BLACK-SCHOLES PARA LA VALORACIÓN DE EMPRESAS EN RIESGO DE QUIEBRA

Estudio del modelo y valoración de
Banco Popular Español, S.A.

Raül Ortega Esteban
Tutora: Dra. Teresa Preixens Benedicto

Curso: 2017-2018
Trabajo Final de Grado
Grado de Administración y Dirección de Empresas
Universidad de Barcelona, Facultad de Economía y Empresa

Febrero de 2018

Resumen

Uno de los puntos débiles de los métodos tradicionales de valoración de empresas ha sido siempre la asignación de valor en situaciones de estrés o de insolvencia. Sin embargo, existen modelos alternativos especialmente útiles en estos casos. El modelo de Merton (1974) propone entender la empresa como una opción *call* sobre los activos de la compañía. De esta forma la valoración se puede llevar a cabo bajo la formulación de Black-Scholes (1973) incluso cuando la empresa arroje pérdidas o presente un patrimonio neto negativo.

El presente trabajo analiza este modelo poniendo atención en su utilidad para valorar empresas en riesgo de quiebra. A su vez, se elabora un caso real de valoración para Banco Popular Español, S.A. Esta entidad financiera fue adquirida por Banco Santander, S.A. el día 7 de junio de 2017 por el valor simbólico de un euro y ha sido objeto de gran polémica desde entonces.

Palabras clave: Black-Scholes, modelo de Merton, valoración de empresas, riesgo de crédito, valoración de opciones, Banco Popular, empresa como opción, riesgo de quiebra.

Black-Scholes application for the valuation of distressed companies

Abstract

The traditional valuation models used to value company’s equity have always failed to assess value in distressed situations. Given that discounted cash-flow models and the multiples approach use income statement results and cash-flows, the lack of profits or negative flows makes valuation a difficult task.

Nevertheless, there are other methods that fit better in this kind of situations. The Merton model (1974) tries to understand the equity of a business as a call option on the company’s assets. Following this idea, the valuation of the equity can be done under the Black-Scholes formulation (1973) even when the firm goes through bad times, losses money or even has a negative stockholder’s equity.

In this paper, the Black-Scholes-Merton (BSM) model will be analysed, paying attention to the application of the method and its special usefulness to assess value in special situations. Thus, the objective of this paper is to introduce the basis on which the BSM model is built and the path that must be followed to value distressed companies.

To achieve these objectives the model will be put into practice with the valuation of a real business. The selected company has been the Spanish bank, Banco Popular, S.A. As is well known, Banco Santander, S.A. acquired the bank on June 7, 2017 for the symbolic price of one euro and has been subject of controversy since then.

Keywords: Black-Scholes, Merton model, equity valuation, credit risk, option valuation, Banco Popular, equity as an option, default risk.

ÍNDICE

1. Introducción

El presente trabajo trata de dar solución al problema de valoración de empresas en situaciones de insolvencia o que sufren riesgo de caer en quiebra. Habitualmente, a la hora de valorar empresas, se aplica el principio de empresa en funcionamiento. Este principio establece que el análisis del negocio se hace teniendo en cuenta la continuidad de la actividad de la compañía. De esta forma, la valoración de la empresa puede llevarse a cabo mediante los métodos utilizados tradicionalmente. Uno de estos métodos es el descuento de flujos, que descuenta mediante una tasa de actualización los flujos de caja que se prevé que vaya a generar la actividad. Otro método es el de los múltiplos, que utiliza la razón entre el valor de mercado y una variable contable de empresas comparables para deducir el valor de mercado de la empresa objetivo. El defecto de estos métodos es que, en una situación de estrés de la compañía, sin generación de flujo de caja y pérdidas contables, la valoración no se puede llevar a cabo. Sin embargo, fruto de la posibilidad de que la empresa recupere la rentabilidad antes de tener que hacer frente a la deuda, la compañía sigue teniendo valor.

A partir de la formulación de Black-Scholes (1973), utilizada para valorar opciones, Merton (1974) construye un modelo de riesgo de crédito basándose en la idea de que cualquier empresa puede entenderse como una opción de compra sobre los activos. De este modo, el patrimonio de la empresa representa el precio pagado por una *call* cuyo subyacente es el valor de los activos de la compañía.

Gracias a este método podemos valorar empresas corrientes, pero es especialmente útil para valorarlas en situaciones de riesgo. Esto se debe a que el modelo se ajusta a la posibilidad, por pequeña que sea, de que la empresa recupere la solvencia y, por tanto, nunca dará un valor inferior a cero. Además, estructurándose como una opción sobre los activos, el valor obtenido corresponderá con el valor de liquidación de la empresa al vencimiento de la deuda. Es por esto por lo que el modelo es apropiado para valorar empresas en riesgo de quiebra, pues el valor del negocio es siempre el mayor entre el valor bajo el principio de empresa en funcionamiento y su valor de liquidación.

Con la finalidad de desarrollar el modelo, el trabajo se estructura partiendo de la teoría sobre opciones. A partir de aquí se explican los modelos de valoración de opciones, en especial Black-Scholes, para más tarde trasladar esta teoría a la valoración de empresas.

Por último, con el objetivo de mostrar cómo se utiliza el modelo en la práctica, se lleva a cabo un caso real. Con este ejemplo se pretende dar a conocer cuál debe ser el procedimiento para realizar la valoración de empresas y qué formas utilizan otros autores que han desarrollado el modelo. La valoración llevada a cabo, que corresponde con Banco Popular Español, S.A., responde a la necesidad de utilizar un caso reciente de una empresa en situación de estrés. Además, existe una gran discrepancia de opiniones sobre cuál era realmente el valor de Banco Popular antes de ser comprado por Banco Santander, S.A. por el valor simbólico de un euro. Este trabajo trata de hacer una valoración objetiva sobre cuál era este valor en junio de 2017, cuando el banco fue vendido.

2. Opciones financieras y modelos de valoración

2.1. Introducción a las opciones financieras

Al contrario de lo que podría pensarse sobre las opciones, éstas no son un invento de los grandes bancos o de Wall Street para amasar grandes cantidades de dinero. De hecho, aunque hoy estas instituciones estén inmersas en esta clase de productos, su origen se remonta cientos de años atrás y ya se utilizaron en el siglo XVII cuando tuvo lugar, en Holanda, la burbuja de los tulipanes.

2.1.1. Fundamentos sobre opciones

En esencia, las opciones constituyen un producto derivado. Esto es, un producto financiero que deriva su valor de un activo distinto conocido como activo subyacente. En el caso de las opciones la tenencia de este título le otorga al propietario el derecho, pero no la obligación, a comprar o vender el subyacente (normalmente una acción) a un precio acordado. En el caso de la modalidad americana el ejercicio de la opción podrá hacerse en cualquier momento t antes o igual al vencimiento, T, $(t \leq T)$, mientras que la opción europea sólo permite su ejercicio en la fecha de vencimiento, $t = T$.

El comprador de la opción pagará un precio por adquirir el derecho a realizar una transacción (la compra o venta del subyacente en un momento futuro). Este precio se conoce como prima y será pagada al vendedor de la opción al inicio del contrato.

Opción de venta – *Put Option*

La opción de venta o *put* confiere al propietario el derecho, pero no la obligación, a vender el activo subyacente a un precio acordado, K, antes o en la fecha de vencimiento.

Opción de compra – *Call Option*

La opción de compra o *call* confiere al propietario el derecho, pero no la obligación, a comprar el activo subyacente a un precio acordado, K, antes o en la fecha de vencimiento. Es este el tipo de opción que nos interesa ya que los modelos utilizados para la valoración de empresas tratados en este trabajo derivan sus formulaciones de las opciones de compra y no de las opciones de venta.

Posiciones en opciones

Los contratos de opciones involucran a dos tipos de operadores. Por un lado está el comprador de la opción, que adquiere el derecho a comprar o vender el subyacente, y por otro está el vendedor, que se obliga a ser la contrapartida del comprador en caso de que éste ejerza la opción. Por tanto, las posiciones que un operador puede tener en opciones son las siguientes:

- Comprador de *call*, adquiere una posición larga (*long*) en opciones de compra.
- Vendedor de *call*, adquiere una posición corta (*short*) en opciones de compra.
- Comprador de *put*, adquiere una posición larga (*long*) en opciones de venta.
- Vendedor de *put*, adquiere una posición corta (*short*) en opciones de venta.

Según la estrategia escogida el resultado, dependiendo del precio de mercado al que se ejerza la opción, será diferente.

En el caso de la opción *call* el comprador ejercerá la opción cuando el precio del subyacente, S_t, sea mayor al precio de ejercicio K, obteniendo como beneficio la diferencia entre los dos precios menos la prima. Cuando S_t sea inferior a K, el comprador no ejercerá la opción y perderá la prima pagada al vendedor.

De esta forma, el beneficio obtenido por el comprador de la *call* es:

$$máx(S_t - K, 0) - Prima,$$

mientras que el resultado que obtiene el vendedor es:

$$Prima - máx(S_t - K, 0).$$

Para la opción *put* el resultado es similar. En esta estrategia el comprador de la opción ejercerá su derecho cuando S_t sea inferior a K y renunciará en caso contrario.

En este caso el beneficio obtenido por el comprador de la *put* es:

$$máx(K - S_t, 0) - Prima,$$

mientras que el beneficio para el vendedor es:

$$Prima - máx(K - S_t, 0).$$

La figura 1.1 muestra gráficamente cuál es el resultado de las estrategias según S_t.

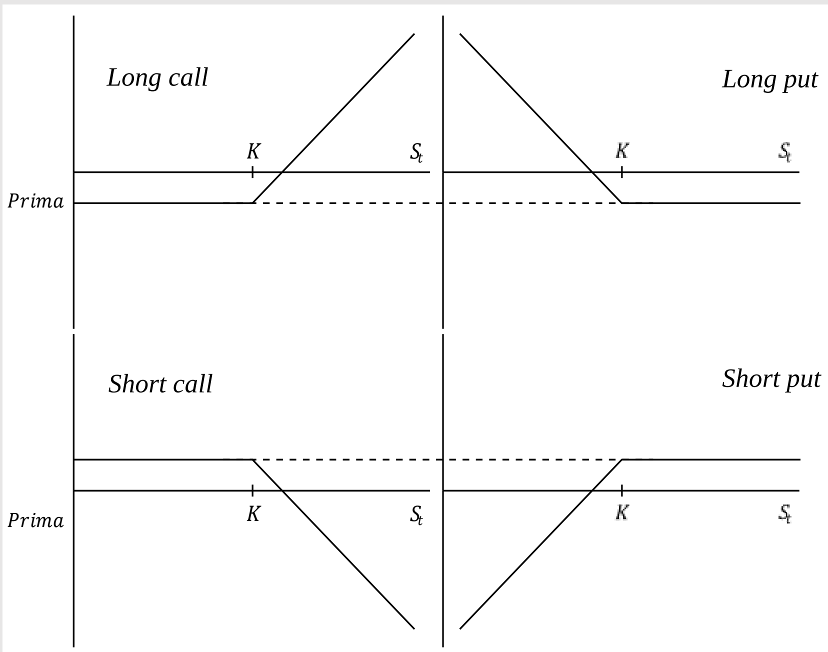


Figura 1.1 Resultado de las distintas posiciones en opciones.

2.1.2. El valor de una opción

Las opciones, como muchos otros productos financieros, son intercambiadas por centenares de miles de operadores cada día. Estos intercambios se producen en los mercados financieros, donde se comercian junto a toda clase de activos financieros. De esta forma tomando el valor de la última transacción, es decir la cotización, tendremos el valor de mercado de la opción.

Sin embargo, en la teoría, el valor de la opción proviene de dos fuentes distintas. Estas son el valor intrínseco y el valor temporal.

Valor intrínseco de la opción

El valor intrínseco se corresponde con el valor que tendría la opción en caso de ejercerla de forma inmediata. Por tanto, es igual a la diferencia entre el precio del subyacente S_t y el precio de ejercicio K. En el caso de una *call:*

$$VI = máx(S_t - K, 0).$$

Según este valor podemos clasificar las opciones en 3 categorías:

- Opciones *In The Money* (ITM) o dentro del dinero, cuando el valor intrínseco sea mayor a 0 y por tanto produzcan un beneficio inmediato para su comprador si la opción es ejercida.

- Opciones *At The Money* (ATM) o en dinero. Dado que el precio del subyacente es igual al precio de ejercicio, el beneficio de ejercer la opción es nulo.

- Opciones *Out of The Money* (OTM) o fuera del dinero. En este caso el precio de ejercicio es superior al valor del subyacente y por tanto ejercer la opción se traduciría en pérdidas para el comprador.

Valor temporal de la opción

No obstante, lo más probable es que a la opción todavía le quede tiempo para llegar a su vencimiento. Esto abre las puertas al siguiente razonamiento: Si todavía queda tiempo hasta el vencimiento y durante éste el valor del subyacente va a seguir fluctuando, debería haber un componente que reflejara la posibilidad de que los beneficios en el futuro pudieran ser mayores al valor intrínseco.

Este componente se conoce como el valor temporal o extrínseco y refleja el exceso por encima del valor intrínseco que un inversor está dispuesto a pagar por la posibilidad de obtener beneficios mayores en el futuro. De esta forma el valor temporal de la opción es:

$$VT = Prima - VI,$$

donde VT es el valor temporal, VI el valor intrínseco y la prima el precio pagado por la opción.

Una de las consecuencias de esta visión teórica sobre el valor de las opciones es la relación que guardan según sean ITM, ATM u OTM. Las opciones ITM son las que tienen mayor valor intrínseco, pero a su vez, debido a la posibilidad de perder este valor con el tiempo, son las que tienen menor valor temporal. En el caso de las opciones OTM, éstas carecen totalmente de valor intrínseco y únicamente tienen valor temporal. Mientras que en el caso de las opciones ATM el valor temporal es máximo.

2.1.3. Factores que influyen en el precio de la opción

La prima, que corresponde con el precio de adquirir la opción, se ve influida por un número de variables relacionadas con el activo subyacente y los mercados financieros. Es importante entender cómo estas variables afectan al precio y por tanto al valor de la prima.

Los factores que influyen en la prima o precio de la opción pueden clasificarse en tres grupos según su procedencia:

Factores relacionados con el activo subyacente

Precio actual del subyacente

Los cambios en el valor del subyacente afectan directamente al valor de la opción. En el caso de una *call*, que otorga el derecho al comprador de adquirir el subyacente, un incremento del precio del activo subyacente provocará un alza en el valor de la opción. Este efecto se debe a que, de forma directa, una subida en el precio del activo subyacente hará que el valor intrínseco sea mayor.

Volatilidad del subyacente

La volatilidad del subyacente mide la variabilidad en el precio y se asocia con el riesgo o incertidumbre del activo. Se define como la desviación estándar anual de los rendimientos del subyacente (normalmente una acción) y, por tanto, muestra el grado o amplitud de las fluctuaciones que puede tener la cotización de éste.

El efecto sobre el precio de las opciones es el mismo tanto para las opciones de compra como para las de venta. *Ceteris paribus*, incrementos en la volatilidad del activo provocan incrementos en el valor de la opción. Esta relación viene dada por el hecho de que, a mayor volatilidad, mayor es la probabilidad que en algún momento el precio del subyacente se sitúe del lado que proporciona beneficios al comprador, es decir, esté dentro del dinero.

Dividendos pagados por el subyacente

El precio de las acciones suele responder al reparto de dividendos. El día de reparto la empresa entrega a los accionistas una parte de sus activos y el valor de la compañía disminuye en el mismo importe. La cotización suele caer para descontar este efecto y a su vez impedir el arbitraje de dividendos.

Dado que, como se ha explicado, el valor de la opción se ve influido por la cotización del subyacente, los repartos de dividendos afectarán de forma negativa al valor de las opciones de compra.

Factores ligados a las características de la opción

Precio de ejercicio

Un aspecto importante de las opciones es el precio de ejercicio, K. Este es el precio al que se llevará a cabo la transacción si la opción es ejercida. Por ello, un precio de ejercicio mayor hará que el valor o precio de la opción de compra se reduzca, dado que las probabilidades de que el precio del subyacente sea mayor a K serán menores.

Tiempo al vencimiento

El tiempo que queda para llegar a vencimiento juega un papel importante tanto en el valor de las opciones cómo en los modelos de valoración de empresas, que se tratan en el apartado 3.

El efecto más importante del tiempo sobre el valor de la opción corresponde con el hecho de que cuanto más tiempo quede para el vencimiento más posibilidades existen de que el valor del subyacente se mueva, posicionándose dentro del dinero.

Ejercicio

Como se ha explicado, existen dos modalidades de opciones respecto a la fecha en la que se puede ejercer el derecho de compra o venta. Las opciones americanas permiten ejercer este derecho en cualquier momento mientras que las opciones europeas limitan el ejercicio a la fecha de vencimiento.

Factores relacionados con los mercados financieros

Tasa de interés libre de riesgo

El tipo de interés libre de riesgo tiene influencia en el precio de la opción en tanto juega un papel importante en la determinación del valor presente del precio de ejercicio. Cuanto mayor sea la tasa de interés libre de riesgo, menor será el valor actual del precio de ejercicio y, por tanto, mayor valor tendrán las opciones de compra.

A su vez, se tiene en cuenta que el precio de la opción se paga por anticipado al vendedor de la opción, luego, supone un coste de oportunidad para el comprador que dependerá de la tasa de interés libre de riesgo y del tiempo a vencimiento.

2.2.Modelos de valoración

En el apartado 2.1 se han explicado los conceptos básicos relacionados con las opciones financieras: qué son, cómo funcionan, qué características tienen y qué variables influyen en su valor. Pese a que es importante conocer el marco de cualquier producto financiero, economistas e inversores siempre han buscado acotar el valor que deberían pagar por ellos. En este apartado se explican los principales métodos utilizados para valorar opciones, que más tarde se utilizarán para valorar empresas en riesgo de insolvencia.

2.2.1. El modelo binomial

El modelo binomial es una forma simple de aproximarse a la valoración de opciones. Parte de la idea de que el valor del subyacente o precio de la acción, solo puede avanzar hacia dos niveles: S_u, en el caso de que el precio suba, o S_d, si el precio desciende. Este planteamiento tiene su origen en un artículo publicado por Cox, J., Ross, S., Rubinstein, M. (1979).

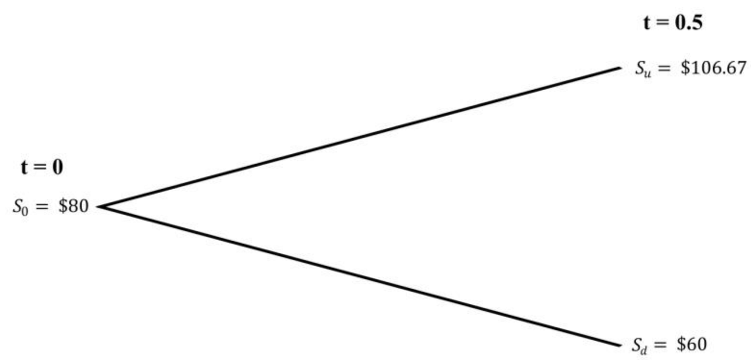
Para describir el modelo binomial se partirá de un caso base, un ejemplo, y se desarrollará el modelo entorno a éste.

Genentech y el modelo binomial, 2006[1]

En el año 2006, las opciones sobre acciones de la empresa estadounidense Genentech reunían las condiciones siguientes:

- Precio de ejercicio, K, de $80.
- Tiempo al vencimiento, T, igual a 6 meses.
- Cotización de la acción de Genentech, S_0, de $80 e igual a K.
- Tasa de interés libre de riesgo, r_f, del 5% anual o 2.47% semestral (se utilizará 2.5% a efectos de cálculo).

El modelo binomial parte de la hipótesis de que, en cada período, la acción solo puede hacer dos movimientos. Hacia arriba para alcanzar el precio S_u, o hacia abajo y llegar al precio S_d. En el caso de Genentech suponemos que la acción puede moverse en los próximos 6 meses hasta el nivel de $106.67 o bien caer a un nivel de cotización de $60. Este es el modelo simple, de un solo período que coincide con el tiempo al vencimiento.



[1] Este ejemplo se basa en el caso desarrollado por Brealey, R., Myers, S., y Allen, F. (2007)

En este punto el modelo trata de llevar a cabo la valoración de la opción. Ésta no puede llevarse a cabo con los métodos tradicionales como el descuento de flujos de efectivo. Bajo estos métodos, los flujos de caja son proyectados y luego actualizados mediante una tasa asociada al riesgo y el coste de oportunidad de la inversión. Sin embargo, el problema de estos métodos es que, pese a que los flujos pudieran ser estimados, es imposible dar con una tasa de actualización representativa del riesgo cuando se trata con opciones. Esto se debe a que el riesgo asociado a las opciones no es constante y varía conforme fluctúa el precio del subyacente. Una opción *in the money* es más segura que una opción *out of the money* y, por tanto, un incremento del precio del subyacente reduce el riesgo de la opción mientras que una caída lo aumenta. Dado que el nivel de riesgo cambia de forma constante no existe una tasa asociada al riesgo que pueda ser utilizada para actualizar los flujos de efectivo.

Teniendo en cuenta que la valoración de las opciones no puede hacerse mediante los métodos tradicionales se plantea la posibilidad de crear una cartera réplica. Esta se compone de una mezcla entre subyacente y préstamo al tipo libre de riesgo que replica los flujos de caja de la opción. Entonces, bajo el principio de no arbitraje y dado que las dos inversiones tienen los mismos flujos de caja, deben valer lo mismo. De esta forma se valora la cartera réplica para hallar el valor de la opción.

Si el precio de la acción sube hasta \$106.67, el valor de la opción en $t = 0.5$ es:

$$S_u - K = \$106.67 - \$80 = \$26.67,$$

y el valor de la cartera en $t = 0.5$ es:

$$S_u \cdot \Delta - \left(1 + r_f\right) \cdot B = \$106.67 \cdot \Delta - (1 + 0.025) \cdot B,$$

siendo Δ el número de acciones que formarán parte de la cartera y B el importe del préstamo.

Dado que las dos inversiones deben valer lo mismo, se cumplirá que:

$$\$106.67 \cdot \Delta - (1 + 0.025) \cdot B = \$26.67.$$

Si, en cambio, el precio desciende hasta los \$60, el valor de la opción en $t = 0.5$ será igual a 0 ya que $S_d - K \leq 0$ y no será ejercida. El valor de la cartera en $t = 0.5$ será:

$$S_d \cdot \Delta - \left(1 + r_f\right) \cdot B = \$60 \cdot \Delta - (1 + 0.025) \cdot B.$$

Dado que las dos inversiones deben valer lo mismo, se cumplirá que:

$$\$60 \cdot \Delta - (1 + 0.025) \cdot B = 0.$$

Podemos entonces resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} \$106.67 \cdot \Delta - (1 + 0.025) \cdot B = \$26.67 \\ \$60 \cdot \Delta - (1 + 0.025) \cdot B = 0 \end{cases}$$

y obtenemos como resultado que la cartera réplica debe componerse por $\Delta = 4/7$ acciones y un préstamo de nominal $B = 33.45$ dólares.

Si las acciones de Genentech alcanzan los $106.67, la cartera tendrá un valor en $t = 0.5$ de:

$$\$106.67 \cdot \frac{4}{7} - (1 + 0.025) \cdot 33.45 = \$26.67.$$

En el caso contario, si la acción cayera a $60, la cartera valdría en $t = 0.5$:

$$\$60 \cdot \frac{4}{7} - (1 + 0.025) \cdot 33.45 = \$0.00.$$

Como podemos ver, estos flujos son los mismos que hubiéramos obtenido de haber hecho la inversión mediante opciones.

Teniendo en cuenta esto y conociendo la composición de la cartera, podemos inferir el importe de la prima que deberíamos pagar por la opción de comprar las acciones al precio de ejercicio, $80.

Dado que la cartera réplica tiene un valor en $t = 0$ de:

$$\frac{4}{7} \times \$80 - \$33.45 = \$12.26,$$

bajo el principio de no arbitraje[2] y teniendo en cuenta que tanto los flujos de la cartera réplica como los flujos de la opción son iguales, este valor es igual al valor de la opción, es decir, el precio adecuado de la prima.

De esta forma hemos conseguido valorar la opción de compra sobre las acciones de Genentech con un precio de ejercicio de $80 y tiempo al vencimiento de seis meses. Lo hemos podido hacer creando una cartera que replica los pagos de la opción y actualizando éstos mediante la tasa de interés libre de riesgo. Gracias a esto y a que asumimos que inversiones con el mismo esquema de pagos deben valer lo mismo, podemos decir que el precio que deberíamos pagar por el derecho a comprar estas acciones dentro de seis meses a $80 es de $12.26.

Este importe, como se explicará más adelante, se basa en el principio de neutralidad al riesgo. Esta es una hipótesis utilizada para valorar derivados y establece que puede considerarse que los inversores son neutrales al riesgo y, por tanto, los pagos pueden actualizarse mediante la tasa libre de riesgo para llevar a cabo la valoración.

[2] El principio de no arbitraje se basa en el postulado de que, bajo mercados eficientes, no existe posibilidad de obtener ganancias mediante el arbitraje. Esto es, no existe la posibilidad de obtener un beneficio seguro tomando ventaja de la diferencia de precios de un mismo instrumento entre dos o más mercados.

El modelo binomial para más de un período

Con el fin de simplificar el procedimiento, la valoración de las opciones sobre acciones de Genentech se ha resumido a tan solo un período. Sin embargo, el modelo permite ir incorporando períodos sucesivos donde el precio del subyacente vuelve a tener dos movimientos posibles, uno ascendente y otro descendiente. En este caso el proceso a seguir es el mismo que el explicado con anterioridad. Partiendo de las últimas ramas, retrocedemos período a período calculando el valor de la opción hasta llegar al valor presente de la prima en $t = 0$.

Las implicaciones teóricas del modelo, cuando el número de períodos crece de forma significativa, son importantes para entender cómo funciona el modelo de Black-Scholes.

En el siguiente gráfico vemos qué sucede con la distribución de los cambios en el precio del subyacente a medida que aumentamos el número de períodos que tiene en cuenta el modelo binomial.

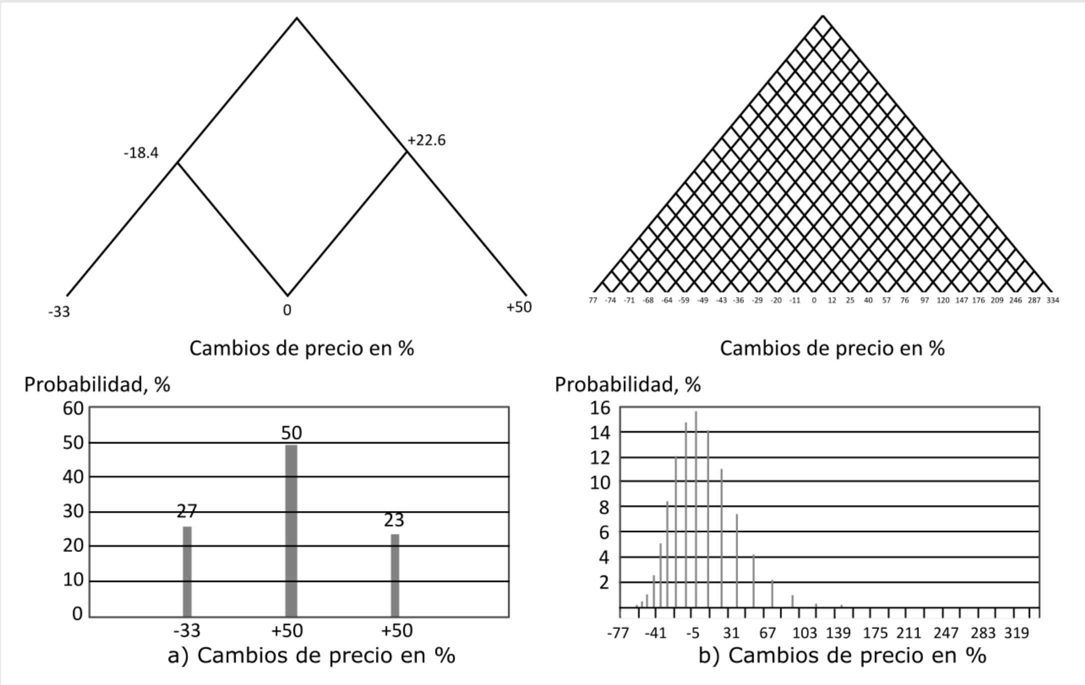


Figura 2 Cambios posibles en el precio de las acciones de Genentech para 6 meses. a) en el caso de que cambien cada 3 meses y b) en el caso de que el cambio se produzca de forma semanal. Fuente: *Principles of Corporate Finance, 9th edition.* Se puede ver un detalle del cálculo en el anexo 1.

Como podemos observar, el hecho de incluir un mayor número de períodos para el mismo vencimiento hace que los posibles precios del subyacente se aproximen a una distribución de probabilidades lognormal[3]. Esta distribución refleja el hecho de que el precio de la acción no puede caer más del 100% pero existe la posibilidad, por pequeña que sea, de multiplicarse por varias veces por encima del 100%.

Subdividir la vida de la opción en un mayor número de períodos no modifica los planteamientos del modelo binomial. Sin embargo, es muy difícil aplicar este método cuando hay un número elevado de períodos e imposible cuando este número se aproxima

[3] Una variable con una distribución lognormal tiene la propiedad de que su logaritmo se distribuye de forma normal.

a infinito, reflejando un continuo de cambios posibles. Este es el origen de las formulaciones de Black-Scholes, que se explican en el apartado siguiente.

2.2.2. El modelo de Black-Scholes

Hacia principios de los años 70 del siglo XX se produjo un avance muy importante en la teoría de valoración de opciones. Los economistas Myron Scholes y Fisher Black desarrollaron una formulación que permitía valorar opciones y que mejoraba de forma relevante los métodos utilizados con anterioridad. La importancia de este avance ha sido crucial para el mundo de las finanzas, gracias también a las aportaciones del economista Robert C. Merton. A diario, operadores de alrededor del mundo dedicados a comerciar con opciones utilizan esta formulación para llevar a cabo sus operaciones. Así mismo, también ha sido llevada a otros campos como la valoración de opciones reales, utilizadas en el mundo empresarial, o la ingeniería financiera. Es indudable que el modelo ha supuesto un antes y un después en el mundo financiero y por ello Myron Scholes y Robert Merton recibieron el premio Nobel de economía, entregado por el Banco Central de Suecia, en 1997. Fischer Black falleció en 1995 y pese a que el premio no se entrega a título póstumo, sin duda hubiera sido galardonado con él.

En este capítulo se describirá el modelo de Black-Scholes (1973) de valoración de opciones con la finalidad de aplicarlo, en apartados posteriores, a la valoración de empresas. De esta forma se introducirá teniendo en cuenta los puntos más importantes y más útiles para desarrollar el modelo con empresas, que es la parte central del trabajo.

Supuestos de partida del modelo de Black-Scholes

El modelo de Black-Scholes fue concebido para valorar opciones europeas que no reparten dividendos. De esta forma no existe la posibilidad de ejercer la opción con anterioridad al vencimiento ni de cobrar dividendos del subyacente. Estas dos características, como se ha explicado en el apartado 2.1.3, influyen en el valor de la opción y por tanto es importante tenerlo en cuenta. Además de estas dos consideraciones previas el modelo parte de un conjunto de hipótesis, a saber:

- El precio de la acción sigue un recorrido aleatorio que se distribuye, a la fecha de ejercicio, según una distribución lognormal. Como consecuencia, las variaciones relativas del precio de la acción (rendimiento instantáneo) se distribuyen de forma normal, la media y la varianza de estos retornos es constante.
- El retorno del subyacente es independiente de los cambios de precio anteriores.
- La tasa de interés libre de riesgo es conocida y constante. Tomadores y prestadores de financiación pueden hacerlo a la misma tasa libre de riesgo.
- No existen costes de transacción, ni impuestos. Tampoco existen oportunidades de arbitraje.
- La negociación de valores es continua, sin saltos de precio.
- El activo subyacente es divisible y por tanto pueden comprarse fracciones no enteras del mismo.
- La acción subyacente no reparte dividendos durante la vida de la opción.

Podemos ver que uno de los principios por los que se rige el modelo es el de lognormalidad de los precios de la acción al vencimiento. Esta era una de las conclusiones que obtuvimos de la extensión del modelo binomial cuando el número de períodos era elevado. No es casualidad que esto sea así, ya que el modelo requiere calcular el valor de la opción cuando el número de períodos es infinito.

Formulación de Black-Scholes

En base a los supuestos anteriormente enunciados Black y Scholes desarrollaron su modelo. Parten, igual que hacíamos con el modelo binomial, de la idea de crear una cartera réplica. De esta forma podríamos introducir la fórmula equiparando el valor de la opción obtenido de una cartera apalancada de acciones con la formulación de Black-Scholes:

$Valor\ de\ la\ opción = (\Delta \cdot precio\ de\ la\ acción) - (préstamo\ bancario)$

$Valor\ de\ la\ opción = [N(d_1) \cdot S_0] - [N(d_2) \cdot VP(K)],$

donde

> $N(d)$: probabilidad acumulada de d para una distribución normal.
> S_0 : precio de la acción en el momento inicial, 0.
> $VP(K)$: valor presente del precio de ejercicio.

La primera parte equivale a la compra de acciones, en la que la inversión se lleva a cabo al precio actual, S_0, por Δ número de acciones. Una forma de verlo es entender S_0 como el valor actual de todos los posibles estados del precio de la acción al vencimiento, multiplicados por la probabilidad de cada uno de los estados. $N(d_1)$ representa, entonces, la proporción de este valor (S_0) que se atribuye a los estados en los que la acción tiene un valor mayor al precio de ejercicio, K. La complejidad de la fórmula no permite formar argumentos sencillos, y tampoco deben serlo, pero puede entenderse esta parte de la fórmula como aquello que recibes de la opción. La segunda parte equivale a aquello que pagas, y es más sencillo de ver. $N(d_2)$ es la probabilidad de que la opción sea ejercida y $VP(K)$ el valor presente del precio de ejercicio, de manera que es el importe que esperas entregar en caso de que la opción sea ejercida.

Con este razonamiento podemos ver que la estructura es similar a la de la cartera réplica, donde recibes un paquete de acciones, pero debes entregar el préstamo al vencimiento.

Esta formulación, dejando de lado la simplificación para compararla con la que utilizamos para la cartera en el modelo binomial, se escribe de la siguiente forma:

$$C = S_0 \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-r_f T} \cdot N(d_2),$$

$$d_1 = \frac{\ln\left({S_0}/{K}\right) + \left(r_f + {\sigma^2}/{2}\right)\cdot T}{\sigma\sqrt{T}},$$

$$d_2 = \frac{\ln\left({S_0}/{K}\right) + \left(r_f - {\sigma^2}/{2}\right)\cdot T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T},$$

donde:

C : precio de la opción de compra, *call*, o valor de la prima.

r_f : tasa de interés libre de riesgo.

σ : desviación estándar de los rendimientos continuamente compuestos del subyacente.

T : tiempo al vencimiento.

Un elemento muy importante de esta formulación, que merece ser estudiado por su relación con el trabajo, es $N(d_2)$. Lo analizamos a continuación.

Significado de $N(d_2)$ en Black-Scholes

La función $N(x)$ es la función de densidad, o de probabilidad acumulada, para una variable estandarizada en una distribución de tipo normal. De otra forma, es la probabilidad de que una variable que se distribuye normalmente quede por debajo o sea igual a x, como refleja el área sombreada de la figura 3.

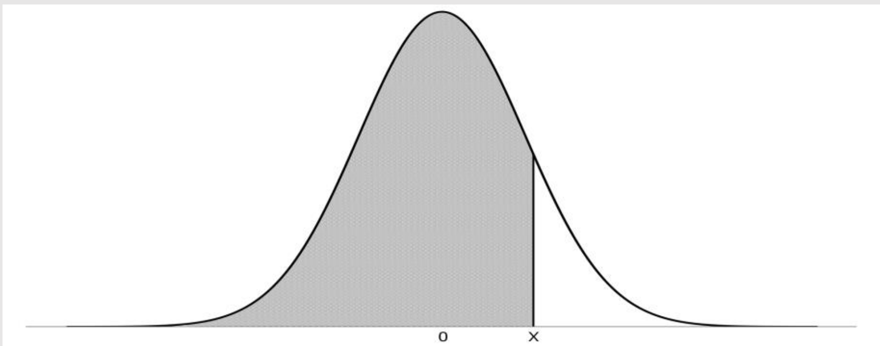


Figura 3 Función de densidad N(x).

En el modelo de Black-Scholes, $N(d_2)$ es la probabilidad de que la opción de compra sea ejercida y por tanto de que el precio del subyacente en el vencimiento, S_T, sea mayor al precio de ejercicio, K. De forma complementaria podemos determinar que $1 - N(d_2)$ representa la probabilidad de que la opción no sea ejercida.

En la figura 4 podemos ver una representación del significado de $N(d_2)$. La línea trazada en azul representa el posible camino que puede seguir la cotización del subyacente. Es importante señalar que el gráfico se ha construido sobre $ln(S_t)$ y por tanto su valor en T, $ln(S_T)$, se distribuye de forma normal. Esto es consecuencia de la primera hipótesis de partida del modelo Black-Scholes, en la que se considera lognormal la distribución del precio de la acción al vencimiento, y por tanto normal la distribución de su logaritmo. Podemos verlo gráficamente en la figura 4.

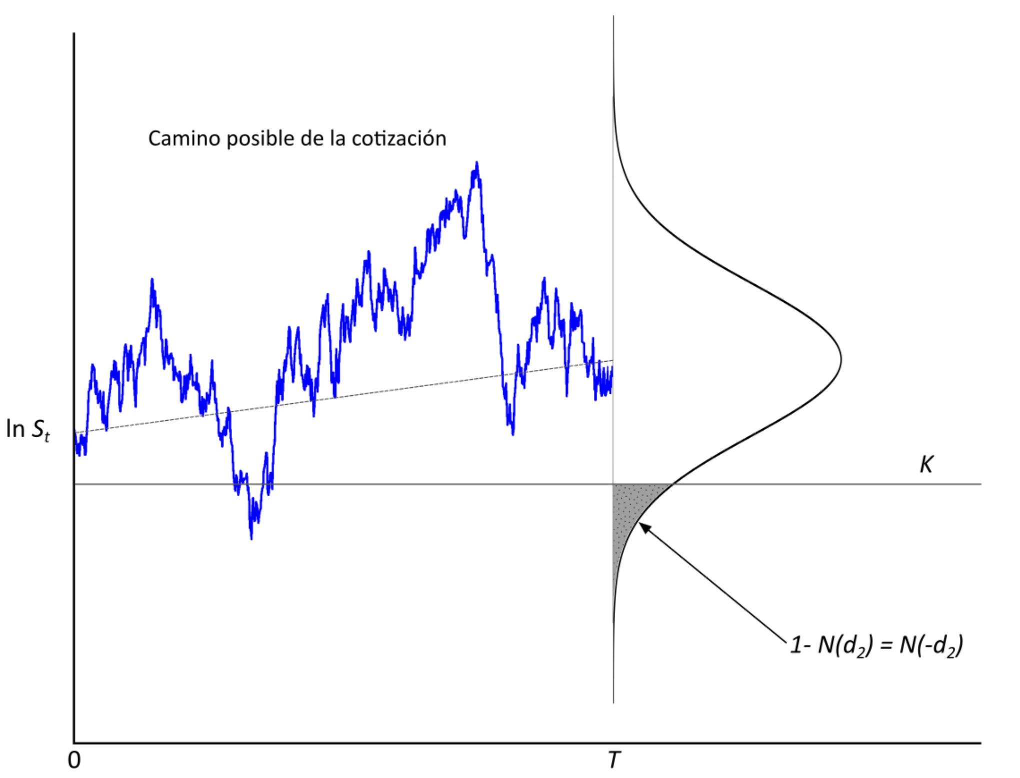


Figura 4 Representación gráfica de $N(d_2)$. Elaboración propia.

El área sombreada en gris es la probabilidad de que, al vencimiento, el precio de la acción sea inferior al precio de ejercicio y el comprador decida no ejercer la opción de compra.

Esta probabilidad se calcula del siguiente modo:

$$1 - N(d_2),$$

o bien

$$N(-d_2).$$

3. La empresa como opción

Hasta ahora el trabajo se ha centrado en dar a conocer la mecánica de las opciones financieras. Para ello se ha dado a conocer cómo funciona el producto y cómo se utilizan los modelos binomial y de Black-Scholes para llevar a cabo la valoración. En este apartado extenderemos esta teoría para aplicarla a la valoración de empresas. Por ello, empezaremos estableciendo las bases que permiten entender la empresa como opción y a continuación se profundizará en la aplicación del modelo de Black-Scholes.

3.1. Marco general

Para que la institución de la empresa funcione necesita de un gran número de elementos: personal cualificado, ideas, un producto o servicio que vender, pero sobre todo la empresa necesita, desde el día uno, financiación. Ésta se encarga de dotar de medios financieros a la empresa y proviene fundamentalmente de dos vías: los accionistas, que por medio de sus aportaciones obtuvieron la titularidad de la empresa sujeta a la evolución del negocio y los acreedores, que cedieron patrimonio personal a cambio de una promesa de pago futura.

Los accionistas, que es el caso que nos ocupa en este trabajo, ostentan la titularidad de la empresa y por tanto son los dueños de la compañía. Sin embargo, dos principios básicos determinan su participación.

En primer lugar, el patrimonio[4] de la empresa representa un derecho residual sobre los activos. Al fin y al cabo, los accionistas solo podrán recuperar su dinero si satisfacen primero las deudas con los acreedores y otros tenedores de deuda. Luego, el importe que pueden percibir los accionistas se corresponde con la diferencia entre los activos y los pasivos de la empresa.

El segundo principio que afecta al patrimonio es el principio de responsabilidad limitada. Éste protege a los accionistas en caso de que los activos no sean suficientes para satisfacer las deudas ya que en ese caso su responsabilidad se limita a la aportación que realizaron al negocio.

Bajo estos supuestos, el importe que los accionistas pueden recibir como consecuencia de la liquidación de la compañía puede resumirse de la siguiente forma:

- Si $V > D$, el pago a los accionistas corresponde con $V - D$.
- Si $V < D$, el pago a los accionistas es 0.

Es decir, el pago a los accionistas es $máx(\, V - D,\ 0\,),$

donde:

V : valor de los activos de la empresa.
D : valor nominal de la deuda.

[4] El patrimonio, como derecho residual, hace referencia al patrimonio neto y representa la parte de los accionistas en la empresa. En este trabajo también se utiliza su nombre en inglés, *equity*, indistintamente.

El esquema de pagos puede representarse con el siguiente diagrama, que refleja el beneficio para los accionistas según cuál sea el valor de los activos en el momento t, comprendido entre 0 y el vencimiento, T.

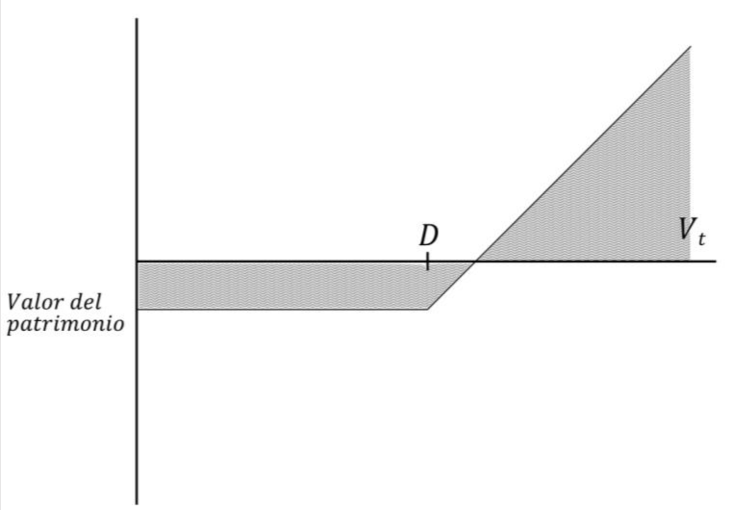


Figura 5 Esquema de pagos de la empresa como opción.

Si recuperamos los fundamentos sobre opciones que se explicaron en el apartado 2 veremos cómo los pagos se corresponden con una opción de compra. Es por esto por lo que el patrimonio de la empresa, o *equity*, puede entenderse como una opción de compra sobre los activos, que equivalen al subyacente, en la que el precio de ejercicio es la deuda.

De esta forma, al vencimiento de la deuda caben dos posibilidades. En el caso de que la deuda que soporta la empresa sea superior a los activos, los acreedores tomarán el control de la compañía y llevarán a cabo el proceso de liquidación. Los accionistas lo pierden todo y los acreedores cobrarán en la proporción que los activos cubran la deuda. Si, en cambio, el valor de los activos de la empresa supera el de la deuda, los accionistas podrán ejercer su opción a liquidar y la deuda será el precio a pagar por hacerse con los activos.

3.2. Valoración de la empresa mediante Black-Scholes

3.2.1. El modelo de Merton

Robert C. Merton (1974) fue el primero en entender el valor de las acciones como una opción *call* de modalidad europea sobre los activos de la empresa, que es la idea que se ha explicado en el apartado anterior. Merton fue colaborador de Black y Scholes y de hecho fue quien acuñó el nombre de Black-Scholes a la fórmula.

Merton entiende las acciones de la empresa como una *call* y sostiene que, desde este punto de vista, puede ser utilizado el método Black-Scholes para valorarlas. De esta forma el modelo de Merton se somete a las mismas restricciones comentadas en el apartado 2.2.2 del modelo Black-Scholes, a saber:

- El valor de los activos sigue un recorrido aleatorio que se distribuye, a la fecha de ejercicio, según una distribución lognormal. Como consecuencia, las variaciones relativas del valor de los activos se distribuyen de forma normal, la media y la varianza de estos retornos es constante.

- El cambio del valor de los activos es independiente de cambios anteriores.
- La tasa de interés libre de riesgo es conocida y constante. Tomadores y prestadores de financiación pueden hacerlo a la misma tasa libre de riesgo.
- No existen costes de transacción, ni impuestos. Tampoco existen oportunidades de arbitraje.

Como se ha explicado también sobre el modelo Black-Scholes, su aplicación se limita a opciones europeas que no reparten dividendos. Estos mismos principios se aplican en el caso del modelo de Merton.

El modelo Merton parte del supuesto de una empresa con dos emisiones. La primera corresponde con un bono cupón cero (que devuelve el principal al vencimiento) con tiempo al vencimiento T y la segunda con una emisión de acciones ordinarias. Como se ha indicado, la empresa no reparte dividendos y se respetan las restricciones de Black-Scholes.

El valor del patrimonio (o valor de las acciones) al vencimiento de la deuda corresponde, bajo la consideración de una opción *call*, con:

$$E = máx(V_T - D, 0),$$

donde:

E : valor de las acciones, valor del patrimonio o *equity value.*
V_T : valor de los activos al vencimiento, T.
D : valor nominal del bono cupón cero, de vencimiento T.

Dado que se trabaja bajo la hipótesis de empresa como opción, Black-Scholes puede formularse del siguiente modo:

$$E_0 = V_0 \cdot N(d_1) - D \cdot e^{-r_f T} \cdot N(d_2), \qquad [1]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left({V_0}/{D}\right) + \left(r_f + {\sigma_V^2}/{2}\right) \cdot T}{\sigma_V \sqrt{T}}, \qquad [2]$$

$$d_2 = \frac{\ln\left({V_0}/{D}\right) + \left(r_f - {\sigma_V^2}/{2}\right) \cdot T}{\sigma_V \sqrt{T}} = d_1 - \sigma_V \sqrt{T}, \qquad [3]$$

donde:

E_0 : valor del patrimonio, de las acciones o del $equity$.

V_0 : valor de mercado de los activos hoy.

r_f : tasa de interés libre de riesgo.

σ_V : volatilidad de la rentabilidad de los activos.

D : valor nominal de la deuda.

T : tiempo al vencimiento de la deuda.

De estos *inputs* encontramos que tanto V_0 como σ_V no son directamente observables. Algunos autores (Aswath Damoradan, 2012; Torres y Garriga, 2012) utilizan en su lugar la volatilidad de las acciones, el valor contable de los activos u otros métodos que se explican más adelante en el punto 3.2.3. Sin embargo, la realidad es que estamos valorando una opción sobre los activos, que son el subyacente. El importe que recibiremos por el activo en caso de ejercer nuestra opción no será el importe contable ya que este aparece reflejado a coste histórico, sino que recibiremos el importe a valor de mercado (valor razonable) y así debe ser tenido en cuenta en el modelo. Respecto a la volatilidad, el modelo de Black-Scholes nos pide como *input* la volatilidad del subyacente y este no es otro que los activos de la empresa. La utilización de la volatilidad de las acciones, en tanto que suele ser superior a la volatilidad de los activos, puede llevar a sobrevalorar la empresa.

Dado que no podemos obtener V_0 y σ_V directamente de la formulación de Black-Scholes debemos utilizar también la expresión de la volatilidad de la acción (volatilidad de los recursos propios o *equity*):

$$\sigma_E = \frac{V_0}{E_0} \cdot N(d_1) \cdot \sigma_V, \qquad [4]$$

donde:

$$N(d_1) = \frac{\partial E}{\partial V}.$$

Las ecuaciones [1], [2], [3] y [4] nos permiten, mediante un método numérico[5], obtener el valor de los activos y su volatilidad.

3.2.2. Valor de la empresa como opción

Supongamos el caso de una empresa con unos activos de \$100 millones. Estos activos son financiados en parte por los fondos propios o *equity*, por el importe de \$40 millones y el resto, \$60 millones, por financiación ajena o deuda. Conocemos por los datos de

[5] Esta técnica aparece en Löffer (2007).

mercado de la empresa que la volatilidad de las acciones, σ_E, es del 40% anual y, por tanto, mediante la ecuación [4] la volatilidad de los activos, σ_V, es del 24%[6]. Además, consideramos que la deuda es a un año y el tipo de interés libre de riesgo se sitúa en el 1.5% a un año.

Con esta empresa como base vamos a simular que efectos tienen las distintas variables del modelo en la valoración de las acciones. Podremos observar cómo el impacto sigue la misma lógica del modelo para opciones explicada en el apartado 2.1.3.

Cuándo la acción carecerá de valor

Se ha explicado que las acciones fuera del dinero tienen valor intrínseco 0 y su valor depende únicamente del valor temporal, que depende del plazo al vencimiento. Esto provoca que, dado que hasta que quede muy poco para vencer existe la posibilidad de que el subyacente suba de precio y se sitúe dentro del dinero, seguirá teniendo algo de valor por muy fuera del dinero que se encuentre. Nuestro caso no es diferente y las acciones seguirán teniendo valor incluso cuando el patrimonio sea negativo (cuando los activos son de $30 millones, el patrimonio neto es negativo en $10 millones) dado que existe la posibilidad, por pequeña que sea, de que al vencimiento el activo haya recuperado valor y sea capaz de satisfacer las deudas. Podemos verlo en la figura 6.

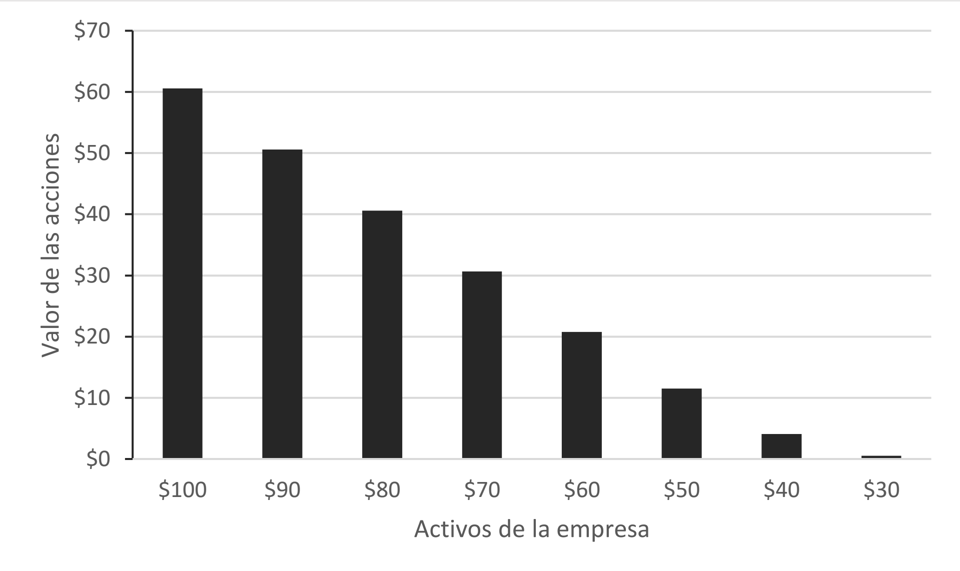


Figura 6 Valor de las acciones cuando descienden los activos (millones). Fuente: Elaboración propia.

Influencia de la volatilidad en el valor de las acciones

Como cabe esperar, un incremento en la volatilidad, al igual que incrementaba el valor de una *call*, incrementará el valor de las acciones de la empresa. Esto se debe a que la probabilidad de que los activos se encuentren en algún momento por encima del importe

[6] Los cálculos pueden verse en el anexo 2.

de la deuda crece y con ello el valor de la opción. Esto plantea una duda ya que en todo momento consideramos la empresa como una opción europea y por tanto no puede ejercerse hasta el vencimiento de la deuda, que es cuando hay que devolver el principal. De esta forma, aunque los activos sean mayores en algún momento, nuestro modelo no nos permite hacer una amortización de deuda anticipada. Si esto es así no debería haber motivo para que el valor de las acciones fuera mayor al aumentar la volatilidad. Es más, al aumentar la volatilidad, el riesgo de *default* también crece:

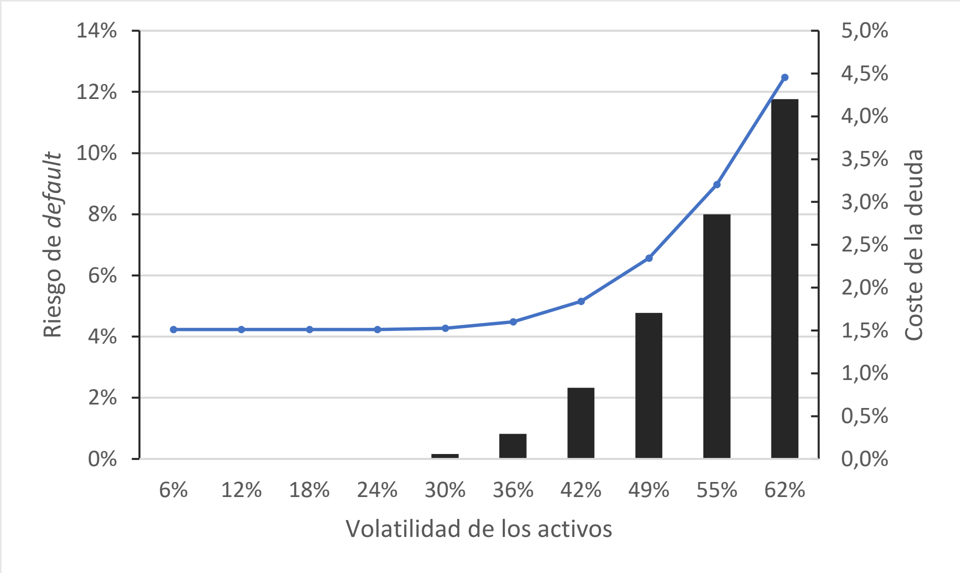


Figura 7 Relación del riesgo de *default* con la volatilidad de los activos y coste de la deuda (azul). Fuente: Elaboración propia.

Esta relación con la volatilidad existe por otro motivo. El inversor puede salir de la empresa en cualquier momento. Aunque no exista bajo nuestro modelo la posibilidad de cancelar la deuda con anticipación, el inversor sí puede deshacerse de sus acciones o iniciar una posición contraria que cubra sus acciones. De este modo la volatilidad aumenta el valor de las acciones, como vemos en la figura 8, dado que el inversor puede tomar beneficios en cualquier momento deshaciéndose de sus acciones.

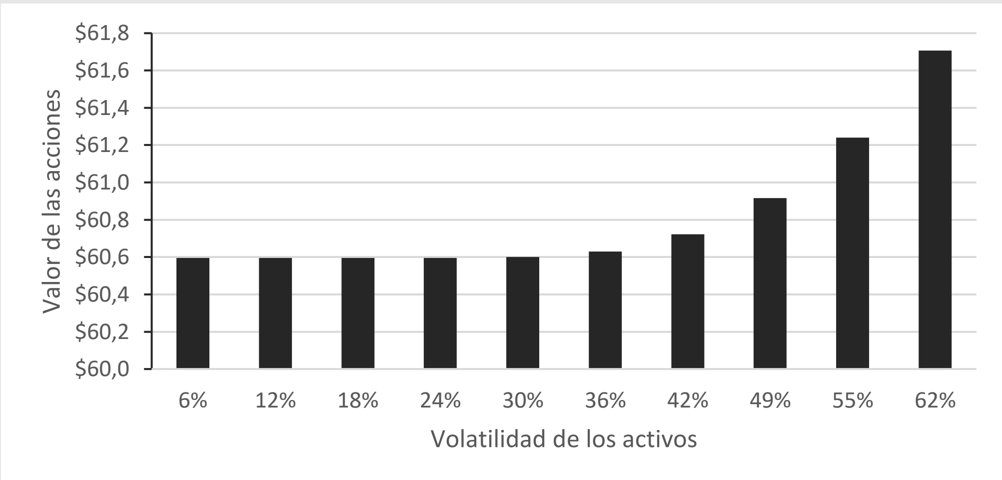


Figura 8 Relación entre la volatilidad de los activos y el valor del *equity* o de las acciones (millones).

Impacto del plazo al vencimiento

De la misma forma que un mayor plazo al vencimiento hacía más atractiva las opciones de compra haciendo mayor el valor de la opción, el plazo al vencimiento de la deuda incrementa el valor de la acción. Si lo razonamos, un mayor plazo hasta el vencimiento de la deuda permite a la empresa disponer de más tiempo para incrementar sus activos y esto aumenta la probabilidad de que sean mayores al nominal que exigirán los acreedores al vencimiento.

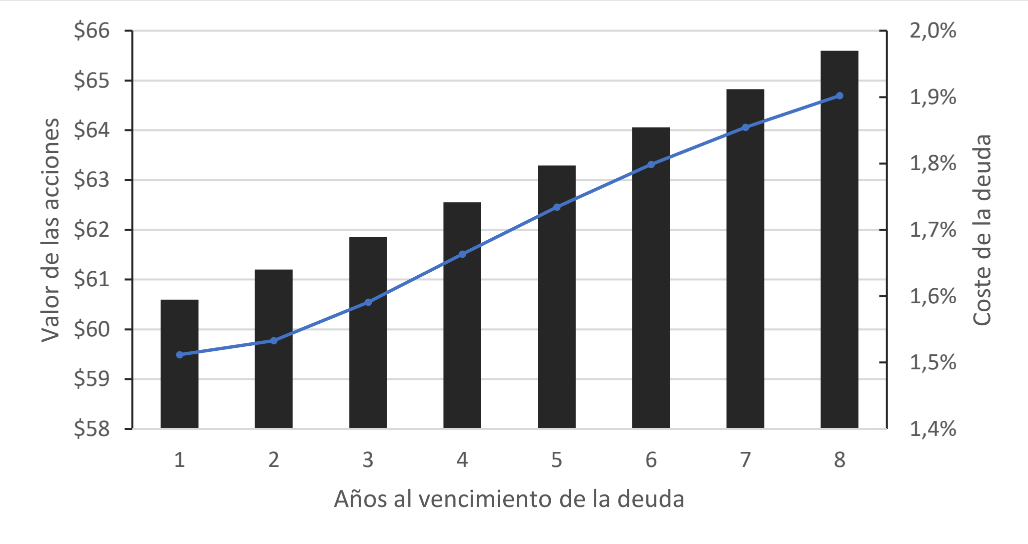


Figura 9 Valor de las acciones (millones) en relación con el plazo de la deuda y coste de la deuda (azul).

3.2.3. *Inputs* del modelo

Valor de los activos

El valor actual de los activos, V_0, representa el subyacente de la opción. Llegado el vencimiento de la deuda, T, existirán dos posibilidades. En el caso de que los activos sean mayores a la deuda ejerceremos nuestra opción de compra liquidando los pasivos y, a cambio, obtendremos los activos. Cómo debe valorarse este *input* es uno de los puntos más controvertidos entre los autores y puede encontrarse gran variedad de métodos.

Los autores enfocados en la valoración de la empresa para el accionista, más encarados a la valoración que al análisis del riesgo de crédito, abordan este asunto desde el punto de vista del valor recibido. Por ello utilizan valoraciones del activo con la finalidad de hallar su valor razonable, es decir, el importe que un comprador potencial podría pagar por el activo en caso de querer liquidar la compañía. De entre los distintos métodos utilizados los más destacables, recogidos por Damoradan (2012), son los siguientes:

- V_0 = Capitalización bursátil + valor de mercado de la deuda, cuando tanto los fondos propios como la deuda cotizan.

- V_0 = Capitalización bursátil + pasivos, cuando la deuda no cotiza.
- Valoración del activo mediante el descuento de flujos de la empresa. Esta valoración se lleva a cabo actualizando, mediante el WACC[7], los flujos de caja libres disponibles para la empresa. El problema de este método es que la compañía puede llegar a estar tan deteriorada que el flujo de caja sea negativo y no pueda llevarse a cabo el descuento de flujos.
- Si los activos de la empresa cotizan (por ejemplo, si es una empresa holding y las subdivisiones cotizan en algún mercado), la suma de la capitalización bursátil de estos.
- Valoración por múltiplos. Mediante la aplicación de múltiplos de compañías similares, tanto por el sector en el que operan como la situación en la que se encuentra la empresa. El EV/EBITDA proporciona directamente el valor de los activos dado que el *Enterprise Value*[8] (EV) es igual al valor de la empresa o de los activos. De esta forma multiplicaríamos el múltiplo de empresas similares por el EBITDA de la compañía objetivo y obtendríamos el valor de los activos.

Otros autores, como Torres y Garriga (2012), utilizan directamente el valor contable del activo. Esta técnica, pese a ser sencilla y directa, pone todo el modelo bajo el riesgo de la contabilidad de la compañía, que en ocasiones puede llegar a ser bastante subjetiva. Además, mientras que tratamos de obtener el valor razonable de los activos, los bienes y derechos quedan reflejados en el balance a precio de coste.

Por otro lado, los autores que centran su atención en el riesgo de crédito utilizan métodos que hallan el valor de los activos mediante el valor de mercado del *equity*, la volatilidad de las acciones y el importe de la deuda. Según estos autores, basándose en el modelo de Merton, establecen que tanto V_0 como σ_V no son directamente observables. Por tanto, utilizan el modelo de Black-Scholes para, mediante prueba-error de combinaciones de valor de los activos y volatilidad del activo, hallar una solución que minimice el error entre la solución de Black-Scholes y los datos observados para la volatilidad de las acciones y el valor de mercado del *equity*[9]. De este método se obtiene, además del valor de los activos, la volatilidad de estos.

Esta técnica tiene la característica de obtener el valor de los activos que estima el mercado. Al introducir información de mercado (capitalización bursátil para el valor del *equity* y volatilidad de las acciones) el cálculo nos devuelve el valor de los activos y la volatilidad que el mercado asigna a la empresa y los mismos datos de mercado que hemos introducido. Por tanto, este método da por correcta la información proporcionada por las cotizaciones, asumiendo que precio y valor no son diferentes, y que la mejor fuente de información para obtener el valor de los activos es el mercado.

[7] El WACC, o *Weighted Average Cost of Capital*, es una medida ponderada del coste de financiación de la empresa que incluye tanto el coste de los fondos propios, como el coste de la financiación ajena.
[8] El *Enterprise Value* es una magnitud típicamente calculada en los mercados financieros. Se halla como la suma de la capitalización bursátil y las deudas de la empresa. En ocasiones es ajustada por la caja y representa el importe que debería pagar un inversor privado por hacerse con la totalidad del negocio.
[9] Este método aparece en Löffer (2007).

Volatilidad de los activos

La volatilidad de los activos, σ_V, mide la dispersión de los retornos del activo. Cuando se trata de la volatilidad de las acciones o del *equity*, utilizada de forma común en los mercados financieros, la simbolizamos como σ_e. Habitualmente se interpreta como una medida del riesgo de las acciones de manera que más volatilidad implica mayor riesgo. A su vez, si la deuda también cotiza, la volatilidad de ésta se simboliza como σ_d.

Como σ_V no es directamente observable, se utilizan distintos métodos para calcularla.

Existen diversas formas de calcular la volatilidad del activo. Por un lado, cuando tanto los fondos propios como la deuda cotiza en el mercado, es adecuado utilizar la volatilidad conjunta de estas dos fuentes de financiación. Para ello se utiliza la fórmula para hallar la varianza conjunta de una cartera con dos activos distintos:

$$\sigma_V = w_e^2 \cdot \sigma_e^2 + w_d^2 \cdot \sigma_d^2 + 2 \cdot w_e \cdot w_d \cdot \rho_{ed} \cdot \sigma_e \cdot \sigma_d,$$

donde:

$$\rho_{ed} = \frac{Cov_{ed}}{\sigma_e \cdot \sigma_d}.$$

$$w_e = \frac{Capitalización\ bursátil}{Capitalización\ bursátil + Valor\ de\ mercado\ de\ la\ deuda}\ .$$

$$w_d = \frac{Valor\ de\ mercado\ de\ la\ deuda}{Capitalización\ bursátil + Valor\ de\ mercado\ de\ la\ deuda}\ .$$

Sin embargo, no es común que la deuda cotice. Sólo las grandes empresas cuentan con emisiones de deudas que cotizan en mercados abiertos y por tanto este será el menor de los casos. Igualmente, no toda la deuda de estas empresas cotiza, sino que suelen tener alguna emisión de deuda cotizada. Normalmente tendremos una compañía donde tan solo cotizarán las acciones, que representan los fondos propios, y tendremos que utilizar otros métodos para hallar σ_V.

Los autores que trabajan para analizar el riesgo de crédito utilizan la técnica de Löffer (2007), descrita anteriormente, y obtienen junto al valor de los activos su volatilidad. De igual modo que con la valoración del activo, este método obtiene la volatilidad de los activos que el mercado asigna o cree que tiene la empresa, basándose en que el mercado es la mejor fuente de información.

Uno de los problemas de utilizar este método tiene lugar en los valores obtenidos mediante el proceso de iteración. Dado que $N(d_1)$ proporciona valores cercanos a la unidad, la obtención de la volatilidad de los activos se aproxima al producto de la volatilidad de las acciones por el peso de los fondos propios sobre los activos, E/V_0. Esto significaría estar ponderando la volatilidad proveniente tan solo de los fondos propios sin tener en cuenta la volatilidad que pueden tener los pasivos.

Para comprobar esta hipótesis se ha llevado a cabo un estudio en el que se ha calculado $N(d_1)$ para una empresa modelo de \$100 millones en activos. Para ello se han hecho ensayos para distintos niveles de apalancamiento y volatilidad de las acciones. En concreto se ha establecido un rango de endeudamiento mediante la ratio V_0 / D de entre 1.01 y 10, que equivale a decir que el pasivo es entre un 90% y un 10% de los activos. La volatilidad de las acciones se ha establecido entre el 2% y el 100%. El tiempo al vencimiento T ha sido de 1 año y la tasa de interés libre de riesgo del 5%. Dado que se han cruzado incrementos de \$1 millón de pasivo (por cada decremento de \$1 millón en fondos propios) con incrementos de la volatilidad de las acciones del 2%, se han hecho un total de 4,500 ensayos para calcular valores de $N(d_1)$.

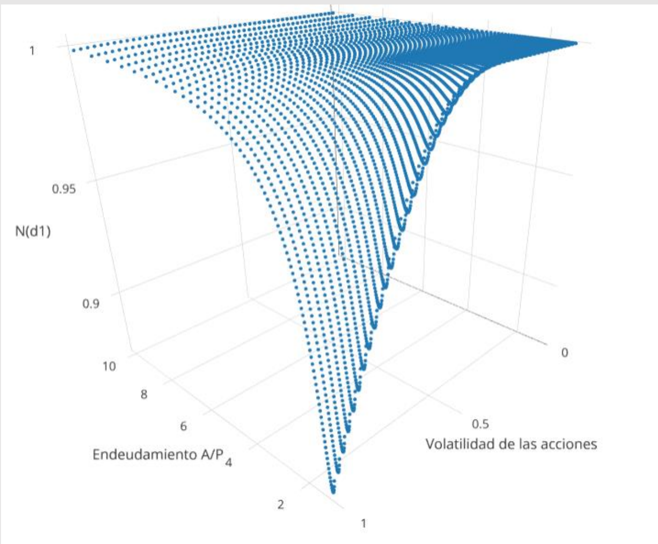


Figura 10 *N(d1)* en función del endeudamiento y la volatilidad de las acciones. Fuente: Elaboración propia.

Cómo podemos ver en la figura 10, para la mayoría de las combinaciones de endeudamiento y volatilidad de las acciones, $N(d_1)$ se aproxima bastante a la unidad. Esto provoca que la fórmula [4] de la volatilidad,

$$\sigma_E = \frac{V_0}{E_0} \cdot N(d_1) \cdot \sigma_V,$$

se aproxime a

$$\sigma_E \sim \frac{V_0}{E_0} \cdot \sigma_V,$$

o bien

$$\sigma_V \sim \frac{E_0}{V_0} \cdot \sigma_E.$$

Si esto es cierto, la volatilidad del activo calculada mediante Löffer debería solaparse con la volatilidad del activo obtenida ponderando la volatilidad de las acciones por los fondos propios, es decir, considerando que $N(d_1)$ es igual a la unidad. Podemos ver que esto sucede en la figura 11. Estos resultados revelan que mediante esta técnica consideramos que el pasivo no tiene prácticamente volatilidad. En muchos casos esto será así, puesto que la mayor parte de la financiación a largo plazo de las empresas se encuentra en forma de préstamos. Sin embargo, en el caso de que la deuda cotice o tenga características que puedan generar volatilidad (por ejemplo, los depósitos bancarios) deberemos tener esto en cuenta y buscar otras formas de valorar la volatilidad de los activos. Además, en el caso de que la compañía que estemos valorando se encuentre en una situación crítica y presente un patrimonio neto negativo, la técnica de iteración no podrá ser utilizada. Este es un inconveniente importante para un modelo de valoración que pretende dar solución cuando los modelos tradicionales no pueden.

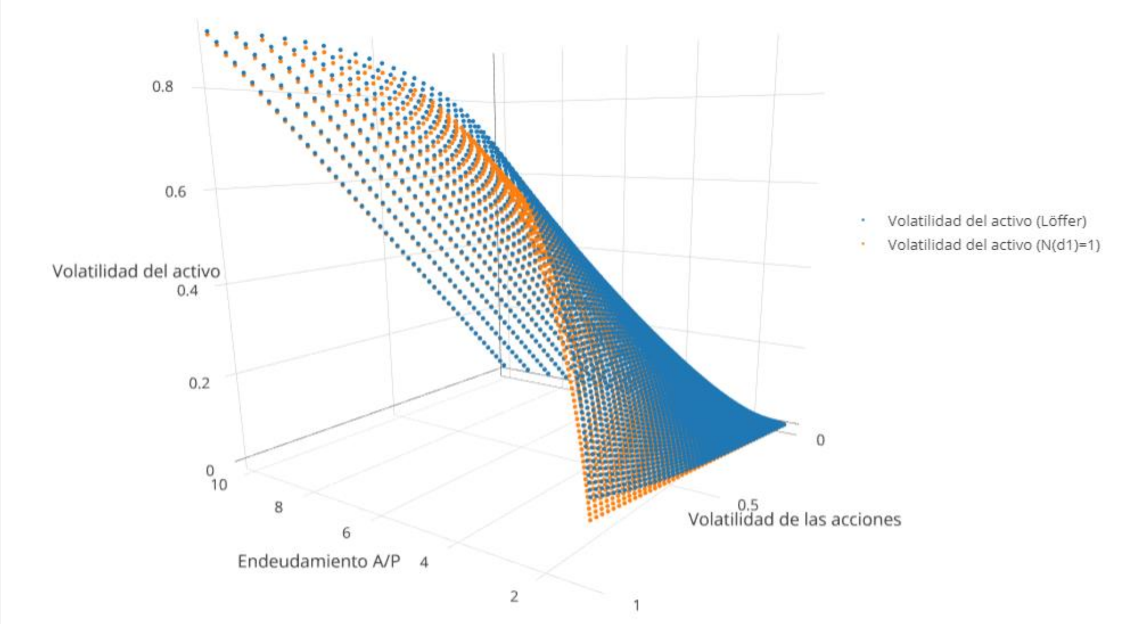


Figura 11 Comparación de la volatilidad de los activos obtenida con Löffer. Fuente: Elaboración propia.

En el caso de que queramos incorporar la volatilidad del pasivo, siendo este no cotizado, podremos utilizar la volatilidad de emisiones de deuda de características similares. Empresas que trabajen en un sector parecido y que se encuentren en una situación semejante a la de nuestra empresa objetivo son buenas candidatas para utilizar la volatilidad de sus emisiones de deuda, cuando estas cotizan.

De igual forma, y ante falta de información o de empresas comparables, pueden utilizarse volatilidades medias de la industria. En este sentido, Damoradan hace pública una lista de las volatilidades de aproximadamente 100 industrias para Estados Unidos, Europa, Japón, mercados emergentes y también en formato global[10].

Valor de la deuda

El valor de la deuda, D, es el precio que deberemos pagar cuando finalice el plazo de la deuda para poder quedarnos con los activos. Solo ejerceremos esta opción, como se ha explicado anteriormente, en el caso de que lo que recibamos sea mayor a lo que pagamos. Es decir, cuando los activos de la empresa sean mayores a la deuda. En este aspecto la

[10] Estas bases de datos se encuentran en la página oficial del autor y son de acceso libre: http://people.stern.nyu.edu/adamodar/New_Home_Page/datacurrent.html#options

mayoría de los autores coinciden en que el valor que debe utilizarse es el de los pasivos reflejados en el balance. El modelo de Merton establece que la empresa tiene sólo dos vías de financiación, los fondos propios y la financiación ajena formalizada como un bono cupón cero. Sin embargo, en la práctica, pocas empresas o ninguna tienen esta estructura de financiación. La mayoría, además de contar con más de una fuente de financiación ajena, cuentan con productos que devengan pagos periódicos en concepto de intereses y también de principal. Por ello, la mayoría de los autores utiliza directamente el pasivo que aparece en el balance, a modo de aproximación, para valorar la deuda de la compañía.

Tasa de interés libre de riesgo

La tasa de interés libre de riesgo, r_f, se toma como un dato externo que no precisa de valoración alguna. Comúnmente se utiliza el tipo de interés de la deuda pública del país en el que la empresa tiene una exposición mayor. En caso de tratarse de una empresa internacional puede utilizarse una media ponderada según la exposición a cada país.

Respecto a la emisión de deuda que debe escogerse, es apropiado utilizar aquella que se asemeje en plazo al vencimiento de la deuda, pues es la más representativa.

En el contexto actual de tipos de interés cercanos a cero o negativos, este asunto es de especial importancia. El precio de la deuda pública, influida por la política de expansión cuantitativa implementada por los bancos centrales, ha alterado de forma significativa la relación con su riesgo. Este problema se vuelve especialmente importante al trabajar con plazos al vencimiento cortos, ya que podemos llegar a obtener tipos de interés libres de riesgo con valores negativos. Una forma de atajar este asunto es utilizar un tipo de interés medio o añadir una prima de riesgo al precio de la deuda pública[11].

Plazo al vencimiento

Uno de los *inputs* que incorpora el modelo es el plazo al vencimiento de la deuda, T. En el caso de las opciones es sencillo, pues la fecha de vencimiento viene detallada en la información sobre el contrato. Sin embargo, cuando aplicamos el modelo a la valoración de empresas, este dato plantea problemas en la práctica. Como se ha explicado con el valor de la deuda, las empresas tendrán normalmente más de un tipo de financiación que, además, devengara cupones de forma periódica. Dado que Merton establece que la financiación ajena se estructura en forma de un bono cupón cero, el traslado a la práctica del modelo implica asumir ciertas hipótesis sobre el plazo al vencimiento.

Una de las formas más apropiadas para calcular el plazo a vencimiento consiste en utilizar la duración de Macaulay[12]. Esta técnica consiste en calcular la duración media de los distintos vencimientos, ponderados por el valor actual de los flujos de cada uno de ellos. Otra forma de entender la duración de Macaulay es que representa el tiempo al vencimiento de un bono cupón cero equivalente, que es precisamente la idea detrás del modelo de Merton. Es por ello por lo que esta técnica encaja muy bien para estimar el

[11] Ver Ernst & Young, *Estimating risk-free rates for valuations.*
[12] Esta idea es propuesta por Torres y Garriga (2012).

plazo al vencimiento de la deuda. Sin embargo, en la práctica, la cantidad de información necesaria sobre los distintos tipos de deuda es grande y suele ser exclusiva de uso interno.

Para calcular la duración de Macaulay deberemos calcular el valor presente de todos los flujos de pago futuros y ponderar cada vencimiento sobre el valor presente de todos los flujos de caja. Matemáticamente se representa del siguiente modo:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{t_i \cdot VP_i}{VP},$$

donde:

t_i = Tiempo hasta el flujo de caja i.
VP_i = Valor presente del flujo de caja i.
VP = Valor presente de todos los flujos de caja.

En el caso de que no tengamos la información necesaria para construir la duración de Macaulay, puede utilizarse como aproximación una media ponderada del plazo a vencimiento de cada deuda que figura en el pasivo. Esta información es mucho más accesible y en algunos casos es de obligada mención en las cuentas anuales.

Otra opción para el plazo al vencimiento de la deuda, utilizada por aquellos autores que centrar su atención en el riesgo de crédito, consiste en establecer el plazo en un año. De esta forma analizan cuál es la probabilidad de *default* de la empresa para un año. Es decir, que posibilidades existen de que, en el plazo de un año, la empresa se halle en una situación de insolvencia.

3.2.4. Interpretación del resultado

3.2.4.1. Valor de la empresa

Mediante el modelo de Merton (1974), obtenemos el valor del patrimonio o de la empresa desde el punto de vista del accionista. Este resultado se basa en la teoría de valoración de opciones y por tanto queda bajo las hipótesis incluidas dentro del modelo de Black-Scholes. Por ello, la valoración se enmarca en lo que se conoce como principio de valoración neutral al riesgo.

El principio de valoración neutral al riesgo establece que los derivados pueden valorarse en un mundo donde los inversores no se ven influidos por sus preferencias de riesgo y el rendimiento esperado de cualquier activo es la tasa libre de riesgo. De esta forma podemos hallar el valor de las opciones (o el valor de la empresa) actualizando los retornos esperados mediante la tasa libre de riesgo. Este principio funciona bajo la hipótesis de no arbitraje y establece que los precios obtenidos también son válidos en la realidad.

3.2.4.2. Probabilidad de default

Uno de los *outputs* más importantes del modelo de Merton es el relacionado con $N(d_2)$. En el apartado 2.2.2 sobre el modelo de Black-Scholes se mostró que $N(d_2)$ es la probabilidad de que el precio del subyacente sea superior al precio de ejercicio y la opción sea ejercida. Dado que el modelo de Merton establece que el subyacente son los activos de la empresa y el precio de ejercicio el valor nominal de la deuda, $N(d_2)$ puede ser interpretado como la probabilidad de que le valor de los activos sea mayor al valor de la deuda. Por lo tanto, 1- $N(d_2)$ es la probabilidad de lo contrario, es decir, que la deuda sea mayor al valor de los activos (ver figura 12). Es por esto por lo que se conoce como la probabilidad de quiebra o *default*, situación que forzaría a los acreedores a hacerse con la compañía y en la que los accionistas perderían todo lo aportado.

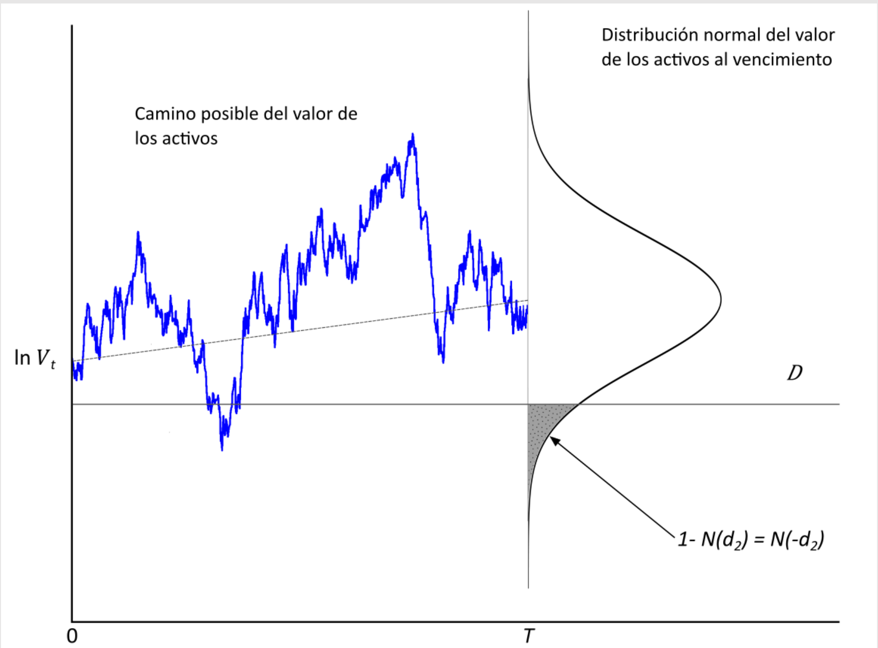


Figura 12 Representación gráfica de $N(d_2)$. Elaboración propia.

4. Banco Popular Español, S.A. un caso práctico

4.1. Planteamiento

4.1.1. Introducción. La resolución de Banco Popular

Banco Popular Español, S.A. fue, hasta su resolución el 7 de junio de 2017, una de las entidades bancarias más importantes de España. Previamente a la crisis, Banco Popular era una de las entidades de referencia y en sus mejores días se llegó a tratar como el banco más rentable del mundo[13]. Veinte años más tarde, sin embargo, el banco se adentró en una espiral de acontecimientos que terminaría haciéndolo caer.

Antes de que llegara la crisis financiera en 2007, el banco se volcó, como muchos otros, en la actividad inmobiliaria que despegaba en nuestro país y en tantos otros. Esto significó un incremento en la exposición al mercado inmobiliario y ligó el futuro de las entidades financieras, no solo Banco Popular, al comportamiento del ladrillo.

Iniciada la crisis inmobiliaria, los bancos comenzaron a entrar en problemas a raíz de su relación con el mercado inmobiliario y más tarde se trasladaron al resto de la economía. Banco Popular, fiel creyente de su independencia, no quiso participar en los movimientos corporativos dentro del sector y quiso mantenerse al margen evitando la fusión entre iguales. Esta decisión dificultó de manera importante la digestión de la cartera inmobiliaria, que había aumentado de forma considerable con la adquisición de Banco Pastor en 2012. Poco a poco los impagos sobre los créditos concedidos a promotores y profesionales de la industria inmobiliaria fueron socavando la solvencia del banco y la calidad de su cartera de crédito. Esto condujo a declarar pérdidas millonarias año tras año y forzó a la dirección a realizar hasta 47 ampliaciones de capital, desde el año 2008, para cumplir con las exigencias de capital del Banco Central Europeo. La dilución causada por estas ampliaciones hizo perder la mayor parte del dinero de los antiguos accionistas y el comportamiento de la acción en bolsa contribuyó a que los socios perdieran prácticamente la totalidad de su dinero (ver figura 13).

Figura 13 Cotización histórica de Banco Popular Español, S.A. Fuente: Interactive Brokers (U.K.) Limited.

[13] Ver El País, 28 de diciembre de 1993. "Banco Popular es el más rentable del mundo, según la agencia IBCA". https://elpais.com/diario/1993/12/28/economia/757033204_850215.html

Cuando el banco se aproximó a uno de sus momentos críticos a principios de 2017, la cúpula directiva fue renovada y un nuevo presidente, Emilio Saracho, sustituyó a Ángel Ron, quién había llevado las riendas del banco desde 2006.

Sin embargo, a principios del mes de mayo empezaron a aflorar los primeros problemas graves. La revisión encargada por la nueva directiva mostró problemas en los estados contables de la antigua dirección y hubo que incrementar de forma notable las provisiones ocasionadas por las pérdidas de la cartera inmobiliaria. A estos hechos se sumó una campaña, que algunos creen intencionada, de desprestigio al banco y su negocio.

Emilio Saracho puso sobre la mesa dos posibles soluciones: la venta del banco o una nueva ampliación de capital. Dado el reducido interés por parte de otros bancos, el 26 de mayo se anunció una ampliación de capital, programada para el último trimestre de 2017.

Sin embargo, la entidad no sobrevivió hasta esa fecha. En un período breve de tiempo los problemas del banco colapsaron y se vieron agravados por la fuga de depósitos de los clientes, entre los que se encontraban grandes empresas e instituciones públicas. El sentimiento de urgencia y alarma generado por la prensa no ayudó a la estabilización del banco y finalmente la entidad llegó a un punto de no retorno. Durante la noche del 6 al 7 de junio el banco fue intervenido por la JUR[14] y fue declarada su venta por 1€ al Banco de Santander. Esta decisión se basó en un informe de valoración elaborado por la firma de auditoría Deloitte, que a día de hoy se mantiene secreto, y su puesta en marcha determinó que los 305.000 accionistas y los tenedores de deuda subordinada perdieran la totalidad de su dinero para evitar el rescate público.

A raíz de la resolución del banco se iniciaron alrededor de un centenar de demandas contra la JUR en la que antiguos accionistas y bonistas han intentado reclamar su dinero, alegando que el procedimiento no fue el adecuado y que podrían haber recuperado parte de la inversión mediante una quiebra ordenada. Esta batalla legal sigue en curso, 8 meses después de la resolución, y se prevé que dure mucho tiempo más.

4.1.2. Objetivos de la valoración

Los objetivos de la valoración se centran en la puesta en práctica del modelo desarrollado en el presente trabajo, así como la búsqueda del valor razonable de las acciones de Banco Popular a fecha junio de 2017.

La elaboración de un caso práctico mostrará cómo funciona el modelo bajo un caso real y cómo deben obtenerse de forma práctica los *inputs* para el modelo de Merton. A su vez, nos permitirá comparar distintos puntos de vista de los autores y evaluar los resultados obtenidos.

La elección de Banco Popular ha tenido lugar por la necesidad de escoger un caso reciente, o en curso, de una situación de estrés en una empresa española. Además, existe una gran discrepancia de opiniones sobre el valor real de Banco Popular en la fecha que

[14] La JUR (Junta Única de Resolución) es una autoridad europea que regula los procedimientos a seguir para garantizar la resolución ordenada de bancos en crisis.

fue resuelto. Este trabajo trata de dar respuesta, con sus limitaciones, a la pregunta que todo el mundo se hizo entonces: ¿Cuánto vale el Popular?

4.2. Obtención de los *inputs*

En primer lugar, obtendremos los *inputs* para el modelo. Dado que existen diferentes criterios para valorar cada una de las variables, se obtendrán todos los que estén al alcance de la información pública de la que se dispone. Por ello, tendremos distintos valores para cada uno de los *inputs* y será tarea de la valoración escoger unos u otros para llevarla a cabo. De esta forma obtendremos distintas valoraciones que nos proporcionaran un rango del valor razonable para Banco Popular.

La información necesaria se ha obtenido de las siguientes fuentes:

- La información contable proviene de los últimos estados financieros intermedios de marzo de 2017, la contabilidad anual de 2016 reexpresada y la contabilidad presentada una vez adquirido por Banco Santander con fecha 30/06/17.
- La información bursátil, cotización y capitalización de mercado, provienen del intermediario Interactive Brokers (U.K.) Limited.
- La valoración del activo mediante múltiplos se ha basado en la información proporcionada por Reuters Group Limited.
- Los datos referentes a la tasa libre de riesgo provienen de la página de información económica *investing.com*, que utiliza información de la cotización de la deuda pública.

Plazo al vencimiento de la deuda

Puesto que este es un dato que necesitaremos para obtener otros *inputs*, debe ser una de las primeras valoraciones que llevemos a cabo. Para su cálculo se ha contado con la información relativa al ejercicio de 2016, dado que no se cuenta con información actualizada. Estos datos pueden verse en el anexo 3.

El resultado se ha obtenido de ponderar las deudas por el plazo ya que no se cuenta con información suficiente para elaborar la duración de Macaulay. El plazo al vencimiento de la deuda se encuentra entre los 200 y 474 días. Este rango nos servirá para construir distintas valoraciones más tarde.

Tipo de interés libre de riesgo

Dado que el plazo al vencimiento de la deuda de Banco Popular es de entre 6 y 15 meses y se trata de un banco español, se han utilizado las letras a 6 y 12 meses del Tesoro.

Para sortear el problema de los tipos de interés negativos a corto plazo, se ha elaborado un promedio que se compone de los cierres diarios de los últimos 5 años. Este proporciona un significado mucho más coherente que la utilización de un tipo de interés negativo.

El tipo de interés libre de riesgo, tras este cálculo, es del 0.326% a 12 meses y del 0.147% a 6 meses.

Valor de la deuda

Obtenemos directamente el valor de la deuda de la partida contable. Estos datos se obtienen a fecha 31/03/17, que es el último informe intermedio disponible antes de la resolución de Banco Popular.

Valor de la deuda, D	136,337,850 €

Figura 14 Valor contable de la deuda (miles).

Otra forma de hallar el valor de la deuda para el caso del Banco Popular es utilizar las cuentas presentadas por Banco Santander a finales del mes de junio de 2017. Podemos ajustar los cambios contables realizados, exceptuando aquellos relacionados con la resolución, y dar con el valor de la deuda en el mes de junio. Este proceso es utilizado también para obtener el valor de los activos y se describe junto a este en el anexo 5.

Valor de la deuda, D	132,776,698 €

Figura 15 Valor ajustado de la deuda (miles).

Volatilidad de los activos

En primer lugar, se ha llevado a cabo el cálculo de la volatilidad de las acciones, σ_E. Para ello se han tomado los cierres diarios de los últimos 200, 337 y 474 días, que son los plazos al vencimiento de la deuda.

La volatilidad anual obtenida para las acciones ha sido:

1.30 años / 474 días	61.38%
0.92 años / 337 días	68.26%
0.55 años / 200 días	65.59%

Figura 16 Volatilidad de las acciones. Cálculo en el anexo 4.

Podemos ver como el último año ha sido especialmente volátil para las acciones de Banco Popular debido a la situación de estrés que ha vivido. La incertidumbre es uno de los peores enemigos de los mercados financieros y los instrumentos cotizados de aquellas empresas que se rodean de dudas son castigados con altas volatilidades.

Con la volatilidad de las acciones podemos calcular entonces la volatilidad de los activos. Para ello utilizamos las distintas opciones de las que disponemos.

A. En primer lugar, calculamos la volatilidad de los activos mediante la técnica de Löffer. Junto a la volatilidad también se obtiene el valor de los activos, que es objeto del siguiente apartado. El procedimiento puede verse en el anexo 5.

Valor de los activos, V_0	σ_V	σ_e	T
137,281 €	0.62%	61.38%	1.298
137,267 €	0.71%	68.26%	0.924
137,478 €	0.68%	65.59%	0.549

Figura 17 Resultados obtenidos mediante Löffer para los distintos plazos al vencimiento (miles de millones).

B. Otra forma de obtener la volatilidad de los activos es consultar la volatilidad de éstos para las empresas del sector. En este sentido la base de datos de Damoradan nos proporciona los datos para bancos comerciales europeos.

Industry Name	*Number of Firms*	*Std Deviation in Equity*	*Std Deviation in Firm Value*	*E/(D+E)*	*D/(D+E)*
Banco Popular		22.65%	9.07%	1.00%	99.60%
Banks (Regional)	68	22.65%	11.06%	27.27%	72.73%

Figura 18 Datos obtenidos para la volatilidad de los activos. Fuente: Damoradan.

Valor de los activos

A. Obtenemos el valor de los activos como la suma de la capitalización bursátil y los pasivos contables. En este sentido contamos con la capitalización bursátil para el último día cotizado pero la información contable data de finales de marzo.

Capitalización bursátil 6/06/17	1,330,449 €
Pasivo Total 31/03/17	136,337,850 €
Valor de los activos, V_0	137,668,299 €

Figura 19 Valor de los activos mediante la capitalización bursátil (miles).

B. El valor del EBITDA excluye del resultado la parte correspondiente al resultado financiero, que es de donde obtienen los ingresos los bancos. Por ello, este ratio no refleja realmente la actividad de la empresa. Sin embargo, podemos utilizar el ratio P/TBV[15] para valorar el patrimonio y, sumándolo al valor contable de los pasivos, dar con el valor de los activos. Para tomar un valor del múltiplo se han utilizado los 9 bancos que obtuvieron peores resultados en los test de estrés que realiza el EBA[16] a la banca europea (el décimo era Banco Popular). El ratio P/TBV promedio de los bancos en situación similar a Banco Popular era, en junio de 2017, de 0.73. Esto significa que, en promedio, el valor de mercado de las acciones de los bancos era del 73% del valor contable tangible del patrimonio.

	Cotización Junio 17	P/TBV J'17
Monte Dei Paschi di Siena SpA (IT)	3.33 €	0.47
Raiffeisen Landesbanken International AG (GER)	23.54 €	0.79
UniCredit SpA (IT)	16.03 €	0.65
Barclays PLC (UK)	£ 205.00	0.62
AIB Group PLC (IR)	7.00 €	1.51
Commerzbank AG (GER)	9.40 €	0.46
Bank of Ireland Group PLC (IR)	6.81 €	0.85
Deutsche Bank AG (GER)	15.33 €	0.52
Societe Generale SA (FR)	46.16 €	0.67
	Promedio	**0.73**

Figura 20 Cotización y múltiplo P/TBV para bancos de características similares a Banco Popular. Fuente: Elaboración propia mediante datos de Reuters Group Limited.

[15] *Price to Tangible Book Value*, múltiplo del precio de mercado sobre el valor contable del patrimonio, neto de intangibles.
[16] *European Banking Authority*.

Patrimonio neto contable 31/03/2017	10,776,601
Activos intangibles 31/03/17	- 2,610,689
Patrimonio neto tangible (TBV) 31/03/17	8,165,912
Valor patrimonio neto (TBV · 0.73) 06/06/17	5,961,116 €
Pasivo Total	136,337,850 €
Valor de los activos, V_0	142,298,966 €

Figura 21 Cálculo del valor de los activos mediante el múltiplo P/TBV.

C. Obtenemos directamente el valor de los activos de la partida contable. Estos datos se obtienen a fecha 31/03/17 al no disponer de estados financieros más cercanos a la fecha de resolución.

Valor de los activos, V_0	147,114,451 €

Figura 22 Valor contable del activo (miles).

D. Podemos calcular también el valor de los activos según la técnica empleada por Löffer. Este valor se obtiene junto a la volatilidad y se ha calculado anteriormente. Puede verse el proceso en el anexo 5.

Valor de los activos, V_0	σ_V	σ_e	T
137,281 €	0.62%	61.38%	1.298
137,267 €	0.71%	68.26%	0.924
137,478 €	0.68%	65.59%	0.549

Figura 23 Resultados obtenidos mediante Löffer para distintos plazos al vencimiento (miles de millones).

E. Por último, podemos tratar de realizar una tasación del valor razonable de los activos. Para ello sería apropiado contar con el informe de valoración que elaboró Deloitte para la resolución del banco. Sin embargo, ese informe se hizo de forma secreta y todavía no ha sido publicado. La JUR emitió un comunicado por el que se comprometió a hacerlo público antes de las navidades de 2017, esta fecha fue retrasada a mediados de enero de 2018 y, en el momento de hacer este trabajo, todavía no ha salido a la luz.

   No obstante, Banco Santander emitió a finales de junio de 2017 un informe de los estados contables después de aplicar los ajustes procedentes de la resolución del banco. Estos ajustes se componen de una parte de reconocimiento de pérdidas sobre los activos y otra parte de amortización de las acciones en circulación y los bonos que se vieron afectados por la resolución. Podemos tomar los ajustes que se aplicaron sobre los activos para hallar cuál era su valor una vez reconocidas las pérdidas y excluyendo los ajustes relacionados con la resolución. Este procedimiento se desarrolla en el anexo 6 junto al cálculo del valor de la deuda.

Valor de los activos, V_0	133,041,028 €

Figura 24 Valor ajustado de los activos (miles).

4.3. Valoración Banco Popular Español, S.A.

Basándose en todas las variables obtenidas en el apartado anterior se ha optado por escoger aquellas con un significado más coherente. La intención detrás de todas las opciones calculadas ha sido mostrar el abanico de herramientas de las que se dispone para hallar las variables del modelo. De esta forma, las variables introducidas en el modelo han sido:

- La tasa libre de riesgo, r_f, del 0.326% a 12 meses y del 0.147% a 6 meses.
- El plazo a vencimiento de la deuda, T, se ha tomado como 0.55 años (200 días). Se ha tomado el menor valor para representar mejor la situación de estrés del banco ya que, de este modo, debe hacer frente antes al pago de la deuda. Los otros plazos de 0.92 y 1.29 años se utilizan para establecer un rango de valoración.
- Se ha utilizado la volatilidad de los activos, σ_V, que aparece en la base de datos de Damoradan. Esta debe ser ponderada por el endeudamiento del banco por lo que se obtiene una volatilidad del 9.07%. Las volatilidades obtenidas mediante Löffer arrojan valores demasiado bajos, consecuencia de las propiedades descritas en el apartado 3.2.3 y el elevado endeudamiento del banco.
- Los mejores resultados se han obtenido de combinar el valor de la deuda y el valor de los activos calculados sobre los ajustes a los Estados Financieros Intermedios Resumidos a 30 de junio de 2017. La utilización de los datos contables pertenecientes a las cuentas intermedias obligaría a utilizar datos del 31/03/17 de modo que, teniendo en cuenta la magnitud de los acontecimientos entre esa fecha y la resolución, así como las dudas presentadas sobre la contabilidad, parece poco apropiado.

Introduciendo estas variables en el modelo y resolviendo para los distintos plazos a vencimiento, obtenemos el valor del patrimonio o *equity*, que dividido por el número de acciones nos proporciona el valor por acción. Esta cifra puede compararse o bien con la capitalización bursátil antes de la resolución (1,330 millones de euros), o bien con el precio por acción en la misma fecha (0.317 euros).

A su vez, obtenemos el riesgo o probabilidad de *default*, que cómo podemos observar es muy elevada y cercana al 45%. Esto quiere decir que, para el plazo de aproximadamente un año, existe una probabilidad neutral al riesgo del 45% de que la deuda sea mayor a los activos.

Asset Value At	133,041.03	*T*	0.55	0.92	1.3
Asset Volatility s	9.07%	*Valor Equity*	3,750.95	4,953.00	5,887.61
Liabilities Lt	132,776.70	*Default Risk*	47.00%	45.98%	45.55%
		P/Acción	0.89	1.18	1.40

Figura 25 Resultados de la valoración de Banco Popular (en millones de euros excepto datos por acción).

Por tanto, la valoración de las acciones a junio de 2017 es de entre 3,751 y 5,888 millones de euros, o entre 0.89 y 1.40 euros por acción.

Estos valores se encuentran alrededor de las cifras que se fueron haciendo públicas con anterioridad a la resolución. En noviembre de 2016 el banco recibió una oferta no vinculante de BBVA por 5,500 millones de euros, lo que supondría valorar las acciones sobre los 1.35 euros. A su vez, en febrero de 2017, el diario *Expansión* hizo público que

J.P. Morgan valoraba que una OPA sobre el banco requeriría ofrecer hasta 7,400 millones, o 1.76 euros por acción. En mayo de 2017 *elEconomista* hizo público un rango de valoraciones de expertos de entre 3,500 y 8,000 millones de euros mientras que, por las mismas fechas, el consejo de Banco Popular se pronunció y declaró que estaría dispuesto a aceptar hasta 1.2 euros por acción, alrededor de los 5,000 millones de euros.

Estas valoraciones se ven respaldadas por el incremento de valor en las acciones de Banco Santander tras la adquisición. En los tres días siguientes el mercado reaccionó a la compra de Banco Popular incrementando el valor de mercado de Banco Santander en 5,210 millones de euros.

Sin embargo, este rango de valoración contrasta con el proporcionado por el informe de Deloitte. Pese a que el documento no se ha hecho público, la valoración sí que fue comunicada y se estableció entre los 8,000 millones en negativo y los 1,500 millones positivos. Este desfase fue señalado como “grosería técnica” por los inspectores del Banco de España.

5. Informe de valoración de Deloitte

En la fecha de entrega del presente trabajo se hizo público el documento de valoración encargado por la JUR a Deloitte. Por este motivo se ha añadido un apartado con la finalidad de incorporar esta nueva información, con la que se ha contado en el último momento.

El informe de Deloitte se estructura en tres escenarios de valoración para *Hippocrates*, nombre en clave que se utiliza en el documento para referirse a Banco Popular. Estos escenarios reflejan las posibilidades de: el mejor escenario, el peor escenario y la mejor estimación.

Area	Adjustments (*) (Euro billion)		
	Best case	Worst case	Best estimate
Loans and receivables	(2.7)	(7.0)	(3.5)
Real estate assets	(2.6)	(3.4)	(3.1)
Deferred tax assets	(2.7)	(3.0)	(2.7)
Legal contingencies	[redacted]		
Intangible assets	(2.2)	(2.6)	(2.2)
Equity and Fixed Income	(0.4)	(0.5)	(0.5)
Joint ventures, associates and subsidiaries	[redacted]		
Total adjustments	**(11.8)**	**(20.6)**	**(14.7)**
Consolidated equity as of March 2017	10.8	10.8	**10.8**
Subtotal	**(1.0)**	**(9.8)**	**(3.9)**
Cost savings **	2,3	1.6	1.9
Other sources of valuations adjustments ***	Not quantified	Not quantified	Not quantified
Adjusted equity	**1.3**	**(8.2)**	**(2.0)**

(*) Adjustments are not reflective of an accounting basis

(**) Including restructuring costs

(***) Including potential contractual adjustments, upsides regarding Hippocrates' market position

Figura 26 Valoración realizada por Deloitte. Fuente: JUR.

Dado que los ajustes se han hecho sobre los activos a 31/03/17, podemos trasladarlos para calcular su valor y, de este modo, aplicar el modelo explicado en el trabajo.

En primer lugar, calculamos el ajuste neto. Esto lo hacemos tomando el valor del ajuste total y añadiendo los ahorros en costes:

Valoración Deloitte	Mejor escenario	Peor escenario	Mejor estimación
Ajustes de valoración	- 11.80	- 20.60	- 14.70
Ahorro en costes	2.30	1.60	1.90
Ajuste neto	- 9.50	- 19.00	- 12.80

Figura 27 Ajustes practicados por Deloitte al balance a 31/03/2017.

A partir de esta información podemos ajustar el activo que aparece en el balance a finales de marzo y obtener así distintas valoraciones del activo. También se muestra el cálculo del patrimonio neto según Deloitte ya que en la valoración no se practica ningún ajuste sobre los pasivos del banco:

	Mejor escenario	Peor escenario	Mejor estimación
Activo 31/03/17	147,114,451	147,114,451	147,114,451
Activo ajustado	137,614,451	128,114,451	134,314,451
Pasivo 31/03/17	136,337,850	136,337,850	136,337,850
Patrimonio neto (Valoración Deloitte)	1,276,601	- 8,223,399	- 2,023,399

Figura 28 Valor del activo y el patrimonio neto según Deloitte.

Con esta información podemos llevar a cabo la valoración utilizando el modelo de Merton. Para ello se han utilizado los siguientes *inputs:*

- La tasa libre de riesgo, r_f, del 0.326% a 12 meses.
- Dado que los escenarios ya se ajustan por las distintas valoraciones del activo no es apropiado utilizar los distintos plazos al vencimiento de la deuda para establecer un rango. Por ello, se ha tomado como plazo neutral los 0.92 años (337 días).
- Se ha utilizado la volatilidad de los activos, σ_V, que aparece en la base de datos de Damoradan. Esta debe ser ponderada por el endeudamiento del banco por lo que se obtiene una volatilidad del 9.07%. Las volatilidades obtenidas mediante Löffer arrojan valores demasiado bajos, consecuencia de las propiedades descritas en el apartado 3.2.3 y el elevado endeudamiento del banco.
- Respecto a los activos y las deudas se ha utilizado la información proporcionada por Deloitte en su valoración. Es mediante los distintos escenarios que se construye el rango de valoración.

Los resultados obtenidos mediante esta valoración han sido los siguientes:

	Mejor escenario	Peor escenario	Mejor estimación
Valor *Equity*	5,645.59	1,701.54	3,934.74
Default Risk	42.66%	73.75%	53.72%
P/Acción	1.35	0.41	0.94

Figura 29 Valoración basada en la información de Deloitte (en millones de euros excepto datos por acción).

Como podemos ver, el rango de valoración se aproxima bastante al obtenido anteriormente. Entonces obtuvimos un rango de entre 3,751 y 5,888 miles de millones y en este caso la única que se desvía de forma importante es la valoración para el peor escenario.

Es importante destacar que, utilizando la información del documento de valoración de Deloitte, la probabilidad de *default* también es muy elevada, especialmente en el escenario negativo donde llega a alcanzar hasta el 77%.

6. Conclusiones

El modelo de Black-Scholes-Merton para la valoración de la empresa en situación de riesgo tiene ventajas significativas respecto a los métodos tradicionales.

En primer lugar, es capaz de asignar valor a la probabilidad de que la empresa se recupere. Este valor será como mínimo cero, pues siempre existe, por pequeña que sea, la posibilidad de que la compañía recupere activos suficientes para cubrir el vencimiento de la deuda. Además, el valor obtenido será neutral al riesgo y por tanto no depende de las preferencias de los inversores para llevar a cabo la valoración.

En segundo lugar, mediante el cálculo de $N(d_2)$, podemos obtener la probabilidad o riesgo de default neutral al riesgo. Este output no lo conseguimos mediante los métodos tradicionales y es una de las ventajas principales del modelo de Merton.

Sin embargo, con el fin de aplicar la teoría de valoración de opciones, el modelo de Merton debe utilizar ciertas hipótesis que pueden llegar a ser restrictivas y, en ocasiones, poco realistas:

- La simplificación de utilizar la deuda como un bono cupón cero implica que la quiebra de la empresa solo puede tener lugar al vencimiento, puesto que es cuando debe satisfacerse la deuda. Esta condición simplifica la estrucutra de capital de la empresa pues normalmente contará con diferentes emisiones o préstamos que devengaran pagos periódicos. Esto quiere decir que sí existe la posibilidad de que la empresa quiebre antes del vencimiento de la deuda si no es capaz de satisfacer estos pagos.
- La no existencia de la posibilidad de restructurar el negocio o renegociar la deuda es una restricción fuerte que afecta directamente a la probabilidad de default, que sería menor de tener la posibilidad de negociar una quita o un incremento del plazo.
- El modelo no tiene en cuenta gran parte de las fuerzas que mueven la situación de insolvencia. Proveedores y clientes, acreedores e incluso accionistas, reaccionan a este evento añadiendo presión sobre la empresa y esto se traslada a la situación económica de forma directa.
- La hipótesis de tipos de interés libres de riesgo deterministas influirá tanto en el valor de la deuda como en el valor de la empresa pues las variaciones en los tipos de interés afectan al valor de mercado de ambos.

Pese a las limitaciones que presenta el modelo, éste es una de las mejores alternativas para llevar a cabo la valoración de empresas en riesgo de quiebra. No sólo es útil por las ventajas que presenta frente a los métodos tradicionales, sino que es capaz de asignar valor cuando estos métodos no pueden ser utilizados.

Respecto a la valoración de Banco Popular los resultados han sido satisfactorios. La valoración obtenida se encuentra dentro de los rangos estimados por otras entidades y profesionales y, además, también encaja dentro del rango de la valoración que toma los datos del informe de Deloitte.

7. Bibliografía

Afflerback, S. (2014). *Master Thesis On the Valuation of distressed firms, A conceptual framework and case application.* Copenhagen Business School.

Ariza Rodríguez-Acosta, J. (2014). *Valoración de bancos, un análisis crítico.* Universidad Pontificia de Comillas.

Badía Batlle, C., Galisteo Rodríguez, M., & Preixens Benedicto, T. (2014). Probabilidades de default de las empresas españolas en época de crisis. *Cuadernos de economía*, 37, 150-158.

Black, F., & Scholes, M. (1973). *The Pricing of Options and Corporate Liabilities.* The Journal of Political Economy, Vol. 81, 637-654.

Brealey, R., Myers, S., & Allen, F. (2007). *Principles of Corporate Finance, 9th edition.* McGraw-Hill / Irwin.

C. Hull, J. (2009). *Introducción a los Mercados de futuros y opciones.* Pearson - Prentice Hall.

Cox, J., Ross, S., & Rubenstein, M. (1979). Option pricing: A simplified aproach. *Journal of Financial Economics*, 229-263.

Crosbie, P., & Bohn, J. (2003). *Modeling default riks.* Moody's KMV.

Damoradan, A. (2012). *Investment Valuation* (3rd ed.). Wiley.

Deev, O. (2011). *Methods of bank valuation: A critical overview.* Masaryk University.

Deloitte. (2017). *Hippocrates Provisional Valuation Report.*

Ernst & Young. (2015). *Estimating risk-free rates for valuations.*

Ignacio Peña, J. (2002). *La gestión de riesgos financieros de mercado y crédito.* Financial Times - Prentice Hall.

Juhler Grinderslev, O., & Loft Kristiansen, K. (2017). *A new approach to modelling bank's equity volatility: Addint time-to-maturity jumps.* Danmarks Nationalbank.

Lando, D. (2004). *Credit risk modeling. Theory and applications.* Princeton series in finance.

Löffer, G., & N. Posch, P. (2007). *Credit risk modeling using Excel and VBA.* Wiley.

Martín Marín, J., & Trujillo Ponce, A. (2004). *Manual de Mercados Financieros.* Thomson.

Merton, R. (1974). *On the pricing of Corporate Debt.* The Journal of Finance.

S. Mishkin, F., & Serletis, A. (2010). *The economics of money, banking and financial markets.* Pearson.

Torres Pruñonosa, J., & Garriga, M. (2012). La teoría de opciones aplicada a la valoración de empresas: un caso práctico del sector textil español aplicando el modelo de Black-Scholes. *Revista de Contabilidad y Dirección, 15*, 207-225.

Trujillo Ponce, A., & Martín Marín, J. (2005). Structural models and default probability. Application to the Spanish stock market. *Investment Management and Financial Innovations*, 18-29.

Yizel Suárez, N. (2012). El modelo de Merton para la estimación del riesgo de incumplimiento en Colombia. Bogotá D.C.

8. Anexos

Anexo 1

Cálculo de la distribución de posibles precios, al vencimiento de la opción, sobre las acciones de Genentech. Se utiliza el modelo binomial para cuando el plazo se subdivide en numerosos períodos. En este caso los 6 meses de la opción se han dividido en 26 semanas (la mitad de las 52 semanas que tiene un año). Por tanto, el modelo consta de 26 períodos en los que el precio puede subir o bajar a los siguientes niveles. Del mismo modo, podemos ver los cálculos realizados para cuando hay 2 períodos de 3 meses cada uno.

Los escenarios se han construido en base a las siguientes fórmulas:

$$probabilidad\ de\ subida = p_u = \frac{r_f - cambio\ descendente}{cambio\ ascendente - cambio\ descendente},$$

$$1 + cambio\ ascendente = u = e^{\sigma\sqrt{h}},$$
$$1 + cambio\ descendente = d = \frac{1}{u},$$

siendo:

$$\sigma: \text{ desviación estándar de los rendimientos continuamente compuestos, volatilidad.}$$
$$h: \text{intervalo como fracción del año.}$$

Modelo binomial con 2 períodos:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Número de iteraciones	2					
2								
3		Precio actual	80					
4		*Strike* = Precio de ejercicio	80					
5		Volatilidad	40.68%					
6		Tasa de interés, *rf*	5%					
7		*h*	1/4					
8								
9		u (*up*)	1.2255626	=EXP(C5*RAIZ(1/4))				
10		d (*down*)	0.8159518	=1/C9				
11		Probabilidad de subida (a u)	0.47984136	=((C6/4)+(1-C10))/((C9-1)+(1-C10))				
12								
13						Éxitos	Probabilidad	Cambio %
14					120.16	2	0.230247734	0.502003675
15				98.05				
16		Underlying asset	80.00		80.00	1	0.499187259	0
17				65.28				
18					53.26	0	0.270565007	-0.334222668

Anexo 1.1 Hoja de cálculo de la distribución de precios para 2 períodos. Fuente: Elaboración propia.

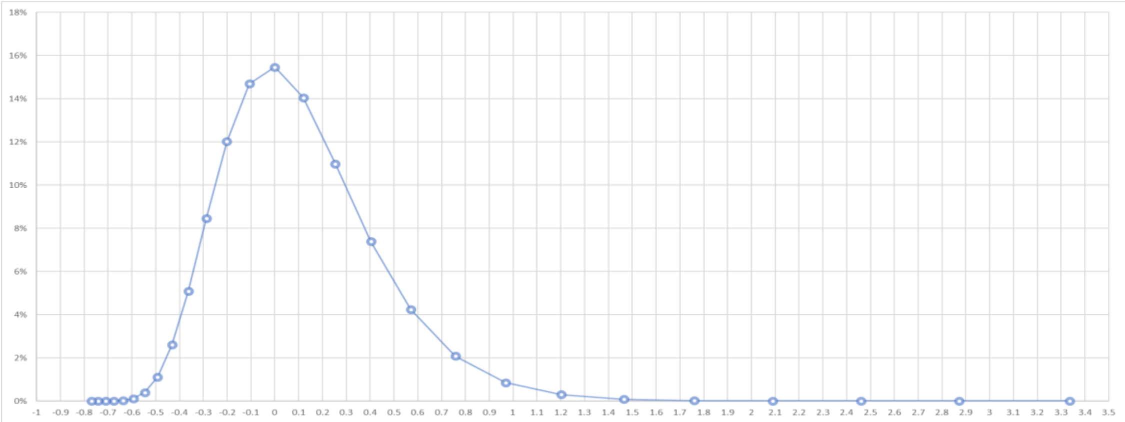
Los cálculos de la probabilidad se han realizado mediante las fórmulas de Excel para la distribución binomial. De esta forma, la probabilidad de que el precio de las acciones al vencimiento se sitúe en $120.16 es igual a =DISTR.BINOM(F14;C1;C11;FALSO), o 23.02%. El cambio porcentual se calcula como el incremento en porcentaje respecto al precio actual de $80.

Si aplicamos el mismo procedimiento para el caso con 26 períodos obtenemos la siguiente hoja de cálculo:

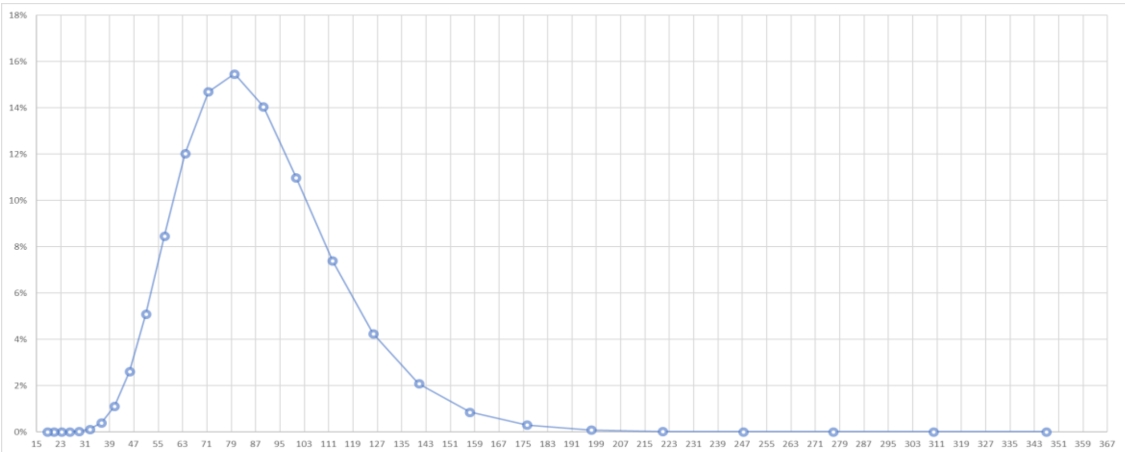
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
1		Número de iteraciones	26																													
2																															Prob.	Cambio %
3		Precio actual	80																										346.81	26	1.1129E-08	3.3350722
4		*Strike* = Precio de ejercicio	80																									327.78				
5		Volatilidad	40.68%																								309.80		309.80	25	2.95888E-07	2.8725463
6		Tasa de interés, *rf*	5%																							292.81		292.81				
7		*h*	1/52																						276.75		276.75		276.75	24	3.78211E-06	2.4593691
8																								261.57		261.57		261.57				
9		u (*up*)	1.05803	"=EXP(C5*RAIZ(1/52))"																			247.22		247.22		247.22		247.22	23	3.09401E-05	2.0902754
10		d (*down*)	0.94515	"=1/C9"																		233.66		233.66		233.66		233.66				
11		Probabilidad de subida (a u)	0.49442	"=((C6/52)+(1-C10))/((C9-1)+(1-C10))"																	220.84		220.84		220.84		220.84		220.84	22	0.000181922	1.7605617
12																				208.73		208.73		208.73		208.73		208.73				
13																			197.28		197.28		197.28		197.28		197.28		197.28	21	0.000818532	1.4660265
14																		186.46		186.46		186.46		186.46		186.46		186.46				
15																	176.23		176.23		176.23		176.23		176.23		176.23		176.23	20	0.002929547	1.2029164
16																166.57		166.57		166.57		166.57		166.57		166.57		166.57				
17															157.43		157.43		157.43		157.43		157.43		157.43		157.43		157.43	19	0.008559123	0.9678786
18														148.80		148.80		148.80		148.80		148.80		148.80		148.80		148.80				
19													140.63		140.63		140.63		140.63		140.63		140.63		140.63		140.63		140.63	18	0.0207869	0.7579179
20												132.92		132.92		132.92		132.92		132.92		132.92		132.92		132.92		132.92				
21											125.63		125.63		125.63		125.63		125.63		125.63		125.63		125.63		125.63		125.63	17	0.042512493	0.5703587
22										118.74		118.74		118.74		118.74		118.74		118.74		118.74		118.74		118.74		118.74				
23									112.22		112.22		112.22		112.22		112.22		112.22		112.22		112.22		112.22		112.22		112.22	16	0.073903046	0.402811
24								106.07		106.07		106.07		106.07		106.07		106.07		106.07		106.07		106.07		106.07		106.07				
25							100.25		100.25		100.25		100.25		100.25		100.25		100.25		100.25		100.25		100.25		100.25		100.25	15	0.10992247	0.2531395
26						94.75		94.75		94.75		94.75		94.75		94.75		94.75		94.75		94.75		94.75		94.75		94.75				
27					89.55		89.55		89.55		89.55		89.55		89.55		89.55		89.55		89.55		89.55		89.55		89.55		89.55	14	0.140505504	0.1194372
28						84.64		84.64		84.64		84.64		84.64		84.64		84.64		84.64		84.64		84.64		84.64		84.64				
29				84.64	80.00		80.00		80.00		80.00		80.00		80.00		80.00		80.00		80.00		80.00		80.00		80.00		80.00	13	0.154730121	0
30		Underlying asset	80.00			75.61		75.61		75.61		75.61		75.61		75.61		75.61		75.61		75.61		75.61		75.61		75.61				
31				75.61	71.46		71.46		71.46		71.46		71.46		71.46		71.46		71.46		71.46		71.46		71.46		71.46		71.46	12	0.146922066	-0.106694
32						67.54		67.54		67.54		67.54		67.54		67.54		67.54		67.54		67.54		67.54		67.54		67.54				
33							63.84		63.84		63.84		63.84		63.84		63.84		63.84		63.84		63.84		63.84		63.84		63.84	11	0.120191529	-0.202004
34								60.34		60.34		60.34		60.34		60.34		60.34		60.34		60.34		60.34		60.34		60.34				
35									57.03		57.03		57.03		57.03		57.03		57.03		57.03		57.03		57.03		57.03		57.03	10	0.084497412	-0.287146
36										53.90		53.90		53.90		53.90		53.90		53.90		53.90		53.90		53.90		53.90				
37											50.94		50.94		50.94		50.94		50.94		50.94		50.94		50.94		50.94		50.94	9	0.050826632	-0.363203
38												48.15		48.15		48.15		48.15		48.15		48.15		48.15		48.15		48.15				
39													45.51		45.51		45.51		45.51		45.51		45.51		45.51		45.51		45.51	8	0.025987122	-0.431145
40														43.01		43.01		43.01		43.01		43.01		43.01		43.01		43.01				
41															40.65		40.65		40.65		40.65		40.65		40.65		40.65		40.65	7	0.011189004	-0.491839
42																38.42		38.42		38.42		38.42		38.42		38.42		38.42				
43																	36.32		36.32		36.32		36.32		36.32		36.32		36.32	6	0.004004574	-0.546056
44																		34.32		34.32		34.32		34.32		34.32		34.32				
45																			32.44		32.44		32.44		32.44		32.44		32.44	5	0.001169998	-0.594489
46																				30.66		30.66		30.66		30.66		30.66				
47																					28.98		28.98		28.98		28.98		28.98	4	0.000271913	-0.637755
48																						27.39		27.39		27.39		27.39				
49																							25.89		25.89		25.89		25.89	3	4.83569E-05	-0.676404
50																								24.47		24.47		24.47				
51																									23.13		23.13		23.13	2	6.18109E-06	-0.71093
52																										21.86		21.86				
53																											20.66		20.66	1	5.05652E-07	-0.741772
54																												19.53				
55																													18.45	0	1.98873E-08	-0.769323
56																																

Anexo 1.2 Hoja de cálculo de la distribución de precios para 26 períodos. Fuente: Elaboración propia.

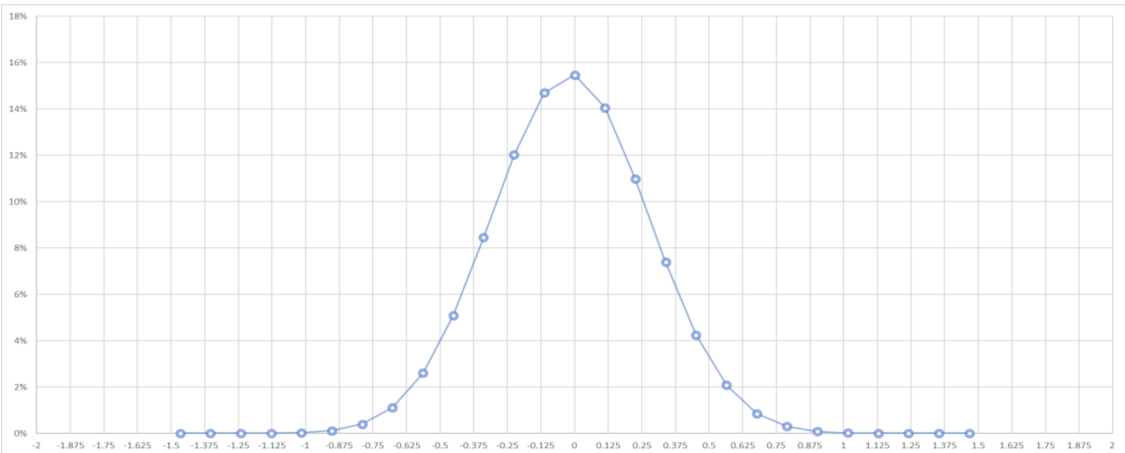
Como vemos, la distribución de los rendimientos instantáneos de la acción se asemeja a una distribución de tipo normal. Los precios al vencimiento, y los rendimientos simples (Precio al vencimiento/ $80 -1), se distribuyen de forma lognormal reflejando que la acción no puede caer más allá del 100% pero puede dispararse varias veces por encima del 100%.



Anexo 1.3 Distribución de probabilidad del rendimiento simple en % sobre el precio inicial. Fuente: Elaboración propia.



Anexo 1.4 Distribución de probabilidad de los precios. Fuente: Elaboración propia.



Anexo 1.5 Distribución de probabilidad de los rendimientos instantáneos. Fuente: Elaboración propia.

Anexo 2

La empresa cuenta con unos activos de $100 millones. La financiación se divide en $40 millones de fondos propios y $60 millones de deuda con plazo a un año.

La volatilidad de las acciones, σ_E, es del 40% anual. Y el tipo de interés libre de riesgo se sitúa en el 1.5%.

El proceso para hallar la volatilidad de los activos es el siguiente:

En lugar de seguir el procedimiento del cálculo iterativo de Löffer, se considera una medida aceptable el valor de los activos, V_0, de $100 millones. Entonces, podemos hallar directamente la volatilidad sin necesidad de utilizar el método de Löffer y nos bastará con utilizar la herramienta *Buscar objetivo* de Excel. Para ello utilizaremos la fórmula [4]:

$$\sigma_E = \frac{V_0}{E_0} \cdot N(d_1)\, \sigma_V,$$

y configuraremos Excel para que, a base de ir probando valores de σ_V, halle cual resuelve σ_E como el 40%.

	A	B	C	D	E
1	**Datos de entrada**				
2	Equity value E_t	60	Et+Lt	*100*	=B2+B4
3	Equity volatility σ_E	40.00%	N(d1)	#¡DIV/0!	=DISTR.NORM.ESTAND(LN(D2/B4)+(B5+D4^2/2)*B6)/(D4*B6^0.5)
4	Liabilities L_t	40	Asset volatility	0.00%	
5	Risk free rate r	1.50%	Equity Volatility	#¡DIV/0!	=D4*(DISTR.NORM.ESTAND((LN(D2/B4)+(B5+D4^2/2)*B6)/(D4*B6^0.5)))*D2/B2
6	Horizon (T-t)	1			

	A	B	C	D	E
1	**Datos de entrada**				
2	Equity value E_t	60	Et+Lt	*100*	=B2+B4
3	Equity volatility σ_E	40.00%	N(d1)	3.46456343	=DISTR.NORM.ESTAND(LN(D2/B4)+(B5+D4^2/2)*B6)/(D4*B6^0.5)
4	Liabilities L_t	40	Asset volatility	24.00%	
5	Risk free rate r	1.50%	Equity Volatility	40.00%	=D4*(DISTR.NORM.ESTAND((LN(D2/B4)+(B5+D4^2/2)*B6)/(D4*B6^0.5)))*D2/B2
6	Horizon (T-t)	1			
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					

Buscar objetivo

Definir la celda: D5

Con el valor: 0.4

Cambiando la celda: D4

Aceptar Cancelar

Anexo 2.1 Excel con el procedimiento. Antes y después de ejecutar *Buscar objetivo.* Fuente: Elaboración propia.

Anexo 3

Datos correspondientes a las deudas y los plazos de cada una. Para la estimación del tiempo al vencimiento se ha realizado una media ponderada por el importe. Dado que no se cuenta con el vencimiento exacto de cada pasivo se hacen tres cálculos considerando que el plazo es el de rango superior, el de rango intermedio y el de rango inferior.

Popular (miles de euros)	A la vista	Hasta 1 mes	Entre 1 y 3 meses	Entre 3 y 12 meses	Entre 1 y 5 años	Más de 5 años	Total
Pasivos financieros mantenidos para negociar	-	5,937	14,087	34,892	530,055	1,058,784	1,643,755
Pasivos financieros designados a valor razonable con cambios en resultados	-	-	-	-	-	604,707	604,707
Pasivos financieros a coste amortizado	44,781,830	14,090,598	27,733,725	23,366,476	13,443,357	7,768,680	131,184,666
Depósitos	44,781,830	12,824,572	26,355,039	21,908,328	6,186,811	975,074	113,031,654
Bancos centrales	-	-	15,987,478	-	-	-	15,987,478
Entidades de crédito	2,527,831	7,221,941	1,655,857	1,309,117	1,147,487	340,996	14,203,229
Clientela	42,253,999	5,602,631	8,711,704	20,599,211	5,039,324	634,078	82,840,947
Valores representativos de deuda emitidos	-	176,612	1,378,686	1,458,148	7,256,546	6,793,606	17,063,598
Otros pasivos financieros	-	1,089,414	-	-	-	-	1,089,414
Derivados - contabilidad de coberturas	-	10,019	17,025	72,757	217,105	884,959	1,201,865
Total	44,781,830	14,106,554	27,764,837	23,474,125	14,190,517	10,317,130	134,634,993
Plazo en años, superior	0.00	0.08	0.25	1.00	5.00	7.00	
	0.0000	0.0087	0.0516	0.1744	0.5270	0.5364	1.30
							473.7893961
Plazo en años, intermedio	0.00	0.04	0.17	0.63	3.00	6.00	
	0.0000	0.0044	0.0344	0.1090	0.3162	0.4598	0.92
							337.1466016
Plazo en años, inferior	0.00	0.00	0.08	0.25	1.00	5.00	
	0.0000	0.0000	0.0172	0.0436	0.1054	0.3832	0.55
							200.503807

Anexo 3.1 Cálculo de la duración al vencimiento de la deuda. Fuente: Elaboración propia a partir del informe anual de 2016.

Anexo 4

Para calcular la volatilidad anual se ha tomado la desviación estándar de los rendimientos continuos y se ha anualizado. Este procedimiento se ha hecho con una hoja de cálculo tal como muestra el anexo 4.1. Se ha tenido en cuenta que el número medio de sesiones de mercado anuales es de 254.

	A	B	C
1	Últimos 200 dias	4.12%	=DESVEST(B4:B202)
2	Cierre	**65.59%**	=B1*RAIZ(254)
3	1.217		
4	1.167	-4.20%	=LN(A4/A3)
202	0.317	-6.41%	=LN(A202/A201)

	A	B	C
1	Últimos 337 dias	4.28%	=DESVEST(B4:B339)
2	Cierre	**68.26%**	=B1*RAIZ(254)
3	2.06		
4	2.084	1.16%	=LN(A4/A3)
339	0.317	-6.41%	=LN(A339/A338)

	A	B	C
1	Últimos 474 dias	3.85%	=DESVEST(B4:B476)
2	Cierre	**61.38%**	=B1*RAIZ(254)
3	4.1331993		
4	4.131221219	-0.05%	=LN(A4/A3)
476	0.317	-6.41%	=LN(A476/A475)

Anexo 4.1 Cálculo de la volatilidad de las acciones.

Anexo 5

La técnica de Löffer parte de la hipótesis de que ni el valor de los activos ni la volatilidad de estos es observable. Para poder hallar estos dos valores debe seguirse un proceso iterativo de prueba y error con valores de activo y su volatilidad que haga que del modelo de Merton obtengamos la capitalización bursátil (valor de mercado de las acciones) y la volatilidad del patrimonio o de las acciones. Este procedimiento se puede hacer de forma sencilla con una hoja de cálculo utilizando el complemento *Solver*. El proceso se describe a continuación.

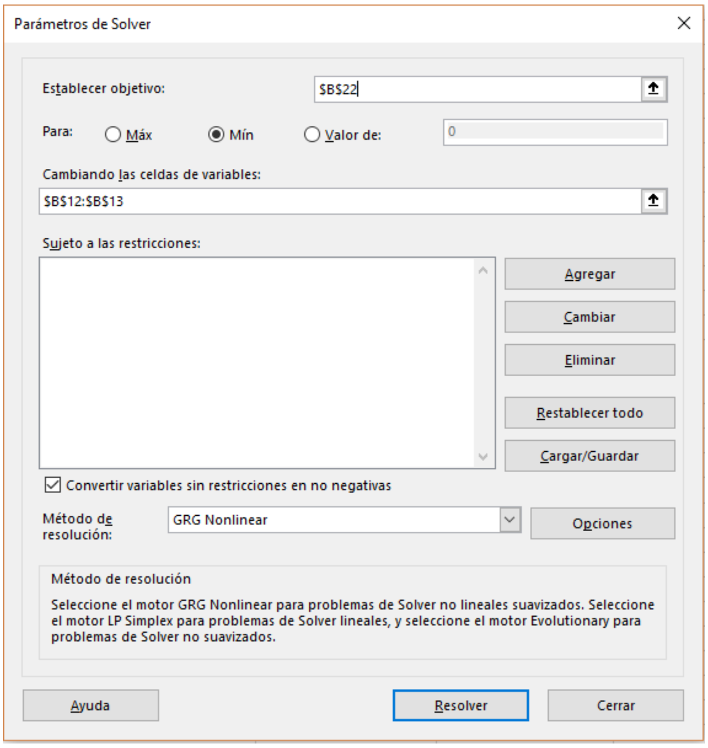
En primer lugar, introducimos los datos de partida. Para el valor del *equity* debemos utilizar el valor de mercado de las acciones y para el resto de las variables debemos tomar aquellas que hemos calculado en los apartados anteriores. Como punto de partida del proceso iterativo utilizamos como valor de los activos la suma de deuda (*liabilities)* y *equity*, y la volatilidad de los activos como la volatilidad de las acciones ponderada por el peso del *equity* sobre el total de activos.

	A	B	C	D	E
1					
2					
3	LÖFFER (T=0.92)			DATOS Banco P.	
4	Data/Assumptions			Mkt value of Equity	1,330
5	Equity value Et	1,330		Equity volatility sE	68.26%
6	Equity volatility sE	68.26%		Liabilities Lt	136,338
7	Liabilities Lt	136,338		Risk free rate r	0.326%
8	Risk free rate r	0.326%		Horizon (T-t)	0.924
9	Horizon (T-t)	0.840		1.29805314	61.38%
10			137,668.00	0.923689319	68.26%
11	Unknowns		0.006594546	0.549325499	65.59%
12	Asset Value At	137,668.00	(inital value: =B5+B7)		
13	Asset Volatility s	0.66%	(inital value: =B6*B5/B12)		
14					
15	Model Values from Black-Scholes formulae				
16	d1	2.06	=(LN(B12/B7)+(B8+B13^2/2)*B9)/(B13*B9^0.5)		
17	d2	2.06	=B16-B13*B9^0.5		
18	Equity value Et	1,708.818	=B12*DISTR.NORM.ESTAND(B16)-B7*EXP(-B8*B9)*DISTR.NORM.ESTAND(B17)		
19	Equity volatility sE	52.09%	=(B12/B18)*B13*DISTR.NORM.ESTAND(B16)		
20					
21	Objective: minimize deviation data – model				
22	Squared rel. errors	0.1372622	=(B18/B5-1)^2+(B19/B6-1)^2		

Anexo 5.1 Datos iniciales, técnica de Löffer.

Una vez tenemos la hoja con los datos deberemos utilizar *Solver* para, cambiando las celdas B12 y B13, hacer que B22 sea mínimo. B22 es el error cuadrático entre los valores observados para el *equity* y la volatilidad de las acciones y los valores que se obtienen mediante Black-Scholes. Lo que buscará el modelo será el valor y volatilidad de los activos que se corresponden con estas variables de mercado. Es por esto por lo que el método de Löffer obtiene los valores que el mercado asigna a los activos.

Ejecutamos *Solver* del siguiente modo:



Anexo 5.2 Configuración de *Solver*.

Y obtenemos los resultados:

	A	B	C	D	E
1					
2	LÖFFER (T=0.92)			DATOS Banco P.	
3					
4	Data/Assumptions			Mkt value of Equity	1,330
5	Equity value Et	1,330		Equity volatility sE	68.26%
6	Equity volatility sE	68.26%		Liabilities Lt	136,338
7	Liabilities Lt	136,338		Risk free rate r	0.326%
8	Risk free rate r	0.326%		Horizon (T-t)	0.924
9	Horizon (T-t)	0.840		1.29805314	61.38%
10			137,668.00	0.923689319	68.26%
11	Unknowns		0.006613818	0.549325499	65.59%
12	Asset Value At	137,266.85	(inital value: =B5+B7)		
13	Asset Volatility s	0.71%	(inital value: =B6*B5/B12)		
14					
15	Model Values from Black-Scholes formulae				
16	d1	1.46	=(LN(B12/B7)+(B8+B13^2/2)*B9)/(B13*B9^0.5)		
17	d2	1.46	=B16-B13*B9^0.5		
18	Equity value Et	1,330.389	=B12*DISTR.NORM.ESTAND(B16)-B7*EXP(-B8*B9)*DISTR.NORM.ESTAND(B17)		
19	Equity volatility sE	68.24%	=(B12/B18)*B13*DISTR.NORM.ESTAND(B16)		
20					
21	Objective: minimize deviation data – model				
22	Squared rel. errors	0.000000	=(B18/B5-1)^2+(B19/B6-1)^2		

Anexo 5.3 Resultados técnica de Löffer.

En este caso, y para una duración de la deuda de 0.924 años, la volatilidad de los activos es del 0.71% y el valor de los activos de 137,266.85 millones de euros.

Siguiendo el mismo procedimiento calculamos el valor de los activos para los otros plazos a vencimiento. Para ello cambiamos la celda E8 por el nuevo plazo, cambiamos también la volatilidad de las acciones por la que corresponde al plazo y volvemos a seguir el procedimiento. Para el caso del vencimiento a 0.55 años deberemos usar el tipo de interés libre de riesgo a 6 meses, del 0.147%, en lugar del 0.326% utilizado para los vencimientos a 1.3 y 0.92 años.

Los valores obtenidos son los siguientes:

Valor de los activos, V_0	σ_V	σ_e	T
137,281 €	0.62%	61.38%	1.298
137,267 €	0.71%	68.26%	0.924
137,478 €	0.68%	65.59%	0.549

Anexo 5.4 Resultados obtenidos mediante Löffer para distintos plazos al vencimiento (Miles de millones).

Anexo 6

En este anexo se desarrolla el procedimiento para obtener el valor de la deuda y los activos a partir de la contabilidad presentada por el Banco Santander el 30/06/2017. El documento en cuestión contiene los Estados Financieros Intermedios Resumidos a 30 de junio de 2017. Estos estados contables están elaborados para la sociedad Banco Popular Español, S.A. y por tanto no se encuentran consolidados.

En primer lugar, se han analizado los ajustes que el Banco Santander ha aplicado al balance del ejercicio 2016. Es importante tener en cuenta que el 3 de marzo de 2017 Banco Popular emitió un hecho relevante a la CNMV por el que corregía algunos defectos de la contabilidad de 2016. Los ajustes aplicados por Banco Santander parten de la contabilidad corregida por estos errores.

(Datos en miles de €)	30.06.217 aj.	31.12.216	VAR. %	VAR. Nominal
Efectivo, saldos en efectivo en bancos centrales y otros depósitos a la vista	7,588,817	2,288,949	232	5,299,868
Activos financieros mantenidos para negociar	1,842,468	2,136,411	-14	- 293,943
Activos financieros designados a valor razonable con cambios en resultados	-	-	0	-
Activos financieros disponibles para la venta	16,431,284	14,236,883	15	2,194,401
Instrumentos de patrimonio	193,756	424,280	-54	- 230,524
Valores representativos de deudas	16,237,528	13,812,603	18	2,424,925
Préstamos y partidas a cobrar	81,298,418	99,261,098	-18	- 17,962,680
Valores representativos de deudas	731,335	754,192	-3	- 22,857
Préstamos y anticipos	80,567,083	98,507,716	-18	- 17,940,633
Inversiones mantenidas hasta el vencimiento	-	4,583,511	-100	- 4,583,511
Valores representativos de deudas	-	4,583,511	-100	- 4,583,511
Derivados contabilidad de coberturas	222,814	269,847	-17	- 47,033
Cambios del valor razonable de los elementos cubiertos de una cartera con cobertura del riesgo tipo interés	249,862	265,519	-6	- 15,657
Inversiones en dependientes, negocios conjuntos y asociadas	6,817,288	3,249,452	110	3,567,836
Activos amparados por contratos de seguro o reaseguro				
Activos tangibles	331,222	791,769	-58	- 460,547
Inmovilizado material	237,081	264,711	-10	- 27,630
Inversiones inmobiliarias	94,141	527,058	-82	- 432,917
Activos intangibles	51,794	1,263,451	-96	- 1,211,657
Fondo de comercio	51,794	821,149	-94	- 769,355
Otros activos intangibles	-	442,302	-100	- 442,302
Activos por impuestos	4,341,329	5,508,396	-21	- 1,167,067
Otros activos	973,139	524,917	85	448,222
Activos no corrientes y grupos enajenables de elementos que se han clasificado como mantenidos para venta	1,911,208	3,093,567	-38	- 1,182,359
Total activo	122,059,643	137,473,770	-11	- 15,414,127
Pasivos financieros mantenidos para negociar	1,406,517	1,677,644	-16	- 271,127
Pasivos financieros designados a valor razonable con cambios en resultados	-	-	0	-
Pasivos financieros a coste amortizado	117,237,753	123,269,395	-5	- 6,031,642
Derivados contabilidad de coberturas	816,079	1,109,309	-26	- 293,230
Cambios del valor razonable de los elementos cubiertos de una cartera con cob	-	-	0	-
Pasivos amparados por contratos de seguro o reaseguro				
Provisiones	1,505,322	335,191	349	1,170,131
Pasivos por impuestos	144,389	279,119	-48	- 134,730
Capital social reembolsable a la vista	-	-	0	-
Otros pasivos	827,869	680,268	22	147,601
Pasivos incluidos en grupos enajenables de elementos que se han clasificado como mantenidos para la venta	-	-	0	-
Total pasivo	121,937,929	127,350,926	-4	- 5,412,997

Anexo 6.1 Estados financieros individuales a 31/12/16 y 30/06/17 (miles). Ajustes realizados por Banco Santander. Fuente: Elaboración propia mediante los Estados Financieros Intermedios Resumidos de Banco Popular Español, S.A.

La columna encabezada por "VAR. Nominal" representa el ajuste aplicado por el Banco Santander respecto al cierre de 2016.

Una vez analizados los ajustes se han eliminado aquellos que no proceden por tratarse de cambios relacionados con la resolución:

- En el caso del activo debemos ajustar el deterioro sobre el fondo de comercio, de 769,355 miles de euros. Este importe será sumado al montante del activo.

- Respecto al pasivo debemos hacer 2 ajustes. El primero de ellos, por 680 millones de euros, debe reducirse por tratarse de una provisión para el programa de fidelización que Banco Santander lanzó para los accionistas afectados por Banco Popular. El segundo ajuste consiste en añadir al pasivo los 2,031 millones de euros que figuraban como deuda subordinada y que fueron convertidos a capital mediante el proceso de resolución.

De esta forma obtenemos el valor de los activos y el valor de la deuda para Banco Popular. Sin embargo, esta información no es consolidada y hace referencia a la contabilidad individual de Banco Popular Español, S.A. Con la finalidad de contar con valores consolidados se ha utilizado la contabilidad anual consolidada a 31/12/16 y se han añadido las variaciones de magnitudes de la sociedad matriz. Este cálculo trata de introducir los ajustes por pérdidas realizados por Banco Santander en la contabilidad consolidada a la vez que se eliminan aquellos que guardan relación con la resolución del banco, pues lo que buscamos son los valores para el activo y la deuda antes de que el banco fuera comprado.

El valor del activo presentado por Banco Santander el 30/06/17 era de 122,059,643 miles de euros para la sociedad matriz. Este valor, respecto a la contabilidad individual reexpresada a 31/12/2016, presenta un ajuste de -15,414,127 miles de euros, puesto que a cierre de 2016 los activos eran de 137,473,770 miles de euros. A este ajuste debe añadirse el deterioro del fondo de comercio por 769,355 miles de euros, quedando en los -14,644,772 miles de euros. Podemos tomar el valor de los activos consolidados a 31/12/2016, de 147,685,800 miles de euros y, en un ejercicio de aproximación, deducir el ajuste para hallar el valor de los activos consolidados en el mes de junio.

Valor de los activos, V_0 individual, 30/06/2017		122,059,643 €
Valor de los activos, V_0 individual, 31/12/2016		137,473,770 €
Ajuste de Banco Santander	-	15,414,127 €
Reversión de ajustes		769,355 €
Valor de los activos, V_0 consolidados, 31/12/2016		147,685,800 €
Ajuste neto	-	14,644,772 €
Valor de los activos, V_0 consolidados, 30/06/2017		133,041,028 €

Anexo 6.2 Tasación del activo basada en los criterios de Banco Santander a 30/06/17 (miles).

El valor de los activos es, por tanto, de 133,041,028 miles de euros.

Respecto a los pasivos actuamos de la misma forma. Tomamos el ajuste realizado por el Banco Santander, de -5,412,997 miles de euros en total, y añadimos los 2,031,000 miles de euros de la conversión a capital. A su vez debemos minorar por los -680 millones provisionados para el programa de fidelización. El ajuste queda en -4,061,997 miles de euros y por tanto el valor de la deuda consolidada, que era de 136,838,695 miles de euros a 31/12/2016 es de 132,776,698 miles de euros en el mes de junio.

Valor de la deuda, D individual, 30/06/2017		121,937,929 €
Valor de la deuda, D individual, 31/12/2017		127,350,926 €
Ajuste de Banco Santander	-	5,412,997 €
Reversión de ajustes		1,351,000 €
Valor de la deuda, D consolidada, 31/12/2017		136,838,695 €
Ajuste neto	-	4,061,997 €
Valor de la deuda, D consolidada, 30/06/2017		132,776,698 €

Anexo 6.3 Valor de la deuda basado en los criterios de Banco Santander a 30/06/17 (miles).