

¿CÓMO EVALUAR EL POTENCIAL DE CREATIVIDAD MATEMÁTICA EN EL DISEÑO DE UNIDADES DIDÁCTICAS? PROPUESTA DE HERRAMIENTAS Y SU USO EN EL CASO DE C-UNIDADES

Berta Barquero; Vicenç Font; Mario Barajas

Facultad de Educación, Universidad de Barcelona (España)

bbarquero@ub.edu, vfont@ub.edu, ma.barajas@gmail.com

RESUMEN: Esta investigación se centra en el proceso de diseño y evaluación de propuestas didácticas que se proponen promover la creatividad matemática (CM), las denominadas c-unidades. Dicho diseño, desarrollado en el marco del proyecto europeo MCSquared y en manos de equipos mixtos de diseñadores, es seguido por la evaluación del potencial que estas c-unidades presentan en promover la CM en sus futuras experimentaciones. En este trabajo nos centramos en presentar algunas de las herramientas diseñadas por los equipos investigadores del proyecto, y cómo estas se van transformando en los ciclos consecutivos de diseño de c-unidades, así como de la interacción entre los distintos equipos de diseñadores.

Palabras clave: creatividad matemática, diseño, c-unidad, evaluación

ABSTRACT: This research focuses on the design and evaluation process of didactic proposals that are set out to promote mathematical creativity (MC), the so-called c-units. This design, developed in the framework of the MCSquared European project and by mixed teams of designers, is followed by the evaluation of the c-units potential to foster MC in their future experiments. In this paper, we focus on presenting some of the tools designed by the project research teams, and how they are being transformed in consecutive cycles of c-unit design, as well as the interaction between different teams of designers.

Key words: creativity, mathematics, design, c-unit, evaluation

■ Introducción

Nuestro trabajo parte del diseño colaborativo de un nuevo tipo de recurso educativo digital, las denominadas *c*-unidades (*c* en referencia a creatividad) que se han desarrollado en el contexto del proyecto europeo ‘MC Squared’. Este proyecto se propone, en primer lugar, el diseño y desarrollo de un entorno digital (los *c*-libros) que pueda servir de apoyo para la interacción de distintas comunidades involucradas en la enseñanza de las matemáticas y, en segundo lugar, el diseño y evaluación de los recursos didácticos innovadores (en este caso, el de las *c*-unidades) para promover la *creatividad matemática* y el *pensamiento matemático creativo* en la enseñanza de las matemáticas en los distintos niveles educativos (Mc Squared, s.f. a). En dicho proyecto han participado cuatro equipos responsables del diseño de unidades (España, Francia, Grecia y Reino Unido), los cuales han formado localmente sus equipos de diseñadores, las denominadas *comunidades de interés* (Cdl) (Fisher, 2001) que se han encargado del diseño y evaluación de las *c*-unidades en tres ciclos consecutivos de diseño (de Enero 2014 hasta Enero 2016) a la vez que, los equipos de investigación, han desarrollado y testado las herramientas tecnológicas y metodológicas necesarias. En términos generales, la configuración de estas Cdl ha incluido miembros con distintos perfiles profesionales y de formación. En nuestro caso, unas 20 personas han formado nuestra Cdl local, entre las cuales han intervenido personas con perfiles diversos: profesores de Primaria y Secundaria, investigadores en Educación Matemática o de otros ámbitos de conocimiento (análisis, investigación operativa), desarrolladores de tecnología educativa o miembros de editoriales, entre otros.

El proceso de diseño y evaluación de una *c*-unidad ha sido cíclico y compuesto por distintas fases: (1) formación del equipo mixto de diseñadores (5-7 miembros) y acuerdo del ‘protodiseño’ de la *c*-unidad y de los criterios de diseño a tomar en consideración, (2) diseño y revisión interna de la *c*-unidad en la plataforma del *c*-libro, y (3) evaluación final del potencial que tiene la *c*-unidad para promover la *creatividad matemática* y el PMC, en la cual se incorporaban miembros de la Cdl no participantes de su diseño. En este trabajo nos centramos más concretamente en las etapas de evaluación de las *c*-unidades y en tratar el problema de investigación que puede formularse en los términos siguientes: *¿Qué herramientas de evaluación se pueden considerar para evaluar el potencial de creatividad matemática que presentan las c-unidades diseñadas?*

A continuación se presentan los fundamentos teóricos y metodológicos en los que se basa la creación y uso de las herramientas de evaluación del potencial de *creatividad matemática*. Mostraremos también cómo estas herramientas han ido evolucionando y transformándose a medida que se avanzaba en el diseño y evaluación de *c*-unidades, tanto en las producciones de una misma Cdl, en nuestro caso la española, como cuando se ha colaborado con otras Cdl en el co-diseño y co-evaluación de *c*-unidades (Barquero, Papadopoulos, Barajas & Kynigos, 2015). Nos centraremos entonces en el caso de algunas *c*-unidades desarrolladas en el segundo y tercer ciclo de producción de las Cdl, para poder ejemplificar algunos de los criterios considerados y de las características de su proceso de diseño, del producto final generado y de los resultados de evaluación sobre su potencial creativo.

■ Componentes teóricas y primera propuesta de herramientas de evaluación de la CM

El análisis y la evaluación de cómo y hasta qué punto las c-unidades permitían promover la creatividad matemática y del pensamiento matemático creativo ha sido una de las tareas centrales del proyecto MCSquared. Esta evaluación se ha aproximado desde distintos niveles de actuación, aunque entre ellos complementarios.

En primer lugar, y correspondiendo a los primeros ciclos de producción de c-unidades, los equipos internos de investigación se centraron en indagar en las concepciones sobre la creatividad matemática y el PMC de los miembros de la Cdl (cada Cdl independientemente) y cómo estas concepciones han impactado en la consideración y definición de criterios de diseño de las c-unidades (Papadopoulos et al., 2015). En relación a la Cdl española, se abordaron intensamente las tareas relativas a este primer nivel de análisis durante el primer ciclo de producción de unidades (Barquero, Richter, Font & Barajas, 2014). Más concretamente, nos centramos en identificar las concepciones de PMC que presentaban los diseñadores a partir de la elaboración de una encuesta que recogía una gran variedad de interpretaciones descritas en la literatura sobre CM y sobre la promoción del PMC (Bolden, Harries & Newton, 2010; Leikin et al., 2013; entre otros), como también confrontarlas con los criterios de diseño y de evaluación que tomaban en consideración en las dos c-unidades que se diseñaron dentro de este primer ciclo. En este primer ciclo de producción de c-unidades, se prestó especial atención en recoger los criterios de diseño que se acordaban para el diseño de cada c-unidad, así como se empezó a categorizar a qué dimensiones o procesos de la actividad matemática correspondían estos criterios. En la tabla 1 hay algunos ejemplos de los criterios de diseño que, en el caso de la c-unidad sobre el comportamiento viral de las redes sociales producida en el ciclo 1, el subgrupo de la Cdl acordó para el posterior diseño de la c-unidad – ver referencias para el enlace a la versión completa de la unidad (MC Squared, s. f. *b* y *c*) –, además de la referencia a las distintas dimensiones de la actividad matemática a las que, según el equipo interno de investigación, se referían.

Tabla 1. Ejemplo de criterios de diseño acordados por el grupo de diseñadores de la c-unidad: “Comportamiento viral de las redes sociales”

c-unidad del ciclo 1: Comportamiento viral de las redes sociales

1. *Partir del planteo de problemas y cuestiones ‘reales’ y ‘verdaderas’* [problematización, conexiones extra-matemáticas]
2. *Una pregunta abierta en el punto de partida de la actividad que genere y articule toda la unidad* [problematización, articulación]
3. *Dividir o descomponer la pregunta inicial en nuevas (sub)cuestiones más concretas (de complejidad creciente) que guíen el estudio de cada fase* [análisis-síntesis]
4. *Integrar dentro de la unidad preguntas y herramientas para evaluar y validar las respuestas parciales de los estudiantes* [validación-evaluación]
5. *Integración, uso y combinación de las herramientas tecnológicas como medios de exploración y contraste* [exploración, contraste y evaluación]

Al finalizar este segundo ciclo, el equipo interno de investigación analizó las distintas unidades producidas en los dos primeros ciclos (2 en el primero, 4 en el segundo) y, más concretamente, los criterios de diseño que se habían explicitado y cómo estos se habían transformado e integrado en las c-unidades. Estos análisis pusieron de manifiesto importantes aspectos. En primer lugar, cuando los miembros de la Cdl se proponen explicitar los criterios de diseño y de evaluación del potencial en promover la creatividad, raramente se refieren directamente a la CM o al PMC, si no que recurren a descomponer estos complejos conceptos en *distintas dimensiones* o *procesos de la actividad matemática* cuya integración a través del diseño de tareas ayudaría a promover la CM. Se detectan distintos procesos y dimensiones que aparecen con mucha frecuencia como, por ejemplo: (a) *problematización* o *formulación de cuestiones*: incorporar cuestiones que permitan problematizar el conocimiento de los estudiantes o incorporar espacios donde los estudiantes puedan plantear nuevas cuestiones); (b) *combinación de representaciones*: explorar, formalizar y combinar diferentes representaciones de los objetos o conceptos matemáticos; (c) *conexiones intra- y extra-matemáticas*: establecer conexiones extra- o intra-matemáticas entre las cuestiones planteadas o las herramientas o modelos usados; (d) *evaluación* o *validación*: ofrecer herramientas para que los estudiantes puedan evaluar o validar sus propuestas. Este propuesta de descomposición en términos de dimensiones o categorías a considerar se basó en los trabajos desarrollados en dos marcos teóricos principales, el del enfoque ontosemiótico (ver, por ejemplo, Malaspina & Font, 2010; Font, 2007; Sala, 2016) y en de la teoría antropológica de los didáctico con la consideración de los momentos didácticos (Bosch & Gascón, 2014).

En segundo lugar, hay la suposición compartida que la CM será promovida y emergerá de la rica *interacción* e *integración de las distintas dimensiones* o *procesos*. Por ello, se propone evaluar el potencial de creatividad de los recursos analizados a través de la descripción y cuantificación de las

distintas dimensiones. Partiendo así de este análisis, se propusieron las primeras herramientas de evaluación (cualitativa y cuantitativa) del potencial de CM, que fueron acordadas por toda la Cdl local y particularizada para cada c-unidad que se iba a diseñar y evaluar. Es decir, una vez el equipo de diseñadores de una c-unidad concreta había acordado los criterios de diseño de la c-unidad, el equipo interno de investigadores analizaba las dimensiones o procesos que se proponían integrar (normalmente unas 6-8 dimensiones) y, a partir de aquí, se acordaban las dimensiones o procesos que se iban a considerar para su evaluación, así como sus indicadores.

Una vez finalizado el diseño, se solicitaba al equipo de evaluadores, que solía involucrar miembros de la Cdl que no habían participado en el diseño, valorar cada dimensión con una escala entre 1 (= integración débil de la dimensión) y 4 (= integración fuerte de la dimensión) dependiendo del grado de acuerdo sobre la integración de esta dimensión en la forma final de la unidad. La Figura 1 muestra un ejemplo de evaluación del potencial de PMC en una c-unidad producida al finalizar el segundo ciclo, a partir de su descomposición en términos de los distintos procesos o dimensiones matemáticas.

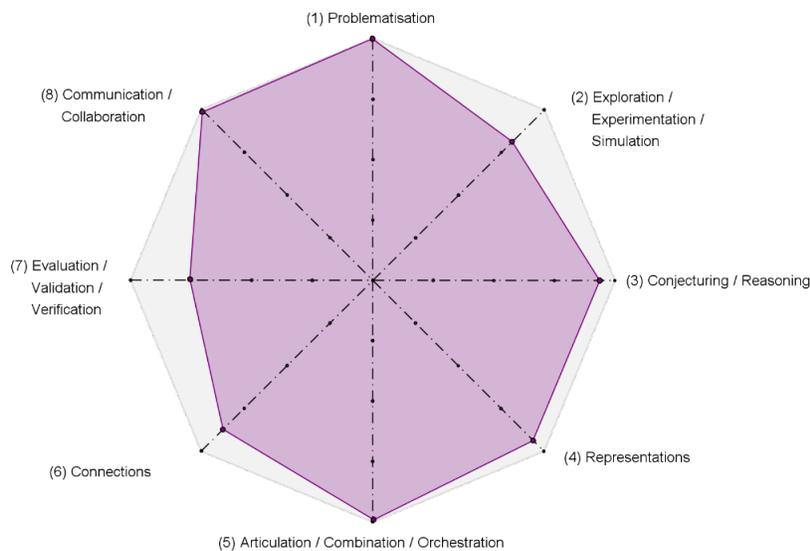


Figura 1. Dimensiones seleccionadas para la evaluación del potencial de CM de dos c-unidades y representación de su resultado cuantitativo

En ellas, cada vértice se obtiene a partir de la puntuación media de cada categoría (donde la puntuación mínima es el centro del polígono regular y la puntuación máxima es cada uno de sus vértices). Así, su representación nos permite fácilmente ver aquellas dimensiones que han sido mejor (o peor) integradas en el diseño final (a través de la longitud de las aristas del polígono) y la proporción

del polígono interior respecto al exterior da una primera descripción gráfica-numérica del potencial del PMC de cada c-unidad. Además de esta valoración cuantitativa, se solicitaba a los evaluadores que argumentaran su valoración numérica, indicando el porqué de su decisión y situaran las actividades concretas de la c-unidad que acompañara a sus explicaciones. Estas evaluaciones aportaron información sobre, por un lado, qué caracterizaba cada una de las dimensiones, indicando nuevos puntos de mejora de las c-unidades y, por otro lado, permitía que la Cdl construyera un significado e interpretación común sobre la CM y de cómo promoverla a través de diseño de tareas.

■ Enriquecimiento de las herramientas de evaluación de la CM

El segundo nivel de análisis y de desarrollo de las herramientas para evaluar el potencial de CM aparece ligado a otro de los objetivos del proyecto que ha sido que las Cdl colaboraran dos a dos en la adopción y el rediseño de c-unidades, junto con su pre-evaluación, en el momento en el que se intercambian unidades entre los dos equipos distintos de diseñadores, y la post-evaluación, una vez terminado el rediseño de una c-unidad (para más detalles ver Barquero et al., 2016). Ante estas tareas de co-diseño y co-evaluación entre dos Cdl, aparece la necesidad de confrontar y coordinar las herramientas de evaluación, propuestas independientemente por cada una de las Cdl. Este segundo nivel de análisis llevó a buscar finalmente una herramienta común de evaluación del potencial de CM que tomó forma de cuestionario que combinaba, en la medida de lo posible, criterios comunes de evaluación propuestos por los cuatro equipos investigadores. El diseño de este cuestionario es una de las principales contribuciones frente a la cuestión de investigación planteada.

Este cuestionario quedó compuesto por tres secciones. La primera sección, que corresponde a la más extensa, se centra en evaluar en qué grado se integran los distintos procesos o dimensiones para la promoción de la CM y el PMC. Después de analizar cuáles eran las distintas dimensiones que las cuatro Cdl destacaban e integraban en los diseños de c-unidades, se decidió integrar un total de cinco procesos o dimensiones y que se podrían etiquetar bajo las siguientes cinco categorías: una de más genérica, sobre el grado de (1) *Apertura* (de los problemas propuestos y herramientas previstas), *Versatilidad* (capacidad de adaptación de la c-unidad a distintos niveles) y *Generalización*; las otras categorías consideradas son (2) *Problematización*, (3) *Conexiones*, (4) *Conjeturar y Explorar*, y (5) *Validar y evaluar*. Cabe comentar que esta categorización reduce las dimensiones con las que el equipo español había trabajado en ciclos anteriores pero debemos destacar el importante trabajo en detectar y seleccionar aquellas que eran comunes en los cuatro equipos, eso sí que siempre permitiendo que cada equipo que usara el cuestionario de evaluación lo adaptara a la realidad de su Cdl, es decir, añadiendo los indicadores que considerase o modificando la formulación de los existentes.

En la primera parte del cuestionario hay 14 ítems a valorar que corresponden a afirmaciones que definen los indicadores que caracterizan cada categoría. Por ejemplo, en relación a las (3) *Conexiones*, encontramos las siguientes ítems: “La c-unidad ofrece oportunidades a los usuarios de

establecer conexiones entre contextos extra-matemáticos y las matemáticas” o “[...] establecer conexiones entre distintas representaciones de los conceptos matemáticos centrales en la unidad”. O, en relación a (5) *Validar y Evaluar*, se pregunta si: “La c-unidad invita e integra herramientas a los estudiantes a sintetizar y evaluar el trabajo matemático realizado”. En esta ocasión también se solicita que los miembros de la Cdl que la evalúan, valoren cada ítem con una escala entre 1 (= integración débil) y 4 (= integración fuerte) dependiendo del grado de acuerdo sobre la integración de esta dimensión en la forma final de la unidad. En la siguiente figura encontramos la representación gráfica del pentágono resultante de dicha evaluación, además de las estadísticas numéricas resultantes de las respuestas obtenidas de los evaluadores. En este caso se trata de una c-unidad producida en el tercer ciclo por la Cdl española (y una de los mejores valoradas por los evaluadores) sobre cómo se puedan usar las matemáticas y, en particular, la modelización geométrica, para indagar sobre a qué tipo de edificación correspondían unas ruinas romanas (ver referencias sobre la c-unidad). La segunda sección se refiere a los *aspectos sociales* con un total de tres ítems como, por ejemplo: “La c-unidad promueve la colaboración / cooperación / interacción con los otros usuarios”; o, “[...] facilita que los estudiantes desarrollen sus competencias comunicativas (escritas o orales)”. Finalmente, la tercera sección se reserva para los *aspectos emocionales* que también impactan en cómo promover la CM, estos aspectos habían sido ya incluido por las otras Cdl en etapas de evaluación anteriores y, en la elaboración de la herramienta común, se integraron con gran facilidad. Uno de los tres ítems aquí incluidos trata sobre si “La c-unidad integra una visión útil y funcional de las matemáticas para abordar problemas”.

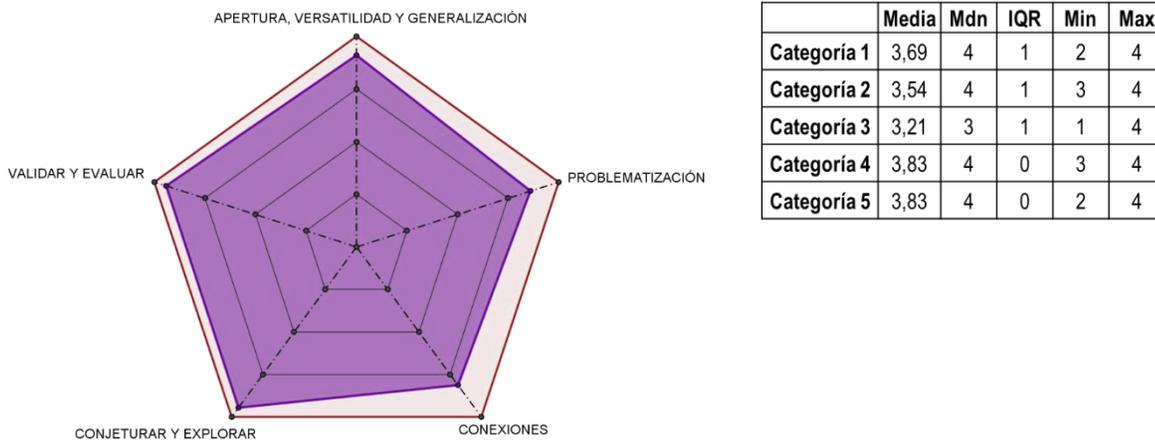


Figura 2. Potencial de CM en términos de procesos o dimensiones de la actividad matemática

■ **Conclusiones**

En este trabajo hemos mostrado dos aspectos sobre qué herramientas de evaluación se consideran para evaluar el potencial de creatividad matemática. En primer lugar, hemos destacado la progresiva construcción y transformación de estas herramientas en el marco del proyecto MCSquared, a lo largo de los procesos cíclicos de diseño de las c-unidades y de la constante interacción entre distintas Cdl. En segundo lugar, hemos introducido brevemente cómo estas herramientas se han usado en la evaluación de distintas c-unidades y cómo su consideración ha permitido informar cuantitativamente y cualitativamente de aspectos muy novedosos, como es el caso de evaluar el potencial que un recurso innovador tiene en promover la creatividad matemática. Aunque debemos destacar un punto esencial que nos queda pendiente, el de comparar y contrastar la evaluación realizada en estos proceso de diseño, con la que se podría realizar cuando estas unidades llegan al aula. Este punto nos llevará en un futuro próximo a considerar nuevas y complejas cuestiones de investigación y a la necesidad de construir nuevas herramientas de evaluación de la CM que completaran el ciclo de diseño-evaluación-experimentación-evaluación esencial para entender el ámbito de validez de estos diseños y de los resultados de su evaluación.

■ Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco de los proyectos de investigación: MCSquared (European Union Seventh Framework Programme, FP7/2007-2013, n° 610467), EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE) y REDICE16-1520 (ICE-UB).

■ Referencias bibliográficas

- Barquero, B., Richter, A., Barajas, M., & Font, V. (2014). Promoviendo la creatividad matemática a través del diseño colaborativo de c-unidades. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 157-166). Salamanca: SEIEM.
- Barquero, B., Papadopoulos, I., Barajas, M., & Kynigos, C. (2016). Cross-case design in using digital technologies: two communities of interest designing a c-book unit. *Extended paper presented in TSG 36 Task design, ICME 12*. Hamburg (Germany).
- Bolden, D., Harries, T. & Newton, D. (2010). Pre-service primary teachers' conceptions of creativity in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 73, 143–157.
- Bosch, M., & Gascón, J. (2014). Introduction to the Anthropological Theory of the Didactic (ATD). En A. Bikner-Ahsbahr, S. Prediger (Eds.), *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education* (pp. 67-83). Cham: Springer.
- Fischer, G. (2001). Communities of Interest: Learning through the Interaction of Multiple Knowledge Systems. En S. Bjornestad, R. Moe, A. Mørch & A. Opdahl (Eds.), *Proceedings of the 24th IRIS Conference* (pp. 1-14). August 2001, Ulvik, Department of Information Science, Bergen, Norway.

- Font, V. (2007). Una perspectiva ontosemiótica sobre cuatro instrumentos de conocimiento que comparten un aire de familia: particular-general, representación, metáfora y contexto. *Educación Matemática*, 19(2), 95-128.
- Leiken, R., Subotnik, R., Pitta-Pantazi, D., Singer, F.M., & Pelczer, I. (2013). Teachers' views on creativity in mathematics education: an international survey. *ZDM Mathematics Education*, 45, 309–324.
- Malaspina, U., & Font, V. (2010). The role of intuition in the solving of optimization problems. *Educational Studies in Mathematics*, 75(1), 107-130.
- MC Squared project (s. f. a). Mathematical Creativity Squared (M C Squared). Recuperado de <http://www.mc2-project.eu/>
- MCSquared project (s. f. b). “Viral Behaviour of Social Networks” c-book unit. Recuperado de <http://mc2-project.eu/index.php/technology-and-production/c-books/101-viral-behaviour-of-social-networks>
- MC Squared project (s. f. c). “How Mathematics can be used to support Archeology?” c-book unit. Recuperado de <http://mc2-project.eu/index.php/blog/160-how-mathematics-can-be-used-to-support-archeology>
- Papadopoulos, I., Barquero, B., Richter, A., Daskolia, M., Barajas, M., & Kynigos, C. (2015). Representations of creative mathematical thinking in designer communities producing c-book units. In K. Krainer and N. Vondrova (Eds.), *Proceedings of the 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2381-2387). Prague.
- Sala, G. (2016). Competència d'Indagació matemàtica en contextos històrics a Primària i Secundària. Tesis doctoral no publicada. Universitat de Barcelona