

TREBALL FINAL DE MÀSTER

Títol: Rendes vitalícies amb assegurances complementàries en cas de mort

Autoria: Èric Artés Claret

Tutoria: Dr. Antoni Alegre

Curs acadèmic: 2017-2018



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Facultat d'Economia
i Empresa

Màster
**de Ciències
Actuarials
i Financeres**

Facultat d'Economia i Empresa

Universitat de Barcelona

Treball Final de Màster

Màster en Ciències Actuarials i Financeres

**Rendes vitalícies amb
assegurances
complementàries en cas de
mort**

Autoria: Èric Artés Claret

Tutoria: Dr. Antoni Alegre

El contingut d'aquest document és d'exclusiva responsabilitat de l'autor, qui declara que no ha incorregut en plagi i que la totalitat de les referències a altres autors han estat expressades en el text.

Resum

En aquest treball s'analitzen les diferències en les primes de diferents productes de rendes vitalícies que es calculen a partir de diferents taules de mortalitat, recollides de diferents països. A més s'introduirà una nova modalitat d'assegurança de mort que té com a objectiu mitigar el risc de perdre la inversió un cop s'ha començat a cobrar la prestació d'una renda vitalícia però encara no s'ha amortitzat respecte de les primes.

Paraules clau

Taules de mortalitat
Renda vitalícia
Prestació
Assegurança de mort
Prima pura

Abstract

This assignment analyses the differences between the premium of annuities calculated with different life tables, which are from different countries. Furthermore, a new death insurance will be introduced and its aim will be to mitigate the risk of losing the investment once the insured person is earning the benefit of his or her annuity but still haven't amortized over its premiums.

Keywords

Life tables
Annuity
Benefit
Death insurance
Premium

Índex

1. <i>Introducció</i>	1
2. <i>Taules de mortalitat: el factor “aleatori” de les rendes vitalícies</i>	3
3. <i>Variables qualitatives en la supervivència</i>	8
4. <i>Operacions actuàries</i>	9
4.1. Renda diferida vitalícia	9
4.2. Renda diferida vitalícia amb assegurança de recuperació de primes per defunció abans de la jubilació	10
4.3. Renda diferida vitalícia amb assegurances de recuperació de primes abans de la jubilació i mentre es cobra la prestació	10
4.4. Assegurament amb capitals diferits de recuperació de primes	11
4.5. Operacions amb prima única	12
5. <i>Mètode de càlcul: Creació d’una funció en R</i>	14
6. <i>Anàlisi comparativa</i>	15
6.1. Rendes vitalícies per a la població masculina	16
6.1.1. Rendes amb prima periòdica	17
6.1.2. Rendes amb prima única	21
6.2. Rendes vitalícies per a la població Femenina	23
6.2.1. Rendes amb prima periòdica	24
6.2.2. Rendes amb prima única	27
7. <i>Provisions matemàtiques</i>	29
8. <i>Conclusions</i>	32
<i>Bibliografia</i>	33
<i>Annex 1: Taules de mortalitat</i>	35
<i>Annex 2: Codi de la funció d’R</i>	41
<i>Annex 3: Codi de les provisions de la renda vitalícia amb assegurança de retorn de primes proporcionals durant el cobrament de la prestació</i>	59
<i>Annex 4: Codi de les provisions de la renda vitalícia amb capital diferit a la jubilació de retorn de primes proporcionals a les contraassegurances de primes</i> ..	62

Índex de Taules

TAULA 1 - ESPERANÇA DE VIDA EN ANYS PER PAÍS D'UN HOME DE 40 ANYS.....	7
TAULA 2 - ESPERANÇA DE VIDA EN ANYS PER PAÍS D'UNA DONA DE 40 ANYS.....	7
TAULA 3 - PRIMES PURES DELS DIFERENTS PRODUCTES A TOTS ELS PAÏSOS (HOME DE 40 ANYS).....	16
TAULA 4 - INCREMENT PERCENTUAL RESPECTE DE LES PRIMES ESPANYOLES (HOME DE 40 ANYS).....	16
TAULA 5 - INCREMENT PERCENTUAL DE LES PRIMES DELS DIFERENTS PRODUCTES RESPECTE DE LA PRIMA PURA DE LA RENDA VITALÍCIA SOLA (HOME DE 40 ANYS).....	17
TAULA 6 - RENDES AMB PRIMA PURA (HOME DE 40 ANYS).....	17
TAULA 7 - PRIMES PURES DELS DIFERENTS PRODUCTES A TOTS ELS PAÏSOS (DONA DE 40 ANYS).....	23
TAULA 8 - INCREMENT PERCENTUAL RESPECTE DE LES PRIMES ESPANYOLES (DONA DE 40 ANYS).....	23
TAULA 9 - INCREMENT PERCENTUAL DE LES PRIMES DELS DIFERENTS PRODUCTES RESPECTE DE LA PRIMA PURA DE LA RENDA VITALÍCIA SOLA (DONA DE 40 ANYS).....	24
TAULA 10 - RENDES AMB PRIMA PURA (DONA DE 40 ANYS).....	24
TAULA 11 - PROVISIONS DE LA RENDA VITALÍCIA AMB CONTRAASSEGURANCES DE MORT ABANS DE JUBILACIÓ I MENTRE ES COBRA LA PRESTACIÓ.....	30
TAULA 12 - PROVISIONS DE LA RENDA VITALÍCIA AMB CONTRAASSEGURANCES DE MORT ABANS DE JUBILACIÓ I CAPITAL DIFERIT DE RECUPERACIÓ DE PRIMES PROPORCIONALS A LES CONTRAASSEGURANCES DE MORT.....	31

Índex de gràfics

GRÀFIC 1 - TAULES DE MORTALITAT MASCULINES.....	4
GRÀFIC 2 - TAULES DE MORTALITAT FEMENINES.....	5
GRÀFIC 3 - FUNCIO DE SUPERVIVÈNCIA (HOME DE 40 ANYS).....	6
GRÀFIC 4 - FUNCIO DE SUPERVIVÈNCIA (DONA DE 40 ANYS).....	6
GRÀFIC 5 - PRIMES HOME DE 40 ANYS.....	20
GRÀFIC 6 - RENDA PRIMA ÚNICA HOME DE 40 ANYS.....	21
GRÀFIC 7 - PRIMES DONA DE 40 ANYS.....	27
GRÀFIC 8 - RENDA PRIMA ÚNICA HOME DE 40 ANYS.....	28

1. Introducció

En un context polític i social on les pensions públiques estan en el punt de mira, per les pujades mínimes del 0,25% i el factor de sostenibilitat en un horitzó no gaire llunyà degut a la sobre població en edats més avançades, és cada cop més interessant parlar d'alternatives d'estalvi per la jubilació.

La pensió pública, a Espanya, és una renda vitalícia on actualment es calcula en funció dels anys cotitzats i de les cotitzacions dels últims 25 anys. Però a Espanya el sistema és fràgil ja que la sostenibilitat depèn de la proporció de persones que cotitzen respecte de persones que estan rebent una prestació.

Com a alternativa a la pensió pública, es podria dedicar una part de l'estalvi que s'obté durant la vida laboral a finançar-se una renda vitalícia de cara a la jubilació, i en funció del què s'aporti, pot ser un complement molt atractiu a la pensió pública. El problema que actualment existeix amb les rendes vitalícies és que el risc de morir poc després de començar a rebre la prestació fa que en ocasions sigui poc atractiu contractar-ne una, perquè fa pensar que si no has amortitzat la prestació, la renda vitalícia acaba sent una inversió perduda.

En aquest treball introduiré una assegurança que no existeix en el mercat, que blinda la prestació de la renda vitalícia en cas de mort abans d'amortitzar-la del tot. Fins ara, el que normalment veiem era contra assegurances de primes en cas de que l'assegurat mori abans de rebre la prestació, i per tant els seus hereus poden recuperar la inversió, però un cop comença la prestació, a dia d'avui, si l'assegurat mor abans de recuperar la inversió, aquesta es perd. Això es pot comparar amb la diferència que hi ha entre cobrar aquesta prestació en forma d'assegurança decreixent, amb el fet de cobrar un capital diferit en el moment de la jubilació (o abans), amb l'objectiu de recuperar la inversió en les contraassegurances com a premi de supervivència. L'objectiu serà veure el comportament de les primes pures amb les diferents construccions de productes actuariais, per tal de veure si afegir una assegurança que cobreixi part del risc de morir mentre es cobra, incrementa molt la prima. Serà una assegurança de vida sencera que començarà a tindre efecte en el moment de la jubilació, i a mesura que es van cobrant prestacions per la renda vitalícia, la quantia recuperable de l'assegurança anirà baixant, inclús podent arribar a zero. Es vol demostrar la hipòtesis de que introduint aquesta assegurança, el preu d'una renda vitalícia seguirà sent atractiu per als assegurats. A més, es farà la comparació d'afegir capitals diferits a la jubilació o abans per tal de veure si recuperar part de les primes en vida apuja molt més la prima que no pas recuperar-ne una part un cop s'ha mort i de manera decreixent.

L'altre anàlisi comparativa que es farà serà respecte de les rendes immediates als 65 anys pagades amb prima única, que serien la alternativa a les rendes vitalícies contractades abans de la jubilació, però enlloc d'optar per pagar primes periòdiques, s'estalvien aquestes amb l'objectiu d'arribada la jubilació i transformar-les en una renda. Aquí

l'objectiu serà comparar la renda resultant amb la prima única contra la que es donaria si es fa amb prima periòdica.

Si bé és cert que l'objectiu de la Unió Europea, i sobretot, de l'Eurozona és que el nivell de preus entre els països que tenen la moneda única iguals o similars, en el tema de les pensions, el preu depèn també de les taules de mortalitat de cada país. Tot això podria portar a una unificació de les taules de mortalitat dels països de la Unió Europea.

Ja es van donar els primers passos d'unificació a nivell europeu en la sentència sobre l'assumpte de Test-Achats de l'1 de Març de 2011 on es va donar termini a les asseguradores fins al 21 de Desembre del 2012, per tractar als clients de diferent sexe de manera igualitària en quant a les primes i prestacions. Aquesta sentència no es tindrà en compte en aquest treball ja que un dels objectius serà veure com afecten les variables qualitatives a les taules de mortalitat, i les variables qualitatives de més fàcil accés són la nacionalitat i el sexe.

En un context on l'assegurança cada cop està més individualitzada, i les variables qualitatives s'utilitzen molt en les assegurances de no vida, és interessant comentar i analitzar com un model de variables qualitatives pot afectar a una assegurança de vida, ja que el fet de viure més anys en aquest cas augmentaria la prima d'algú que tingués les característiques per viure més anys en productes de supervivència i la reduiria en productes de mort.

Les operacions actuàries aplicades als productes que es formularan en aquest treball seran calculades a través d'una funció de R d'elaboració pròpia.

2. Taules de mortalitat: el factor “aleatori” de les rendes vitalícies

Les taules de mortalitat són l'instrument més complex amb el qual es calculen les assegurances de vida, les rendes vitalícies i en general totes les operacions actuàries que afecten a la vida humana. Els països tenen taules de mortalitat nacionals, però les empreses asseguradores que són suficientment grans, solen tindre les seves pròpies taules, per tant podem pensar que si fan servir taules pròpies, tindran un impacte econòmic positiu per l'empresa asseguradora respecte de fer servir les taules estatals. A més, l'experiència ens diu que les persones amb un nivell econòmic més alt solen viure més anys (tot i que no és una veritat absoluta), i si sumem el fet de que les assegurances de vida i mort, i les rendes vitalícies les solen contractar persones amb un estatus econòmic més elevat, tot porta a pensar que la mortalitat aplicada a les assegurances del ram de vida i a les rendes, hauria de ser més baixa. Quan la mortalitat és més baixa, la renda serà més baixa per una mateixa prima, o la prima serà més elevada per una mateixa renda.

Però el luxe de poder elaborar unes taules de mortalitat pròpies requereix una experiència empírica que només les grans empreses asseguradores tenen. Amb les dades que tenen acumulades, les taules es poden construir pràcticament soles, agrupant mostres de clients representatius dins de diferents franges d'edat i observant com evolucionen en termes de mortalitat i supervivència.

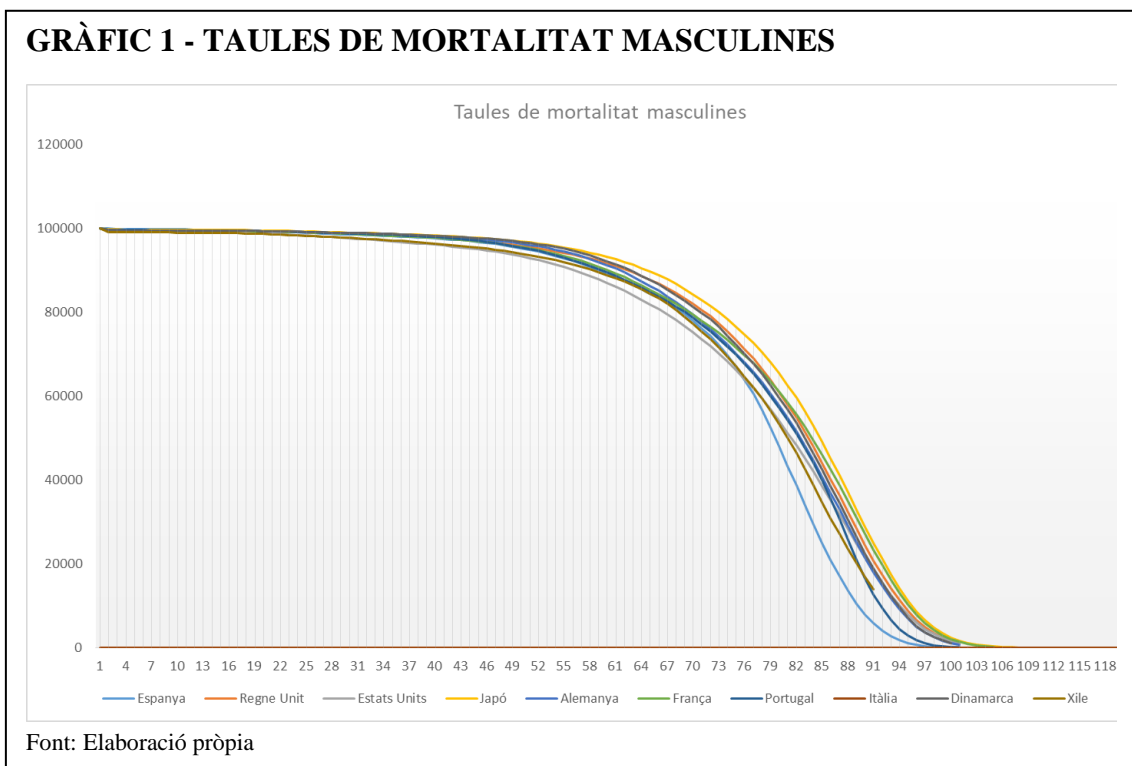
Alternativament es podrien aplicar models que fan servir variables qualitatives, més enllà del sexe, que ja hi ha taules dividides per sexes, i també més enllà del color de la pell, ja que als Estats Units tenen taules separades per ètnies degut a que hi ha una diferenciació significativa en la mortalitat d'aquestes. Amb les variables qualitatives es podrien aplicar increments en la mortalitat de manera individual a l'hora de calcular una assegurança o una renda. Per exemple, si l'assegurat és fumador li augmentarà la mortalitat per tant les primes per les assegurances de mort serien més elevades, però paradoxalment les operacions actuàries relacionades amb la supervivència tindrien primes més baixes, o bé prestacions més elevades.

En aquest treball, per tal de veure com afecten les taules de mortalitat en la prima final d'una assegurança fixant l'interès tècnic, l'edat, els anys que es volen pagar primes i la renda desitjada. Als diferents països la mortalitat serà diferent, per tant, per una mateixa renda, si canviem les taules veurem fins a quin punt pot afectar a la prima. Veure'm també la diferència entre homes i dones, ja que les dones viuen més anys i per tant tots els productes relacionats amb la supervivència els hi sortiran més cars, però els productes relacionats amb la mort tindran primes més baixes que els homes.

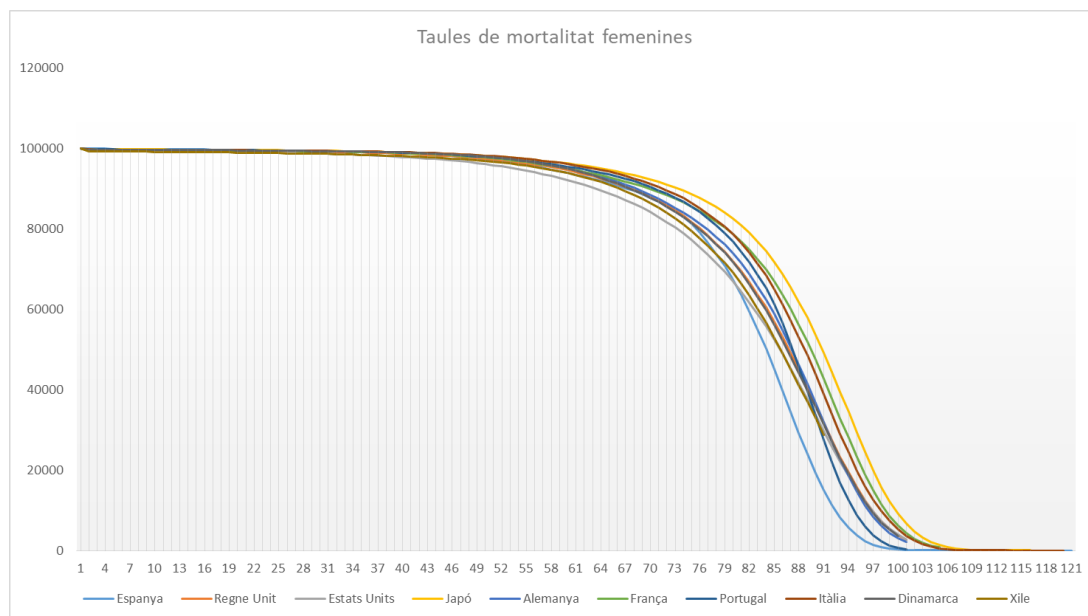
Per analitzar les diferències en la mortalitat, es farà l'anàlisi comparatiu amb les taules de 10 països:

- Espanya
- Regne Unit
- Estats Units
- Japó
- Alemanya
- França
- Portugal
- Itàlia
- Dinamarca
- Xile

Per tal de fer aquest estudi, necessitarem la funció cohort, que representa un sector de la població format per un conjunt de persones, en aquest cas 100.000, que han nascut o viscut en un mateix període. Els gràfics 1 i 2 representen les funcions cohort masculines i femenines respectivament, dels països de la llista:



GRÀFIC 2 - TAULES DE MORTALITAT FEMENINES



A l'annex 1 estan recollides les taules amb les xifres dels 10 països analitzats.

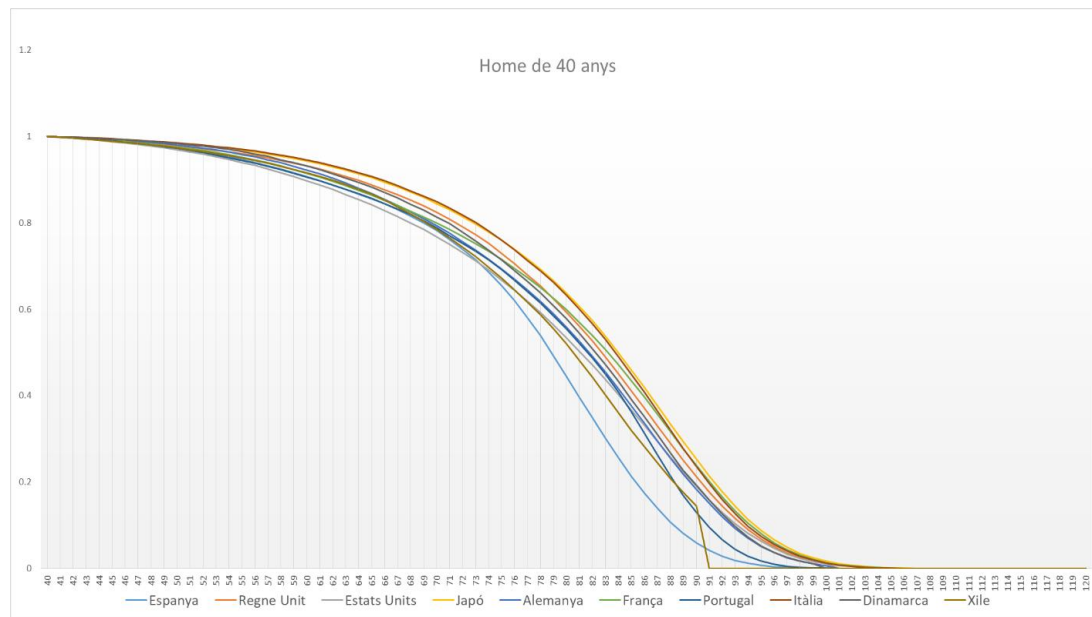
Per tal de poder fer una comparativa, necessitem fer càlculs, i per fer els càlculs ens caldrà un individu amb certes característiques que ens serveixi d'exemple. L'individu tindrà 40 anys, amb edat de jubilació als 65 anys, que vol pagar primes durant 15 anys i que desitja una renda vitalícia de jubilació de 15.000€ anuals. Es trobarà en un context econòmic on l'interès tècnic serà del 2%. Es calcularà tant pel cas de que sigui home com pel cas de que sigui dona.

A partir d'aquest exemple i de les taules de mortalitat, extretes de les webs del govern dels esmentats països, podrem començar a treballar amb les operacions actuàries per poder treure conclusions.

Com que la franja d'edats que ens interessa és la que va dels 40 anys fins a l'infinit actuarial, i essencialment es farà servir la probabilitat de supervivència i de defunció, els valors absoluts de la funció cohort no reflecteixen al 100% com es distribueix la mortalitat de la societat ja que un país pot tenir una elevada mortalitat infantil, però d'altre banda una supervivència molt elevada a partir de certa edat.

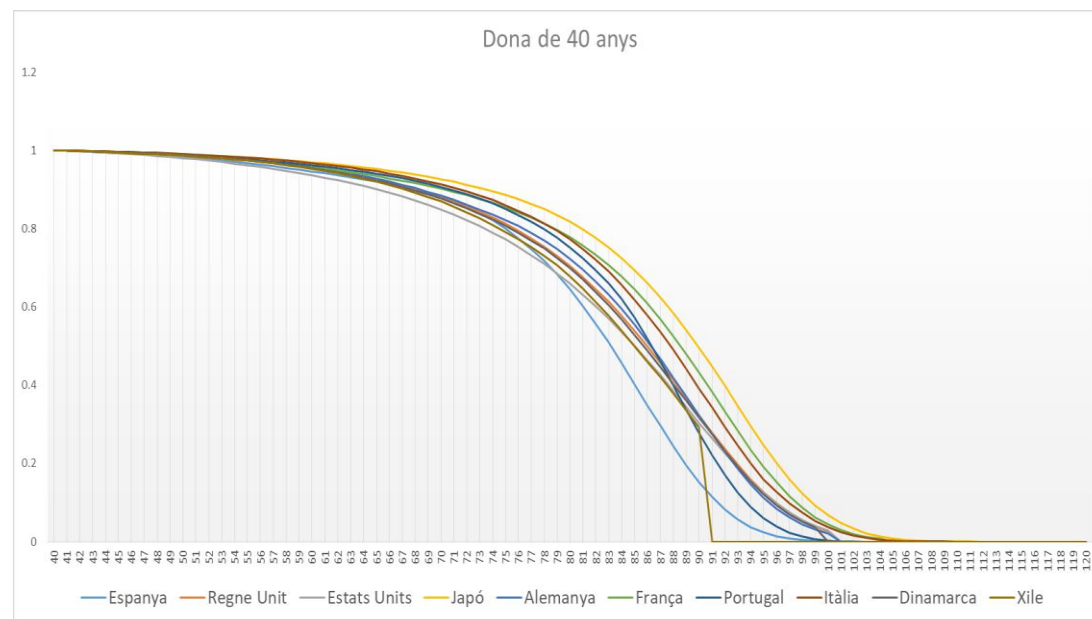
Els gràfics 3 i 4 representen la funció de supervivència d'un individu de 40 anys en els països analitzats:

GRÀFIC 3 - FUNCIÓ DE SUPERVIVÈNCIA (HOME DE 40 ANYS)



Font: Elaboració pròpia

GRÀFIC 4 - FUNCIÓ DE SUPERVIVÈNCIA (DONA DE 40 ANYS)



Font: Elaboració pròpia

Les probabilitats de supervivència són elevades en els primers anys, la probabilitat d'arribar vius als 65 anys i començar a cobrar la prestació serà elevada. Succeeix un fenomen com el que es comentava abans del gràfic, si observem, tant en el gràfic dels homes com el de les dones, Estats Units comença sent el país amb la probabilitat de supervivència més baixa fins, per als homes als 74 anys i per a les dones als 79, que Espanya comença a caure en picat acabant per destacar per la baixa probabilitat de

supervivència. Per entendre millor la probabilitat de supervivència és interessant calcular l'esperança de vida

L'esperança de vida mitjana a l'edat x es calcula a partir de la següent fórmula:

$$e_x = \frac{1}{2} + \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_t p_x$$

On:

$${}_t p_x = \frac{l_t}{l_x}$$

Sent pel cas particular d'anàlisi:

$$e_{40} = \frac{1}{2} + \sum_{t=1}^{\omega-40} {}_t p_{40}$$

El resultat pels homes queda recollit a la taula 1:

Taula 1 - Esperança de vida en anys per país d'un home de 40 anys

Espanya	Regne Unit	Estats Units	Japó	Alemanya	França	Portugal	Itàlia	Dinamarca	Xile
36.67	40.48	38.66	41.77	39.41	40.39	38.55	41.58	40.01	37.94

Font: Elaboració pròpia

El resultat per les dones queda recollit a la taula 2:

Taula 2 - Esperança de vida en anys per país d'una dona de 40 anys

Espanya	Regne Unit	Estats Units	Japó	Alemanya	França	Portugal	Itàlia	Dinamarca	Xile
41.06	44.70	43.51	48.67	44.90	46.99	44.92	46.70	44.50	42.80

Font: Elaboració pròpia

En tots els països de la mostra les dones tenen una esperança de vida superior a la dels homes destacant Japó i França on les dones viuen 7 i 6,6 anys més que els homes respectivament. A la resta de països la diferència està entre els 4 i 5 anys.

Es podria dir prèviament que països com Espanya, Japó i Itàlia haurien de tenir una esperança de vida més elevada degut a que els infinits actuarials de les seves taules de mortalitat són més elevats. Està clar que no es compleix ja que Espanya té l'esperança de vida més baixa tant pels homes com per les dones i a la vegada és el país amb l'infinít actuarial més alt de la mostra.

3. Variables qualitatives en la supervivència

En aquest treball, a l'hora de calcular les rendes i les assegurances es fa servir la variable quantitativa *edat* com a base de l'estudi, però també es faran servir les variables qualitatives *País d'origen* i *Sexe*. Tot i així són variables qualitatives molt bàsiques pel càlcul d'una assegurança de vida o mort, o pel càlcul de rendes vitalícies.

Normalment qui contracta una renda vitalícia o una assegurança de vida o mort, tendeix a complir certes característiques, entre les quals sol estar el fet de que forma part d'un col·lectiu més ben estant que la mitjana. Com a norma general, l'esperança de vida d'un país ric és més elevada que la d'un país més pobre, i el mateix es pot aplicar dins d'una societat, els més adinerats viuen més anys. Amb les dades suficients es podria fer un estudi sobre com afecten diferents factors a l'esperança de vida per fer un càlcul individualitzat de la supervivència d'una persona.

L'ofici amb el que una persona es guanya la vida també afecta a la mortalitat. Un col·lectiu com són els miners, que per l'exposició a certes substàncies quan estan sota terra acaben vivint menys anys. Per tant si comparem un miner, amb una persona que segueix un estil de vida més saludable, no té cap lògica que hagin de pagar la mateixa prima per un mateix producte de rendes o assegurances de vida o mort. En aquest cas podríem considerar que s'està primant a un col·lectiu més adinerat, tot i saber-se que viuen més anys i que són el públic objectiu d'aquest tipus de productes.

Es podrien utilitzar moltes variables qualitatives de diferents estils, des de l'estil de vida com per exemple l'esport o el tabac, o bé la salut on podrien tenir en compte problemes de salut.

Tot això penalitzaria al qui viu més, fent pagar una prima més elevada però beneficiaria també a aquells que segons els hipotètics càlculs fets amb les variables qualitatives haguessin de viure menys anys.

A Espanya, aquest mateix 2018 El Corte Inglés ha fet una assegurança de vida que fa servir un model de variables qualitatives, que li ofereix descomptes a aquelles persones que fan un nombre de passes diàries, monitoritzades a través del telèfon mòbil.

Tot i que en aquest treball no es modificaran les taules més que per països i per sexe, s'introdueix la idea de fins a quin punt són correctes les taules de mortalitat.

Un altre exemple de variables qualitatives es dona als estats units, on hi ha taules diferents en funció del color de la pell. A priori sembla una diferenciació racista, però en un país tan gran i amb tanta diversitat, sembla que s'ha demostrat que les diferències racials afecten a la mortalitat. Podria ser la mateixa comparació que plantejava sobre els rics amb més esperança de vida. Als Estats Units és sabut que els col·lectius afroamericans i llatins acostumen a tindre uns ingressos més baixos que els col·lectius d'origen Europeu.

4. Operacions actuàries

A l'hora de calcular una renda hi ha moltes possibilitats, es pot cobrir amb assegurances de recuperació de primes en cas de mort, capitals diferits de supervivència, però en el cas de les rendes vitalícies no existeixen operacions de cobertura un cop s'està cobrant la prestació, per tant, l'assegurat que contracta una renda vitalícia s'arrisca a que si mor al principi de la prestació, perd tota la inversió. Per tal de reduir l'avversió al risc dels assegurats, en aquest treball introduiré un nou tipus d'assegurança, que té com a objectiu retornar una part de la prima en el moment de la mort de l'assegurat si ja està cobrant les prestacions. Òbviament, afegint aquesta assegurança en la cobertura de la renda vitalícia farà que la prima s'encareixi, però serà un increment molt elevat? O valdrà la pena pagar una mica més per reduir el risc?

Per contestar aquestes preguntes caldrà calcular un seguit de productes formats per diferents operacions actuàries que tindran per objectiu cobrar una renda vitalícia de jubilació.

4.1. Renda diferida vitalícia

El primer producte serà una renda diferida n , que en el nostre exemple serà 25 ja que $n=65-40$, i vitalícia, sent m el nombre de primes que pagarà l'assegurat i n els anys que passaran fins que comenci a cobrar la prestació. Aquest producte només inclou la renda vitalícia com a operació actuarial, per tant, si l'assegurat mor abans d'amortitzar les primes hi sortirà perdent, per tant és un producte amb un risc bastant elevat. La formulació és la següent ($n > m$):

$$p_1 \cdot {}_m \ddot{a}_x = \alpha \cdot n {}_n \ddot{a}_x \quad (1)$$

On:

p_1 és la prima pura

α és la renda

$${}_m \ddot{a}_x = \sum_t^m (1+I)^{-t} \cdot {}_t p_x$$

$$n {}_n \ddot{a}_x = \sum_t^{\omega-x} (1+I)^{-t} \cdot {}_t p_x$$

$${}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

I és l'interès tècnic

4.2. Renda diferida vitalícia amb assegurança de recuperació de primes per defunció abans de la jubilació

La renda vitalícia sola és un producte poc atractiu, mori quan mori l'assegurat, es perden les primes pagades. Si afegim dues assegurances de mort, una de variable mentre paga les primes i una altre de constant quan ja les ha acabat de pagar, que li permetin als seus hereus recuperar les primes pagades si mor abans de la prestació. Aquest producte amb tres operacions actuàries redueix el risc. Per moltes persones serà més atractiu aquest producte que no pas l'anterior. La formulació serà:

$$p_2 \cdot {}_m\ddot{a}_x = \alpha \cdot n\ddot{a}_x + p_2 \cdot {}_m(\mathbf{VA})_x + m \cdot p_2 \cdot m/n-mA_x \quad (2)$$

$$\left[\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right]$$

On: p_2 és la prima pura

$$p_2 \cdot {}_m(\mathbf{VA})_x = p_2 \cdot \sum_t^m (1+t) \cdot (1+I)^{-(t+1)} \cdot {}_tq_x$$

$$m/n-mA_x = \sum_t^n (1+I)^{-(t+1)} \cdot {}_tq_x$$

$${}_tq_x = \frac{l_{x+t} - l_{x+t+1}}{l_x}$$

4.3. Renda diferida vitalícia amb assegurances de recuperació de primes abans de la jubilació i mentre es cobra la prestació

Però la gran problemàtica de les rendes vitalícies com a producte d'estalvi, és el gran risc que comporta morir massa aviat un cop has començat a cobrir la prestació. Moltes persones poden pensar que és més efectiu estalviar les primes que es pagarien per la renda, i guardar-les com un pla de pensions de cara a la jubilació. Un dels principals objectius d'aquest treball, és plantejar una assegurança nova que redueixi el risc de mort en una renda vitalícia. Per tal d'assolir aquest objectiu, plantejo una assegurança variable, decreixent, diferida n i vitalícia (vida sencera) que en funció de la prestació rebuda en el moment de la mort es recuperarà una part de la prima pura de la renda vitalícia sola, d'aquesta manera el producte passa a ser més atractiu per a aquells assegurats amb una aversió al risc més elevada i permet a les entitats asseguradores mantenir el marge de beneficis, ja que l'assegurat en cap cas recupera la part de la prima que paga per les assegurances de mort, només recuperarà la part de p_1 que no hagi estat consumida a través

de la prestació. A més, també li aporta un benefici a la companyia asseguradora, ja que si l'assegurat viu més del que la companyia havia previst, és a dir, si les prestacions superen les primes de la renda, aquesta assegurança tindrà pagament 0 a l'assegurat, però la prima ja estarà abonada. Mantenint les assegurances de mort mentre es paguen primes tenim que el plantejament per a aquest producte i aquesta nova assegurança és el següent:

$$p_3 \cdot /_m \ddot{a}_x = \alpha \cdot n / \ddot{a}_x + p_3 \cdot /_m (VA)_x + m \cdot p_3 \cdot m /_{n-m} A_x + n / (VA)_x \quad (3)$$

$$\begin{matrix} [1] \\ [1] \end{matrix} \quad [u(t-m) = \max(m \cdot p_1 - \alpha \cdot (t-n+1), 0)]$$

On:

p_3 és la prima pura

$$n / (VA)_x = \sum_t^{\omega-x} \max(m \cdot p_1 - \alpha \cdot (t-n+1), 0) \cdot (1+I)^{-(t+1)} \cdot {}_t/q_x$$

4.4. Assegurament amb capitals diferits de recuperació de primes

Alternativament i a mode de comparació s'afegiran dues operacions de supervivència similars, que seran capitals diferits, amb l'objectiu de recuperar la part de les primes pagades, referents a les contrassegurances. El primer capital diferit permetrà recuperar les primes proporcionals pagades al moment de la jubilació en cas de supervivència. El segon capital diferit permetrà recuperar les primes proporcionals pagades en el moment que es deixin de pagar les primes, tot i que no sigui el moment de jubilació. És una alternativa al producte anterior, però enlloc de recuperar les primes no cobrades de la renda, es recuperen les primes no utilitzades de les assegurances de mort en cas de sobreviure. El producte final amb capital diferit a l'edat de jubilació quedaria així:

$$p_4 \cdot /_m \ddot{a}_x = \alpha \cdot n / \ddot{a}_x + p_4 \cdot /_m (VA)_x + m \cdot p_4 \cdot m /_{n-m} A_x + (p_2 - p_1) \cdot m \cdot {}_n E_x \quad (4)$$

$$\begin{matrix} [1] \\ [1] \end{matrix}$$

On:

p_4 és la prima pura

$$(p_2 - p_1) \cdot m \cdot {}_n E_x = (p_2 - p_1) \cdot m \cdot (1+I)^{-n} \cdot {}_n p_x$$

El producte final amb capital diferit en el moment que es deixen de pagar les primes quedaria de la següent manera:

$$p_5 \cdot /_m \ddot{a}_x = \alpha \cdot n /_n \ddot{a}_x + p_5 \cdot /_m (VA)_x + m \cdot p_5 \cdot m /_{n-m} A_x + (p_2 - p_1) \cdot m \cdot {}_m E_x \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

On:

p_5 és la prima pura

$$(p_2 - p_1) \cdot m \cdot {}_m E_x = (p_2 - p_1) \cdot m \cdot (1 + I)^{-m} \cdot {}_m p_x$$

La primera operació fa referència al cas de que cobri el capital al moment de la jubilació i el segon en el cas de que el cobri en el moment que deixi de pagar les primes.

Amb aquests cinc productes, podem fer un anàlisi comparatiu de l'exemple, comparant la prima entre productes i països.

4.5. Operacions amb prima única

Anàlogament, es farà una comparació del què passaria si enlloc de pagar primes periòdiques, aquestes s'estalvien fins l'edat de jubilació amb l'objectiu de pagar una prima única. Amb la prima única les assegurances de mort durant el pagament de les primes i els capitals diferits queden anul·lats, deixant només viable la nova assegurança de mort durant la prestació. Per tant, podem comparar la renda percebuda amb prima única comparant amb el producte de la renda coberta fins la jubilació i el producte de la renda coberta, prestació inclosa.

Assumim que $\Pi_1 = m \cdot p_2$, $\Pi_2 = m \cdot p_3$ i $x = 65$ per tant el producte sense assegurar la prestació seria:

$$\Pi_1 = \alpha_1 \cdot \ddot{a}_x \quad (5)$$

I el producte que cobriria la prestació quedaria representat així:

$$\Pi_2 = \alpha_2 \cdot \ddot{a}_x + (VA)_x \quad (6)$$

$$[\max(\Pi_2 - \alpha_1 \cdot (t - n + 1), 0)]$$

On:

$$(VA)_x = \sum_t^{\omega-x} \max(\Pi_2 - \alpha_1 \cdot (t - n + 1), 0) \cdot (1 + I)^{-(t+1)} \cdot {}_t q_x$$

En el cas de la prima única, l'assegurança de recuperació de primes durant la prestació es calcularà a partir de la renda i de la prima corresponents al primer producte amb prima única.

Les taules dels diferents països tenen diferents infinits actuariais per tant aquest valor variarà en funció del país.

5. Mètode de càlcul: Creació d'una funció en R

Per tal de poder fer tots els càlculs de manera fàcil i ràpida, he creat una funció en R que només cal introduir-li quatre dades:

- l'edat de l'assegurat
- els anys que vol pagar primes
- el tipus d'interès tècnic
- la renda anual desitjada a la jubilació

Amb aquestes dades et dona les primes per a cada un dels productes plantejats en prima periòdica, la renda a percebre amb els productes de prima única, les diferències que hi ha entre les primes dels diferents productes, partint de la base de la renda vitalícia sense assegurar, també les diferències que hi ha entre Espanya i la resta de països. Tot calculat tant per homes com per dones.

El codi R d'elaboració pròpia està a l'annex 2. Aquest treball gira en torn a la programació de R i és molt important fer un codi fiable per poder calcular els diferents productes amb dades completament diferents de manera ràpida i precisa.

Per executar la funció la metodologia és molt simple, s'introdueix a R la següent funció:

```
>primatotal()
```

A partir d'aquí només cal introduir les dades que ens demanaran que són les ja mencionades i es faran de manera automàtica tots els càlculs.

Apareixeran les taules amb els resultats de les primes tant masculines com femenines així com les rendes de prima única. A més els resultats també apareixeran en forma de gràfic per tal de que siguin més entenedors de manera visual.

Alternativament, s'utilitzaran dos scripts més de R, també d'elaboració pròpia, per a fer un anàlisi de les provisions que es trobaran als annexos 3 i 4.

6. Anàlisi comparativa

A l'executar la funció de R, ens demanarà les 4 dades essencials, edat, anys de pagament de primes, interès tècnic i renda anual desitjada. A partir d'aquí comença l'anàlisi per parts. Les dades a introduir en R seran:

```
> primatotàl()
Edat de l'assegurat (no pot ser igual o superior als 65 anys):
1: 40
Read 1 item

Quants anys vol estar pagant primes:
(La suma de l'edat de l'assegurat i els anys de pagament de les primes no pot ser superior als 65 anys)
1: 15
Read 1 item

Interès tècnic en tant per 1:
1: 0.02
Read 1 item

Renda anual vitalícia desitjada a partir de l'edat de jubilació:
1: 15000
Read 1 item
```

A partir d'aquí es generen 8 taules, 6 de les quals ensenyen el càlcul de les primes i els increments, i 2 les rendes amb prima única.

A més es generen 4 gràfics, 2 dels quals amb els resultats de les taules masculines i 2 amb els resultats de les taules femenines.

Tenim quatre blocs de dades:

1. Les primes pures dels 5 productes descrits en l'apartat d'operacions actuàrials:
 - a. Renda diferida vitalícia sola
 - b. Renda diferida vitalícia amb assegurança de retorn de primes en cas de mort abans de cobrar la prestació
 - c. Renda diferida vitalícia amb assegurança de retorn de primes en cas de mort abans de cobrar la prestació i amb assegurança decreixent en cas de mort mentre es cobra la prestació per recuperar la part de la prima de la renda no disfrutada
 - d. Renda diferida vitalícia amb capital diferit de recuperació de primes proporcionals de les contrassegruances de primes, a l'edat de jubilació, amb assegurança de retorn de primes abans de cobrar la prestació
 - e. Renda diferida vitalícia a l'edat de jubilació amb capital diferit de recuperació de primes proporcionals de les contrassegruances de primes, quan es deixen de pagar, amb assegurança de retorn de primes abans de cobrar la prestació
2. La comparació amb els increments de les primes de cada producte a Espanya respecte dels altres països, amb l'objectiu de veure les diferències que marquen les taules de mortalitat.
3. Increment de la prima pura dels diferents productes respecte de la prima pura de la renda sola, amb l'objectiu de veure quins productes són viables i quins tenen increments massa elevats com per considerar-los viables.

Les rendes resultants d'aplicar la prima única amb les característiques comentades a l'apartat d'operacions actuàrials. La comparació es farà respecte la renda que es percep

amb prima periòdica per veure si és més eficient estalviar el valor de les primes com si fos un pla d'estalvi o realment pagar la prima periòdica.

6.1. Rendes vitalícies per a la població masculina

Els resultats calculats a R per a la població masculina són els representats a les taules 3, 4, 5 i 6:

Taula 3 - Primes pures dels diferents productes a tots els països (Home de 40 anys)

	Prima de la renda	Prima amb contraassegurances abans d jubiliació	Prima amb assegurança mentre es cobra prestació	Prima amb capital diferit a jubiliació	Prima amb capital diferit abans de jubiliació
Espanya	8029	8946.35	9458.41	9567.27	9783.53
Regne Unit	9750.13	10579.716	11245.79	11145.21	11325.11
Estats Units	9021.47	10160.73	10827.83	10929.32	11207.61
Japó	10275.88	11022.01	11715.49	11532.21	11687.79
Alemanya	9211.98	10174.7	10868.81	10826.997	11052.81
França	9753.04	10795.35	11478.73	11501.85	11744.26
Portugal	8980.62	9994.7	10602.51	10681.49	10918.23
Itàlia	10180.51	10895.26	11568.8	11384.28	11532.5
Dinamarca	9452.19	10325.9	11003.39	10919.82	11117.75
Xile	8571.58	9460.28	10105.35	10063.26	10266.74

Font: Elaboració pròpia

Taula 4 - Increment percentual respecte de les primes Espanyoles (Home de 40 anys)

	Prima de la renda	Prima amb contraassegurances abans d jubiliació	Prima amb assegurança mentre es cobra prestació	Prima amb capital diferit a jubiliació	Prima amb capital diferit abans de jubiliació
Espanya	8029	8946.35	9458.41	9567.27	9783.53
Regne Unit	121.44%	118.26%	118.90%	116.49%	115.76%
Estats Units	112.36%	113.57%	114.48%	114.24%	114.56%
Japó	127.98%	123.20%	123.86%	120.54%	119.46%
Alemanya	114.73%	113.73%	114.91%	113.17%	112.97%
França	121.47%	120.67%	121.36%	120.22%	120.04%
Portugal	111.85%	111.72%	112.09%	111.65%	111.60%
Itàlia	126.80%	121.78%	122.31%	118.99%	117.88%
Dinamarca	117.73%	115.42%	116.33%	114.14%	113.64%
Xile	106.75%	105.74%	106.83%	105.18%	104.94%

Font: Elaboració pròpia

Taula 5 - Increment percentual de les primes dels diferents productes respecte de la prima pura de la renda vitalícia sola (Home de 40 anys)

	Prima de la renda	Prima amb contraassegurances abans d jubiliació	Prima amb assegurança mentre es cobra prestació	Prima amb capital diferit a jubiliació	Prima amb capital diferit abans de jubiliació
Espanya	8029	111.43%	117.80%	119.16%	121.85%
Regne Unit	9750.13	108.51%	115.34%	114.31%	116.15%
Estats Units	9021.47	112.63%	120.02%	121.15%	124.23%
Japó	10275.88	107.26%	114.01%	112.23%	113.74%
Alemanya	9211.98	110.45%	117.99%	117.53%	119.98%
França	9753.04	110.69%	117.69%	117.93%	120.42%
Portugal	8980.62	111.29%	118.06%	118.94%	121.58%
Itàlia	10180.51	107.02%	113.64%	111.82%	113.28%
Dinamarca	9452.19	109.24%	116.41%	115.53%	117.62%
Xile	8571.58	110.37%	117.89%	117.40%	119.78%

Font: Elaboració pròpia

Taula 6 - Rendes amb prima pura (Home de 40 anys)

	Renda sola amb prima única	Renda amb assegurança de prestació
Espanya	10152.92	9342.37
Regne Unit	10224.74	9503.34
Estats Units	10119.56	9282.65
Japó	10256.93	9604.22
Alemanya	10163.44	9380.58
França	10167.3	9450.6
Portugal	10158.81	9411.22
Itàlia	10262.62	9604.61
Dinamarca	10196.57	9448.82
Xile	10177.56	9382.4

Font: Elaboració pròpia

6.1.1. Rendes amb prima periòdica

A la taula 3, el primer que es pot observar és que Espanya té la prima pura més baixa per a tots els productes, en canvi Japó és el que té la prima pura més elevada en gairebé tots els productes.

6.1.1.1. Renda diferida vitalícia sola

El primer producte és la renda diferida vitalícia de jubiliació sola, que depèn única i exclusivament de la probabilitat de supervivència, el fet de que Espanya tingui la prima més baixa ens indica que és el país que té la probabilitat més baixa de supervivència. D'altre banda Japó és el país amb la prima pura més alta per al producte de la renda sola, per tant serà el país on la població masculina de 40 anys tindrà una major supervivència.

6.1.1.2. Renda diferida vitalícia amb assegurança de recuperació de primes per defunció abans de la jubilació

El segon producte és la renda vitalícia de jubilació amb assegurança de retorn de primes si mor abans de començar a cobrar la prestació. En aquest cas també afecta la probabilitat de defunció, per tant, en el cas Espanyol sabem que l'assegurança augmentarà més el preu en termes relatius que la resta de països. Si observem la taula 4, on es compara la variació percentual de la prima pura Espanyola respecte dels altres països, veiem que la diferència que hi ha entre Espanya i els altres països és més baixa que si no hi ha assegurança (excepte en el cas dels Estats Units). A la taula 5 però, veiem que a Espanya la prima puja més amb les assegurances que als altres països, degut a que les assegurances de mort pugen el preu a mesura que augmenta la probabilitat de defunció. Per tant queda patent que una probabilitat de defunció més elevada augmenta més la prima del producte final si té assegurances, que si la probabilitat de defunció és més baixa.

6.1.1.3. Renda diferida vitalícia amb assegurança de recuperació de primes per defunció abans de la jubilació i amb assegurança vitalícia per defunció mentre es cobra la prestació

El tercer producte és el més important, ja que si es demostra que no hi ha una diferència en la prima pura molt elevada respecte dels dos productes anteriors, es podrà demostrar que pot existir un producte de renda vitalícia assegurada en tots els períodes que beneficia tant a l'assegurat com a l'asseguradora. Aquest producte és una ampliació del segon, on s'afegeix l'assegurança vitalícia de prestació. Com que és una assegurança de mort tendeix a augmentar amb la probabilitat de defunció, però com més anys passen, més baixa és la prestació d'aquesta assegurança, i com que a mesura que avancen els anys la probabilitat de defunció és més elevada, l'efecte que té la probabilitat de defunció serà més fort en els primers anys que es cobra la renda que és quan la prestació d'aquesta assegurança serà més elevada. Aquest producte també depèn de la supervivència, ja que la prestació va en funció de les primes de la renda que depenen de la supervivència, i a més primes, més lentament decreixerà la prestació, però més cara serà l'assegurança.

En el cas Espanyol observem a la taula 3 que la diferència de la prima anual d'aquest producte respecte del producte de renda sola i del producte de renda assegurada abans de la jubilació, és de 1430u.m. i 500u.m., i a la taula 5 veiem un increment del 17% i del 6,4% respectivament. Tenint en compte que una renda vitalícia sola no és molt atractiva pel risc que comporta i que un producte més habitual pot ser la renda amb l'assegurament de primes fins a la jubilació, tenint en compte que l'increment de la prima respecte aquest últim i pel cas Espanyol és del 6,4% es podria dir que el producte amb assegurança vitalícia de prestació és viable. Per la resta de països la tendència és similar, en aquest cas tot i que Espanya té una probabilitat de defunció més elevada, l'increment depèn de la prima pura de la renda sense assegurar, que depèn de la probabilitat de supervivència, per tant és una assegurança que té en compte la supervivència i la mortalitat de manera

equilibrada. Els increments en cap cas són suficientment elevats com per considerar que aquest tipus d'assegurança és inviable per contractar-la en el cas de l'assegurat i el fet de que es torna només la prima de la renda, l'assegurador també acaba beneficiat ja que la supervivència en aquest cas penalitza a l'assegurat.

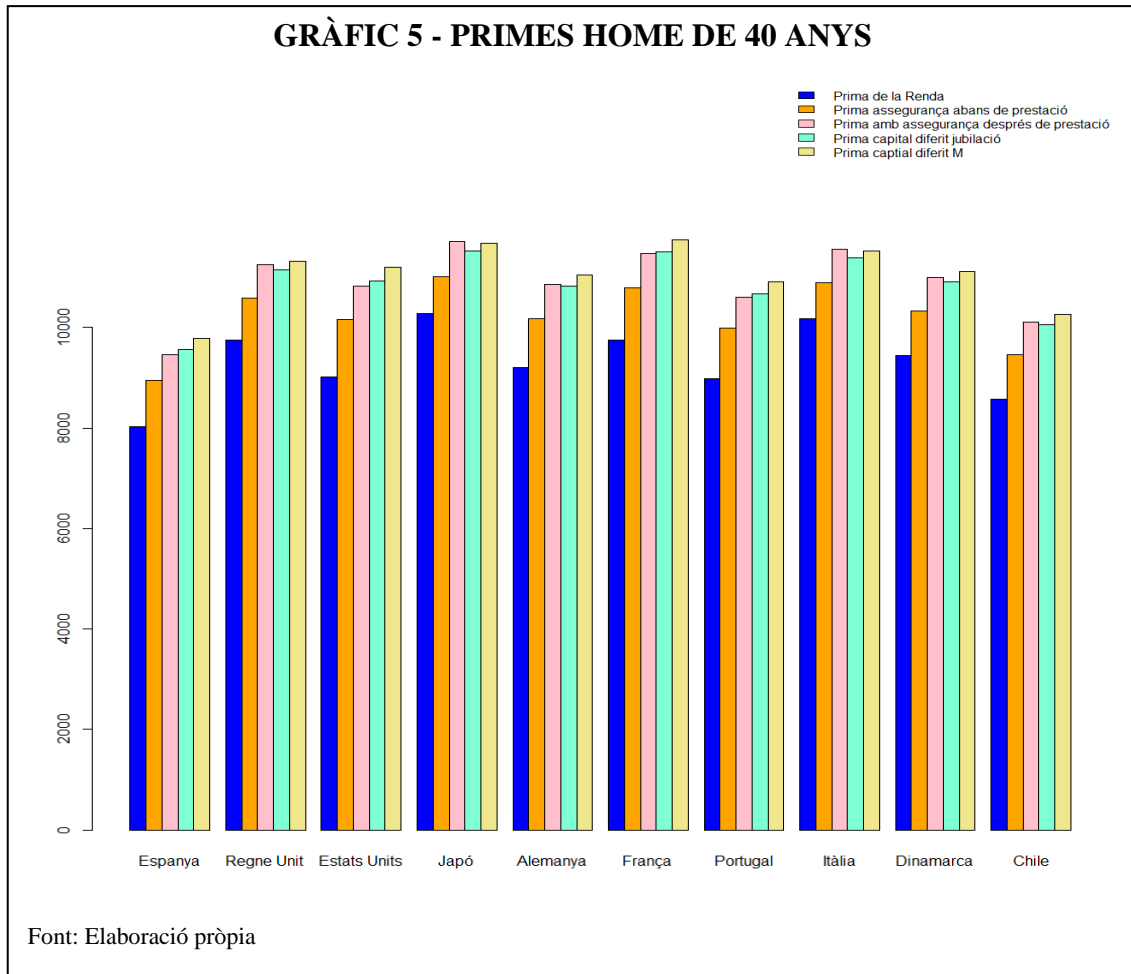
6.1.1.4. Renda diferida vitalícia amb assegurança de recuperació de primes per defunció abans de la jubilació i capital diferit de recuperació de primes proporcionals a les contraassegurances a l'edat de jubilació

El quart producte, que té com a objectiu eliminar el risc de perdre les primes invertides en les contraassegurances, torna a ser una extensió del segon producte. En aquest cas a l'edat de jubilació ens retornaran les primes pagades única i exclusivament per les contraassegurances de recuperació de primes. Com que és una operació que depèn de la supervivència, Espanya segueix tenint la prima pura més baixa, tot i que en aquest cas és de 9567 u.m.. Si observem els increments de les primes pures respecte del producte amb la renda sola, el país que té un increment de prima pura més baix és Portugal, on la prima li incrementa un 11,6% respecte de la prima pura de la renda sola. Els increments de la resta de països no són gaire més elevats, assolint la cota màxima al Japó amb un increment del 20% degut a que és un país amb més supervivència, per tant tornem a trobar un producte que és diferent del que es pot trobar al mercat i que per un increment no gaire elevat de la prima, ens podem cobrir el risc de morir abans de la jubilació però amb un premi en cas d'arribar-hi viu. Espanya, Estats Units, França i Portugal són els únics països que tenen la prima més elevada en aquest producte respecte del tercer producte com es pot observar en les taules 3 i 5.

6.1.1.5. Renda diferida vitalícia amb assegurança de recuperació de primes per defunció abans de la jubilació i capital diferit de recuperació de les primes proporcionals a les contraassegurances al moment que es deixen de pagar les primes

El cinquè producte és molt similar a l'anterior, on cobrem les primes de les contraassegurances amb un capital diferit en el moment que deixem de pagar les primes als 55 anys. Els resultats són molt interessants. La prima és més elevada que en el producte anterior com era d'esperar, però l'increment no és gaire elevat, aproximadament un 2% en tots els països respecte de cobrar el capital diferit a la jubilació. Una supervivència més elevada, eleva la prima d'aquest producte, per tant els països amb supervivències més elevades pateixen un increment més elevat. A Espanya on la mortalitat és més elevada que als altres països la prima pura és de 9783 u.m.. Tenint en compte que la diferència és baixa, però es cobra 10 anys abans, podem concloure que aquest producte pot resultar més atractiu que l'anterior. Tot i així el tercer producte, amb assegurement de prestacions segueix sent més atractiu, ja que excepte per Japó i Itàlia que aquest últim producte surt més econòmic, assegurar la prestació sempre serà més econòmic com es pot observar en el gràfic 5.

Les diferències de les primes entre els diferents productes i països es poden veure clarament en el següent gràfic (Gràfic 5):



Les diferències entre les primes pures dels diferents productes no és molt elevada, de manera que assegurar les primes es podria considerar una mesura lògica per protegir una inversió com aquesta. D'altra banda, en el gràfic podem observar que no en tots els països el producte amb la prima més elevada és el mateix. A Itàlia i al Japó, el producte amb la prima més elevada és la renda amb assegurement de la prestació, en canvi a la resta de països el producte més car és el cinquè, que paga un capital diferit en el moment que acaba el període de pagament de primes, equivalent a la part de les primes corresponent a les contraassegurances de mort.

6.1.2. Rendes amb prima única

Alternativament, també s'ha fet un anàlisi de les rendes en cas de pagar una prima única a l'edat de jubilació. En aquesta comparativa només hi ha dos productes.

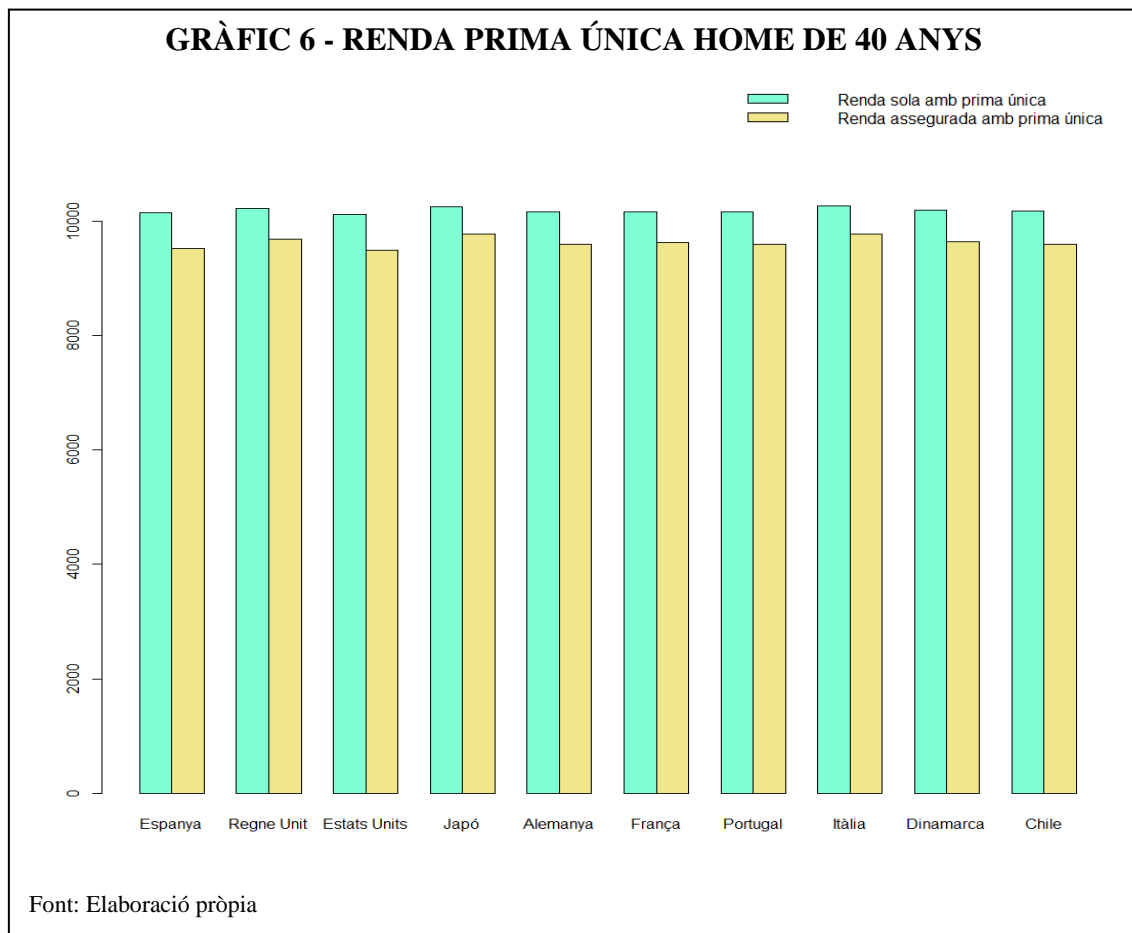
6.1.2.1. Renda vitalícia sola amb prima única

El primer és una renda vitalícia, sense cap mena d'assegurament. Per calcular la prima única, s'ha fet servir la suma de les primes pagades pel producte amb assegurances de primes abans de la jubilació. Els resultats, representats a la taula 6, per a tots els països són baixos, superant per poc les 10000 u.m. de renda vitalícia, molt per sota dels 15.000 desitjats.

6.1.2.2. Renda vitalícia amb assegurança vitalícia de prestació

El segon producte és també una renda vitalícia, però assegurada durant la prestació, en aquest cas la prima única és la suma de les primes pagades pel producte on s'assegurava també la renda vitalícia mentre cobrèvem la prestació. Els resultats per a tots els països són altre cop baixos, en tots els casos per sota de les 10000 u.m. de renda vitalícia, molt per sota dels 15.000 desitjats com es mostra a la taula 6.

El gràfic 6 ens mostra els resultats de les rendes calculades a partir de la prima única:



Tant a la taula 6 com al gràfic 6, es pot veure clarament que pràcticament no hi ha diferències entre els països, i la variació entre els dos productes no és molt elevada. Tenint en compte que la renda desitjada per l'assegurat és de 15000 u.m., els resultats amb prima única ens donen una renda aproximadament un 35% més baixa de mitjana que amb la prima periòdica, la opció més viable és el pagament de les primes periòdiques.

6.2. Rendes vitalícies per a la població Femenina

Els resultats calculats a R per a la població femenina són els que es mostren en les taules 7, 8, 9 i 10:

Taula 7 - Primes pures dels diferents productes a tots els països (Dona de 40 anys)

	Prima de la renda	Prima amb contraassegurances abans d jubilació	Prima amb assegurança mentre es cobra prestació	Prima amb capital diferit a jubilació	Prima amb capital diferit abans de jubilació
Espanya	10055.87	10649.78	11116.15	11057.87	11172.96
Regne Unit	11155.95	11772.98	12392	12197.01	12317.12
Estats Units	10674.59	11471.76	12138.85	12017.05	12181.71
Japó	12910.81	13353.14	13863.71	13658.94	13737.47
Alemanya	11232.47	11840.35	12450.33	12258.15	12376.42
França	12211.86	12802.13	13350.5	13208.71	13319.53
Portugal	11320.7	11806.77	12308.77	12142.05	12231.31
Itàlia	12034.45	12503.95	13062.58	12828.03	12913.61
Dinamarca	11028.65	11671.94	12301.64	12113.5	12241
Xile	10216.58	10821.6	11406.43	11236.83	11357.04

Font: Elaboració pròpia

Taula 8 - Increment percentual respecte de les primes Espanyoles (Dona de 40 anys)

	Prima de la renda	Prima amb contraassegurances abans d jubilació	Prima amb assegurança mentre es cobra prestació	Prima amb capital diferit a jubilació	Prima amb capital diferit abans de jubilació
Espanya	10055.87	10649.78	11116.15	11057.87	11172.96
Regne Unit	110.94%	110.55%	111.48%	110.30%	110.24%
Estats Units	106.15%	107.72%	109.20%	108.67%	109.03%
Japó	128.39%	125.38%	124.72%	123.52%	122.95%
Alemanya	111.70%	111.18%	112.00%	110.85%	110.77%
França	121.44%	120.21%	120.10%	119.45%	119.21%
Portugal	112.58%	110.86%	110.73%	109.80%	109.47%
Itàlia	119.68%	117.41%	117.51%	116.01%	115.58%
Dinamarca	109.67%	109.60%	110.66%	109.55%	109.56%
Xile	101.60%	101.61%	102.61%	101.62%	101.65%

Font: Elaboració pròpia

Taula 9 - Increment percentual de les primes dels diferents productes respecte de la prima pura de la renda vitalícia sola (Dona de 40 anys)

	Prima de la renda	Prima amb contraassegurances abans d jubiliació	Prima amb assegurança mentre es cobra prestació	Prima amb capital diferit a jubiliació	Prima amb capital diferit abans de jubiliació
Espanya	10055.87	105.91%	110.54%	109.96%	111.11%
Regne Unit	11155.95	105.53%	111.08%	109.33%	110.41%
Estats Units	10674.59	107.47%	113.72%	112.58%	114.12%
Japó	12910.81	103.43%	107.38%	105.79%	106.40%
Alemanya	11232.47	105.41%	110.84%	109.13%	110.18%
França	12211.86	104.83%	109.32%	108.16%	109.07%
Portugal	11320.7	104.29%	108.73%	107.26%	108.04%
Itàlia	12034.45	103.90%	108.54%	106.59%	107.31%
Dinamarca	11028.65	105.83%	111.54%	109.84%	110.99%
Xile	10216.58	105.92%	111.65%	109.99%	111.16%

Font: Elaboració pròpia

Taula 10 - Rendes amb prima pura (Dona de 40 anys)

	Renda sola amb prima única	Renda amb assegurança de prestació
Espanya	10306.98	9753.26
Regne Unit	10308.01	9766.94
Estats Units	10260.32	9636.76
Japó	10370.11	10007.86
Alemanya	10309.64	9814.56
França	10332.18	9920.08
Portugal	10346.97	9923.73
Itàlia	10353.94	9923.07
Dinamarca	10296.21	9748.71
Xile	10294.48	9768.41

Font: Elaboració pròpia

Els resultats estan dividits en els mateixos quatre blocs que en el cas de la població masculina, el format és el mateix.

6.2.1. Rendes amb prima periòdica

La primera observació (taula 7) que es pot fer, és que les primes per les dones pel mateix producte són més elevades que les dels homes (taula 3), i la tendència sembla que és la mateixa que per a la població masculina on Espanya té les primes més baixes i Japó les més elevades.

6.2.1.1. Renda diferida vitalícia sola

El producte de la renda vitalícia sola, en el context on l'única diferència són les taules de mortalitat, l'únic factor que afectarà a que la prima sigui més gran o més petita serà la

probabilitat de supervivència. Com que Espanya té la prima pura més baixa tal i com s'observa a la taula 7, entenem que és el país on una dona de 40 anys té menys probabilitat de sobreviure, i Japó que té la prima més elevada és on una dona de 40 anys té més probabilitats de sobreviure. A major supervivència més alta serà la prima en aquest producte. Els resultats idèntics que per als homes, en termes ordinals.

6.2.1.2. Renda diferida vitalícia amb assegurança de recuperació de primes per defunció abans de la jubilació

En aquest producte, igual que en el cas per la població masculina, al afegir les dues assegurances de defunció que afecten a la nostre assegurada, a la prima final li afecta també la probabilitat de defunció. Com que en el cas de les dones la probabilitat de defunció és més baixa que per als homes la diferència que hi hauria d'haver entre aquest producte i la prima de la renda vitalícia sola hauria de ser més baixa que pels homes. L'increment més elevat, com es pot observar a la taula 9, té lloc als Estats Units amb un increment del 7,4% mentre que per la població masculina de 40 anys, l'increment més baix és a Itàlia amb un 13,6%, com es mostra a la taula 5. Per tant, l'increment més baix que tenen les dones a l'hora d'assegurar les primes pagades és degut a la ja mencionada probabilitat de defunció més baixa i això provoca que l'increment més baix dins del grup de països pels homes sigui gairebé el doble que l'increment més elevat del grup de països que afecten a les dones. La diferència més baixa per les dones és d'un 3,4% al Japó, per tant la diferència entre mínims és del 10%.

6.2.1.3. Renda diferida vitalícia amb assegurança de recuperació de primes per defunció abans de la jubilació i amb assegurança vitalícia per defunció mentre es cobra la prestació

Com en el cas dels homes, aquest és el producte més important perquè tenim com a objectiu demostrar la seva viabilitat. Com ja s'ha demostrat pels homes, el fet que depengui de la proporció de la prima pura pagada única i exclusivament per a la renda, fa que aquesta assegurança de mort depengui no només de la probabilitat de defunció, sinó que també depengui de la probabilitat de supervivència, ja que a més supervivència, més elevada serà la prima pura de la renda i per tant, s'amortitzarà més lentament la renda el què farà que aquesta assegurança estigui activa més anys.

És important observar les diferències entre aquest producte i els dos anteriors per seguir estudiant la viabilitat d'assegurar el producte en totes les fases. En el cas d'Espanya, com es pot observar a la taula 9, si assegurem només abans de rebre la prestació l'increment és del 5,9%, si assegurem tot el període amb les prestacions incloses l'increment respecte de la renda sola és del 10,5%. És un increment molt baix i amb aquests resultats tot apunta a que el producte és viable tant per a l'assegurat que redueix molt el risc a canvi d'un increment del 10,5% en les primes i també per l'empresa asseguradora, que retorna en aquest cas la part proporcional de les primes corresponent a la renda. El Japó és el país que té els increments més baixos on per l'assegurament fins la jubilació té un increment

del 3,4% i l'assegurament per tots els períodes respecte de la prima de la renda vitalícia sola té un increment del 7,3%. Estats Units és el que té les diferències més elevades amb un 7,5% i un 13,7%. La resta de països tenen una tendència similar a la d'Espanya, rondant aproximadament un increment del 6% i del 10% respecte ambdós productes.

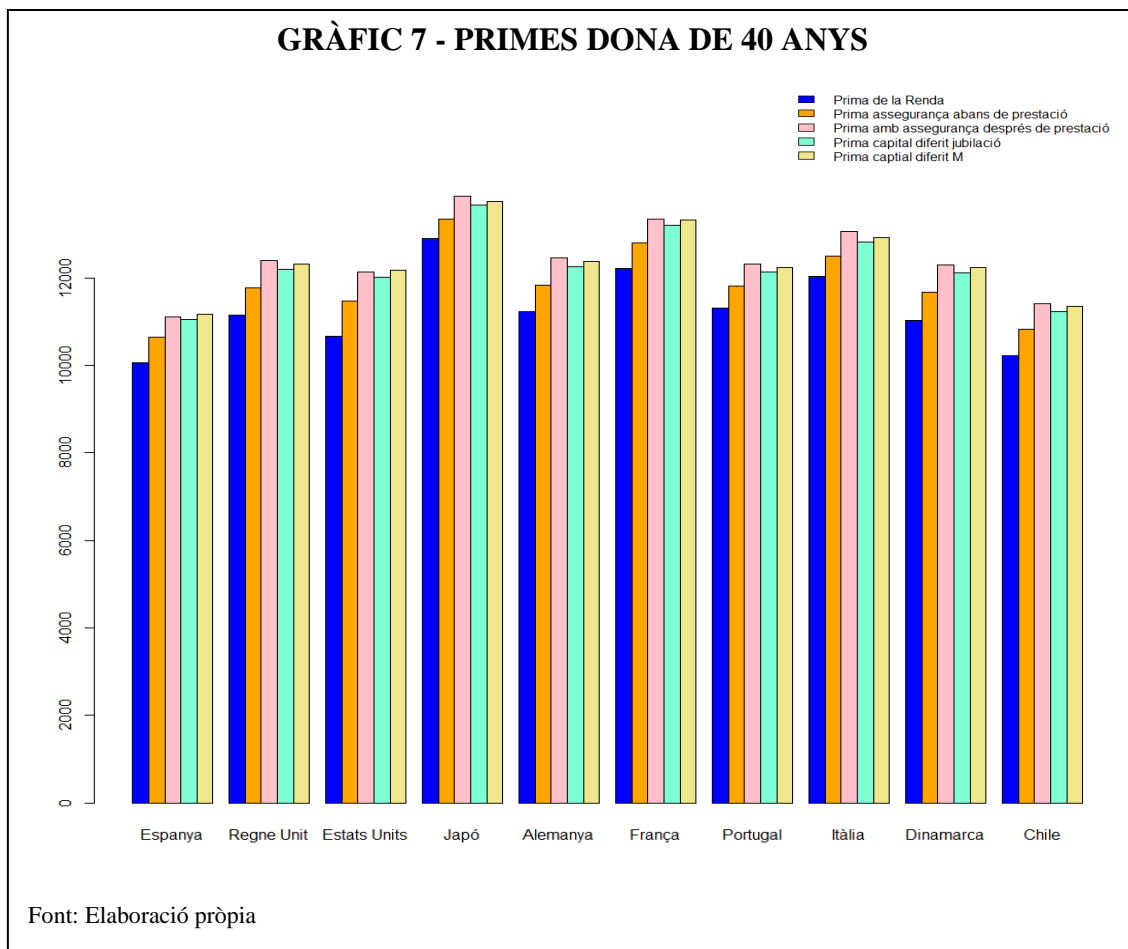
6.2.1.4. Renda diferida vitalícia amb assegurança de recuperació de primes per defunció abans de la jubilació i capital diferit de recuperació de primes proporcionals a les contraassegurances a l'edat de jubilació

En el cas dels homes aquest producte tenia un preu més elevat en el cas de 4 països respecte del producte d'assegurament de prestacions, com que les dones tenen una supervivència més elevada en tots els casos, per a tots 10 països la prima d'aquesta assegurança serà més baixa que la prima de la anterior. Degut que els capitals diferits depenen de la probabilitat de supervivència, fa pensar que aquesta idea no té sentit, però cal mencionar que el capital a rebre depèn de la prima referent a dues assegurances que depenen de la probabilitat de mort, per tant, a més mortalitat, major serà el capital a percebre. Com podem observar a la taula 9 la prima pura estarà en tots els països entre 1% i un 2% per sota de la prima pura de la renda amb assegurement de prestacions, per tant, per una diferència tant baixa, el tercer producte segueix sent el més interessant. La prima més baixa la segueix tenint Espanya degut a la seva baixa probabilitat de supervivència i la prima més elevada seria la del Japó.

6.2.1.5. Renda diferida vitalícia amb assegurança de recuperació de primes per defunció abans de la jubilació i capital diferit de recuperació de les primes proporcionals a les contraassegurances al moment que es deixen de pagar les primes

Aquest producte és equivalent al anterior, però cobrant el capital diferit 10 anys abans. En el nostre cas, es retornarien les primes als 55 anys, 10 anys abans de la jubilació. La diferència entre la prima d'aquest producte i de l'anterior és baixa, el fet de cobrar les primes proporcionals de les contraassegurances de mort fa que sigui un producte més atractiu per a l'assegurat, que no pas les contraassegurances soles així la supervivència té premi per l'assegurat i no pels hereus. Aquí està cobrant un premi abançat i per tant la prima serà sempre més elevada que en el producte equivalent però que ho cobra a la jubilació. Si observem els resultats de les taules 7, 8, 9 i 10, específicament la 9 per les diferències entre les primes, veiem que l'increment respecte el producte anterior en tots els casos és d'entre l'1% i el 2%, situant-se novament el Japó en la prima més elevada i Espanya en la prima més baixa.

Les diferències de les primes entre els diferents productes i països es poden veure clarament en el següent gràfic (gràfic 7):



El gap entre els tres primers productes és més petit, i la diferència entre els dos últims és més gran si ho comparem amb el gràfic dels homes. En cas femení, cal destacar que Xile i Espanya tenen les primes gairebé idèntiques en tots els productes, sent en tots els casos una mica més baixes les primes a Espanya. A diferència del gràfic 6, aquest tot i mostrar també diferències, les tendències són similars on en tots els països menys Espanya, la prima més elevada es la de la renda vitalícia amb assegurança durant la prestació.

6.2.2. Rendes amb prima única

Igual que per la població masculina de 40 anys, també s'ha fet un anàlisi de les rendes en cas de pagar una prima única a l'edat de jubilació per la població femenina de 40 anys. En aquesta comparativa també hi ha dos productes.

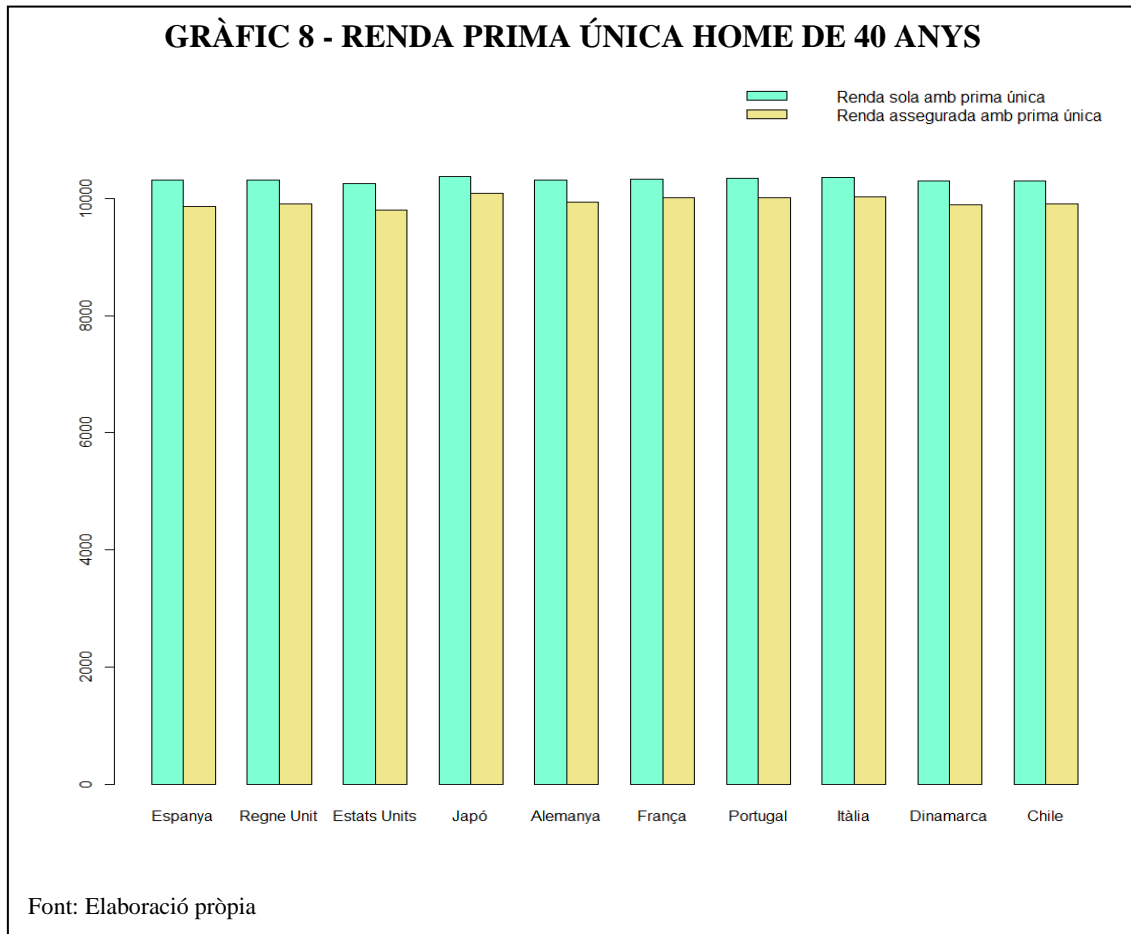
6.2.2.1. Renda vitalícia sola amb prima única

El primer és una renda vitalícia, sense cap mena d'assegurament pagada amb prima única. Per calcular la prima única, s'ha fet servir la suma de les primes pagades pel producte amb assegurement de primes abans de la jubilació. Observant la taula 10, els resultats per les dones de 40 anys són millor que els dels homes ja que estalvien una quantitat més elevada de primes, però tot i així els resultats segueixen sent inferiors a les 15.000 u.m. sent el Japó el país amb la renda resultant més elevada amb gairebé 10.400 u.m..

6.2.2.2. Renda vitalícia amb assegurança vitalícia de prestació

El segon producte és també una renda vitalícia, però assegurada durant la prestació, en aquest cas la prima única és la suma de les primes pagades pel producte on s'assegurava també la renda vitalícia mentre cobràvem la prestació. Altre cop comprovant la taula 10, els resultats per a tots els països són novament baixos, en tots els casos la renda vitalícia oscil·la entre les 9.800 u.m. i les 10.000 u.m., molt per sota dels 15.000 desitjats.

El gràfic 8, que descriu els resultats de les rendes amb prima única és el següent:



Els resultats de la renda pagada amb prima única estan per sota de les expectatives de l'assegurat, i per la mateixa inversió, obté millors resultats amb les diferents modalitats de prima periòdica.

7. Provisions matemàtiques

El càlcul de les provisions matemàtiques, és essencial per comprovar si realment el producte és viable. El càlcul de les provisions matemàtiques només serà realitzat pel producte nou on es garanteix la part de la prima pura referent a la renda vitalícia i pel producte on tenim un capital diferit a la jubilació que ens retorna les primes pagades per a les contrassegurances de mort, en cas de supervivència. Ambdues provisions dels dos productes han estat calculats a partir de R.

L'assegurat en aquest cas serà un home, i tindrà les mateixes característiques que en l'anàlisi anterior, 40 anys, pagament de primes anuals durant 15 anys amb l'objectiu d'una renda de 15.000 u.m. i amb un interès tècnic del 2%.

Primer s'ha calculat la provisió en el moment $t=0$ on s'espera que sigui 0 ja que s'igualava el valor actual actuarial de les primes i de les provisions.

També s'ha fet el càlcul de les provisions en el moment $t=10$, on encara queden primes per pagar i està encara vigent la contra assegurança variable.

En $t=20$, on l'assegurat tindrà 60 anys, ja no hi ha contraassegurança variable en cas de mort, però encara es pot cobrar la contraassegurança de recuperació de primes. En el moment $t=20$ ja no quedaran primes per cobrar, per tant s'espera que serà el moment on la provisió serà més elevada.

En $t=35$, serà l'últim moment on es calcularan les primes, on l'assegurat ja tindrà 75 anys, i per tant ja haurà exhaurit, tant l'assegurança de recuperació de primes durant la prestació com el capital diferit de recuperació de primes proporcionals de la contraassegurança. En aquest punt els resultats haurien de ser iguals.

Els càlculs de les provisions amb el producte de renda vitalícia amb assegurement decreixent mentre es cobren les prestacions quedran recollits en l'annex 3, i els càlculs de les provisions amb el producte de renda vitalícia que rebrà un capital diferit, quedarà recollit en l'annex 4.

La taula 11 ens recull els resultats de les provisions tècniques de la renda amb assegurement decreixent mentre cobra la prestació:

Taula 11 - Provisions de la renda vitalícia amb contraassegurances de mort abans de jubilació i mentre es cobra la prestació

	VAA de les primes	VAA de les prestacions	Provisions matemàtiques = VAA prestacions -VAA primes
t = 0	121.816,20	121.816,20	0
t = 10	45.021,56	147.017,40	101.995,84
t = 20	0	183.515,10	183.515,10
t = 35	0	114.699,50	114.699,50

Font: Elaboració pròpia

Les provisions en aquest cas son coherents, en el moment 0 són 0 com era d'esperar ja que s'igualen els valors actuals actuària. En el moment 10, el valor de les prestacions és més elevat respecte el moment 0, degut a que la probabilitat d'arribar a cobrar la renda és més elevada que a t=0, per tant puja el valor de les prestacions. Queda parcialment compensat per les primes.

En el moment t=20, és on tenim la provisió més elevada. Tenim la mateixa contingència que en el moment t=10, estem més a prop de la renda, i per tant, hi ha més probabilitat d'arribar viu a cobrar-la, això fa que la provisió sigui més elevada. Cal afegir, que com que ja s'han pagat les primes, aquestes no ho compensen en aquest moment del temps.

A t=35, amb 75 anys, el nostre assegurat ja ha liquidat totes les assegurances i només li queda pendent la renda vitalícia. La provisió és ara més baixa degut a que les assegurances ja no hi són, i que als 75 anys la probabilitat de supervivència és més baixa, per tant el valor de la renda futura és cada cop més baix.

L'assegurador no requereix provisions desorbitades per a aquest producte de caire innovador, per tant, podem concloure que un producte de rendes vitalícies que elimina gran part del risc per a l'assegurat és viable i per tant, si les empreses asseguradores decidixin implementar un producte d'aquestes característiques al seu catàleg podria canviar el paradigma per a les rendes vitalícies.

Tornant al segon producte d'aquest anàlisi de provisions, tenim el producte que ens afegia un capital diferit de recuperació de la part proporcional de la prima de les contraassegurances, en cas de supervivència.

La taula 12 ens recull els resultats de les provisions tècniques de la renda amb el capital diferit corresponent:

Taula 12 - Provisions de la renda vitalícia amb contraassegurances de mort abans de jubilació i capital diferit de recuperació de primes proporcionals a les contraassegurances de mort

	VAA de les primes	VAA de les prestacions	Provisions matemàtiques = VAA prestacions - VAA primes
t = 0	123.218,20	123.218,20	0
t = 10	45.539,73	150.056,20	104.516,47
t = 20	0	188.836,30	188.836,30
t = 35	0	114.699,50	114.699,50

Font: Elaboració pròpia

Com s'havia pronosticat, les provisions en el moment $t = 35$ són les mateixes per als dos productes.

Centrant-nos en el producte amb el capital diferit, veiem que els valors són pràcticament iguals en tots els casos que en les provisions de la renda amb l'assegurança decreixent durant la prestació. Varien en el moment $t = 10$ i $t = 20$, però mínimament.

Per tant, la conclusió és la mateixa que en el producte anterior, les prestacions no són excessives i la provisió, tot i ser una mica més elevada en algun moment segueix sense ser desmesurada, per tant, aquest segon producte també és viable per ser comercialitzat per l'empresa asseguradora. Segurament no és un producte tan atractiu com l'anterior, però seria perfectament vàlid en l'escenari actual de les rendes vitalícies.

8. Conclusions

Els resultats obtinguts en l'anàlisi comparativa deixen clara la viabilitat de la nova d'assegurança vida sencera que assegura les prestacions d'una renda vitalícia que depèn de la part proporcional de la prima de la renda vitalícia sola. Hem pogut veure com els resultats demostren que les primes no varien gaire respecte del cas en que assegurem la renda vitalícia única i exclusivament abans de la prestació. El resultat és una renda vitalícia no gaire més cara i amb assegurament durant tots els períodes. Amb una assegurança com la que es planteja, les empreses asseguradores podrien atraure a més clients per la contractació de rendes vitalícies, ja que la majoria de la gent veu les rendes vitalícies com una aposta de risc, però queda clar que invertir en rendes vitalícies amb suficient temps és millor que estalviar les primes, ja que amb els resultats de la prima única ofereixen rendes notablement més baixes.

Els increments percentuals de la prima pura amb la renda vitalícia sola i les dues rendes amb assegurament no són elevats, com podem veure en el cas d'una dona japonesa de 40 anys, que és el cas amb menys increment, on la prima de la renda completament assegurada és un 7% més cara que una renda vitalícia sense cap mena d'assegurament. El cas amb més diferència és la d'un home d'Estats Units, de 40 anys, que paga un recàrrec del 20% per assegurar completament la seva renda vitalícia. Per tant podem concloure que la hipòtesis d'afegir l'assegurança de vida sencera per cobrir les prestacions en un producte de rendes vitalícies és viable, es confirma. El fet de que l'assegurança sigui decreixent i que sigui en funció de la prima pura de la renda fa que sigui una assegurança que puja el seu valor actual actuarial tant amb l'augment de mortalitat com amb l'augment de supervivència.

D'altre banda, la inferència de les taules de mortalitat és abismal. La diferència entre la prima pura que es paga a Espanya i al Japó, o entre homes i dones, fa que una renda vitalícia assegurada per eliminar el risc tingui el mateix preu que una renda vitalícia sense assegurar. Això pot generar certa problemàtica, perquè és difícil demostrar que la mortalitat reflectida a les taules és realista per al públic objectiu d'un producte de rendes vitalícies. Un anàlisi de variables qualitatives seria necessari per donar preus realistes ja que es podria pensar que en un país com Espanya s'està primant al sector de la població més ben estant ja que es podria considerar que viuen més anys, i per tant haurien de pagar una prima més elevada.

Per últim, amb les provisions matemàtiques es demostra la viabilitat econòmica d'un producte de rendes vitalícies amb assegurament en tots els períodes i també la viabilitat del segon producte introduït que seria la del capital diferit on l'import a retornar és la part proporcional de les primes pagades per les contraassegurances de recuperació de primes. En ambdós casos les provisions donen resultats coherents en les franges de temps calculades i també són resultats molt similars.

Bibliografia

Ayuso, M. et al. (2007). Capítol 1: El modelo biométrico. *Estadística actuarial vida*. Universitat de Barcelona. Barcelona (Espanya)

GERBER, H. U. (1995). *Life Insurance Mathematics*. Swiss Association of Actuaries. Berlin (Alemanya)

Taules de mortalitat

Butlletí oficial de l'Estat. PASEM2010.

https://www.boe.es/diario_boe/txt.php?id=BOE-A-2012-9776

DESTATIS Statistisches Bundesamt. Taules de mortalitat Alemanyes.

<https://www.destatis.de/EN/FactsFigures/SocietyState/Population/Deaths/Deaths.html>

Istat Istituto Nazionale di Statistica. Taules de mortalitat Italianes.

http://demo.istat.it/index_e.html

INED Institut National d'Études Démographiques. Taules de mortalitat Franceses.

https://www.ined.fr/en/everything_about_population/data/france/deaths-causes-mortality/mortality-tables/

Office for National Statistics. Taules de mortalitat de Gran Bretanya.

<https://www.ons.gov.uk/peoplepopulationandcommunity/birthsdeathsandmarriages/lifeexpectancies/datasets/nationallifetablesgreatbritainreferencetables>

Instituto Nacional de Estadística (Portugal). Taules de mortalitat Portugueses.

https://www.ine.pt/xportal/xmain?xpid=INE&xpgid=ine_destaquas&DESTAQUESdest_boui=249900300&DESTAQUEStema=55466&DESTAQUESmodo=2

Ministry of Health, Labour and Welfare. Taules de mortalitat Japoneses.

<http://www.mhlw.go.jp/english/database/db-hw/lifetb22nd/dl/tables.pdf>

Statistics Denmark. Taules de mortalitat Daneses.

<https://www.statistikbanken.dk/statbank5a/SelectVarVal/Define.asp?Maintable=HISB8&PLanguage=1>

National Vital Statistics Reports, Volume 66, Number 3. Abril de 2017. Taules de mortalitat als Estats Units.

https://www.cdc.gov/nchs/data/nvsr/nvsr66/nvsr66_03.pdf

Superintendencia de Pensiones y de Valores y Seguros. Taules de mortalitat Xilenes.

<https://www.spensiones.cl/portal/institucional/594/w3-article-10844.html>

Notícies

Assegurança VidaMovida El Corte Inglés

<http://vidamovida.com/>

Comisión Europea – Comunicado de prensa. Bruselas, 22 de diciembre de 2011. *La Comisión Europea da orientaciones al sector europeo de los seguros para garantizar la no discriminación entre hombres y mujeres en las primas de seguros.*

http://europa.eu/rapid/press-release_IP-11-1581_es.htm

Annex 1: Taules de mortalitat

Taula amb les funcions cohort masculines

Edat	Espanya	Regne Unit	Estats Units	Japó	Alemanya	França	Portugal	Itàlia	Dinamarca	Xile
0	100000	100000.0	100000.0	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
1	99958	99581.1	99348.6	99798	99645	99618	99648	99677	99620	99198.1
2	99923	99550.6	99302.6	99765	99618	99590	99625	99659	99584	99158.4
3	99894	99534.7	99273.9	99741	99603	99573	99610	99645	99570	99125.2
4	99870	99522.0	99253.1	99725	99590	99559	99594	99633	99550	99096.2
5	99850	99513.1	99235.2	99714	99578	99547	99584	99623	99540	99075
6	99832	99503.9	99218.8	99704	99569	99536	99567	99615	99531	99060.1
7	99816	99495.0	99204.1	99694	99559	99527	99558	99607	99513	99045.9
8	99800	99486.5	99191.1	99684	99550	99517	99550	99599	99510	99032
9	99784	99480.1	99179.7	99676	99542	99509	99541	99591	99499	99018.6
10	99768	99471.4	99169.9	99668	99534	99501	99536	99582	99493	99005.7
11	99749	99462.1	99161.0	99661	99526	99494	99527	99574	99485	98993
12	99726	99452.1	99151.4	99653	99518	99486	99514	99566	99479	98978.9
13	99697	99442.5	99138.5	99645	99510	99476	99504	99556	99479	98961
14	99660	99432.5	99119.0	99635	99500	99466	99495	99544	99467	98936.1
15	99612	99420.2	99090.4	99621	99488	99450	99479	99529	99455	98901.8
16	99552	99404.9	99052.1	99604	99473	99432	99458	99509	99438	98857.1
17	99480	99383.7	99004.0	99583	99448	99408	99430	99484	99410	98802.6
18	99409	99354.6	98944.1	99557	99418	99377	99408	99454	99393	98739.4
19	99336	99314.4	98870.8	99524	99380	99335	99367	99419	99349	98669.9
20	99262	99269.8	98783.8	99486	99339	99285	99322	99382	99322	98595.6
21	99187	99223.4	98682.6	99441	99294	99229	99281	99343	99286	98516.8
22	99110	99174.2	98569.0	99392	99250	99170	99225	99302	99251	98433
23	99031	99125.6	98446.2	99341	99205	99110	99174	99259	99209	98345.4
24	98951	99071.5	98318.7	99288	99159	99049	99125	99214	99159	98255.1
25	98869	99018.2	98189.3	99234	99111	98985	99077	99170	99123	98162.7
26	98787	98961.3	98059.0	99179	99064	98917	99019	99125	99067	98068.8
27	98706	98900.1	97927.4	99124	99017	98846	98959	99080	99017	97973
28	98627	98838.8	97794.0	99070	98965	98777	98897	99036	98975	97874.4
29	98550	98773.2	97657.9	99016	98914	98701	98828	98992	98946	97771.5
30	98475	98704.6	97518.3	98961	98857	98624	98759	98944	98915	97663.3
31	98401	98632.3	97375.0	98903	98800	98542	98696	98894	98856	97549.3
32	98327	98557.3	97228.1	98844	98732	98459	98630	98841	98796	97429.5
33	98251	98470.1	97078.1	98783	98663	98372	98554	98784	98727	97303.8
34	98171	98383.9	96925.5	98718	98593	98284	98475	98726	98665	97172.4
35	98085	98289.1	96770.4	98649	98513	98186	98389	98663	98596	97035.4
36	97990	98188.3	96611.6	98576	98426	98086	98285	98596	98523	96892
37	97885	98080.5	96447.6	98501	98339	97980	98190	98525	98442	96741.4
38	97770	97968.9	96276.4	98423	98246	97863	98085	98450	98363	96583.2

39	97646	97839.6	96096.6	98338	98143	97739	97954	98369	98272	96417.2
40	97511	97706.1	95906.5	98245	98036	97600	97804	98281	98166	96242.8
41	97362	97552.6	95704.6	98142	97913	97451	97661	98187	98081	96059
42	97196	97387.4	95489.0	98029	97783	97289	97463	98084	97976	95864.2
43	97009	97218.2	95257.4	97907	97638	97111	97257	97973	97850	95656.7
44	96798	97032.2	95006.7	97776	97478	96919	97023	97851	97718	95434.1
45	96563	96825.1	94733.5	97632	97303	96702	96769	97716	97576	95194.4
46	96300	96609.9	94435.7	97473	97104	96458	96513	97566	97440	94935.4
47	96007	96380.0	94110.6	97297	96892	96190	96175	97399	97229	94655.5
48	95682	96124.2	93753.1	97102	96651	95895	95825	97215	97036	94353
49	95321	95861.7	93358.9	96887	96382	95576	95474	97013	96794	94026.2
50	94923	95572.8	92925.3	96651	96078	95224	95068	96791	96528	93673.2
51	94484	95252.6	92452.3	96394	95740	94844	94615	96548	96261	93291.9
52	94003	94921.9	91940.0	96111	95371	94427	94132	96287	95919	92879.8
53	93479	94568.5	91386.0	95801	94949	93966	93548	95995	95575	92433.3
54	92910	94189.5	90786.1	95461	94475	93465	92994	95678	95235	91948.7
55	92290	93776.4	90136.3	95088	93949	92898	92391	95325	94731	91422.5
56	91616	93308.2	89433.7	94677	93371	92279	91729	94932	94192	90848.3
57	90888	92808.1	88677.9	94227	92733	91613	91012	94493	93622	90223.1
58	90106	92266.8	87868.8	93739	92034	90888	90261	94011	92842	89550.1
59	89276	91669.1	87007.4	93214	91257	90112	89477	93479	92142	88835.5
60	88402	91015.6	86093.8	92646	90413	89275	88654	92907	91442	88080.5
61	87487	90290.7	85124.7	92026	89505	88384	87779	92284	90583	87285.4
62	86534	89506.7	84096.8	91338	88522	87441	86817	91606	89695	86439.1
63	85543	88661.3	83010.2	90573	87448	86447	85844	90868	88737	85517
64	84512	87727.6	81866.9	89734	86305	85405	84834	90055	87720	84487.1
65	83439	86723.3	80667.9	88825	85073	84313	83754	89172	86613	83325.9
66	82267	85653.4	79412.0	87830	83766	83161	82600	88190	85418	82021
67	80979	84518.1	78093.6	86749	82397	81982	81383	87107	84144	80574.7
68	79557	83310.8	76703.5	85582	80917	80733	80126	85912	82740	78996.2
69	77982	82003.7	75228.7	84326	79404	79407	78654	84683	81358	77301.3
70	76231	80574.7	73655.9	82978	77765	78012	77093	83381	79880	75499.8
71	74279	79019.9	71974.6	81528	76023	76536	75357	81980	78312	73589.4
72	72099	77319.3	70175.4	79966	74169	75000	73611	80422	76472	71559.7
73	69660	75478.1	68255.7	78291	72229	73364	71782	78701	74363	69402.6
74	66929	73491.3	66213.9	76515	70186	71631	69841	76761	72295	67107.6
75	63875	71288.8	64050.1	74631	68016	69811	67659	74677	70118	64665.6
76	60468	68938.3	61774.8	72610	65701	67833	65246	72463	67662	62092.7
77	56686	66459.6	59364.9	70426	63228	65738	62773	70122	65288	59388.2
78	52518	63810.9	56805.3	68048	60619	63488	60055	67684	62565	56507.9
79	47973	60987.5	54098.7	65454	57816	61084	57225	65053	59691	53393.3
80	43329	57995.2	51251.8	62635	54794	58464	54235	62197	56821	50015.3
81	38642	54780.0	48263.7	59589	51583	55657	50997	59051	53498	46390
82	33979	51415.7	45144.1	56311	48151	52642	47584	55661	49906	42574.4
83	29412	47840.3	41920.3	52807	44551	49438	43972	52068	46296	38651.6

84	25015	44079.8	38607.3	49094	40773	46037	39956	48232	42541	34712.4
85	20862	40221.3	35213.5	45194	36886	42470	35498	44200	38458	30837.7
86	17019	36249.3	31728.9	41150	32921	38723	30620	40058	34451	27091.6
87	13548	32284.1	28234.0	37034	28969	34864	25712	35827	30445	23516.8
88	10498	28341.0	24780.0	32907	25117	30945	20960	31565	26336	20133.5
89	7898	24449.2	21421.4	28827	21411	27050	16565	27354	22356	16937.8
90	5755	20763.5	18213.1	24854	17933	23259	12654	23240	18923	13895.2
91	4053	17277.7	15207.2	21044	14713	19611	9278	19311	15458	
92	2753	14138.7	12449.8	17465	11735	16139	6532	15707	12308	
93	1800	11306.0	9977.7	14163	9104	13011	4397	12465	9601	
94	1131	8799.9	7815.4	11195	6884	10199	2816	9627	7140	
95	681	6648.3	5973.3	8628	5001	7785	1707	7288	5072	
96	393	4903.6	4447.7	6506	3571	5823	974	5453	3638	
97	216	3519.2	3221.5	4788	2455	4234	520	3979	2527	
98	113	2488.6	2266.5	3435	1625	2947	258	2795	1707	
99	56	1679.7	1547.0	2401	1037	1998	118	1877	1136	
100	26	1105.5	1023.1	1633	638	1335	49	1204		
101	11			1080		862		739		
102	4			693		540		438		
103	1			431		342		245		
104	0			260		227		129		
105	0			151				64		
106	0			85				29		
107	0			46				12		
108	0			24				5		
109	0			12				2		
110	0			6				1		
111	0			3				0		
112	0			1				0		
113	0			0				0		
114	0			0				0		
115	0			0				0		
116	0							0		
117	0							0		
118	0							0		
119	0							0		
120	0									

Font: Elaboració pròpia

Taula amb les funcions cohort femenines

Edat	Espanya	Regne Unit	Estats Units	Japó	Alemanya	França	Portugal	Itàlia	Dinamarca	Xile
0	100000	100000.0	100000.0	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
1	99962	99651.2	99462.6	99822	99694	99683	99764	99726	99688	99328.2
2	99931	99626.5	99424.9	99790	99671	99658	99743	99705	99667	99285.4
3	99907	99612.7	99403.2	99770	99659	99643	99728	99690	99653	99253.8
4	99888	99602.0	99387.1	99758	99647	99631	99715	99679	99642	99232.5
5	99872	99593.9	99373.5	99749	99638	99623	99707	99670	99636	99212.2
6	99859	99587.3	99361.2	99742	99630	99614	99699	99663	99636	99193.8
7	99847	99580.1	99350.2	99734	99624	99607	99690	99656	99623	99176.3
8	99836	99572.7	99340.3	99726	99619	99600	99681	99649	99620	99160.4
9	99825	99567.0	99331.0	99718	99613	99593	99675	99642	99614	99146.2
10	99813	99560.1	99321.9	99712	99606	99586	99664	99636	99605	99133.7
11	99800	99554.3	99312.7	99705	99600	99580	99658	99630	99599	99122.7
12	99786	99548.3	99302.8	99698	99593	99573	99648	99624	99596	99112.4
13	99770	99542.2	99291.5	99691	99585	99567	99642	99617	99593	99101.2
14	99751	99531.6	99278.1	99684	99576	99558	99635	99609	99590	99087.2
15	99729	99520.3	99262.0	99676	99566	99548	99627	99599	99580	99069.2
16	99704	99506.7	99242.9	99666	99554	99536	99616	99589	99571	99046.3
17	99677	99491.0	99220.6	99654	99540	99523	99601	99578	99566	99019
18	99647	99475.7	99194.8	99641	99525	99508	99586	99565	99542	98988.6
19	99616	99455.0	99165.1	99626	99505	99490	99567	99552	99518	98957
20	99585	99434.4	99131.6	99610	99485	99471	99550	99538	99493	98925.6
21	99554	99414.0	99094.2	99593	99467	99448	99529	99522	99477	98894.7
22	99523	99392.1	99053.1	99575	99451	99430	99511	99506	99450	98863.8
23	99492	99370.7	99008.8	99554	99433	99410	99498	99489	99435	98833
24	99461	99347.9	98962.1	99533	99412	99390	99478	99472	99414	98802.6
25	99429	99325.4	98913.4	99510	99395	99369	99461	99454	99399	98772.4
26	99399	99301.2	98862.7	99486	99376	99346	99443	99435	99380	98742.7
27	99370	99273.9	98809.7	99461	99357	99322	99424	99416	99354	98713.2
28	99342	99247.0	98753.9	99434	99335	99298	99399	99396	99322	98682.3
29	99314	99215.3	98695.0	99405	99311	99270	99377	99375	99305	98648.2
30	99287	99180.2	98632.7	99375	99285	99242	99339	99355	99281	98609.6
31	99257	99142.2	98566.6	99345	99255	99212	99306	99334	99264	98565.3
32	99225	99101.7	98496.6	99313	99224	99179	99279	99311	99231	98515.5
33	99189	99056.0	98422.5	99279	99189	99145	99247	99287	99199	98461.7
34	99148	99007.1	98344.4	99243	99154	99108	99213	99260	99165	98405.7
35	99101	98954.0	98261.7	99204	99115	99070	99175	99230	99146	98348.6
36	99046	98895.4	98173.6	99163	99075	99028	99124	99196	99115	98290.8
37	98983	98831.3	98078.8	99121	99029	98975	99074	99156	99080	98231
38	98911	98764.0	97976.7	99075	98983	98916	99020	99111	99025	98167
39	98828	98688.4	97866.8	99025	98925	98853	98958	99061	98980	98095.6
40	98732	98608.9	97748.7	98969	98866	98787	98897	99006	98918	98014.7
41	98622	98516.0	97621.7	98907	98799	98712	98833	98948	98836	97922.7

42	98499	98420.5	97484.7	98839	98724	98628	98746	98885	98773	97819.7
43	98364	98313.0	97336.3	98766	98642	98536	98651	98818	98689	97706.8
44	98219	98198.0	97174.4	98687	98553	98431	98552	98745	98590	97585.7
45	98064	98071.9	96996.8	98602	98453	98316	98445	98663	98499	97457.5
46	97897	97928.4	96802.4	98509	98343	98189	98308	98570	98384	97321.3
47	97716	97778.6	96589.7	98405	98218	98046	98174	98467	98257	97175.3
48	97520	97619.7	96355.8	98291	98078	97890	98025	98352	98121	97017.9
49	97304	97447.2	96098.2	98167	97921	97715	97872	98224	97944	96847.3
50	97066	97265.0	95815.6	98034	97743	97532	97704	98086	97776	96661.4
51	96802	97057.0	95507.8	97889	97551	97325	97520	97934	97582	96458.6
52	96511	96829.0	95175.1	97730	97335	97100	97330	97769	97343	96236.6
53	96194	96583.8	94817.3	97557	97096	96866	97117	97588	97069	95992.3
54	95856	96316.4	94433.6	97368	96831	96614	96872	97391	96796	95721.9
55	95498	96028.2	94022.7	97166	96539	96329	96633	97179	96482	95421.8
56	95122	95707.4	93582.7	96951	96220	96023	96360	96951	96095	95088.6
57	94726	95361.0	93112.2	96726	95871	95702	96075	96696	95774	94719.7
58	94310	94983.2	92610.2	96489	95489	95360	95798	96419	95369	94313.6
59	93877	94581.2	92076.2	96239	95067	94995	95469	96116	94945	93869.6
60	93426	94127.7	91508.5	95970	94608	94604	95160	95789	94453	93385.8
61	92956	93632.7	90904.7	95679	94098	94189	94782	95442	93944	92858.6
62	92464	93105.1	90260.8	95361	93572	93748	94380	95068	93335	92282.8
63	91947	92521.8	89571.4	95015	93003	93284	93955	94663	92685	91652.9
64	91397	91893.4	88829.8	94643	92391	92793	93532	94216	91968	90962.6
65	90803	91219.9	88030.1	94244	91717	92274	93030	93713	91261	90205.6
66	90155	90501.4	87166.3	93811	90983	91719	92477	93149	90454	89376.5
67	89440	89713.6	86233.4	93340	90188	91143	91869	92534	89608	88469.5
68	88647	88876.6	85226.6	92829	89314	90536	91200	91860	88737	87478.1
69	87761	87942.9	84139.6	92275	88401	89857	90429	91165	87766	86395.2
70	86773	86932.3	82965.2	91672	87414	89118	89603	90420	86698	85213.6
71	85671	85804.0	81693.8	91010	86349	88332	88733	89593	85544	83921.5
72	84445	84570.0	80313.8	90281	85192	87473	87749	88655	84257	82511.2
73	82961	83214.2	78815.9	89480	83965	86538	86678	87610	82906	80984.3
74	81164	81711.9	77201.2	88606	82665	85507	85492	86418	81449	79345.6
75	78982	80085.9	75460.0	87652	81251	84418	84121	85123	79844	77593.2
76	76541	78308.5	73586.3	86599	79701	83181	82567	83703	78044	75734.1
77	73812	76342.1	71561.6	85419	77962	81816	80821	82152	76165	73750.4
78	70763	74242.2	69365.8	84087	76055	80341	78909	80476	74139	71586
79	67368	71950.2	66990.0	82582	73918	78720	76760	78605	71680	69167.9
80	63609	69455.9	64426.6	80883	71485	76878	74361	76492	69088	66448.5
81	59478	66683.4	61685.0	78974	68739	74792	71633	74094	66275	63420.6
82	54987	63692.4	58781.8	76831	65710	72443	68599	71379	63090	60112.6
83	50168	60437.0	55692.1	74422	62402	69855	65219	68357	59802	56574.9
84	45079	56906.2	52413.9	71720	58778	66944	61284	64959	56135	52864.7
85	39803	53131.9	48939.6	68716	54827	63704	56675	61244	52244	49031.2
86	34449	49165.4	45309.9	65407	50593	60105	51326	57259	48257	45110.6

87	29146	44992.7	41527.9	61784	46095	56145	45548	53004	44123	41122.2
88	24038	40660.3	37634.6	57847	41430	51905	39504	48487	39841	37067.3
89	19268	36258.5	33680.0	53594	36673	47431	33420	43736	35775	32928.2
90	14965	31824.1	29723.1	49063	31872	42693	27499	38818	31386	28664.3
91	11228	27421.1	25828.8	44306	27157	37823	21867	33863	27070	
92	8113	23276.4	22065.5	39389	22613	32806	16796	28989	22916	
93	5628	19360.8	18501.3	34364	18371	27940	12408	24252	19042	
94	3736	15780.0	15199.1	29340	14528	23251	8774	19794	15281	
95	2364	12478.2	12212.0	24464	11112	18859	5908	15859	12036	
96	1421	9650.4	9579.1	19866	8344	14946	3767	12568	9249	
97	808	7288.9	7322.4	15734	6096	11542	2259	9801	6822	
98	433	5392.4	5445.2	12140	4407	8585	1266	7377	5152	
99	217	3845.9	3932.4	9115	3064	6181	658	5307	3645	
100	102	2643.9	2753.7	6652	2051	4331	314	3640		
101	45			4711		2895		2397		
102	18			3234		1865		1539		
103	7			2149		1187		941		
104	2			1380		738		546		
105	1			855				299		
106	0			510				154		
107	0			293				74		
108	0			162				33		
109	0			85				14		
110	0			43				5		
111	0			21				2		
112	0			10				1		
113	0			4				0		
114	0			2				0		
115	0			1				0		
116	0							0		
117	0							0		
118	0							0		
119	0							0		
120	0									

Font: Elaboració pròpia

Annex 2: Codi de la funció d'R

```
lespM<-c(100000, 99958,...)
lespF<-c(100000, 99962,...)
lukM<-c(100000, 99581.1,...)
lukF<-c(100000, 99651.2,...)
lusaM<-c(100000, 99348.6,...)
lusaF<-c(100000, 99462.6,...)
ljapM<-c(100000, 99798,...)
ljapF<-c(100000, 99822,...)
lgerM<-c(100000, 99645,...)
lgerF<-c(100000, 99694,...)
lptM<-c(100000, 99648,...)
lptF<-c(100000, 99764,...)
lfrM<-c(100000, 99618,...)
lfrF<-c(100000, 99683,...)
litM<-c(100000, 99677 ,...)
litF<-c(100000, 99726 ,...)
ldkM<-c(100000, 99620,...)
ldkF<-c(100000, 99688,...)
lclM<-c(100000, 99198.1,...)
lclF<-c(100000, 99328.2,...)

primatotal<-function(){
  cat("\nEdat de l'assegurat (no pot ser igual o superior als 65 anys):\n")
  repeat{X<-scan(n=1)
    ifelse(X<65,break,X<-scan(n=1))}

  cat("\nQuants anys vol estar pagant primes:
      (La suma de l'edat de l'assegurat i els anys de pagament de les primes
no pot ser superior als 65 anys)\n")
  repeat{M<-scan(n=1)
    ifelse(X+M<66,break,M<-scan(n=1))}

  cat("\nInterès tècnic en tant per 1:\n")
  I<-scan(nmax=1)

  cat("\nRenda anual vitalícia desitjada a partir de l'edat de jubilació:\n")
  alpha<-scan(nmax=1)

  "rendes primes"
  m<-0:(M-1)
  v<-(1+I)^-m

  pesp<-lespM[X+1+m]/lespM[X+1]
  rpesp<-sum(pesp*v)

  puk<-lukM[X+1+m]/lukM[X+1]
  rpuk<-sum(puk*v)

  pusa<-lusaM[X+1+m]/lusaM[X+1]
  rpusa<-sum(pusa*v)

  pjap<-ljapM[X+1+m]/ljapM[X+1]
  rpjap<-sum(pjap*v)

  pger<-lgerM[X+1+m]/lgerM[X+1]
  rpger<-sum(pger*v)

  ppt<-lptM[X+1+m]/lptM[X+1]
  rppt<-sum(ppt*v)

  pfr<-lfrM[X+1+m]/lfrM[X+1]
  rpfr<-sum(pfr*v)
```

```

pit<-litM[X+1+m]/litM[X+1]
rpit<-sum(pit*v)

pdk<-ldkM[X+1+m]/ldkM[X+1]
rpdk<-sum(pdk*v)

pcl<-lclM[X+1+m]/lclM[X+1]
rpcl<-sum(pcl*v)

"renda diferida vitalicia"

nesp<-(65-X):(120-X-1)
vesp<-(1+I)^-nesp
pesp<-lespM[X+nesp+1]/lespM[X+1]
rendaespc<-alpha*sum(vesp*pesp)

n100<-(65-X):(100-X-1)
v100<-(1+I)^-n100

puk<-lukM[X+n100+1]/lukM[X+1]
rendauk<-alpha*sum(v100*puk)

pusa<-lusaM[X+n100+1]/lusaM[X+1]
rendausa<-alpha*sum(v100*pusa)

pger<-lgerM[X+n100+1]/lgerM[X+1]
rendager<-alpha*sum(v100*pger)

ppt<-lptM[X+n100+1]/lptM[X+1]
rendapt<-alpha*sum(v100*ppt)

njap<-(65-X):(115-X-1)
vjap<-(1+I)^-njap
pjap<-ljapM[X+njap+1]/ljapM[X+1]
rendajap<-alpha*sum(vjap*pjap)

nfr<-(65-X):(104-X-1)
vfr<-(1+I)^-nfr
pfr<-lfrM[X+nfr+1]/lfrM[X+1]
rendafr<-alpha*sum(vfr*pfr)

nit<-(65-X):(119-X-1)
vit<-(1+I)^-nit
pit<-litM[X+nit+1]/litM[X+1]
rendait<-alpha*sum(vit*pit)

ndk<-(65-X):(99-X-1)
vdk<-(1+I)^-ndk
pdk<-ldkM[X+ndk+1]/ldkM[X+1]
rendadk<-alpha*sum(vdk*pdk)

ncl<-(65-X):(90-X-1)
vcl<-(1+I)^-ncl
pcl<-lclM[X+ncl+1]/lclM[X+1]
rendacl<-alpha*sum(vcl*pcl)
"assegurança de retorn de primes mentre les paga, en cas de mort de
l'assegurat"
"es multiplica per la prima"
u<-(1+m)
v<-(1+I)^-(m+1)

qesp<-(lespM[X+1+m]-lespM[X+2+m])/lespM[X+1]
asegprimesesp<-sum(u*v*qesp)

quk<-(lukM[X+1+m]-lukM[X+2+m])/lukM[X+1]
asegprimesuk<-sum(u*v*quk)

```



```

qusa<- (lusaM[X+1+m]-lusaM[X+2+m])/lusaM[X+1]
asegprimesusa<-sum(u*v*qusa)

qger<- (lgerM[X+1+m]-lgerM[X+2+m])/lgerM[X+1]
asegprimesger<-sum(u*v*qger)

qjap<- (ljapM[X+1+m]-ljapM[X+2+m])/ljapM[X+1]
asegprimesjap<-sum(u*v*qjap)

qpt<- (lptM[X+1+m]-lptM[X+2+m])/lptM[X+1]
asegprimespt<-sum(u*v*qpt)

qfr<- (lfrM[X+1+m]-lfrM[X+2+m])/lfrM[X+1]
asegprimesfr<-sum(u*v*qfr)

qit<- (litM[X+1+m]-litM[X+2+m])/litM[X+1]
asegprimesit<-sum(u*v*qit)

qdk<- (ldkM[X+1+m]-ldkM[X+2+m])/ldkM[X+1]
asegprimesdk<-sum(u*v*qdk)

qcl<- (lclM[X+1+m]-lclM[X+2+m])/lclM[X+1]
asegprimescl<-sum(u*v*qcl)
"assegurança de retorn de les primes un cop pagades, i abans de cobrar la
renda, en cas de mort de l'assegurat"
if(X+M<65){
  s<-M:(65-X-1)
  v<-(1+I)^-(s+1)

  qesp<- (lespM[X+1+s]-lespM[X+2+s])/lespM[X+1]
  asegprimestotalesp<-M*sum(v*qesp)

  quk<- (lukM[X+1+s]-lukM[X+2+s])/lukM[X+1]
  asegprimestotaluk<-M*sum(v*quk)

  qusa<- (lusaM[X+1+s]-lusaM[X+2+s])/lusaM[X+1]
  asegprimestotalusa<-M*sum(v*qusa)

  qjap<- (ljapM[X+1+s]-ljapM[X+2+s])/ljapM[X+1]
  asegprimestotaljap<-M*sum(v*qjap)

  qger<- (lgerM[X+1+s]-lgerM[X+2+s])/lgerM[X+1]
  asegprimestotalger<-M*sum(v*qger)

  qpt<- (lptM[X+1+s]-lptM[X+2+s])/lptM[X+1]
  asegprimestotalpt<-M*sum(v*qpt)

  qfr<- (lfrM[X+1+s]-lfrM[X+2+s])/lfrM[X+1]
  asegprimestotalfr<-M*sum(v*qfr)

  qit<- (litM[X+1+s]-litM[X+2+s])/litM[X+1]
  asegprimestotalit<-M*sum(v*qit)

  qdk<- (ldkM[X+1+s]-ldkM[X+2+s])/ldkM[X+1]
  asegprimestotaldk<-M*sum(v*qdk)

  qcl<- (lclM[X+1+s]-lclM[X+2+s])/lclM[X+1]
  asegprimestotalcl<-M*sum(v*qcl)

} else {
  asegprimestotalesp<-0
  asegprimestotaluk<-0
  asegprimestotalusa<-0
  asegprimestotaljap<-0
  asegprimestotalger<-0
  asegprimestotalpt<-0
  asegprimestotalfr<-0
  asegprimestotalit<-0

```

```

    asegprimestotaldk<-0
    asegprimestotalcl<-0
}

primarendaesp<- rendaesp/rpesp
primarendausk<- rendausk/rpuk
primarendausa<- rendausa/rpusa
primarendajap<- rendajap/rpjap
primarendager<- rendager/rpger
primarendapt<- rendapt/rppt
primarendafr<- rendafr/rpfr
primarendait<- rendait/rpit
primarendadk<- rendadk/rpdk
primarendacl<- rendacl/rpcl

"assegurança de capital decreixent en funció de la prestació i la renda"
vesp<- (1+I) ^-( nesp+1- (65-X) )
uesp<-pmax( (M*primarendaesp-alpha*( nesp+1- (65-X) ) ) , 0)
qesp<- (lespM[X+1+nesp]-lespM[X+2+nesp]) /lespM[X+1]
asegpost65esp<-sum(uesp*vesp*qesp)

vjap<- (1+I) ^-( njap+1- (65-X) )
ujap<-pmax( (M*primarendajap-alpha*( njap+1- (65-X) ) ) , 0)
qjap<- (ljapM[X+1+njap]-ljapM[X+2+njap]) /ljapM[X+1]
asegpost65jap<-sum(ujap*vjap*qjap)

vfr<- (1+I) ^-( nfr+1- (65-X) )
ufr<-pmax( (M*primarendafr-alpha*( nfr+1- (65-X) ) ) , 0)
qfr<- (lfrM[X+1+nfr]-lfrM[X+2+nfr]) /lfrM[X+1]
asegpost65fr<-sum(ufr*vfr*qfr)

vit<- (1+I) ^-( nit+1- (65-X) )
uit<-pmax( (M*primarendait-alpha*( nit+1- (65-X) ) ) , 0)
qit<- (litM[X+1+nit]-litM[X+2+nit]) /litM[X+1]
asegpost65it<-sum(uit*vit*qit)

vdk<- (1+I) ^-( ndk+1- (65-X) )
udk<-pmax( (M*primarendadk-alpha*( ndk+1- (65-X) ) ) , 0)
qdk<- (ldkM[X+1+ndk]-ldkM[X+2+ndk]) /ldkM[X+1]
asegpost65dk<-sum(udk*vdk*qdk)

vcl<- (1+I) ^-( ncl+1- (65-X) )
ucl<-pmax( (M*primarendacl-alpha*( ncl+1- (65-X) ) ) , 0)
qcl<- (lclM[X+1+ncl]-lclM[X+2+ncl]) /lclM[X+1]
asegpost65cl<-sum(ucl*vcl*qcl)

v100<- (1+I) ^-( n100+1- (65-X) )

uuk<-pmax( (M*primarendausk-alpha*( n100+1- (65-X) ) ) , 0)
quk<- (lukM[X+1+n100]-lukM[X+2+n100]) /lukM[X+1]
asegpost65uk<-sum(uuk*v100*quk)

uusa<-pmax( (M*primarendausa-alpha*( n100+1- (65-X) ) ) , 0)
qusa<- (lusaM[X+1+n100]-lusaM[X+2+n100]) /lusaM[X+1]
asegpost65usa<-sum(uusa*v100*qusa)

uger<-pmax( (M*primarendager-alpha*( n100+1- (65-X) ) ) , 0)
qger<- (lgerM[X+1+n100]-lgerM[X+2+n100]) /lgerM[X+1]
asegpost65ger<-sum(uger*v100*qger)

upt<-pmax( (M*primarendapt-alpha*( n100+1- (65-X) ) ) , 0)
qpt<- (lptM[X+1+n100]-lptM[X+2+n100]) /lptM[X+1]
asegpost65pt<-sum(upt*v100*qpt)

```

```

#####

primacontrasegesp<- rendaesp/(rpesp-asegprimesesp-asegprimestotalesp)
primafinalesp<- (rendaesp+asegpost65esp)/(rpesp-asegprimesesp-
asegprimestotalesp)

primacontraseguk<- rendauk/(rpuk-asegprimesuk-asegprimestotaluk)
primafinaluk<- (rendauk+asegpost65uk)/(rpuk-asegprimesuk-asegprimestotaluk)

primacontrasegusa<- rendausa/(rpusa-asegprimesusa-asegprimestotalusa)
primafinalusa<- (rendausa+asegpost65usa)/(rpusa-asegprimesusa-
asegprimestotalusa)

primacontrasegjap<- rendajap/(rpjap-asegprimesjap-asegprimestotaljap)
primafinaljap<- (rendajap+asegpost65jap)/(rpjap-asegprimesjap-
asegprimestotaljap)

primacontrasegger<- rendager/(rpger-asegprimesger-asegprimestotalger)
primafinalger<- (rendager+asegpost65ger)/(rpger-asegprimesger-
asegprimestotalger)

primacontrasegfr<- rendafr/(rpfr-asegprimesfr-asegprimestotalfr)
primafinalfr<- (rendafr+asegpost65fr)/(rpfr-asegprimesfr-asegprimestotalfr)

primacontrasegpt<- rendapt/(rppt-asegprimespt-asegprimestotalpt)
primafinalpt<- (rendapt+asegpost65pt)/(rppt-asegprimespt-asegprimestotalpt)

primacontrasegit<- rendait/(rpit-asegprimesit-asegprimestotalit)
primafinalit<- (rendait+asegpost65it)/(rpit-asegprimesit-asegprimestotalit)

primacontrasegdk<- rendadk/(rpdk-asegprimesdk-asegprimestotaldk)
primafinaldk<- (rendadk+asegpost65dk)/(rpdk-asegprimesdk-asegprimestotaldk)

primacontrasegcl<- rendacl/(rpcl-asegprimescl-asegprimestotalcl)
primafinalcl<- (rendacl+asegpost65cl)/(rpcl-asegprimescl-asegprimestotalcl)

#Capital diferit#

cdesp<- (primacontrasegesp-primarendaesp) *M* (1+I) ^- (65-
X) *lespM[66]/lespM[X+1]
cduk<- (primacontraseguk-primarendauk) *M* (1+I) ^- (65-X) *lukM[66]/lukM[X+1]
cdusa<- (primacontrasegusa-primarendausa) *M* (1+I) ^- (65-
X) *lusaM[66]/lusaM[X+1]
cdjap<- (primacontrasegjap-primarendajap) *M* (1+I) ^- (65-
X) *ljapM[66]/ljapM[X+1]
cdger<- (primacontrasegger-primarendager) *M* (1+I) ^- (65-
X) *lgerM[66]/lgerM[X+1]
cdfrr<- (primacontrasegfr-primarendafr) *M* (1+I) ^- (65-X) *lfrM[66]/lfrM[X+1]
cdpt<- (primacontrasegpt-primarendapt) *M* (1+I) ^- (65-X) *lptM[66]/lptM[X+1]
cdit<- (primacontrasegit-primarendait) *M* (1+I) ^- (65-X) *litM[66]/litM[X+1]
cddk<- (primacontrasegdk-primarendadk) *M* (1+I) ^- (65-X) *ldkM[66]/ldkM[X+1]
cdcl<- (primacontrasegcl-primarendacl) *M* (1+I) ^- (65-X) *lclM[66]/lclM[X+1]

cdespM<- (primacontrasegesp-primarendaesp) *M* (1+I) ^-
(M) *lespM[X+M+1]/lespM[X+1]
cdukM<- (primacontraseguk-primarendauk) *M* (1+I) ^- (M) *lukM[X+M+1]/lukM[X+1]
cdusaM<- (primacontrasegusa-primarendausa) *M* (1+I) ^-
(M) *lusaM[X+M+1]/lusaM[X+1]
cdjapM<- (primacontrasegjap-primarendajap) *M* (1+I) ^-
(M) *ljapM[X+M+1]/ljapM[X+1]
cdgerM<- (primacontrasegger-primarendager) *M* (1+I) ^-
(M) *lgerM[X+M+1]/lgerM[X+1]
cdfrrM<- (primacontrasegfr-primarendafr) *M* (1+I) ^- (M) *lfrM[X+M+1]/lfrM[X+1]
cdptM<- (primacontrasegpt-primarendapt) *M* (1+I) ^- (M) *lptM[X+M+1]/lptM[X+1]
cditM<- (primacontrasegit-primarendait) *M* (1+I) ^- (M) *litM[X+M+1]/litM[X+1]
cddkM<- (primacontrasegdk-primarendadk) *M* (1+I) ^- (M) *ldkM[X+M+1]/ldkM[X+1]
cdclM<- (primacontrasegcl-primarendacl) *M* (1+I) ^- (M) *lclM[X+M+1]/lclM[X+1]

```

```
#####
##
  primacdesp<- (rendaesp+cdesp) / (rpesp-asegprimesesp-asegprimestotalesp)
  primacdespM<- (rendaesp+cdespM) / (rpesp-asegprimesesp-asegprimestotalesp)

  primacduk<- (rendauk+cduk) / (rpuk-asegprimesuk-asegprimestotaluk)
  primacdukM<- (rendauk+cdukM) / (rpuk-asegprimesuk-asegprimestotaluk)

  primacdusa<- (rendausa+cdusa) / (rpusa-asegprimesusa-asegprimestotalusa)
  primacdusaM<- (rendausa+cdusaM) / (rpusa-asegprimesusa-asegprimestotalusa)

  primacdjap<- (rendajap+cdjap) / (rpjap-asegprimesjap-asegprimestotaljap)
  primacdjapM<- (rendajap+cdjapM) / (rpjap-asegprimesjap-asegprimestotaljap)

  primacdger<- (rendager+cdger) / (rpger-asegprimesger-asegprimestotalger)
  primacdgerM<- (rendager+cdgerM) / (rpger-asegprimesger-asegprimestotalger)

  primacdfr<- (rendafr+cdftr) / (rpftr-asegprimesfr-asegprimestotalfr)
  primacdfrM<- (rendafr+cdftrM) / (rpftr-asegprimesfr-asegprimestotalfr)

  primacdpt<- (rendapt+cdpt) / (rppt-asegprimespt-asegprimestotalpt)
  primacdptM<- (rendapt+cdptM) / (rppt-asegprimespt-asegprimestotalpt)

  primacdait<- (rendait+cduit) / (rpit-asegprimesit-asegprimestotalit)
  primacdaitM<- (rendait+cduitM) / (rpit-asegprimesit-asegprimestotalit)

  primacdck<- (rendack+cddk) / (rpdck-asegprimesdk-asegprimestotaldk)
  primacdckM<- (rendack+cddkM) / (rpdck-asegprimesdk-asegprimestotaldk)

  primacdcl<- (rendacl+cdcl) / (rpcl-asegprimescl-asegprimestotalcl)
  primacdclM<- (rendacl+cdclM) / (rpcl-asegprimescl-asegprimestotalcl)

  primesesp<-c(primarendaesp,primacontrasegesp,primafinalesp, primacdesp,
  primacdespM)
  primesuk<-c(primarendauk,primacontraseguk,primafinaluk, primacduk,
  primacdukM)
  primesusa<-c(primarendausa,primacontrasegusa,primafinalusa, primacdusa,
  primacdusaM)
  primesjap<-c(primarendajap,primacontrasegjap,primafinaljap, primacdjap,
  primacdjapM)
  primesger<-c(primarendager,primacontrasegger,primafinalger, primacdger,
  primacdgerM)
  primesfr<-c(primarendafr,primacontrasegfr,primafinalfr, primacdfr,
  primacdfrM)
  primespt<-c(primarendapt,primacontrasegpt,primafinalpt, primacdpt,
  primacdptM)
  primesit<-c(primarendait,primacontrasegit,primafinalit, primacdait,
  primacdaitM)
  primesdk<-c(primarendack,primacontrasegdk,primafinaldk, primacdck,
  primacdckM)
  primescl<-c(primarendacl,primacontrasegcl,primafinalcl, primacdcl,
  primacdclM)

  primesesp2<-
  c(primarendaesp,primacontrasegesp/primarendaesp,primafinalesp/primarendaesp,
  primacdesp/primarendaesp, primacdespM/primarendaesp)
  primesuk2<-
  c(primarendauk,primacontraseguk/primarendauk,primafinaluk/primarendauk,
  primacduk/primarendauk, primacdukM/primarendauk)
  primesusa2<-
  c(primarendausa,primacontrasegusa/primarendausa,primafinalusa/primarendausa,
  primacdusa/primarendausa, primacdusaM/primarendausa)
  primesjap2<-
  c(primarendajap,primacontrasegjap/primarendajap,primafinaljap/primarendajap,
  primacdjap/primarendajap, primacdjapM/primarendajap)
```

```

primesger2<-
c(primarendager,primacontrasegger/primarendager,primafinalger/primarendager,
primacdger/primarendager, primacdgerM/primarendager)
primesfr2<-
c(primarendafr,primacontrasegfr/primarendafr,primafinalfr/primarendafr,
primacdfr/primarendafr, primacdfrM/primarendafr)
primespt2<-
c(primarendapt,primacontrasegpt/primarendapt,primafinalpt/primarendapt,
primacdpt/primarendapt, primacdptM/primarendapt)
primesit2<-
c(primarendait,primacontrasegit/primarendait,primafinalit/primarendait,
primacdit/primarendait, primacditM/primarendait)
primesdk2<-
c(primarendadk,primacontrasegdk/primarendadk,primafinaldk/primarendadk,
primacdk/primarendadk, primacdkM/primarendadk)
primescl2<-
c(primarendacl,primacontrasegcl/primarendacl,primafinalcl/primarendacl,
primacdcl/primarendacl, primacdclM/primarendacl)

```

```
#renda amb prima única#
```

```

nespu<- (0) : (120-66)
vespu<- (1+I) ^-nespu
pespu<-lespM[66+nespu]/lespM[66]
rendaespu<-sum(vespu*pespu)
unicaesp<-M*primacontrasegesp/rendaespu

```

```

n100u<- (0) : (100-66)
v100u<- (1+I) ^-n100u

```

```

puku<-lukM[66+n100u]/lukM[66]
rendauku<-sum(v100u*puku)
unicauk<-M*primacontraseguk/rendauku

```

```

pusau<-lusaM[66+n100u]/lusaM[66]
rendausau<-sum(v100u*pusau)
unicausa<-M*primacontrasegusa/rendausau

```

```

pgeru<-lgerM[66+n100u]/lgerM[66]
rendageru<-sum(v100u*pgeru)
unicager<-M*primacontrasegger/rendageru

```

```

pptu<-lptM[66+n100u]/lptM[66]
rendaptu<-sum(v100u*pptu)
unicapt<-M*primacontrasegpt/rendaptu

```

```

njapu<- (0) : (115-66)
vjapu<- (1+I) ^-njapu
pjapu<-ljapM[66+njapu]/ljapM[66]
rendajapu<-sum(vjapu*pjapu)
unicajap<-M*primacontrasegjav/rendajapu

```

```

nfru<- (0) : (104-66)
vfru<- (1+I) ^-nfru
pfru<-lfrM[66+nfru]/lfrM[66]
rendafru<-sum(vfru*pfru)
unicafr<-M*primacontrasegfr/rendafru

```

```

nitu<- (0) : (119-66)
vitu<- (1+I) ^-nitu
pitu<-litM[66+nitu]/litM[66]
rendaitu<-sum(vitu*pitu)
unicait<-M*primacontrasegit/rendaitu

```

```

ndku<- (0) : (99-66)
vdku<- (1+I) ^-ndku
pdku<-ldkM[66+ndku]/ldkM[66]
rendadku<-sum(vdku*pdku)

```

```

unicadk<-M*primacontrasegdk/rendadku

nclu<-(0):(90-66)
vclu<-(1+I)^-nclu
pclu<-lclM[66+nclu]/lclM[66]
rendaclu<-sum(vclu*pclu)
unicacl<-M*primacontrasegcl/rendaclu

#prima única amb assegurança decreixent#
vespu<-(1+I)^-(nespu+1)
uespu<-pmax((M*primafinalesp-unicaesp*(nespu+1)),0)
quespu<-(lespM[66+nespu]-lespM[67+nespu])/lespM[66]
asegpost65espu<-sum(uespu*vespu*quespu)
unicasesp<- (M*primafinalesp-asegpost65espu)/rendaespu

v100u<-(1+I)^-(n100u+1)

uusau<-pmax((M*primafinalusa-unicausa*(n100u+1)),0)
qusau<-(lusaM[66+n100u]-lusaM[67+n100u])/lusaM[66]
asegpost65usau<-sum(uusau*v100u*qusau)
unicasesusa<- (M*primafinalusa-asegpost65usau)/rendausau

uuku<-pmax((M*primafinaluk-unicauk*(n100u+1)),0)
quku<-(lukM[66+n100u]-lukM[67+n100u])/lukM[66]
asegpost65uku<-sum(uuku*v100u*quku)
unicasesguk<- (M*primafinaluk-asegpost65uku)/rendauku

ugeru<-pmax((M*primafinalger-unicager*(n100u+1)),0)
qgeru<-(lgerM[66+n100u]-lgerM[67+n100u])/lgerM[66]
asegpost65geru<-sum(ugeru*v100u*qgeru)
unicasesger<- (M*primafinalger-asegpost65geru)/rendageru

uptu<-pmax((M*primafinalpt-unicapt*(n100u+1)),0)
qptu<-(lptM[66+n100u]-lptM[67+n100u])/lptM[66]
asegpost65ptu<-sum(uptu*v100u*qptu)
unicasesgpt<- (M*primafinalpt-asegpost65ptu)/rendaptu

vjapu<-(1+I)^-(njapu+1)
ujapu<-pmax((M*primafinaljap-unicajap*(njapu+1)),0)
qjapu<-(ljapM[66+njapu]-ljapM[67+njapu])/ljapM[66]
asegpost65japu<-sum(ujapu*vjapu*qjapu)
unicasesg jap<- (M*primafinaljap-asegpost65japu)/rendajapu

vfriu<-(1+I)^-(nfriu+1)
ufriu<-pmax((M*primafinalfr-unicafri*(nfriu+1)),0)
qfriu<-(lfrM[66+nfriu]-lfrM[67+nfriu])/lfrM[66]
asegpost65friu<-sum(ufriu*vfriu*qfriu)
unicasesgfr<- (M*primafinalfr-asegpost65friu)/rendafriu

vitu<-(1+I)^-(nitu+1)
uitu<-pmax((M*primafinalit-unicait*(nitu+1)),0)
qitu<-(litM[66+nitu]-litM[67+nitu])/litM[66]
asegpost65itu<-sum(uitu*vitu*qitu)
unicasesgit<- (M*primafinalit-asegpost65itu)/rendaitu

vdku<-(1+I)^-(ndku+1)
udku<-pmax((M*primafinaldk-unicadk*(ndku+1)),0)
qdku<-(ldkM[66+ndku]-ldkM[67+ndku])/ldkM[66]
asegpost65dku<-sum(udku*vdku*qdku)
unicasesgdk<- (M*primafinaldk-asegpost65dku)/rendadku

vclu<-(1+I)^-(nclu+1)
uclu<-pmax((M*primafinalcl-unicacl*(nclu+1)),0)
qclu<-(lclM[66+nclu]-lclM[67+nclu])/lclM[66]
asegpost65clu<-sum(uclu*vclu*qclu)
unicasesgcl<- (M*primafinalcl-asegpost65clu)/rendaclu

```

```

cat("\nPrimes pures per la població masculina:\n")
taulaprimes<-
matrix(c(primesesp,primesuk,primesusa,primesjap,primesger,primesfr,primespt,primesit,primesdk,primescl),5,10)
rownames(taulaprimes)<-c("Prima de la Renda", "Prima assegurança abans de prestació", "Prima amb assegurança després de prestació", "Prima capital diferit jubilació", "Prima captial diferit M")
colnames(taulaprimes)<-c("Espanya", "Regne Unit", "Estats Units", "Japó", "Alemanya", "França", "Portugal", "Itàlia", "Dinamarca", "Chile")
print(taulaprimes)

taulaprimesdif<-
matrix(c(primesesp/primesuk,primesusa/primesesp,primesjap/primesesp,primesger/primesesp,primesfr/primesesp,primespt/primesesp,primesit/primesesp,primesdk/primesesp,primescl/primesesp),5,10)
rownames(taulaprimesdif)<-c("Prima de la Renda", "Prima assegurança abans de prestació", "Prima amb assegurança després de prestació", "Prima capital diferit jubilació", "Prima capital diferit M")
colnames(taulaprimesdif)<-c("Espanya", "Regne Unit", "Estats Units", "Japó", "Alemanya", "França", "Portugal", "Itàlia", "Dinamarca", "Chile")
print(taulaprimesdif)

taulaprimesdif2<-
matrix(c(primesesp2,primesuk2,primesusa2,primesjap2,primesger2,primesfr2,primespt2,primesit2,primesdk2,primescl2),5,10)
rownames(taulaprimesdif2)<-c("Prima de la Renda", "Prima assegurança abans de prestació", "Prima amb assegurança després de prestació", "Prima capital diferit jubilació", "Prima capital diferit M")
colnames(taulaprimesdif2)<-c("Espanya", "Regne Unit", "Estats Units", "Japó", "Alemanya", "França", "Portugal", "Itàlia", "Dinamarca", "Chile")
print(taulaprimesdif2)

barplot(taulaprimes, beside = TRUE, legend.text = TRUE, col=c("blue","orange","pink", "aquamarine", "khaki"),args.legend = list(x="right"))
barplot(taulaprimes, beside = TRUE, col=c("blue","orange","pink", "aquamarine", "khaki"),args.legend = list(x="right"))

cat("\nRendes amb prima única:\n")
taulapunica<-matrix(c(unicaesp,unicasegsp,unicauk,unicaseguk,unicausa,unicasegusa,unicajap,unicasegjap,unicager,unicasegger,unicafpr,unicasegfr,unicapt,unicasegpt,unicait,unicasegit,unicadk,unicasegdk,unicacl,unicasegcl),2,10)
rownames(taulapunica)<-c("Renda sola amb prima única", "Renda assegurada amb prima única")
colnames(taulapunica)<-c("Espanya", "Regne Unit", "Estats Units", "Japó", "Alemanya", "França", "Portugal", "Itàlia", "Dinamarca", "Chile")
print(taulapunica)

barplot(taulapunica, beside = TRUE, legend.text = TRUE, col=c("aquamarine", "khaki"),args.legend = list(x="topleft"))
barplot(taulapunica, beside = TRUE, col=c("aquamarine", "khaki"),args.legend = list(x="topleft"))

"rendes primes"
m<-0:(M-1)
v<-(1+I)^-m

pesp<-lespF[X+1+m]/lespF[X+1]
rpesp<-sum(pesp*v)

puk<-lukF[X+1+m]/lukF[X+1]
rpuk<-sum(puk*v)

pusa<-lusaF[X+1+m]/lusaF[X+1]

```

```

rpusa<-sum(pusa*v)

pjap<-ljapF[X+1+m]/ljapF[X+1]
rpjap<-sum(pjap*v)

pger<-lgerF[X+1+m]/lgerF[X+1]
rpger<-sum(pger*v)

ppt<-lptF[X+1+m]/lptF[X+1]
rppt<-sum(ppt*v)

pfr<-lfrF[X+1+m]/lfrF[X+1]
rpfr<-sum(pfr*v)

pit<-litF[X+1+m]/litF[X+1]
rpit<-sum(pit*v)

pdk<-ldkF[X+1+m]/ldkF[X+1]
rpdk<-sum(pdk*v)

pcl<-lclF[X+1+m]/lclF[X+1]
rpcl<-sum(pcl*v)

"renda diferida vitalicia"

nesp<-(65-X):(120-X-1)
vesp<-(1+I)^-nesp
pesp<-lespF[X+nesp+1]/lespF[X+1]
rendaespc<-alpha*sum(vesp*pesp)

n100<-(65-X):(100-X-1)
v100<-(1+I)^-n100

puk<-lukF[X+n100+1]/lukF[X+1]
rendauk<-alpha*sum(v100*puk)

pusa<-lusaF[X+n100+1]/lusaF[X+1]
rendausa<-alpha*sum(v100*pusa)

pger<-lgerF[X+n100+1]/lgerF[X+1]
rendager<-alpha*sum(v100*pger)

ppt<-lptF[X+n100+1]/lptF[X+1]
rendapt<-alpha*sum(v100*ppt)

njap<-(65-X):(115-X-1)
vjap<-(1+I)^-njap
pjap<-ljapF[X+njap+1]/ljapF[X+1]
rendajap<-alpha*sum(vjap*pjap)

nfr<-(65-X):(104-X-1)
vfr<-(1+I)^-nfr
pfr<-lfrF[X+nfr+1]/lfrF[X+1]
rendafr<-alpha*sum(vfr*pfr)

nit<-(65-X):(119-X-1)
vit<-(1+I)^-nit
pit<-litF[X+nit+1]/litF[X+1]
rendait<-alpha*sum(vit*pit)

ndk<-(65-X):(99-X-1)
vdk<-(1+I)^-ndk
pdk<-ldkF[X+ndk+1]/ldkF[X+1]
rendadk<-alpha*sum(vdk*pdk)

ncl<-(65-X):(90-X-1)
vcl<-(1+I)^-ncl
pcl<-lclF[X+ncl+1]/lclF[X+1]

```



```

rendacl<-alpha*sum(vcl*pcl)

"assegurança de retorn de primes mentre les paga, en cas de mort de
l'assegurat"
"es multiplica per la prima"
u<-(1+m)
v<-(1+I)^-(m+1)

qesp<-(lespF[X+1+m]-lespF[X+2+m])/lespF[X+1]
asegprimesesp<-sum(u*v*qesp)

quk<-(lukF[X+1+m]-lukF[X+2+m])/lukF[X+1]
asegprimesuk<-sum(u*v*quk)

qusa<-(lusaF[X+1+m]-lusaF[X+2+m])/lusaF[X+1]
asegprimesusa<-sum(u*v*qusa)

qger<-(lgerF[X+1+m]-lgerF[X+2+m])/lgerF[X+1]
asegprimesger<-sum(u*v*qger)

qjap<-(ljapF[X+1+m]-ljapF[X+2+m])/ljapF[X+1]
asegprimesjap<-sum(u*v*qjap)

qpt<-(lptF[X+1+m]-lptF[X+2+m])/lptF[X+1]
asegprimespt<-sum(u*v*qpt)

qfr<-(lfrF[X+1+m]-lfrF[X+2+m])/lfrF[X+1]
asegprimesfr<-sum(u*v*qfr)

qit<-(litF[X+1+m]-litF[X+2+m])/litF[X+1]
asegprimesit<-sum(u*v*qit)

qdk<-(ldkF[X+1+m]-ldkF[X+2+m])/ldkF[X+1]
asegprimesdk<-sum(u*v*qdk)

qcl<-(lclF[X+1+m]-lclF[X+2+m])/lclF[X+1]
asegprimescl<-sum(u*v*qcl)

if(X+M<65){
  s<-M:(65-X-1)
  v<-(1+I)^-(s+1)

  qesp<-(lespF[X+1+s]-lespF[X+2+s])/lespF[X+1]
  asegprimestalesp<-M*sum(v*qesp)

  quk<-(lukF[X+1+s]-lukF[X+2+s])/lukF[X+1]
  asegprimestotaluk<-M*sum(v*quk)

  qusa<-(lusaF[X+1+s]-lusaF[X+2+s])/lusaF[X+1]
  asegprimestotalusa<-M*sum(v*qusa)

  qjap<-(ljapF[X+1+s]-ljapF[X+2+s])/ljapF[X+1]
  asegprimestotaljap<-M*sum(v*qjap)

  qger<-(lgerF[X+1+s]-lgerF[X+2+s])/lgerF[X+1]
  asegprimestotalger<-M*sum(v*qger)

  qpt<-(lptF[X+1+s]-lptF[X+2+s])/lptF[X+1]
  asegprimestotalpt<-M*sum(v*qpt)

  qfr<-(lfrF[X+1+s]-lfrF[X+2+s])/lfrF[X+1]
  asegprimestotalfr<-M*sum(v*qfr)

  qit<-(litF[X+1+s]-litF[X+2+s])/litF[X+1]
  asegprimestotalit<-M*sum(v*qit)

  qdk<-(ldkF[X+1+s]-ldkF[X+2+s])/ldkF[X+1]
  asegprimestotaldk<-M*sum(v*qdk)
}

```

```

qcl<- (lclF[X+1+s]-lclF[X+2+s])/lclF[X+1]
asegprimestotalcl<-M*sum(v*qcl)

} else {
asegprimestotalesp<-0
asegprimestotaluk<-0
asegprimestotalusa<-0
asegprimestotaljap<-0
asegprimestotalger<-0
asegprimestotalpt<-0
asegprimestotalfr<-0
asegprimestotalit<-0
asegprimestotaldk<-0
asegprimestotalcl<-0
}

primarendaesp<- rendaesp/rpesp
primarendaauk<- rendaauk/rpuk
primarendausa<- rendausa/rpusa
primarendajap<- rendajap/rpjap
primarendager<- rendager/rpger
primarendapt<- rendapt/rppt
primarendafr<- rendafr/rpfr
primarendait<- rendait/rpit
primarendadk<- rendadk/rpdk
primarendacl<- rendacl/rpcl

#####

"assegurança de capital decreixent en funció de la prestació i la renda"

vesp<- (1+I)^(nesp+1-(65-X))
uesp<-pmax((M*primarendaesp-alpha*(nesp+1-(65-X))),0)
qesp<- (lespF[X+1+nesp]-lespF[X+2+nesp])/lespF[X+1]
asegpost65esp<-sum(uesp*vesp*qesp)

vjap<- (1+I)^(njap+1-(65-X))
ujap<-pmax((M*primarendajap-alpha*(njap+1-(65-X))),0)
qjap<- (ljapF[X+1+njap]-ljapF[X+2+njap])/ljapF[X+1]
asegpost65jap<-sum(ujap*vjap*qjap)

vfr<- (1+I)^(nfr+1-(65-X))
ufr<-pmax((M*primarendafr-alpha*(nfr+1-(65-X))),0)
qfr<- (lfrF[X+1+nfr]-lfrF[X+2+nfr])/lfrF[X+1]
asegpost65fr<-sum(ufr*vfr*qfr)

vit<- (1+I)^(nit+1-(65-X))
uit<-pmax((M*primarendait-alpha*(nit+1-(65-X))),0)
qit<- (litF[X+1+nit]-litF[X+2+nit])/litF[X+1]
asegpost65it<-sum(uit*vit*qit)

vdk<- (1+I)^(ndk+1-(65-X))
udk<-pmax((M*primarendadk-alpha*(ndk+1-(65-X))),0)
qdk<- (ldkF[X+1+ndk]-ldkF[X+2+ndk])/ldkF[X+1]
asegpost65dk<-sum(udk*vdk*qdk)

vcl<- (1+I)^(ncl+1-(65-X))
ucl<-pmax((M*primarendacl-alpha*(ncl+1-(65-X))),0)
qcl<- (lclF[X+1+ncl]-lclF[X+2+ncl])/lclF[X+1]
asegpost65cl<-sum(ucl*vcl*qcl)

v100<- (1+I)^(n100+1-(65-X))

```

```

uuk<-pmax( (M*primarendauk-alpha*(n100+1-(65-X))),0)
quk<-(lukF[X+1+n100]-lukF[X+2+n100])/lukF[X+1]
asegpost65uk<-sum(uuk*v100*quk)

uusa<-pmax( (M*primarendausa-alpha*(n100+1-(65-X))),0)
qusa<-(lusaF[X+1+n100]-lusaF[X+2+n100])/lusaF[X+1]
asegpost65usa<-sum(uusa*v100*qusa)

uger<-pmax( (M*primarendager-alpha*(n100+1-(65-X))),0)
qger<-(lgerF[X+1+n100]-lgerF[X+2+n100])/lgerF[X+1]
asegpost65ger<-sum(uger*v100*qger)

upt<-pmax( (M*primarendapt-alpha*(n100+1-(65-X))),0)
qpt<-(lptF[X+1+n100]-lptF[X+2+n100])/lptF[X+1]
asegpost65pt<-sum(upt*v100*qpt)

#####

primacontrasegesp<- rendaesp/(rpesp-asegprimesesp-asegprimestotalesp)
primafinalesp<- (rendaesp+asegpost65esp)/(rpesp-asegprimesesp-
asegprimestotalesp)

primacontraseguk<- rendauk/(rpuk-asegprimesuk-asegprimestotaluk)
primafinaluk<- (rendauk+asegpost65uk)/(rpuk-asegprimesuk-asegprimestotaluk)

primacontrasegusa<- rendausa/(rpusa-asegprimesusa-asegprimestotalusa)
primafinalusa<- (rendausa+asegpost65usa)/(rpusa-asegprimesusa-
asegprimestotalusa)

primacontrasegjap<- rendajap/(rpjap-asegprimesjap-asegprimestotaljap)
primafinaljap<- (rendajap+asegpost65jap)/(rpjap-asegprimesjap-
asegprimestotaljap)

primacontrasegger<- rendager/(rpger-asegprimesger-asegprimestotalger)
primafinalger<- (rendager+asegpost65ger)/(rpger-asegprimesger-
asegprimestotalger)

primacontrasegfr<- rendafr/(rpfpr-asegprimesfr-asegprimestotalfr)
primafinalfr<- (rendafr+asegpost65fr)/(rpfpr-asegprimesfr-asegprimestotalfr)

primacontrasegpt<- rendapt/(rppt-asegprimespt-asegprimestotalpt)
primafinalpt<- (rendapt+asegpost65pt)/(rppt-asegprimespt-asegprimestotalpt)

primacontrasegit<- rendait/(rpit-asegprimesit-asegprimestotalit)
primafinalit<- (rendait+asegpost65it)/(rpit-asegprimesit-asegprimestotalit)

primacontrasegdk<- rendadk/(rpdk-asegprimesdk-asegprimestotaldk)
primafinaldk<- (rendadk+asegpost65dk)/(rpdk-asegprimesdk-asegprimestotaldk)

primacontrasegcl<- rendacl/(rpcl-asegprimescl-asegprimestotalcl)
primafinalcl<- (rendacl+asegpost65cl)/(rpcl-asegprimescl-asegprimestotalcl)

#Capital diferit#

cdesp<- (primacontrasegesp-primarendaesp) *M*(1+I)^-(65-
X) *lespF[66]/lespF[X+1]
cduk<- (primacontraseguk-primarendauk) *M*(1+I)^-(65-X) *lukF[66]/lukF[X+1]
cdusa<- (primacontrasegusa-primarendausa) *M*(1+I)^-(65-
X) *lusaF[66]/lusaF[X+1]
cdjap<- (primacontrasegjap-primarendajap) *M*(1+I)^-(65-
X) *ljapF[66]/ljapF[X+1]
cdger<- (primacontrasegger-primarendager) *M*(1+I)^-(65-
X) *lgerF[66]/lgerF[X+1]
cdfr<- (primacontrasegfr-primarendafr) *M*(1+I)^-(65-X) *lfrF[66]/lfrF[X+1]
cdpt<- (primacontrasegpt-primarendapt) *M*(1+I)^-(65-X) *lptF[66]/lptF[X+1]

```

```

cdit<- (primacontrasegit-primarendait) *M* (1+I) ^- (65-X) *litF[66]/litF[X+1]
cddk<- (primacontrasegdk-primarendadk) *M* (1+I) ^- (65-X) *ldkF[66]/ldkF[X+1]
cdcl<- (primacontrasegcl-primarendacl) *M* (1+I) ^- (65-X) *lclF[66]/lclF[X+1]

cdespM<- (primacontrasegesp-primarendaesp) *M* (1+I) ^-
(M) *lespF[X+M+1]/lespF[X+1]
cdukM<- (primacontraseguk-primarendauk) *M* (1+I) ^- (M) *lukF[X+M+1]/lukF[X+1]
cdusaM<- (primacontrasegusa-primarendausa) *M* (1+I) ^-
(M) *lusaF[X+M+1]/lusaF[X+1]
cdjapM<- (primacontrasegjap-primarendajap) *M* (1+I) ^-
(M) *ljapF[X+M+1]/ljapF[X+1]
cdgerM<- (primacontrasegger-primarendager) *M* (1+I) ^-
(M) *lgerF[X+M+1]/lgerF[X+1]
cdfmM<- (primacontrasegfr-primarendafr) *M* (1+I) ^- (M) *lfrF[X+M+1]/lfrF[X+1]
cdptM<- (primacontrasegpt-primarendapt) *M* (1+I) ^- (M) *lptF[X+M+1]/lptF[X+1]
cditM<- (primacontrasegit-primarendait) *M* (1+I) ^- (M) *litF[X+M+1]/litF[X+1]
cddkM<- (primacontrasegdk-primarendadk) *M* (1+I) ^- (M) *ldkF[X+M+1]/ldkF[X+1]
cdclM<- (primacontrasegcl-primarendacl) *M* (1+I) ^- (M) *lclF[X+M+1]/lclF[X+1]

#####

primacdesp<- (rendaesp+cdesp) / (rpesp-asegprimesesp-asegprimestotalesp)
primacdespM<- (rendaesp+cdespM) / (rpesp-asegprimesesp-asegprimestotalesp)

primacduk<- (rendauk+cduk) / (rpuk-asegprimesuk-asegprimestotaluk)
primacdukM<- (rendauk+cdukM) / (rpuk-asegprimesuk-asegprimestotaluk)

primacdusa<- (rendausa+cdusa) / (rpusa-asegprimesusa-asegprimestotalusa)
primacdusaM<- (rendausa+cdusaM) / (rpusa-asegprimesusa-asegprimestotalusa)

primacdjap<- (rendajap+cdjap) / (rpjap-asegprimesjap-asegprimestotaljap)
primacdjapM<- (rendajap+cdjapM) / (rpjap-asegprimesjap-asegprimestotaljap)

primacdger<- (rendager+cdger) / (rpger-asegprimesger-asegprimestotalger)
primacdgerM<- (rendager+cdgerM) / (rpger-asegprimesger-asegprimestotalger)

primacdfm<- (rendafr+cdfm) / (rpfm-asegprimesfm-asegprimestotalfm)
primacdfmM<- (rendafr+cdfmM) / (rpfm-asegprimesfm-asegprimestotalfm)

primacdpt<- (rendapt+cdpt) / (rppt-asegprimespt-asegprimestotalpt)
primacdptM<- (rendapt+cdptM) / (rppt-asegprimespt-asegprimestotalpt)

primacdait<- (rendait+cdit) / (rpit-asegprimesit-asegprimestotalit)
primacdaitM<- (rendait+cditM) / (rpit-asegprimesit-asegprimestotalit)

primacdck<- (rendack+cddk) / (rpdck-asegprimesdk-asegprimestotaldk)
primacdckM<- (rendack+cddkM) / (rpdck-asegprimesdk-asegprimestotaldk)

primacdcl<- (rendacl+cdcl) / (rpcl-asegprimescl-asegprimestotalcl)
primacdclM<- (rendacl+cdclM) / (rpcl-asegprimescl-asegprimestotalcl)

primesesp<-c(primarendaesp,primacontrasegesp,primafinalesp, primacdesp,
primacdespM)
primesuk<-c(primarendauk,primacontraseguk,primafinaluk, primacduk,
primacdukM)
primesusa<-c(primarendausa,primacontrasegusa,primafinalusa, primacdusa,
primacdusaM)
primesjap<-c(primarendajap,primacontrasegjap,primafinaljap, primacdjap,
primacdjapM)
primesger<-c(primarendager,primacontrasegger,primafinalger, primacdger,
primacdgerM)
primesfr<-c(primarendafr,primacontrasegfr,primafinalfr, primacdfm,
primacdfmM)
primespt<-c(primarendapt,primacontrasegpt,primafinalpt, primacdpt,
primacdptM)
primesit<-c(primarendait,primacontrasegit,primafinalit, primacdait,
primacdaitM)

```

```

primesdk<-c(primarendadk,primacontrasegdk,primafinaldk, primacddk,
primacddkM)
primescl<-c(primarendacl,primacontrasegcl,primafinalcl, primacdccl,
primacdcclM)

primesesp2<-
c(primarendaesp,primacontrasegesp/primarendaesp,primafinalesp/primarendaesp,
primacdesp/primarendaesp, primacdespM/primarendaesp)
primesuk2<-
c(primarendauk,primacontraseguk/primarendauk,primafinaluk/primarendauk,
primacduk/primarendauk, primacdukM/primarendauk)
primesusa2<-
c(primarendausa,primacontrasegusa/primarendausa,primafinalusa/primarendausa,
primacdusa/primarendausa, primacdusaM/primarendausa)
primesjap2<-
c(primarendajap,primacontrasegjap/primarendajap,primafinaljap/primarendajap,
primacdjad/primarendajap, primacdjadM/primarendajap)
primesger2<-
c(primarendager,primacontrasegger/primarendager,primafinalger/primarendager,
primacdger/primarendager, primacdgerM/primarendager)
primesfr2<-
c(primarendafr,primacontrasegfr/primarendafr,primafinalfr/primarendafr,
primacdfdr/primarendafr, primacdfdrM/primarendafr)
primespt2<-
c(primarendapt,primacontrasegpt/primarendapt,primafinalpt/primarendapt,
primacdpt/primarendapt, primacdptM/primarendapt)
primesit2<-
c(primarendait,primacontrasegit/primarendait,primafinalit/primarendait,
primacdit/primarendait, primacditM/primarendait)
primesdk2<-
c(primarendadk,primacontrasegdk/primarendadk,primafinaldk/primarendadk,
primacddk/primarendadk, primacddkM/primarendadk)
primescl2<-
c(primarendacl,primacontrasegcl/primarendacl,primafinalcl/primarendacl,
primacdccl/primarendacl, primacdcclM/primarendacl)

#renda amb prima única#

nespu<-(0):(120-66)
vespu<-(1+I)^-nespu
pespu<-lespF[66+nespu]/lespF[66]
rendaespu<-sum(vespu*pespu)
unicaespu<-M*primacontrasegesp/rendaespu

n100u<-(0):(100-66)
v100u<-(1+I)^-n100u

puku<-lukF[66+n100u]/lukF[66]
rendauku<-sum(v100u*puku)
unicauku<-M*primacontraseguk/rendauku

pusau<-lusaF[66+n100u]/lusaF[66]
rendausau<-sum(v100u*pusau)
unicausau<-M*primacontrasegusa/rendausau

pgeru<-lgerF[66+n100u]/lgerF[66]
rendageru<-sum(v100u*pgeru)
unicageru<-M*primacontrasegger/rendageru

pptu<-lptF[66+n100u]/lptF[66]
rendaptu<-sum(v100u*pptu)
unicaptu<-M*primacontrasegpt/rendaptu

njapu<-(0):(115-66)
vjapu<-(1+I)^-njapu
pjapu<-ljapF[66+njapu]/ljapF[66]
rendajapu<-sum(vjapu*pjapu)
unicajapu<-M*primacontrasegjap/rendajapu

```

```

nfru<- (0) : (104-66)
vfriu<- (1+I) ^-nfru
pfriu<-lfrF[66+nfru]/lfrF[66]
rendafriu<-sum(vfriu*pfriu)
unicafriu<-M*primacontrasegfr/rendafriu

nitu<- (0) : (119-66)
vitu<- (1+I) ^-nitu
pitu<-litF[66+nitu]/litF[66]
rendaitu<-sum(vitu*pitu)
unicaitu<-M*primacontrasegit/rendaitu

ndku<- (0) : (99-66)
vdku<- (1+I) ^-ndku
pdku<-ldkF[66+ndku]/ldkF[66]
rendadku<-sum(vdku*pdku)
unicadku<-M*primacontrasegdk/rendadku

nclu<- (0) : (90-66)
vclu<- (1+I) ^-nclu
pclu<-lclF[66+nclu]/lclF[66]
rendaclu<-sum(vclu*pclu)
unicaclu<-M*primacontrasegcl/rendaclu

#prima única amb assegurança decreixent#
vespu<- (1+I) ^-(nespu+1)
uespu<-pmax((M*primafinalesp-unicaesp*(nespu+1)),0)
qespu<- (lespF[66+nespu]-lespF[67+nespu])/lespF[66]
asegpost65espu<-sum(uespu*vespu*qespu)
unicasegesp<- (M*primafinalesp-asegpost65espu)/rendaespu

v100u<- (1+I) ^-(n100u+1)

uusau<-pmax((M*primafinalusa-unicausa*(n100u+1)),0)
qusau<- (lusaF[66+n100u]-lusaF[67+n100u])/lusaF[66]
asegpost65usau<-sum(uusau*v100u*qusau)
unicasegusa<- (M*primafinalusa-asegpost65usau)/rendausau

uuku<-pmax((M*primafinaluk-unicauk*(n100u+1)),0)
quku<- (lukF[66+n100u]-lukF[67+n100u])/lukF[66]
asegpost65uku<-sum(uuku*v100u*quku)
unicaseguk<- (M*primafinaluk-asegpost65uku)/rendauku

ugeru<-pmax((M*primafinalger-unicager*(n100u+1)),0)
qgeru<- (lgerF[66+n100u]-lgerF[67+n100u])/lgerF[66]
asegpost65geru<-sum(ugeru*v100u*qgeru)
unicasegger<- (M*primafinalger-asegpost65geru)/rendageru

uptu<-pmax((M*primafinalpt-unicapt*(n100u+1)),0)
qptu<- (lptF[66+n100u]-lptF[67+n100u])/lptF[66]
asegpost65ptu<-sum(uptu*v100u*qptu)
unicasegpt<- (M*primafinalpt-asegpost65ptu)/rendaptu

vjapu<- (1+I) ^-(njapu+1)
ujapu<-pmax((M*primafinaljap-unicajap*(njapu+1)),0)
qjapu<- (ljapF[66+njapu]-ljapF[67+njapu])/ljapF[66]
asegpost65japu<-sum(ujapu*vjapu*qjapu)
unicasegjapu<- (M*primafinaljap-asegpost65japu)/rendajapu

vfriu<- (1+I) ^-(nfru+1)
ufriu<-pmax((M*primafinalfr-unicafriu*(nfru+1)),0)
qfriu<- (lfrF[66+nfru]-lfrF[67+nfru])/lfrF[66]
asegpost65friu<-sum(ufriu*vfriu*qfriu)
unicasegfr<- (M*primafinalfr-asegpost65friu)/rendafriu

vitu<- (1+I) ^-(nitu+1)
uitu<-pmax((M*primafinalit-unicait*(nitu+1)),0)

```

```

qitu<- (litF[66+nitu]-litF[67+nitu])/litF[66]
asegpost65itu<-sum(uitu*vitu*qitu)
unicasegit<- (M*primafinalit-asegpost65itu)/rendaitu

vdku<- (1+I) ^-(ndku+1)
udku<-pmax((M*primafinaldk-unicadk*(ndku+1)),0)
qdku<- (ldkF[66+ndku]-ldkF[67+ndku])/ldkF[66]
asegpost65dku<-sum(udku*vdku*qdku)
unicasegdk<- (M*primafinaldk-asegpost65dku)/rendadku

vclu<- (1+I) ^-(nclu+1)
uclu<-pmax((M*primafinalcl-unicacl*(nclu+1)),0)
qclu<- (lclF[66+nclu]-lclF[67+nclu])/lclF[66]
asegpost65clu<-sum(uclu*vclu*qclu)
unicasegcl<- (M*primafinalcl-asegpost65clu)/rendaclu

cat("\nPrimes pures per la població femenina:\n")
taulaprimes<-
matrix(c(primesesp,primesuk,primesusa,primesjap,primesger,primesfr,primespt,primesit,primesdk,primescl),5,10)
rownames(taulaprimes)<-c("Prima de la Renda", "Prima assegurança abans de prestació", "Prima amb assegurança després de prestació", "Prima capital diferit jubilació", "Prima capital diferit M")
colnames(taulaprimes)<-c("Espanya", "Regne Unit", "Estats Units", "Japó", "Alemanya", "França", "Portugal", "Itàlia", "Dinamarca", "Chile")
print(taulaprimes)

taulaprimesdif<-
matrix(c(primesesp,primesuk/primesesp,primesusa/primesesp,primesjap/primesesp,primesger/primesesp,primesfr/primesesp,primespt/primesesp,primesit/primesesp,primesdk/primesesp,primescl/primesesp),5,10)
rownames(taulaprimesdif)<-c("Prima de la Renda", "Prima assegurança abans de prestació", "Prima amb assegurança després de prestació", "Prima capital diferit jubilació", "Prima capital diferit M")
colnames(taulaprimesdif)<-c("Espanya", "Regne Unit", "Estats Units", "Japó", "Alemanya", "França", "Portugal", "Itàlia", "Dinamarca", "Chile")
print(taulaprimesdif)

taulaprimesdif2<-
matrix(c(primesesp2,primesuk2,primesusa2,primesjap2,primesger2,primesfr2,primesit2,primesdk2,primescl2),5,10)
rownames(taulaprimesdif2)<-c("Prima de la Renda", "Prima assegurança abans de prestació", "Prima amb assegurança després de prestació", "Prima capital diferit jubilació", "Prima capital diferit M")
colnames(taulaprimesdif2)<-c("Espanya", "Regne Unit", "Estats Units", "Japó", "Alemanya", "França", "Portugal", "Itàlia", "Dinamarca", "Chile")
print(taulaprimesdif2)

barplot(taulaprimes, beside = TRUE, legend.text = TRUE, col=c("blue","orange","pink", "aquamarine", "khaki"),args.legend = list(x="right"))
barplot(taulaprimes, beside = TRUE, col=c("blue","orange","pink", "aquamarine", "khaki"),args.legend = list(x="right"))

cat("\nRendes amb prima única:\n")
taulapunica<-matrix(c(unicaesp,unicasegesp,unicauk,unicaseguk,unicausa,unicasegusa,unicajap,unicasegjap,unicager,unicasegger,unicafr,unicasegfr,unicapt,unicasegpt,unicait,unicasegit,unicadk,unicasegdk,unicacl,unicasegcl),2,10)
rownames(taulapunica)<-c("Renda sola amb prima única", "Renda assegurada amb prima única")
colnames(taulapunica)<-c("Espanya", "Regne Unit", "Estats Units", "Japó", "Alemanya", "França", "Portugal", "Itàlia", "Dinamarca", "Chile")
print(taulapunica)

barplot(taulapunica, beside = TRUE, legend.text = TRUE, col=c("aquamarine", "khaki"),args.legend = list(x="topleft"))

```

```
barplot(taulapunica, beside = TRUE, col=c("aquamarine",  
"khaki"),args.legend = list(x="topleft"))  
}
```


Annex 3: Codi de les provisions de la renda vitalícia amb assegurança de retorn de primes proporcionals durant el cobrament de la prestació

```

lespM<-c(100000, 99958, 99923, 99894, 99870, 99850, 99832, 99816, 99800, 99784,
99768, 99749, 99726, 99697, 99660, 99612, 99552, 99480, 99409, 99336, 99262,
99187, 99110, 99031, 98951, 98869, 98787, 98706, 98627, 98550, 98475, 98401,
98327, 98251, 98171, 98085, 97990, 97885, 97770, 97646, 97511, 97362, 97196,
97009, 96798, 96563, 96300, 96007, 95682, 95321, 94923, 94484, 94003, 93479,
92910, 92290, 91616, 90888, 90106, 89276, 88402, 87487, 86534, 85543, 84512,
83439, 82267, 80979, 79557, 77982, 76231, 74279, 72099, 69660, 66929, 63875,
60468, 56686, 52518, 47973, 43329, 38642, 33979, 29412, 25015, 20862, 17019,
13548, 10498, 7898, 5755, 4053, 2753, 1800, 1131, 681, 393, 216,
113, 56, 26, 11, 4, 1, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0)
#provisions moment t=0

X<-40
I<-0.02
alpha<-15000
T<-15

#prima actualitzada
t<-0:(T-1)
v<-(1+I)^-t
tpx<-lespM[X+1+t]/lespM[X+1]
rp<-sum(tpx*v)

#renda vitalicia
n<-(65-X):(120-X-1)
v<-(1+I)^-n
npv<-lespM[X+n+1]/lespM[X+1]
renda<-alpha*sum(v*npv)

#aseg retorn variable
u<-(1+t)
v<-(1+I)^-(t+1)
tqx<-(lespM[X+1+t]-lespM[X+2+t])/lespM[X+1]
Vasegprimes<-sum(u*v*tqx)

#aseg retorn fix
s<-T:(65-X-1)
v<-(1+I)^-(s+1)
sqx<-(lespM[X+1+s]-lespM[X+2+s])/lespM[X+1]
asegprimes<-M*sum(v*sqx)

#assegurança de capital decreixent en funció de la prestació i la renda
v<-(1+I)^-(n+1-(65-X))
p1<-renda/rp
u<-pmax((15*p1-alpha*(n+1-(65-X))),0)
nqx<-(lespM[X+1+n]-lespM[X+2+n])/lespM[X+1]
asegpost65<-sum(u*v*nqx)

#prima
p3<-(renda+asegpost65)/(rp-Vasegprimes-asegprimes)

VAAprima0<-p3*rp;VAAprima0

VAAPrestacio0<-renda+p3*Vasegprimes+p3*asegprimes+asegpost65;VAAPrestacio0

#provisions moment t=10

X<-50
I<-0.02

```

```

alpha<-15000
T<-5

#prima actualitzada
t<-0:(T-1)
v<-(1+I)^-t
tpx<-lespM[X+1+t]/lespM[X+1]
rp<-sum(tpx*v)

#renda vitalicia
n<-(65-X):(120-X-1)
v<-(1+I)^-n
npx<-lespM[X+n+1]/lespM[X+1]
renda<-alpha*sum(v*npx)

#aseg retorn variable
u<-(1+t)
v<-(1+I)^-(t+1)
tqx<-(lespM[X+1+t]-lespM[X+2+t])/lespM[X+1]
Vasegprimes<-sum(u*v*tqx)

#aseg retorn fix
s<-T:(65-X-1)
v<-(1+I)^-(s+1)
sqx<-(lespM[X+1+s]-lespM[X+2+s])/lespM[X+1]
asegprimes<-M*sum(v*sqx)

#assegurança de capital decreixent en funció de la prestació i la renda
v<-(1+I)^-(n+1-(65-X))
u<-pmax((15*p1-alpha*(n+1-(65-X))),0)
nqx<-(lespM[X+1+n]-lespM[X+2+n])/lespM[X+1]
asegpost65<-sum(u*v*nqx)

#prima
VAAprima10<-p3*rp;VAAprima10

VAAprestacio10<-renda+p3*Vasegprimes+p3*asegprimes+asegpost65;VAAprestacio10

#provisions moment t=20

X<-60
I<-0.02
alpha<-15000

#prima actualitzada
rp<-0

#renda vitalicia
n<-(65-X):(120-X-1)
v<-(1+I)^-n
npx<-lespM[X+n+1]/lespM[X+1]
renda<-alpha*sum(v*npx)

#aseg retorn variable
Vasegprimes<-0

#aseg retorn fix
s<-0:(65-X-1)
v<-(1+I)^-(s+1)
sqx<-(lespM[X+1+s]-lespM[X+2+s])/lespM[X+1]
asegprimes<-M*sum(v*sqx)

```

```

#assegurança de capital decreixent en funció de la prestació i la renda
v<-(1+I)^-(n+1-(65-X))
u<-pmax((15*p1-alpha*(n+1-(65-X))),0)
nqx<-(lespM[X+1+n]-lespM[X+2+n])/lespM[X+1]
asegpost65<-sum(u*v*nqx)

#prima

VAAprima20<-p3*rp;VAAprima20

VAAprima20<-renda+p3*Vasegprimes+p3*asegprimes+asegpost65;VAAprima20

#provisions moment t=35

X<-75
I<-0.02
alpha<-15000

#prima actualitzada

rp<-0

#renda vitalicia
n<-(0):(120-X-1)
v<-(1+I)^-n
npx<-lespM[X+n+1]/lespM[X+1]
renda<-alpha*sum(v*npx)

#aseg retorn variable

Vasegprimes<-0

#aseg retorn fix

asegprimes<-0

#assegurança de capital decreixent en funció de la prestació i la renda

asegpost65<-0

#prima

VAAprima35<-p3*rp;VAAprima35

VAAprima35<-renda+p3*Vasegprimes+p3*asegprimes+asegpost65;VAAprima35

prov0<-VAAprima0-VAAAprima0;prov0
prov10<-VAAprima10-VAAAprima10;prov10
prov20<-VAAprima20-VAAAprima20;prov20
prov35<-VAAprima35-VAAAprima35;prov35

```

Annex 4: Codi de les provisions de la renda vitalícia amb capital diferit a la jubilació de retorn de primes proporcionals a les contraassegurances de primes

```

lespM<-c(100000, 99958, 99923, 99894, 99870, 99850, 99832, 99816, 99800, 99784,
99768, 99749, 99726, 99697, 99660, 99612, 99552, 99480, 99409, 99336, 99262,
99187, 99110, 99031, 98951, 98869, 98787, 98706, 98627, 98550, 98475, 98401,
98327, 98251, 98171, 98085, 97990, 97885, 97770, 97646, 97511, 97362, 97196,
97009, 96798, 96563, 96300, 96007, 95682, 95321, 94923, 94484, 94003, 93479,
92910, 92290, 91616, 90888, 90106, 89276, 88402, 87487, 86534, 85543, 84512,
83439, 82267, 80979, 79557, 77982, 76231, 74279, 72099, 69660, 66929, 63875,
60468, 56686, 52518, 47973, 43329, 38642, 33979, 29412, 25015, 20862, 17019,
13548, 10498, 7898, 5755, 4053, 2753, 1800, 1131, 681, 393, 216,
113, 56, 26, 11, 4, 1, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0)

#provisions moment t=0

X<-40
I<-0.02
alpha<-15000
T<-15

#prima actualitzada
t<-0:(T-1)
v<-(1+I)^-t
tpx<-lespM[X+1+t]/lespM[X+1]
rp<-sum(tpx*v)

#renda vitalicia
n<-(65-X):(120-X-1)
v<-(1+I)^-n
npv<-lespM[X+n+1]/lespM[X+1]
renda<-alpha*sum(v*npv)

#aseg retorn variable
u<-(1+t)
v<-(1+I)^-(t+1)
tqx<-(lespM[X+1+t]-lespM[X+2+t])/lespM[X+1]
Vasegprimes<-sum(u*v*tqx)

#aseg retorn fix
s<-T:(65-X-1)
v<-(1+I)^-(s+1)
sqx<-(lespM[X+1+s]-lespM[X+2+s])/lespM[X+1]
asegprimes<-M*sum(v*sqx)

#capital diferit
p1<-renda/rp
p2<-renda/(rp-Vasegprimes-asegprimes)

cd<-(p2-p1)*15*(1+I)^-(65-X)*lespM[66]/lespM[X+1]

p4<-(renda+cd)/(rp-Vasegprimes-asegprimes)

VAAprima0<-p4*rp;VAAprima0

VAAprima0<-renda+p4*Vasegprimes+p4*asegprimes+cd;VAAprima0

#provisions moment t=10

X<-50
I<-0.02
alpha<-15000

```

```

T<-5

#prima actualitzada
t<-0:(T-1)
v<-(1+I)^-t
tpx<-lespM[X+1+t]/lespM[X+1]
rp<-sum(tpx*v)

#renda vitalicia
n<-(65-X):(120-X-1)
v<-(1+I)^-n
npx<-lespM[X+n+1]/lespM[X+1]
renda<-alpha*sum(v*npx)

#aseg retorn variable
u<-(1+t)
v<-(1+I)^-(t+1)
tqx<-(lespM[X+1+t]-lespM[X+2+t])/lespM[X+1]
Vasegprimes<-sum(u*v*tqx)

#aseg retorn fix
s<-T:(65-X-1)
v<-(1+I)^-(s+1)
sqx<-(lespM[X+1+s]-lespM[X+2+s])/lespM[X+1]
asegprimes<-M*sum(v*sqx)

#capital diferit

cd<-(p2-p1)*15*(1+I)^-(65-X)*lespM[66]/lespM[X+1]

VAAprima10<-p4*rp;VAAprima10

VAAprima10<-renda+p4*Vasegprimes+p4*asegprimes+cd;VAAprestacio10

#provisions moment t=20

X<-60
I<-0.02
alpha<-15000

#prima actualitzada

rp<-0

#renda vitalicia
n<-(65-X):(120-X-1)
v<-(1+I)^-n
npx<-lespM[X+n+1]/lespM[X+1]
renda<-alpha*sum(v*npx)

#aseg retorn variable

Vasegprimes<-0

#aseg retorn fix
s<-0:(65-X-1)
v<-(1+I)^-(s+1)
sqx<-(lespM[X+1+s]-lespM[X+2+s])/lespM[X+1]
asegprimes<-M*sum(v*sqx)

#capital diferit

cd<-(p2-p1)*15*(1+I)^-(65-X)*lespM[66]/lespM[X+1]

VAAprima20<-p4*rp;VAAprima20

```

```

VAAprestacio20<-renda+p4*Vasegprimes+p4*asegprimes+cd;VAAprestacio20

#provisions moment t=35

X<-75
I<-0.02
alpha<-15000

#prima actualitzada

rp<-0

#renda vitalicia
n<-(0):(120-X-1)
v<-(1+I)^-n
npx<-lespM[X+n+1]/lespM[X+1]
renda<-alpha*sum(v*npx)

#aseg retorn variable
Vasegprimes<-0

#aseg retorn fix
asegprimes<-0

#capital diferit
cd<-0

VAAprima35<-p4*rp;VAAprima35

VAAprestacio35<-renda+p4*Vasegprimes+p4*asegprimes+cd;VAAprestacio35

prov0<-VAAprestacio0-VAAprima0;prov0
prov10<-VAAprestacio10-VAAprima10;prov10
prov20<-VAAprestacio20-VAAprima20;prov20
prov35<-VAAprestacio35-VAAprima35;prov35

```