

UNITATS 3, 4, i 5: INTERVAL DE PROBABILITAT, INTERVAL DE CONFIANÇA I DETERMINACIÓ DE LA GRANDÀRIA DE MOSTRA.

Situació 1

1. La puntuació en el component mental de l'escala de qualitat de vida relacionada amb la salut (QVRS) es distribueix segons el model de la llei normal amb mitjana 47 i variància 110,25 punts². Tenint en compte aquesta informació, ¿entre quins valors hauria d'estar aquesta mitjana a la nostra mostra si es vol treballar amb un α del 1%?

$$\mu = 47$$

$$\sigma^2 = 110,25 \text{ punts}^2 \rightarrow \sigma = 10,5 \text{ punts}$$

$$\alpha = 0,01 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,575829$$

$$n = 30$$

Interval de probabilitat de mitjanes

$$IP \rightarrow \mu \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 47 \pm 2,5758 \cdot \frac{10,5}{\sqrt{30}} \rightarrow 42,06 \div 51,94$$

A la nostra mostra la mitjana hauria d'estar entre 42,06 i 51,94 amb un α del 1%.

2. ¿Entre quins valors estarà la mitjana de la puntuació en el component físic en de l'escala de qualitat de vida relacionada amb la salut (QVRS) a la població origen de la nostra mostra si es vol treballar amb un nivell de confiança del 98%?

$$\bar{x} = 59,53$$

$$s = 3,56 \text{ punts}$$

$$\alpha = 0,02 \rightarrow t_{(\alpha/2, 29 \text{ g. ll.})} = 2,462021$$

$$n = 30$$

Interval de confiança de mitjanes

$$IC \rightarrow \bar{x} \pm t_{(\frac{\alpha}{2}, v)} \frac{s}{\sqrt{n}} \rightarrow 59,53 \pm 2,462 \cdot \frac{3,56}{\sqrt{30}} \rightarrow 57,93 \div 61,13$$

La mitjana de la puntuació en el component físic en de l'escala de qualitat de vida relacionada amb la salut (QVRS) a la població origen de la nostra mostra hauria d'estar entre 57,93 i 61,13 amb un NC del 98%.

3. Es vol determinar la proporció de persones amb dependència a la nicotina entre els fumadors. ¿Amb quina grandària de mostra s'hauria de treballar per dur a terme aquest estudi si es vol treballar amb un α del 5% i una precisió del 4%?

$$n = ?$$

$$\pi = 0,5 \text{ (màxima indeterminació)}$$

$$\alpha = 0,05 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$e = 0,04$$

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 \pi \cdot (1 - \pi)}{e^2} = \frac{1,96^2 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)}{0,04^2} = 600,22794 \rightarrow 601$$

La grandària de mostra amb la que s'hauria de treballar és de 601 individus.

4. Amb quina grandària de mostra s'hauria de treballar per determinar la mitjana d'edat d'inici a fumar si es vol treballar amb un α del 1% i una precisió de 0,5 anys?

$$n = ?$$

$$\alpha = 0,01 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,575829$$

$$e = 0,5$$

$$\bar{x} = 16,059; s = 1,48 \text{ punts}$$

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 \sigma^2}{e^2} = \frac{2,575829^2 \cdot 1,48^2}{0,5^2} = 58,12231 \rightarrow 59$$

La grandària de mostra amb la que s'hauria de treballar és de 59 individus.

5. La proporció de persones fumadores a la població origen de la mostra és de 0,36. ¿Entre quins valors hauria d'estar aquesta proporció a la nostra mostra si es vol treballar amb un α del 2%?

$$\pi = 0,36$$

$$\alpha = 0,02 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,326348$$

$$n = 30$$

Interval de probabilitat de proporcions

$$\text{C.A.} \rightarrow n \cdot \pi = 30 \cdot 0,36 = 10,8$$

$$n \cdot (1 - \pi) = 30 \cdot (1 - 0,36) = 19,2$$

$$IP \rightarrow \pi \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \rightarrow 0,36 \pm 2,3263 \cdot \sqrt{\frac{0,36 \cdot (1 - 0,36)}{30}}$$

$$\rightarrow 0,1561 \div 0,5639$$

A la nostra mostra la proporció hauria d'estar entre 0,1561 i 0,5639 amb un α del 2%.

6. ¿Entre quins valors estarà la proporció de persones que tenen intenció de deixar de fumar entre les persones fumadores a la població origen de la mostra si es vol treballar amb un nivell de confiança del 99%?

$$p = 7/17 = 0,41176471$$

$$NC = 99\% \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,575829$$

$$n = 17$$

Interval de confiança de proporcions

$$IC \rightarrow p \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \rightarrow 0,4118 \pm 2,575829 \cdot \sqrt{\frac{0,4118 \cdot (1 - 0,4118)}{17}}$$

$$\rightarrow 0,1043 \div 0,7193$$

$$C.A. \rightarrow n \cdot \hat{\pi}_l = 17 \cdot 0,1041 = 1,7737$$

$$n \cdot (1 - \hat{\pi}_l) = 17 \cdot (1 - 0,1043) = 15,2263$$

$$n \cdot \hat{\pi}_s = 17 \cdot 0,7193 = 12,2275$$

$$n \cdot (1 - \hat{\pi}_s) = 17 \cdot (1 - 0,7193) = 4,7725$$

No es pot interpretar els valors obtinguts donat que no es compleix la condició d'aplicació, i per tant s'hauria d'obtenir aquest interval de confiança a partir de la distribució binomial.

Situació 2

7. L'edat del cuidador familiar d'una persona amb diagnòstic de demència tipus Alzheimer es distribueix segons el model de la llei normal amb mitjana 63 anys i variància de 29,16 anys². Tenint en compte aquesta informació, ¿entre quins valors hauria d'estar aquesta mitjana a la nostra mostra si es vol treballar amb un α del 1%?

$$\mu = 63 \text{ anys}$$

$$\sigma^2 = 29,16 \text{ anys}^2 \rightarrow \sigma = 5,4 \text{ anys}$$

$$\alpha = 0,01 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,575829$$

$$n = 30$$

Interval de probabilitat de mitjanes

$$IP \rightarrow \mu \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 63 \pm 2,5758 \cdot \frac{5,4}{\sqrt{30}} \rightarrow 60,4605 \div 65,5395$$

A la nostra mostra la mitjana hauria d'estar entre 60,46 i 65,54 amb un α del 1%.

8. La proporció de cuidadors familiars de classe social baixa a la població de cuidadors familiars és de 0,27. Tenint en compte aquesta informació, ¿entre quins valors hauria d'estar aquesta proporció a la nostra mostra si es vol treballar amb un α del 5%?

$$\pi = 0,27$$

$$\alpha = 0,05 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$n = 30$$

Interval de probabilitat de proporcions

$$\text{C.A.} \rightarrow n \cdot \pi = 30 \cdot 0,27 = 8,1$$

$$n \cdot (1 - \pi) = 30 \cdot (1 - 0,27) = 21,9$$

$$\begin{aligned} IP \rightarrow \pi \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} &\rightarrow 0,27 \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,27 \cdot (1 - 0,27)}{30}} \\ &\rightarrow 0,1111 \div 0,4289 \end{aligned}$$

A la nostra mostra la proporció hauria d'estar entre 0,1111 i 0,4289 amb un α del 5%.

9. ¿Entre quins valors hauria d'estar la mitjana del número d'episodis ansiosos, durant un any abans d'un procés de suport terapèutic, entre els cuidadors familiars de persones amb un diagnòstic de demència tipus Alzheimer a la població origen de la mostra si es vol treballar amb un nivell de confiança del 97%?

$$\bar{x} = 4,66666 \text{ episodis}$$

$$s = 2,998 \text{ episodis}$$

$$\text{NC} = 97\% \rightarrow \alpha = 0,03 \rightarrow t_{(\alpha/2, 29 \text{ g.l.})} = 2,282175$$

$$n = 30$$

Interval de confiança de mitjanes

$$IC \rightarrow \bar{x} \pm t_{(\frac{\alpha}{2}, v)} \frac{s}{\sqrt{n}} \rightarrow 4,67 \pm 2,2822 \cdot \frac{2,998}{\sqrt{30}} \rightarrow 3,4208 \div 5,9192$$

La mitjana del número d'episodis ansiosos, durant un any abans d'un procés de suport terapèutic, entre els cuidadors familiars de persones amb un diagnòstic de demència tipus Alzheimer a la població origen de la nostra mostra hauria d'estar entre 3,4208 i 5,9192 episodis amb un NC del 97%.

10. Determini amb quina grandària de mostra s'hauria de treballar per determinar la proporció de dones entre els cuidadors familiars de persones amb diagnòstic de demència tipus Alzheimer si es vol treballar amb un α del 3% i una precisió del 2,5%.

$$n = ?$$

$$\pi = 0,5 \text{ (màxima indeterminació)}$$

$$\alpha = 0,03 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,17$$

$$e = 0,025$$

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 \pi \cdot (1 - \pi)}{e^2} = \frac{2,17^2 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)}{0,025^2} = 1883,7169 \rightarrow 1884$$

La grandària de mostra amb la que s'hauria de treballar és de 1884 individus.

11. ¿Entre quins valors hauria d'estar la mitjana de la puntuació en l'escala de dol anticipat Zarit a la població origen de la mostra si es vol treballar amb un nivell de confiança del 98%?

$$\bar{x} = 44,7 \text{ punts}$$

$$s = 22,34394 \text{ punts}$$

$$\text{NC} = 98\% \rightarrow \alpha = 0,02 \rightarrow t_{(\alpha/2, 29 \text{ g.l.})} = 2,462021$$

$$n = 30$$

Interval de confiança de mitjanes

$$IC \rightarrow \bar{x} \pm t_{(\frac{\alpha}{2}, v)} \frac{s}{\sqrt{n}} \rightarrow 44,7 \pm 2,462 \cdot \frac{22,34394}{\sqrt{30}} \rightarrow 34,6564 \div 54,7436$$

La mitjana de la puntuació en l'escala de dol anticipat Zarit a la població origen de la nostra mostra hauria d'estar entre 34,6564 i 54,7436 episodis amb un NC del 98%.

12. ¿Entre quins valors hauria d'estar la proporció de cuidadors familiars de persones amb diagnòstic de demència tipus Alzheimer que tenen un nivell educatiu de 5 punts si es vol treballar amb un nivell de confiança del 99%?

$$p = 21/30 = 0,7$$

$$\text{NC} = 99\% \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,575829$$

$$n = 30$$

Interval de confiança de proporcions

$$IC \rightarrow p \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \rightarrow 0,7 \pm 2,575829 \cdot \sqrt{\frac{0,7 \cdot (1-0,7)}{30}}$$

$$\rightarrow 0,4845 \div 0,9155$$

$$\text{C.A.} \rightarrow n \cdot \hat{\pi}_l = 30 \cdot 0,4845 = 14,5347$$

$$n \cdot (1 - \hat{\pi}_l) = 30 \cdot (1 - 0,4845) = 15,4653$$

$$n \cdot \hat{\pi}_s = 30 \cdot 0,9155 = 27,4653$$

$$n \cdot (1 - \hat{\pi}_s) = 30 \cdot (1 - 0,9155) = 2,5347$$

No es pot interpretar els valors obtinguts donat que no es compleix la condició d'aplicació, i per tant s'hauria d'obtenir aquest interval de confiança a partir de la distribució binomial.