DOCUMENTS DE TREBALL

DE LA FACULTAT DE CIÈNCIES ECONÒMIQUES I EMPRESARIALS

Col·lecció d'Economia

Valoración de *credit default swaps*: Una aplicación del modelo de Hull-White al mercado español [*]

Carmen Badía, Merche Galisteo y Teresa Preixens

Adreça correspondència:

Departament de Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial
Facultat de Ciències Econòmiques i Empresarials
Universitat de Barcelona
Avda. Diagonal, 690
08034 BARCELONA
Tfn. 93 402 45 90
Fax 93 403 48 92
e-mail: cbadia@ub.edu, mgalisteo@ub.edu, tpreixens@ub.edu

[*] Los autores agradecen a AIAF renta fija por la información facilitada acerca de las emisiones en circulación de bonos y obligaciones del mercado español y a Sriram Natarajan de Credit Trade (London) por sus comentarios y la información proporcionada del mercado de derivados de crédito.

Abstract: An empirical application of Hull-White model (2000) to the Spanish market is presented. This model provides an expression to calculate the payment made by credit default swap (CDS) buyer when there is no counterparty default risk. Moreover, it is assumed that the yield par curve, the recovery rate (that is constant) and the moment of credit event are independent.

Data from Banco Santander Central Hispano bonds are used to calculate risk neutral default probability and then CDS premia for an underlying bond of the same credit rating are calculated. This premia are computed under no arbitrage arguments and are compared with the market credit spreads. This results show that the model premia are similar to credit spreads and the main conclusion of this paper is that Hull-White model is suitable to obtain the CDS premia in Spanish market.

Keywords: Credit risk, swaps, default probability, credit event.

JEL: G13, G33

Resum: En aquest treball es presenta una aplicació empírica del model de Hull-White (2000) al mercat de renda fixa espanyol. Aquest model proporciona la expressió per el càlcul dels pagaments fets pel comprador d'un *credit default swap* (CDS), sota la hipòtesi de que no existeix risc de contrapartida. Se suposa, a més, que la corba cupó zero, la taxa de recuperació constant i el moment del succés de crèdit són independents. S'utilitzen bons del Banc Santander Central Hispano para mesurar la probabilitat neutra al risc de fallida i, sota hipòtesi de no arbitratge, es calculen les primes d'un CDS, per un bo subjacent amb la mateixa qualificació creditícia que l'entitat de referència. S'observa que les primes s'ajusten bé als *spreads* crediticis del mercat, que s'acostumen a utilitzar com alternativa a les mateixes.

1. Introducción

El nuevo acuerdo de Basilea (Basilea II), tiene como principal objetivo adecuar las exigencias de recursos propios al capital en riesgo real de las entidades financieras. De hecho, este propósito ya está presente en el acuerdo de capital de Basilea de 1988, pero en los últimos años y debido a la creciente innovación financiera, dicha adecuación se muestra aún más necesaria puesto que las entidades financieras vienen aplicando técnicas de valoración de sus activos no reguladas de forma específica.

En Basilea II, para la determinación de los requerimientos mínimos de recursos propios se tiene en cuenta el riesgo de crédito, de mercado y operacional. En concreto y haciendo referencia al riesgo de crédito, una de las mayores novedades que aporta Basilea II es la posibilidad de mitigar dicho riesgo mediante la contratación de activos derivados de crédito. Este es uno de los motivos por los cuales dichos productos están adquiriendo una especial importancia, tanto por parte de los operadores de mercado, como desde un punto de vista académico.

Los derivados de crédito son instrumentos financieros que permiten transferir el riesgo de crédito implícito en determinadas transacciones económicas, hacia otros intermediarios financieros. Ciertos contratos o activos financieros (préstamos y valores corporativos de renta fija) comportan una posibilidad de pérdida como consecuencia del deterioro en la capacidad de cumplimiento de sus obligaciones de pago. Según Pérez Ramírez (2002) los derivados de crédito intentan gestionar y atenuar la incertidumbre, bien porque una de las partes del contrato deje de cumplir sus obligaciones (riesgo de incumplimiento), o bien porque la diferencia de rendimiento entre dos activos financieros varíe respecto a una diferencia previa especificada (riesgo de rendimiento diferencial).

Estos contratos de crédito fueron introducidos a principios de los noventa y aunque en sus inicios, su volumen de negociación era poco importante, en los últimos años su desarrollo ha sido exponencial. Según la *British Bankers Association* el crecimiento del mercado de derivados de crédito ha superado, de nuevo, y de forma extraordinaria, las expectativas, situándose el volumen negociado a finales del 2002 en 1.952 billones de dólares. Se estima que para el 2004 la cifra puede alcanzar los 4,8 trillones de dólares.

Los derivados de crédito se pueden agrupar en tres tipologías: *credit default products* (contratos de riesgo de impago), *replication products* (contratos replicantes) y contratos estructurados con derivados crediticios.

El primer grupo incluye instrumentos que pagan al comprador de protección del riesgo de crédito una cuantía especificada, relacionada con la ocurrencia de un determinado suceso de crédito. Pertenecen a este grupo los denominados *credit default swaps* (swaps de riesgo de impago) y las *credit default options* (opciones de riesgo de impago).

El segundo grupo de derivados crediticios se caracteriza porque replica los flujos asociados al activo subyacente. A este grupo pertenecen los *total return swaps* (swaps de rendimiento total) y los *credit spread products* (contratos sobre diferenciales de crédito). En el caso del *total return swap*, el comprador de protección cambia la rentabilidad total del activo sometido a riesgo de crédito por una rentabilidad predeterminada.

Un diferencial crediticio es una prima que se añade al tipo de interés libre de riesgo para compensar al inversor por un mayor riesgo crediticio del activo subyacente. Sobre este diferencial se pueden comprar o vender opciones put o call (*credit spread options*) o contratos forward (*credit spread forwads*). En estos casos la parte vendedora de la protección se compromete a indemnizar al comprador, no solo si se produce un impago, sino también en el caso de que se produzca una depreciación en el valor de mercado del activo subyacente, derivado de la disminución en la calificación crediticia.

Finalmente, entre los productos estructurados con derivados crediticios figuran las emisiones de títulos cuyo cupón está referenciado a la calidad crediticia de un determinado activo (*credit linked notes*).

De todos los derivados de crédito anteriormente citados, los que tienen un mayor volumen de negociación hasta la actualidad, son los *credit default swaps* que están siendo considerados, cada vez más, como indicadores de la calidad crediticia de las entidades financieras.

Un *credit default swap* (CDS) es un contrato que protege del riesgo de crédito de una determinada compañía, denominada entidad de referencia. El tenedor de una obligación de dicha entidad, obligación de referencia, compra el CDS para asegurarse el cobro de una cuantía, estipulada en el contrato, en caso de que ocurra un suceso de crédito, es decir, un empeoramiento de la solvencia de la empresa o deterioro en su capacidad de pago[1]. El comprador del CDS efectúa pagos periódicos vencidos, denominados primas, hasta el vencimiento del contrato o hasta que ocurre el suceso de crédito. A cambio, el vendedor del CDS se compromete a que el comprador reciba la cuantía especificada en el contrato si ocurre el suceso de crédito.

Si el CDS se establece en términos de intercambio físico, el vendedor recibe la obligación de referencia y paga al comprador la totalidad de la cuantía estipulada. En cambio, si el CDS se establece en términos de intercambio monetario, el vendedor está obligado a pagar un cierto porcentaje de esta cuantía.

Básicamente, existen dos metodologías para la valoración de los derivados de crédito: los denominados modelos estructurales y los modelos reducidos. Los primeros se basan en el "valor de la empresa" para determinar el

[1] En cada contrato debe especificarse de forma rigurosa qué hechos constituyen el suceso de crédito, ya que es el elemento desencadenante de la finalización del contrato. La *International Swaps and Derivatives Association* (ISDA) define el suceso de crédito como quiebra, suspensión de pagos, moratoria, aceleración de las obligaciones y reestructuración de la deuda.

suceso de crédito (Merton (1974), Black-Cox (1976), Longstaff-Schwartz (1995)), mientras que en el segundo grupo de modelos, el suceso de crédito está supeditado a información exógena a la entidad, como es la información de mercado relacionada con los títulos de la entidad de referencia y la estructura temporal de tipos de interés (Jarrow-Turnbull (1995), Duffie–Singleton (1999), Hull-White (2000), Howeling-Vorst (2002)).

En este artículo se presenta una aplicación empírica del modelo de Hull-White (2000) para el mercado español.

El artículo se estructura de la siguiente forma: en el siguiente apartado se plantea el modelo teórico. En el apartado 3 se deduce la expresión de la prima del CDS. En el apartado 4 se procede a realizar la aplicación empírica para el mercado español, especificando la tasa de recuperación, la estructura temporal de tipos de interés y la función de densidad de *default* y el cálculo empírico de la prima. Finalmente, se presentan las conclusiones.

2. Planteamiento del modelo

Se considera un CDS sin riesgo de contrapartida, con un nocional de 1 unidad monetaria (u.m.), que vence a los t_n años. El comprador del CDS efectúa pagos periódicos y vencidos en las fechas $t_r \quad (r = 1, \ldots, n)$, en concepto de prima, siempre y cuando no se produzca el suceso de crédito asociado a la obligación de referencia, antes de la fecha de vencimiento del CDS. Si el suceso de crédito tiene lugar en t (años), $t_{r-1} < t < t_r$, el comprador efectúa $r-1$ pagos más otro pago adicional en t, cuyo importe será proporcional al tiempo transcurrido desde t_{r-1} hasta t.

En el modelo intervienen, además, las siguientes variables:

w: prima o pago periódico que efectúa el comprador del CDS hasta la ocurrencia del suceso de crédito o hasta t_n, vencimiento del CDS

$f(t)$: probabilidad neutra al riesgo (probabilidad de *default*) de que el suceso de crédito tenga lugar en t, $0 < t \leq t_n$

$S(t_n)$: probabilidad neutra al riesgo de que el suceso de crédito no ocurra entre 0 y t_n

$$S(t_n) = 1 - \int_0^{t_n} f(t) \cdot dt$$

$v(t)$: valor actual, en capitalización compuesta, de 1 u.m. situada en t

$R(t)$: tasa de recuperación esperada de la obligación de referencia en caso de que el suceso de crédito tenga lugar en t y suponiendo neutralidad al riesgo

$C(t)$: cuantía reclamada por el comprador del CDS en caso de que el suceso de crédito tenga lugar en t. Las dos hipótesis más habituales sobre dicha cuantía son

$$C(t) = 1 + A(t)$$

$$C(t) = F(t)$$

En el primer caso se reclama el nominal de la obligación de referencia y los intereses acumulados hasta t, $A(t)$. En el segundo caso, la cuantía reclamada es el valor en t de una obligación sin riesgo que generara los mismo flujos que la obligación de referencia. $F(t)$ es el denominado *no-default value* de la obligación (Hull-White, 2000).

El objetivo del modelo es determinar el importe de la prima a pagar por parte del comprador del CDS. Dicho importe es el que hace nulo el valor del CDS en su origen, que se define como la diferencia entre el valor de los pagos a cargo del comprador (valor de la rama fija del CDS) y el valor del pago a cargo del vendedor del CDS (valor de la rama variable del CDS).

Para realizar dicha valoración se efectúan las siguientes hipótesis:

a. Independencia entre las tasas de recuperación, los tipos de interés libres de riesgo y el momento en que puede tener lugar el suceso de crédito.

b. La tasa de recuperación es constante, $R(t) = R$.

c. La cuantía reclamada se considera el nominal más los intereses acumulados hasta el suceso de crédito

$$C(t) = 1 + A(t)$$

El valor actual esperado de la rama fija del CDS en el origen, $V^f(0)$, es

$$\begin{aligned} V^f(0) &= w \cdot \sum_{r=1}^{n} f(t_r) \cdot \sum_{s=1}^{r} v(t_s) + \int_{0}^{t_{1^-}} w \cdot \frac{t}{t_1} \cdot f(t) \cdot v(t) \cdot dt + \\ &+ \int_{t_{1^+}}^{t_{2^-}} w \cdot \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} \cdot f(t) \cdot v(t) \cdot dt + \ldots + \int_{t_{n-1^+}}^{t_{n^-}} w \cdot \frac{t - t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \cdot f(t) \cdot v(t) \cdot dt + \\ &+ w \cdot S(t_n) \cdot \sum_{r=1}^{n} v(t_r) = \\ &= \int_{0}^{t_n} w \cdot f(t) \cdot \left[u(t) + e(t)\right] \cdot dt + w \cdot S(t_n) \cdot u(t_n) \end{aligned} \qquad (1)$$

siendo $u(t)$ el valor actual de una renta unitaria con el mismo número de términos que fechas de pago de primas enteras existen hasta t y $e(t)$ el factor de actualización proporcional al tiempo transcurrido desde la fecha de pago inmediatamente anterior a t $\left(t_{r-1}\right)$ hasta t

$$e(t) = \frac{t - t_{r-1}}{t_r - t_{r-1}} \cdot v(t), \text{ con } t_{r-1} < t < t_r$$

De forma análoga, para determinar el valor esperado en el origen de la rama variable del CDS, $V^v(0)$, se debe valorar el pago a efectuar por parte del vendedor en caso de que tenga lugar el suceso de crédito. En teoría, la cuantía de dicho pago es

$$1 + A(t) - R \cdot C(t)$$

que por hipótesis sobre $C(t)$ resulta ser

$$1 + A(t) - R \cdot \left(1 + A(t)\right) \qquad (2)$$

A pesar de ello, en la práctica habitual de mercado, el importe del pago que deberá realizar el vendedor en t es únicamente la diferencia entre el nocional de la obligación de referencia y la parte que se recupera de la cuantía reclamada

$$1-R\cdot\left(1+A(t)\right) \tag{3}$$

En definitiva, $V^{v}(0)$ es

$$V^{v}(0)=\int_{0}^{t_n}\left[1-R\cdot\left(1+A\left(t\right)\right)\right]\cdot f\left(t\right)\cdot v\left(t\right)\cdot dt \tag{4}$$

3. Deducción de la prima del CDS

En función del valor de la rama variable del CDS, deducida en (1), y del valor de la rama fija (4), se obtiene que la prima es:

$$w=\frac{\int_{0}^{t_n}\left[1-R\cdot\left(1+A(t)\right)\right]\cdot f(t)\cdot v(t)\cdot dt}{\int_{0}^{t_n} f(t)\cdot\left[u(t)+e(t)\right]\cdot dt+S(t_n)\cdot u(t_n)} \tag{5}$$

Ahora bien, la prima que se obtiene de esta expresión, no excluye las oportunidades de arbitraje tal como debería resultar de un modelo estable de valoración que impone un equilibrio en el mercado financiero (Hull-White, 2000).

La prima de un CDS que si comporta ausencia de oportunidades de arbitraje se deduce del siguiente razonamiento.

Se considera una cartera formada por una obligación, denominada obligación subyacente, de nominal 1 u.m., que se emite hoy al tipo de emisión y, que paga cupones en t_r $\left(r = 1,2,\ldots,n\right)$ y vence en t_n y un CDS que se contrata en la fecha de emisión de la obligación subyacente y que al igual que ésta, vence en t_n. Dicho swap supone el pago de primas periódicas vencidas, w^*, en t_r $\left(r = 1,2,\ldots,n\right)$.

El rendimiento de esta cartera hoy es $y - w^*$ y para evitar oportunidades de arbitraje, este rendimiento, en cualquier instante de tiempo, debe ser el de un título no arriesgado x.

$$y - w^* = x$$

En este análisis se considera que la obligación subyacente y la obligación sin riesgo tienen la misma estructura de pagos.

En el momento t en el que ocurre el suceso de crédito y en condiciones de no arbitraje, el comprador debería obtener del CDS un ingreso neto igual a la diferencia entre el valor de la obligación sin riesgo y el valor de la obligación subyacente. Por tanto, el pago realizado en t por el vendedor del CDS, z^*, será aquél para el que se cumpla

$$1 + x \cdot \frac{t - t_{r-1}}{t_r - t_{r-1}} - R \cdot \left(1 + y \cdot \frac{t - t_{r-1}}{t_r - t_{r-1}}\right) = z^* - \left((y - x) \cdot \frac{t - t_{r-1}}{t_r - t_{r-1}}\right)$$

De esta igualdad se obtiene que:

$$z^* = \left(1 - R\right) \cdot \left(1 + A^*(t)\right) \qquad (6)$$

donde $A^*(t)$ son los intereses acumulados por la obligación subyacente en t.

De este resultado se deduce que el pago a efectuar por el vendedor del CDS en el momento del suceso de crédito en condiciones de no arbitraje, difiere del que normalmente se realiza en la práctica, tal como se describe en (3).

Teniendo en cuenta z^*, el valor de la rama variable del CDS es

$$V^v(0) = \int_0^{t_n} \left[(1-R) \cdot \left(1 + A^*(t)\right) \right] \cdot f(t) \cdot v(t) \cdot dt \qquad (7)$$

de manera que la prima resultante, w^*, es

$$w^* = \frac{\int_0^{t_n} \left[(1-R) \cdot \left(1 + A^*(t)\right) \right] \cdot f(t) \cdot v(t) \cdot dt}{\int_0^{t_n} f(t) \cdot \left(u(t) + e(t)\right) \cdot dt + S(t_n) \cdot u(t_n)} \qquad (8)$$

4. Aplicación empírica

El propósito de este apartado es obtener valores para las primas deducidas del modelo de Hull-White (2000), bajo la hipótesis de no arbitraje, y compararlas con los *spreads* crediticios[2] obtenidos directamente del mercado. Habitualmente, en la práctica, la prima de un CDS se aproxima a través del *spread* crediticio, es decir a través de la diferencia entre el rendimiento de la obligación corporativa de referencia, y el rendimiento del bono libre de riesgo.

Para determinar primas a través del modelo planteado, se necesita efectuar alguna hipótesis sobre el valor de la tasa de recuperación R, así como sobre la estructura temporal de tipos de interés, y calcular $f(t)$, la probabilidad neutra al riego de que el suceso de crédito tenga lugar en t.

Después de analizar el mercado de renta fija español, se ha optado por trabajar con las emisiones en circulación del Banco Santander Central Hispano (BSCH). Esta entidad está calificada como A por *Moody's*[3] y *Standard &*

[2] Se supone que el *spread* crediticio sólo recoge el riesgo de crédito, excluyendo otros posibles riesgos como el de liquidez.
[3] www.moodys.com

Poor's[4] y en la fecha de análisis (7/5/03) tiene 11 bonos en circulación. De estos se han escogido los bonos adecuados para cubrir un horizonte temporal de 12 años y que además su último precio cotizado fuese cercano a la fecha de análisis.

En definitiva se ha trabajado con 6 títulos[5], cuyas principales características se enumeran en la **Tabla 1**.

TABLA 1
Características de las obligaciones del BSCH a 7/5/03

Fecha vencimiento	Cupón anual (%)	Precio ex-cupón
9/12/03	8	103,290
12/03/06	2,75	99,500
1/10/07	4	102,063
29/10/08	8,75	123,663
29/12/10	10,75	134,500
15/12/15	7,65	117,500

Información obtenida del Boletín diario de operaciones en fecha 7 de mayo de 2003, facilitado por AIAF, mercado de renta fija.

4.1. Tasa de recuperación

Tanto para la determinación de las probabilidades de *default* como para el cálculo de las primas se ha supuesto que $R = 0,40$.

En *Default and Recovery Rates of European Corporate Bond Issuers, 1985-2002*, de *Moody's Investors Service*, se afirma que la tasa media de recuperación en Europa para el año 2002 ha sido del 20,3%, incluyendo las acciones preferentes, valor muy similar al de años anteriores. Este valor del 20,3% es

[4] www.standardandpoors.com

[5] En Hull, J. C. y A. White (2001) se utiliza un conjunto de 8 títulos que cubren un horizonte temporal de 25 años.

ligeramente menor al del 2001 porque para su cálculo no se han tenido en cuenta los préstamos garantizados, cuyo ratio de recuperación suele oscilar alrededor del 50%. Además, la tasa de recuperación para bonos garantizados es de 42,9% en el año 2002.

Tal como se desprende de la anterior información, la tasa de recuperación debería ser distinta para instrumentos de deuda con diferentes características, como son la *seniority* del activo o las garantías asociadas a dicho activo. De todos modos, en este trabajo se considera que la tasa de recuperación es constante en el tiempo e igual para todas las obligaciones.

Por otra parte y como queda demostrado en numerosos trabajos, como en Hull-White (2000) y en Howeling-Vorst (2002), el valor de R no influye excesivamente en el cálculo de las primas del CDS.

4.2. Estructura temporal de tipos de interés

Se ha utilizado la ETTI a 7/5/03 facilitada por Serfiex[6] que proporciona 17 tipos de interés para plazos comprendidos entre 1 día y 30 años. Esta información se recoge en la **Tabla 2**.

[6] "La metodología de estimación de la curva cupón cero es básicamente la publicada en 1992 en *The Journal of Fixed Income* por Coleman, Fisher e Ibbotson. No obstante, existe un algoritmo previo para la elección de los bonos que entran a formar parte de la estimación de la curva cupón cero, basada en criterios de mínimo sesgo y representatividad por plazos". www.serfiex.com

TABLA 2 Estructura temporal de tipos de interés a 7/5/03					
Plazo	Tipos interés %	Plazo	Tipos interés %	Plazo	Tipos interés %
1 día	2,48	2 años	2,28	8 años	3,90
15 días	2,47	3 años	2,73	9 años	4,05
30 días	2,46	4 años	2,99	10 años	4,14
90 días	2,38	5 años	3,21	20 años	4,99
180 días	2,28	6 años	3,47	30 años	5,07
1 año	2,21	7 años	3,67		

Información obtenida de www.serfiex.com

4.3. Determinación de la función de densidad de probabilidad de *default*

A partir de un conjunto de j bonos, que vencen en $t_i\left(i=1,2,\ldots,j\right)$, se deduce la estructura temporal de probabilidades de *default* y se infiere la función de densidad $f(t)$.

La diferencia, en el origen, entre el precio de un bono libre de riesgo, G_j, con la misma estructura de cupones que el bono corporativo j y el precio de dicho bono, B_j, es el valor actual esperado de las pérdidas del título corporativo j-ésimo. Este valor es

$$G_j - B_j = \sum_{i=1}^{j} \beta_{ij} \cdot f(t_i) \qquad (9)$$

donde β_{ij} es la pérdida, en el origen, del bono corporativo j-ésimo, cuando el suceso de crédito tiene lugar entre t_{i-1} y t_i, siendo $f(t_i)$ la probabilidad neutra al riesgo de dicho suceso de crédito. Siguiendo a Hull-White (2000) se supone que $f(t_i)$ es constante para todo el intervalo. Entonces

$$\beta_{ij} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} v(t)\cdot\left(F_j(t) - R\cdot C_j(t)\right)\cdot dt \qquad (10)$$

donde $F_j(t)$ es el precio futuro en t de un bono sin riesgo que generara los mismos pagos que el corporativo y $C_j(t)$ es la cuantía reclamada en t de la obligación de referencia que vence en t_j.

De la ecuación (9) se deduce que

$$f(t_j) = \frac{G_j - B_j - \sum_{i=1}^{j-1}\beta_{ij}\cdot f(t_i)}{\beta_{jj}} \qquad (11)$$

Dada la estructura de vencimientos de los títulos considerados, $f(t)$ está definida desde 7/5/03 hasta 15/12/15. Se trata de una función definida a tramos siendo constante en cada uno de ellos

$$f(t) = \begin{cases} 0,000557 & 0 < t \le 0,591781 \\ 0,005571 & 0,591781 < t \le 2,849315 \\ 0,011567 & 2,849315 < t \le 4,405479 \\ 0,022162 & 4,405479 < t \le 5,484932 \\ 0,065833 & 5,484932 < t \le 7,652055 \\ 0,013900 & 7,652055 < t \le 12,616438 \end{cases} \qquad (12)$$

Esta función se ha obtenido de forma recursiva. En primer lugar, se ha determinado $f(t)$ para $0 < t \le 0,591781$. A partir de ésta, se ha determinado $f(t)$ para $0,591781 < t \le 2,849315$ y así sucesivamente. Para el cálculo de cada uno de estos tramos, B_j se ha calculado sumando al precio ex–cupón proporcionado por el mercado, el importe del cupón corrido. Por otra parte, G_j se ha obtenido valorando el título con los tipos de interés libres de riesgo. Según la estructura de flujos de cada título ha sido preciso interpolar la estructura de tipos de interés.

Es interesante mencionar que para el cálculo de β_{ij} según (10) ha sido preciso subdividir el intervalo de integración $\left(t_{i-1}, t_i\right)$, determinado por las fechas de vencimiento de los títulos considerados, en función de las fechas de pago de los cupones.

Como se puede observar en (12), las probabilidades obtenidas para los diferentes intervalos son relativamente pequeñas y ello es debido a la buena calificación crediticia de los títulos considerados. Para el total del plazo estudiado, la probabilidad acumulada es de 0,266503. Es decir, la probabilidad de que el suceso de crédito tenga lugar en este plazo, para un título emitido por una entidad con calidad crediticia A, es del 26,65%. En las **Tablas 3** y **4** se muestran los resultados intermedios de $G_j - B_j$ y β_{ij} respectivamente, utilizados para el cálculo de las probabilidades y asociados a cada título.

TABLA 3
Valor esperado de la pérdida asociada a cada obligación a 7/5/03

Título	**Vencimiento**	$G_j - B_j$
1	9/12/03	0,000213
2	12/03/06	0,007551
3	1/10/07	0,017912
4	29/10/08	0,035363
5	29/12/10	0,122436
6	15/12/15	0,164142

TABLA 4 **Pérdida a 7/5/03 para cada obligación y cada vencimiento (β_{ij})**						
Título	**Vencimiento**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	0,382320	-	-	-	-	-
2	0,358374	1,319689	-	-	-	-
3	0,381968	1,375136	0,867865	-	-	-
4	0,523781	1,764175	1,013493	0,610039	-	-
5	0,642196	2,163655	1,241348	0,744024	1,207689	-
6	0,566207	1,981100	1,218111	0,771245	1,362055	2,296217

4.4. Primas

Las primas obtenidas en este trabajo se presentan en la **Tabla 5**.

TABLA 5 ***Spreads* y primas para la obligación subyacente**				
Vencimiento (años)	***Spread* crediticio (p.b.)**	**Primas (p.b.)**		
		w^{*} (3%)	w^{*} (4%)	w^{*} (5%)
1	6,68	16,16	16,28	16,40
2	17,97	25,20	25,35	25,49
3	28,99	30,14	30,31	30,47
4	38,47	40,19	40,40	40,61
5	53,37	53,81	54,10	54,40
6	83,88	88,83	89,34	89,85
7	125,63	131,70	132,41	133,12
8	152,79	152,84	153,61	154,38
9	152,61	149,49	150,24	150,99
10	152,43	147,00	147,64	148,37

Entre paréntesis se indica el tipo de interés anual de emisión de la obligación subyacente. La información se presenta en puntos básicos (p.b.)

La segunda columna muestra los *spreads* crediticios (en puntos básicos) para vencimientos comprendidos entre 1 y 10 años. Las tres columnas restantes son los valores de las primas del CDS, para estos distintos vencimientos y diferentes tipos de emisión de la obligación subyacente.

Las primas obtenidas se comparan con *spreads* crediticios ya que en España no existe, en la actualidad, un mercado organizado de estos derivados. Cabe la posibilidad de obtener datos de primas de mercado reales a través de instituciones financieras internacionales que intervienen en la negociación de CDS. Sin embargo, el volumen de CDS en los que la empresa de referencia es española es todavía escaso.

Como se ha comentado anteriormente, los operadores de mercado utilizan como aproximación de las primas de riesgo los *spreads* crediticios y por ello la contrastación estadística de los resultados de este trabajo se fundamenta en la comparación con estos *spreads*. Evidentemente, ello supone un sesgo añadido a la validación de los resultados puesto que la comparación no es con datos reales sino con una aproximación de ellos. La falta de datos reales obliga a esta comparación.

Para obtener la columna del *spread* crediticio, previamente se han calculado los *spreads* relativos a las seis obligaciones del BSCH (entidad de referencia), es decir, la diferencia entre la TIR de cada una de esas seis obligaciones y el rendimiento de estos mismos títulos pero valorados sin riesgo.

A continuación y para obtener los *spreads* para los vencimientos indicados, se han realizado las interpolaciones oportunas.

En este trabajo se calculan las primas obtenidas bajo la hipótesis de no arbitraje, w^*, por tanto para su cálculo se ha utilizado la expresión (8). En definitiva, ello implica que la cuantía reclamada por el comprador del CDS en el momento del suceso de crédito es $1+A^*(t)$, es decir, el nominal y los intereses acumulados hasta t de la obligación subyacente. De esta cuantía el vendedor debe pagar en t

$$(1-R)\cdot\left(1+A^{*}(t)\right)=1+A^{*}(t)-R\cdot\left(1+A^{*}(t)\right)$$

expresión que difiere de (3) en la que no se ha tenido en cuenta la hipótesis de no arbitraje.

Para la obtención de estas primas se ha trabajado con una obligación, que supuestamente tiene la misma calificación crediticia que las obligaciones de la entidad de referencia, con tres tipos de emisión distintos, para evaluar la influencia del cupón en el valor de la prima del CDS. Cabe mencionar, que dada la función de densidad de probabilidad, ha sido preciso subdividir el intervalo de integración, para la valoración de la rama fija y variable del CDS, en subintervalos determinados por dicha función de densidad.

En primer lugar, se observa que *spreads* y primas toman valores muy similares, sobre todo para CDS con vencimientos superiores a dos años. Como se puede apreciar, para cada vencimiento y dada la estructura de tipos de interés existente en la fecha de análisis, la prima es creciente respecto al tipo de emisión. Sin embargo, este crecimiento es poco significativo para los tipos considerados. Por otra parte, se aprecia un incremento de la prima a medida que aumenta el vencimiento del CDS. Pero, al igual que ocurre con la serie del *spread* crediticio, el valor de la prima disminuye a partir del octavo año. Este comportamiento de las primas, muy similar al de los *spreads* crediticios obtenidos directamente del mercado, hace pensar que los resultados son correctos, y que por tanto, el modelo de Hull-White (2000) se ajusta bien al mercado español. Según *Credit Trade*[7], empresa líder en el mercado de

[7] www.credittrade.com

derivados de crédito, la prima cotizada en el mercado a 7/5/03, para un CDS a 5 años del BSCH fue 40/50 p.b. Este valor corrobora aún más los resultados obtenidos.

Mediante un análisis estadístico descriptivo, cuyos resultados se muestran en la **Tabla 6,** se confirma la validez del modelo Hull-White (2000) para el caso analizado:

TABLA 6
Principales estadísticos descriptivos

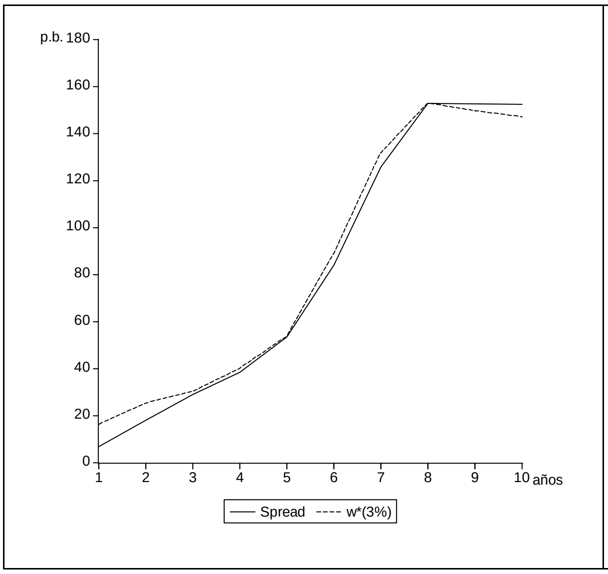
	Spread	w^* (3%)	w^* (4%)	w^* (5%)
Media	81.28200	83.53600	83.96800	84.40800
Mediana	68.62500	71.32000	71.72000	72.12500
Máximo	152.7900	152.8400	153.6100	154.3800
Mínimo	6.680000	16.16000	16.28000	16.40000
Desviación Estándar	59.77446	56.84747	57.11468	57.39466
Observaciones	10	10	10	10

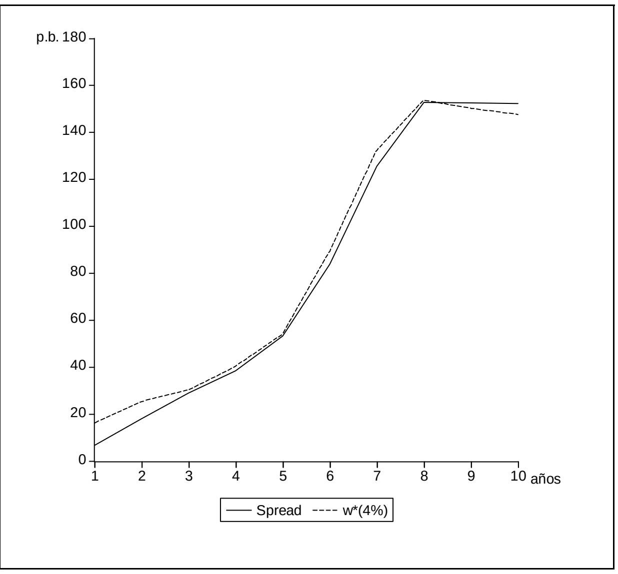
Los valores medios de las primas obtenidas están próximos al valor medio del *spread* crediticio. Además, el grado de dispersión de las primas es similar al de los *spreads*, reflejando la relación directa de primas y *spreads* con respecto al vencimiento de la obligación subyacente. El valor mínimo se corresponde con el menor vencimiento (1 año) y es, en este caso, donde se observa una mayor diferencia entre la prima obtenida a través del modelo y el *spread* de mercado. El valor máximo de *spreads* y primas es muy similar y se obtiene para un vencimiento de 8 años. En este sentido, cabe destacar el acierto del modelo en determinar la prima de mayor importe en el mismo vencimiento en que el *spread* obtenido de los datos del mercado toma su máximo valor.

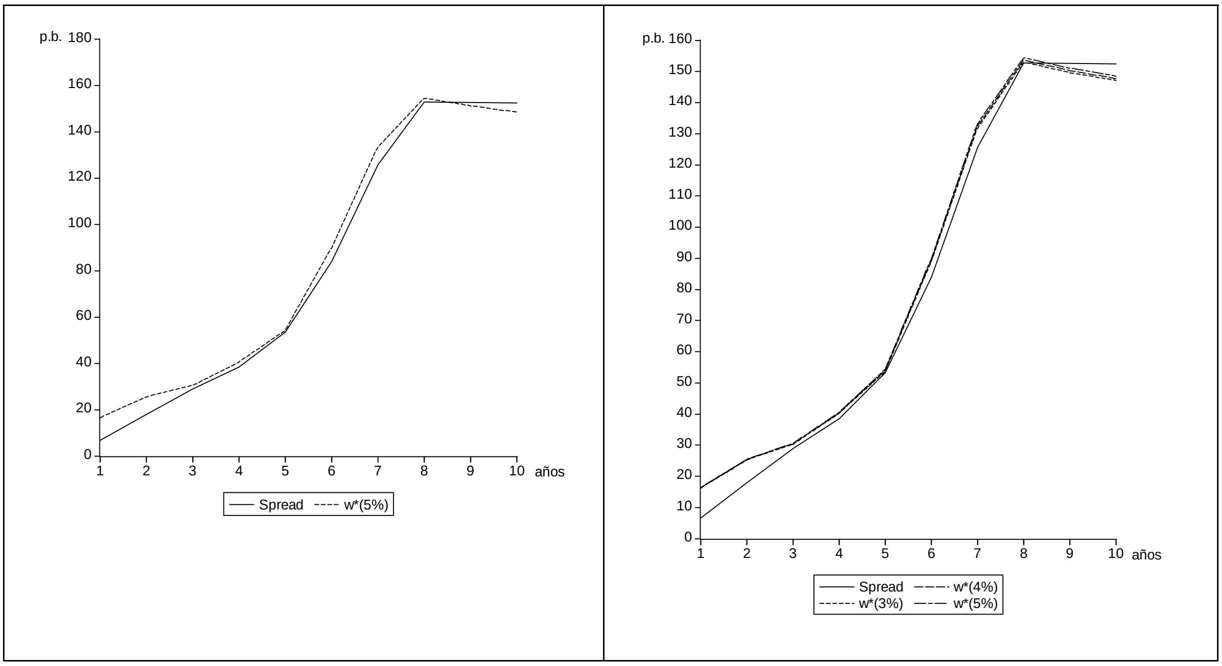
Por otra parte, en la **Tabla 7** se muestran los coeficientes de correlación lineal que acaban de corroborar la alta relación directa entre los *spreads* y las primas obtenidas en el trabajo.

TABLA 7 **Matriz de coeficientes de correlación**				
	Spread	$w^*(3\%)$	$w^*(4\%)$	$w^*(5\%)$
Spread	1.000000	0.998050	0.998018	0.997999
$w^*(3\%)$	0.998050	1.000000	1.000000	0.999999
$w^*(4\%)$	0.998018	1.000000	1.000000	1.000000
$w^*(5\%)$	0.997999	0.999999	1.000000	1.000000

En los siguientes gráficos se ponen de manifiesto las relaciones anteriormente comentadas.







5. Conclusiones

En los últimos años han adquirido una especial importancia los derivados de crédito, activos que gestionan el riesgo de crédito asociado a determinadas transacciones económicas. De ellos los más destacados son los *credit default swaps* (CDS). En este artículo se obtienen, a través del modelo de Hull-White (2000), valores para las primas de CDS sobre empresas españolas. La reciente aparición de este tipo de derivados y la no existencia de un mercado organizado en España, hace que los estudios empíricos para entidades de referencia españolas sean todavía escasos[8].

A través de esta metodología y a partir de seis bonos del Banco Santander Central Hispano, se calcula la probabilidad de *default* neutra al riesgo para esta entidad de referencia. Una vez conocida la probabilidad de que el suceso de crédito tenga lugar en un momento determinado, y bajo ciertas hipótesis, se calculan las primas a pagar por la protección del riesgo de crédito que ofrece el

[8] El único trabajo de referencia en el que se obtienen primas de CDS para entidades españolas es Elizalde, A. (2003)

CDS al comprador. Estas primas se obtienen para una obligación subyacente con diferentes vencimientos y suponiendo distintos tipos de emisión, lo cual permite analizar el efecto de dichas variables sobre las primas.

Así pues y a partir de los resultados obtenidos se puede apreciar que las primas resultantes se aproximan bien a los *spreads* crediticios, que en la práctica se suelen utilizar como alternativa a dichas primas. A la vista del análisis estadístico descriptivo realizado, se desprende que el comportamiento de ambas series es similar, pudiéndose observar que son crecientes respecto al vencimiento con un máximo en los 8 años.

De los gráficos expuestos en el apartado anterior se deduce que el modelo Hull-White (2000) obtiene primas prácticamente idénticas a los *spreads* para vencimientos comprendidos entre 3 y 9 años. Para vencimientos inferiores a 3 años, las primas deducidas del modelo son mayores que los *spreads*, mientras que para vencimientos superiores a 9 años son menores.

Por otro lado, se constata que las primas son crecientes en función del tipo de interés de emisión de la obligación subyacente. Además y para el CDS a 5 años la prima obtenida a través del modelo está en consonancia con la cotización real del mercado. En definitiva, el modelo Hull-White (2000) es adecuado para el cálculo de primas de CDS de las entidades españolas.

Bibliografía

- Basel Committee on Banking Supervision (1988) "International Convergence of Capital Measurements and Capital Standards", Basilea.
- Basel Committee on Banking Supervision (2001) "Update on the New Basel Capital Accord", Basilea.
- Black, F. and J.C. Cox (1976) "Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions", *Journal of Finance*, 31, nº 2, 351-367.
- Blanco, R. (2003) "El contenido informativo de los derivados crediticios", *Boletín Económico del Banco de España*, 67-74.
- Blum, C., L. Overbeck and C. Wagner (2003) "*An Introduction to Credit Risk Modeling*", Chapman & Hall/CRC, New York.
- British Banker's Association (2002) "BBA Credit Derivatives Report 2001/2002", www.bba.org.uk.
- Das, S. (2000) "*Credit Derivatives and Credit Linked Notes*", John Wiley & Sons, New York.
- Duffie, D. (1999) "Credit Swap Valuation", *Financial Analyst Journal*, 55, 73- 87.
- Duffie, D. and K.J. Singleton (1999) Modeling Term Structures of Defaultable Bonds, *Review of Financial Studies*, 12, nº 4, 687-720.
- Elizalde, A. (2003) "*Credit Default Swap Valuation an Application to Spanish Firms*", CEMFI, Tesina nº 0303.
- Houweling, P. and T. Vorst (2002) "An Empirical Comparison of Default Swap Pricing Models", www.defaultrisk.com.
- Hull, J.C. and A. White (2000) "Valuing Credit Default Swaps I: no Counterparty Default Risk", *Journal of Derivatives*, 8, nº 1, 29-40.
- Hull, J.C. and A. White (2001) "Valuing Credit Default Swaps II: Modeling Default Correlations", *Journal of Derivatives*, 8, nº 3, 12-21.

- Hull, J.C. (2003) “*Options, Futures and Other Derivatives*”, Prentice Hall, New Jersey.
- Jarrow, R. and S. Turnbull (1995) “Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk”, *Journal of Finance*, 50, nº 1, 53-85.
- Jarrow, R. and S. Turnbull (1996) “*Derivatives Securities*”, South-Western College Publishing, Cincinnati.
- Longstaff, F.A. and E. Schwartz (1995) “Valuing Credit Derivatives”, *Journal of Fixed Income*, 5, nº 1, 6-12.
- Martín, J. L. y A. Trujillo (2000) “Los contratos derivados de crédito en la gestión de carteras de préstamos comerciales”, *Actualidad Financiera*, 5, nº 1, 17-28.
- Merton, R. (1974) “On the Pricing of Corporate Debt: the Risk Structure of Interest Rates”, *Journal of Finance*, 29, 449-470.
- Moody’s Investors Service (2003) “Default and Recovery Rates of European Corporate Bond Issuers, 1985-2002”, www.moodys.com
- Moody’s Investors Service (2003) “Bank Credit Research. Monthly Ratings List”, May, www.moodys.com.
- Peña, J.I. (2003) *“La gestión de riesgos financieros de mercado y de crédito”*, Prentice Hall, Madrid.
- Pérez Ramírez, J. (2002) “Los derivados de crédito”, *Estabilidad Financiera, Banco de España,* 3, 59-83.