

**DOCUMENTS DE TREBALL**  
**DE LA DIVISIÓ DE CIÈNCIES JURÍDIQUES**  
**ECONÒMIQUES I SOCIALS**

*Col.lecció d'Economia*

**TRIMESTRALIZACIÓN Y CONCILIACIÓN DE**  
**MAGNITUDES ECONÓMICAS: UNA AMPLIACIÓN DEL**  
**MÉTODO DE CHOW-LIN**

Ernest Pons Fanals

Jordi Pons Novell

Jordi Suriñach i Caralt

**Adreça correspondència:**

Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola  
Grup de Recerca de Qualitat "Anàlisi Quantitativa Regional"  
Facultat d'Econòmiques - Universitat de Barcelona  
Avda. Diagonal, 690 - 08034 Barcelona  
Email: [epons@riscd2.eco.ub.es](mailto:epons@riscd2.eco.ub.es)

**Recepció document:** Maig 1997

\* Este trabajo se enmarca dentro del convenio de colaboración entre el *Grup d'Anàlisi Quantitativa Regional* de la Universidad de Barcelona y el *Institut d'Estadística de Catalunya*.

\* Los autores agradecen los comentarios y sugerencias formulados por un evaluador anónimo.

## **RESUM**

Una de les eines estadístiques més importants per al seguiment i anàlisi de l'evolució de l'activitat econòmica en el curt termini és la disponibilitat d'estimacions de l'evolució trimestral de les components del PIB, tant pel costat de l'oferta com pel costat de la demanda. La necessitat de disposar d'aquesta informació amb un retard temporal reduït fa imprescindible la utilització de mètodes de trimestralització que permetin desagregar la informació anual a trimestral.

El mètode més aplicat, ja que permet resoldre aquest problema de manera molt elegant sota un enfocament estadístic d'estimador òptim, és el mètode de Chow-Lin. Però aquest mètode no garanteix que les estimacions trimestrals del PIB pel costat de l'oferta i de la demanda coincideixin, fent necessària l'aplicació posterior d'algun mètode de conciliació.

En aquest treball es desenvolupa una ampliació multivariant del mètode de Chow-Lin que permet resoldre el problema de l'estimació dels valors trimestrals de manera òptima subjecte a un conjunt de restriccions. Una de les aplicacions potencials d'aquest mètode, que hem anomenat mètode de Chow-Lin restringit, és precisament l'estimació conjunta de valors trimestrals per a cada una de les components del PIB tant pel costat de la demanda com pel costat de l'oferta condicionada a que ambdues estimacions trimestrals del PIB siguin iguals, evitant així la necessitat d'aplicar posteriorment mètodes de conciliació.

**PARAULES CLAU:** Trimestralització, estimació lineal òptima, mètode de Chow-Lin, comptabilitat nacional.

**CODIS JEL:** C22, E3

## **ABSTRACT**

One of the more important statistical tools for the monitoring and analysis of the economic activity evolution in the short term is the availability of estimations of the quarterly GDP components, whether the supply side or whether the demand side. The need for having this information with a short lag, makes it essential the use of quarterly distribution methods that allow distribute the annual information to quarter.

The more applied tool, due to the fact that it allows to solve this problem in a very graceful way under an statistic point of view of optimal estimator, is the Chow-Lin method. Nevertheless, this method do not guarantee the coincidence between the GDP quarterly estimations by the supply side and the demand side. This leads to the need of a conciliation method.

In this paper it is developed a multivariate extension of the Chow-Lin method that allows to solve the quarterly values estimation problem in an optimal way, subject to several restrictions. One of the potential applications of this method, that we have named the restricted Chow-Lin method, is the joint estimation of quarterly side, conditioned to the need that both GDP estimations have to be equal, avoiding the need of applying further conciliation methods.

**KEY WORDS:** Quarterly distribution, best linear unbiased estimation, Chow-Lin method, national accounts.

**JEL classification:** C22, E3

## **1. Introducción.**

Para todo análisis de coyuntura económica es fundamental disponer de información estadística que cumpla dos condiciones básicas: en primer lugar que se trate de información de alta frecuencia y, en segundo lugar, que el retraso entre el momento de su publicación y el instante temporal de referencia sea reducido.

Es indudable que uno de los aspectos que más interés genera en el análisis económico en el corto plazo es la evolución del PIB y sus componentes. Dado que la información que contiene la Contabilidad Nacional (CN) no cumple ninguno de los dos requisitos señalados (ya que se trata de información de carácter anual publicada con un importante retraso debido a las dificultades de su elaboración) es imprescindible disponer de una estimación de la evolución, trimestre a trimestre, de las diferentes componentes del Producto Interior Bruto (PIB), en otras palabras, es necesario contar con una estimación de la Contabilidad Nacional Trimestral (CNTR).

Esta información de carácter trimestral puede obtenerse por dos vías bien distintas. La primera posibilidad es a través de procedimientos de estimación directa, utilizando los mismos instrumentos estadísticos que permiten la estimación de las magnitudes anuales de la CN, pero dicha opción supone un coste importante y un retardo significativo en la publicación de dichas estimaciones. La segunda posibilidad consiste en desagregar los datos anuales mediante algún método de trimestralización<sup>1</sup>. Algunos de estos métodos de trimestralización no utilizan más información que los datos anuales de CN y son conocidos bajo el nombre genérico de métodos de trimestralización sin indicadores. Dentro de estos se encuentran los de Lisman y Sandee (1964), Boot, Feibes y Lisman (1967), Zani (1970) y Greco (1979). En general, se trata de métodos basados en algún criterio con un elevado grado de arbitrariedad que

permite distribuir el total anual entre los cuatro trimestres. Otros, en cambio, permiten aprovechar la información adicional que proporcionan otras variables económicas relacionadas con la magnitud a trimestralizar y de las que se dispone de información trimestral. A este segundo grupo de métodos se los conoce de manera genérica como métodos de trimestralización basados en indicadores, y entre ellos cabe citar los propuestos por Bassie (1958), Vangrevelinghe (1966), Denton (1971), Chow y Lin (1971) y Ginsburg (1973). En la mayoría de ellos la estimación de los valores trimestrales se realiza en dos etapas. En primer lugar se utilizan los indicadores para obtener una primera estimación de las series trimestrales, y se recurre después, a algún criterio de optimización que permita corregir dicha estimación preliminar hasta conseguir que la agregación de los trimestres de cada año coincida con el valor anual previo.

En cambio, el método de Chow-Lin consigue integrar ambas etapas y permite resolver el problema de la estimación trimestral de manera muy elegante bajo un enfoque estadístico de optimalidad. Concretamente, el método de Chow-Lin (a partir de ahora CL) permite encontrar el estimador lineal, insesgado y de varianza mínima (estimador ELIO) de los valores trimestrales a partir de un modelo de regresión lineal múltiple entre la magnitud a trimestralizar y un conjunto de indicadores representativos de su evolución. Es por ello, que de los diferentes métodos de trimestralización con indicadores propuestos en la literatura, es éste probablemente el más utilizado<sup>2</sup>.

Sin tener en cuenta los problemas derivados de la selección de los indicadores y de la especificación del modelo de regresión más adecuados, la estimación de una CNTR a partir de la CN presenta un problema adicional en la necesidad de conciliar, tras la estimación de cada una de las series trimestrales,

---

<sup>1</sup> Para una excelente recopilación de los diferentes métodos de trimestralización véase Sanz (1982).

<sup>2</sup> En particular, éste es el método utilizado por el INE para la elaboración de la Contabilidad Nacional Trimestral de España (INE, 1993).

las diferentes desagregaciones del PIB. En efecto, el PIB puede descomponerse atendiendo a diferentes criterios dando lugar a una desagregación por el lado de la demanda, por el lado de la oferta y por el lado de la renta. Respecto a la CN dichas agregaciones dan lugar a una estimación común del PIB año a año, pero las series trimestrales, tanto si han sido estimadas por el método de CL o por cualquier otro método de trimestralización con indicadores, no cumplen necesariamente esta condición<sup>3</sup>. Ello hace necesaria una etapa posterior de conciliación de las diferentes desagregaciones<sup>4</sup>.

En este trabajo se propone obviar la necesidad de conciliación ampliando el método de CL de manera que permita estimar conjuntamente las series trimestrales para todas las componentes del PIB de manera que las diferentes desagregaciones sean compatibles. El enfoque utilizado para ello se basa en el estimador ELIO sujeto a un conjunto lineal de restricciones, que denominaremos como método de Chow-Lin restringido (CLR). Debe destacarse que la aplicación del método CLR no se limita únicamente a la desagregación temporal de las magnitudes de la Contabilidad Nacional ya que permite abordar cualquier problema de desagregación temporal en el que sea necesario imponer el cumplimiento de alguna restricción lineal entre diferentes variables además de la restricción temporal.

El artículo se estructura de la siguiente manera: en primer lugar, se presenta el método de Chow-Lin; a continuación se amplía el planteamiento anterior imponiendo un conjunto de restricciones lineales que dan lugar al estimador CLR; después se analizan algunos aspectos relevantes de la aplicación de dicho método a la estimación de series trimestrales conciliadas; a modo de

---

<sup>3</sup> En el caso de utilizar algún método de trimestralización sin indicadores, siempre que se trate de un método lineal y se aplique el mismo a todas las componentes del PIB, queda automáticamente garantizada la conciliación de las estimaciones.

<sup>4</sup> En INE (1993) puede consultarse el método de conciliación utilizado en la estimación de la Contabilidad Nacional Trimestral de España.

ilustración del método se presenta una estimación de las series trimestrales de la Contabilidad Nacional Anual de España para el período 1980-1995; y, por último se presentan las principales conclusiones del trabajo y algunas líneas de investigación pendientes.

## 2. El método de desagregación temporal propuesto por Chow y Lin.

Aunque el método de Chow-Lin está concebido inicialmente para estimar series mensuales a partir de valores trimestrales, ya en el trabajo original, sus autores indican que el procedimiento sugerido puede utilizarse para la estimación de datos trimestrales a partir de datos anuales. En primer lugar, se supone que los valores de la serie trimestral desconocida que se desea estimar (que notaremos mediante el vector  $y$ ) están relacionados con las observaciones de un conjunto de variables trimestrales o indicadores (matriz  $X$ ) a través de un modelo de regresión lineal múltiple.

$$y = X\mathbf{b} + u \quad (1)$$

donde suponemos que el término de perturbación  $u$  se distribuye como una normal<sup>5</sup> con vector de medias nulo y matriz de varianzas y covarianzas  $V$ .

La primera condición que debe cumplir toda estimación de los valores trimestrales es la de compatibilidad con los datos anuales, de manera que los valores anuales (que notaremos mediante el vector  $Y$ ) y los valores trimestrales deben ser coherentes, es decir, la agregación (o la media si se trata de magnitudes del tipo *stock*) de los cuatro trimestres de un año debe coincidir con el dato anual correspondiente. Formalmente:

$$Y = B'y = B'X\mathbf{b} + B'u \quad (2)$$

donde la matriz  $B$  se define de manera que permita agregar los datos trimestrales en anuales:

---

<sup>5</sup> El supuesto de normalidad puede relajarse sin que ello tenga consecuencias sobre las propiedades del estimador CL.

$$B' = \begin{bmatrix} f & 0 & \dots & 0 \\ 0 & f & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & f \end{bmatrix} \quad (3)$$

Si se pretende trimestralizar una magnitud flujo debe utilizarse  $f=(1 \ 1 \ 1 \ 1)$ , mientras que si se trata de una magnitud stock debe utilizarse  $f=(\frac{1}{4} \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{4})$ . Sin pérdida de generalidad, a partir de este momento nos ceñiremos al primer caso.

El modelo (2) es un modelo de regresión cuyo término de perturbación  $B'u$  tiene momentos de primer y segundo orden iguales a:

$$E(B'u) = 0 \quad E[(B'u)(B'u)'] = B'VB \quad (4)$$

En este contexto se desea obtener un estimador lineal e insesgado de  $y$ . Todo estimador lineal de  $y$  es de la forma:

$$\tilde{y} = PY = P(B'Xb + B'u) \quad (5)$$

donde  $P$  es la matriz de proyecciones asociada al estimador. Si restringimos el análisis a aquellos estimadores insesgados debe imponerse a la matriz  $P$  que cumpla la siguiente condición:

$$\begin{aligned} E(\tilde{y} - y) &= E [ P(B'Xb + B'u) - (Xb + u) ] = \\ &= (PB'X - X)b = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

y por tanto:

$$PB'X = X \quad (7)$$

El error de una estimación concreta puede calcularse como:

$$\tilde{y} - y = (PB'Xb + PB'u) - (Xb + u) = PB'u - u \quad (8)$$

de manera que la matriz de varianzas y covarianzas de dicho error es:

$$\begin{aligned}
 E[(\tilde{y} - y)(\tilde{y} - y)'] &= E[(PB'u - u)(PB'u - u)'] = \\
 &= E[PB'uu'BP' - uu'BP' - PB'uu' + uu'] = \quad (9) \\
 &= PB'VBP' - VBP' - PB'V + V
 \end{aligned}$$

El criterio propuesto por Chow y Lin es utilizar el estimador de varianza mínima entre todos los estimadores insesgados. Para obtener el estimador ELIO es suficiente resolver el problema de optimización condicionada definido por el lagrangiano siguiente:

$$\begin{aligned}
 L(P, \Omega) &= \frac{1}{2} \text{tr} [ PB'VBP' - VBP' - PB'V + V ] - \\
 &\quad - \frac{1}{2} \text{tr} [ \Omega^{*'} ( PB'X - X ) ] \quad (10)
 \end{aligned}$$

donde:

$$\Omega = \frac{1}{2} \Omega^* \quad (11)$$

es la matriz de multiplicadores, que aparece en (10) corregida con el coeficiente  $\frac{1}{2}$  por conveniencia. Las condiciones de primer orden de este problema de optimización son:

$$\frac{dL}{dP} = PB'VB - VB - \Omega X'B = 0 \quad (12)$$

y:

$$\frac{dL}{d\Omega} = PB'X - X = 0 \quad (13)$$

Despejando la matriz P en la expresión (12) se obtiene que:

$$P = (\Omega X'B + VB) (B'VB)^{-1} \quad (14)$$

y sustituyendo ahora en (13) se obtiene la siguiente igualdad:

$$\Omega X' B ( B' V B )^{-1} B' X + V B ( B' V B )^{-1} B' X - X = 0 \quad (15)$$

Si se aísla ahora  $\Omega$  en esta última igualdad se obtiene una expresión explícita para la matriz de multiplicadores:

$$\Omega = ( X - V B ( B' V B )^{-1} B' X ) [ X' B ( B' V B )^{-1} B' X ]^{-1} \quad (16)$$

de manera que, sustituyendo estos multiplicadores en (14), la matriz de proyecciones  $P$  asociada al estimador ELIO debe ser:

$$P = X(X' B(B' V B)^{-1} B' X)^{-1} X' B(B' V B)^{-1} + \\ + V B(B' V B)^{-1} [I - B' X(X' B(B' V B)^{-1} B' X)^{-1} X' B(B' V B)^{-1}] \quad (17)$$

A partir de la solución (17), es inmediata la comprobación de que, en efecto:

$$B' \tilde{y} = B' P Y = Y \quad (18)$$

Por tanto, el estimador de la serie trimestral propuesto por Chow-Lin es el siguiente:

$$\tilde{y} = P Y = X(X' B(B' V B)^{-1} B' X)^{-1} X' B(B' V B)^{-1} Y + \\ + V B(B' V B)^{-1} [I - B' X(X' B(B' V B)^{-1} B' X)^{-1} X' B(B' V B)^{-1}] Y \quad (19)$$

Este resultado admite una interpretación muy interesante. Considérese el estimador Mínimo Cuadrático Generalizado (MQG) de  $\beta$  en el modelo anual (2):

$$\tilde{\mathbf{b}} = (X' B(B' V B)^{-1} B' X)^{-1} X' B(B' V B)^{-1} Y \quad (20)$$

que tiene los residuos siguientes:

$$Y - \tilde{Y} = B' \tilde{\mathbf{u}} = Y - B' X \tilde{\mathbf{b}} \quad (21)$$

Obsérvese que puede escribirse la estimación (19) de manera alternativa como:

$$\tilde{y} = PY = X\tilde{b} + VB(B'VB)^{-1}B'\tilde{u} \quad (22)$$

Por tanto, puede observarse a partir de la expresión (22) que la solución obtenida con el método de Chow-Lin es la combinación lineal de dos componentes:

1. En primer lugar, una combinación lineal de los indicadores que no es más que el resultado de regresar, usando el estimador generalizado o estimador de Aitken, la variable a trimestralizar contra los indicadores utilizados. A partir de dicha regresión se obtienen unos errores anuales que notaremos como:

$$e = (Y - \tilde{Y}) = B'\tilde{u} \quad (23)$$

2. En segundo lugar, una combinación lineal de dichos errores. Si definimos una nueva matriz como  $W=VB(B'VB)^{-1}$ , el segundo término de (22) es igual a  $We$ , es decir, el resultado de trimestralizar los errores anuales de la regresión a partir de dicha matriz.

También puede calcularse la matriz de varianzas y covarianzas de la estimación de Chow-Lin<sup>6</sup>:

$$\begin{aligned} Var(\tilde{y} - y) = & (X - WB'X)[X'B(B'VB)^{-1}B'X]^{-1}(X - WB'X)' + \\ & + (I - WB')V \end{aligned} \quad (24)$$

A partir de esta expresión puede conocerse la fiabilidad de cada uno de los valores trimestrales estimados. Además, la expresión (24) puede interpretarse como la suma de dos efectos que generan dispersión en la estimación:

---

<sup>6</sup> El supuesto de normalidad del término de perturbación del modelo trimestral permite realizar inferencia a partir de (24).

1. El primer término depende de  $X-WB'X$ , es decir, de la diferencia entre los indicadores y el resultado de trimestralizar a través de  $W$  el valor anual de dichos indicadores.
2. El segundo término de (24) es la diferencia entre la matriz de varianzas y covarianzas  $V$  y el resultado de trimestralizar, usando la matriz  $W$ , los valores de  $V$  agregados a anuales. Puede comprobarse que este término es la matriz de varianzas y covarianzas de  $(WY-y)$ .

Puede observarse que si la matriz  $W$  permite trimestralizar los indicadores anuales sin errores, es decir,  $X=WB'X$ , entonces, como  $P=W$ , el estimador ELIO de la serie trimestral es:

$$\tilde{y} = PY = WY \quad (25)$$

y, por tanto, para obtener los valores trimestrales no se utilizan los indicadores. También es importante tener en cuenta que dicha combinación lineal depende de la matriz  $V$  de varianzas y covarianzas. El mayor problema que presenta la aplicación práctica de este método es que dicha matriz es, en general, desconocida y no puede ser estimada directamente.

Las principales opciones que permiten la aplicación del estimador CL consisten en suponer que el término de perturbación es ruido blanco (Chow y Lin, 1971), que se trata de un AR(1) estacionario (Chow y Lin, 1971), un camino aleatorio (Fernández, 1981) o un paseo aleatorio markoviano (Litterman, 1983)<sup>7</sup>. En todo caso, aunque no se disponga de una estimación directa de dicha matriz, siempre se puede recurrir a algún método de estimación indirecto una vez se ha seleccionado alguna de las especificaciones anteriores (véase INE, 1993).

---

<sup>7</sup> Para un análisis de las consecuencias de seleccionar una u otra especificación y la relación de cada una de estas especificaciones con otros métodos de trimestralización puede consultarse Sanz (1982).

### 3. Una ampliación del método de Chow y Lin. Estimación restringida.

En general, tanto el método de trimestralización CL como cualquier otro método de trimestralización con indicadores, siempre que sea lineal, conducen a estimaciones de las series trimestrales de la forma:

$$\tilde{y} = P_x Y \quad (26)$$

donde la matriz de proyecciones  $P_x$  depende de los indicadores utilizados para trimestralizar  $Y$ . Considérese el caso del PIB y sus componentes en que se pretende trimestralizar un conjunto de  $p+q$  magnitudes anuales  $Y_1, \dots, Y_{p+q}$ ,  $p$  correspondientes a la desagregación del PIB por el lado de la oferta y las otras  $q$  correspondientes a la desagregación por el lado de la demanda. Como los indicadores utilizados para cada magnitud son diferentes, las estimaciones de cada serie trimestral se basan en matrices de proyecciones  $P_1, \dots, P_{p+q}$  distintas, de manera que, en general:

$$P_1 Y_1 + \dots + P_p Y_p \neq P_{p+1} Y_{p+1} + \dots + P_{p+q} Y_{p+q} \quad (27)$$

La solución más habitual a dicho problema consiste en diseñar un proceso de conciliación que modifique las estimaciones iniciales de forma que satisfagan las restricciones impuestas por el sistema de cuentas utilizado<sup>8</sup>.

A continuación se plantea, como alternativa a dichos procesos de conciliación, utilizar una modificación del método de Chow-Lin que permita incorporar además de la restricción temporal otras restricciones sobre los valores trimestrales estimados. De manera análoga al planteamiento del apartado anterior se supone que la magnitud a trimestralizar está relacionada con un conjunto de indicadores a través de un modelo lineal como (1). En este contexto se desea obtener un estimador lineal:

---

<sup>8</sup> En INE (1993) se recogen los criterios básicos que debe cumplir todo método de conciliación.

$$\tilde{y} = P_R Y \quad (28)$$

condicionado ahora a un conjunto de restricciones lineales que notaremos como:

$$R \tilde{y} = r \quad (29)$$

En este contexto se desea obtener el estimador ELIO condicionado al cumplimiento de la igualdad (29). Obsérvese que dicha restricción es equivalente al cumplimiento por parte de la matriz proyecciones P de la restricción:

$$R P_R Y = r \quad (30)$$

Para que el estimador sea insesgado, de manera análoga al caso analizado en el apartado anterior, es necesario que:

$$P_R B' X = X \quad (31)$$

de manera que, si la matriz P cumple la restricción (31), la matriz de varianzas y covarianzas de los errores de predicción es (ver la expresión (9)):

$$E [ (\tilde{y} - y)(\tilde{y} - y)' ] = P_R B' V' B P_R' - V' B P_R' - P_R B' V + V \quad (32)$$

La diferencia respecto al planteamiento anterior es que ahora, en el momento de definir el lagrangiano asociado al problema de optimización, es necesario incorporar también la restricción adicional (30) con una matriz de multiplicadores  $\Gamma$  adicional:

$$\begin{aligned} L(P_R, \Omega, \Gamma) = & \frac{1}{2} \text{tr} [ P_R B' V' B P_R' - V' B P_R' - P_R B' V + V ] - \\ & - \frac{1}{2} \text{tr} [ \Omega *' ( P_R B' X - X ) ] - \frac{1}{2} \text{tr} [ \Gamma *' ( R P_R Y - r ) ] \end{aligned} \quad (33)$$

donde aparecen:

$$\Omega = \frac{1}{2} \Omega^* \quad (34)$$

y

$$\Gamma = \frac{I}{2}\Gamma^* \quad (35)$$

también por simplicidad.

Derivando respecto a cada uno de los parámetros desconocidos de (33), se obtienen las ecuaciones siguientes:

$$\frac{d}{dP_R} = P_R B'VB - VB - \Omega X'B - R'\Gamma Y' = 0 \quad (36)$$

$$\frac{d}{d\Omega} = P_R B'X - X = 0 \quad (37)$$

y:

$$\frac{d}{dY} = RP_R Y - r = 0 \quad (38)$$

Para resolver dicho sistema es necesario despejar  $P_R$  en la expresión (36) de manera que:

$$P_R = (VB + \Omega X'B + R'\Gamma Y') (B'VB)^{-1} \quad (39)$$

Para simplificar los pasos siguientes se define una matriz  $N=(B'VB)^{-1}$ . Sustituyendo ahora  $P_R$  en (37) se obtiene la igualdad siguiente:

$$\Omega X'B NB'X + VBNB'X + R'\Gamma Y'NB'X - X = 0 \quad (40)$$

y aislando en (40) la matriz de multiplicadores  $\Omega$ :

$$\Omega = [X - VBNB'X - R'\Gamma Y'NB'X] [X'B NB'X]^{-1} \quad (41)$$

Sustituyendo de nuevo la matriz  $\Omega$  en la expresión (39) se obtiene una expresión para la matriz de proyecciones:

$$P_R = VBN + [X - VBNB'X - R'\Gamma Y'NB'X]H + R'\Gamma Y'N \quad (42)$$

donde la matriz  $H$  es:

$$H = [X'B NB'X]^{-1} X'BN \quad (43)$$

De manera que la restricción (38) puede escribirse de manera equivalente como:

$$RVBNY + R[X - VBNB'X - R'\Gamma Y'NB'X]HY + RR'\Gamma Y'NY - r = 0 \quad (44)$$

Despejando en esta última expresión la otra matriz de multiplicadores  $\Gamma$ :

$$\Gamma = (RR')^{-1} [r - RVBNY - R(X - VBNB'X)HY] \times [Y'NY - Y'NB'XHY]^{-1} \quad (45)$$

puede sustituirse la expresión de  $\Gamma$  en (42) y obtener así una expresión explícita para la matriz de proyecciones que resuelve el problema de optimización planteado:

$$P_R = VBN + LH + R'(RR')^{-1} [r - RVBNY - RLHY] \times [Y'N(I - B'XH)Y]^{-1} Y'N(I - B'XH) \quad (46)$$

donde L es:

$$L = [X - VBNB'X] \quad (47)$$

Para interpretar el resultado (46) es suficiente observar que la primera parte de dicha expresión coincide con la matriz de proyecciones del método propuesto por Chow y Lin sin restricciones ya que:

$$VBN + LH = VB(B'VB)^{-1} + X[X'B(B'VB)^{-1}B'X]^{-1} X'B(B'VB)^{-1} - VB(B'VB)^{-1}B'X[X'B(B'VB)^{-1}B'X]^{-1} X'B(B'VB)^{-1} = P \quad (48)$$

Por otro lado,  $Y'N(I - B'XH)Y$  es un escalar, de manera que la matriz de proyecciones del estimador restringido se puede expresar como:

$$P_R = P + \frac{R'(RR')^{-1} [r - RPY] Y'N(I - B'XH)}{Y'N(I - B'XH)Y} \quad (49)$$

A partir de esta expresión se deducen varias conclusiones importantes:

1. Es obvio que si el estimador de Chow-Lin definido a partir de (19) cumple por algún motivo la restricción deseada, es decir, si  $r=RPY$ , entonces el estimador restringido coincide con el anterior.
2. Además, es fácil comprobar como el estimador definido por (49) cumple siempre las restricciones impuestas, es decir,  $RP_R Y=r$ .
3. Otra observación, no tan obvia, es que la desagregación temporal restringida sólo tiene sentido cuando los valores anuales cumplen la restricción. En efecto, se trata de una condición necesaria, ya que si los valores trimestrales cumplen alguna restricción lineal, es obvio que los valores anuales también la cumplirán (siempre que se trate de restricciones que tengan sentido a nivel anual). Por tanto, el método sólo funciona en el caso en que los valores anuales cumplan la restricción. En efecto, a partir de (49) se puede comprobar que sólo si los valores anuales cumplen la restricción impuesta, entonces los valores trimestrales cumplen la restricción temporal.
4. De la expresión (49) se deduce que el estimador CLR es una combinación del estimador CL y de la discrepancia entre el estimador CL y el cumplimiento de las restricciones impuestas:

$$\tilde{y}_{CLR} = \tilde{y}_{CL} + R'(RR')^{-1}[r - R\tilde{y}_{CL}] \quad (50)$$

#### 4. Trimestralización y conciliación de magnitudes económicas anuales.

En el apartado anterior se ha obtenido el estimador ELIO de un problema de desagregación temporal con indicadores condicionada a un conjunto de restricciones sobre los valores trimestrales. Es necesario, a continuación, analizar como puede utilizarse dicho estimador en el problema de la estimación de series trimestrales de Contabilidad Nacional Anual.

Considérese de nuevo que el PIB está formado por el lado de la oferta por un conjunto de  $p$  magnitudes anuales, y  $q$  magnitudes por el lado de la demanda, de manera que la estimación de las series trimestrales de Contabilidad Trimestral implica la desagregación de  $p+q$  vectores anuales,  $Y_1, \dots, Y_{p+q}$ . Para aplicar CLR es necesario definir un nuevo vector formado por la totalidad de las magnitudes a trimestralizar:

$$Y = (Y'_1 \ Y'_2 \ \dots \ Y'_{p+q})' \quad (51)$$

y una matriz de indicadores que incluya los indicadores de cada una de las magnitudes anuales:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & X_{p+q} \end{bmatrix} \quad (52)$$

Obsérvese que trimestralizar uno a uno los vectores anuales por el método de Chow-Lin es equivalente a la estimación conjunta de todas las series trimestrales si se utiliza una matriz de varianzas y covarianzas conjunta definida por:

$$V = \begin{bmatrix} V_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & V_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & V_{p+q} \end{bmatrix} \quad (53)$$

En efecto, puede comprobarse que:

$$\tilde{y} = PY = (\tilde{y}'_1 \tilde{y}'_2 \dots \tilde{y}'_{p+q})' \quad (54)$$

La ventaja de utilizar este enfoque conjunto es que permite imponer restricciones sobre los valores trimestrales de las diferentes magnitudes. En efecto, el conjunto de restricciones:

$$R\tilde{y} = r \quad (55)$$

donde  $r=0$  y:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} \quad (56)$$

es equivalente a la imposición de que la desagregación por el lado de la demanda y por el de la oferta sean compatibles para cada trimestre, es decir:

$$\tilde{y}_{1t} + \tilde{y}_{2t} + \dots + \tilde{y}_{pt} = \tilde{y}_{p+1t} + \tilde{y}_{p+2t} + \dots + \tilde{y}_{p+qt} \quad (57)$$

De esta manera, es posible obtener estimaciones de las series trimestrales sin necesidad de aplicar con posterioridad algún criterio de conciliación, usando el estimador CLR, que garantiza la coherencia de la desagregación por el lado de la oferta y por el lado de la demanda:

$$\tilde{y}' = (\tilde{y}'_1 \tilde{y}'_2 \dots \tilde{y}'_{p+q})' = P_R Y \quad (58)$$

Debe destacarse que continúa siendo fundamental, tal como sucedía con el método de Chow-Lin, la especificación de la matriz V de varianzas y

covarianzas. En el caso de la estimación conjunta, esta matriz contiene además de las varianzas y covarianzas de los términos de perturbación de cada uno de los modelos de regresión, las covarianzas cruzadas de dichas perturbaciones. De todas maneras, no parece excesivamente restrictivo suponer, como en (53), que se trata de modelos independientes, con lo que la matriz  $V$  es una matriz diagonal por bloques<sup>9</sup>.

Respecto a la definición de cada uno de los bloques  $V_1, \dots, V_{p+q}$ , parece razonable utilizar las mismas matrices y los mismos criterios que en la aplicación del método de Chow-Lin a cada una de las series de manera individual. No obstante, aparece en este contexto un problema adicional que no tiene relevancia en la estimación individual de las series trimestrales. En general, en la aplicación del método de Chow-Lin, se supone que el término de perturbación del modelo:

$$y = X\mathbf{b} + u \quad (59)$$

tiene momentos de segundo orden iguales a:

$$E(uu') = \sigma^2 V \quad (60)$$

pero se obvia el factor de escala constante  $\sigma^2$  dado que no tiene relevancia alguna en el resultado final. De manera que en el proceso de selección o estimación de la matriz  $V$  es suficiente determinar la matriz de correlaciones. En el contexto de la estimación conjunta, utilizar en (53) matrices de correlaciones como  $V_1, \dots, V_{p+q}$  es equivalente a suponer que los términos de perturbación de cada uno de los modelos de regresión asociados a cada uno de los componentes del PIB tienen la misma varianza, supuesto que parece demasiado restrictivo. Es

---

<sup>9</sup> De todas maneras, de existir evidencia empírica contraria a este supuesto, puede ampliarse la definición de la matriz  $V$  de momentos de segundo orden, incorporando dicha dependencia.

necesario, por tanto, completar la definición de la matriz  $V$ , incluyendo estimaciones de dichas varianzas:

$$V = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{S}}_1^2 V_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{S}}_2^2 V_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \tilde{\mathbf{S}}_{p+q}^2 V_{p+q} \end{bmatrix} \quad (61)$$

Estas estimaciones pueden obtenerse a partir del análisis individual de cada uno de los modelos de regresión utilizados.

Otra de las ventajas de utilizar el método de Chow-Lin para la estimación de series trimestrales es que permite obtener una estimación de los valores trimestrales de las diferentes componentes del PIB sin necesidad de disponer de una estimación anual de referencia, gracias a la información proporcionada por los indicadores. Ello permite disponer de primeras estimaciones de la evolución de las componentes del PIB, trimestre a trimestre, a medida que se dispone de información sobre la evolución de los diferentes indicadores. Concretamente, si el valor de los indicadores es  $X_0$ , el estimador ELIO del valor trimestral de la macromagnitud contable es de la forma:

$$\tilde{y}_{CL}^0 = \tilde{\mathbf{b}}X^0 \quad (62)$$

La utilización del estimador CLR también permite esta posibilidad. En efecto, de la expresión (50) se deduce que el estimador ELIO bajo la restricción de conciliación es:

$$\tilde{y}_{CLR}^0 = \tilde{y}_{CL}^0 + R'(RR')^{-1}[r - R\tilde{y}_{CL}^0] \quad (63)$$

## **5. Aplicación del método CLR a la estimación de series trimestrales de la Contabilidad Nacional Anual de España.**

Para ilustrar como la aplicación del método CLR propuesto permite obviar la necesidad de conciliación de las series trimestrales obtenidas a partir de la desagregación de los datos anuales, se ha aplicado la metodología propuesta en el apartado anterior a la estimación de unas series trimestrales de la Contabilidad Nacional Anual de España para el período comprendido entre los años 1980 y 1995, a partir de los valores anuales de las magnitudes publicadas por el INE<sup>10</sup>.

Obviamente, dicha estimación no pretende ser más que un ejemplo ilustrativo del método CLR y en ningún caso pueden tomarse las series aquí presentadas como alternativas a las series oficiales de Contabilidad Nacional Trimestral publicadas por el INE por varios motivos, entre otros:

1. Se ha utilizado un número limitado de indicadores, muy reducido en relación a la información estadística utilizada por el INE, en la elaboración de las series oficiales de la Contabilidad Nacional Trimestral de España.
2. Además, en lugar de utilizar directamente indicadores como en el ejemplo, parece más razonable realizar previamente algún tipo de análisis factorial o de componentes principales para seleccionar uno o varios indicadores parciales para cada macromagnitud para luego utilizar estos en el proceso de trimestralización.

---

<sup>10</sup> En la práctica puede aparecer un problema de grados de libertad al trimestralizar la Contabilidad Nacional española debido al elevado número de series y el reducido período muestral disponible.

3. Al tratarse de un ejemplo, se ha optado por utilizar un diseño de la matriz V que se corresponde con el supuesto de que los términos de perturbación son independientes entre sí y se comportan según un camino aleatorio.
4. Debido a la falta de indicadores representativos, se han trimestralizado algunas de las magnitudes contables por el método de Boot, Feibes y Lisman que no utiliza indicadores.

Concretamente, los indicadores utilizados para trimestralizar cada una de las magnitudes contables aparecen en el Cuadro 5.1, a excepción del Consumo Público (CPU), el Valor Añadido Bruto en la Agricultura (VABA) y la Variación de Existencias (VE) que se han trimestralizado sin indicadores. Respecto al IVA y los Impuestos Netos a la Importación, se han tratado conjuntamente y trimestralizado también sin indicadores<sup>11</sup>.

<b>Magnitud contable</b>	<b>CPN</b>	<b>FCO</b>	<b>FBE</b>	<b>EXP</b>	<b>IMP</b>	<b>VABC</b>	<b>VABI</b>	<b>VABS</b>
<b>Indicadores</b>	POCT	POCC	POCT	EXPM	IMPM	POCC	POCI	POCS
	PRTO	PRCO	MAVI			PRCO	PRIN	PRSE
	DISC	CCEM	DISE			CCEM	MAVI	GASO
	CELE					PCEM	IPIG	RENF
	CRED							

Cuadro 5.1.

En una primera etapa, se ha aplicado el método de Chow-Lin a las variables<sup>12</sup> del Cuadro 5.1 para estimar series trimestrales no conciliadas y,

<sup>11</sup> La descripción de las magnitudes contables y de los indicadores puede consultarse en el Anexo A.

<sup>12</sup> Como indicadores no se han utilizado los datos originales de las variables del Cuadro 1 sino estimaciones del componente ciclo-tendencia de cada una de estas variables. Para ello se ha empleado el filtro LAM utilizado por el INE.

posteriormente, se ha aplicado la metodología presentada en este trabajo para obtener directamente estimaciones conciliadas de dichas series<sup>13</sup>.

En el Gráfico 5.1 se compara la evolución de las tasas de crecimiento interanuales del PIB trimestral estimado por el método de Chow-Lin por el lado de la demanda y por el lado de la oferta. En dicho Gráfico puede comprobarse como la aplicación de este método conduce a estimaciones del PIB trimestral no conciliadas, aunque en este caso las diferencias son poco importantes.

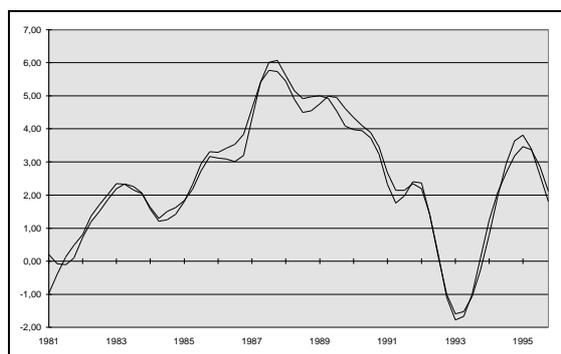


Gráfico 5.1. Trim. PIB oferta y demanda mediante CL.

El método de Chow-Lin restringido permite eliminar dichas diferencias mediante la estimación conjunta de series trimestrales para el conjunto de componentes del PIB. En los Gráficos 4.2 y 4.3 se comparan las tasas de crecimiento de la estimación del PIB no conciliado (método CL) y de la estimación del PIB conciliado (método CLR).

En estos gráficos se constata como las diferencias entre los resultados de la aplicación del método CL y del método CLR son muy reducidas, las indispensables para que oferta y demanda estén conciliadas. También son mínimas, como puede observarse comparando los cuadros B.1 y B.2 del anexo B con los cuadros B.3 y B.4, las diferencias entre las series estimadas por ambos métodos para cada una de las componentes del PIB.

<sup>13</sup> En el Anexo B se recogen los resultados de ambas estimaciones.

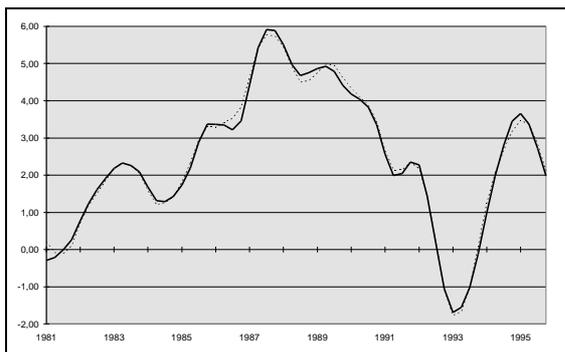


Gráfico 5.2. Trim. PIB oferta mediante CL y CLR.

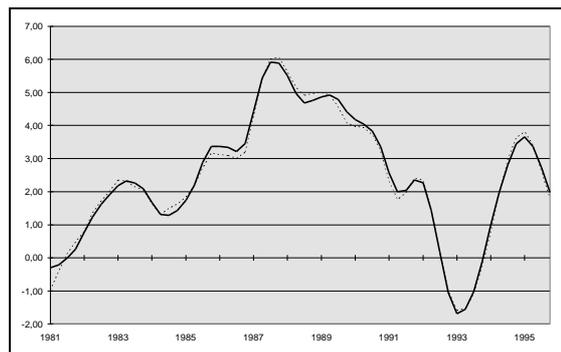


Gráfico 5.3. Trim. PIB demanda mediante CL y CLR.

Además, en los cuadros B.3 y B.4 puede constatarse como, en efecto, con la aplicación del método CLR se obtienen estimaciones coincidentes del PIB por el lado de la oferta y por el lado de la demanda.

## 6. Conclusiones.

La disponibilidad de estimaciones de la evolución trimestral de los componentes del PIB, tanto por el lado de la oferta como por el lado de la demanda es imprescindible para conocer en cualquier momento cuál es la senda de la economía. La necesidad de disponer de dicha información con un retraso temporal muy reducido obliga a la estimación de las series de Contabilidad Trimestral a través de la trimestralización de las magnitudes anuales con métodos basados en indicadores. Dichos métodos no permiten, en general, obtener estimaciones trimestrales que permitan conciliar la desagregación por el lado de la oferta con la desagregación por el lado de la demanda.

En este trabajo se ha presentado una propuesta metodológica que permite obtener el estimador ELIO de los valores trimestrales sujeto a la restricción de conciliación para obviar la necesidad de aplicar, posteriormente, un proceso de conciliación. Para ilustrar la metodología propuesta, se ha aplicado a la estimación de series trimestrales de la Contabilidad Nacional Anual de España

para el período 1980-1995. Los resultados obtenidos muestran como las estimaciones restringidas suponen una mínima modificación respecto a las estimaciones no restringidas, con la ventaja de que se trata de series conciliadas.

El problema principal que continúa sin ser resuelto de manera plenamente satisfactoria es el de la selección o estimación de la matriz de varianzas y covarianzas del término de perturbación. En el caso del método de CLR ello sigue siendo tan importante como en la aplicación del método de Chow-Lin ya que además de influir en la distribución del residuo de la regresión con los indicadores, también influye en como se ponderan las modificaciones de cada una de las magnitudes hasta conseguir que se cumpla la restricción de la conciliación.

### **Referencias bibliográficas**

Bassie, V.L.(1958): *Economic Forecasting*. Mc Graw-Hill. Nueva York.

Boot, J.C.G., Feibes, W. y Lisman, J.H.C. (1967): “Further Methods of Derivation of Quarterly Figures from Annual Data”, *Applied Statistics* **16**, pp. 67-75.

Chow, G. y Lin, A.L. (1971): “Best Linear Unbiased Distribution and Extrapolation of Economic Time Series by Related Series”, *The Review of Economics and Statistics* **53**, pp. 471-476.

Denton, F.T. (1971): “Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach Based on Quadratic Minimization”, *Journal of American Statistical Association* **66**, pp. 99-102.

Espasa, A. y Cancelo, J.R. (ed.) (1993): *Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica*. Alianza Editorial. Madrid.

Fernández, R.B. (1981): “Methodological Note on the Estimation of Time Series”, *The Review of Economic and Statistics* **63**, pp. 471-478.

Ginsburgh, V.A. (1973): “A further Note on the Derivation of Quarterly Figures Consistent with Annual Data”, *Applied Statistics* **22**, pp. 368-374.

Greco, C. (1979): “Alcune considerazione sui criteri di calcolo di valori trimestrali di tendenza di serie storiche annuali”, *Annali della Facoltà di Economia e Commercio, Università di Palermo* **4**, pp. 134-155.

Instituto Nacional de Estadística (1993): *Contabilidad Nacional Trimestral de España. Metodología y serie trimestral 1970-1992*. Madrid.

Instituto Nacional de Estadística. *Boletín Trimestral de Coyuntura*. Varios volúmenes. Madrid.

Lisman, J.H.C. y Sandee, J. (1964): “Derivation of Quarterly Figures from Annual Data”, *Applied Statistics* **13**, pp. 87-90.

Litterman, R.B. (1983): “A Random Walk, Markov Model for the Distribution of Time Series”, *Journal of Business and Economic Statistics* **1**, pp. 177-193.

Matea, M.L. y Regil, A.V. (1994): “Métodos para la extracción de señales y para la trimestralización”. Documentos de Trabajo 9415. Servicio de Estudios del Banco de España.

Sanz, R. (1981): “Métodos de desagregación temporal de series económicas”. Documento de Trabajo 22. Servicio de Estudios del Banco de España.

Suriñach, J., Pons, E. y Pons, J. (1996): *Comptabilitat econòmica de Catalunya i mètodes de trimestralització*. Institut d'Estadística de Catalunya. Barcelona.

Vangrevelinghe, G. (1966): “L’evolution à court terme de la consommation des ménages: connaissance, analyse et prévision”, *Études et Conjoncture* **9**, pp. 54-102.

Zani, S. (1970): “Sui criteri di calcolo dei valori trimestrali di tendenza degli aggregati di contabilità nazionale”, *Studi e Ricerche, Facoltà de Economia e Commercio, Università degli Studi di Parma* **7**, pp. 285-349.

## **ANEXO A. Descripción de las variables utilizadas en la estimación de las series trimestrales de la CNE.**

### **1. Desagregación de la Contabilidad Nacional de España.**

<b>DEMANDA</b>	
Consumo Privado Nacional	CPN
Consumo Público	CPU
Formación Bruta de Capital Fijo	FBK
- en bienes de equipo	FBE
- en construcción	FCO
Variación de existencias	VE
Exportaciones de Bienes y Servicios	EXP
Importaciones de Bienes y Servicios	IMP
<b>Producto Interior Bruto</b>	<b>PIB</b>
<b>OFERTA</b>	
Agricultura, silvicultura y pesca	VABA
Industria	VABI
Construcción	VABC
Servicios	VABS
IVA que grava los productos	IVA
Impuestos netos a la importación	IM
<b>Producto Interior Bruto</b>	<b>PIB</b>

Cuadro A.1

## 2. Indicadores de actividad.

<b>Descripción</b>		<b>Fuente</b>
Consumo aparente de cemento	CCEM	OFICEMEN
Consumo de energía eléctrica	CELE	UNESA
Crédito a empresas y familias	CRED	Banco de España
Disponibilidad de bienes de consumo	DISC	DGPC
Disponibilidad de bienes de equipo	DISE	DGPC
Exportación total	EXPM	Aduanas
Consumo de gasolinas auto	GASO	AOP e INH
Importación total	IMPM	Aduanas
Índice de producción industrial	IPIG	INE
Matriculación de vehículos de carga	MAVI	DGT
Ocupados construcción	POCC	INE
Ocupados industria	POCI	INE
Ocupados servicios	POCS	INE
Ocupados totales	POCT	INE
Producción interna de cemento	PCEM	OFICEMEN
Parados construcción	PRCO	INE
Parados industria	PRIN	INE
Parados servicios	PRSE	INE
Parados totales	PRTO	INE
Transporte Renfe. Pasajeros	RENF	RENFE

Cuadro A.2

**ANEXO B. Resultados de la estimación de las series trimestrales de la CNE.**

**DESAGREGACIÓN DEL PIB POR EL LADO DE LA DEMANDA  
MÉTODO CL**

**En miles de millones de ptas de 1986**

		<i>PIB</i>	<i>CPN</i>	<i>CPU</i>	<i>FBK</i>	<i>FBC</i>	<i>FBE</i>	<i>VE</i>	<i>EXP</i>	<i>IMP</i>
<b>1980</b>	I	7300	4867	903	1530	968	562	96	1081	1177
	II	7268	4850	913	1505	948	557	99	1092	1191
	III	7232	4824	922	1480	929	550	87	1105	1186
	IV	7218	4817	929	1457	914	543	62	1121	1168
<b>1981</b>	I	7228	4814	935	1446	908	538	22	1151	1139
	II	7239	4793	943	1451	909	542	-3	1180	1125
	III	7242	4761	952	1460	909	551	-13	1206	1123
	IV	7253	4745	962	1465	904	560	-7	1225	1137
<b>1982</b>	I	7286	4754	975	1476	904	572	15	1231	1164
	II	7337	4772	986	1486	912	574	30	1237	1175
	III	7366	4779	997	1491	916	575	40	1252	1193
	IV	7400	4787	1008	1492	914	577	45	1276	1208
<b>1983</b>	I	7457	4802	1018	1485	912	573	44	1310	1201
	II	7508	4803	1027	1468	906	562	46	1346	1184
	III	7525	4781	1034	1441	893	549	52	1392	1176
	IV	7551	4760	1041	1409	877	532	60	1447	1165
<b>1984</b>	I	7579	4751	1045	1367	859	508	72	1497	1153
	II	7605	4758	1053	1341	850	491	73	1532	1152
	III	7638	4778	1062	1341	850	491	65	1551	1159
	IV	7674	4820	1074	1353	849	504	47	1557	1177
<b>1985</b>	I	7718	4882	1089	1376	852	524	18	1557	1203
	II	7771	4928	1102	1407	868	539	1	1567	1234
	III	7846	4966	1114	1455	898	557	-3	1584	1269
	IV	7917	5005	1124	1493	920	572	4	1592	1300
<b>1986</b>	I	7959	5039	1133	1514	932	582	24	1594	1346
	II	8011	5083	1148	1547	948	599	38	1594	1399
	III	8083	5127	1167	1594	968	626	48	1603	1456
	IV	8170	5189	1191	1642	983	659	52	1626	1530
<b>1987</b>	I	8301	5280	1220	1702	1007	695	52	1662	1615
	II	8446	5376	1243	1773	1044	729	56	1695	1697
	III	8569	5456	1260	1829	1072	757	63	1721	1759
	IV	8666	5511	1271	1877	1088	789	73	1746	1812

Cuadro B.1

## DESAGREGACIÓN DEL PIB POR EL LADO DE LA DEMANDA

### MÉTODO CL (continuación)

En miles de millones de ptas de 1986

		<i>PIB</i>	<i>CPN</i>	<i>CPU</i>	<i>FBK</i>	<i>FBC</i>	<i>FBE</i>	<i>VE</i>	<i>EXP</i>	<i>IMP</i>
<b>1988</b>	I	8768	5561	1276	1939	1117	822	86	1764	1858
	II	8882	5627	1287	2009	1158	851	96	1781	1918
	III	8990	5704	1304	2077	1205	872	101	1802	1998
	IV	9096	5791	1328	2153	1254	898	102	1823	2100
<b>1989</b>	I	9206	5878	1358	2239	1307	933	99	1838	2206
	II	9319	5963	1386	2314	1354	959	97	1844	2286
	III	9400	6034	1413	2354	1385	969	98	1848	2346
	IV	9468	6090	1438	2383	1412	971	100	1854	2397
<b>1990</b>	I	9572	6146	1461	2433	1458	975	104	1862	2433
	II	9687	6197	1482	2485	1507	978	105	1880	2463
	III	9750	6232	1501	2501	1530	971	103	1917	2505
	IV	9774	6263	1519	2486	1531	955	98	1962	2554
<b>1991</b>	I	9795	6294	1536	2485	1539	946	90	1998	2608
	II	9857	6345	1552	2511	1564	947	87	2033	2671
	III	9943	6419	1570	2536	1582	954	91	2073	2745
	IV	10009	6499	1587	2534	1574	961	101	2117	2828
<b>1992</b>	I	10026	6554	1606	2500	1542	958	116	2161	2911
	II	9998	6560	1623	2446	1508	938	116	2193	2941
	III	9957	6530	1639	2376	1478	898	102	2222	2912
	IV	9910	6477	1654	2296	1452	843	72	2252	2841
<b>1993</b>	I	9867	6420	1669	2218	1432	786	26	2288	2754
	II	9845	6383	1679	2159	1409	750	-2	2341	2715
	III	9851	6368	1686	2121	1382	738	-13	2419	2729
	IV	9883	6369	1688	2104	1367	737	-7	2532	2802
<b>1994</b>	I	9944	6383	1687	2114	1375	740	16	2659	2914
	II	10035	6420	1689	2152	1401	751	33	2757	3016
	III	10142	6463	1695	2210	1434	776	46	2843	3114
	IV	10243	6495	1704	2277	1471	806	53	2920	3206
<b>1995</b>	I	10324	6516	1716	2341	1508	834	55	2960	3265
	II	10376	6534	1726	2376	1524	851	57	3003	3319
	III	10406	6546	1732	2382	1523	859	58	3043	3355
	IV	10427	6559	1735	2375	1511	864	58	3087	3387

Cuadro B.1 (continuación)

# DESAGREGACIÓN DEL PIB POR EL LADO DE LA OFERTA

## MÉTODO CL

En miles de millones de ptas de 1986

		<i>PIB</i>	<i>VABA</i>	<i>VABI</i>	<i>VABC</i>	<i>VABS</i>	<i>IVA+I</i> <i>M</i>
<b>1980</b>	I	7234	457	2198	513	3708	357
	II	7257	471	2195	506	3720	366
	III	7261	475	2182	501	3733	370
	IV	7257	469	2177	497	3744	371
<b>1981</b>	I	7248	452	2181	499	3748	368
	II	7251	439	2184	502	3757	368
	III	7253	429	2171	506	3777	371
	IV	7265	422	2150	506	3810	377
<b>1982</b>	I	7300	419	2137	509	3851	385
	II	7337	418	2133	515	3880	392
	III	7363	419	2129	520	3898	397
	IV	7401	423	2142	523	3912	401
<b>1983</b>	I	7460	429	2176	525	3926	403
	II	7508	436	2197	524	3946	406
	III	7529	443	2196	515	3966	409
	IV	7553	451	2193	505	3991	413
<b>1984</b>	I	7577	460	2186	492	4022	417
	II	7599	469	2177	485	4047	421
	III	7624	477	2172	483	4068	424
	IV	7660	484	2182	481	4087	427
<b>1985</b>	I	7714	490	2205	482	4108	429
	II	7775	492	2230	489	4134	431
	III	7849	488	2265	503	4161	433
	IV	7914	479	2296	512	4192	435
<b>1986</b>	I	7968	464	2322	516	4229	436
	II	8041	458	2348	522	4272	441
	III	8126	461	2370	530	4317	448
	IV	8217	472	2388	535	4364	458
<b>1987</b>	I	8336	492	2415	547	4412	470
	II	8477	506	2456	567	4467	481
	III	8595	515	2490	579	4521	490
	IV	8688	518	2514	585	4574	498

Cuadro B.2

## DESAGREGACIÓN DEL PIB POR EL LADO DE LA OFERTA

### MÉTODO CL (continuación)

En miles de millones de ptas de 1986

		<i>PIB</i>	<i>VABA</i>	<i>VABI</i>	<i>VABC</i>	<i>VABS</i>	<i>IVA+I</i> <i>M</i>
<b>1988</b>	I	8789	515	2548	597	4625	504
	II	8892	510	2575	616	4678	512
	III	8982	503	2590	637	4733	520
	IV	9083	495	2609	658	4792	528
<b>1989</b>	I	9207	484	2641	684	4861	538
	II	9335	478	2674	708	4928	546
	III	9427	479	2688	722	4985	553
	IV	9502	485	2696	734	5029	558
<b>1990</b>	I	9607	497	2714	759	5075	562
	II	9718	505	2732	786	5128	567
	III	9794	511	2737	799	5175	572
	IV	9831	513	2735	795	5210	578
<b>1991</b>	I	9864	512	2739	796	5233	584
	II	9926	510	2754	808	5265	590
	III	10004	507	2778	818	5306	596
	IV	10061	503	2799	812	5347	601
<b>1992</b>	I	10080	499	2804	791	5380	606
	II	10068	495	2796	770	5399	608
	III	10024	494	2762	754	5409	605
	IV	9951	493	2704	743	5410	600
<b>1993</b>	I	9901	495	2663	738	5415	591
	II	9900	493	2662	730	5431	585
	III	9923	489	2685	716	5451	582
	IV	9960	483	2707	707	5481	582
<b>1994</b>	I	10024	473	2733	711	5521	586
	II	10105	463	2774	725	5553	590
	III	10188	451	2823	742	5580	593
	IV	10278	439	2873	761	5609	596
<b>1995</b>	I	10372	425	2920	781	5648	598
	II	10445	415	2946	789	5695	600
	III	10479	408	2944	787	5739	602
	IV	10496	405	2928	778	5783	602

Cuadro B.2 (continuación)

# DESAGREGACIÓN DEL PIB POR EL LADO DE LA DEMANDA

## MÉTODO CLR

En miles de millones de ptas de 1986

		<i>PIB</i>	<i>CPN</i>	<i>CPU</i>	<i>FBK</i>	<i>FBC</i>	<i>FBE</i>	<i>VE</i>	<i>EXP</i>	<i>IMP</i>
<b>1980</b>	I	7261	4862	897	1519	962	557	90	1080	1188
	II	7261	4849	913	1504	948	556	98	1094	1196
	III	7249	4826	925	1485	932	553	90	1105	1183
	IV	7243	4820	932	1463	916	546	65	1119	1156
<b>1981</b>	I	7239	4816	937	1450	910	540	23	1142	1129
	II	7245	4794	944	1453	910	543	-2	1181	1124
	III	7249	4762	953	1462	910	552	-12	1211	1127
	IV	7261	4746	963	1466	905	561	-6	1232	1140
<b>1982</b>	I	7295	4755	976	1478	905	573	16	1242	1171
	II	7335	4772	987	1487	912	575	31	1240	1182
	III	7366	4778	997	1490	915	574	40	1245	1183
	IV	7400	4787	1008	1492	914	578	45	1272	1204
<b>1983</b>	I	7454	4803	1019	1487	913	574	45	1314	1215
	II	7506	4804	1028	1470	907	563	47	1353	1195
	III	7533	4780	1034	1440	892	548	51	1388	1160
	IV	7554	4760	1040	1408	876	532	60	1441	1155
<b>1984</b>	I	7579	4750	1045	1366	858	508	71	1503	1157
	II	7604	4757	1052	1339	849	490	72	1540	1156
	III	7630	4777	1061	1338	849	489	64	1547	1158
	IV	7662	4820	1074	1352	849	503	46	1544	1173
<b>1985</b>	I	7711	4883	1089	1377	852	524	19	1547	1204
	II	7771	4929	1103	1408	869	540	2	1559	1232
	III	7850	4966	1114	1454	898	557	-3	1585	1265
	IV	7920	5003	1123	1490	919	571	3	1608	1307
<b>1986</b>	I	7970	5039	1133	1513	932	582	23	1612	1350
	II	8030	5085	1150	1552	950	601	40	1599	1395
	III	8103	5132	1171	1603	973	630	52	1596	1453
	IV	8194	5193	1195	1650	987	663	57	1620	1521
<b>1987</b>	I	8323	5282	1223	1707	1009	698	55	1662	1607
	II	8467	5378	1245	1777	1046	731	58	1702	1693
	III	8582	5458	1263	1834	1074	760	65	1726	1764
	IV	8677	5513	1273	1882	1091	791	75	1742	1808

Cuadro B.3

## DESAGREGACIÓN DEL PIB POR EL LADO DE LA DEMANDA

### MÉTODO CLR (continuación)

En miles de millones de ptas de 1986

		<i>PIB</i>	<i>CPN</i>	<i>CPU</i>	<i>FBK</i>	<i>FBC</i>	<i>FBE</i>	<i>VE</i>	<i>EXP</i>	<i>IMP</i>
<b>1988</b>	I	8781	5563	1277	1942	1118	824	88	1767	1856
	II	8888	5628	1287	2011	1159	852	97	1783	1919
	III	8984	5704	1304	2077	1205	872	101	1798	2000
	IV	9090	5789	1326	2150	1253	897	101	1822	2099
<b>1989</b>	I	9208	5878	1358	2239	1307	933	99	1848	2213
	II	9326	5965	1388	2317	1356	961	99	1853	2297
	III	9414	6037	1416	2359	1388	971	100	1844	2342
	IV	9491	6093	1440	2388	1414	973	102	1845	2377
<b>1990</b>	I	9594	6149	1463	2438	1461	977	107	1866	2429
	II	9703	6200	1485	2491	1510	981	108	1885	2467
	III	9775	6236	1505	2509	1534	975	107	1915	2498
	IV	9809	6268	1524	2495	1535	960	102	1969	2548
<b>1991</b>	I	9840	6299	1540	2494	1544	951	94	2023	2612
	II	9896	6351	1558	2522	1570	953	93	2043	2672
	III	9974	6425	1576	2548	1588	960	97	2064	2735
	IV	10040	6503	1592	2542	1578	965	105	2112	2813
<b>1992</b>	I	10063	6558	1609	2507	1545	962	119	2175	2905
	II	10038	6566	1629	2458	1514	944	122	2204	2940
	III	9991	6537	1646	2390	1485	905	108	2220	2910
	IV	9934	6480	1658	2302	1456	847	75	2248	2829
<b>1993</b>	I	9893	6422	1670	2221	1433	788	28	2293	2742
	II	9883	6386	1683	2166	1412	754	2	2356	2710
	III	9889	6375	1693	2135	1389	745	-6	2423	2730
	IV	9921	6377	1696	2119	1374	745	1	2527	2799
<b>1994</b>	I	9991	6389	1693	2127	1381	746	22	2678	2919
	II	10078	6425	1694	2163	1407	756	39	2782	3025
	III	10166	6467	1699	2218	1438	780	50	2834	3103
	IV	10263	6498	1707	2283	1474	809	56	2903	3183
<b>1995</b>	I	10357	6519	1719	2347	1511	837	58	2984	3271
	II	10417	6540	1731	2387	1530	857	62	3020	3323
	III	10443	6553	1739	2396	1530	866	65	3041	3352
	IV	10467	6564	1741	2387	1517	870	64	3071	3360

Cuadro B.3 (continuación)

# DESAGREGACIÓN DEL PIB POR EL LADO DE LA OFERTA

## MÉTODO CLR

En miles de millones de ptas de 1986

		<i>PIB</i>	<i>VABA</i>	<i>VABI</i>	<i>VABC</i>	<i>VABS</i>	<i>IVA+I</i> <i>M</i>
<b>1980</b>	I	7261	462	518	2204	3713	363
	II	7261	472	507	2196	3720	366
	III	7249	473	498	2180	3731	367
	IV	7243	466	494	2174	3741	368
<b>1981</b>	I	7239	450	497	2180	3746	366
	II	7245	438	501	2183	3756	367
	III	7249	428	505	2170	3776	370
	IV	7261	421	505	2149	3809	376
<b>1982</b>	I	7295	418	508	2136	3850	384
	II	7335	418	515	2132	3879	391
	III	7366	420	521	2130	3898	397
	IV	7400	423	523	2142	3912	401
<b>1983</b>	I	7454	428	524	2175	3925	402
	II	7506	435	523	2197	3945	405
	III	7533	444	516	2196	3967	410
	IV	7554	452	505	2194	3991	413
<b>1984</b>	I	7579	461	493	2186	4022	417
	II	7604	470	486	2178	4048	422
	III	7630	478	484	2173	4069	425
	IV	7662	484	482	2182	4087	427
<b>1985</b>	I	7711	490	481	2204	4108	428
	II	7771	491	488	2229	4133	430
	III	7850	488	503	2265	4161	433
	IV	7920	480	514	2297	4193	436
<b>1986</b>	I	7970	465	517	2322	4230	437
	II	8030	456	520	2346	4270	439
	III	8103	456	525	2365	4313	443
	IV	8194	468	530	2383	4360	453
<b>1987</b>	I	8323	489	544	2412	4410	467
	II	8467	504	565	2454	4465	479
	III	8582	512	577	2487	4519	488
	IV	8677	515	583	2511	4571	496

Cuadro B.4

# DESAGREGACIÓN DEL PIB POR EL LADO DE LA OFERTA

## MÉTODO CLR (continuación)

En miles de millones de ptas de 1986

		<i>PIB</i>	<i>VABA</i>	<i>VABI</i>	<i>VABC</i>	<i>VABS</i>	<i>IVA+I</i> <i>M</i>
<b>1988</b>	I	8781	513	596	2546	4623	503
	II	8888	509	615	2575	4677	511
	III	8984	504	637	2590	4733	520
	IV	9090	496	660	2611	4793	530
<b>1989</b>	I	9208	484	684	2641	4862	538
	II	9326	477	706	2672	4926	544
	III	9414	476	720	2686	4982	550
	IV	9491	483	732	2693	5027	556
<b>1990</b>	I	9594	494	756	2711	5073	560
	II	9703	502	783	2729	5125	564
	III	9775	507	795	2733	5172	568
	IV	9809	509	791	2731	5205	573
<b>1991</b>	I	9840	507	791	2734	5229	579
	II	9896	504	802	2748	5259	584
	III	9974	501	812	2772	5300	590
	IV	10040	499	807	2795	5342	597
<b>1992</b>	I	10063	495	788	2800	5377	603
	II	10038	489	764	2790	5393	602
	III	9991	487	748	2755	5402	599
	IV	9934	490	740	2701	5407	596
<b>1993</b>	I	9893	493	736	2661	5413	589
	II	9883	490	726	2659	5427	581
	III	9889	482	709	2678	5444	575
	IV	9921	475	700	2699	5473	575
<b>1994</b>	I	9991	467	704	2726	5514	580
	II	10078	458	719	2769	5548	584
	III	10166	447	737	2818	5576	588
	IV	10263	436	758	2870	5606	593
<b>1995</b>	I	10357	422	778	2917	5645	595
	II	10417	409	783	2940	5690	595
	III	10443	401	779	2937	5731	594
	IV	10467	399	773	2922	5777	596

Cuadro B.4 (continuación)

# DESAGREGACIÓN DEL PIB. MÉTODOS CL Y CLR

## En tasas de crecimiento interanual

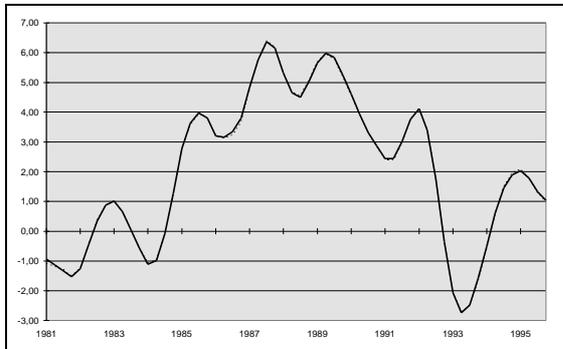


Gráfico B.1. Consumo Privado.

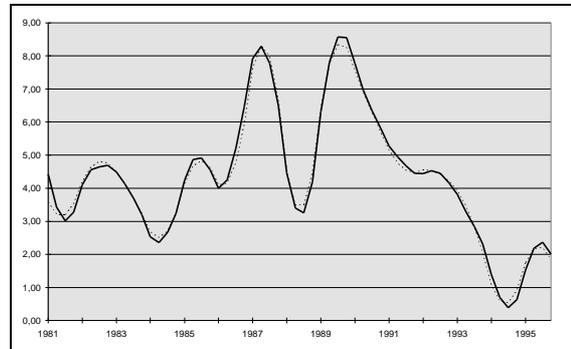


Gráfico B.2. Consumo Público.

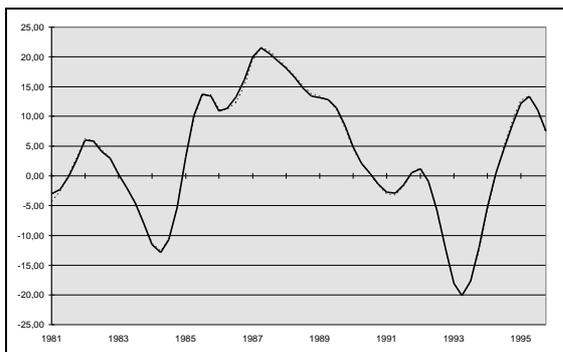


Gráfico B.3. Formación Bruta de Capital Fijo en Bienes de Equipo.

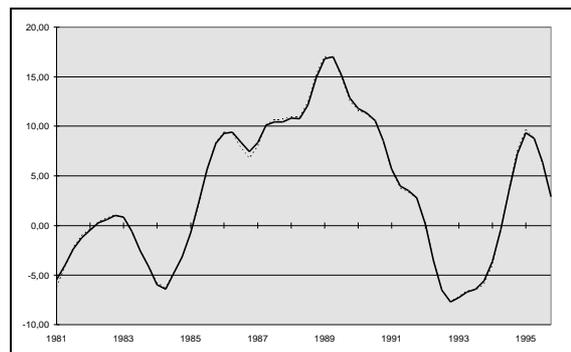


Gráfico B.4. Formación Bruta de Capital Fijo en Construcción.

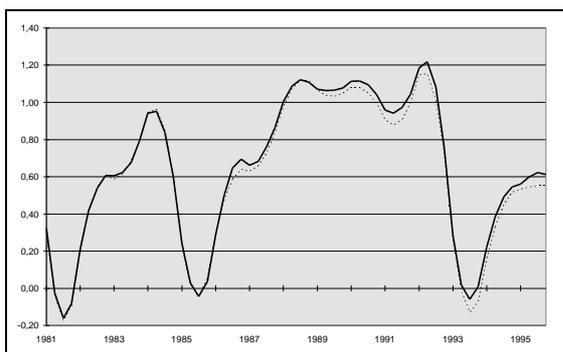


Gráfico B.5. Variación de Existencias.

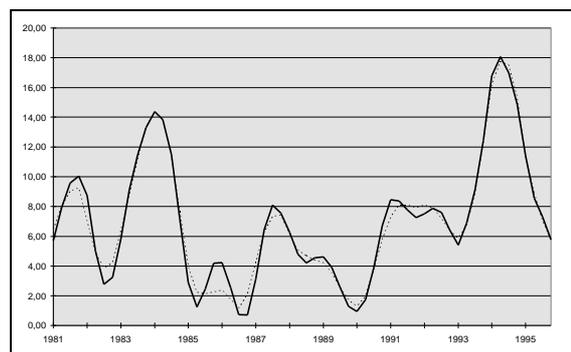


Gráfico B.6. Exportaciones.

## DESAGREGACIÓN DEL PIB. MÉTODOS CL Y CLR (continuación)

### En tasas de crecimiento interanual

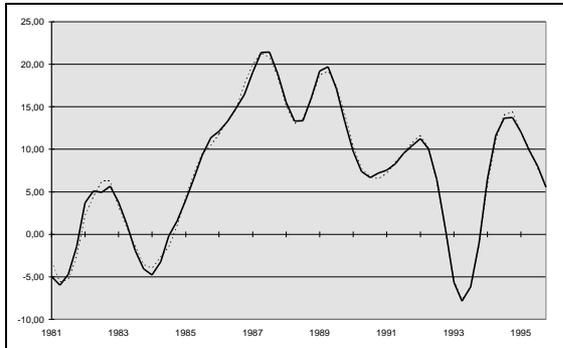


Gráfico B.7. Importaciones.

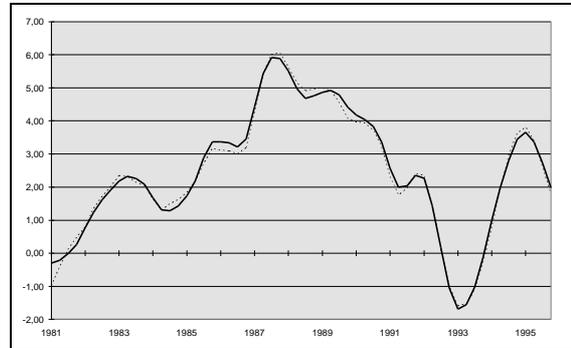


Gráfico B.8. Producto Interior Bruto demanda.

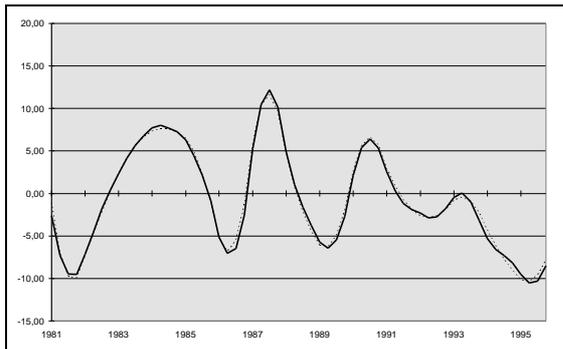


Gráfico B.9. Valor Añadido Bruto en Agricultura.

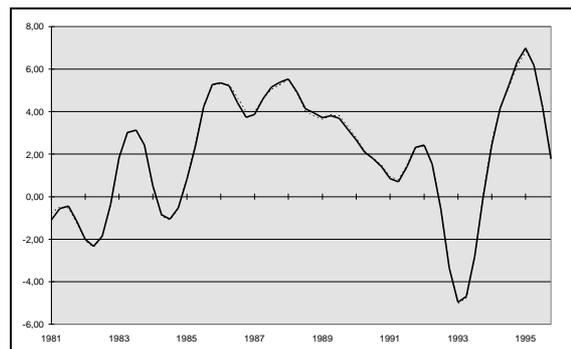


Gráfico B.10. Valor Añadido Bruto en Industria.

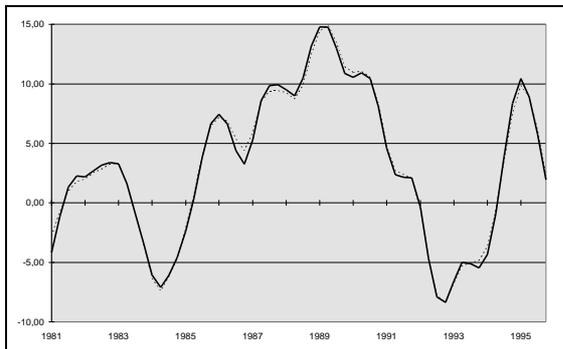


Gráfico B.11. Valor Añadido Bruto en Construcción.

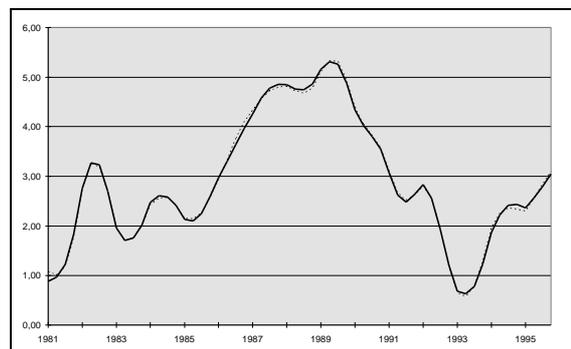


Gráfico B.12. Valor Añadido Bruto en Servicios.

## DESAGREGACIÓN DEL PIB. MÉTODOS CL Y CLR (continuación)

### En tasas de crecimiento interanual

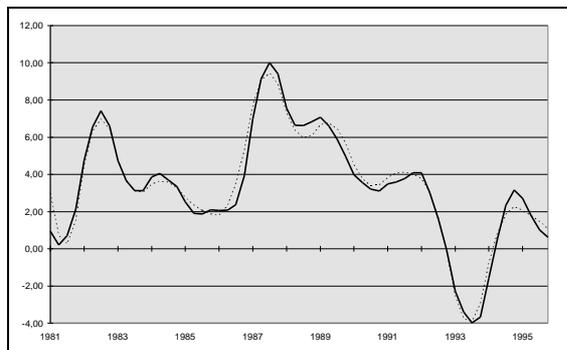


Gráfico B.13. IVA + Impuestos a la Importación.

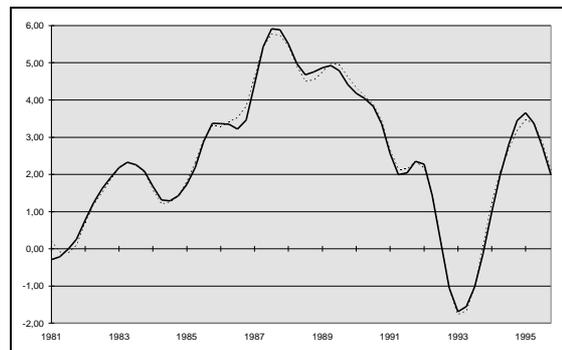


Gráfico B.14. Producto Interior Bruto oferta.