

La noció de paradoxa

SERGI OMS

Logos - Barcelona Institute of Analytic Philosophy
Universitat de Barcelona
sergi.oms@ub.edu

Resum: Tradicionalment, s'ha considerat que una paradoxa és un argument aparentment vàlid amb premisses aparentment vertaderes i conclusió aparentment falsa. En aquest treball defenso que aquesta definició no és apropiada, ja que no permet capturar alguns arguments que haurien de ser considerats paradoxes. Després de discutir i rebutjar una proposta alternativa de la noció de paradoxa, presento una caracterització prou general com per incloure tots els casos rellevants.

Paraules clau: paradoxa, paradoxa de Curry, paradoxa Sorites, paradoxa del Mentider.

The notion of paradox

Abstract: Traditionally, a paradox has been defined as an apparently valid argument with apparently true premises and an apparently false conclusion. In this paper I defend that this definition is not appropriate, for it does not allow us to capture some arguments which should be seen as paradoxes. After discussing and rejecting an alternative proposal for a definition of the notion of paradox, I present a characterization which is general enough to include all the relevant cases.

Keywords: paradox, Curry Paradox, Sorites paradox, Liar paradox.

0/ Preàmbul

Tradicionalment, s'ha considerat que un argument és una paradoxa si, i només si, (i) és un argument aparentment vàlid, (ii) té premisses aparentment vertaderes i (iii) té la conclusió aparentment falsa. Aquesta definició de paradoxa és present en l'obra de molts autors com, per exemple a Quine 1966, Cave 2009 i Priest 2006, entre d'altres.

Atès que un argument lògicament vàlid preserva la veritat de les premisses a la conclusió i ho fa de forma necessària, un argument lògicament vàlid amb premisses vertaderes i conclusió falsa és quelcom impossible; és per això que, en la definició tradicional, es remarca que o bé la validesa de l'argument és aparent, o bé ho és la veritat de les premisses, o bé ho és la falsedat de la conclusió.

En la primera secció d'aquest treball presentaré alguns exemples de paradoxa per tal de fixar quina és la noció sobre la qual pretenc parlar; seguidament, argumentaré que la caracterització tradicional que acabem de veure no captura alguns arguments que haurien de ser considerats paradoxes. Finalment, després de discutir i rebutjar una proposta alternativa de la noció de paradoxa, presentaré una caracterització prou general com per incloure-hi tots els casos rellevants.

1/ Paradoxes

En aquesta secció introduïrem tres exemples de paradoxes: dues d'elles (la del Mentider i la paradoxa de Curry) involucren la noció de veritat i la tercera (la Sorites) afecta els predicats vagues.

1.1/ La paradoxa del Mentider

Suposem que tenim un enunciat l que afirma que ell mateix no és vertader:

(l) l no és vertader.

És a dir, l és un nom d'un enunciat. De quin? De l'enunciat « l no és vertader». Suposem, ara, que l és vertader. Aleshores, si l és vertader, el que l diu és el cas (no funciona així la noció de veritat?); però el que l diu és, precisament, que l no és vertader, la qual cosa contradiu la nostra suposició inicial que l és vertader. Així doncs, podem concloure, per reducció a l'absurd, que l no és vertader. Desafortunadament, si l no és vertader, aleshores el que l diu, (és a dir, que l no és vertader) és el cas i, per tant, l és vertader. Però aquesta última afirmació (que l és vertader) contradiu la conclusió anterior (que l no és vertader). Hem arribat, doncs, a una contradicció: l és i no és vertader.

Aquesta és una presentació informal de la paradoxa del Mentider. La primera versió d'aquesta paradoxa sovint s'atribueix a Eubúlides de Milet (segle

iv aC), contemporani d'Aristòtil, i famós pels seus set enigmes: el Mentider, l'emascarat, Electra, l'home ignorat, la Sorites, el calb i les banyes.¹

1.2/ La paradoxa de Curry

Suposem que g és un enunciat, anomenat l'enunciat de Curry, que afirma que, si ell és vertader, aleshores A , on A és un enunciat qualsevol:

(g) Si g és vertader, aleshores A .

Suposem, ara, que g és vertader. Aleshores, sota aquesta suposició, el que g diu és el cas; és a dir, si g és vertader, aleshores A . Seguidament, podem aplicar *modus ponens* i, sota la suposició que g és vertader, concloure A . Com que hem deduït A sota la suposició que g és vertader, podem concloure que si g és vertader, aleshores A . Ens adonem, ara, que acabem de demostrar l'enunciat g mateix. Però si g és el cas (tal com acabem de demostrar), aleshores g és vertader. Això vol dir que tenim, ara, les dues afirmacions següents: primer, que si g és vertader, aleshores A i, segon, que g és vertader. Finalment, aplicant *modus ponens* una altra vegada, concloem, sorprenentment, A .

Però A era un enunciat qualsevol, en particular, podria haver estat una contradicció o qualsevol enunciat fals.²

1.3/ La paradoxa Sorites

Un altre dels enigmes lògics, a part del del Mentider, que proposà Eubúlides de Milet, fou la paradoxa Sorites. La paraula grega *sorites* és un adjectiu cognat del nom *soros*, que vol dir 'munt'. En l'antiguitat, aquests tipus d'enigmes s'acostumaven a presentar com una sèrie de qüestions; així, per exemple, en el marc de les disputes entre els doctors empírics i els doctors dogmàtics, Galè diu, en la seva obra *De experientia medica* (Barnes 1982: 331):

Jo dic: explica'm, creus que un sol gra de blat constitueix un munt de blat? I immediatament tu dius: No. Aleshores jo dic: Què diries en cas de tenir dos grans de blat? Ja que el meu objectiu consisteix a fer-te preguntes en successió, i si no admets que dos grans de blat formen un munt de blat, aleshores et preguntaré si ho fan tres grans de blat. Així, continuaré interrogant-te respecte a quatre grans de blat, després cinc i sis i set i vuit, i ben segur que tu diràs que cap d'aquestes quantitats de blat constitueix un munt de blat. [...] Per la meua part, continuaré afegint u al nombre de la mateixa manera [...]. Si no dius respecte de cap d'aquests nombres [...] que constitueix un munt de blat i, quan després hi afegim un gra, dius que ara hem format un munt

1. Cf. Diògenes Laerci, 2.108. Per a una introducció general a la paradoxa del Mentider, cf. Zardini 2016.
2. Aquesta paradoxa rep aquest nom per Haskell B. Curry, que fou qui la va introduir per primera vegada a Curry 1942.

de blat, aleshores, en conseqüència, aquesta quantitat de blat esdevé un munt gràcies a l'addició d'un sol gra de blat, i si es treu aquest gra de blat, aleshores s'elimina el munt.³

Galè conclou que és absurd afirmar que un sol gra de blat determini l'existència (o la inexistència) d'un munt de blat.

En la discussió contemporània al voltant de la *Sorites*, aquesta paradoxa s'acostuma a presentar com un argument més o menys similar al següent:

1. Algú amb 0 cabells és calb,
 2. si algú amb 0 cabells és calb, també ho és algú amb 1 cabell,
 3. algú amb 1 cabell és calb,
 4. si algú amb 1 cabell és calb, també ho és algú amb 2 cabells,
 5. algú amb 2 cabells és calb,
 - ...
 - 2n-1. algú amb n-1 cabells és calb,
 - 2n. si algú amb n-1 cabells és calb, també ho és algú amb n cabells.
- Per tant, algú amb n cabells és calb.

Tot i que la paradoxa *Sorites* pot tenir diverses formulacions diferents,⁴ en aquest punt ja podem adonar-nos que l'argument que acabem de presentar necessita molt pocs recursos lògics. Això fa que la *Sorites* sigui una de les paradoxes més desconcertants que podem trobar en les discussions actuals en filosofia de la lògica.

2/ Contraexemples a la definició tradicional

Recordem, altra vegada, quina era la *definició tradicional* de paradoxa: una paradoxa és un argument aparentment vàlid amb premisses aparentment vertaderes i conclusió aparentment falsa.

El que vull mostrar en aquesta secció és que la definició tradicional ens dona condicions suficients però no necessàries per ser una paradoxa; és a dir, vull donar exemples d'arguments que, malgrat ser paradoxals, no segueixen la definició tradicional. El primer contraexemple a la definició tradicional que consideraré és la paradoxa de Curry.

En general, i tal com hem vist a la secció anterior, la paradoxa de Curry es presenta fent ús d'una variable *A* que pren enunciats com a valors; en aquest sentit, doncs, quan es presenta d'aquesta manera no és pròpiament un argument, sinó un esquema d'arguments que ens dona arguments diferents

3. La traducció de l'anglès és meva.

4. Cf. Oms, Zardini 2019; Oms 2016. Per a una introducció històrica a la paradoxa Sorites, cf. Santos 2019.

dependent de quin enunciat posem al lloc de la variable *A*. La idea és que, independentment de com interpretem *A*, sempre tindrem una paradoxa; fins i tot quan *A* és un enunciat vertader com, podem per cas, 'la neu és blanca'. En aquest cas, però, tenim un argument que és una paradoxa però no té la conclusió aparentment falsa i, per tant, és un contraexemple a la definició tradicional.⁵

Vegem, a continuació, un altre contraexemple a la definició tradicional que ve donat per la paradoxa Sorites. Considerem, per exemple, el següent argument, en el qual l'Àlícia mesura 120 cm (és a dir, clarament no és alta):

1. L'Àlícia és alta,
2. si l'Àlícia és alta, també ho és algú que mesura 1 centímetre menys,
3. algú que mesura 1 centímetre menys que l'Àlícia és alt,
4. si algú que mesura 1 centímetre menys que l'Àlícia és alt, també ho és algú que mesura 2 centímetres menys que l'Àlícia
- ...
151. si algú que mesura 99 centímetres menys que l'Àlícia és alt, també ho és algú que mesura 100 centímetres menys que l'Àlícia.

Per tant, algú que mesura 100 centímetres menys que l'Àlícia és alt.

D'acord amb la definició tradicional aquest argument no és una paradoxa, ja que només seria una paradoxa en situacions en què l'Àlícia fos clarament alta i, per tant, la primera premissa fos (almenys aparentment) vertadera. Però, fins i tot en els casos en què l'Àlícia no és alta, l'argument anterior continua essent una paradoxa.

3/ La forma lògica

Una possible alternativa a la definició tradicional és la definició *de forma lògica*: una paradoxa és un argument aparentment vàlid la forma lògica del qual es pot usar per derivar una conclusió aparentment falsa a partir de premisses aparentment vertaderes.

D'acord amb aquesta definició, la paradoxa Sorites que hem vist abans en la qual l'Àlícia mesurava 120 cm i la paradoxa de Curry amb conclusió vertadera són paradoxes, ja que tenen una forma lògica que ens permet derivar una conclusió aparentment falsa a partir de premisses aparentment vertaderes.

La definició de *forma lògica*, però, no dona ni tan sols condicions suficients per ser una paradoxa, ja que hi ha arguments que no són paradoxals,

5. Fins on jo sé, els primers a considerar aquest tipus de contraexemple a la definició tradicional foren Dan López de Sa i Elia Zardini; cf. López de Sa, Zardini 2007.

però que compten com a paradoxes sota aquesta definició. Considerem els dos arguments següents:

ARGUMENT 1

1. el 2 és un nombre natural,
2. si n és un nombre natural, aleshores també ho és $n+1$,
3. per tant, 29456 és un nombre natural.

ARGUMENT 2

1. 2 grans de sorra no formen un munt,
2. si n grans de sorra no formen un munt, tampoc ho fan $n+1$ grans de sorra,
3. per tant, 29456 grans de sorra no formen un munt.

Ara, d'acord amb la definició de *forma lògica*, ja que l'Argument 2 ens permet derivar una conclusió aparentment falsa a partir de premisses aparentment vertaderes i ja que l'Argument 1 i l'Argument 2 comparteixen la forma lògica, l'Argument 1 és una paradoxa, la qual cosa és clarament falsa. Així doncs, la definició de *forma lògica* no és satisfactòria, ja que compta com a paradoxes arguments que clarament no ho són.

4/ La noció de paradoxa

En aquesta última secció presentaré un esbós d'una definició de la noció de paradoxa més acurada que les que hem vist. Aquesta definició segueix la idea introduïda a López de Sa, Zardini (2007: 67), segons la qual una paradoxa és un argument aparentment vàlid tal que les premisses no semblen donar suport racional a la conclusió. La meva proposta és la següent.

Primer, hem de posar de manifest cert principi que descriu quins són els compromisos que se segueixen d'acceptar la validesa d'un argument i les seves premisses: donat un conjunt de premisses P que impliquen lògicament un enunciat e (donat cert argument que connecta de forma apropiada P i e) i un subjecte S , aleshores es dona el següent:

(*) Si S creu totes les premisses de P i accepta la validesa de l'argument, aleshores S es veu compromès, en virtut de fet que creu P , a creure e .

Ara, finalment, podem enunciar la següent caracterització de la noció de paradoxa:

Una paradoxa és un argument aparentment vàlid respecte del qual, aparentment, el principi (*) falla; és a dir, aparentment, és correcte creure les premisses i acceptar la validesa de l'argument i, malgrat això, no estar compromès, en virtut de l'acceptació de les premisses i de la validesa de l'argument, a la conclusió.

Per tant, quan estem davant d'una paradoxa, no es genera, aparentment, el compromís a creure la conclusió en virtut de l'acceptació de les premisses i de la validesa de l'argument, quan n'acceptem les premisses i la seva validesa.

Així, la idea darrere la meua proposta és que quan estem davant d'una paradoxa tenim dues aparences que s'enfronten entre si: per una banda, les regles que constitueixen la nostra manera de raonar ens porten a considerar la paradoxa com un argument vàlid; però, per altra banda, quan reflexionem sobre els compromisos que se segueixen del fet d'acceptar la validesa de l'argument i les seves premisses, ens adonem que, aparentment, no hi ha els compromisos esperats.

La meua proposta, doncs, es pot veure com una generalització de la definició tradicional. Igual com en el cas d'aquesta última, segons la meua definició, una paradoxa representa quelcom d'entrada inacceptable: el fet que un argument que és aparentment vàlid violi el principi (*). De fet, si acceptem que (*) és una condició necessària per a la validesa lògica, davant d'una paradoxa ens trobem davant d'una aparent contradicció: un argument que és i no és lògicament vàlid.⁶

Bibliografia

- BARNES, J. (1982) «Medicine, Experience and Logic», dins J. Barnes (ed.), *Science and Speculation*, Cambridge: Cambridge University Press, 24-68.
- CAVE, P. (2009) *This Sentence is False. An Introduction to Philosophical Paradoxes*. Nova York: Continuum.
- CURRY, H. B. (1942) «The Inconsistency of Certain Formal Logics». *The Journal of Symbolic Logic* 7: 115-117.
- DIÒGENES LAERCI (2018) *Vides i doctrines dels filòsofs més il·lustres*, vol. 2. Trad. S. Grau. Barcelona: Bernat Metge / Ed. Alpha.
- LÓPEZ DE SA, D.; ZARDINI, E. (2007) «Truthmakers, Knowledge and Paradox». *Analysis* 67: 242-250.
- OMS, S. (2016) «Deixem mai de ser joves? Perspectives sobre la vaguetat», dins A. Domingo, J. Macià, S. Oms (eds.), *Perspectives en filosofia*. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans, 99-111. [<http://www.rac.cat/index.php/AnuariFilosofia/article/view/288106>]
- ; ZARDINI, E. (2019) *The Sorites Paradox*. Cambridge: Cambridge University Press.
- PRIEST, G. (2006) *In Contradiction: A Study of the Transconsistent*. Oxford: Oxford University Press.
- QUINE, W. V. O. (1966) «The ways of paradox», dins W. V. O. Quine (ed.), *The Ways of Paradox and Other Essays*. Nova York: Random House, 3-20.

6. Agraïxo a Dan López de Sa, José Martínez, Sven Rosenkranz i Elia Zardini les discussions i els comentaris al voltant de les idees que es presenten en aquest text. Expresso el meu agraïment, també, per al comitè organitzador del cinquè Congrés Català de Filosofia i per als editors d'aquest volum. Per escriure aquest treball he gaudit del finançament del *Ministerio de Economía y Competitividad*, projecte «Localisme i globalisme en lògica i semàntica», FFI2015-70707P.

- SANTOS, R. (2019) «The Pre-Analytic History of the Sorites Paradox», dins Oms, Zardini 2019: 289-306.
- ZARDINI, E. (2016) «És la veritat una mentida? Perspectives sobre les paradoxes semàntiques», dins A. Domingo, J. Macià, S. Oms (eds.), *Perspectives en filosofia*. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans, 145-166. [<http://www.raco.cat/index.php/AnuariFilosofia/article/view/288109>]