straussburguer (2008) y Sandström (2007). Otros autores presentan propuestas de modelos para el riesgo de primas y reservas no vida que generalmente están basados en la consideración de simulaciones del resultado de la cuenta técnica y posterior agregación, ver por ejemplo Savelli y Clemente (2009, 2010), Ferri (2012) y Bermúdez *et al.* (2013).

En este trabajo presentamos una discusión sobre los modelos basados en la modificación de la estructura de la fórmula estándar, que a su vez es el primer paso en la definición de un modelo interno, esto es, la elección de una variable aleatoria que represente adecuadamente el riesgo a tratar. En este sentido, se estudia la influencia que la modificación de la variable aleatoria implícita del modelo tiene sobre los parámetros y sobre el SCR que se deriva de la fórmula estándar para el riesgo de primas y reservas no vida.

El trabajo se estructura de la siguiente manera. En la sección 2, se presenta la fórmula estándar para el riesgo de primas y reservas no vida atendiendo especialmente a la variable implícita utilizada en ésta. En la sección 3, se propone un cambio en la variable implícita de la fórmula estándar con el objetivo de comprobar la influencia de la misma en el cálculo del correspondiente SCR. En la sección 4, mediante los datos agregados del mercado español, se realiza un estudio comparativo de los dos enfoques anteriores. Finalmente, en la sección 5, se resumen las conclusiones obtenidas.

2. La Fórmula Estándar para el riesgo de primas y reservas no vida

Según QIS-5, el SCR correspondiente al sub módulo de riesgo de primas y reservas (NL_{pr}) es obtenido mediante el producto de dos componentes. Por una parte, una medida de volumen denominada V, y por otra parte, una aproximación al VaR calculado con un nivel de confianza del 99.5% a un horizonte temporal anual $\rho(\sigma)$ asumiendo que la variable aleatoria implícita se distribuye log-normalmente:

$$NL_{pr} = V \cdot \rho(\sigma). \tag{1}$$

La medida de volumen representa la agregación de diversas medidas de volumen, cada una de ellas perteneciente a una línea de negocio V_i $i = \{1,2, \dots, d\}$:

$$V = \sum_{i=1}^{d} V_i. \tag{2}$$

Cada V_i es obtenida teniendo en cuenta dos medidas de volumen adicionales, una que representa el volumen de primas netas de reaseguro, suscritas o ingresadas, por línea de negocio en el momento del tiempo t ($P_{t,i}$), y otra que representa el volumen de provisiones técnicas (*best estimate*) en el momento del tiempo t ($R_{t,i}$) por línea de negocio, así como un factor corrector por diversificación geográfica que tiene en cuenta el número de distintas zonas geográficas $j = \{1,2,\dots,m\}$:

$$V_i = \max\left\{\sum_{j=1}^{m} P_{t,i,j}^{written}; \sum_{j=1}^{m} P_{t-1,i,j}^{written}; \sum_{j=1}^{m} P_{t,i,j}^{earned}\right\} + \sum_{j=1}^{m} R_{t,i,j} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} D_i\right), \quad (3)$$

donde D_i es el coeficiente por diversificación geográfica definido como

$$D_i = \frac{\sum_{j=1}^{m}\left(\max\left\{\sum_{j=1}^{m} P_{t,i,j}^{written}; \sum_{j=1}^{m} P_{t-1,i,j}^{written}; \sum_{j=1}^{m} P_{t,i,j}^{earned}\right\}\right)^2}{\left(\sum_{j=1}^{m}\max\left\{\sum_{j=1}^{m} P_{t,i,j}^{written}; \sum_{j=1}^{m} P_{t-1,i,j}^{written}; \sum_{j=1}^{m} P_{t,i,j}^{earned}\right\}\right)^2}. \quad (4)$$

El interés de la formula estándar para el cálculo del SCR correspondiente al riesgo de primas y reservas reside en el análisis de la variable aleatoria implícita en la expresión $\rho(\sigma)$. El parámetro del que depende dicha expresión σ es conocido como desviación estándar combinada. A continuación se desarrolla dicha expresión.

Para cualquier variable aleatoria log-normal $Y \sim \log(\mu_y, \sigma_y^2)$, con μ_y y σ_y^2 el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria Y, la función generadora de momentos es,

$$E[Y^k] = e^{k\cdot\mu_x + k^2\cdot\frac{\sigma_x^2}{2}},$$

siendo $Y = e^X$, $X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$ y μ_x y σ_x^2 el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria X, respectivamente.

Sea una variable aleatoria log-normal Y tal que su valor esperado es $E[Y] = \mu_y$ y su varianza $V[Y] = \sigma_y^2$, el coeficiente de variación de la variable aleatoria Y, $CoVa[Y]$, se define como el cociente $\frac{D[Y]}{E[Y]}$, siendo $D[Y] = \sigma_y$ la desviación estándar de Y.

Haciendo uso de la función generadora de momentos de una variable aleatoria log-normal, el valor esperado y la varianza de Y son:

$$E[Y] = e^{\mu_x + \frac{\sigma_x^2}{2}} \quad (6)$$

y

$$\mathrm{V[Y]} = \mathrm{e}^{2\cdot\mu_x+\sigma_x^2} \cdot (\mathrm{e}^{\sigma_x^2} - 1), \tag{7}$$

respectivamente.

De este modo, el coeficiente de variación al cuadrado es,

$$\mathrm{CoVa^2[Y]} = \frac{\mathrm{V[Y]}}{\mathrm{E^2[Y]}} = \frac{\mathrm{e}^{2\cdot\mu_x+\sigma_x^2}\cdot\left(\mathrm{e}^{\sigma_x^2}-1\right)}{(\mathrm{e}^{\mu_x+\frac{\sigma_x^2}{2}})^2} = \mathrm{e}^{\sigma_x^2} - 1. \tag{8}$$

La desviación estándar de la variable X puede ser expresada en términos del coeficiente de variación de la variable Y:

$$\sigma_x = \sqrt{\log(\mathrm{CoVa^2[Y]}) + 1}. \tag{9}$$

Asimismo el valor esperado de la variable X puede ser expresado en términos de la variable aleatoria Y:

$$\mathrm{E[Y]} = \mathrm{e}^{\mu_x+\frac{(\sqrt{\log(\mathrm{CoVa^2[Y]})+1})^2}{2}} \tag{10}$$

o

$$\log(\mathrm{E[Y]}) = \mu_x + \frac{(\sqrt{\log(\mathrm{CoVa^2[Y]})+1})^2}{2}. \tag{11}$$

Despejando el término μ_x , se obtiene:

$$\mu_x = \log(\mathrm{E[Y]}) - \frac{(\sqrt{\log(\mathrm{CoVa^2[Y]}) + 1})^2}{2} =$$

$$\log(\mathrm{E[Y]}) - \frac{1}{2}\log(\mathrm{CoVa^2[Y]}) + 1) =$$

$$\log(\mathrm{E[Y]}) - \left(\log(\mathrm{CoVa^2[Y]}) + 1)\right)^{\frac{1}{2}} =$$
$$\log\left(\frac{\mathrm{E[Y]}}{\sqrt{\mathrm{CoVa^2[Y]})+1}}\right). \tag{12}$$

El Mean value-at-risk[5] (Mean-VaR) de una variable aleatoria log-normal Y se define como $\mathrm{VaR}_\alpha[\mathrm{Y}] - \mathrm{E}[\mathrm{Y}] = \mathrm{e}^{\mu_x + z_\alpha \cdot \sigma_x} - \mathrm{E}[\mathrm{Y}]$. Entonces,

$$\mathrm{Mean-VaR}[\mathrm{Y}] = \mathrm{e}^{\log\left(\frac{\mathrm{E}[\mathrm{Y}]}{\sqrt{\mathrm{CoVa}^2[\mathrm{Y}])+1}}\right) + z_\alpha \cdot \sqrt{\log(\mathrm{CoVa}^2[\mathrm{Y}])+1}} - \mathrm{E}[\mathrm{Y}] =$$

$$\mathrm{e}^{\log\left(\frac{\mathrm{E}[\mathrm{Y}]}{\sqrt{\mathrm{CoVa}^2[\mathrm{Y}]+1}}\right)} \cdot \mathrm{e}^{z_\alpha \cdot \sqrt{\log(\mathrm{CoVa}^2[\mathrm{Y}])+1}} - \mathrm{E}[\mathrm{Y}] =$$
$$\left(\frac{\mathrm{E}[\mathrm{Y}]}{\sqrt{\mathrm{CoVa}^2[\mathrm{Y}]+1}}\right) \cdot \mathrm{e}^{z_\alpha \cdot \sqrt{\log(\mathrm{CoVa}^2[\mathrm{Y}])+1}} - \mathrm{E}[\mathrm{Y}] =$$

$$\mathrm{E}[\mathrm{Y}] \cdot \left(\frac{\mathrm{e}^{z_\alpha \cdot \sqrt{\log(\mathrm{CoVa}^2[\mathrm{Y}])+1}}}{\sqrt{\mathrm{CoVa}^2[\mathrm{Y}]+1}} - 1\right). \qquad (13)$$

La ecuación (13) se corresponde con la expresión que QIS-5 da para la aproximación del valor en riesgo $\rho(\sigma)$ bajo las siguientes hipótesis:

1. La variable aleatoria subyacente en el modelo es log-normal.

2. El valor esperado de la variable aleatoria subyacente en el modelo es uno.

3. El parámetro desviación estándar combinada del modelo coincide con el coeficiente de variación al cuadrado de la misma variable aleatoria.

4. La aproximación al valor en riesgo al que QIS-5 se refiere con la definición de $\rho(\sigma)$ es en realidad el Mean value-at-risk bajo las tres hipótesis anteriores, es decir,

$$\rho(\sigma) = \left(\frac{\mathrm{e}^{z_\alpha \cdot \sqrt{\log(\sigma^2+1)}}}{\sqrt{\sigma^2+1}} - 1\right). \qquad (14)$$

[5] El Mean-value-at-risk se define como el valor en riesgo de una variable aleatoria obtenido con un determinado nivel de confianza y su valor esperado.

En la ecuación (14) el parámetro σ es conocido en QIS-5 como desviación estándar combinada. El término combinada proviene de la manera en que la variable aleatoria de la que procede este parámetro es obtenida, esto es, combinando dos variables, una que representa el riesgo de primas y otra que refleja el riesgo de reservas. Además esta variable aleatoria ha de reflejar el comportamiento conjunto de las diversas líneas de negocio.

Por tanto, para definir la variable implícita[6] en $\rho(\sigma)$ es necesario tener en cuenta que ésta ha de representar adecuadamente el riesgo de primas y reservas, con un nivel de detalle de, al menos, el correspondiente al análisis por línea de negocio.

A efectos de las siguientes líneas, supongamos que es conocida la variable aleatoria que representa el riesgo de primas por línea negocio U_i, y la variable aleatoria que representa el riesgo de reservas por línea de negocio W_i para un cierto número d de líneas de negocio $i = \{1,2, \ldots, d.\}$.

Gisler (2009) definió la variable aleatoria relevante, Z_i, como una mixtura de las variables aleatorias U_i y W_i ponderadas por unas medidas de volumen utilizadas para obtener la medida de volumen presentada en (2), P_i y R_i, que permite representar el comportamiento agregado de primas y reservas por línea de negocio:

$$Z_i = \frac{U_i \cdot P_i + W_i \cdot R_i}{P_i + R_i}. \tag{15}$$

Si se pretendiera obtener una variable aleatoria Z que representase el riesgo de primas y reservas y que tuviese en cuenta el comportamiento agregado de las líneas de negocio, una manera de obtenerla sería a través de una mixtura de las variables Z_i donde las ponderaciones fueran una medida de volumen que tuviese en cuenta tanto las primas como las reservas por línea de negocio, por ejemplo, $S_i = P_i + R_i$, esto es:

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^{d} Z_i \cdot S_i}{\sum_{i=1}^{d} S_i}. \tag{16}$$

La desviación típica de Z , $D[Z] = \sigma_Z$, resultaría en,

[6] Por simplicidad se elimina el subíndice que hace referencia al momento temporal y a la zona geográfica.

$$\sigma_Z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{d} \sum_{j=1}^{d} \sigma_{Z_i} \cdot S_i \cdot \sigma_{Z_j} \cdot S_j \cdot \rho_{Z_i Z_j}}{\left(\sum_{i=1}^{d} S_i\right)^2}}. \tag{17}$$

La ecuación (17) depende de las desviaciones típicas de las variables aleatorias Z_i y del coeficiente de correlación lineal $\rho_{Z_i Z_j}$ entre cada par Z_i, Z_j. Las desviaciones típicas σ_{Z_i} pueden ser obtenidas a través de (15).

$$\sigma_{Z_i} = \sqrt{\frac{\sigma_{U_i}^2 \cdot P_i^2 + \sigma_{W_i}^2 \cdot R_i^2 + 2 \cdot \rho_{U_i W_i} \cdot \sigma_{U_i} \cdot \sigma_{W_i} \cdot P_i \cdot R_i}{(P_i + R_i)^2}}. \tag{18}$$

En (18) aparece la varianza de las primas por línea de negocio $V[U_i] = \sigma_{U_i}^2$, la varianza por línea de negocio de la reserva $V[W_i] = \sigma_{W_i}^2$, y el coeficiente de correlación lineal entre las variables aleatorias U_i y W_i $\rho_{U_i W_i}$.

A pesar de que en QIS-5 no se hace referencia a cuál es la variable aleatoria implícita en $\rho(\sigma)$ y sólo se menciona la distribución a la que pertenece, la metodología de obtención de la combinación estándar combinada, σ, presentada en QIS-5, se corresponde con las ecuaciones (18) y (17), por lo que se puede presumir que la variable aleatoria log-normal a la que QIS-5 se refiere es la definida en (16), y que la desviación típica obtenida en (17) se corresponde con el parámetro desviación estándar combinada y, para guardar consistencia con (14), ha de coincidir con el coeficiente de variación de la propia variable aleatoria Z.

Recordemos, sin embargo, que para poder definir (16), previamente se han asumido conocidas dos variables aleatorias, una que representa el riesgo de primas por línea de negocio, U_i, y otra que representa el riesgo de reserva por línea de negocio, W_i, de las que surgen sus respectivas varianzas $\sigma_{U_i}^2$ y $\sigma_{W_i}^2$, necesarias para poder obtener las desviaciones estándar por línea de negocio definidas en (18).

Los valores que toman $\sigma_{U_i}^2$ y $\sigma_{W_i}^2$, así como las matrices de correlación que contienen los coeficientes $\rho_{Z_i Z_j}$ y $\rho_{U_i W_j}$ vienen dados en QIS-5 como *proxy* de mercado. No obstante, QIS-5 permite, únicamente en el caso de las varianzas $\sigma^2_{U_i}$ y $\sigma^2_{W_i}$, que los valores predeterminados puedan ser sustituidos por valores propios que reflejen de manera más adecuada el perfil de riesgo de la entidad aseguradora.

Aunque directamente no se hace mención a cómo se definen las variables aleatorias que representan U_i y W_i, QIS-5 sí presenta diversas metodologías para que puedan ser derivadas sus respectivas varianzas. A partir de cómo se definen los modelos implícitos en las metodologías para la obtención de las varianzas de U_i y W_i, a pesar de que no es asumida ninguna distribución de probabilidad para ninguna de las dos variables aleatorias, puede ser inferido que, mientras U_i se refiere a una variable que representa el riesgo de primas por línea de negocio, W_i se refiere a una variable que representa el riesgo de reservas por línea de negocio.

La hipótesis básica de la fórmula estándar para el cálculo del SCR correspondiente al riesgo de primas y reservas es que la variable aleatoria implícita en el modelo se distribuye log-normalmente.

En la ecuación (14), que representa la aproximación al valor en riesgo de la variable aleatoria implícita en el modelo, hemos asumido que esta tiene un valor esperado unitario y una varianza determinada. Se puede afirmar que si se acepta que la variable aleatoria definida en (16) es la subyacente en el modelo, entonces su valor esperado es $E[Z] = 1$ y el parámetro desviación estándar combinada se corresponde con $CoVa_Z$, siendo $CoVa_Z$ el coeficiente de variación de Z.

Admitiendo que las variables aleatorias U_i y W_i de las que depende la variable Z_i (y por ende, la variable Z) representan respectivamente el *loss ratio* por línea de negocio y el *reserve ratio* por línea de negocio, podemos definir matemáticamente las expresiones de U_i y W_i, y comprobar si la variable Z se adecúa a las hipótesis asumidas en la ecuación (14).

Definición 1 ’*Loss ratio*’ por línea de negocio. Sea la variable aleatoria $U_i = \left(\frac{N}{E[N]}\right)_i$, $i = \{1,2,\ldots,d.\}$, el *loss ratio* de la línea de negocio i-ésima, siendo N la variable aleatoria siniestralidad neta de reaseguro y $E[N]$ su valor esperado.

Definición 2 '*Reserve ratio*' por línea de negocio. Sea la variable aleatoria $\mathrm{W_i} = \left(\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{E[M]}}\right)_{\mathrm{i}}$, $\mathrm{i} = \{1,2, \dots, \mathrm{d}.\}$, el *reserve ratio* de la línea de negocio i-ésima, siendo M la variable aleatoria que representa la reserva a 31-12-XX y $\mathrm{E[M]}$ el *best estimate* de la reserva a 01-01-XX.

Fácilmente puede ser comprobado que los valores esperados y las varianzas de $\mathrm{U_i}$ y $\mathrm{W_i}$ son $\mathrm{E[U_i]} = 1$, $\mathrm{E[W_i]} = 1$, $\mathrm{V[U_i]} = \sigma^2_{\mathrm{U_i}} = \mathrm{CoVa}^2_{\mathrm{N_i}}$ y $\mathrm{V[W_i]} = \sigma^2_{\mathrm{W_i}} = \mathrm{CoVa}^2_{\mathrm{M_i}}$. Con esta información se puede verificar que $\mathrm{E[Z_i]} = 1$ y que la ecuación (18) se corresponde con la varianza de $\mathrm{Z_i}$ y puede ser reescrita en términos de la suma de los productos cruzados de los coeficientes de variación $\mathrm{CoVa_{N_i}}$ y $\mathrm{CoVa_{M_i}}$ ponderados por las medidas de volumen correspondientes, y además coincide con el coeficiente de variación de $\mathrm{Z_i}$ $\mathrm{CoVa_{Z_i}}$:

$$\mathrm{CoVa_{Z_i}} = \sqrt{\frac{\mathrm{CoVa^2_{N_i}} \cdot \mathrm{P^2_i} + \mathrm{CoVa^2_{M_i}} \cdot \mathrm{R^2_i} + 2 \cdot \rho_{\mathrm{U_i W_i}} \cdot \mathrm{CoVa_{N_i}} \cdot \mathrm{CoVa_{M_i}} \cdot \mathrm{P_i} \cdot \mathrm{R_i}}{(\mathrm{P_i} + \mathrm{R_i})^2}}. \quad (19)$$

Queda patente que la definición de la variable aleatoria Z, con las definiciones de $\mathrm{U_i}$ y $\mathrm{W_i}$ presentadas aquí, es compatible con las hipótesis de partida de la ecuación (14), pues de igual forma que en el caso expuesto para la variable $\mathrm{Z_i}$ puede ser verificado que $\mathrm{E[Z]} = 1$ y que $\mathrm{V[Z]} = \sigma^2_{\mathrm{Z}} = \mathrm{CoVa^2_Z}$.

3. Propuesta alternativa de variable aleatoria implícita en el modelo estándar

Identificada la variable aleatoria implícita en la fórmula estándar, las hipótesis sobre las que descansa el modelo y algunas de las limitaciones operativas en la aplicación del mismo, en esta sección se (re)define la variable aleatoria implícita en $\rho(\sigma)$ con la finalidad de dotar a la fórmula de mayor consistencia con las propias hipótesis.

Se ha visto como la hipótesis básica para derivar la expresión $\rho(\sigma)$ es que la variable aleatoria Z subyacente se distribuye log-normalmente con una esperanza unitaria y una varianza determinada. Sin embargo, esta variable queda definida por dos variables, una que representa el riesgo de primas por línea de negocio $\mathrm{U_i}$ y otra que representa el riesgo de reservas por línea de negocio $\mathrm{W_i}$, sobre las que no se realiza ninguna hipótesis acerca de su distribución.

Para (re)definir la nueva variable implícita en la fórmula estándar se hace uso de las definiciones de $\mathrm{U_i}$ y $\mathrm{W_i}$ presentadas anteriormente. A diferencia de QIS-5, se asume que estas dos variables proceden de una distribución log-normal multivariada.

Paralelamente, definimos una variable aleatoria homóloga a $\mathrm{Z_i}$ a la que denotamos por $\mathrm{Z_i^*}$:

$$\mathrm{Z_i^*} = \mathrm{U_i}^{\alpha_i} \cdot \mathrm{W_i}^{1-\alpha_i}. \tag{20}$$

En la ecuación (20) el parámetro α representa un factor ponderador. Para seguir el criterio de la fórmula estándar, se escoge un parámetro $\alpha_i = \frac{\mathrm{P_i}}{\mathrm{P_i+R_i}}$ en el que $\mathrm{P_i}$ y $\mathrm{R_i}$ son las medidas de volumen presentadas en la fórmula estándar por línea de negocio. De este modo, la variable $\mathrm{Z_i^*}$ se distribuirá log-normalmente por ser el producto de dos variables aleatorias log-normales que proceden de una distribución log-normal multivariada. Los parámetros de la distribución de $\mathrm{Z_i^*}$ se desprenden de los parámetros de $\mathrm{U_i}^{\alpha_i}$ y $\mathrm{W_i}^{1-\alpha_i}$, y pueden ser obtenidos a través de la función generadora de momentos de la distribución log-normal. De este modo, el valor esperado de $\mathrm{Z_i^*}$, $\mathrm{E[Z_i^*]} = \mu_{\mathrm{Z_i^*}}$ y su varianza $\mathrm{V[Z_i^*]} = \sigma^2_{\mathrm{Z_i^*}}$.

Si consideramos la variable transformada logarítmicamente, $\ln(\mathrm{Z_i^*})$, tenemos que la distribución resultante es normal con parámetros asociados a los parámetros de las variables transformadas $\alpha_i \cdot \ln(\mathrm{U_i})$ y $(1-\alpha_i) \cdot \ln(\mathrm{W_i})$, es decir, $\mathrm{E}[\ln(\mathrm{Z_i^*})] = \alpha_i \cdot \mu_{\ln(\mathrm{U_i})} + (1-\alpha_i) \cdot \mu_{\ln(\mathrm{W_i})}$ y $\mathrm{V}[\ln(\mathrm{Z_i^*})] = \alpha_i^2 \cdot \sigma^2_{\ln(\mathrm{U_i})} + (1-\alpha_i)^2 \cdot \sigma^2_{\ln(\mathrm{W_i})} + 2 \cdot \alpha_i \cdot (1-\alpha_i) \cdot \mathrm{Cov}[\ln(\mathrm{U_i}), \ln(\mathrm{W_i})]$, esto es, los parámetros de la distribución normal asociada a la distribución log-normal de las variables $\mathrm{U_i}^{\alpha_i}$ y $\mathrm{W_i}^{1-\alpha_i}$:

$$\ln(\mathrm{Z_i^*}) \sim \mathrm{N}\left(\mu_{\ln(\mathrm{Z_i^*})}, \sigma^2_{\ln(\mathrm{Z_i^*})}\right), \tag{21}$$

siendo $\mathrm{Cov}[\ln(U_i), \ln(W_i)]$ la covarianza entre las variables aleatorias $\ln(U_i)$ y $\ln(W_i)$ y que puede ser expresada en función del coeficiente de correlación lineal entre ambas variables $\rho_{\ln(U_i)\ln(Wi)}$:

$$\mathrm{Cov}[\ln(U_i), \ln(W_i)] = \rho_{\ln(U_i)\ln(Wi)} \cdot \sqrt{\sigma^2_{\ln(U_i)}} \cdot \sqrt{\sigma^2_{\ln(W_i)}}. \qquad (22)$$

Análogamente, definimos una variable aleatoria homóloga a Z y la denotamos por Z^*:

$$Z^* = \prod_{i=1}^{d} Z_i^{\beta_i *}. \qquad (23)$$

En la ecuación (23) el parámetro β_i es un factor de ponderación entre las distintas líneas de negocio. Igualmente, escogemos un parámetro $\beta_i = \frac{S_i}{\sum_{i=1}^{d} S_i}$ consistente con lo asumido en la fórmula estándar, con $S_i = P_i + R_i$.

Del mismo modo que en el caso de la variable aleatoria definida en las ecuaciones (15) y (16), podemos obtener la esperanza y la varianza de la variable transformada de (23), $\ln(Z^*)$. Los parámetros de la distribución de $\ln(Z^*)$ quedarían definidos de la siguiente manera:

$$E[\ln(Z^*)] = \sum_{i=1}^{d} \beta_i \cdot \mu_{Z_i^*} \qquad (24)$$

y

$$V[\ln(Z^*)] = \sum_{i=1}^{d} \sum_{j=1}^{d} \beta_i . \sigma_{Z_i^*} \cdot \beta_j . \sigma_{Z_j^*} \cdot \rho_{Z_i^* Z_j^*}. \qquad (25)$$

Si seguimos el esquema de cálculo para el requerimiento de capital definido en la ecuación (1), tendremos que, por una parte, definir una medida de volumen y, por otra, una aproximación al VaR.

Suponemos que la medida de volumen se define de igual forma que en QIS-5 y que la aproximación al valor en riesgo a la que se refiere QIS-5 queda realizado a través de un cambio de escala en la medida de riesgo Mean-VaR de la siguiente forma:

$$\mathrm{Mean} - \mathrm{VaR}^*(Z^*) = \frac{\mathrm{Mean-VaR}\,(Z^*)}{E[Z^*]}. \qquad (26)$$

Teniendo en cuenta la definición del Mean-VaR realizada anteriormente, la aproximación al VaR de la nueva variable aleatoria queda definida pues, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\mathrm{Mean}-\mathrm{VaR}^*(\mathrm{Z}^*) = \; & e^{\mu_{\ln(Z^*)}+z_\alpha\cdot\sqrt{V[\ln(Z^*)]}} - E[Z^*] = \\ & = e^{\mu_{\ln(Z^*)}+z_\alpha\cdot\sqrt{V[\ln(Z^*)]}} - e^{\mu_{\ln(Z^*)}+\frac{V[\ln(Z^*)]}{2}} = \\ & = E[Z^*]\cdot\left(\frac{e^{\mu_{\ln(Z^*)}+z_\alpha\cdot\sqrt{V[\ln(Z^*)]}}}{e^{\left(\mu_{\ln(Z^*)}+\frac{V[\ln(Z^*)]}{2}\right)}}-1\right).\end{aligned}$$

Que finalmente resulta:

$$\mathrm{Mean}-\mathrm{VaR}^*(\mathrm{Z}^*) = \left(e^{\frac{z_\alpha\cdot\sqrt{V[\ln(Z^*)]}\cdot\left(1-\sqrt{V[\ln(Z^*)]}\right)}{2}}-1\right). \qquad (27)$$

Las hipótesis sobre las que descansa (27) son:

1. La variable aleatoria subyacente en el modelo es log-normal.
2. La aproximación al valor en riesgo considerada se define como el cociente del Mean-VaR y el valor esperado de la variable aleatoria subyacente.

La definición de esta nueva variable aleatoria y de la nueva aproximación del VaR respeta la hipótesis básica acerca de la variable aleatoria implícita en la fórmula estándar de QIS-5 (log-normalidad) y la metodología de cálculo del SCR definida en la ecuación (1) (producto de medida de riesgo por medida de volumen), a la vez que dota al modelo de una mayor consistencia con las hipótesis de partida al superar la hipótesis sobre la distribución desconocida de U_i y W_i.

4. Caso práctico

En esta sección se ilustran los resultados de aplicar los dos enfoques, el Modelo Estándar y el Modelo Estándar bajo la nueva variable aleatoria presentada en la sección anterior.

Para ello, hacemos uso de la misma base de datos presentada en Ferri *et al.* (2011), referente a la Memoria Estadística Anual de Entidades Aseguradoras publicada por la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones (DGSFP) sobre balances y cuentas técnicas del negocio no vida correspondientes al período 2000-2010.

Los datos están referidos al conjunto del mercado y corresponden a la información agregada de Sociedades Anónimas, Mutuas, Mutualidades de Previsión Social y Reaseguradoras. Asimismo, la información publicada corresponde a los ramos actualmente vigentes en la normativa contable. Para efectuar el cálculo del requerimiento de capital de solvencia se ha tenido en cuenta las nueve primeras líneas de negocio propuestas en QIS-5, (I) Responsabilidad civil de vehículos a motor, (II) Otro tipo de responsabilidades derivadas de vehículos a motor, (III) Marina, aviación y transporte, (IV) Incendio, (V) Responsabilidad civil, (VI) Crédito y caución, (VII) Defensa jurídica, (VIII) Asistencia, (IX) Diversos. La correspondencia entre los ramos presentados en la memoria y las líneas de negocio propuestas en QIS-5 se ha realizado teniendo en cuenta la recomendación que UNESPA realizó a las entidades participantes en QIS-5. Además, todos los valores han sido deflactados para tener en cuenta unidades monetarias constantes.

La Tabla 1 presenta las medidas de volumen por línea de negocio necesarias para el cálculo del SCR mediante la fórmula estándar.

Tabla 1: Volúmenes* de primas (P) y reservas (R) por línea de negocio.

Línea de negocio	P_{2009}	P_{2010}	R_{2010}
I	5,78	5,15	5,22
II	4,81	4,54	1,00
III	0,42	0,30	0,59
IV	6,87	5,86	2,65
V	1,21	1,05	4,33
VI	0,49	0,41	0,90
VII	0,16	0,16	0,12
VIII	0,67	0,61	0,06
IX	1,89	1,90	0,21

Fuente: Propia / * Miles de millones de Euros

A continuación, basadas en las series históricas de primas, siniestralidad y reservas, la Tabla 2 y la Tabla 3 muestran, respectivamente, los valores de la variable aleatoria definida en (15) implícita en la fórmula estándar para el riesgo de primas y reservas no vida; y los valores de la nueva variable aleatoria definida en (20).

Tabla 2. Histórico de la variable implícita en la fórmula estándar para el riesgo de primas y reservas no vida por línea de negocio

	Línea de negocio								
t	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
2000	1.02	0.80	0.90	0.81	1.08	0.896	0.783	0.727	0.461
2001	0.98	0.76	0.91	0.95	1.08	1.036	0.915	0.753	0.485
2002	0.92	0.76	0.87	0.84	1.10	0.971	0.765	0.696	0.458
2003	0.94	0.73	0.84	0.78	1.07	0.844	0.782	0.721	0.457
2004	0.89	0.72	0.76	0.79	1.08	0.862	0.719	0.731	0.524
2005	0.89	0.76	0.98	0.80	1.05	0.873	0.702	0.747	0.435
2006	0.89	0.81	0.85	0.76	0.99	0.868	0.664	0.739	0.458
2007	0.87	0.79	0.99	0.77	0.97	1.025	0.647	0.759	0.471
2008	0.85	0.75	0.85	0.73	0.90	2.406	0.684	0.734	0.456
2009	0.78	0.76	0.84	0.70	0.63	1.082	0.546	0.702	0.476
2010	0.93	0.76	0.89	0.76	1.05	1.218	1.288	0.853	0.453

Fuente: Propia a partir de datos de la DGSFP/ * millones de euros

Existe, como se ha comentado en las secciones anteriores, una diferencia entre los valores presentados en la Tabla 2 y la Tabla 3. A pesar de que en ambos casos la hipótesis acerca de la distribución estadística es log-normal, la forma en que se genera dicha variable parte de hipótesis distintas. En el caso de la variable aleatoria definida en (15), e implícita en la fórmula estándar para el riesgo de primas y reservas no vida, no se asume ninguna distribución conocida para las variables que representan el riesgo de primas (U_i) y de reservas (W_i) por línea de negocio, únicamente se asume que su valor esperado es unitario, y que el esquema de integración es aditivo.

Tabla 3. Histórico de la nueva variable implícita en la fórmula estándar para el riesgo de primas y reservas no vida por línea de negocio

	Línea de negocio								
T	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
2000	0.02	-0.22	-0.11	-0.22	0.07	-0.11	-0.25	-0.32	-0.80
2001	-0.01	-0.28	-0.09	-0.07	0.07	0.02	-0.12	-0.29	-0.79
2002	-0.09	-0.28	-0.15	-0.18	0.09	-0.04	-0.28	-0.36	-0.81
2003	-0.05	-0.32	-0.19	-0.26	0.06	-0.18	-0.26	-0.32	-0.81
2004	-0.11	-0.34	-0.30	-0.26	0.07	-0.18	-0.35	-0.32	-0.77
2005	-0.11	-0.29	-0.08	-0.24	0.03	-0.17	-0.38	-0.29	-0.83
2006	-0.11	-0.23	-0.18	-0.30	-0.02	-0.16	-0.46	-0.30	-0.84
2007	-0.14	-0.23	-0.04	-0.28	-0.04	0.006	-0.49	-0.27	-0.81
2008	-0.15	-0.29	-0.16	-0.33	-0.13	0.86	-0.43	-0.31	-0.83
2009	-0.24	-0.26	-0.18	-0.35	-0.46	-0.12	-0.61	-0.35	-0.81
2010	-0.07	-0.27	-0.13	-0.27	0.007	0.14	0.003	-0.23	-0.83

Fuente: Propia a partir de datos de la DGSFP/ * millones de euros

Sin embargo, en el caso de la nueva variable aleatoria definida en (20), a pesar de que la hipótesis sobre la distribución es también log-normal, la hipótesis de partida es que tanto la variable que representa el riesgo de primas por línea de negocio ($\mathrm{U}_{\mathrm{i}}^{\alpha_i}$), como el de reservas ($\mathrm{W}_{\mathrm{i}}^{1-\alpha_i}$), proceden de una distribución log-normal multivariada, y que el esquema de integración es multiplicativo, por lo que la variable resultante de su producto es log-normal. A diferencia de lo que sucede en el caso de la variable aleatoria definida en (15), el valor esperado de ($\mathrm{U}_{\mathrm{i}}^{\alpha_i}$) y ($\mathrm{W}_{\mathrm{i}}^{1-\alpha_i}$) no necesariamente es unitario, por lo que su producto tampoco lo será. Este hecho justifica que se defina la medida de riesgo presentada en (27). La diferencia en los valores de las distintas variables aquí tratadas no es banal, pues de ellas se desprenden los parámetros de los que depende el modelo, y por tanto, el SCR.

La Tabla 4 y la Tabla 5 muestran las matrices de correlación por línea de negocio entre las variables definidas en (15) y (20), respectivamente. No es objeto de este trabajo entrar en la discusión acerca de la metodología para realizar dichas estimaciones. En este trabajo, éstas han sido obtenidas con el estimador habitual para el coeficiente de correlación lineal de Pearson. Como ya se ha comentado, en Bermúdez y Ferri (2012) se presentaba un estimador para el coeficiente de correlación lineal basado en el uso de modelos bayesianos que permitiría fusionar la matriz de correlación presentada por el regulador y la obtenida empíricamente a través de la experiencia de la compañía. Cabe destacar las importantes diferencias observadas entre las matrices de correlación obtenidas a partir de los datos empíricos disponibles y la matriz de correlación propuesta por el regulador.

Tabla 4. Matriz de correlaciones lineales entre las variables implícitas en la fórmula estándar para el riesgo de primas y reservas no vida por línea de negocio

Línea de negocio								
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
1	0.16	0.17	0.71	0.81	-0.31	0.54	0.22	-0.09
	1	0.52	0.04	-0.05	-0.19	-0.12	0.07	-0.34
		1	0.27	0.13	-0.1	0.09	0.31	-0.55
			1	0.65	-0.34	0.31	0.01	0.16
				1	-0.32	0.48	0.23	-0.03
					1	0	0.09	-0.16
						1	0.82	-0.14
							1	-0.16
								1

Fuente: Propia a partir de datos de la DGSFP

Pero al mismo tiempo, también se aprecian diferencias en las estimaciones de los coeficientes de correlación de ambas variables aleatorias. Ello determinará la diferencia en el parámetro del que depende la aproximación al valor en riesgo presentado en (14), y conocido en QIS 5 como desviación estándar combinada. Este parámetro vendrá determinado por las desviaciones estándar de las variables definidas en (15) y (20), por línea de negocio.

De nuevo no entramos a valorar las metodologías para determinar los parámetros específicos de la entidad (*Undertaking Specific Parameters*) definidos en QIS-5 y, en su lugar, es considerado el estimador habitual para la varianza.

Tabla 5. Matriz de correlaciones lineales entre las nuevas variables implícita en la fórmula estándar para el riesgo de primas y reservas no vida por línea de negocio

Línea de negocio								
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
1	0.11	0.24	0.73	0.82	-0.19	0.78	0.24	0.21
	1	0.63	-0.05	-0.18	-0.02	-0.14	0.24	-0.4
		1	0.32	0.09	0.11	0.13	0.39	-0.34
			1	0.65	-0.22	0.62	0.04	0.41
				1	-0.19	0.65	0.21	0.14
					1	0.02	0.19	-0.26
						1	0.48	0.09
							1	-0.28
								1

Fuente: Propia a partir de datos de la DGSFP

A continuación, en la Tabla 6, se muestra una comparativa entre las desviaciones estándar de ambas variables, la definida en (15) y la definida en (20).

Tabla 6. Vector de desviaciones típicas de las variables (15) y (20) por línea de negocio

	Línea de negocio								
variable	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
(15)	0.064	0.029	0.066	0.065	0.137	0.448	0.195	0.041	0.022
(20)	0.071	0.037	0.069	0.077	0.163	0.304	0.175	0.035	0.021

Fuente: Propia a partir de datos de la DGSFP/ * millones de euros

El parámetro desviación estándar combinada puede ser obtenido a través del producto matricial de los vectores de desviaciones típicas por línea de negocio y de las matrices de correlación de cada una de las variables definidas en (15) y en (20), respectivamente. Consecuentemente, también puede ser obtenida la aproximación al valor en riesgo que determinará el SCR del riesgo de primas y reservas no vida, atendiendo a las expresiones (14) y (27). La Tabla 7 recoge la comparativa entre los parámetros resultantes correspondientes a la desviación estándar combinada de cada variable considerada.

Tabla 7. Desviación estándar combinada de la variable implícita en la fórmula estándar para el riesgo de primas y reservas no vida

variable	Σ	$\rho(\sigma)$
(15)	0.539137645	2.36899352
(20)	0.529373120	2.27195544

Fuente: Propia a partir de datos de la DGSFP/ * millones de euros

Los resultados de la Tabla 7 muestran una disminución del parámetro desviación estándar combinada σ cuando es considerada la nueva variable aleatoria propuesta en (20). Del mismo modo, la aproximación al valor en riesgo $\rho(\sigma)$ correspondiente a la nueva variable aleatoria también es menor. Según los valores de $\rho(\sigma)$ obtenidos, para la serie histórica considerada, y dado el modelo asumido para determinar el SCR definido en (1) y presentado en QIS-5, para cualquier medida de volumen, el SCR que se derivaría de la consideración de la variable aleatoria definida en (20) será menor que el que se derivaría del obtenido a través de la consideración de la variable aleatoria definida en (15).

¿Se produce este efecto de disminución para cualquier serie de valores? La respuesta es no. Para comprender porque se produce este efecto es necesario realizar un análisis de qué se asume al definir una variable aleatoria como la que aquí se ha propuesto, y compararla con la implícita en la fórmula estándar. De este modo, el resultado para la variable definida en (15) será menor que el definido en (20) en la medida que la suma ponderada de las logaritmos de las ratios fuera menor que su producto (i simultáneamente menor a 4), lo que para los valores de las ratios consideradas aquí, en torno a la unidad, es bastante improbable.

5. Conclusiones

Un paso previo a la consideración de la definición de un modelo interno, total o parcial, es la adquisición de un profundo conocimiento de los riesgos a los que se enfrenta la compañía. Unido a ello, la determinación del SCR depende de, por una parte, del modelo considerado, lo que incluye diversos aspectos: la definición de una variable aleatoria que sea representativa del riesgo a tratar, el ajuste de una función de represente adecuadamente el comportamiento estadístico de dicha variable, la determinación del comportamiento conjunto de dicha variable y cualquier otra/s variable/s. Y por otra parte, de una medida del riesgo asumido, si es que se asocia el SCR a una medida de riesgo, lo que resultará crucial por dos motivos: el primero, determinará la cobertura económica de una determinada exposición al riesgo y, en segundo lugar, determinará la rentabilidad ajustada al riesgo de las distintas unidades de riesgo (líneas de negocio, segmento de negocio, contratos de seguros, etcétera).

Un punto de referencia para comparar los resultados de la estimación del SCR que se derive de un modelo interno, es la comparación con aquel que se deriva de la fórmula estándar. Sin embargo, para poder realizar dicha comparación, es conveniente tener un perfecto conocimiento de las implicaciones subyacentes en el uso del modelo estándar.

En este trabajo ha sido analizada de forma profunda la fórmula estándar para el riesgo de primas y reservas no vida. Partiendo de la información proporcionada en QIS-5 por la autoridad competente (respecto a la fórmula y a las hipótesis), desvelamos qué variable aleatoria hay implícita en la fórmula estándar para dicho riesgo. Ello nos permite mejorar la comprensión del riesgo que se está tratando y del modelo que se asume.

Adicionalmente, como paso previo a la definición de un modelo interno, hemos definido una variable aleatoria consistente con las hipótesis de partida de la fórmula estándar para el riesgo de primas y reservas, esto es, log-normalidad de la variable aleatoria subyacente. Sin embargo, a diferencia de la fórmula estándar, se ha asumido una distribución conocida para las variables que representan el riesgo de primas y el de reservas por línea de negocio.

Sin modificar la estructura de la fórmula estándar, los resultados obtenidos para la nueva variable aleatoria conducen, por norma general, a un menor valor para la medida de riesgo, y, por tanto, del SCR para dicho riesgo.

Finalmente, los autores entendemos que el estudio realizado en este trabajo, el análisis dinámico de la fórmula estándar mediante la modificación de la variable aleatoria implícita en el modelo y, en general, la modificación de los parámetros utilizados como *proxy* por el regulador por otros que tengan en cuenta la experiencia histórica, debería servir como punto inicial de partida en la definición de un modelo interno, en tanto se consigue mejorar el conocimiento sobre el riesgo tratado. En general, el mensaje clave que pretendemos transmitir puede resumirse en que el paso del modelo estándar a un modelo interno no debe realizarse sin un pleno conocimiento del riesgo a tratar.

6. Referencias

Bermúdez, L.; Ferri, A.; Guillén, M. (2013). A correlation sensitivity analysis of non-life underwriting risk in solvency capital requirement estimation. Astin Bulletin, 43, 21-37.

Bermúdez, L.; Ferri, A. (2012). Fórmula de Credibilidad para la estimación de las correlaciones entre líneas de negocio en el cálculo del SCR del módulo de suscripción no vida. Anales del Instituto de Actuarios Españoles, 1, 151-170.

Ferri, A. (2012). Estructuras de Dependencia Aplicadas a la Gestión de Riesgos en Solvencia II. Tesis Doctoral. Universitat de Barcelona.

Ferri, A.; Bermúdez, L.; Alcañiz, M. (2011). Sensibilidad a las correlaciones entre líneas de negocio del SCR del módulo de suscripción no vida basado en la fórmula estándar. Anales del Instituto de Actuarios Españoles, 1, 75-90.

Fisher, R. (1915). Frequency Distributions of the Values of the Correlation Coefficients in Sample of Indefinitely Large Population. Biometrika, 10, 507-521.

Gisler, A. (2009). The Insurance Risk in the SST and in Solvency II: Modeling and Parameter estimation. ASTIN Colloquium . Helsinki.

Gómez-Déniz, E.; Sarabia, J.M. (2008). Teoría de la Credibilidad: Desarrollos y Aplicaciones en Primas de Seguros y Riesgos Operacionales. Madrid: Fundación Mapfre.

Pfeifer, D. y Straussburger, D. (2008). Stability problems with the SCR aggregation formula. Scandinavian Actuarial Journal, 1, 61-77.

Sandström, A. (2007). Calibration for Skewness. Scandinavian Actuarial Journal, 2, 126-134.

Savelli, N.; Clemente, G.P. (2010). Hierarchical structures in the aggregation of premium risk for insurance underwriting. Scandinavian Actuarial Journal, 3, 193-213.

Savelli, N.; Clemente, G.P. (2009). Modeling aggregate non-life underwriting: Standard formula vs Internal Model. Giornale del l´Institute degli Attuari, 72, 295-333.