Dels fissurers de lleves als falcons pelegrins

Joaquim Ortega Cerdà

9 de novembre de 2014

A finals dels anys 70 i començament dels 80 va haver-hi una revolució tècnica en el mon de l'escalada. La introducció dels fissurers de lleves que va disparar el nivell de dificultat assolible en escalada lliure en roca i va desplaçar l'us de instruments més agressius amb la roca com ara els pitons. Els primers "friends" els va dissenyar i utilitzar Ray Jardine a Yosemite. Quin és el principi que els fa tan versàtils als "friends" i als seus successors?

La clau del seu èxit la podem trobar en la Secció 8 de la seva patent on diu: "La superfície de la lleva té una forma de manera que, quan es situa en una fissura, la línia que passa pel punt de contacte entre la lleva i la paret i l'eix del fissurer forma un angle constant amb el fissurer sigui quin sigui l'apertura d'aquest". Que vol dir Jardine amb això de que l'angle és constant i no importa

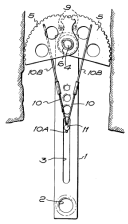

Figura 1: Esquema amb que Jardine acompanya la seva patent

l'apertura del fissurer? Quina importància té això?. Veiem un dibuix més esquemàtic per entendre-ho.

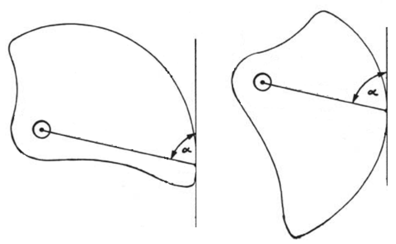

Figura 2: Fissurer en dues apertures diferents

En aquesta figura tenim el fissurer amb dues apertures diferents. En totes dues l'angle α és el mateix.

Veiem perquè és important aquesta quantitat. En l'anàlisi de les forces que actuen sobre el fissurer en el punt de contacte del fissurer amb la roca hi actuen dues forces. Una és la força del pes que penja del fissurer i que tiba cap a baix. L'altra és la força del fregament entre el fissurer i la roca. Un anàlisi senzill mostra que la força de fregament té una magnitud de $Pc/\tan(\pi/2-\alpha)$ on P és el pes que penja del fissurer i c és el coeficient de fregament entre l'alumini i la roca (aproximadament $c \simeq 0.3$). Òbviament volem que la força de fregament sigui més gran que la força del pes, per tal que el fissurer no llisqui en la roca. És a dir que volem que $c > \tan(\pi/2-\alpha)$. Això porta a que hem de dissenyar un fissurer de manera que l'angle α del dibuix sigui més gran que 73 graus. Els friends actuals tenen uns angles propers a 76 graus.

La gràcia de aquest càlcul és que és el mateix càlcul sigui quina sigui l'apertura del fissurer. Si l'angle α canvies segons l'apertura i en algun moment fos més petit de 73 graus, el fissurer lliscaria. Com aconseguir doncs donar forma a la lleva per tal de mantenir l'angle α constant a 76 graus?

La solució d'aquest problema la podem trobar en una làpida a la catedral de Basilea. És la tomba del matemàtic suís Jakob Bernoulli (1654–1705) que reproduïm en la figura 3.

Figura 3: La tomba de Bernoulli

En la part inferior de la làpida veiem una espiral amb la frase *Eadem mutata resurgo* que vol dir aproximadament "havent canviat resorgeixo de nou igual". Això ho va fer gravar la seva dona Judith Stupanus, i fa referència a una propietat d'una corba que va fascinar en Jakob Bernoulli en el decurs de la seva recerca. Es tracta de la que ell anomenava "Spira Mirabilis" i que actualment es coneix com a espiral logarítmica o de vegades espiral de Bernoulli. Malauradament l'artesà que va fer la làpida no tenia gaire traça i va dibuixar una espiral arquimediana enlloc d'una Spira Mirabilis. L'aspecte que té de debò una espiral de Bernoulli és com en la figura 4.

La seva equació en coordenades polars és $r = e^{b\theta}$ on r denota la distància d'un punt de la corba a l'origen i θ denota l'angle respecte a l'eix de les abscisses. Té una propietat característica que és la següent. Si prenem un punt qualsevol de la corba, l'angle que forma la recta que passa pel centre i aquest

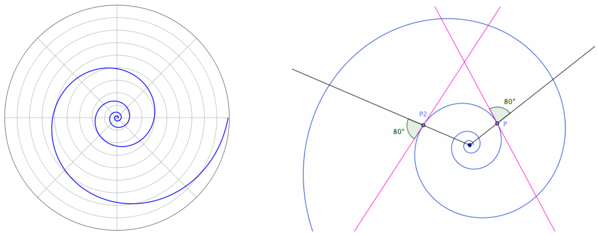

Figura 4: La espiral logarítmica i la propietat equiangular

punt amb la recta tangent a la corba és sempre el mateix, independentment del punt triat. Per això també es coneix com a espiral equiangular i aquesta propietat es veu clarament en la figura 4. L'angle que forma el radi i la tangent depèn del paràmetre b de l'equació i no pas del punt de la corba. Ajustant aquest paràmetre aconseguim corbes que formen el perfil del fissurer. Poc s'ho imaginava en Bernoulli que la seva corba favorita donaria forma a friends, aliens i camalots!

En Ray Jardine havia treballat en la industria aeroespacial durant tres anys abans de dissenyar els "friends" i coneixia be les propietats de la espiral logarítmica. Potser en les seves escalades a Colorado als 70 va tenir la oportunitat de veure en directe el vol del falcó pelegrí.

El falcó és un au rapinyaire caracteritzada per la velocitat extraordinària, superior als 300km/h que assoleix quan fa un picat en el moment de caça una peça. Té una visió molt bona que li permet veure ocells de la mida d'un tord o una merla a 1500m de distància. En la retina dels ulls del falcó hi ha una regió, anomenada fòvea òptica on hi ha la màxima concentració de cons. És una regió on la resolució de les imatges que el falcó percep és màxima. La línia de visió en màxima resolució que enfoca directament a la fòvea és a uns 40 graus respecte del bec com veiem en el esquema:

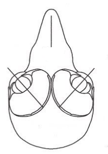

Figura 5: Cap del falcó amb la direcció de màxima resolució

Això permet al falcó tenir un camp de visió molt ampli per veure possibles preses de molt lluny però li planteja un problema a l'hora de caçar. Si fa un picat directe cap a la presa i mira cap endavant amb visió binocular no veu ni de bon tros un ocell petit a 1500 metres. Per veure-ho hauria de girar el cap a dreta o esquerra de manera que la línia de visió de la fòvea apuntes directament en la direcció de vol. Això no ho fa mai el falcó perquè girar el cap fa que el coeficient de fregament aerodinàmic es multipliqui per dos i no pot assolir aleshores la velocitat fantàstica que requereix per caçar. Ha d'adoptar una postura molt aerodinàmica amb les ales retraigudes, mirant d'oferir molt poca resistència, com els ciclistes de pista.

La estratègia del falcó és diferent. El que fa és que durant una regió d'aproximació fa una trajectòria en corba mantenint el cap recte i tota la estona la presa enfocada en la direcció de 40 graus respecte del vol, mantenint el tord en la zona de màxima visualització i només quan ja es troba a prop de la presa i ja la pot veure en línia recta corregeix la trajectòria i va directe cap a ella a gran velocitat com indiquem en la figura 6.

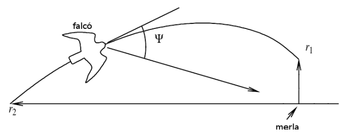

Figura 6: Vol del falcó.

Es a dir, la trajectòria del falcó pelegrí és una corba de manera que la tangent a un punt de la corba (la direcció de vol) i una recta entre el punt i la presa (la línia de visió del falcó) és de angle fixa. Aquesta és justament la propietat equiangular de la "Spira Mirabilis".

Veiem doncs que el perfil de la lleva d'un fissurer i la trajectòria de vol d'un falcó pelegrí son la mateixa corba, aquella que va estudiar en Bernoulli i Descartes 300 anys abans de la invenció del fissurer.

És un dels molts exemples de invencions humanes (el fissurer) i fenòmens naturals (el vol del falcó) que tenen característiques comuns. El tòpic diu que els humans imitem la natura, però més aviat el que passa és que la natura i els humans exploten les simetries i la estructura presents en unes equacions Matemàtiques.

Referències

[1] Dave Custer. *An Elastic Model of the Holding Power of Spring Loaded Camming Devices Used as Rock Climbing Anchors.* (1998)

[2] Raymond D. Jardine ,Patent USA 4.184.657, 22 de gener de 1980, dipositada el 30 de maig de 1978.

[3] John Middendorf *Cams, a technical review* (1985).

[4] V. Tucker, A. Tucker, K. Akers i J. Enderson, *Curved flight paths and sideways vision in Peregrine falcons (Falco Peregrinus)*, The Journal of Experimental Biology **203** (2000), pp 3755–3763.