

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Título: Gestión del Riesgo de Suscripción de No Vida: Reaseguro

Autor: Eva Madroñal Bueno

Tutor: Javier Sarrasí

Curso: 2014-2015

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Barcelona

Trabajo Fin de Máster

Máster en Ciencias Actuariales y Financieras

GESTIÓN DEL RIESGO DE SUSCRIPCIÓN DE NO VIDA: REASEGURO

Autor: Eva Madroñal Bueno

Tutor: Javier Sarrasí

El contenido de este documento es de exclusiva responsabilidad del autor, quien declara que no ha incurrido en plagio y que la totalidad de referencias a otros autores han sido expresadas en el texto.

Resumen

El objetivo del estudio es relacionar la política de reaseguro de una compañía aseguradora con su Ratio de Solvencia, fijadas unas reservas de solvencia y un recargo de seguridad. Para ello, se simulará a través del método de Monte Carlo las pérdidas que puede generar la compañía en el horizonte temporal de un año.

Palabras clave: Ratio de Solvencia, Mitigación del Riesgo, Reaseguro, Monte Carlo.

Abstract

The main objective of this study will be to relate in an insurance company its reinsurance policy with its Solvency Ratio, with a fixed solvency reserves and a loading for contingencies. Monte Carlo methodology is used to perform simulations and to estimate the company losses within one year time horizon.

Key words: Solvency Ratio, Risk Mitigation, Reinsurance, Monte Carlo

Índice

1.	<i>Introducción</i>	8
2.	<i>Entorno Normativo Solvencia II</i>	9
2.1	¿Qué motiva Solvencia II?	9
2.2	¿Cómo se estructura Solvencia II?	9
3.	<i>El Riesgo</i>	10
3.1	Concepto de Riesgo	10
3.2	Tipos de Riesgos normativa SII.....	10
3.3	Medidas de Riesgo	11
4.	<i>Mitigación del Riesgo: el Reaseguro</i>	14
4.1	Introducción	14
4.2	Tipos de reaseguro	14
4.3	Funciones del reaseguro.....	16
5.	<i>Calibración del módulo de suscripción de no vida</i>	18
5.1	Introducción	18
5.2	Fórmula Estándar	19
5.3	Parámetros específicos de la empresa (USP).....	21
5.4	Modelo Interno (IM).....	21
6.	<i>Modelo Interno Propuesto: Aplicación de Monte Carlo</i>	22
6.1	Objetivo	22
6.2	Aplicación del método de Monte Carlo	23
6.3	Aplicación del Reaseguro	28
7.	<i>Aplicación práctica del modelo</i>	31
7.1	Herramientas utilizadas.....	31
7.2	Hipótesis	32
7.3	Presentación de los datos	33
7.4	Simulación de Monte Carlo: resultados.....	35
8.	<i>Conclusiones</i>	41
9.	<i>Bibliografía</i>	42
	Anexo I. Programación en R	44

Índice de Ilustraciones

Ilustración 1. Medidas de Riesgo: VaR	13
Ilustración 2. Medidas de Riesgos: TVaR	13
Ilustración 3. Calibración FS	19
Ilustración 4. Capital de Solvencia Requerido	20
Ilustración 5. Función de densidad de la variable aleatoria número de siniestros.....	26
Ilustración 6. Función de densidad de la variable aleatoria coste del i-ésimo siniestro..	27
Ilustración 7. Probabilidad Coste de los Siniestros	28
Ilustración 8. Número de expuestos	34
Ilustración 9. Coste Medio	34
Ilustración 10. Coste total simulado	35

Índice de tablas

Tabla 1. Función distribución variable aleatoria: número de siniestros	25
Tabla 2. Datos por tipología de vehículos	33
Tabla 3. Resultados sin reaseguro	36
Tabla 4. Reservas óptimas sin reaseguro.....	36
Tabla 5. Resultados Cuota Parte.....	37
Tabla 6. Reservas óptimas Cuota Parte	37
Tabla 7. Resultados XL	38
Tabla 8. Reservas óptimas XL.....	38
Tabla 9. Resultados SL.....	38
Tabla 10. Reservas óptimas SL	39
Tabla 11. Medidas de riesgo resultantes de la simulación	39
Tabla 12. Ratio de Solvencia según simulaciones.....	40

1. Introducción

Solvencia II es un nuevo proyecto que entrará en vigor el 1 de Enero de 2016 cuyo objetivo principal es la revisión del régimen de supervisión de las empresas aseguradoras y reaseguradoras de la Unión Europea, disponiendo de esta forma de un marco regulador que garantice su solvencia.

El mencionado proyecto queda recogido en la Directiva Solvencia II respondiendo a las nuevas necesidades del mercado y respetando un marco prudencial en el que se reflejen todos los riesgos a los que se exponen las entidades aseguradoras y reaseguradoras. Este proyecto cambiará las normas europeas del sector asegurador para que la industria aseguradora sea plenamente solvente y poder proporcionar mejores productos.

De las tres metodologías¹ que propone la normativa Solvencia II, el estudio será realizado a través de un Modelo Interno para analizar la influencia de la política de reaseguro en el Ratio de Solvencia de una compañía aseguradora fijada una probabilidad de solvencia ε . Este estudio dependerá de las reservas de solvencia, del recargo de seguridad y del capital de solvencia que garantiza una probabilidad de solvencia ε . Las diferentes políticas de reaseguro intervendrán únicamente en la cuantía del riesgo, es decir, no se tendrán en cuenta ingresos derivados de los contratos de reaseguro como las comisiones.

Se partirá de unos datos proporcionados por ICEA de donde se recogerá la información necesaria para poder estimar el coste de los siniestros y por tanto medir el riesgo asumido.

Para medir el riesgo, se simulará mediante el método de Monte Carlo, la evolución del coste total de la cartera de la compañía aseguradora para un horizonte temporal de un año para posteriormente, determinar la esperanza, desviación típica, el valor en riesgo al nivel de confianza ε y finalmente el Ratio de Solvencia. Estos cálculos se aplicarán a las tres modalidades de reaseguro más usuales en el campo asegurador: Cuota Parte, Exceso de Pérdida y Exceso de Siniestralidad.

Finalmente, se realizará un análisis de sensibilidad según los resultados obtenidos en cada una de las modalidades de reaseguro consideradas para determinar las conclusiones del estudio.

¹ Para mayor detalle véase el apartado 5. Calibración del módulo de suscripción de no vida del presente documento.

2. *Entorno Normativo Solvencia II*

2.1 ¿Qué motiva Solvencia II?

Principalmente que existe una creciente preocupación en los mercados de capital debido a la competitividad, la influencia de la globalización, los cambios normativos, etc. El actual marco regulador europeo no es homogéneo y la existencia de un mercado único de seguros requiere el mismo nivel de protección para todos los asegurados.

Los requerimientos actuales de solvencia se basan en el volumen de negocio sin tener en cuenta los riesgos que pueda tener cada entidad, por tanto era esencial crear una nueva regulación donde esos riesgos fueran cuantificados.

2.2 ¿Cómo se estructura Solvencia II?

Solvencia II se divide en tres pilares fundamentales:

Pilar I: Es el pilar cuantitativo. Se calculan los riesgos y se exige la suficiencia de los recursos propios.

- Armonizar las provisiones técnicas.
- El cálculo del SCR y el MCR se realiza mediando un modelo estándar o modelos internos.
- Normas para la valoración de los activos y los pasivos.

Pilar II: Se centra en el proceso de supervisión y control.

- Criterios para la gestión de riesgos donde tiene una principal cabida el Control Interno.
- Requisitos para el uso de los modelos internos.
- Principios para una adecuada gestión de activos y pasivos.

Pilar III: Requerimientos de disciplina de mercado.

- Requerimientos de información a las autoridades supervisoras competentes y/o al mercado para garantizar una mayor transparencia del sector.
- Identificación y puesta en marcha de las mejores prácticas.

3. El Riesgo

3.1 Concepto de Riesgo

La organización Forética² lo define del siguiente modo: “*El riesgo es el daño potencial que puede surgir por un proceso presente o suceso futuro.*”

En ocasiones se compara con el término de probabilidad de que ocurra un evento significativo que genere una pérdida con la cuantía que genera dicho evento.

En el campo asegurador, el riesgo es la combinación de la probabilidad de ocurrencia de un suceso y sus consecuencias económicas, cuya aparición se previene y se garantiza en la póliza obligando a la compañía aseguradora a efectuar la prestación.

3.2 Tipos de Riesgos normativa SII

Tal y como se especifica en la Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo, de 25 de noviembre de 2009, sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II), existen los siguientes tipos de riesgos:

«*Riesgo de suscripción*»: el riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros, debido a la inadecuación de las hipótesis de tarificación y constitución de provisiones;

«*Riesgo de mercado*»: el riesgo de pérdida o de modificación adversa de la situación financiera resultante, directa o indirectamente, de fluctuaciones en el nivel y en la volatilidad de los precios de mercado de los activos, pasivos e instrumentos financieros;

«*Riesgo de crédito*»: el riesgo de pérdida o de modificación adversa de la situación financiera resultante de fluctuaciones en la solvencia de los emisores de valores, las contrapartes y cualesquiera deudores al que están expuestas las empresas de seguros y de reaseguros, en forma de riesgo de incumplimiento de la contraparte, riesgo de diferencial o concentración de riesgo de mercado;

«*Riesgo operacional*»: el riesgo de pérdida derivado de la inadecuación o de la disfunción de procesos internos, del personal o de los sistemas, o de sucesos externos;

«*Riesgo de concentración*»: toda exposición a riesgos que lleve aparejada una pérdida potencial suficientemente importante como para poner en peligro la solvencia o la situación financiera de las empresas de seguros y de reaseguros.

² Forética es una asociación de empresas y profesionales que tiene como misión fomentar la cultura de la gestión ética y la responsabilidad social dotando a las organizaciones de conocimiento y herramientas útiles para desarrollar con éxito un modelo de negocio competitivo y sostenible.

3.3 Medidas de Riesgo

Necesitamos medir el riesgo para determinar el capital requerido que se calculará a continuación, sirviendo también como una herramienta de gestión.

Sea una variable aleatoria $X \Rightarrow \mathbb{R}$, se define la medida de riesgo como:

$$\rho: \Gamma \Rightarrow \mathbb{R} \quad (1)$$

$$X \rightarrow \rho(X) \quad (2)$$

Donde $X \in \Gamma$, siendo Γ el conjunto de variables aleatorias definidas en un espacio de probabilidad.

Según Artzner³ et al. (1999), deben satisfacerse unas características en las medidas de riesgo para que sean coherentes. A continuación se exponen dichas propiedades:

1. Traslación:

Sea c una constante, entonces:

$$\rho(X + c) = \rho(X) + c \quad (3)$$

2. Homogeneidad Positiva:

Sea c una constante no negativa mayor a cero, entonces:

$$\rho(X \cdot c) = c \cdot \rho(X) \quad (4)$$

3. Subaditividad:

Sean dos variables aleatorias definidas como X_1 y X_2 :

$$\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2) \quad (5)$$

Lo que quiere decir que una técnica de reducción del riesgo es la diversificación.

4. Monotonicidad:

Sean dos variables aleatorias definidas como X_1 y X_2 :

$$P(X_1 \leq X_2) = 1 \rightarrow \rho(X_1) \leq \rho(X_2) \quad (6)$$

³ Coherent Measures of Risk (1999)

5. Invarianza en Ley:

Para todo X , $\rho(X_1) = \rho(X_2)$ entonces:

$$P(X_1 \leq X) = P(X_2 \leq X) \quad (7)$$

Existen diferentes medidas de riesgo, a través de parámetros específicos de una función de distribución como la desviación típica o a través de estadísticos como los quantiles.

A continuación se señalan los que serán de utilizad en el presente estudio:

1. *Desviación Típica*

La desviación típica de una variable aleatoria X proporciona la volatilidad, o variación esperada de dicha variable respecto a su media. A mayor volatilidad, menos fiable es el valor esperado de X .

La desviación típica de una variable aleatoria X viene definida como:

$$\sigma = \sqrt{V(X)} \quad (8)$$

$$\sigma^2 = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 \quad (9)$$

donde:

- σ es la desviación típica de la variable aleatoria X .
- $\sigma^2 = V(X)$ es la varianza de la variable aleatoria X .
- $E(X)$ es la esperanza de la variable aleatoria X .

2. *Valor en Riesgo asociado a un nivel de confianza ε - Value at Risk (VaR_ε)*

El VaR_ε de una variable aleatoria X se define como:

$$VaR_\varepsilon(X) = \inf \{x \in R : \Pr(X > x) \leq (1 - \varepsilon)\} = \inf \{x \in R : F_X(x) \geq \varepsilon\} \quad (10)$$

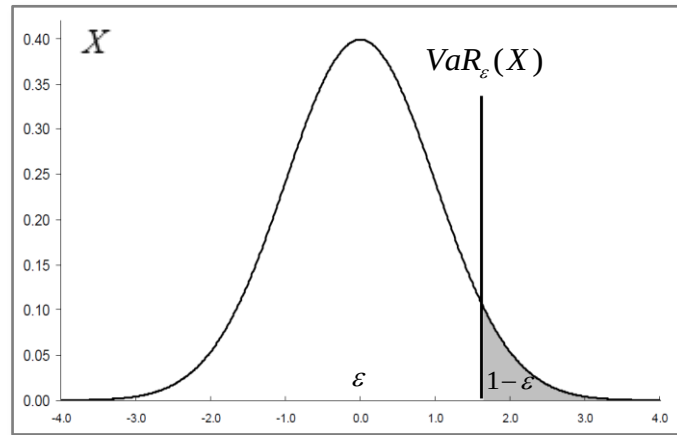
donde:

- ε es el nivel de confianza.
- $\Pr(X > x) \leq (1 - \varepsilon)$ es la probabilidad de que la variable aleatoria X acumule a la derecha de x una probabilidad máxima de $(1 - \varepsilon)$.

$F_X(x) \geq \varepsilon$ es la probabilidad de que la variable aleatoria X acumule a la izquierda de x una probabilidad mínima de ε .

A modo de ejemplo, si la variable aleatoria X sigue una distribución normal, $X \sim N(0,1)$

Ilustración 1. Medidas de Riesgo: VaR



Fuente: Elaboración Propia

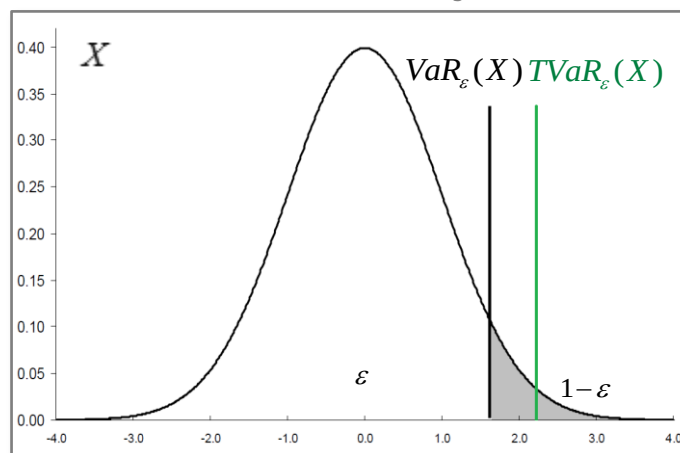
3. Valor en Riesgo en la cola asociado a un nivel de confianza ε - Tail Value at Risk ($TVaR_\varepsilon$)

El $TVaR_\varepsilon$ es la esperanza de la distribución de pérdidas más allá del VaR_ε siempre que la función de distribución sea continua.

$$TVaR_\varepsilon(X) = E(X | X > VaR_\varepsilon(X)) \quad (11)$$

A modo de ejemplo, si la variable aleatoria X sigue una distribución normal, $X \sim N(0,1)$

Ilustración 2. Medidas de Riesgos: TVaR



Fuente: Elaboración Propia

4. Mitigación del Riesgo: el Reaseguro

4.1 Introducción

La necesidad de medir el riesgo es en la actualidad uno de los mayores intereses para las entidades aseguradoras y reaseguradoras. La puesta en marcha de la normativa Solvencia II así como la crisis financiera o el aumento de competitividad en el mercado asegurador, han impulsado la aplicación de técnicas de mitigación de los riesgos entre las cuales cabe destacar el reaseguro como una de las principales.

El reaseguro es un contrato mediante el cual un asegurador (reasegurado), toma a su cargo total o parcialmente un riesgo ya cubierto por otro asegurador (cedente o asegurador directo), distribuyendo y por tanto dispersando de esta forma los riesgos.

4.2 Tipos de reaseguro

Existen diversos criterios para clasificar los tipos de reaseguro: criterio técnico, criterio financiero o criterio jurídico.

A continuación se expone la clasificación por el criterio técnico que será mediante el que se realizará el estudio.

- Reaseguro Proporcional

En este tipo de reaseguro, la distribución del riesgo asegurado se basa en una determinada proporción del riesgo de cada póliza de la cedente.

- **Reaseguro Cuota Parte:**

Se establece un coeficiente fijo de toda la cartera o de un determinado ramo para determinar la participación del reaseguro en la suma asegurada, indemnizaciones, gastos, primas y reservas.

- **Reaseguro de Excedentes:**

Se establece previamente un coeficiente variable que depende del pleno de retención. Dicho pleno de retención es el importe máximo que la cedente está dispuesta a asumir por póliza de suma asegurada.

Puede considerarse como un reaseguro cuota parte pero con un coeficiente variable.

- Reaseguro No Proporcional

En este caso la distribución del riesgo asegurado se basa en la siniestralidad. El reasegurador se responsabiliza de la parte del siniestro o la suma de siniestros ocurridos que superan cierto límite establecido previamente llamado prioridad. No existe proporcionalidad por tanto, en el reparto de responsabilidades.

- ***Reaseguro de Exceso de Pérdida o Excess-loss (XL):***

La reaseguradora indemniza a la cedente individualmente por aquellos siniestros que superen el pleno de retención establecido, llamado en este tipo de reaseguro, prioridad.

Se diferencia del contrato de excedentes porque la prima y la cuantía de los siniestros están fijadas a posteriori, ya que se refiere al exceso del siniestro respecto al pleno de retención.

Existen diferentes modalidades de reaseguro XL:

1. Exceso de pérdida por póliza:

La prioridad y la cobertura se aplican al siniestro producido en una sola póliza.

2. Exceso de pérdida por riesgo o evento:

El importe del siniestro viene dado por las consecuencias económicas generadas por un mismo riesgo o evento y que puede afectar a varias pólizas.

3. Exceso de pérdida por catástrofe:

Con este tipo de reaseguro, se protege a la entidad cedente de los eventos que generan grandes pérdidas y por tanto que afecten a un gran número de siniestros, generalmente provocados por catástrofes naturales.

- ***Reaseguro Stop- Loss (SL):***

En esta modalidad de reaseguro, el reasegurador cubre totalmente o parcialmente el exceso de siniestralidad respecto a una prioridad establecida en el contrato.

4.3 Funciones del reaseguro

Las funciones básicas del reaseguro son:

- Función técnica:
 - Las consecuencias económicas de que ocurra un siniestro, repercute tanto a la compañía reaseguradora como a la cedente, lo que permite distribuir y por tanto dispersar los riesgos de la cartera cedente.
 - Al ceder al reaseguro los riesgos que exceden de su capacidad financiera, la cedente mejora la homogeneidad de su cartera, ya que limita el importe de los siniestros a su cargo.
 - La cedente puede asumir grandes riesgos ya que puede trasladar el exceso de siniestralidad al reasegurador.
 - Puede protegerse contra cúmulos de riesgo que sean conocidos.
 - Permite a la cedente tener un mayor volumen de riesgos suscritos y desarrollo de nuevos productos.
- Función financiera:
 - La cedente puede deducirse las provisiones técnicas en las modalidades proporcionales, que por su responsabilidad le correspondan al reasegurador.
 - Se requiere disponer de un fondo adicional que permita cubrir los siniestros que superen la estimación realizada, este fondo es llamado margen de solvencia. El reaseguro implica una traslación de siniestralidad por lo que este margen será menor cuanto mayor sea la cesión al reaseguro.
 - En las modalidades proporcionales de reaseguro, el reasegurador proporciona a la entidad cedente comisiones por las primas cedidas por el esfuerzo comercial realizado por parte de la compañía de directo. Adicionalmente puede proporcionar a la cedente una participación en el beneficio que puede obtener del negocio que le cede. De esta forma la compañía cedente, se preocupa más por llevar a cabo una buena política de selección de riesgos.
 - Existe una cláusula en el contrato de reaseguro llamada siniestros al contado, mediante la cual permite a la cedente recibir, de forma inmediata y sin necesidad de esperar al momento de la liquidación del siniestro por parte del reasegurador, el importe del siniestro que le corresponde al reasegurador.
 - La cedente puede mediante el reaseguro, aumentar rápidamente su negocio sin la necesidad de aumentar su capital social.

- Función de Asesoramiento:

Las entidades de reaseguro pueden asesorar sobre la planificación de los programas de reaseguro, el peritaje de los siniestros graves así como su pago y liquidación, los procedimientos contables a seguir, formación del personal, asesoramiento en la tarificación de los ramos de nueva creación, etc.

5. *Calibración del módulo de suscripción de no vida*

5.1 **Introducción**

Hay que calibrar el módulo de suscripción de no vida para proceder a calcular el ratio de solvencia.

El ratio de solvencia mide la capacidad de la empresa aseguradora de hacer frente a los posibles riesgos.

$$\text{Ratio Solvencia} = \frac{\text{Capital Disponible}}{\text{Requerimientos de Capital}} \quad (12)$$

En la actual normativa, EIOPA propone 3 métodos de calibración:

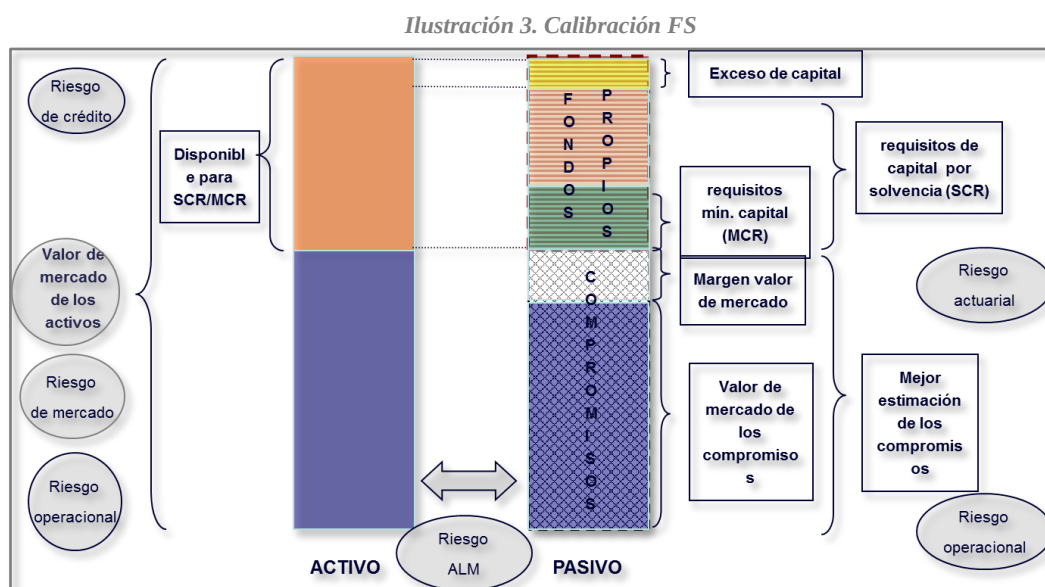
1. Fórmula Estándar (SF)
2. Parámetros específicos de la empresa (USP)
3. Modelos Internos Totales o Parciales (IM)

Estas modalidades se desarrollarán en los siguientes apartados, haciendo énfasis en nuestro modelo interno propuesto.

5.2 Fórmula Estándar

En esta modalidad de calibración, el ratio de solvencia viene dado por los Fondos Propios (FFPP) de la entidad y el Capital de Solvencia Requerido (SCR).

$$\text{Ratio Solvencia} = \frac{FFPP}{SCR} \quad (13)$$



Fuente: Col·legi d'Actuaris de Catalunya

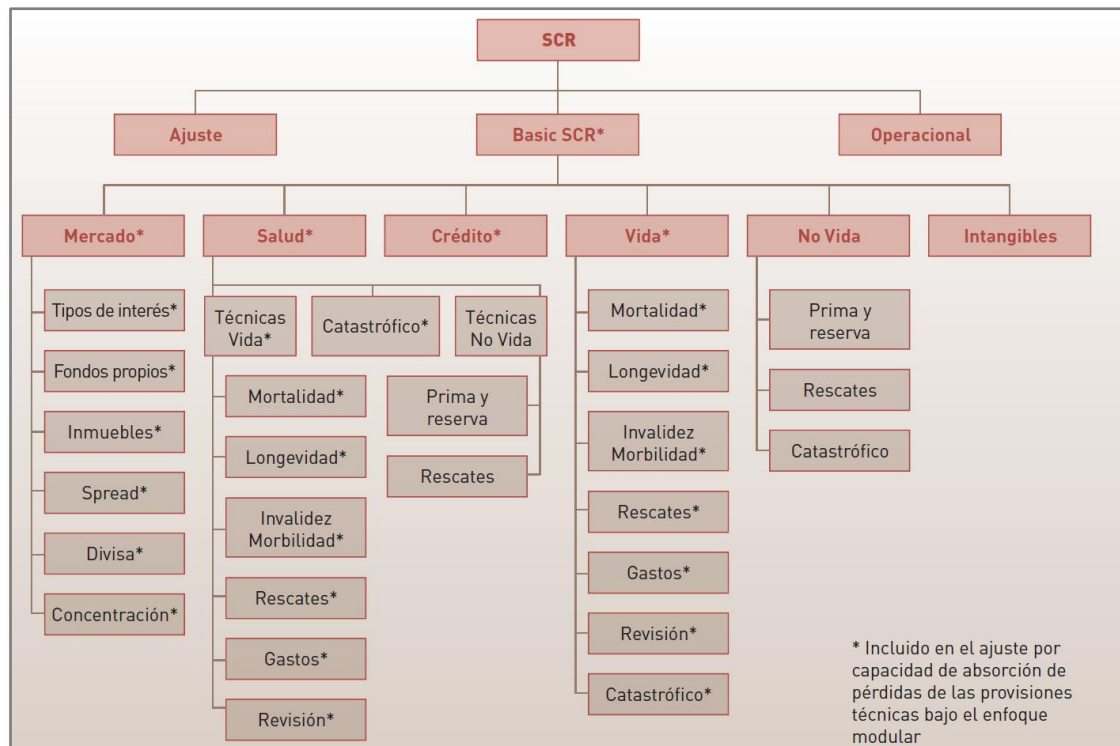
El SCR tiene dos componentes:

1. La mejor estimación (Best Estimate), que es el valor de los flujos futuros de caja esperados de las obligaciones, descontados a la curva de tipos libre de riesgo y unos ajustes.
2. Los requisitos mínimos de capital (MCR), que es la cuantía máxima que un asegurador pagaría para eliminar el riesgo de que los pagos realmente sean mayores a los estimados.

Como se puede observar en la Ilustración 3, los Fondos Propios de la entidad tienen que ser suficientes para cubrir el SCR.

La calibración del SCR en la fórmula estándar se realiza por módulos y submódulos de riesgo que se exponen a continuación:

Ilustración 4. Capital de Solvencia Requerido



Fuente: Mapfre

Cada módulo de riesgo está descrito en el apartado 2.2 *Tipos de Riesgos normativa SII* del presente documento.

El SCR por tanto, viene dado por:

$$SCR = BSCR + Riesgo Operacional + Ajustes \quad (14)$$

Las características principales en el cálculo del SCR son las siguientes:

- Entre los módulos y submódulos de riesgo existe una dependencia que se describe mediante correlaciones lineales.
- El SCR cubre los riesgos cuantificables del negocio existente y el de los 12 meses siguientes que se esperan suscribir.
- Se utiliza para su cálculo el VaR de los FFPP Básicos a un nivel de confianza del 99,5% y con un horizonte temporal de 1 año para cada submódulo de riesgo.

5.3 Parámetros específicos de la empresa (USP)

EIOPA permite sustituir algunos parámetros de la Fórmula Estándar por parámetros particulares de la propia entidad previa aprobación de las autoridades supervisoras.

Los parámetros a sustituir sólo pueden ser del ramo de suscripción, ya sea vida, no vida o salud. La compañía no puede decidir la metodología a seguir, ésta se encuentra recogida en el Reglamento Delegado (UE) 2015/35 de la Comisión de 10 de Octubre de 2014.

5.4 Modelo Interno (IM)

En el caso del Modelo Interno, no es necesario cuantificar los riesgos con una estructura modular como mediante la fórmula estándar.

Se pueden cambiar de forma justificada la medida de riesgo, el nivel de confianza, el horizonte temporal y la variable aleatoria a la que se le aplica la medida de riesgo, previa autorización de las autoridades supervisoras.

6. *Modelo Interno Propuesto: Aplicación de Monte Carlo*

6.1 **Objetivo**

El objetivo principal del modelo es relacionar la política de reaseguro, el recargo de seguridad y las reservas de solvencia de la compañía aseguradora con el ratio de solvencia t_ε que garantiza una probabilidad de solvencia ε .

La existencia del reaseguro permite distribuir el coste total de la cartera entre la cedente y el reasegurador. Por tanto:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_c + \mathbb{Z}_r \quad (15)$$

donde:

- $\mathbb{Z}$ es la variable aleatoria coste total de los siniestros.
- $\mathbb{Z}_c$ es la variable aleatoria coste total de la cedente.
- $\mathbb{Z}_r$ es la variable aleatoria coste total de la reaseguradora.

El ratio de solvencia se define como:

$$t_\varepsilon = \frac{E(\mathbb{Z}_c) \cdot (1 + \sigma) + R}{VaR_\varepsilon(\mathbb{Z}_c)} \quad (16)$$

donde:

- $E(\mathbb{Z}_c)$ es la esperanza de la variable aleatoria coste total de la cedente.
- σ es el recargo de seguridad en tanto por uno.
- R son las reservas de solvencia de las que dispone la compañía.
- $VaR_\varepsilon(\mathbb{Z}_c)$ mide el capital de solvencia que garantiza una probabilidad de solvencia ε . Representa la exposición al riesgo de la compañía.

Para que dicho ratio sea mayor o igual a uno, y por tanto la compañía sea solvente, se tiene que cumplir:

$$E(\mathbb{Z}_c) \cdot (1 + \sigma) + R \geq VaR_\varepsilon(\mathbb{Z}_c) \quad (17)$$

Los ingresos vienen dados por $E(\mathbb{Z}_c) \cdot (1 + \sigma) + R$ y el nivel de riesgo expuesto o el capital de solvencia que garantiza un nivel de solvencia ε , es $VaR_\varepsilon(\mathbb{Z}_c)$.

Se va a realizar una alternativa a la fórmula estándar a través de un modelo interno basado en la simulación de Monte Carlo para obtener el $VaR_\varepsilon(\mathbb{Z}_c)$ y poder calcular el ratio de solvencia. De esta forma, se podrá comparar cómo afecta a la compañía la contratación de los distintos tipos de reaseguro.

El estudio se llevará a cabo desde el punto de vista de la cedente.

6.2 Aplicación del método de Monte Carlo

Esta técnica fue desarrollada por John von Neumann y Stanislaw Ulam para la fabricación de la bomba atómica durante la Segunda Guerra Mundial.

Monte Carlo es una técnica de análisis numérico basado en la generación de números aleatorios, en nuestro caso, uniformemente distribuidos entre 0 y 1, con el objeto de simular variables aleatorias.

Para calcular el $VaR_\varepsilon(\mathbb{Z}_c)$ se necesita saber la función de distribución que sigue la variable aleatoria $\mathbb{Z}$.

La variable aleatoria coste total se define como:

$$\mathbb{Z} = \sum_{i=1}^N X_i \quad (18)$$

donde:

- N : variable aleatoria del número de siniestros asociado al período temporal de 1 año.
- X_i : variable aleatoria del coste del i -ésimo siniestro $i = 1 \dots N$.

Para realizar el método de simulación de Monte Carlo se partirá de las siguientes hipótesis:

1. La variable aleatoria número de siniestros anuales sigue una distribución Poisson de parámetro λ .

$$N \sim P(\lambda) \quad (19)$$

2. La variable aleatoria coste del i -ésimo siniestro sigue una distribución Exponencial de parámetro α .

(20)

$$X_i \sim Exp(\alpha) \quad i = 1 \dots N$$

3. Las variables aleatorias coste del i -ésimo siniestro son independientes.

Si $nsim$ es el número de simulaciones, la variable aleatoria coste total está compuesta por el siguiente conjunto discreto formado por $nsim$ componentes:

$$\mathbb{Z} = \{Z^1, Z^2, Z^3 \dots Z^l \dots Z^{nsim}\} \quad (21)$$

donde:

- Z^l es la realización asociada a la simulación l de la variable aleatoria $\mathbb{Z}$. Se harán tantas realizaciones como simulaciones hagamos.

$$Z^l = \sum_{i=1}^{n^l} x_i^l = x_1^l + x_2^l + x_3^l + \dots x_{n^l}^l \quad (22)$$

donde:

- n^l es la realización asociada a la simulación l -ésima de la variable aleatoria N .
- x_i^l es el importe del i -ésimo siniestro asociada a la simulación l -ésima de la variable aleatoria x_i siendo $i = 1 \dots n^l$.

A continuación se muestra cómo simular por Monte Carlo la variable aleatoria discreta N y la variable aleatoria X_i .

1. El método de simulación de Monte Carlo para la variable aleatoria discreta del número siniestros: N

Para poder simular por Monte Carlo una realización de la variable aleatoria N se necesita conocer su función de distribución.

Si k es el número de realizaciones de N entonces su función de distribución viene dada por:

Tabla 1. Función distribución variable aleatoria: número de siniestros

n	$f(n)$	$F(n)$
n_1	$P[N = n_1] = P_1$	$P[N \leq n_1] = P_1 = Y_1$
n_2	$P[N = n_2] = P_2$	$P[N \leq n_2] = P_1 + P_2 = Y_1 + Y_2$
...	...	...
n_{i-1}	$P[N = n_{i-1}] = P_{i-1}$	$P[N \leq n_{i-1}] = \sum_{s=1}^{i-1} P_s = Y_1 + \dots Y_{i-1}$
n_i	$P[N = n_i] = P_i$	$P[N \leq n_i] = \sum_{s=1}^i P_s = Y_1 + \dots Y_i$
...	...	...
n_k	$P[N = n_k] = P_k$	$P[N \leq n_k] = \sum_{s=1}^k P_s = Y_1 + \dots Y_k = 1$

Fuente: Elaboración propia

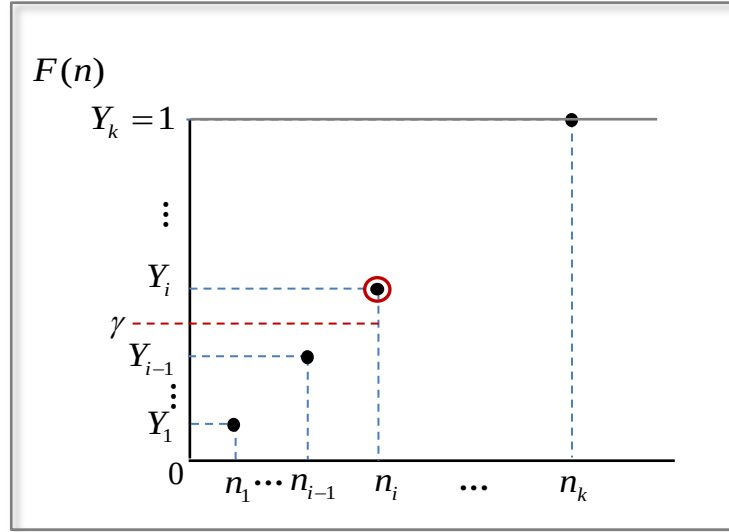
Simular por Monte Carlo una realización n_i de la variable aleatoria N supone generar un número aleatorio $\gamma \sim u(0,1)$, que satisfaga:

$$P[Y_{i-1} \leq \gamma \leq Y_i] = P_i = P[N \leq n_i] - P[N \leq n_{i-1}] = \sum_{s=1}^i P_s - \sum_{s=1}^{i-1} P_s \quad (23)$$

Este proceso se repetirá tantas veces como simulaciones se realicen de la variable aleatoria N , de tal forma que, si γ^l es el número aleatorio $u(0,1)$ generado en la simulación l -ésima, y $P[Y_{i-1} \leq \gamma^l \leq Y_i] = P_i$, entonces la realización l -ésima de la variable aleatoria N , $n^l = n_i$.

Gráficamente:

Ilustración 5. Función de densidad de la variable aleatoria número de siniestros



Fuente: Elaboración propia

2. El método de simulación de Monte Carlo para la variable aleatoria continua coste del i -ésimo siniestro X_i :

Igual que en el caso anterior, para poder simular por Monte Carlo una realización de X_i se necesita conocer la función de distribución de la variable aleatoria X_i :

$$F(x_i) = P[X_i \leq x_i] \quad (24)$$

siendo x_i una realización de la variable aleatoria X_i .

Simular un valor de X_i supone generar un número aleatorio $\gamma_i \sim u(0,1)$, de tal forma que x_i será el valor simulado de X_i asociado a γ_i si $\gamma_i = F(x_i)$.

Si $F(x_i)$ es una función de distribución exponencial, entonces:

$$F(x_i) = 1 - e^{-\alpha \cdot x_i} \quad (25)$$

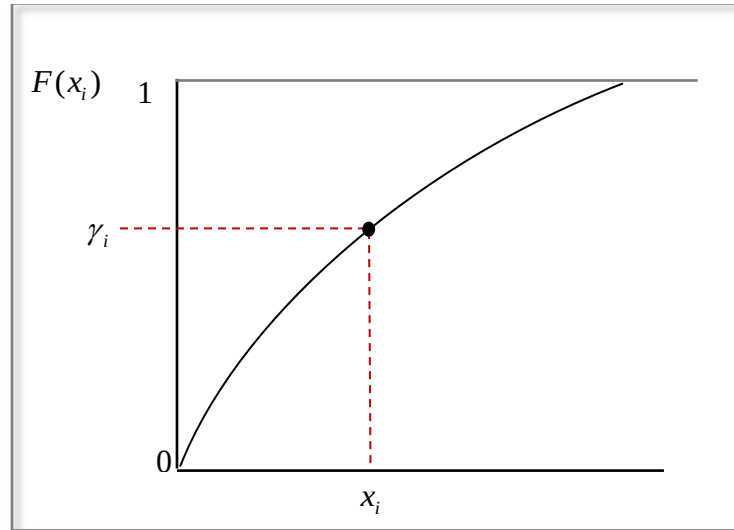
$$\gamma_i = 1 - e^{-\alpha \cdot x_i} \quad (26)$$

$$x_i = -\frac{\ln(1 - \gamma_i)}{\alpha} \quad (27)$$

Si para la simulación l -ésima se obtienen n^l siniestros, entonces se deberá simular para cada uno de ellos el coste del siniestro correspondiente, siendo en este caso para la simulación l -ésima del i -ésimo siniestro $x_i^l = x_i$ si $\gamma_i = F(x_i)$ para $i = 1 \dots n^l$.

Gráficamente:

Ilustración 6. Función de densidad de la variable aleatoria coste del i -ésimo siniestro



Fuente: Elaboración propia

Al obtenerse las realizaciones de X_i y de N a través de números aleatorios $u(0,1)$ entonces las realizaciones, obtenidas por simulación, de $\mathbb{Z}$ son equiprobables y su probabilidad dependerá del número de simulaciones que se realicen.

$$P[\mathbb{Z} = Z^l] = \frac{1}{n_{sim}} \quad (28)$$

De esta forma se obtiene por simulación la función de distribución de la variable aleatoria $\mathbb{Z}$.

Ilustración 7. Probabilidad Coste de los Siniestros

Z	$P[\mathbb{Z} = Z]$	$P[\mathbb{Z} \leq Z]$
Z^1	$\frac{1}{nsim}$	$\frac{1}{nsim}$
Z^2	$\frac{1}{nsim}$	$\frac{2}{nsim}$
...	...	...
Z^l	$\frac{1}{nsim}$	$\frac{l}{nsim}$
...	...	...
Z^{nsim}	$\frac{1}{nsim}$	1

Fuente: Elaboración propia

A partir de la función de distribución de $\mathbb{Z}$ se puede calcular cualquier momento deseado, como por ejemplo, la esperanza, la varianza o el $VaR_\varepsilon(\mathbb{Z}_c)$.

6.3 Aplicación del Reaseguro

Conocida por simulación la función de distribución de $\mathbb{Z}$ se puede obtener la función de distribución de la variable $\mathbb{Z}_c$ según la modalidad de reaseguro que contrate la cedente.

Definimos:

$$\mathbb{Z}_c = \{Z_c^1, Z_c^2, Z_c^3 \dots Z_c^l \dots Z_c^{nsim}\} \quad (29)$$

Donde:

- Z_c^l es la realización de la variable aleatoria coste total a cargo de la cedente asociada a la simulación l -ésima.

❖ Reaseguro Cuota Parte:

Se parte de la cuota de retención de la cedente para posteriormente aplicárselo proporcionalmente a la variable aleatoria coste de i -ésimo siniestro.

Sea:

- k la cuota de retención de la entidad cedente en tanto por uno.
 $0 < k < 1$
- x_i la realización del coste del i -ésimo siniestro.

Por lo que el coste del i -ésimo siniestro asociado a la simulación l -ésima para la entidad cedente $x_{i,c}^l$ será:

$$x_{i,c}^l = k \cdot x_i^l \quad (30)$$

Por tanto,

$$Z_c^l = \sum_{i=1}^{n^l} x_{i,c}^l = \sum_{i=1}^{n^l} k \cdot x_i^l = k \cdot \sum_{i=1}^{n^l} x_i^l \quad (31)$$

$$Z_c^l = k \cdot Z^l \quad (32)$$

❖ **Reaseguro Exceso de Pérdida (XL):**

En esta modalidad de reaseguro, se determina la responsabilidad de la cedente en el importe del siniestro definiéndolo como un pleno de retención para, posteriormente, calcular si el coste del i -ésimo siniestro supera dicho pleno o no.

Sea M la cuantía máxima que la entidad cedente está dispuesta a responsabilizarse por el i -ésimo siniestro. Se denomina “prioridad”.

Para realizar el cálculo del coste del i -ésimo siniestro se procede a determinar si la entidad cedente tiene que hacerse cargo de la responsabilidad o se hace cargo el reasegurador.

En este caso, el importe del i -ésimo siniestro a cargo de la cedente dada la simulación l -ésima, $x_{i,c}^l$, se obtiene del siguiente modo:

$$x_{i,c}^l = \begin{cases} x_i^l & \text{si } x_i^l < M \\ M & \text{si } x_i^l \geq M \end{cases} \quad (33)$$

Si el coste del i -ésimo siniestro no supera la prioridad, se hará cargo del importe la entidad cedente. El reasegurado actúa por tanto cuando el coste del i -ésimo siniestro supera dicha prioridad.

siendo:

$$Z_c^l = \sum_{i=1}^{n^l} x_{i,c}^l \quad (34)$$

❖ **Reaseguro Exceso de Siniestralidad (SL)**

En esta modalidad de reaseguro, se determina el importe máximo de siniestralidad que está dispuesta a asumir la entidad cedente en un período determinado para posteriormente calcular el coste a cargo de la cedente.

El importe de la siniestralidad a cargo de la cedente dada la simulación l -ésima, Z_c^l , se obtiene de:

$$Z_c^l = \begin{cases} Z^l & \text{si } Z^l < M \\ M & \text{si } Z^l \geq M \end{cases} \quad (35)$$

Si el coste total de la l -ésima simulación es menor al pleno, no actuará el reasegurador, haciéndose cargo de la totalidad de la responsabilidad la entidad aseguradora. El reasegurador actúa por tanto, cuando el coste total de la l -ésima simulación es mayor a la prioridad establecida por la entidad cedente.

7. Aplicación práctica del modelo

A continuación se realizará un análisis del resultado del estudio para proseguir a determinar las conclusiones.

7.1 Herramientas utilizadas

El estudio se ha realizado mediante dos programas informáticos:

1. The R Project for Statistical Computing “R”

Se han realizado todos los cálculos referentes a la simulación de Monte Carlo aplicando y sin aplicar las políticas de reaseguro para obtener:

- Las medidas de riesgo:
 - Resumen de la variable coste total
 - Desviación Típica
 - Value at Risk
 - Tail Value at Risk
- Los cálculos de solvencia:
 - Ratio de Solvencia
 - Nivel óptimo de recargo de seguridad (si aplica reaseguro)
 - Riesgo óptimo
 - Reservas de Solvencia óptimas

2. Microsoft Excel

Se ha realizado un estudio con los datos proporcionados por ICEA realizando gráficos comparativos relacionados con el número de expuestos, las primas, el número de siniestros, el importe de los siniestros y la cuenta técnica.

7.2 Hipótesis

Partimos de las siguientes hipótesis:

1. El estudio está basado desde el punto de vista de la compañía cedente.
2. La compañía cedente es una empresa aseguradora que sólo opera en el ramo de automóviles.
3. La cedente posee un 5,3% de la cuota de mercado y por tanto el estudio se realizará con dicho porcentaje sobre el total de los datos proporcionados por ICEA.
4. La cedente cubre todo tipo de vehículos.
5. No se tendrán en cuenta los ingresos derivados de los contratos de reaseguro.
6. Excepto la cuenta técnica, los datos de ICEA son trimestrales, pero se han multiplicado por 4 para obtener una aproximación de los datos anuales.
7. El número medio de siniestros anual es el obtenido en los datos de ICEA.
8. El coste medio de siniestros anual es el obtenido dividiendo los costes totales entre el número de siniestros en los datos proporcionados por ICEA.
9. La variable aleatoria número de siniestros N sigue una distribución Poisson de parámetro λ .

$$N \sim P(\lambda)$$

$$\lambda = E(N)$$

10. La variable aleatoria coste del i -ésimo siniestro X_i sigue una distribución exponencial de parámetro α .

$$X_i \sim \text{Exp}(\alpha)$$

$$\alpha = \frac{1}{E(X_i)}$$

7.3 Presentación de los datos

Los datos proporcionados por ICEA incluyen todo tipo de vehículos, por lo que se ha trabajado con la cifra total.

Tabla 2. Datos por tipología de vehículos

EMPRESA CON UNA CUOTA DE MERCADO DEL 5,3%					
Tipo Vehículos	Coste medio	Coste total	Nº siniestros	Expuestos	Primas imputadas
Turismos	971	1.156.829.516	1.190.974	4.024.548	1.510.456.964
Furgonetas	1.030	111.956.988	108.740	362.505	149.824.725
Camiones	1.433	49.900.984	34.817	80.441	63.153.888
Vehiculos Industriales	1.445	3.436.520	2.378	55.802	7.893.820
Autocares	2.024	18.668.508	9.222	10.055	12.731.851
Maquinaria Agrícola	1.156	7.097.972	6.143	165.568	14.497.832
Remolques y Semirrem.	1.290	7.216.692	5.593	92.829	11.638.397
Motocicletas y motocar.	1.635	18.855.068	11.532	259.660	40.078.197
Ciclomotores	1.288	5.423.596	4.212	83.041	12.196.805
Scooters	1.548	15.233.048	9.842	146.817	20.996.332
Total	1.008	1.394.618.680	1.383.453	5.281.266	1.843.468.832

Fuente: ICEA y elaboración propia

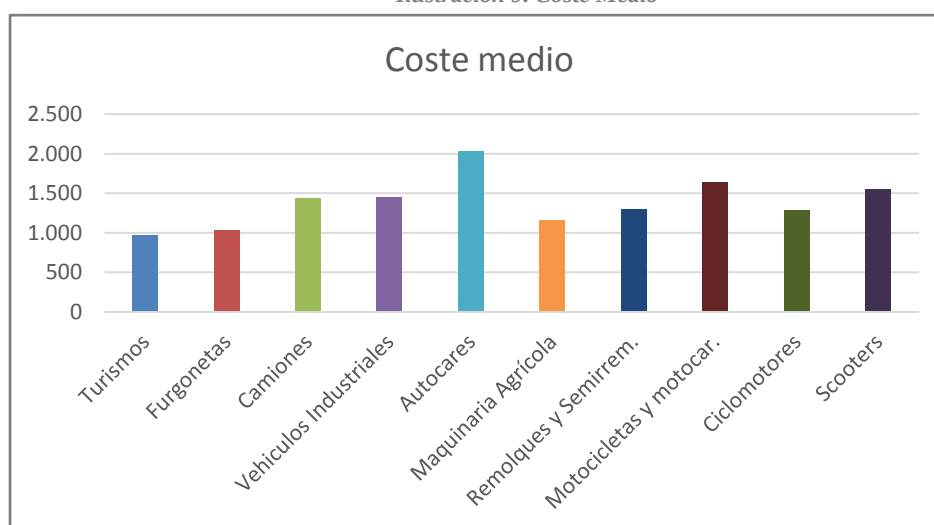
En la tabla 2, se muestra un resumen de los datos proporcionados por ICEA. De éstos, nos serán de utilidad el coste medio y el número de siniestros para realizar la simulación por el método de Monte Carlo.

Ilustración 8. Número de expuestos



Fuente: ICEA y elaboración propia

Ilustración 9. Coste Medio



Fuente: ICEA y elaboración propia

Tal y como se puede observar en la Ilustración 8, más de la mitad de los expuestos son turismos seguido de furgonetas y motocicletas, sin embargo son los que tienen un coste medio de siniestros menor. En el gráfico 9 observamos que el vehículo con mayor coste medio es el autocar, siendo el vehículo con menos expuestos. Como se señala en la tabla 2, sin embargo, son los turismos los que tienen mayor coste total, debido principalmente al gran número de expuestos y por tanto de siniestros.

7.4 Simulación de Monte Carlo: resultados

A continuación veremos los resultados obtenidos en la simulación con un nivel de confianza del 99.5%.

Los resultados son los obtenidos con los siguientes datos⁴:

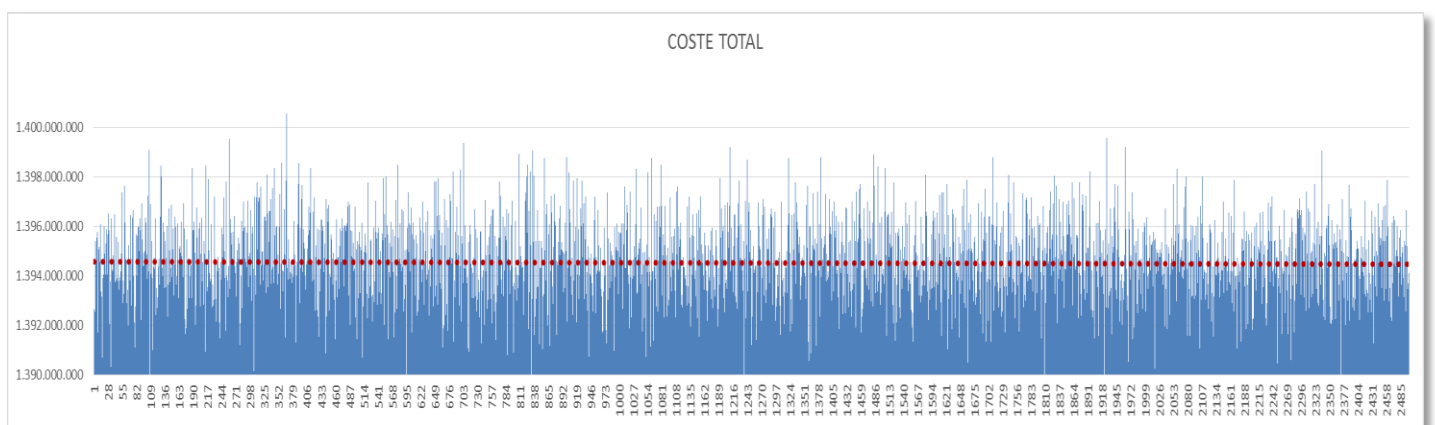
- Coste medio $E(X_c) = 1.008 \text{ €}$
- Número medio de siniestros $N = 1.383.453$
- Reservas de Solvencia $R = 79.189.258 \text{ €}$
- Recargo de Seguridad $\sigma = 0.05$
- Se realizará un total de 25.000 simulaciones.

En el anexo del estudio está la programación de donde se obtienen los resultados:

7.4.1 Coste Total

La variable aleatoria $\mathbb{Z}$ obtenida bajo 25.000 simulaciones y teniendo en cuenta que el número medio de siniestros es $N = 1.383.453$, se representa en la siguiente gráfica.

Ilustración 10. Coste total simulado



Fuente: Elaboración propia

Se puede observar en la Ilustración 10, el coste total simulado sigue una distribución uniforme fluctuando alrededor del coste medio.

⁴ Véase la programación realizada en el anexo del presente documento.

7.4.2 Resultados en distintos escenarios para las políticas de reaseguro consideradas

Para realizar el estudio de las políticas de reaseguro, ellas se han planteado 3 escenarios diferentes para cada una de ellas:

- Para el reaseguro Cuota Parte se han realizado los cálculos con la cuota retención baja, media y alta, siendo 0.3, 0.5 y 0.8 respectivamente.
- Por el reaseguro XL se han realizado los cálculos teniendo en cuenta la prioridad como 800, 1000 y 1200.
- Por el reaseguro SL se han realizado los cálculos teniendo en cuenta la prioridad como 300.000.000, 800.000.000 y 1.396.000.000.

Tabla 3. Resultados sin reaseguro

No aplica reaseguro	
$E(Z_c)$	1.394.517.180
$D(Z_c)$	1.683.935
$VaR_\varepsilon(Z_c)$	1.398.860.013
$TVaR_\varepsilon(Z_c)$	1.399.407.003
t_ε para $R=0$	1,047
t_ε para $R=79.189.258$	1,10335

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4. Reservas óptimas sin reaseguro

No aplica reaseguro	
RESERVAS dado: $t_\varepsilon = 1$ $\sigma = 0$	4.391.260

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en la ilustración 11, para unas reservas aproximadamente de 79 millones de €, el ratio de solvencia es el más pequeño que puede tener nuestro estudio respecto a las políticas mencionadas anteriormente, es decir, cualquier modalidad de reaseguro aumentaría el ratio de solvencia.

Las reservas necesarias para ser solventes, $t_\varepsilon = 1$, dado un recargo de seguridad nulo $\sigma = 0$, son de 4.391.260 €, cifra muy inferior a la proporcionada por ICEA.

Tabla 5. Resultados Cuota Parte

Cuota Parte	$K=0,3$	$K=0,5$	$K=0,8$
$E(Z_c)$	418.354.270	697255423	1115604517
$D(Z_c)$	502.486	839.864	1.331.604
$VaR_\varepsilon(Z_c)$	419.657.253	699.450.449	1.119.027.802
$TVaR_\varepsilon(Z_c)$	419.830.319	699.745.043	1.119.467.158
t_ε para $R=0$	1,047	1,047	1,047
t_ε para $R=79.189.258$	1,23544	1,159921	1,117554

Fuente: Elaboración propia

Tabla 6. Reservas óptimas Cuota Parte

Cuota Parte	$K=0,3$	$K=0,5$	$K=0,8$
RESERVAS ÓPTIMAS dado: $t_\varepsilon = 1$ $\sigma = 0$	1.302.983	2.195.026	3.423.285

Fuente: Elaboración propia

Siempre que las reservas de solvencia sean positivas, el ratio de solvencia aumenta según el porcentaje de cuota de retención que se aplique. A un mayor porcentaje de la cuota de retención, menos reasegura y por tanto menos ratio de solvencia, por lo que el nivel de k es inverso al ratio de solvencia.

Cuando las reservas de solvencia son cero, el ratio es independiente del valor de k , motivo por el que se puede observar que, en la tabla 5 comparándola con la tabla 3 coincide con el valor sin reaseguro.

Las reservas óptimas para ser solventes, $t_\varepsilon = 1$, dado un recargo de seguridad nulo $\sigma = 0$, son 1.302.983. Estas reservas son las menores y por tanto tendrá un riesgo menor.

Tabla 7. Resultados XL

XL	M=800	M=1000	M=1200
$E(Z_c)$	763.927.137	877.411.632	970.475.021
$D(Z_c)$	726.513	856.247	968.705
$VaR_\varepsilon(Z_c)$	765.815.607	879.620.055	972.973.490
$TVaR_\varepsilon(Z_c)$	766.038.744	879.872.126	973.261.951
t_ε para $R=0$	1,047411	1,047364	1,047304
t_ε para $R=79.189.258$	1,150816	1,13739	1,128693

Fuente: Elaboración propia

Tabla 8. Reservas óptimas XL

XL	M=800	M=1000	M=1200
RESERVAS ÓPTIMAS dado: $t_\varepsilon = 1$ $\sigma = 0$	1.888.470	2.208.423	2.498.469

Fuente: Elaboración propia

Tabla 9. Resultados SL

SL	M=1.392.000.000	M=1.394.000.000	M=1.396.000.000
$E(Z_c)$	1.391.952.803	1.393.568.782	1.394.341.971
$D(Z_c)$	240.634	790.955	1.418.404
$VaR_\varepsilon(Z_c)$	1.392.000.000	1.394.000.000	1.396.000.000
$TVaR_\varepsilon(Z_c)$	1.392.000.000	1.394.000.000	1.396.000.000
t_ε para $R=0$	1,049964	1,049675	1,048753
t_ε para $R=79.189.258$	1,106853	1,106482	1,105479

Fuente: Elaboración propia

Tabla 10. Reservas óptimas SL

SL	M=1.392.000.000	M=1.394.000.000	M=1.396.000.000
RESERVAS ÓPTIMAS dado: $t_\varepsilon = 1$ $\sigma = 0$	47.197	431.218	1.658.029

Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la tabla 7 y 9, tanto para la modalidad XL como para el SL, siempre que las reservas de solvencia sean positivas, el ratio de solvencia aumenta según la prioridad que se establezca. Ante una mayor prioridad, menos reasegura la cedente y por tanto el ratio de solvencia es menor. Por lo que existe una relación inversa entre la prioridad y el ratio de solvencia.

En este caso, para unas reservas de solvencia nulas, el ratio sí depende de la prioridad ya que en estos casos el reaseguro no es proporcional.

7.4.3 Comparación de las diferentes políticas de reaseguro

En este apartado se va a suponer que la compañía cedente propone únicamente los escenarios anteriormente analizados⁵ para asegurarse que la política de reaseguro que escoja le suponga un riesgo menor y por tanto un ratio de solvencia mejor.

Los mejores escenarios anteriormente analizados han sido:

- Cuota Parte $\rightarrow k = 0.3$
- XL $\rightarrow M = 800 \text{ €}$
- SL $\rightarrow M = 1.392.000.000 \text{ €}$

Tabla 11. Medidas de riesgo resultantes de la simulación

Medidas de Riesgo	Esperanza	Desviación típica	VaR	TVaR
SIN REASEGURO	1.394.527.611	1.672.381	1.398.918.871	1.399.410.970
CUOTA PARTE	418.354.270	502.486	419.657.253	419.830.319
XL	763.927.137	726.513	765.815.607	766.038.744
SL	1.391.952.803	240.634	1.392.000.000	1.392.000.000

Fuente: Elaboración propia

Se puede ver en la tabla 11 que se obtienen mejores resultados de las medidas de riesgo incluyendo alguna de las tres políticas de reaseguro. En concreto, la mejor estimación del VaR es aplicando el reaseguro Cuota Parte. El VaR se sitúa en la cola de la distribución del coste total, lo que quiere decir que en el 99,5% de los casos, la entidad tendrá como máximo unas pérdidas de 1.398.918.871 € en el caso de no reasegurar y de 419.657.253 € en el caso del Cuota Parte siendo la diferencia la considerable cifra de 979.261.618 €.

⁵ Para mayor detalle véase el apartado 7.4.2 Resultados en distintos escenarios para las políticas de reaseguro consideradas del presente documento.

Se puede observar que la desviación típica no es muy alta respecto a la media y por tanto, el VaR se sitúa cercano a la media teniendo la distribución colas muy cortas.

Tabla 12. Ratio de Solvencia según simulaciones

	RATIO DE SOLVENCIA
SIN REASEGURO	1,103311
CUOTA PARTE	1,235440
XL	1,150816
SL	1,106853

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 12, el ratio de solvencia es significativamente mejor para la cedente contratando un reaseguro cuota parte, seguido del contrato XL, SL y por último del ratio de solvencia sin tener en cuenta ninguna política de reaseguro.

8. Conclusiones

El estudio ha relacionado la política de reaseguro de una compañía aseguradora que actúa como cedente, con su Ratio de Solvencia.

Se ha realizado un modelo teórico aplicando la simulación de Monte Carlo que se puede generalizar a cualquier distribución, sin ser necesario que siga una distribución Poisson o una Exponencial, como es el caso del presente estudio. De la misma forma, se puede generalizar a las variables número de siniestros, número de simulaciones, coste medio o determinación de los escenarios para los diferentes tipos de políticas de reaseguro. Se pueden ver los resultados con la programación realizada en R ubicada en el anexo del presente documento.

Para las hipótesis consideradas durante el estudio, podemos observar que se trata de una distribución de cola corta ya que la desviación no es muy alta respecto a la esperanza y por tanto el VaR está próximo al valor esperado.

Se puede determinar que el ratio de solvencia mejora aplicándole una política de reaseguro, ya que la compañía cedente tendrá que hacerse cargo de una cantidad menor de coste de los siniestros, disminuyendo sus riesgos y por tanto mejorando su ratio de solvencia.

Se contempla un ejemplo en el que una compañía ofrece unas propuestas de políticas de reaseguro, que, al fijar una cuota de retención k para la modalidad Cuota Parte, se reduce muy significativamente el ratio de solvencia, por lo que, la compañía aseguradora podría optar a mitigar sus riesgos a través del reaseguro de la modalidad Cuota Parte con una retención del 30%, para mejorar su ratio de solvencia.

9. Bibliografía

- AFI (2011). *Soluciones Solvencia II y Control de Riesgos* [en línea]. [consulta: 15 de abril de 2015]. Disponible en:
< https://www.afi.es/afi/libre/PDFS/Grupo/Folletos/Solvencia_II.pdf >
- Casablanca, S.E. (2006). *La Dirección de Reaseguro, Manual de Reaseguro*. Tutor: Artur Reñé. Máser en Dirección en Entidades Aseguradoras y Financieras.
- Centres de Recursos per a l'Aprenentatge i la Investigació* [en línea]. [consulta: 29 de Junio de 2015].
< <http://crai.ub.edu/es/que-ofrece-el-crai/citaciones-bibliograficas> >
- Collatón Chicana, R. (2014). *Introducción al uso de R y R Commander para el análisis estadístico de datos en ciencias sociales* [en línea]. The R Project for Statistical Computing. [consulta: 1 de Junio de 2015]. Disponible en:
< http://cran.r-project.org/doc/contrib/Chicana-Introduccion_al_uso_de_R.pdf >
- Del Pozo García, E.M. (1997). *Modelos de control de la solvencia en seguros no vida*. Tutor: J.A. Gil Fana. Madrid (España): Universidad Complutense de Madrid.
- Devolder, P. (2012). *Solvency in Insurance and Finance*. Barcelona (España): Universidad de Barcelona.
- Directiva 2009/138/CE del parlamento europeo y del consejo, de 25 de noviembre de 2009, sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II).
- Durán Santomil, P. y L.A. Otero González (2010). *El análisis financiero dinámico como herramienta para el desarrollo de modelos internos en el marco de Solvencia II*. Fundación Mapfre. Madrid (España).
- Febrero Bande, M., Galeano San Miguel, P., González Díaz, J. y B. Pateiro López (2008). *Prácticas de Estadística en R Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas*. Santiago de Compostela (España): Universidad de Compostela. Departamento de Estadística e Investigación Operativa.
- Forética* [en línea].
< <http://foretica.org/> >
- Garanyeta Bajo, A., Iturricastillo Plazaola I. y J.I. De La Peña Esteban (2012). *Evolución del capital de solvencia requerido en las aseguradoras españolas hasta Solvencia II*. Anales del Instituto de Actuarios Españoles, 3ª época, 18, 2012/111-150.
- Melo Velandia, L.F. y O.R. Becerra Camargo (2005). *Medidas de Riesgo, características y técnicas de medición: una aplicación del VaR y el ES a la tasa interbancaria de Colombia*. Banco de la República de Colombia. Colombia (Colombia).

Philippe, A., Delbaen F., Eber J-M. y D. Heath (1998). Coherent Measures of Risk [en línea]. AMS-TEX. [consulta: 21 de Mayo de 2015]. Disponible en:
< <https://people.math.ethz.ch/~delbaen/ftp/preprints/CoherentMF.pdf> >

Plascencia Cuevas, T.N. (2010). *Valoración del Riesgo como medida de la dependencia: Aplicación al sector financiero mexicano (2002-2008)*. Tutor: J. Javier Núñez Velázquez. Madrid (España): Universidad Complutense de Madrid. Departamento de Fundamentos del Análisis Económico I (Análisis Económico).

PricewaterhouseCoopers (2007). *Solvencia II. Principios incluidos en la propuesta de Directiva* [en línea]. [consulta: 25 de marzo de 2015]. Disponible en:
< <https://www.pwc.com/cl/es/publicaciones/assets/solvencia2.pdf> >

Ricón, L. (2012). *Introducción a la teoría del riesgo*. México DF (México): Facultad de Ciencias UNAM. Departamento de Matemáticas.

Reglamento Delegado (UE) 2015/35 de la comisión de 10 de octubre de 2014 por el que se completa la Directiva 2009/138/CE del parlamento europeo y del consejo, de 25 de noviembre de 2009, sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II).

Rodríguez, J.E. (2008). *Programación en R para Estadística Simulación*. Universidad de Guanajuato. XXII Foro Nacional de Estadística. Boca del Río, Veracruz (México).

Romera, S. (2011). *Solvencia II, una oportunidad única que conviene aprovechar*. Ed. Trébol. Madrid (España).

Sarrasí Vizcarra, F.J (2011). *Matemática del Reaseguro*. Barcelona (España): Universidad de Barcelona. Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial.

Trujillo Orozco, D.C. (2010). *Coherencia de la Medida de Riesgo TVaR*. Tutor: Vladimir Moreno Gutiérrez. Bogotá (Colombia): Universidad Javeriana. Departamento de Matemáticas.

UNESPA, Asociación Empresarial del Seguro (2007). *El Modelo Español de Solvencia paso a paso* [en línea]. Madrid (España). [consulta: 18 de Marzo de 2015]. Disponible en:
< http://www.unespa.es/adjuntos/fichero_2590_20080227.pdf >

Urquía Moraleda, A. (2008). *Simulación. Texto Base de Teoría* [en línea]. Madrid (España): UNED. Departamento de Informática y Automática. [consulta: 8 de Junio de 2015]. Disponible en:
< http://www.euclides.dia.uned.es/aurquia/Files/Simulacion%20Teoria%202008_09.pdf >

Anexo I. Programación en R

```
#####SIMULACIÓN POISSON -

# CAMBIAR EL DIRECTORIO DEL PROGRAMA A LA MISMA CARPETA
DONDE SE REALIZAN LOS CÁLCULOS:

# F:\TFM\Práctica en R

simulación<-function(opcion=0){

a<-0

c<-0

ct<-0

k<-0

while(opcion==a){

cat("-----","\n","A
continuación se pedirán una serie de datos.", "\n", "Se debe pulsar dos veces intro para
continuar", "\n", "-----")
","\n", "*INTRODUCIR EL COSTE MEDIO*", "\n", " ", "\n")

cme<-scan()

cat("\n", "*INTRODUCIR EL NÚMERO MEDIO DE SINIESTROS*", "\n", " ", "\n")

n<-scan()

cat("\n", "*INTRODUCIR EL NÚMERO DE SIMULACIONES QUE SE DESEA
REALIZAR*", "\n", " ", "\n")

ns<-scan()

sin<- rpois(ns, n)

espn<-mean(n)

cat("\n", "*¿QUÉ TIPO DE REASEGURO DESEA ESCOGER?*", "\n", " ", "\n", "- No
aplica=1", "\n", "- Aplica reaseguro cuota parte=2", "\n", "- Aplica reaseguro
XL=3", "\n", "- Aplica reaseguro SL=4", "\n", " ", "\n", "Entrar opción 1, 2, 3 ó 4", "\n",
", "\n")
```

```

opc<-scan()
if((opc!=1)&(opc!=2)&(opc!=3)&(opc!=4)){
return("Error. El valor a introducir debe ser igual a 1, 2, 3 ó 4")}

if (opc==2){
  cat("*INTRODUCIR EL VALOR DE LA CUOTA DE RETENCIÓN DE LA
CEDENTE ENTRE 0 Y 1*","\n"," ","\n")
  k<-scan()
}

if (opc==3){
  cat("*INTRODUCIR EL VALOR DE LA PRIORIDAD*","\n"," ","\n")
  m<-scan()
}

if (opc==4){
  cat("*INTRODUCIR EL VALOR DE LA PRIORIDAD*","\n"," ","\n")
  mm<-scan()
}

for (i in 1:ns){
print(i)
  c<- rexp(sin[i],1/cme)
# print(c)

  if(opc==1){
    c<-c}

  if(opc==2){
    for (j in 1:sin[i]){

```

```

c[j]<-c[j]*k
}
}

if (opc==3){
  for (j in 1:sin[i]){
    if (c[j]>=m){c[j]<-m}
    else
      {c[j]<-c[j]}
  }
}

#print(c)
ct[i] <- sum(c)

if(opc==4){
  if(ct[i]>=mm){ct[i]<-mm}
  else
    {ct[i]<-ct[i]}
  }

}

plot(ct, main='Importe',xlab='número medio de siniestros',ylab='coste total', type='b',
col='blue')

#print(ct)

espct<-mean(ct)

write.table(ct, row.names=FALSE,col.names=FALSE,dec="," ,file="costetotal.txt")

```

```

while(opcion==0){

cat("\n","*INTRODUCIR LA ACCIÓN QUE QUIERE REALIZAR*","\n"," ", "\n","-
Resumen de la variable coste total=1","\n","- Esperanza del coste total=2","\n","-
Desviación típica=3","\n","- Var=4","\n","- T-Var=5","\n"," ", "\n","Entrar opción
1,2,3,4 ó 5","\n"," ", "\n")

opc1<-scan()

if((opc1!=1)&(opc1!=2)&(opc1!=3)&(opc1!=4)&(opc1!=5)){

return("Error. El valor a introducir debe ser igual a 1, 2, 3 ó 4")}

if(opc1==1){

summary(ct)

cat("\n","EL RESUMEN DE LA VARIABLE COSTE TOTAL ES","\n"," ", "\n")

print(summary(ct))}

if(opc1==2){

espct<-mean(ct)

cat("\n","LA ESPERANZA DE LA VARIABLE COSTE TOTAL
ES","\n",espct,"\n"," ", "\n")}

if(opc1==3){

sd<-sd(ct)

write.table(sd, row.names=FALSE,col.names=FALSE,dec=" ",file="sd.txt")

cat(" ", "\n","EL VALOR DE LA DESVIACIÓN TÍPICA DEL COSTE TOTAL
ES","\n",sd,"\n"," ", "\n")}

if(opc1==4){

cat("\n","*INTRODUCIR EL NIVEL DE CONFIANZA DESEADO*","\n"," ", "\n")

alfa<-scan()

var<-quantile(ct,alfa)

var

```

```

write.table(var, row.names=FALSE,col.names=FALSE,dec="," ,file="var.txt")

cat("\n","EL VALUE AT RISK ES",var,"\n"," ","\n")}

if(opc1==5){
cat("*INTRODUCIR EL NIVEL DE CONFIANZA DESEADO*", "\n"," ","\n")
alfa<-scan()
tvar<-mean(ct[ct>quantile(ct,alfa)])
if(opc==4){
if(var==mm){tvar<-var}
else
{ tvar<-mean(ct[ct>quantile(ct,alfa)])}
}
tvar
write.table(tvar, row.names=FALSE,col.names=FALSE,dec="," ,file="tvar.txt")
cat("\n","EL TAIL VALUE AT RISK ES",tvar,"\n"," ","\n")
}

ctsort<-sort(ct)

write.table(ctsort,
row.names=FALSE,col.names=FALSE,dec="," ,file="costetotalordenado.txt")

cat("\n","*¿QUÉ DESEA REALIZAR A CONTINUACIÓN?*","\n"," ","\n","-
Volver a las opciones anteriores=1","\n","- Ratio de Solvencia=2","\n"," ","\n","Para
elegir la opción 2, previamente ha de calcularse el VaR con un determinado nivel de
confianza","\n","Por favor, introduzca 1 para calcularlo.", "\n"," ","\n","Entrar opción 1
ó 2","\n"," ","\n")

opc2<-scan()

if((opc2!=1)&(opc2!=2)){

return("Error. El valor a introducir debe ser igual a 1 ó 2")}

if(opc2==1){opcion=0}else{opcion=1}

```



```

}

while(opcion==1){
if(opc2==2){
  esperanza<-espct

  cat("\n","*¿QUÉ QUIERE CALCULAR?*","\n"," ", "\n","Ratio de
Solvencia=1", "\n","Nivel óptimo de recargo de seguridad (si aplica
reaseguro)=2", "\n","Reservas óptimas=3", "\n"," ", "\n","Entrar opción 1, 2, ó 3", "\n","
", "\n")

  opc3<-scan()

  if((opc3!=1)&(opc3!=2)&(opc3!=3)){
    return("Error. El valor a introducir debe ser igual a 1, 2, 3 ó 4")}

  if(opc3==1){
    cat("\n","*¿CUÁLES SON LAS RESERVAS DE SOLVENCIA DE LA
ENTIDAD?*", "\n"," ", "\n")

    reservas<-scan()

    cat("\n","*¿CUÁL ES EL RECARGO DE SEGURIDAD QUE SE APLICA EN
EL REASEGURO?*", "\n"," ", "\n")

    recargo<-scan()

    ratio<-((((esperanza*(1+recargo))+reservas)/var))

    write.table(ratio, row.names=FALSE,col.names=FALSE,dec="," ,file="ratio.txt")

    cat("\n","EL RATIO DE SOLVENCIA ES:",ratio,"","DADO UNAS
RESERVAS",reservas," \n","Y UN RECARGO DE SEGURIDAD",recargo," \n","-----
-----", "\n"," ", "\n")}

  if(opc3==2){
    cat("\n","*¿CUÁL ES EL RATIO DE SOLVENCIA DESEADO?*", "\n"," ", "\n")

    ratio<-scan()

    cat("\n","*¿CUÁLES SON LAS RESERVAS DE SOLVENCIA DE LA
ENTIDAD?*", "\n"," ", "\n")

    reservas<-scan()

    recargo<-((ratio*var-reservas-esperanza)/esperanza)

```

```

write.table(recargo,
row.names=FALSE,col.names=FALSE,dec="," ,file="recargo.txt")

cat("\n","EL RECARGO DE SEGURIDAD ÓPTIMO A APLICAR DADO UN
RATIO DE SOLVENCIA",ratio,"\n","Y UNAS RESERVAS DE
SOLVENCIA",reservas,"ES:",recargo,"\n","-----
-----","\n","","\n"))

if(opc3==3){

cat("\n","*¿CUÁL ES EL RATIO DE SOLVENCIA DESEADO?*","\n","","\n")

ratio<-scan()

cat("\n","*¿CUÁL ES EL RECARGO DE SEGURIDAD QUE SE APLICA EN EL
REASEGURO?*","\n","","\n")

recargo<-scan()

reservas<-((ratio*var)-(esperanza*(1+recargo)))

write.table(reservas,
row.names=FALSE,col.names=FALSE,dec="," ,file="reservas.txt")

cat("\n","LAS RESERVAS QUE DEBERÍA DE TENER EN LA ENTIDAD
DADO UN RATIO DE SOLVENCIA DESEADO",ratio,"\n","Y EL RECARGO DE
SEGURIDAD APLICADO EN EL REASEGURO",recargo,"SON:",reservas,"\n","----
-----","\n","","\n"))

cat("\n","*¿QUIERE REALIZAR OTRO CÁLCULO?* SI/NO","\n","","\n")

if(calculo<-scan( ,character(1))== 'si'){opcion=1} else{opcion=3}

}

while(opcion==3){

cat("\n","
","\n","*****
*****","\n","Este programa ha sido creado por Eva Madroñal Bueno, con ", "\n ", "la
colaboración de Javier Sarrasí.", "\n","Todo uso de","este programa deberá ser
autorizado previamente.", "\n")

cat("-----","\n","*¿Desea salir
del programa? SI/NO","\n","-----
--","\n","","\n")

if(salir<-scan( ,character(2))== 'no'){opcion=a} else{opcion=4}

}

```

}

}

}

