Tema 10. Els costos

Montse Vilalta

Microeconomia II

Universitat de Barcelona

La compra de factors de producció

En aquest tema estudiarem la compra de factors de producció donat que l'empresa vol produir una quantitat q de producte. L'estudi de com l'empresa tria la quantitat a produir correspon al tema següent.

Com tria l'empresa K i L?

- L'empresa tria aquella combinació de K i L que li permeti produir la quantitat q d'una forma:
  - Tècnicament eficient (sense malbaratar inputs)
  - Econòmicament eficient (amb els costos mínims)
- En altres paraules, l'empresa busca la K i L que minimitza els costos de produir q unitats de producte final utilitzant la funció de producció corresponent.

Tipus de costos

- Cost explícit: és el cost dels inputs que requereixen una despesa de diner per part de l'empresa.
  - Valoració: preu de mercat pagat.
  - Exemples: compra de matèries primeres, lloguer local, salaris.
- Cost implícit: és el cost dels inputs que no requereixen una despesa monetària per part de l'empresa.
  - Valoració: cost d'oportunitat (valor monetari del factor de producció en el seu millor ús alternatiu)
  - Exemples: temps de treball del propietari, ús del capital o equipament de l'empresa

Exemple de cost d’oportunitat

- Aquest cap de setmana tens dues opcions:
  - Alternativa A: anar a Mallorca amb uns amics.
    - Valor = 300 euros (benestar)
    - Cost explícit = 200 euros (preu viatge, hotel, tot inclòs)
  - Alternativa B: quedar-te a casa i fer de DJ en una festa.
    - Valor= 150 euros (salari de fer de DJ)
    - Cost explícit = 0 euros.
- Què fas?
  - Anàlisi Cost- Benefici d’anar a Mallorca:
    - Cost total= Cost explícit + cost implícit= 200+150=350
    - Benefici= 300
    - Com que Benefici $<$ Cost total, no te’n vas a Mallorca.
- Fixa’t que si no tinguessis en compte el cost implícit la decisió seria anar a Mallorca, decisió incorrecta des del punt de vista econòmic. El cost implícit és el cost d’oportunitat.

Més tipus de costos

- <u>Cost recuperable</u>: cost dels inputs que es poden evitar si l'empresa decideix no produir.
- <u>Cost irrecuperable o cost enfonsat</u>: cost dels inputs que no es poden evitar independentment del que decideixi fer l'empresa. Aquests costos no s'han de tenir en compte a l'hora de prendre decisions.

Exemple de cost enfonsat

- Aquest cap de setmana tens dues opcions:
  - Alternativa A: anar a Mallorca amb uns amics.
    - Valor = 300 euros (benestar)
    - Cost explícit = 200 euros (preu viatge, hotel, tot inclòs)
    - Cost enfonsat= 100 euros (ja has pagat el viatge, i encara que no vagis a Mallorca no et tornen els diners).
  - Alternativa B: quedar-te a casa i fer de DJ en una festa.
    - Valor= 150 euros (salari de fer de DJ)
- Què fas?
  - Anàlisi Cost- Benefici d'anar a Mallorca:
    - Cost explícit recuperable= 100 (200-100)
    - Cost d'oportunitat= 150
    - Benefici= 300
    - Ara Benefici>Cost total (250). Te'n vas a Mallorca.
- Fixa't que si comptessis el cost enfonsat en l'anàlisi cost-benefici, prendries la decisió incorrecta des del punt de vista econòmic.
- Exemple 2: Si vas al cine, i a mitja pel·lícula veus que no t'agrada la peli, què fas? A: et quedes fins al final; B: marxes a mitja peli.

La minimització de costos

- L'empresa utilitza dos factors per produir, K i L. Suposem que el cost per unitat és r i w, respectivament.
- Si l'empresa vol produir una quantitat determinada de producte q_0, quina quantitat de factors necessita?

  El problema de l'empresa és:

$$\left.\begin{aligned} &\min_{K,L} \; wL + rK \\ &s.a. \;\; f(K,L) = q_0 \end{aligned}\right\}$$

Fixa't que és similar al problema de minimització de la despesa del consumidor mantenint un nivell d'utilitat u_0 (problema dual).

Solució matemàtica (cas isoquantes estrictament convexes)

$$\mathcal{L} = wL + rK - \lambda(f(K,L) - q_0)$$

$CPO:$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= w - \lambda \frac{\partial f(K,L)}{\partial L} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} &= r - \lambda \frac{\partial f(K,L)}{\partial K} = 0\end{aligned}\right\} \frac{w}{r} = \frac{PMgL}{PMgK} \rightarrow \boxed{\frac{w}{r} = RTS}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow \boxed{f(K,L) = q_0}$$

Solució òptima:

$K^* = K(w,r,q_0)$

$L^* = L(w,r,q_0)$

<u>Funcions de demanda derivades dels factors de producció</u>.

Substituint a rK+wL obtenim la **<u>funció de costos totals</u>**:

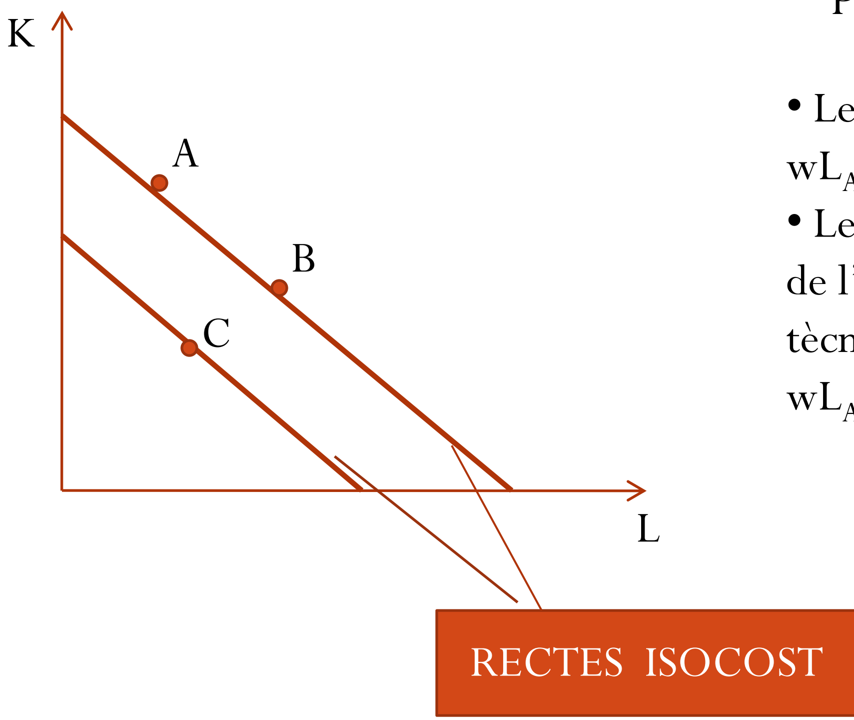
$CT(w,r,q_0) = rK^* + wL^* = r\,K(w,r,q_0) + w\,L(w,r,q_0)$

La funció de costos totals indica els cost mínim per produir q_0 donats uns preus w i r.

Gràficament

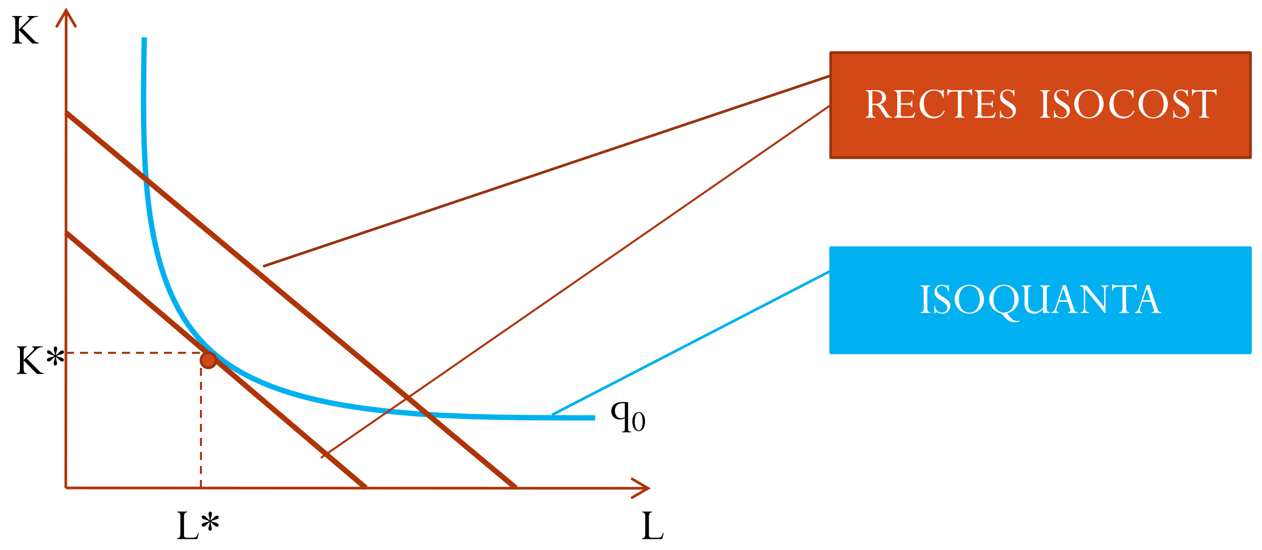
- <u>Recta isocost</u>: recta que representa totes les combinacions de K i L que tenen el mateix cost.
- $wL+rK=C_0 \rightarrow K=\frac{C_0}{r}-\frac{w}{r}L$

Pendent de la recta isocost.



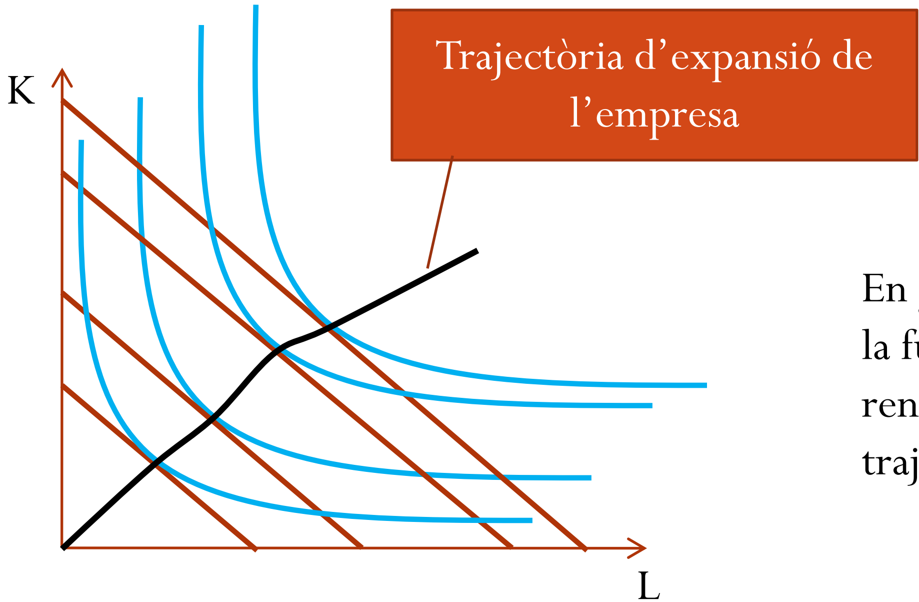
- Les tècniques A i B tenen el mateix cost: $wL_A+rK_A= wL_B+rK_B$.
- Les rectes isocost que estan més allunyades de l'origen tenen un cost superior. Les tècniques A i B són més cares que la tècnica C. $wL_A+rK_A> wL_C+rK_C$.

La combinació òptima K* , L* és aquella que permet produir la quantitat q_0 amb el mínim cost.
Gràficament podem veure com, en el cas que la isoquanta és estrictament convexa, l'elecció òptima és aquella combinació L, K on la isoquanta és tangent amb la recta isocost. Per tant, l'elecció òptima ha de complir que RTS=w/r i que $f(K,L)=q_0$.



La trajectòria d'expansió de l'empresa

- Suposant que el preu dels factors es mantenen constants, podem trobar el conjunt de punts que minimitzen els costos per a cada nivell de producció. El conjunt d'aquests punts formen la trajectòria d'expansió de l'empresa.



En general té pendent positiu. A més, si la funció de producció presenta rendiments constants a escala, la trajectòria d'expansió és una línia recta.

Exemple numèric

$$\left.\begin{aligned}&\min_{K,L}\ \mathrm{rK+wL}\\&\text{s.a. }\ 10\mathrm{K}^{0.5}L^{0.5}=q\end{aligned}\right\}$$

$$PMgL = 5K^{0.5}L^{-0.5}$$

$$PMgK = 5K^{-0.5}L^{0.5}$$

$$RTS = \frac{PMgL}{PMgK} = \frac{5K^{0.5}L^{-0.5}}{5K^{-0.5}L^{0.5}} = \frac{K}{L}$$

$L'\grave{o}ptim$ satisfà:

Condició de tangència: $RTS = \frac{w}{r} \rightarrow \frac{K}{L} = \frac{w}{r}$

Isoquanta: $10\mathrm{K}^{0.5}L^{0.5} = q$

Substituint trobem les fu ncions de demanda derivada dels factors:

$$L^* = \frac{q}{10}\left(\frac{r}{w}\right)^{0.5} \quad \text{i} \quad K^* = \frac{q}{10}\left(\frac{w}{r}\right)^{0.5}$$

La funció de costos totals és:

$$CT(q,r,w) = wL^* + rK^* = w\frac{q}{10}\left(\frac{r}{w}\right)^{0.5} + r\frac{q}{10}\left(\frac{w}{r}\right)^{0.5} = \frac{q}{5}(wr)^{0.5}$$

Exemple: si w=r=4 i volem produir 40 unitats, el millor que podem fer és contractar L=4 treballadors i K=4 màquines. Això ens costarà CT=32. Podríem produir 40 unitats utilitzant una tècnica diferent, però seria més car.

La funció de costos totals

- Com hem vist, trobem la funció de costos totals a partir del problema de minimització de costos.
- Indica els costos mínims de produir q unitats donats els preus w i r.
- Els costos totals augmenten amb q.
- Quan el preu d'un factor augmenta també augmenten els costos totals, encara que substituïm part del factor que s'ha encarit pel més barat.

Altres funcions de costos

- **<u>Funció de cost mitjà</u>**: cost mitjà de produir una unitat.

  CMi(r,w,q)=CT(r,w,q)/q

- **<u>Funció de cost marginal</u>**: cost de produir una unitat addicional.

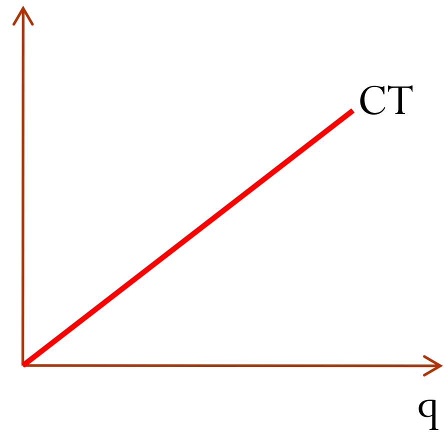
  CMg(r,w,q)= $\dfrac{\partial CT(r,w,q)}{\partial q}$

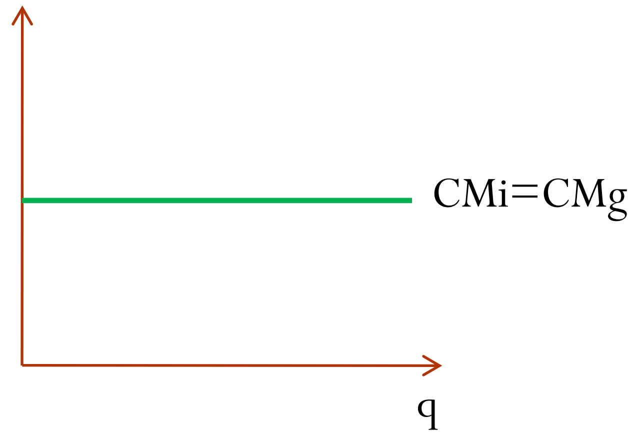
Variacions de la quantitat produïda

- Suposem que w i r són fixos. Com varien els costos quan q varia? Hem de distingir 3 casos:

1. **Rendiments constants a escala:**

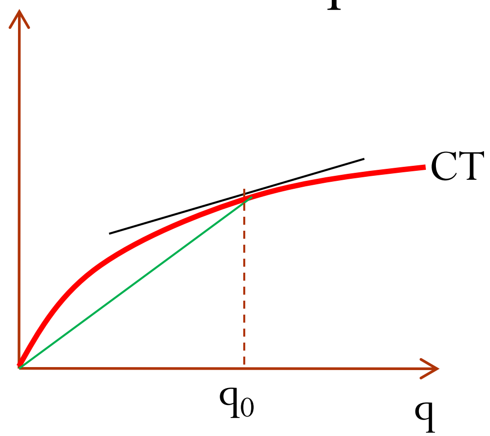
Els costos totals són proporcionals al nivell de producció: $CT=aq$, per tant, els $CMi=CMg=a$ són constants.

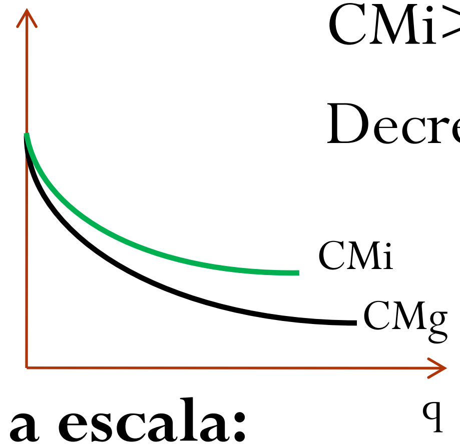




2. Rendiments creixents a escala:

La producció creix més ràpidament en relació als factors. Si doblem els inputs obtenim més del doble de producció.

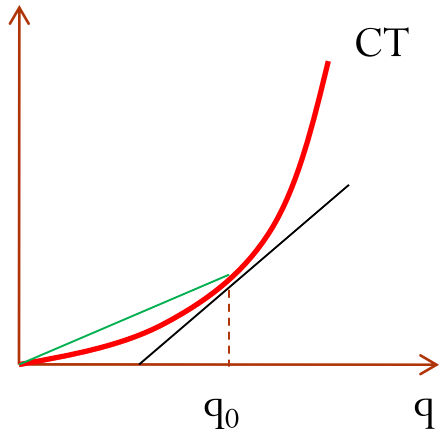


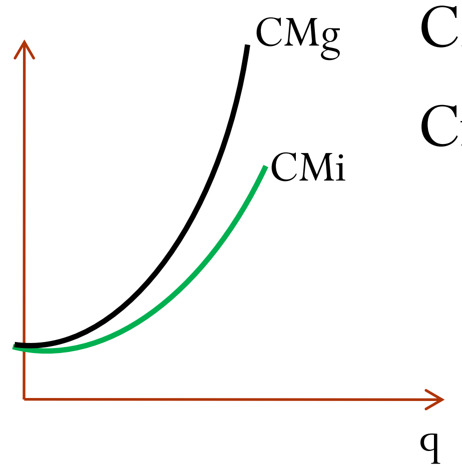


CMi>CMg i

Decreixents

3. Rendiments decreixents a escala:



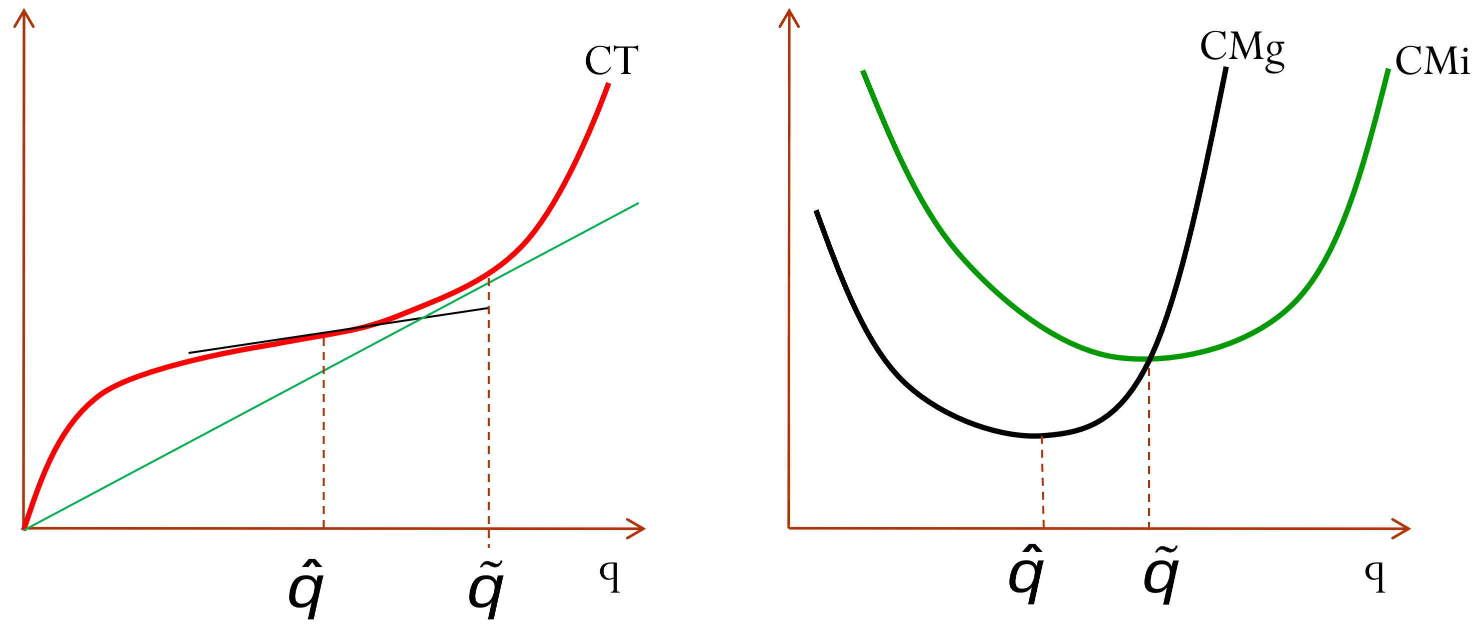


CMi<CMg i

Creixents

Funció de costos cúbica:

- Una funció de costos molt utilitzada és la següent:



$\hat{q}$ és la quantitat on el CMg és mínim.

$\tilde{q}$ és la quantitat on el CMi és mínim.

La corba de costos marginals creua el CMi pel seu mínim.

Variacions en el preu dels factors

- **<u>Cas 1:</u>** w i r augmenten en la mateixa proporció. $w'=t\cdot w$, $r'=t\cdot r$, $t>1$.

  En aquest cas la condició de tangència RTS=w/r no varia, ja que w'/r'=w/r. Tampoc varia la isoquanta. Per tant, l'òptim no canvia. Seguirem contractant la mateixa quantitat de K i L que abans. Ara però els costos són més alts:

  $CT(tw, tr, q)=tw\ L+tr\ K=t(wL+rK)=t\ CT(r,w,q)$

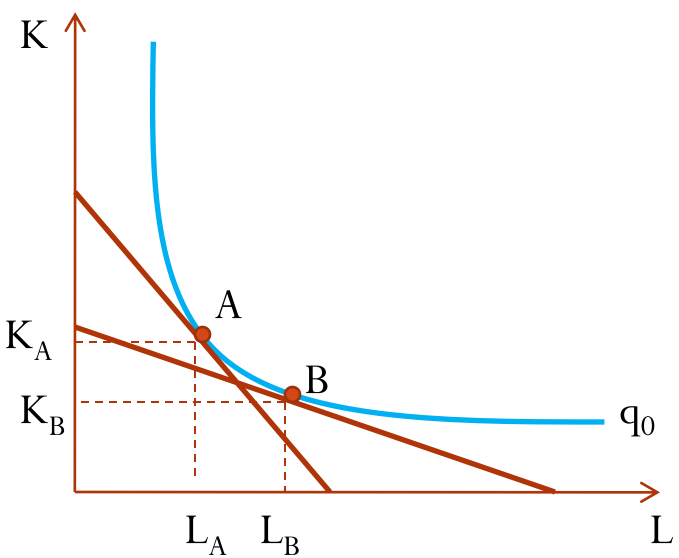
  $CMg(tw,tr,q)=t\ CMg(w,r,q)$

  $CMi(tw,tr,q)=t\ CMi(w,r,q)$

  Les funcions de costos totals, mitjos i marginals són homogènies de grau 1 en els preus dels factors.

- **<u>Cas 2:</u>** Variació en el preu d'un factor

  Si augmenta w o r, llavors w/r es veu afectat. Això implica que la combinació òptima de K i L també canvia. Substituïm parcialment el factor que s'ha encarit pel que ara és més barat. L'elasticitat de substitució ens indica com d'important serà aquesta substitució.



Si ha augmentat el preu d'un factor, els costos totals, costos mitjos i marginals augmenten (excepte si tenim un factor inferior). La magnitud d'aquest augment de costos depèn de la importància relativa del factor en el procés de producció i de la possibilitat de substituir-lo.

Costos a curt i llarg termini

- Anàlisi a llarg termini: L'empresa pot decidir la quantitat dels factors que vol utilitzar en la producció. Fins ara hem considerat aquest cas, on l'empresa tria la combinació de K i L òptima per produir una quantitat q. Diem que tots els factors són variables.
- Anàlisi a curt termini: L'empresa no té la capacitat de variar la quantitat a utilitzar d'un factor productiu. Ex: Iberia no pot variar a curt termini el nombre d'avions a utilitzar. Comprar un avió nou requereix temps. Suposem que el nombre d'avions és K. Llavors a curt l'empresa ha de decidir com produir una quantitat q (nombre de trajectes) sabent que pot decidir només L (nombre de treballadors), i que disposa de K avions. Diem que el factor K és fix i el factor L és variable.

Anàlisi a curt termini

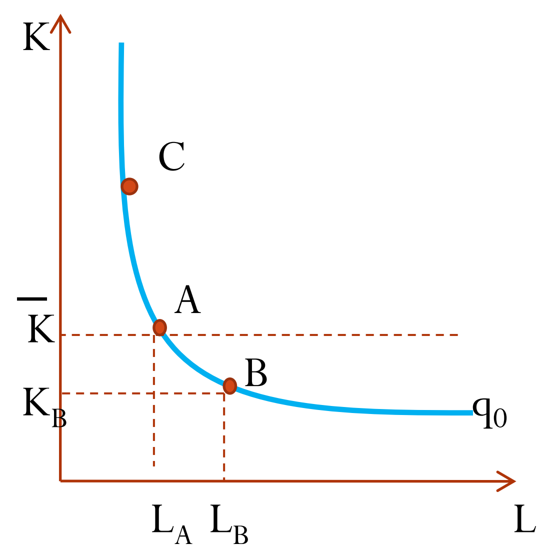
- Ara la funció de producció és $q = f(\bar{K}, L)$

- Les funcions de costos tenen un component fix i un variable.
- El cost fix no depèn de la quantitat produïda (q), mentre que el cost fix és una funció de q. En l'anàlisi a llarg termini tots els costos són variables perquè depenen de q.

$$CT_{c/t} = r\bar{K} + wL = CF + CV$$

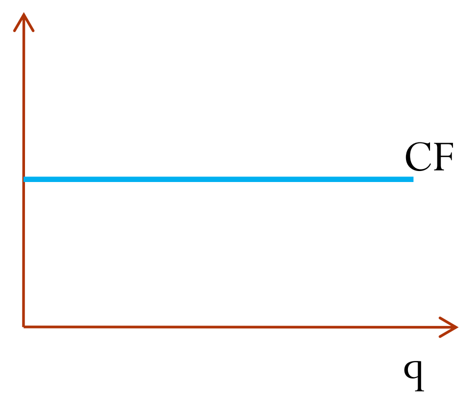
- Si l'empresa té $\bar{K}$ unitats de capital, i només pot triar la quantitat de treball (L) per produir q_0, quina tècnica és més barata, la A o la B?
- Tècniques com la C que requereixen més capital no estan disponibles a curt termini. La tècnica A utilitza tot el capital que té l'empresa. Tècniques com la B utilitzen menys del capital del disponible, però cal pagar per $\bar{K}$ unitats.
- El cost d'utilitzar la tècnica A és

$CT_{ct}^{A}(q0)=r\bar{K}+wL_A$ i el cost d'utilitzar la tècnica B és $CT_{ct}^{B}(q_0)=r\bar{K}+wL_B$. Com que $L_B>L_A$, la tècnica A és més barata. Per tant, per minimitzar costos utilitzarem tot el capital disponible (tècnica A).

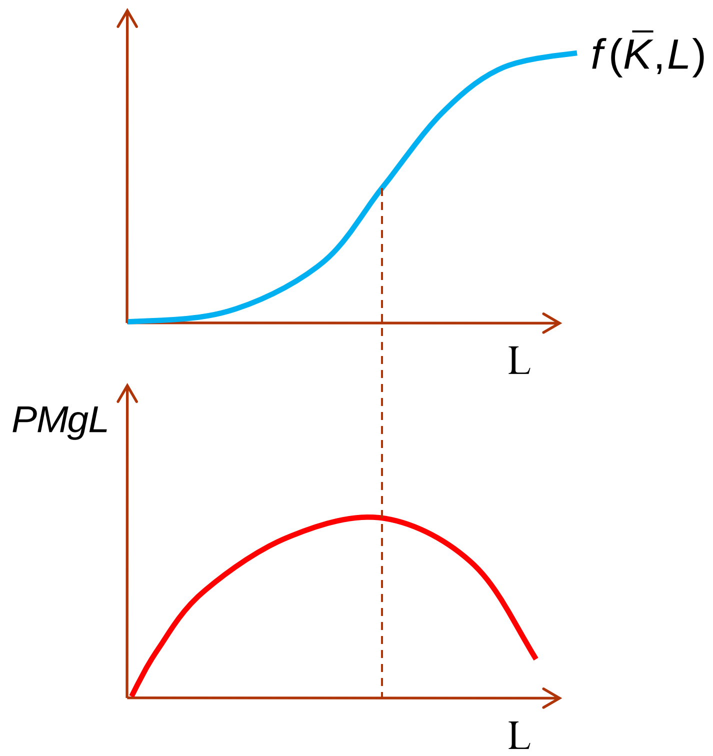


Les funcions de costos a curt termini

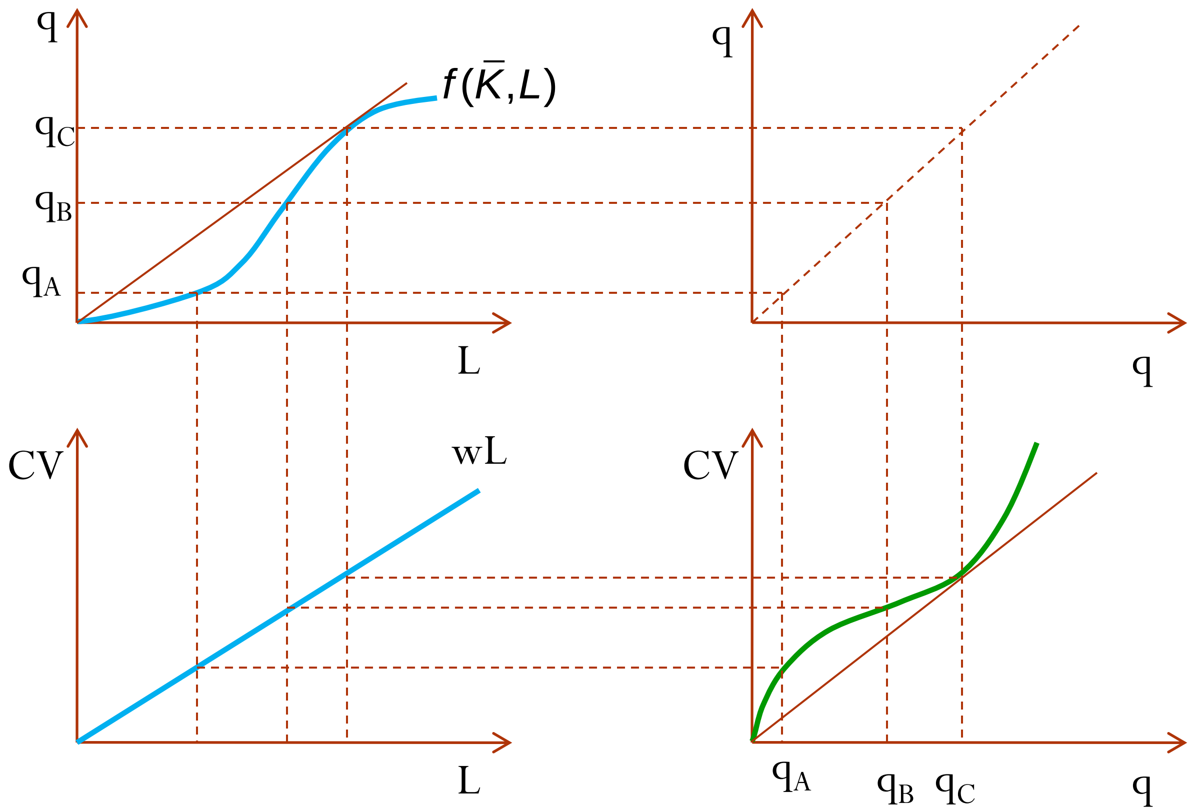
La funció de costos fixos:



$q = f(\bar{K}, L)$. Ara tenim un sol factor variable. Podem dibuixar com varia la producció quan variem la quantitat de treball en dos dimensions. Exemple:



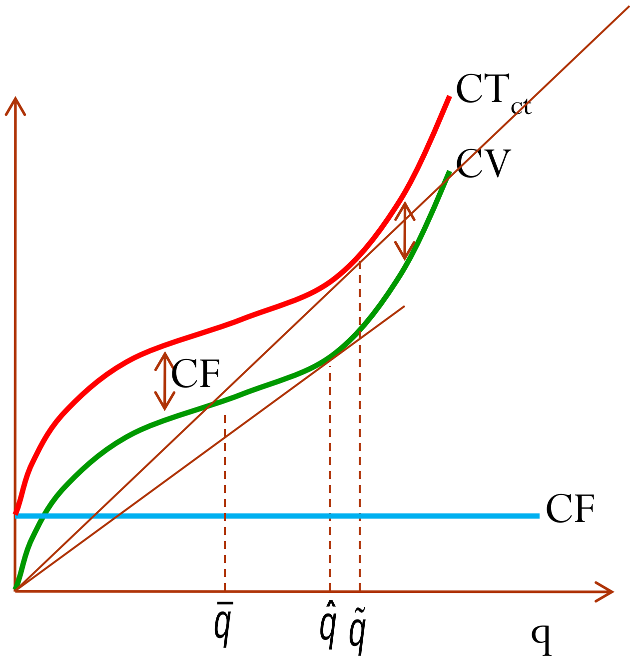
- La funció de costos variables ens diu com varien els costos variables en funció de la quantitat produïda q. Per trobar-la gràficament:

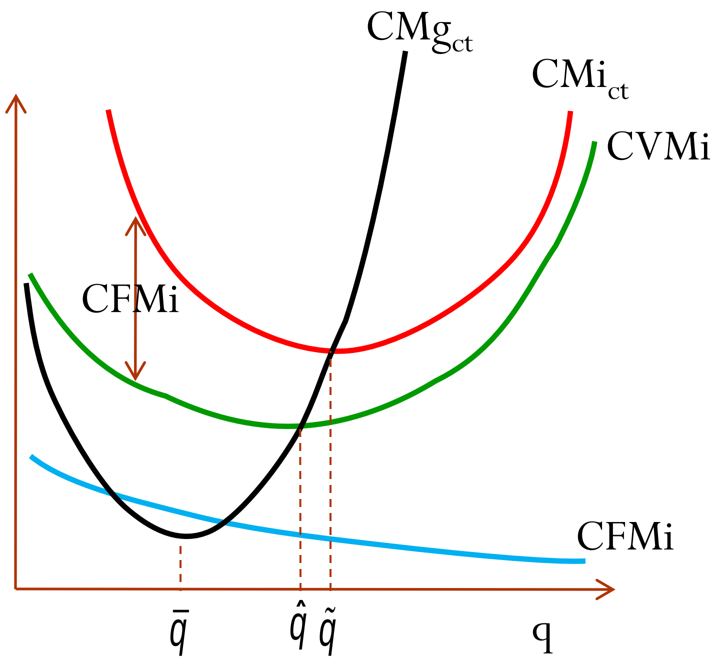


A q_c hi ha la Productivitat mitjana de L màxima i el cost mig mínim.
A q_B hi ha la productivitat marginal de L màxima i el cost marginal mínim.

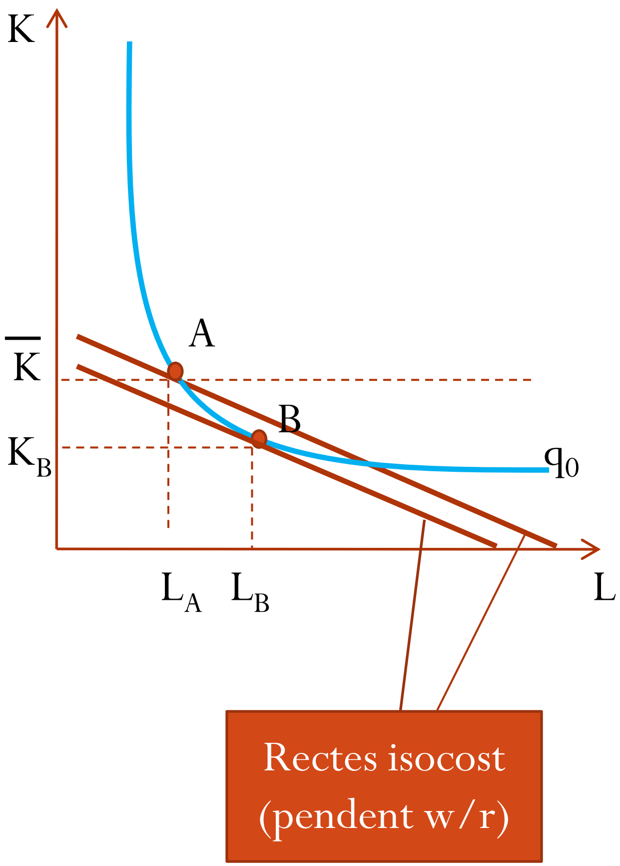
- La funció de costos totals a curt termini és:

$$CT_{c/t}(q) = CF + CV(q)$$

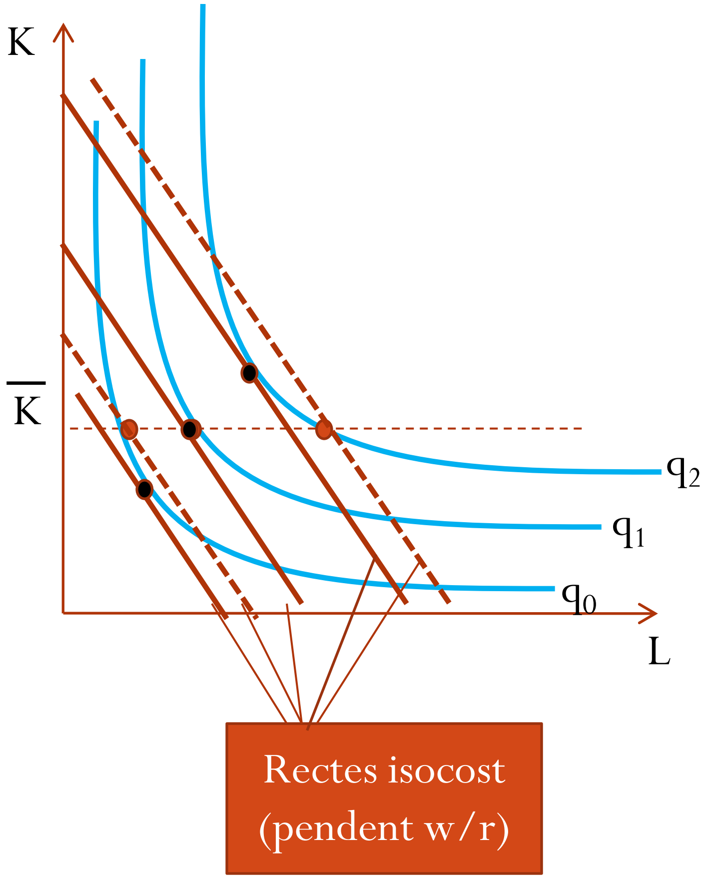




Curt versus Llarg termini

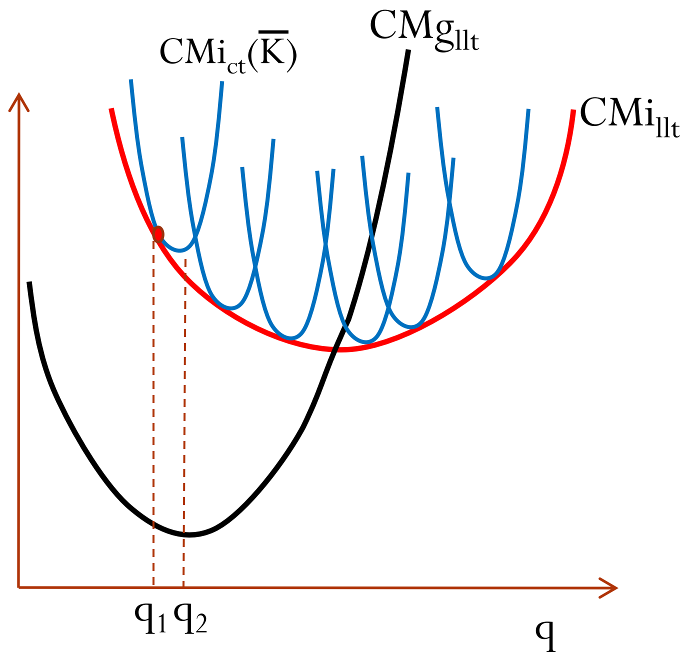


- En general, el cost de produir q_0 a curt termini és major que el cost de produir q_0 a llarg termini.
- Al dibuix, donat els preus w/r l'elecció òptima a llarg termini és B, però a curt termini l'elecció òptima és A. El cost de A és superior al cost de B donats els preus w/r.
- Fixa't a més que a curt termini no es compleix que RTS=w/r.



Els punts negres indiquen l'elecció òptima a llarg termini, i els punts marrons indiquen l'elecció òptima a curt termini per a cada nivell de producció, donats els preus w/r.

Només si produïm q_1 coincideix l'elecció a curt i llarg termini. Això passa perquè si poguéssim triar la K òptima per produir q_1 justament triaríem $\bar{K}$.



- Hi ha moltes corbes de Cost Mig a curt termini, una per a cada nivell de K (factor fix). Per a cada nivell K hi ha un sol nivell de producció pel qual el CMi a llarg i curt termini coincideixen. Per la resta de nivells de producció els costos a curt termini són superiors als costos a llarg termini.

Derivació matemàtica de la funció de costos a curt termini

Funció de producció: $q = A\bar{K}^{0.5}L^{0.5}$.

$CT_{ct} = r\bar{K} + wL(q)$

La quantitat de treball que contractem depèn de la quantitat que volem produir. La funció de producció relaciona quantitat de treball (L) amb nivell de producció (q). Aïllant L trobem $L=\frac{q^2}{A^2\bar{K}}$.

Substituïm L(q) a CT_{ct} i així trobem la funció de costos totals a curt termini.

$CT_{ct}(q,\bar{K}) = r\bar{K} + w\frac{q^2}{A^2\bar{K}}$.

A partir de CT_{ct} podem trobar CV, CF, CVMi, CFMi, CMg_{ct} i CMi_{ct}.

Si busquem la $\bar{K}$ que minimitza els CT_{ct}, trobarem els CT_{llt} :

$\min_{\bar{K}} CT_{ct} \}$ CPO: $r - w\frac{q^2}{A^2\bar{K}^2} = 0 \rightarrow \bar{K}^* = \left(\frac{w}{r}\right)^{0.5}\frac{q}{A}$

$CT_{llt}(q) = CT_{ct}(q,\bar{K}^*)$.

Tens algún dubte?

Pots consultar el Varian.