

DOCUMENTS DE TREBALL  
DE LA DIVISIÓ DE CIÈNCIES JURÍDIQUES  
ECONÒMIQUES I SOCIALS

*Col·lecció d'Economia*

Objetivo: cuantificar la reproducción

Alfons Barceló

**Adreça correspondència:**  
Departament de Teoria Econòmica  
Universitat de Barcelona  
Avda. Diagonal, 690  
08034 Barcelona (Spain)  
Phone: (+34)-3-4034457 Fax :  
e-mail: [abarcelo@riscd2.eco.ub.es](mailto:abarcelo@riscd2.eco.ub.es)

## **Alfons Barceló: "OBJETIVO: CUANTIFICAR LA REPRODUCCION"**

### **Resumen**

Se estudian en este trabajo algunas magnitudes relacionadas con el enfoque de la reproducción social. Ante todo se hace hincapié en tres ideas fundamentales, las nociones de: a) Salidas menos entradas; b) Salidas dividido por entradas; c) Subsistemas. A continuación se subrayan los obstáculos para la cuantificación directa de estos conceptos, y se repasan las vías sugeridas para sortear las dificultades (por medio de constructos teóricos propuestos por Leontief, von Neumann y Sraffa). Luego se examinan dos nuevos indicadores: la "tasa específica de excedente", que se refiere a los bienes autorreproducibles, y el "coeficiente neto de reproducción", que se predica de todos los bienes básicos. De pasada se apuntan algunas pistas para establecer indicadores del mismo género en campos como la economía ecológica y la economía feminista. Por último, se anotan algunas conjeturas relacionadas con la dirección adecuada del cambio técnico.

"Objective: Quantify Reproduction"

### **Abstract**

The purpose of this paper is to analyse some quantities related to social reproduction approach. First, three strategic topics are put on view, namely: a) outputs minus inputs, b) outputs divided inputs, c) sub-systems. However, it has to be taken into account that there are obstacles which make not easy to operationalize these fundamental concepts. Some possible ways to get around these difficulties are shown (by means of theoretical constructs invented by Leontief, von Neumann and Sraffa). After, two new indicators are examined; one refers to the self-reproducing goods -the "own surplus rate"-, and the other to all basic goods -"coefficient of net reproduction". A few hints are proposed in order to create indicators of the same family in Ecological economics and Feminist economics. Lastly, a conjecture on recommended directions of Research and Development is suggested.

## INTRODUCCIÓN

0.- Cuantificar de forma satisfactoria las propiedades de los sistemas complejos no es tarea fácil. No es malo, por otra parte, operar con diversos enfoques, cuando se quiere evaluar la robustez de las categorías que cada investigador elige con vistas a explicar los rasgos estructurales y dinámicos de los sistemas concretos. En el presente trabajo se adopta un punto de vista singular, el enfoque de la reproducción. Y se pretende mostrar la capacidad de este enfoque para tratar un amplio conjunto de fenómenos económicos mediante una cuantificación rigurosa. El hilo argumental se compone de tres hebras principales. En primer lugar, tras unas someras reflexiones sobre el susodicho enfoque, se llama la atención sobre tres principios de cuantificación que poseen gran generalidad y aplicabilidad. En segundo lugar, se sitúan sobre este entramado algunos resultados bien conocidos de los modelos de Leontief, von Neumann y Sraffa. Por último, se proponen algunos indicadores de cosecha propia, bien de carácter local, bien de carácter específico, que podrían servir para sopesar logros y detectar estrangulamientos de los sistemas económicos efectivos.

1.- Nadie pone en duda que la noción de *reproducción* suministra pistas valiosas para entender la estructura y la trayectoria de los sistemas sociales. Por supuesto que no vale como gánzúa universal para elucidar todos los asuntos humanos, pero parece poco controvertible que esta categoría es idónea para iluminar variopintos fenómenos históricos. Más aún, algunos pensamos que acaso llegue a ser cimiento sólido sobre el que quepa construir una teoría económica general y rigurosa (esto es, con solidez analítica, capacidad explicativa, buenas relaciones simbióticas con campos vecinos, vigor tecnológico). El presente trabajo asume este punto de vista y pretende laborar en esta dirección. Con todo y con eso, entendemos que los resultados que vamos a exponer pueden juzgarse de interés para visiones situadas en otras coordenadas, ya sean rivales ya sean distintas.

2.- Para fijar ideas llamaremos *enfoque de la reproducción y el excedente* a esta concepción y postulado estratégico. Anotaremos como hitos de su despliegue las aportaciones de Quesnay, Marx, Leontief, von Neumann, Sraffa, Pasinetti, Kurz & Salvadori. Y recordaremos punto seguido algunas de sus tesis primordiales. Aunque todo desempeña algún papel, es el modo de producción quien imprime carácter, y no el modo de distribución; con otras palabras: la clave principal está en la reproducción más que en el mercado. Por otro lado, la objetividad constituye un requisito científico decisivo, de manera que la representación de los procesos económicos ha de llevarse a cabo con buenas dosis de naturalismo y realismo. La modelización básica tiene que rehuir las categorías inescrutables ("utilidad"), así como las magnitudes que no pueden cuantificarse de forma independiente y sin caer en círculos viciosos ("productividad marginal del capital", por ejemplo). En fin, hay que contemplar las actividades económicas dentro de una trayectoria histórica y una textura social (con elementos biológicos, políticos e ideológicos). Y hay que analizar cómo se articulan los diversos procesos económicos en el seno de variados sistemas e instituciones como Estado, mercado o familia. Por último, aunque no menos importante, no se puede pasar por alto que la economía es en buena medida "ecología humana", de modo que hace falta estudiar su relación compleja con un medio ambiente que es a la vez fuente primigenia de recursos (unos renovables, otros no), y vertedero de desperdicios.

3.- El objetivo del presente trabajo es examinar algunas magnitudes e indicadores económicos vinculados al enfoque de la reproducción económica. Aunque en este escrito se plantea alguna propuesta novedosa, la mayor parte de los resultados que mencionaremos son conocidos. Ahora bien, raramente se ha puesto de relieve -que sepamos- la conexión que entre ellos existe. Agrupar en clases un surtido de conceptos cuantitativos, dar realce al substrato sobre el que se apoyan y hacer más visibles los vínculos que los ligan: esta es nuestra primera meta.

4.- En breve, la argumentación que vamos a desarrollar sostiene que disponemos de diversos ángulos de ataque para cuantificar el fenómeno de la reproducción. En concreto, proponemos agrupar los conceptos cuantitativos relacionados con

este asunto en función de tres principios subyacentes que vamos a resaltar. Estos son: el principio de la diferencia, el principio del cociente, el principio del catalizador.

De forma sintética y a efectos mnemotécnicos pueden caracterizarse como: 1) Entradas menos Salidas (o viceversa); 2) Entradas dividido por Salidas (o viceversa); 3) Establecimiento de una función o correspondencia entre Entradas locales y Salidas locales, ambas formando parte de un especialísimo proceso global. La particularidad de este proceso global consiste en que puede describirse como un fenómeno de conversión (o transformación o metamorfosis) del paquete "Entradas más Catalizador" en otro paquete formado por "Salidas más Catalizador", designando el término 'catalizador' exactamente la misma colección de elementos.

5.- A nuestro entender los tres principios son fecundos por partida doble, a saber, por la plasticidad de que están dotados y por el substrato teórico que los informa. Por un lado, se apoyan sobre el enfoque de la reproducción, que sugiere que podrán detectarse importantes propiedades económicas atendiendo a los requisitos reproductivos, esto es, a la lógica de la repetición cíclica de los procesos de producción, circulación y consumo. Pero, además, tanto el enfoque asumido como los principios mencionados son aptos para abordar problemas relativos a diversos ámbitos o niveles, sean globales o locales, generales o parciales. A modo de ilustración: caracterizar el excedente de un sistema económico integral, medir el grado de eficiencia técnica del sector energético o dar una explicación del precio relativo de los martillos en relación con las llaves inglesas son asuntos que pueden iluminarse de forma provechosa a partir del enfoque reproductivo.

6.- Para sondear el terreno que queremos explorar adoptaremos como elemento molecular pertinente la entidad *proceso económico*. Con esta expresión se pretende significar sencillamente la transformación de un conjunto de elementos en otro conjunto de elementos, al cabo de cierto tiempo. Esta manera de ver equivale en buena medida a una percepción cuasifotográfica: los procesos efectivos se conciben de forma simplificada como un cambio de estado, una metamorfosis que conecta dos estados en el tiempo; o sea, una instantánea inicial y otra final, más una medida temporal de la duración del proceso.

Por lo tanto, en términos más precisos, todo proceso productivo sería representable como la conversión de una n-tupla en otra n-tupla (que será un escalar en el caso elemental de producción simple). Con una escritura más compacta y esquemática tendríamos:

$$(1) \quad P_k: \quad I_k \xrightarrow{(t)} O_k$$

esto es: el proceso 'k' se define como la conversión de una colección 'k' de 'inputs' en una determinada cantidad de output(s) 'k', tras un período 't'.

Cuando se mira hacia atrás y se contempla lo que ya ocurrió, esta expresión equivale formalmente a una correspondencia punto punto en un espacio de n dimensiones. Si miramos hacia adelante, este mismo esquema puede interpretarse (añadiendo, eso sí, una serie de hipótesis poco inocentes) como una "función de producción" mejor o peor definida, que asigna a cada combinación de cuantías físicas del vector de inputs, un vector bien especificado (aunque virtual y sin completa certeza de que pueda realizarse, todo hay que decirlo) de output(s) final(es) 'k'.

Así que, por un lado, si divisamos a posteriori lo que ha ido ocurriendo tendremos que el sistema económico global de una sociedad está formado por una gran cantidad de procesos que se solapan y encadenan en el tiempo. Y por otro lado, en términos simplificados y armonizados temporalmente, podríamos definir un ciclo de un sistema económico (CE) como la unión de n procesos moleculares (de idéntica temporalidad). O sea, en escritura compacta:

$$(2) \quad CE = U P_k$$

7.- Un esquema mínimo para describir un sistema económico (del tipo que fuere) contempla entidades de tres clases: a) los elementos constitutivos (que pueden ser de muy diversos géneros, como personas, hogares, empresas y artefactos), b) la red de conexiones que vinculan a todos esos elementos entre sí y con el entorno, c) el medio ambiente en el que está ubicado el sistema y con el que interactúa de diversos modos. "Estado de un sistema" equivaldría entonces a la representación esquemática de los valores que toman sus propiedades más representativas (o mejor conocidas o presuntamente significativas).

Es evidente que todos los sistemas concretos (sean económicos o de otras estirpes) van mudando, de acuerdo con su situación de partida, la dinámica interna y las condiciones de contorno. De ahí que la evolución de un sistema pueda ser descrita como la trayectoria de su función de estado. Por descontado, para explicar estas trayectorias hace falta entender también los mecanismos que rigen las diversas interacciones.

8.- Como acabamos de indicar, un modo sencillo y a la vez profundo de representar los procesos transformadores o productivos consiste en conceptualizarlos como la conversión de un paquete de inputs en un paquete de outputs, tras un lapso temporal t. Así que el ciclo global representativo de un sistema económico puede ser expresado de forma muy compacta como:

$$(3) \quad IT \xrightarrow{t} OT$$

o sea, como un proceso de transformación de los inputs totales (IT) en outputs totales (OT) al cabo de un lapso de tiempo (t).

Los símbolos vienen a ser una expresión taquigráfica con la que se denotan colecciones enteras de procesos concretos, cada uno de los cuales está descrito técnicamente. Evidentemente, en el plano de la realidad la configuración temporal de los procesos suele ser complicada. De momento supondremos la estructura temporal más simple: día 1 de enero se amalgaman todos los inputs, y el 31 de diciembre emerge súbitamente una cantidad bien determinada de productos.

9.- Existen diversos procedimientos para cotejar los dos extremos de una conexión. A primera vista al menos, las vías más sencillas para efectuar comparaciones consisten en acudir a operaciones de resta y de división. Si aplicamos estos métodos a los dos polos del proceso agregado global obtendremos dos nuevas nociones y tendremos el terreno a punto para idear dos conceptos derivados: "excedente" y "productividad". Entonces el "excedente" será igual, por definición, a outputs totales menos inputs totales. De forma compacta:

$$(4) \quad E = OT - IT$$

Por "productividad" se entiende el grado de eficiencia de un proceso o un conjunto de procesos. La manera más sencilla para cuantificar la intensidad de dicho atributo es a través de la siguiente definición: "productividad" es igual al cociente de outputs e inputs. Es decir:

$$(5) \quad PR = OT/IT$$

Una definición alternativa de productividad, que no aporta novedad sustantiva, es el cociente entre E y IT, que podemos llamar "PR'".

$$(6) \quad PR' = (OT - IT)/IT = E/IT$$

Es inmediato comprobar que, si las operaciones están bien definidas:

$$(7) \quad PR = PR' + 1$$

Otra magnitud directamente emparentada es el "indicador de requerimientos", que definimos como el recíproco de PR, esto es:

$$(8) \quad IR = IT/OT = PR^{-1}$$

Las nociones que acabamos de presentar constituyen un legado compartido por todas las corrientes teóricas en economía. Su estatuto lógico es, sin embargo, voluntariamente ambiguo de modo que no pueden convertirse de inmediato en conceptos operativos sin elaboración subsiguiente. En efecto, es preciso advertir que los símbolos utilizados hasta aquí recubren, por lo común, objetos heterogéneos, lo que plantea algunos interrogantes nada sencillos. Así las cosas, si se conciben como vectores n-dimensionales será lícita la diferencia, pero no la división (en general). Si se quiere practicar esta última operación será preciso llevar a cabo una homogeneización preliminar (a través de alguna función valor o

sucedáneo). En cualquier caso hay que hacer hincapié en que las operaciones presentadas serán más bien quiméricas, mientras no se definan claramente tanto el estatuto formal de los conceptos que se han presentado, como los principios operatorios que rigen su ensamblaje. En breve, no se puede pasar por alto que son distintas las reglas del juego si nos las tenemos con conjuntos, números racionales o reales, funciones, vectores, matrices o n-tuplas cualitativas.

Más aún, es obvio que en ciertos casos elementales hasta un niño es capaz de conceder mejor nota en productividad al proceso A que al proceso B. Por ejemplo, si ambos procesos utilizan los mismos inputs y al final del mismo período el proceso A suministra más de lo mismo (apetecible) que el proceso B. Pero el asunto deja de ser una obviedad en el plano intuitivo a poco que se compliquen los datos de partida. Pues basta con que la duración del proceso A sea superior a la de B, para que la conclusión precedente ya no caiga por su propio peso, sino que requiera un análisis más fino.

De todos modos las anteriores fórmulas presentan también una cara positiva muy notable. Conviene subrayar, en efecto, que muchas propiedades de los sistemas económicos (se miren en términos globales, sectoriales o locales) pueden expresarse por medio de conceptos cuantitativos que comparten una misma lógica básica. En concreto gran cantidad de magnitudes constituyen de hecho una extensión o retracción de las categorías Inputs y Outputs, o Entradas y Salidas, a las que se van aplicando diferentes filtros especiales. De este modo a veces se realizan unos componentes (verbigracia: tierra, trabajo, energía o contaminación) y eliminan a los demás; otras veces se procede a homogeneizar a los diversos elementos mediante su conversión en cuantías de la misma "substancia" (valor, valor trabajo, utilidad o calorías).

10.- Pero antes de meternos en este fregado echemos una ojeada al panorama general. Señalemos, en primer lugar, que las visiones macroscópicas son sin duda útiles, pero anulan muchas informaciones pertinentes para otros menesteres. Así que es deseable disponer de mapas de escalas diversas.

Resulta asimismo obvio que conviene yuxtaponer retratos realizados desde distintas perspectivas. Así, desde una óptica menos agregada, si se quiere poner de relieve el hecho de que los elementos que intervienen en los procesos económicos pertenecen a géneros distintos, vale descomponer la expresión (3) en las siguientes categorías (cf. Barceló, 1981):

$$(9) \quad RN + MP + BC + PP \xrightarrow{t} RN' + MP' + BC' + PP'$$

donde RN significa "Recursos naturales"; MP, "Medios de producción"; BC, "Bienes de consumo"; PP, "Pirámide de población". Todo ello bien inventariado y fechado. Por supuesto, el signo + no representa adición aritmética, sino algún tipo de concatenación real. Evidentemente los elementos que aparecen en la salida son iguales en términos cualitativos, pero no cuantitativos (salvo en una situación límite de "estado



estacionario") y se originan en otro momento temporal, pues nunca hay producción instantánea.

Mediante este esquema categorial, y al margen de las dificultades teóricas o prácticas, se vislumbra claramente la posibilidad de establecer medidas de "excedentes sectoriales" (que pueden ser negativos -"disminución de recursos naturales"- , o positivos -"crecimiento demográfico", "acumulación de capital").

11.- Cuando se pasa por alto el papel desempeñado por los recursos naturales y los procesos demográficos, vamos a parar a situaciones bien estudiadas por la teoría económica moderna. En concreto, con algunos supuestos simplificadores, la expresión (3) se transmuta en una matriz de coeficientes de Leontief (A) que centra la atención en las relaciones interindustriales, exhibe un vector de cantidades de trabajo directo (l), y representa los outputs en forma de una matriz unidad (I) que indica una situación normalizada de producción simple.

$$(10) \quad A, l \text{ -----} \rightarrow I$$

Como es sabido, esta estructura formal da pie a desarrollos diversos de considerable importancia. Pero aquí sólo nos interesa hacer hincapié en dos derivaciones distintas y complementarias:

a) Los *precios de reproducción con beneficio nulo* (asociados a la hipótesis de que el trabajo es la única variable distributiva) que equivalen a los valores trabajo clásicos. La expresión formal correspondiente es entonces:

$$(11) \quad A.P + l.w = P$$

[En la matriz A los procesos productivos -o líneas de producción- se representan por filas, y no por columnas, como es usual. P es el vector columna de precios desconocidos, y w representa el salario máximo compatible con los requerimientos reproductivos].

b) Las *intensidades de producción* (Q) necesarias con vistas a alcanzar una renta nacional deseada (YD). Si se suponen rendimientos constantes a escala esta cuestión queda fácilmente revelada:

De (8) se sigue que:

$$(12) \quad Q.A, Q.l \text{ -----} \rightarrow Q.I$$

Para disponer de una renta apetecida prefijada hace falta que la producción bruta final cubra este objetivo y, además, reponga los inputs desgastados, o sea:

$$(13) \quad Q.I = YD + Q.A$$

de modo que, tras una serie de pasos elementales,

$$(14) \quad Q.I - Q.A = YD$$

$$(15) \quad Q \cdot (I-A) = YD$$

llegamos a la solución buscada:

$$(16) \quad Q = YD \cdot (I-A)^{-1}$$

siendo  $(I-A)^{-1}$  la "inversa de Leontief", un operador que en cierto modo condensa la configuración estructural de la economía de referencia.

12.- Los modelos de Sraffa también adoptan como trasfondo analítico los postulados reproductivos fundamentales. Este autor se ocupa además de un amplio abanico de cuestiones con el objetivo declarado de poner en solfa a la teoría marginalista del valor y la distribución, esto es, a la economía académica hoy dominante. De los modelos sraffianos vamos a retener aquí un par de ideas: los requisitos formales del "sistema patrón" y la noción de "subsistemas".

La representación canónica del modelo sraffiano base puede ser escrita así:

$$(17) \quad A \cdot P (1+r) + l \cdot w = P$$

siendo  $r$ , el tipo de beneficios y  $w$ , el salario por unidad de trabajo. En términos explícitos, se trata de un sistema de  $n$  ecuaciones con  $n+2$  incógnitas ( $n$  precios,  $w$ ,  $r$ ). Cuando se fija un numerario queda todavía un grado de libertad genuino, lo que sugiere una perdurable tensión entre salarios y beneficios. Eso parece revelar que las variables distributivas no son jamás variables económicas completamente endógenas.

13.- Volvamos por un momento a la expresión (5), para ver si hay algún modo de sortear el escollo indicado más arriba. El asunto estriba en que la división entre vectores cualesquiera no es una operación definida. Pero hay un caso de singular atractivo, a saber, cuando los vectores son homotéticos (es decir, proporcionales). En otras palabras, si inputs y outputs fueran cuantías de la misma cesta (tuvieran la misma estructura relativa), entonces el cociente sería factible y nos daría como resultado un número real.

Este es el reto al que planta cara el "sistema patrón" inventado por Sraffa. La idea es profunda, mas no sofisticada: se trata de deformar la representación fotográfica del sistema real para someterle a una cura radical de homoteticidad, respetando -eso sí- sus propiedades estructurales. El resultado de esta operación conceptual es el "sistema patrón", una economía virtual paralela, con una configuración ideal que cumple los requisitos exigidos. Entonces este sistema patrón, al operar con un bien compuesto en proporciones fijas, se comporta como una economía con un solo bien, y en ella inputs totales y outputs totales son cuantías de la misma cesta. (También responden a la misma exigencia los sucesivos estados de un sistema económico ubicado en la trayectoria de expansión de von Neumann -una vez eliminados del panorama los subproductos que tienen la consideración de "bienes libres").

En definitiva, a partir del sistema efectivo se obtiene un sistema patrón que en términos compactos se puede escribir así:

$$(18) \quad IP \text{ -----} \rightarrow OP$$

Y ahora podemos efectuar la división y obtener un indicador riguroso de la productividad global:

$$(19) \quad OP/IP = 1 + R$$

Este cociente entre el vector que recoge el output total y el input total del sistema patrón expresa la "capacidad expansiva" del sistema, y cuantifica esta propiedad por medio de la magnitud  $R$  ("tipo máximo de beneficio", según la nomenclatura de Sraffa), un escalar (con una dimensión temporal oculta o implícita,  $T^{-1}$ ).

Parecida información suministra el cociente entre los inputs totales ( $IT$ ) del período  $t+1$  y los inputs totales del período  $t$  en una trayectoria de von Neumann, en la que todo el excedente se reinvierte y el sistema se expande, sin cambios estructurales, según pautas de equilibrio cuasiestacionario. En este caso, que dice sobre poco más o menos lo mismo que (19), tenemos:

$$(20) \quad IT_{t+1}/IT_t = \alpha$$

siendo  $\alpha$  (alfa) el "coeficiente de expansión" de von Neumann.

Nótese, para redondear la exposición, que -como caso particular de una economía virtual que opera con una cesta de bienes en proporciones fijas- tenemos la situación límite, trivial e irreal, pero a veces aleccionadora, de una economía con un solo bien. Ejemplo de esta eventualidad es el hipotético mundo ricardiano donde se siembra trigo, se cosecha trigo, se pagan los salarios en trigo, se invierte sembrando más trigo.

14.- Adviértase, sin embargo, que estos indicadores globales son muy difíciles de estimar o de calcular, y además ofrecen una información en exceso condensada para muchas tareas. Así que convendría inventar sobre las mismas bases analíticas presentadas aquí un surtido de indicadores sectoriales, genéricos y hasta específicos que enriquecieran nuestra visión del complejo mundo de los sistemas económicos.

Las ideas que vamos a presentar a continuación combinan diversas intuiciones y propuestas. Una es la noción de "genealogía de la producción", idea resaltada con rotundidad por Morishima (1973) y previamente ensayada por Leontief (1947), esto es, que todo bien tiene padres, abuelos, bisabuelos, etc. Ahora bien, ocurre que algunas de las relaciones de progenie son muy robustas, mientras que otras son totalmente circunstanciales. Así, la pechuga de pollo que el lector comió la semana pasada pudo tener alternativamente como "padre" económico cierta cantidad de maíz o de harina de pescado o de desechos de corral, pero lo que es absolutamente

seguro (¡por ahora!) es que su madre fue una gallina. Otrosí: la electricidad que mantiene en funcionamiento mi ordenador puede ser de origen nuclear, térmico o hidroeléctrico, pero la gasolina de mi coche es hoy por hoy un derivado del petróleo según proporciones bastante rígidas.

Dicho esto, conviene añadir que es usual en el mundo de los negocios cuantificar ese tipo de vínculos que conectan outputs con alguno de los inputs destacados bajo el nombre de "productividad media" o "rendimiento medio". Se trata de informaciones útiles, pero que también distorsionan las genuinas relaciones causales por limitar la atención a la primera ronda de la genealogía de la producción.

15.- Otra noción teórica sobre cuya base se pueden construir indicadores de productividad muy coherentes es el artilugio de los "subsistemas". La propuesta original de Sraffa (Sraffa, 1960, Apéndice A) consistía en dividir el sistema de partida en tantos subsistemas como bienes hubiera en el producto neto de la economía. Cada uno de estos subsistemas poseía la misma estructura que el sistema efectivo, pero en unas proporciones especiales. El objetivo era que en la balanza input/output todo quedara completamente cancelado excepto dos elementos: una cantidad de trabajo en el platillo de los inputs y una determinada cantidad de mercancía neta en los outputs. Entonces valía establecer una correspondencia nítida entre dos cuantías de entidades heterogéneas, a saber, una determinada cantidad de trabajo, en un lado, y una determinada cantidad de bien  $i$ , en el otro. Se reducía así a estado laico el principio del "valor trabajo", a la vez que se mostraba que la función "valor trabajo" era un concepto vigoroso, si no observacional, sí perfectamente objetivable por medio de una construcción hipotética rigurosa.

Pues bien, resulta que la idea subyacente puede utilizarse también de manera provechosa para otros fines. En concreto, intentaremos mostrar que gracias a ella se evitan algunas incongruencias, a la vez que permite superar ciertos obstáculos de la cuantificación directa. En términos intuitivos un subsistema puede concebirse como una transformación compleja (o combinado de transformaciones moleculares) en la que participa un conjunto de elementos (el "catalizador") más un factor que se pretende singularizar, dando lugar (al cabo de un período bien determinado) a un output conjunto formado por idéntica cantidad de "catalizador" más una unidad del producto ( $m$ ) cuyo factor constituyente quiere realizarse. Una vez en posesión de este esquema de transformaciones, cabe asociar a una cantidad precisa del factor colocado en el punto de mira (o "input distinguido") una unidad de producto  $m$ . Parece natural denominar a esta correspondencia algo así como "cantidad de factor embutido o contenido en  $m$ ".

16.- Vamos a ilustrar esta idea con un ejemplo muy sencillo. Supongamos una explotación avícola semiautárquica con gallinas que sólo comen maíz y que tienen valor nulo una vez agotada su etapa ponedora. La noción de subsistemas sugiere que es posible idear (y hasta construir de manera efectiva) una situación en la que, en términos multisectoriales, la población

gallinánea se mantiene íntegra, consume una determinada cantidad de maíz y produce una determinada cantidad de huevos para vender al exterior. Tendríamos, pues:

(21) Gallinas + q.maíz -----> Gallinas + h.huevos

De este modo toma cuerpo y puede exactificarse la idea de sentido común de que un huevo es, en el fondo, en ciertos respectos, una determinada cantidad (q/h) de maíz (igual que, en el fondo, la butifarra es cerdo, los plásticos son petróleo y casi todos los bienes, trabajo humano).

17.- Esta manera de ver puede incluso utilizarse para plantear con rigor ciertas cuestiones relativas a la contaminación. Al fin y al cabo, si se quiere saber si una industria (calzado, pongamos por caso) es más o menos contaminante que otra (artes gráficas, por ejemplo) habrá que averiguar la "contaminación añadida" en cada una de las fases de la genealogía de la producción. Igual que no tendría ni pies ni cabeza limitarse a comparar la contaminación generada por librerías y tiendas de zapatos, tampoco es suficiente limitarse a las dos o tres últimas rondas de la maduración del producto final. En resolución, para calcular bien, hay que tomar en cuenta el proceso en su integridad. Y la noción de subsistemas nos marca el objetivo a revelar. Si se conoce la contaminación de cada proceso molecular, hay que construir un combinado de tales procesos de manera que el output reponga exactamente los inputs y genere como excedente una cantidad de bien y una cantidad de contaminación. De este modo podrá establecerse cuánta contaminación lleva a costas cada producto final, y podrán adoptarse medidas con mejor fundamento que si sólo se contemplan las últimas etapas de la secuencia de fases productivas.

18.- La noción de subsistema es asimismo un artilugio mental apto para orientar investigaciones que tengan por objeto el análisis del trabajo humano. Por ejemplo, con frecuencia se postula, y hasta se sostiene con naturalidad, que el trabajo es un "input primario de la producción", como si hubiera a lo largo del tiempo un flujo de trabajadores cayendo del cielo hechos y derechos. La idea es un claro disparate, aunque tenga visos de verosimilitud en enclaves determinados, como la ribera norte de río Bravo o las costas de Tarifa. Pero, por regla general, sin ninguna excepción probada, los seres humanos han de recorrer un largo camino desde su concepción y nacimiento hasta convertirse en trabajadores. Y durante este lapso necesitan ineludiblemente cuidados, víveres, protección e incluso afecto.

De manera que resulta impropio escamotear, y peor aún falsificar, el hecho de que el trabajo es una actividad humana que también está rigurosamente sometida al principio de la reproducción. En suma, desde la óptica propugnada, la "fuerza de trabajo" ha de entenderse como una capacidad que emerge a medida que las personas van madurando, y que requiere una restauración diaria y generacional. Esta capacidad, por otra parte, tanto si se usa como si no, se pierde inexorablemente día tras día. Tampoco hay que olvidar que los servicios

laborales, como los servicios de la maquinaria, no pueden separarse del substrato material que es quien los realiza o lleva a cabo; además, ni el trabajador ni la maquinaria son en puridad un depósito de servicios que puedan concentrarse en el tiempo. Porque, como bien recalcó Georgescu-Roegen, "si un ingeniero nos dice que la habitación de un hotel durará probablemente mil días más, no podemos hacer felices ahora a mil turistas sin habitación" (Georgescu-Roegen, 1971, 292).

Con todo y con eso las nociones que estamos manejando dan pie a establecer algunas conexiones objetivas entre un sistema concreto y su funcionamiento, entre la máquina y sus servicios. Así, para el caso emblemático que acabamos de mencionar, la línea de producción que refleja este proceso reza:

(22) Máquina + Mantenimiento -----> Máquina vieja + Servicio

Si se quiere afinar el análisis hay que modelizar el caso de una nave industrial en estado estacionario con máquinas de todas las edades que se van reponiendo a medida que se van desechando las jubiladas. Junto a este catalizador -un conjunto de máquinas de edades bien definidas- tendríamos en el platillo izquierdo las tareas de mantenimiento y reposición, y en el derecho el surtido de servicios que esta colección de máquinas ha realizado (o hubiera podido realizar) durante el período de referencia.

Aplicando la misma lógica tendríamos para el caso de la fuerza de trabajo la siguiente estructura de transformaciones:

(23) PT + Mantenimiento y reposición -----> PT + FT

Esto es: la clase trabajadora (PT) con bienes y servicios para mantenimiento y reposición se conserva en el tiempo y es capaz de realizar un cúmulo de servicios laborales (FT) durante el lapso considerado.

19.- Llegados a este punto, cabe perfilar aún más el panorama, si se atiende a una legítima queja repetidamente manifestada por la economía feminista. Se trata de lo siguiente: en el argot académico se habla a menudo de "consumo", aun cuando en realidad nos las habemos con una "compra", pues parece indiscutible que no es lo mismo comprar unos zapatos que consumirlos. Pero más grave es todavía, si uno se toma los modelos al pie de la letra (lo que siempre es una labor aconsejable), que la mayoría de los "consumidores" que transitan por los manuales comen los filetes crudos, quizá con platos y cubiertos desechables, puesto que no asoma por ningún lado el trabajo doméstico no asalariado.

No es ahora el momento de ahondar en estas cuestiones. Pero acaso sea útil apuntar algunas ideas que parecen merecedoras de reflexión ulterior. El caso es que tanto el consumo como la restauración de la clase trabajadora está mediada por una gran cantidad de trabajo doméstico (en general, a cargo de mujeres), de manera que no puede hablarse en rigor del "consumo necesario" de los trabajadores (o de su "explotación") sin esclarecer la red de relaciones jerárquicas

y de dependencias económicas que se fraguan en el ámbito familiar (o unidad de convivencia).

Ahora bien, cabe establecer unas pautas analíticas que pongan de manifiesto varias cosas: a) En todo caso el sujeto explotado sería propiamente la familia (evidentemente en el seno de ésta se han dado históricamente diversos tipos de mutualismo y parasitismo, y no han sido raros los casos de subordinación política combinada con parasitismo económico). b) La familia requiere para su mantenimiento y reproducción recursos procedentes de los ámbitos productivos (mercantiles o no) junto con trabajo doméstico; pero el peso relativo de cada una de estas dos fuentes no sigue ninguna regla sencilla y depende de muchísimas circunstancias. c) La familia genera (y regenera) servicios domésticos y fuerza de trabajo, también en proporciones variopintas, y mediante el uso de estas capacidades obtiene bienes materiales y logra -con el auxilio del trabajo doméstico- una producción doméstica que mantiene en forma a la unidad familiar y le suministra bienestar.

Por consiguiente, en términos un tanto toscos, la cadena de "líneas de producción" pertinentes de cara al mantenimiento y reproducción de una unidad familiar, que va envejeciendo y desgastándose con cada ciclo, podría expresarse así. En el primer eslabón tendríamos la unidad familiar, bienes salariales y trabajo doméstico; luego, los bienes salariales en combinación con el trabajo doméstico se convierten en producción doméstica; a continuación, el consumo de ésta revitaliza a los individuos y recarga la capacidad de trabajo de la familia (es decir, fuerza de trabajo y capacidad de trabajo doméstica); finalmente, las antedichas capacidades se materializan en el ámbito productivo y en el ámbito familiar: entonces la unidad familiar vuelve a disponer de bienes salariales y de trabajo doméstico, con lo que regresamos a la situación definida en el primer eslabón de esta cadena reproductiva.

20.- Vamos a examinar a continuación algunos indicadores de carácter local o específico. Primero resumiremos algunos resultados que fueron expuestos con esmero en nuestro libro *Teoría económica de los bienes autorreproducibles* (Barceló & Sánchez, 1988); a continuación presentaremos otros nuevos, aún inéditos.

La concepción intuitiva que opera como trasfondo de la argumentación es la siguiente. Los actuales sistemas económicos (si es que hay más de uno) están compuestos por una enorme cantidad de procesos productivos y distributivos que involucran a millones de mercancías singulares y a millones de sujetos. Hay complejas interconexiones entre todos esos elementos. Pero la razonable asunción de una interdependencia generalizada no implica afirmar que todos los vínculos son del mismo calibre. Por lo tanto ha de ser posible, al menos en principio, detectar relaciones privilegiadas entre algunos elementos particulares. En especial cabe esperar que las condiciones reproductivas desempeñen un papel primordial como eje vertebrador de las propiedades económicas, de modo que merecen ser analizadas y cuantificadas.

Los conceptos básicos que vamos a presentar son dos: las "tasas específicas de excedente" (que se refieren a un pequeño subconjunto de bienes, los autorreproducibles) y los "coeficientes netos de reproducción" que se predicen de todos los bienes básicos de una economía.

21.- La idea sobre la que ahora se quiere llamar la atención es la siguiente. Algunos bienes económicos son "no producibles" (petróleo); pero la mayoría son "producibles". Gran cantidad de los bienes producibles son también "reproducibles" (aunque no todos. Ejemplo: las antigüedades) como los periódicos, los paraguas o los televisores. Y un pequeño grupo (pequeño en número, pero no en importancia estratégica) está constituido por los bienes "autorreproducibles", o sea, capaces de reproducirse a sí mismos. Ejemplos obvios de este subgrupo son los animales y plantas cuyo proceso de maduración y reproducción se encuentra ahora bajo control humano, aunque en su origen fueran recursos naturales. (Conviene puntualizar, no obstante, que también pertenecerían a ese género unos hipotéticos "robots de von Neumann", es decir, capaces de construir réplicas o duplicados de sí mismos). Pues bien, el asunto estriba en que la capacidad reproductiva de tales bienes puede cuantificarse. En concreto, su tasa de reproducción puede concebirse como una variable biotecnológica. Y por añadidura, aunque no sea una constante atemporal, sino todo lo contrario, parece lícito considerarla como un parámetro para un período histórico determinado. Llamaremos a esa magnitud "tasa específica de excedente" y la definiremos (en una primera aproximación al tema) como

$$(24) \quad \tau(A) = (\text{cosecha de } A - \text{siembra de } A) / \text{siembra de } A$$

22.- Conviene dejar anotado, en este orden de ideas, que en general, en el campo de la historia agraria, se ha dado realce y se ha utilizado profusamente un indicador que es de hecho idéntico a nuestra tau (a saber, la razón Cosecha / Siembra, que es igual a  $\tau$  más uno) (cf. Slicher van Bath, 1959, Apéndice, Tablas 2 y 3).

Por consiguiente, parece un tanto anómalo que algunos autores "modernos" ignoren por completo esos indicadores, que gozan de un alto grado de objetividad, de precisión y de robustez estructural. Resulta pues sorprendente, y hasta enigmático, comprobar que en un artículo antológico sobre "Productivity growth in grain production in the United States 1840-60 and 1900-1919" de W. N. Parker y J. L. Klein ni se mencione esta magnitud, mientras que hay múltiples referencias acerca de la productividad por unidad de superficie y la productividad por unidad de trabajo, a pesar de que éstos parecen estar ligados a causas menos esenciales y tener valores numéricos más volubles (Cf. Temin, 1984, 97-128).

23.- La caracterización de tau anotada más arriba puede relajarse a fin de ampliar sus dominios en varias direcciones. Una primera vía consiste en abordar el caso de los bienes multiperiódicos (almendros u ovejas, por ejemplo).



Si se adopta el punto de vista de que "una gallina es simplemente el procedimiento que utiliza un huevo para hacer otro huevo", los procesos autorreproductivos son representables mediante una sucesión de flujos cuantificados y fechados, con lo que se obtiene un perfil reproductivo estándar de la especie o variedad considerada. Bajo este formato los procesos autorreproductivos multiperiódicos que pretendemos modelizar pasan a tener la misma estructura formal que las operaciones financieras de devolución de préstamos con plazos y pagos irregulares. De ahí que a cada proceso de esta clase se le puede asociar una magnitud,  $\tau$ , formalmente análoga a la tasa interna de rentabilidad. Su valor numérico, por lo tanto, podrá determinarse según la bien conocida fórmula financiera:

$$(25) \quad 1 = \sum_{t=1}^n \frac{q_t}{(1 + \tau)^t}$$

Averiguado el valor de tau, es fácil construir una pirámide de población ideal (de vacas, de ovejas, de almendros, de avellanos) cuya estructura se mantenga intacta a lo largo del tiempo lógico y genere en cada período un excedente homotético. Esta "pirámide balanceada" se comporta entonces (como un todo) del mismo modo que los bienes uniperiódicos.

Hay que reconocer, sin embargo, que tal extensión entraña una considerable mengua de capacidad operativa, pues ocurre que con esa ampliación a los bienes que operan como capital fijo ya no manejamos artículos claramente tipificados, sino agregados potenciales, esto es, poblaciones estructuradas idealmente.

No obstante vale reiterar que puede determinarse de forma objetiva el valor numérico que en cada marco espaciotemporal toma este parámetro. Ciertamente que no se trata de constantes transhistóricas, pues estos indicadores no son de verdad coeficientes "biológicos", sino más bien "bioeconómicos" o "biotecnológicos", dado que no es un problema genuino de agronomía saber cuándo conviene arrancar un viejo olivo o enviar a la cazuela a la gallina ponedora con fecundidad menguante.

24.- En los párrafos precedentes hemos presentado el concepto de "tasa específica de excedente", noción que nos ha permitido mostrar cómo se puede cuantificar con precisión y rigor la capacidad autorreproductiva de ciertos bienes en contextos determinados. Vale subrayar, por lo demás, que si bien el dominio de referentes más obvio está formado por los bienes autorreproducibles uniperiódicos, tales como los cereales y las leguminosas, también resulta predicable de los bienes multiperiódicos. Esta ampliación de su ámbito hace que nuestra magnitud sea equiparable, en términos formales, a la tasa de interés implícita en una secuencia de operaciones financieras. Puede pues encontrarse por métodos y algoritmos bien conocidos en aritmética mercantil.

En las siguientes secciones vamos a mostrar cómo puede representarse la matriz de outputs de una economía en función de dichos parámetros. Al menos en los casos de sistemas de producción simple de la familia de Leontief y Sraffa.

25.- Empezamos con los datos técnicos modelizables en términos de la transformación de una matriz de inputs en matriz de outputs. Partimos de datos medidos en unidades cualesquiera y suponemos que la matriz de outputs es diagonal, esto es, contemplamos una situación hipotética de producción simple, o sea, sin producción conjunta. Tenemos así, si vale la expresión, la "fotografía" de un ciclo supuestamente representativo de la trayectoria real o virtual de un sistema económico:

$$(26) \quad A^* \text{ -----} \rightarrow B^*$$

o, lo que representa exactamente lo mismo:

$$(27) \quad [a^*_{ij}] \text{ -----} \rightarrow [b^*_{ii}]$$

Suponemos que el salario efectivo se ha metamorfoseado en salario real y que se halla ya incorporado en la matriz de inputs. También se sobrentiende que estas matrices reflejan la "estructura" de la economía, lo que equivale a decir que, dentro de ciertos márgenes, es lícito suponer que se dan rendimientos constantes a escala. Luego puedo multiplicar cada línea de producción  $j$  por cualquier escalar arbitrario (pero razonable)  $q_j$ . Así que en general tendremos:

$$(28) \quad A^* \cdot Q \text{ -----} \rightarrow B^* \cdot Q$$

[siendo  $Q$  una matriz diagonal cuyos componentes son escalares que representan unas intensidades de producción arbitrarias  $q_j$ ]

Nuestro objetivo es encontrar una  $Q_\tau$  tal que la matriz de outputs transformada se exprese en términos de las  $\tau$  de los bienes autorreproducibles del sistema económico. El resultado que vamos a encontrar es el siguiente:

$$(29) \quad B^* \cdot Q_\tau = [1 + \tau_i] = I + [\tau_i]$$

[donde todos los miembros son matrices diagonales e  $I$  simboliza la matriz identidad]

El conjunto de multiplicadores que estamos buscando, ( $q_{\tau 1}$ , ...,  $q_{\tau m}$ ), se obtiene muy fácilmente. Si  $a^*_{ii} \neq 0$ , entonces  $q_{\tau i} = 1/a^*_{ii}$ . Si  $a^*_{ii} = 0$ , entonces  $q_{\tau i} = 1/b^*_{ii}$ .

Bajo la primera eventualidad tenemos que  $q_{\tau i} \cdot b^*_{ii} = 1 + \tau_i$ . Si se da la segunda eventualidad tenemos que  $q_{\tau i} \cdot b^*_{ii} = 1$ , y asumiremos la convención de imputar al bien no autorreproducible  $i$  una  $\tau_i$  imaginaria de valor 0.

26.- Nótese que si ningún bien fuera autorreproducible iríamos a parar simplemente a la forma normalizada estándar con

el output representado por la matriz unidad. En el otro extremo, si todos los bienes fueran autorreproducibles, tendríamos una matriz de outputs desglosada en la matriz unidad más otra matriz diagonal con todas las tasas específicas de excedente reveladas de manera absolutamente explícita. En el *Apéndice 1* se presenta un ejemplo numérico que ilustra este argumento.

27.- Vamos a proponer a continuación una nueva (hasta donde he podido averiguar) medida de la "reproducibilidad" de los bienes económicos. Apoyándonos en la noción de subsistemas, que ya presentamos más arriba, construiremos un sistema virtual formado por un determinado conglomerado o paquete de bienes básicos que, en combinación con una unidad del bien que se pretende examinar, generen exactamente el conglomerado de partida más  $\beta$  unidades del bien básico (o bien no básico autorreproductivo) sobre el que estamos fijando la atención. Así que el valor numérico de cada "*coeficiente de reproducción verdaderamente neto*" dependerá tanto del bien particular sujeto a escrutinio, como de la red de interdependencias cuantitativas de la economía en su conjunto. En principio, pues, cada bien básico tendrá su peculiar coeficiente de reproducción neto, que irá cambiando a medida que la economía de referencia vaya experimentando alteraciones varias.

28.- La idea no es pues misteriosa. Se trata de otro desarrollo en la línea de trabajo que parte de considerar que las condiciones reproductivas suministran importantes pistas para iluminar los fenómenos económicos. E insistimos, sobre todo, en que también este constructo teórico se apoya sobre datos objetivos.

La propuesta fundamental de la presente sección dice:

(30)  $1 \text{ "k" + "catalizador" } \text{---->} \beta \text{ "k" + "catalizador"}$

Evidentemente el "catalizador" ha de tener idéntico contenido en las dos vertientes del proceso, entrada y salida. En cuanto al bien "k" que se toma como base de referencia puede ser simple o compuesto. Si es compuesto, sus entradas y salidas han de ser representables por vectores homotéticos, de manera que haya la misma estructura a ambos lados del proceso transformador. Aparte del bien "k", el catalizador contiene todos los restantes elementos materiales que participan en el proceso, ya sea de forma directa o indirecta: luego contiene todos los bienes básicos. Supondremos que entre estos elementos están contabilizados los salarios reales (en términos físicos) que ocupan la plaza de las cantidades de trabajo. Por eso hablamos de "*verdaderamente neto*", porque se toman en cuenta todos los factores propiamente dichos. A fin de hallar el catalizador buscado hay que imponer las condiciones formales pertinentes al sistema de ecuaciones básico de la economía que se quiere estudiar; luego se opera de forma similar a como se trabaja con un modelo abierto de Leontief.

29.- Pero antes de proseguir con la idea y la propuesta quizá convenga realizar un ejercicio elemental que ilustre el objetivo buscado y marque la ruta recomendada.

Sea un sistema bajo el formato de líneas de producción con los siguientes valores numéricos

$$\begin{array}{rcll} a + b + c & \text{-----}& \rightarrow & 8a \\ 4a + b + c & \text{-----}& \rightarrow & 6b \\ a + b + 2c & \text{-----}& \rightarrow & 4c \\ a + b + & 5d\text{-----}& \rightarrow & 8d \end{array}$$

Es claro que "a", "b" y "c" son "bienes básicos" -según la terminología y caracterización de Sraffa- mientras que "d" es un "bien no básico" autorreproducible. Tomando "a" como numerario [ $p(a) = 1$ ], se comprueba en seguida que los precios teóricos y la tasa de beneficios asociados a esos datos son:  $p(b) = 2$ ,  $p(c) = 3$ ,  $p(d) = 3$ ,  $r = 1/3$ .

Por otra parte la tasa de reproducción peculiar de cada uno de los bienes presentes en esa economía constituye una variable biotecnológica a la que hemos bautizado como "tasa específica de excedente".

Según la definición propuesta más arriba tenemos que, para este ejemplo numérico:

$$\tau_A = 7; \tau_B = 5; \tau_C = 1; \tau_D = 3/5.$$

Nuestro objetivo consiste ahora en obtener a partir de los datos de partida cuatro subsistemas (uno para cada bien básico y otro para el bien no básico autorreproducible) que tengan la siguiente estructura:

Subsistema j:

$$(31) \quad \text{Input (SJ) + 1 j} \text{-----} \rightarrow \text{Input (SJ) + } \beta(j) \text{ j}$$

Es decir, el output del sistema hipotético obtenido por manipulación de la representación formal del sistema efectivo repone exactamente los inputs de partida y multiplica por  $\beta(j)$  la unidad de j que había entre los inputs. Utilizando una analogía con las transformaciones químicas, el proceso económico virtual muestra como una unidad de j más un catalizador genera  $\beta$  unidades de j y devuelve el catalizador íntegro.

$\beta(j)$  es nuestra incógnita, el "coeficiente de reproducción verdaderamente neto". Para construir el subsistema j que nos permitirá hallar el valor de este parámetro, multiplicamos cada línea de producción por un escalar desconocido  $q_k$ , ( $k = 1, \dots, n$ ), e imponemos las condiciones estipuladas, con vistas a determinar los valores de las incógnitas auxiliares.

En concreto, para el primer subsistema tendremos [IT = inputs totales; OT = outputs totales]:

$$\begin{array}{l} \text{IT (a)} = 1 \\ \text{OT (b)} - \text{IT (b)} = 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} OT(c) - IT(c) &= 0 \\ OT(d) - IT(d) &= 0 \end{aligned}$$

Es obvio que para que se cumpla la cuarta condición el multiplicador  $q_4$  ha de ser igual a 0, a causa del carácter no básico de "d". Conque vamos a parar al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} q_1 + 4q_2 + q_3 &= 1 \\ 6q_2 - (q_1 + q_2 + q_3) &= 0 \\ 4q_3 - (q_1 + q_2 + 2q_3) &= 0 \end{aligned}$$

La solución de este sistema es:

$$q_1 = 1/3; q_2 = 1/9; q_3 = 2/9.$$

Así que el valor buscado de  $\beta(a)$  es igual a  $8/3$ .

Con la misma secuencia de razonamientos y cálculos se obtiene el vector de intensidades correspondiente al subsistema B. La solución es:

$$q_1 = 3/11; q_2 = 13/33; q_3 = 1/3.$$

Así que el valor buscado de  $\beta(b)$  es igual a  $26/11$ .

Para el subsistema C tenemos:

$$q_1 = 9/79; q_2 = 8/79; q_3 = 31/79.$$

Así que el valor buscado de  $\beta(c)$  es igual a  $124/79$ .

Y para el subsistema correspondiente al bien no básico y autorreproducible "d" tendrá que cumplirse:

$$\begin{aligned} 8q_1 - (q_1 + 4q_2 + q_3 + q_4) &= 0 \\ 6q_2 - (q_1 + q_2 + q_3) &= 0 \\ 4q_3 - (q_1 + q_2 + 2q_3) &= 0 \\ q_4 &= 1/5 \end{aligned}$$

Resolviendo este cuarto sistema obtenemos los valores:

$$q_1 = 2/25; q_2 = 16/225; q_3 = 17/225; q_4 = 1/5.$$

Adviértase que en este caso los multiplicadores no desempeñan más papel que el de mostrar la existencia del subsistema D. Pero el valor de  $\beta(d)$  es independiente de dichos multiplicadores y coincide con  $1 + \tau_D = 8/5$ .

30.- Una interpretación realista de las construcciones hipotéticas que estamos montando a partir de un modelo formal (que supuestamente refleja las interdependencias estructurales de una economía efectiva o potencial que constituye nuestra base de referencia) es la siguiente.

Manipulamos las ecuaciones de modo que toda la potencia expansiva de la economía se concentre en el bien j, con lo cual

averiguamos en cuánta cantidad de  $j$  se convertiría la unidad inicial de  $j$ . De esa forma obtenemos una medida precisa de la capacidad de reproducción verdaderamente neta de dicho bien en el contexto de partida. A ese parámetro que sintetiza los rasgos combinados de la economía en bloque y del bien particular  $j$  lo venimos simbolizando como  $\beta(j)$ .

Cabe interpretar, pues, a este parámetro como el indicador de la capacidad de expansión máxima de un bien por período cuando se pretende conservar un patrimonio que opera como catalizador en un amplio conjunto de procesos encadenados.

31.- A estas alturas de la argumentación tal vez sea oportuno trazar algún paralelismo con el modelo de von Neumann. Esta famosa construcción teórica contempla una situación en la que todos los bienes se expanden al mismo ritmo, mientras que aquí -por así decirlo- toda la capacidad de crecimiento se concentra en un solo elemento, y se respetan escrupulosamente los requerimientos reproductivos de estado estacionario (o reproducción simple) para los restantes bienes.

De todo lo dicho se desprende como regla general la siguiente cadena de desigualdades entre el "coeficiente de expansión de von Neumann"  $[\alpha]$ , el "coeficiente de reproducción verdaderamente neto"  $[\beta_j]$  y el "coeficiente específico de excedente"  $[1 + \tau_j]$ :

$$(32) \quad \alpha < \beta_j \leq 1 + \tau_j$$

para todo  $j$ .

Fácilmente se constata que  $\beta(j)$  es siempre inferior o igual a  $1 + \tau(j)$ . Para un bien no básico autorreproducible,  $h$ , coinciden  $\beta(h)$  y  $[1 + \tau(h)]$ .

Nótese que para los bienes no autorreproducibles el parámetro  $\tau$  no está definido. Al intentar aplicar la regla operacional para fijar su valor (producto neto de  $J$  / input de  $J$ ), topamos con una indeterminación, puesto que el denominador es cero. El escollo queda sorteado si estipulamos la convención de atribuir a  $\tau_k$  el valor  $\infty$ . De ese modo la cadena de inecuaciones alcanza plena generalidad.

32.- Los planteamientos que acabamos de exponer se hallan próximos a las posturas sostenidas por Landesmann & Scazzieri, pero al mismo tiempo refutan, a nuestro entender, la validez de su tesis de radical desconexión entre el plano económico global y los coeficientes biotécnicos particulares:

"The essential features of net product formation within a circular economy are related to the physical interdependence among production processes, and may be highlighted by considering a 'uniform net output rate economy', in which the differences among sectorial net output rates have been eliminated, and a clear linkage is established between material producibility and the maximum feasible expansion rate of the

over-all economy. (Sectorial *physical* net output rates of steel, corn, etc. may not be unambiguously associated with the expansion potential of the economic system; on the other hand, the 'uniform net output rate economy' that may be associated with a certain technology in use makes it possible, by von Neumann's theorem, to identify the maximum feasible growth rate compatible with any given set of interdependent production processes.)" (Landesmann & Scazzieri, 1993, p. 221).

En verdad, por el contrario, la cadena de desigualdades presentada en el anterior párrafo muestra que pueden establecerse conexiones no ambiguas entre el coeficiente de expansión global (o de von Neumann) y los coeficientes particulares de cada uno de los bienes básicos. Y no parece intrascendente revelar unas magnitudes cuyos valores acotan y constriñen la capacidad de crecimiento de la economía en su conjunto.

De hecho, si pudiéramos conocer (y por tanto ordenar) los valores numéricos de dichos coeficientes para todos los bienes básicos de una economía, dispondríamos ipso facto de una lista de los estranguladores o cuellos de botella aparentemente decisivos para la reproducción global. Sería fácil bajo estos supuestos dedicar un esfuerzo especial de investigación y desarrollo en las direcciones definidas por estos bloqueadores. Sin duda la señal emanada de un bajo coeficiente de reproducción neta tal vez sea engañosa, dado que estos valores numéricos pueden ser en realidad valores reflejos, no robustos, o poco significativos (si existen, pongamos por caso, bienes sustitutivos). Pero iluminan el terreno, ayudan a detectar problemas y permiten seleccionar las líneas de avance más prometedoras.

33.- Asimismo merece subrayarse una característica sobresaliente por lo que hace al dominio de aplicabilidad de esta magnitud. Nótese, en efecto, que las "tasas específicas de excedente" sólo se predicen propiamente de los bienes autorreproducibles (tanto si se reproducen en un solo período o durante muchos períodos), y tales bienes, no obstante su importancia estratégica, representan una proporción muy pequeña del mundo de las mercancías. En cambio, los "coeficientes netos de reproducción" se predicen de todos los bienes básicos sin excepción. Ahora bien, en contrapartida, hay que advertir que para obtener esos coeficientes es indispensable un conocimiento completo de la urdimbre del sistema económico, mientras que para medir las tasas específicas hace falta una información escueta y muy fácil de conseguir. Por añadidura, parece razonable opinar que las tasas específicas de excedente poseen un carácter más robusto que los coeficientes netos recién presentados.

## **APENDICE I**

*Tasas específicas de excedente y matriz de outputs*

(Tomado, con leves retoques, de Barceló & Sánchez, 1993)

He aquí un escueto ejemplo aritmético que muestra como representar la matriz de outputs en función de las tasas específicas de excedente.

Sea un sistema bajo el formato de líneas de producción con los siguientes valores numéricos (tomados de Sraffa, 1960, 19).

90 F + 120 C + 60 T -----> 180 F  
50 F + 125 C + 150 T -----> 450 C  
40 F + 40 C + 200 T -----> 480 T

Nuestro objetivo consiste en expresar la matriz de outputs a base de las "tasas específicas de excedente" de todos los bienes. Para lograrlo multiplicamos la primera línea por  $1/a_{11}$ , es decir, por  $1/90$ ; la segunda línea por  $1/125$ ; la tercera línea por  $1/200$ . Estos coeficientes que acabamos de obtener son los elementos de la matriz de inputs transformada, es decir:

$$A^* \cdot Q_t$$

Y por lo que se refiere a la matriz de outputs transformada, estas operaciones desembocan en la formulación compacta que hemos enunciado en la sección 24, esto es:

$$B^* \cdot Q_t = [1 + \tau_i] = I + [\tau_i]$$

En concreto, por tanto, los elementos de la matriz diagonal que andamos buscando,  $[\tau_i]$ , dan: 1,  $13/5$ ,  $7/5$ , que son -claro está- los valores de las "tasas específicas de excedente" de F, C y T, respectivamente.

## APENDICE II

### *Pasinetti y los bienes autorreproducibles*

(Versión revisada y ampliada de Barceló, 1988)

En su excelente obra *Structural Change and Economic Growth* (1981, cito por versión castellana, 1985) Pasinetti, al estudiar los rasgos "naturales" de un sistema económico en crecimiento, niega de plano toda pertinencia económica a las propiedades específicas de los bienes. Expone sus razones con las siguientes frases:

"La productividad física de las mercancías simplemente es una parte de sus propiedades técnicas o biológicas, que para el hombre son un dato. Lo que es relevante para los fines económicos (...) es la cantidad de actividad humana que se requiere, ya sea directa o indirectamente para que funcione un proceso técnico o biológico" (139).



Poco después reafirma este punto de vista radical:

"económicamente relevante es sólo y exclusivamente la productividad del trabajo" (139).

Insiste luego en que para la determinación de la "tasa natural /sic/ de beneficio" es exclusivamente el trabajo hiperindirecto lo que cuenta. Pasinetti cree que ello se sigue "lógica e inevitablemente del propio enfoque de la realidad económica adoptado en la presente obra. El trabajo emerge de la lógica misma del presente análisis como el único factor último de la producción" (140). En nota a pie de página puntualiza que "La productividad física [de los bienes autorreproducibles, de los conejos, por ejemplo,] es una propiedad biológica que, junto con todas las demás propiedades técnicas establece restricciones. (...) Pero ... establecer una restricción es algo muy diferente a determinar una magnitud económica" (140).

En mi opinión, estas consideraciones, sin ser del todo incorrectas, resultan teóricamente empobrecedoras. En realidad, no se derivan del "enfoque" adoptado, sino de los "supuestos" asumidos, los cuales contemplan una economía basada en la pura recolección con actividades artesanales subsiguientes, pero sin agricultura ni ganadería. Sólo así el trabajo aparecería como "único factor último de la producción". Ahora bien, es patente que un esquema teórico que oscurezca o elimine tales condicionamientos ha de ser reputado como no plenamente satisfactorio, a poco que uno atienda al marco ecológico en el que operan las sociedades humanas, así como a elementales consideraciones históricas sobre los decisivos cambios iniciados con la "revolución neolítica".

Es cierto desde luego que, mediante operaciones lógicas, se puede llevar a cabo un proceso conceptual de "reducción a trabajo fechado" de las mercancías reproducibles (aunque no con el carbón o el petróleo) de modo que el "residuo" material se hace tan pequeño como se quiera en términos cuantitativos; pero no se desvanece cualitativamente. De ahí que sea un error, a mi entender, oponer propiedades biológicas a propiedades económicas, cuando lo que debemos intentar es conjugarlas a través de esquemas explicativos profundos.

Digamos de pasada, para rizar el rizo, que -si se contemplan los hechos con atención- ni siquiera en economías de recolección y de caza sería de recibo sostener que el trabajo es el único factor último de la producción, según hemos argumentado someramente en las secciones 18 y 19. Más aún, incluso si se incluyeran dentro de la categoría trabajo también los quehaceres domésticos y los servicios de cuidados, el cuadro no estaría completo, puesto que no puede obviarse el ciclo de la reproducción humana y sus requerimientos históricos.

Pero prosigamos con el análisis de Pasinetti. Para remachar su postura propone luego el siguiente ejemplo ilustrativo (que modifiqué ligeramente para la comparación ulterior):

"El hecho, por ejemplo, de que una máquina A pueda producir 10 unidades de la mercancía *a* por día y que la máquina B pueda producir 100 unidades de la mercancía *b* por día es una característica técnica. Para fines de formación de precios lo que importa es la cantidad de actividad humana que se ha utilizado ya y la que se va a utilizar en ello. Si las dos máquinas se han hecho a partir de los mismos inputs y se manejan con la misma cantidad de trabajo, el valor de su producto diario -por diferente que pueda ser su productividad física- será el mismo. El precio de *b* será 1/10 del precio de *a*" (139).

Ahora bien, para que este argumento sea riguroso hay que suponer también que las dos "máquinas" tienen igual duración e idéntico valor residual, añadidos que caen por su propio peso; de forma que este error por omisión puede ser juzgado como un lapsus sin ninguna trascendencia.

Expresemos en términos semiformalizados estas ideas (S = "servicio de"; L = "trabajo"; I = "inputs"; ----> = "se transforman en"):

$$S(A) + L_a \text{ ----> } 10 a$$

$$S(B) + L_b \text{ ----> } 100 b$$

$$I_A + L_A \text{ ----> } A$$

$$I_B + L_B \text{ ----> } B$$

Si suponemos que  $I_A = I_B$  y  $L_A = L_B$  se sigue que, desde el punto de vista de la producción, A y B son "hermanos gemelos" y que la relación valorativa normal será  $V(A) = V(B)$ , esto es, el valor teórico de A y B coinciden. Pero para que coincidan también los valores de los respectivos servicios es necesario que ambas "máquinas" "contengan" la misma cantidad de servicios potenciales (y con la misma periodicidad) y que el valor residual de las máquinas sea idéntico. Añadiendo la suposición de que  $L_a = L_b$ , se sigue del conjunto de premisas que  $V(a) = V(10 b)$ .

Construyamos ahora un ejemplo paralelo con bienes autorreproducibles C y D, que tienen el mismo período de maduración y que operan como capital circulante. Expresemos los procesos bajo el formato de líneas de producción:

$$C + L_C \text{ ----> } 10 C$$

$$D + L_D \text{ ----> } 100 D$$

Si suponemos que  $L_C = L_D$  ó  $V(L_C) = V(L_D)$ , se sigue que (dejando a un lado la eventual incidencia de otras variables distributivas)

$$9 p_C = 99 p_D$$

o sea,  $V(C) = V(11 D)$ , o bien

$$p_D = 1/11 p_C$$

La ligera discrepancia en los resultados obtenidos no delata contradicción, sino que se deriva de la pequeña diferencia entre los respectivos supuestos que se han manejado. Pasinetti, en su ejemplo, supone conocidas las cantidades de trabajo indirecto cristalizadas en un bien. Nosotros consideramos que, aunque cognoscibles, a menudo requieren la sumación de una larga serie (infinita, en términos lógicos). Por lo tanto, siempre que sea posible, parece mejor operar sobre datos observables. Nuestro planteamiento analítico tiene además la virtud de poner de relieve el impacto de las tasas específicas de excedente sobre los precios relativos. Adviértase encima la dispar cantidad de información requerida para procesar el primer ejemplo y el segundo.

Recuérdese, por otro lado, que la capacidad reproductiva que tomamos en cuenta (lo que hemos llamado "tasas específicas de excedente") no es una propiedad biológica, sino un conglomerado biotecnoeconómico: el espantapájaros también cuenta, y un campesino no está obligado a esperar el agotamiento reproductivo de una coneja para desprenderse de ella. Ya hemos subrayado anteriormente que dichas tasas no son "constantes" transhistóricas, sino magnitudes cambiantes; pero, aunque varían a lo largo del tiempo histórico, es claro que sus valores numéricos poseen una notable estabilidad estructural. Por tanto es legítimo considerar estos valores como "parámetros" representativos de una economía durante períodos más o menos dilatados, y merecen asimismo ser tratadas esas magnitudes como "variables independientes" en el seno de la relación funcional que las vincula con un cociente de precios ("variable dependiente") (cf. Barceló, 1990).

Por otra parte, el trabajo es sin duda el input más destacado, pero pueden muy bien concebirse situaciones en las que predominen otros "factores". De ahí que conceder una patente de exclusiva a la "productividad del trabajo" e imputar el carácter de "dato" al resto de condicionamientos (muchos de los cuales han sido modelados por una larga trayectoria de interacciones complejas) no parece una buena estrategia científica, máxime si uno es consciente de que la "productividad del trabajo" es un atributo sistémico, contextual y de muy difícil cuantificación rigurosa; además, entra en quiebra cuando la economía de referencia hace uso destructivo de recursos naturales no reproducibles. Por añadidura, para que el análisis sea completo y satisfactorio tendría que darse cabida asimismo a las diferentes actividades domésticas, que son ineludibles para que los bebés lleguen a convertirse algún día en trabajadores.

### **Referencias bibliográficas**

Baranzini, M.; Harcourt, G. C. (eds.) (1993): *The Dynamics of the Wealth of Nations. Growth, Distribution, and Structural Change. Essays in Honour of Luigi Pasinetti*. London: Macmillan.

Barceló, A. (1981): *Reproducción económica y modos de*

*producción*. Barcelona, Serbal.

Barceló, A. (1988): "Pasinetti y los bienes autorreproducibles". *Cuadernos de economía*. Vol. 16, 161-164.

Barceló, A. (1990): "Are there economic laws?", in P. Weingartner & G. J. W. Dorn, *Studies on Mario Bunge's Treatise*. Amsterdam, Rodopi, 379-396.

Barceló, A.; Sánchez, J. (1988): *Teoría económica de los bienes autorreproducibles*. Barcelona, Oikos-tau.

Barceló, A.; Sánchez, J. (1993): "Tasas específicas de excedente y matriz de outputs". *Cuadernos de economía*, vol 21, 39-42.

Georgescu-Roegen, N. (1971): *La Ley de la Entropía y el proceso económico*. Madrid, Argenteria, 1996.

Kurz, H. D.; Salvadori, N. (1995): *Theory of Production. A Long-period Analysis*. Cambridge, Cambridge University Press.

Landesmann, M. A.; Scazzieri, R. (1993): "Commodity Flows and Productive Subsystems: An Essay in the Analysis of Structural Change", in Baranzini & Harcourt, 1993, 209-245.

Leontief, W. W. (1947): "Introduction to a theory of the internal structure of functional relationships". *Econometrica*, 15, 361-373.

Morishima, M. (1973): *Teoría económica de la sociedad moderna*. Barcelona, Bosch, 1981.

Pasinetti, L. L. (1981): *Structural Change and Economic Growth*. Cambridge, Cambridge University Press.

Slicher van Bath, B. H. (1959): *Historia Agraria de Europa Occidental (500-1850)*. Barcelona, Península, 1974.

Sraffa, P. (1960): *Production of Commodities by Means of Commodities*. Cambridge, Cambridge University Press.

Temin, P. (Comp.) (1973): *La nueva historia económica. Lecturas seleccionadas*. Madrid, Alianza, 1984.