

## El uso del esquema herbartiano para analizar un REI online para la formación del profesorado de secundaria

BERTA BARQUERO<sup>1</sup>

MARIANNA BOSCH<sup>2</sup>

AVENILDE ROMO<sup>3</sup>

**Abstract.** We present the main elements of an online and in-distance study and research path for teacher education (SRP-TE) that we have designed, implemented and evaluated using the *herbartian scheme* as a main tool for the analysis. We show its potentiality, especially to emancipate researchers from the more traditional teacher education programmes and ensure (or at least try to) the development of some of the main *study dialectics*: question-answer, media-milieu and individual-collective. In particular, we focus on a *posteriori* analysis on the main weakness of some of the implemented educational devices as well as the strength of many others.

**Resumen.** Presentamos los principales elementos de un REI para la formación del profesorado (REI-FP) online y a distancia que hemos diseñado, experimentado y evaluado utilizando el *esquema herbartiano* como herramienta principal de análisis. Mostramos la potencia de esta nueva herramienta de análisis, especialmente para emanciparse de las formas tradicionales de formación y asegurar (o por lo menos intentar) el desarrollo de las principales dialécticas del estudio: cuestión-respuesta, media-medio e individuo-colectivo. Veremos en particular muchas de las debilidades de los dispositivos experimentados, así como las potencialidades de muchos otros.

### 1. Los Recorridos de Estudio e Investigación en la Formación del Profesorado

Investigaciones recientes en el marco de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) plantean la necesidad de basar la formación y el desarrollo profesional del profesorado en cuestiones problemáticas que surjan de su práctica profesional (Cirade, 2006; Bosch & Gascón, 2009; Ruiz-Olarría, Sierra, Bosch & Gascón, 2014). Con ello se persigue que el proceso de formación permita vincular los nuevos conocimientos fruto de la investigación educativa con la realidad del aula, y presentarlos más como herramientas para analizar y resolver cuestiones propias de la profesión que como un conjunto de técnicas y saberes más o menos dogmáticos (Chevallard, 2013). Al mismo tiempo, los conocimientos didácticos pueden utilizarse para cuestionar tanto los contenidos curriculares como sus formas de enseñanza, permitiendo así a los profesores en formación formular nuevas cuestiones problemáticas que entorpecen implícitamente el quehacer docente.

Estas asunciones se materializan en una metodología designada como los « recorridos de estudio e investigación para la formación del profesorado », que llamaremos REI-FP en adelante, experimentada inicialmente por Tomás Sierra (2006) en el caso de la formación inicial de maestros y desarrollada por Alicia Ruiz-Olarría (2015) para la formación inicial de

<sup>1</sup> Facultad de Educación, Universidad de Barcelona, España – bbarquero@ub.edu

<sup>2</sup> IQS School of Management, Universidad Ramon Llull, España – marianna.bosch@iqs.url.edu

<sup>3</sup> CICATA-IPN, México – avenilderv@yahoo.com.mx

profesores de matemáticas de secundaria. Los REI-FP aparecen como un dispositivo de formación que combina un cuestionamiento sobre la práctica docente y un cuestionamiento teórico de la actividad matemática escolar que conduce a proveer al profesorado en formación de herramientas epistemológicas y didácticas para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y a reconstruirlos en sus aulas (Barquero, Bosch & Romo, 2015). En la versión que aquí presentamos, estructuramos los REI-FP en cinco grandes módulos:

1.- *Explicitación de la razón de ser del REI-FP.* El punto de partida del proceso de formación con un REI-FP parte de una cuestión problemática abierta que proviene de la propia profesión docente y relativa a cierto conocimiento matemático a ser enseñado (por ejemplo: ¿Por qué enseñar las fracciones? ¿Cómo enseñar el álgebra como herramienta de modelización?, entre otras posibles cuestiones). Se invita a los profesores a que busquen respuestas disponibles a dicha cuestión inicial en diferentes medios que tengan disponibles (libros, materiales escolares, orientaciones curriculares, artículos de investigación, etc.). Este primer módulo abre y cierra el REI-FP ya que a lo largo de los siguientes módulos se pretende tratar aspectos parciales de la cuestión inicial.

2.- *Vivir un REI.* Se propone a los profesores en formación que, en primer lugar, actúen como *estudiantes* (aprendices) ante una propuesta innovadora de enseñanza, a través de la vivencia de un REI, similar al que podría existir en el aula. El principal objetivo es facilitar que los profesores en formación se encuentren con una actividad matemática poco tradicional, que puede existir bajo condiciones escolares por establecer y con la que no están familiarizados.

3.- *Analizar el REI vivido.* Una vez los profesores en formación han vivido esta propuesta desde el rol de estudiantes, se les pide empezar a analizar la actividad desarrollada, centrándonos principalmente en realizar un análisis epistemológico y didáctico del REI vivido, hecho que hará emerger necesidad de herramientas para este análisis y que será la base para el módulo siguiente.

4.- *Diseño de un REI.* Adoptando ahora un rol preliminar de *diseñadores*, se les propone adaptar y diseñar su propia versión de actividad para un grupo específico de estudiantes. Durante esta adaptación, se espera que distintas restricciones institucionales emerjan, por ejemplo, rigidez curricular, distribución horaria, roles tradicionales asumidos por los docentes y por los estudiantes, entre otras, y que sean los propios profesores en formación quienes las expliciten (seguramente sin cuestionarlas) en sus propuestas de guías didácticas. Se tomarán entonces sus propuestas de guías didácticas como punto de partida para un análisis conjunto desde una perspectiva epistemológica, didáctica y ecológica, acorde a las herramientas que los formadores vayan introduciendo.

5.- *Experimentación, gestión y análisis del REI adaptado.* Se solicita posteriormente a los profesores en formación que experimenten y describan su propuesta didáctica en condiciones escolares reales. El objetivo de esta etapa es desarrollar un análisis *in vivo* y *a posteriori* de dicha propuesta. Estas experimentaciones y los análisis realizados en las etapas anteriores formarán parte de la base empírica para pasar a identificar las *restricciones institucionales* que hayan aparecido durante la llevada al aula de la actividad (individualmente y en la puesta en común), conduciendo a un análisis crítico de las prácticas de enseñanza tradicionales y al estudio de la potencialidad y viabilidad de introducir nuevas propuestas.

En este trabajo describiremos los principales componentes del diseño, experimentación y análisis de dos realizaciones consecutivas de un REI-FP online y a distancia experimentado en un curso titulado «Procesos de institucionalización de la matemática escolar», centrado en la

enseñanza de la modelización matemática y en el estudio de las dificultades o restricciones de índole institucional (contexto escolar, condiciones curriculares, etc.) que emergen, o podrían emerger, ante su inclusión en el aula. El curso ha sido diseñado e impartido durante dos cursos académicos (2013/14 y 2014/15) por un equipo de formadores de México y Barcelona que incluye a las autoras de este artículo, todos ellos investigadores en didáctica de las matemáticas, la mayoría de ellos en la TAD. Los profesores-estudiantes han sido en ambas ocasiones profesores en servicio de secundaria o primeros cursos universitarios de distintos países de América Latina (Argentina, Chile, Colombia, México, Paraguay y Uruguay) que están cursando una maestría en Educación Matemática.

El REI-FP que presentamos supone un avance importante en lo que respecta a su adaptación a la modalidad online y a distancia, con la integración de herramientas multimedia como foros, vídeos, uso de la plataforma Moodle, así como de las condiciones del trabajo asíncrono. Además, la condición de profesores en servicio facilita enormemente que se puedan realizar experimentaciones en las clases o con pequeños grupos de estudiantes voluntarios.

En este trabajo nos proponemos evaluar el REI-FP experimentado utilizando el «esquema herbartiano» como herramienta principal de diseño y de «análisis clínico» (Pedinielly & Fernandez, 2015). Mostraremos, en primer lugar, la potencialidad y productividad de esta herramienta como *modelo didáctico de referencia* para alimentar la «imaginación didáctica» y permitir emanciparse de las formas más tradicionales de formación. En segundo lugar, indagaremos en cómo se desarrollan las tres dialécticas del estudio (Chevallard, 2012), centrales en todo proceso de estudio y cruciales para la completitud del esquema herbartiano: la dialéctica de «cuestiones-respuestas», la de los «medio-media» y la del «individuo-colectivo». En último lugar, mostraremos las potencialidades y también debilidades de los dispositivos de formación experimentados para hacer florecer estas dialécticas.

### **1.1. Un REI-FP sobre la modelización matemática para la formación continua de profesores de Secundaria**

En otoño de 2013 y de 2014, se realizaron dos experimentaciones de un REI-FP en el Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional (CICATA-IPN) como uno de los cursos dentro del programa de posgrado de maestría de Educación Matemática. En ambas ocasiones se contó con un grupo de 18 participantes, todos ellos profesores de secundaria o de primeros cursos universitarios en servicio de distintos países de Latinoamérica. El curso se desarrolló online y a distancia en la plataforma Moodle, en la que aparecen vídeos de presentación o retroalimentación general de los formadores, documentos de soporte del curso (presentación de la estructura del curso, su evaluación, pautas de las distintas actividades, artículos, material didáctico, etc.), foros de trabajo de cada grupo, de interacción con los formadores o interacción entre grupos, incluso con un foro general llamado «Cafetería» abierto durante todo el curso para cualquier tipo de tema o cuestión que los estudiantes quieran discutir.

Las cuestiones iniciales que se plantearon para abrir el curso (correspondientes al primer módulo del REI-FP), y se abordaron a lo largo de todo su desarrollo, fueron las siguientes:

¿Cómo analizar, adaptar, desarrollar e integrar en nuestra práctica docente procesos didácticos relacionados con la modelización matemática? ¿Cómo institucionalizar a largo plazo un proceso didáctico basado en la modelización? ¿Qué dificultades deben superarse? ¿Qué herramientas didácticas lo posibilitan?

El curso se estructuró en cuatro actividades (con distintas fases cada una de ellas) que corresponden a los cuatro últimos módulos de un REI-FP descritos en la sección 1 (módulos 2-5), con una breve introducción al módulo 1 en la que los profesores-formadores del curso se encargaron de presentar las cuestiones profesionales iniciales del REI-FP. Los participantes debían dedicar alrededor de 80 horas a este curso con una duración de cuatro semanas intensivas: una semana aproximadamente para cada actividad y los últimos días para la redacción del informe final en grupo. Los profesores-estudiantes se organizaron en grupos de tres personas y un formador se ocupó de un mismo equipo a lo largo todas las actividades. La supervisión del trabajo consistió principalmente en darles *feedback* en las discusiones de los foros habilitados, corrección del material entregado al finalizar cada actividad (informes, guías didácticas, etc.) y la preparación vídeos de valoración de su trabajo. A continuación, detallamos las cuatro actividades del curso, la forma en que se presentaron, las herramientas asociadas y el análisis de las producciones de los profesores que participaron en la segunda edición del curso en 2014/15.

La *primera de las actividades* propuestas se centra en la resolución de una actividad sobre la previsión de ventas e ingresos de Desigual (compañía de ropa española). Se introduce como un juego de roles en el que los profesores-estudiantes, actúan como *consultores júniores* bajo la tutela de un formador que actúa como *consultor sénior*. La cuestión se presenta como un encargo de la empresa Desigual al que hay que dar una respuesta en un plazo de cinco días. El principal objetivo es que los profesores, asumiendo el rol de *estudiantes (aprendices)* puedan experimentar un REI similar al que podría existir en condiciones escolares normales de secundaria o primeros cursos universitarios. Este REI, en particular, ha sido previamente diseñado e implementado a nivel universitario y posteriormente extendido para últimos cursos de secundaria (Serrano, 2013). Se pide a los participantes del curso que den respuesta al encargo de Desigual sobre el estudio de la evolución futura (a corto y largo plazo) de determinadas variables de la empresa: ventas semanales en distintas tiendas, ingresos semanales, apertura nacional e internacional de tiendas, etc. Bajo las mismas cuestiones de partida, cada grupo tiene asignadas dos variables (ver Dossier inicial incluido en el Apéndice 1), que les lleva a construir y poner en uso modelos de ajuste de datos (principalmente basados en funciones elementales – rectas, parábolas, exponenciales, etc.); y a discutir su validez y limitaciones a partir de distintas propuesta de medidas del error para comparar los datos reales con las previsiones generadas con la simulación de los modelos propuestos (Serrano et al., 2013). La *respuesta final*, que cada equipo de consultores produce en formato de «Informe para Desigual», se debe dirigir a la empresa y debe contener la respuesta final a las cuestiones y variables asignadas (dos por equipo), junto con un «Informe de consultoría». En este debe constar la descripción y análisis del proceso seguido: secuencia de cuestiones estudiadas, respuestas parciales obtenidas, respuestas aceptadas y descartadas, razones de las distintas elecciones, etc. Además, se les pide que incluyan un anexo sobre las dificultades encontradas en este proceso, por ejemplo: selección entre distintos modelos matemáticos, equilibrio entre el contexto matemático y extra-

matemático, ausencia de terminología y estructura para referirse al proceso de modelización que estaban desarrollando, etc. En estos dos últimos aspectos, análisis del proceso seguido y detección de dificultades, los formadores del curso tuvieron que intervenir activamente.

En la *segunda actividad* del curso se solicita a los profesores en formación que elaboren una guía didáctica basada en la actividad y el trabajo matemático previamente experimentado. Esta actividad se desarrolla en tres fases distintas:

(Fase 1) Diseñar una breve guía didáctica individualmente para que un colega sea capaz de implementar con un grupo de estudiantes la actividad de *Previsión de ventas para Desigual*. Nos proponemos aquí hacer emerger los modelos didácticos espontáneos de los profesores en formación y tener un primer análisis didáctico espontáneo de la actividad vivida en la fase anterior.

(Fase 2) Analizar, comparar y discutir en un foro las guías didácticas individuales por cada miembro del equipo. Para ello, el formador debe guiar un poco los diferentes elementos que se propone incluir en esta guía didáctica: objetivos de la actividad, organización de la clase, actividades, roles y responsabilidades del profesor y de los estudiantes, discurso del profesor, etc.

(Fase 3) Generar una guía didáctica común. El objetivo de esta actividad es situar a los profesores en un nivel de *análisis didáctico* para estudiar su viabilidad de los REI en las aulas de secundaria, sus potencialidades y límites, así como la manera de adaptar estas propuestas a las restricciones propias de la educación secundaria.

En la *tercera actividad*, cada profesor implementa con estudiantes y en condiciones escolares reales, con su clase o un grupo de alumnos voluntarios de nivel de secundaria o de primeros cursos universitarios, la propuesta de guía didáctica diseñada por su equipo. Se pide que los profesores en formación asuman el *rol de profesores reales* (su rol habitual) y que experimenten las primeras sesiones de la propuesta. Al terminar la experimentación, se pide a los profesores que hagan un análisis *a posteriori* y preparen un breve « informe de la experimentación » para compartir con el resto de compañeros de su equipo. Esta actividad resulta muy interesante debido a que el equipo de profesores ha producido conjuntamente la guía didáctica en la actividad 2, pero la implementación se hace individualmente y en condiciones distintas. Esto permite confrontar « lo esperado » con tres contextos escolares diferentes (el contexto escolar al que cada profesor haya tenido acceso), en los cuales aparecen muy fácilmente restricciones no previstas, por ejemplo, dificultad en habilitar el tiempo necesario para su experimentación, justificar su función dentro de los límites curriculares, superar posibles reticencias de los estudiantes al no ser una actividad habitual a la que se enfrentan, el rol del profesor tradicional versus director del estudio, etc.

Finalmente, la *cuarta actividad* tiene por objetivo generar un análisis global y compartido de la actividad de previsión de ventas. Para ello se solicita que se haga una revisión y, posible rediseño de la *guía didáctica* del equipo con el objetivo de tomar en cuenta las distintas experimentaciones. Primero, se comparten en un foro por equipo los informes de las experimentaciones individuales y se analizan. Posteriormente, se revisa y modifica la guía didáctica de equipo producida en la actividad 2. Por último, se pide un apartado especial para explicar las condiciones previamente establecidas para realizar las experimentaciones y las restricciones detectadas que hayan surgido durante las experimentaciones. Para realizar esta nueva guía didáctica, entre la tercera y la cuarta actividad, los formadores preparan y entregan a

los participantes una guía soporte describiendo las secciones principales que debe contener el análisis *a posteriori* del REI. Estas secciones solicitadas corresponden a: (1) descripción y análisis matemático de la actividad de modelización sobre la evolución de Desigual (análisis epistemológico), (2) diseño didáctico de su posible implementación en ciertas condiciones escolares, y (3) un resumen de las restricciones institucionales particulares y comunes a las experimentaciones realizadas (análisis ecológico). También se facilitan vídeos tutoriales y algunas referencias, como Lidia Serrano, Marianna Bosch y Josep Gascón (2013) e Y. Chevallard (2013) sobre la experimentación de un REI similar al caso de Desigual, experimentado con alumnos de primer curso universitario de matemáticas, y sobre las principales herramientas de análisis didáctico que pueden ayudar en los distintos niveles de análisis aquí solicitados.

## 2. Los REI-FP en términos herbartianos

### 2.1. El esquema herbartiano como modelo didáctico de referencia

En la TAD, todo proceso de estudio se sitúa en un marco institucional. La difusión de *praxeologías* también debe, por lo tanto, situarse en relación a las instituciones sociales y describirse de forma general en *términos herbartianos* para tomar en cuenta cómo estas praxeologías se construyen, se enseñan, se aprenden y se difunden como respuestas a ciertas cuestiones problemáticas de partida (Chevallard, 2011).

Todo proceso de estudio da lugar a la formación temporal de un sistema didáctico que denotamos por  $S(X, Y, \heartsuit)$  y que está formado por uno o un grupo de *estudiantes*  $X$ , uno o varios *directores del estudio*  $Y$ , y el objeto de estudio  $\heartsuit$ . Podemos pensar inicialmente que  $\heartsuit$  es un objeto de saber que forma parte del programa de estudios de  $X$ . En el análisis de los sistemas didácticos escolares, Y. Chevallard (2015) aboga por un nuevo paradigma didáctico, que denomina el del *questionamiento del mundo*, que se contrapone al *paradigma de la visita de obras* o de monumentos, basado en una epistemología escolar caduca, aunque aún dominante, en la que el conocimiento es valioso por sí mismo y no es necesaria justificación alguna. En este paradigma, el conocimiento matemático degenera en un conjunto de objetos (o «monumentos») inanimados carentes de «razón de ser» y los procesos de enseñanza se centran principalmente en la presentación de estos objetos.

Por el contrario, en el necesario paradigma renovado de *questionamiento del mundo*, los contenidos matemáticos, como cualquier otro contenido disciplinar, no pueden ser enseñados como si su valor y razón de ser se dieran por sabidos. Estos conocimientos tienen que ser contruidos para dar respuesta a verdaderas cuestiones problemáticas, poniendo pues el estudio de cuestiones problemáticas en el corazón de todo proceso de estudio. Aquí, por lo tanto,  $\heartsuit$  ya no es un objeto de saber sino una cuestión a la que se debe aportar respuesta. En la medida en que los objetos de saber emergen como posibles respuestas, éstos surgen no de manera formal e inmotivada, sino como herramientas constitutivas de la aventura intelectual en la que la comunidad de estudio está inmersa.

Como describe Javier García (2013), si trasladamos este análisis al universo de la formación y del desarrollo profesional del profesorado, también es posible identificar rasgos del *paradigma de la visita a las obras*. Esto ocurre cuando el programa de desarrollo profesional simplemente ofrece un conjunto de respuestas, pero elimina las cuestiones y los problemas

profesionales (o de la propia profesión) a los que estos dan respuesta. Surgen, así como respuestas inmotivadas, sobre las que el profesorado ignora qué problemas vienen a resolver, degenerando en un conjunto de recetas. Por analogía al paradigma del *cuestionamiento del mundo*, una epistemología renovada en la formación del profesorado sería aquella que pusiese en el corazón de todo programa de desarrollo el cuestionamiento del *mundo profesional* del profesorado, de donde surgirían cuestiones significativas y relevantes de la propia profesión. El programa tendría como objetivo la elaboración de posibles *respuestas profesionales* (praxeologías matemático-didácticas, o componentes de éstas) que irían enriqueciendo y completando el equipamiento praxeológico del profesor e incluiría el estudio de respuestas ya existentes y la validación de las posibles respuestas construidas. Por lo tanto, en el caso que nos ocupa en este trabajo, el sistema didáctico está compuesto por un grupo  $X$  de profesores en formación, otro grupo  $Y$  de formadores y el objeto de estudio  $\heartsuit$  se concreta en un conjunto de *cuestiones profesionales* a las que hay que aportar respuesta.

Para poder dar una descripción más profunda de los dispositivos didácticos implementados en nuestro curso, y también para ser fieles a la metodología de diseño utilizada, usaremos el *esquema herbartiano* como modelo didáctico de referencia. En general, el esquema herbartiano se suele describir en los términos siguientes:

$$[S(X; Y; \heartsuit) \rightarrow M = \{C_1, C_2, \dots, C_j, R_1^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m\}] \rightsquigarrow R^\heartsuit$$

Este esquema representa un sistema didáctico en el que el proceso de estudio está articulado en torno a  $\heartsuit$ . Si nos situamos en un paradigma de cuestionamiento del mundo, se tratará de una cuestión o un conjunto de cuestiones problemáticas denominados  $C_0$ . El estudio de esta cuestión, que llamaremos *cuestión generatriz*, marcará el punto de partida y eje articulador del proceso de estudio generado. La búsqueda de respuestas (parciales y finales) a  $C_0$  será el principal objetivo y fin del estudio.

Cuando la comunidad de estudio formada por el grupo de estudiantes  $X$  y guiada por uno o varios directores  $Y$ , toma en serio el estudio de  $C_0$ , van a hacer aparecer muchas *cuestiones derivadas* ( $C_1, C_2, \dots, C_j$ ) que harán evolucionar el estudio emprendido. La pertinencia del estudio de las  $C_j$  residirá en la medida en que nos proporciona *respuestas parciales*  $R_j$  que ayuden a elaborar una *respuesta final*  $R^\heartsuit$  considerada por  $X$  e  $Y$  como aceptable. En esta dialéctica de formulación de *cuestiones* y búsqueda de *respuestas* será crucial la búsqueda de respuestas preestablecidas, reconocidas en la sociedad (y etiquetadas como  $R_i^\diamond$ ) que están disponibles en el mundo exterior a través de los *media*, así como el uso de obras ( $O_j$ ) existentes y accesibles a  $X$  e  $Y$ . Sin embargo, las  $R_i^\diamond$  deberán ser estudiadas, cuestionadas, reconstruidas y validadas dentro del proceso de estudio, utilizando las obras  $O_j$  como herramientas, ya que éstas habrán surgido y se habrán construido bajo necesidades distintas de las aquí tratadas. El conjunto de respuestas y obras consideradas (como todas las cuestiones derivadas  $C_j$ ) se irán integrando en el *medio experimental*,  $M$ , en el sentido de G. Brousseau (1997), el cual irá evolucionando a lo largo del proceso y convirtiéndose en principal fuente de validación y motor evolutivo del proceso de estudio hasta que la comunidad pueda llegar a elaborar una posible respuesta  $R^\heartsuit$ .

Este esquema, sus elementos y su dinámica, tanto en la formación de profesores como en cualquier situación general (no necesariamente escolar), nos ofrece nuevas herramientas tanto

para el diseño (o rediseño) de propuestas didácticas, como para su análisis *a priori*, *a posteriori* e *in vivo*. Cuando se utiliza en la formación del profesorado, aparecen muchas cuestiones importantes:

- ¿Cuáles son las posibles cuestiones generatrices  $C_0$ ? ¿De dónde provienen? ¿Cómo se identifican, formulan, seleccionan? ¿Por quién? ¿Qué las hace suficientemente importantes para ser planteadas y tratadas? ¿Qué hipótesis subyacen a su formulación?
- ¿Qué nuevas cuestiones  $C_j$  se pueden derivar de la cuestión generatriz  $C_0$ ? ¿Cómo se van a derivar, proponer, aceptar? ¿Cómo facilitar su emergencia?
- ¿Qué respuestas externas  $R_i^\diamond$  se tienen o se ponen al alcance de los profesores en formación (y de los investigadores) para tratar las cuestiones planteadas? ¿Qué *medias* se hacen accesibles? ¿Qué herramientas  $O_j$  son necesarias para validar estas respuestas externas? ¿Qué *medio experimental* será necesario crear?
- ¿Qué tipo de respuesta final  $R^\heartsuit$  se espera obtener del proceso de estudio e investigación generado a partir de  $C_0$ ? ¿Cómo se materializa? ¿Cómo se explota? ¿Cómo se difunde?
- ¿Qué *condiciones* son necesarias para que el dispositivo de formación (en particular, el REI-FP) se pueda desarrollar? ¿Cómo establecer correctamente estas condiciones? ¿Qué *restricciones* pueden aparecer en su desarrollo? ¿Son estas restricciones controlables para el profesor (o aparecen en niveles más allá del ámbito particular de actuación del profesor) y cómo se pueden modificar?

## 2.2. El REI-FP en términos herbartianos

Para poder dar respuesta a las cuestiones recién planteadas, nos proponemos describir el REI-FP online y a distancia sobre la previsión de ventas de Desigual en *términos herbartianos*, esto es, identificar los elementos que lo caracterizan y describir las dinámicas que se establecen para promover procesos de estudio e investigación, en el sentido de los REI, dentro de un paradigma de cuestionamiento del mundo.

$$[S(X; Y; \heartsuit) \rightarrow M = \{C_1, C_2, \dots, C_j, R_1^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m\}] \hookrightarrow R^\heartsuit$$

En nuestro caso,  $X$  es un grupo de profesores de secundaria en servicio e  $Y$  el equipo de formadores e investigadores en didáctica de las matemáticas que se encargan de guiar las distintas actividades que componen el curso.

Como hemos querido subrayar el punto de partida  $\heartsuit$  de un REI-FP debe siempre ser una cuestión generatriz  $C_0$  vinculada a los problemas de la profesión, en nuestro caso, del profesorado de secundaria. En el caso del REI-FP en el que aquí nos centramos, la *cuestión generatriz*  $C_{0-FP}$  gira en torno al problema de la enseñanza de la modelización matemática y fue inicialmente formulada en los términos descritos anteriormente (sección 1.1, p.5), sobre cómo analizar, adaptar, desarrollar e integrar en nuestra práctica docente procesos didácticos relacionados con la modelización matemática<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> Debemos distinguir el caso del REI-FP que describimos en este trabajo para el que se contó con un REI relacionado y previamente experimentado (Serrano, 2013), de otros tipos de REI-FP totalmente abiertos para los que no existe ningún REI previo, por ejemplo, Licera (2017) sobre la construcción de los números reales, en los cuales la formulación de  $C_{0-FP}$  y la búsqueda de actividades para ser vividas desde el rol de estudiantes resultan mucho más largas y complejas.



Para poder definir y caracterizar el resto de *elementos herbartianos* [ $C_j, R_n^\diamond, O_m, M, R^\heartsuit$ ] tal como aparecen en el esquema, utilizaremos tres de las dialécticas centrales que corresponden a *tres niveles de análisis didáctico* previamente establecidos en los estudios sobre transposición didáctica (Chevallard, 1985). Nos referimos a los niveles de la *cronogénesis, topogénesis y mesogénesis*. Introduciremos en primer lugar la *dialéctica de las cuestiones y de las respuestas* para describir en términos cuestiones-respuestas el esqueleto constitutivo del REI-FP. Este mapa corresponde al «avance» del proceso de estudio y lo asemejaremos a la cronogénesis. En segundo lugar, y como segundo nivel de análisis, introduciremos la *dialéctica medio-media* para explicar la evolución en la construcción del medio experimental necesario para hacer progresar al REI-FP, correspondiente a la mesogénesis. Y, en último lugar, la tercera capa de análisis se introduce con el análisis de la *dialéctica individuo-colectivo* que corresponde a la topogénesis.

### 2.3. La dialéctica cuestiones-respuestas

Cuando la comunidad de estudio  $X$  e  $Y$ , los profesores de secundaria en formación y los formadores, empieza a abordar  $C_{0-FP}$ , surgen rápidamente distintas *cuestiones derivadas* ( $C_1, C_2, \dots, C_j$ ) para hacer evolucionar el estudio emprendido. Debido a su carácter online<sup>5</sup>, se diseñó el REI-FP de tal forma que estas cuestiones derivadas permitieran estructurar las actividades del curso. Fueron, por lo tanto, propuestas por los formadores en lugar de acordadas con los estudiantes. Se puede pues considerar que el equipo de investigadores definió cada una de las actividades a través del planteo de ciertas cuestiones derivadas de  $C_{0-FP}$  para las cuales se diseñan unas actividades y fases muy concretas con el objetivo de que los profesores en formación puedan ir aportando respuestas, aunque parciales, y así progresar en la elaboración conjunta de  $R^\heartsuit$ .

A continuación, mostramos la dialéctica de cuestiones y respuestas derivadas que vertebraron el REI-FP experimentado, así como indicamos en qué actividades del curso se trataron y qué condiciones y restricciones se previeron en su diseño y/o encontraron en su experimentación:

**C<sub>1</sub>:** Dada una propuesta didáctica sobre modelización matemática, en nuestro caso un REI, ¿cómo la podemos analizar?

**R<sub>1</sub>:** Vivir el REI e intentar adaptarlo, antes de analizar su potencialidad.

**Actividad 1:** Fase 1 – Vivir un REI sobre la previsión de ventas de Desigual y elaborar una respuesta final a  $C_0$ . Fase 2 – Trazar el mapa de cuestiones y de respuestas, de sistemas y de modelos para describir y analizar la actividad desarrollada.

**Condiciones y restricciones detectadas:** Sin haber vivido el REI sería imposible empezar a introducir herramientas de análisis de su estructura matemática. Ausencia de muchas herramientas descriptivas: C-R, modelos-sistemas, etc., para analizar el trabajo matemático realizado.

**C<sub>2</sub>:** ¿Cómo adaptar el REI vivido a unas circunstancias escolares concretas?

**R<sub>2</sub>:** Elaborar las guías didácticas individuales, consensuarlas y re-elaborarlas en grupo.

**C<sub>2</sub>'**: ¿Con qué criterios se elaboran las guías? ¿Qué elementos se explicitan? ¿Cuáles se dan por supuestos y quedan implícitos?

**C<sub>2</sub>''**: ¿Qué restricciones institucionales se asumen? ¿Cuáles se intentan superar?

---

<sup>5</sup> En esta modalidad, el curso y su calendario deben estar en línea desde su comienzo.

*Actividad 2:* Fase 1 – Elaboración de una guía didáctica individual, adaptando el REI a situación escolar. Fase 2 – Primer análisis grupal de las guías didácticas individuales. Fase 3 – Propuesta de una guía grupal para poder experimentar el REI.

*Condiciones y restricciones detectadas:* Dificultad en consensuar los elementos más importantes a incluir en la/s guía/s. Ausencia de *tecnología didáctica* alternativa a los modelos didácticos más tradicionales (de tipo más monumentalista), etc.

**C3:** ¿Cómo funciona un REI en vivo?

**R3:** Experimentar un REI en condiciones escolares reales y presentar un informe de la experimentación.

*Actividad 3:* Fase 1 – Experimentación de un REI en la realidad de las aulas de secundaria o primeros cursos universitarios. Fase 2 – Redacción del informe de la experimentación.

*Condiciones y restricciones detectadas:* La experimentación real y su análisis *in vivo* ofrecen un medio experimental excepcional para hacer emerger condiciones y restricciones de forma explícita y distinta en las diferentes realidades de experimentación. De todos modos, los profesores-estudiantes se encuentran con un gran número de dificultades prácticas para realizar la experimentación, muchas de ellas derivadas del monumentalismo imperante: poco margen para proponer actividades no directamente vinculadas al currículo, REI transformado en una serie de tareas simples que el profesor plantea y valida, resistencia de los estudiantes a realizar una actividad abierta, a investigar y a consensuar respuestas, etc.

**C4:** ¿Cómo analizar la ecología de una REI?

**R4:** Compartir y comparar los distintos informes de experimentaciones para detectar condiciones y restricciones institucionales (individuales o compartidas). Introducir, por parte de los formadores, nociones didácticas y elementos de respuesta a través del documento-guía para el análisis *a posteriori* del REI y para el rediseño de la guía didáctica grupal.

*Actividad 4 – Actividad final:* Rediseño de la guía didáctica grupal de acuerdo con las experimentaciones realizadas y los niveles de análisis solicitados: análisis matemático, análisis didáctico y análisis ecológico.

*Condiciones y restricciones detectadas:* Sin haber tratado las cuestiones anteriores sería imposible tratar esta última cuestión. Las cuestiones y respuestas anteriores se integran progresivamente en el medio necesario (y compartido) para, frente a esta última cuestión, poder profundizar en los distintos niveles de análisis: epistemológico, didáctico y ecológico. Las principales restricciones que aparecen están relacionadas con la limitación temporal de la actividad, que se realiza en tan solo 5 semanas. Es poco tiempo para poder contar con un medio compartido por formadores y estudiantes, en el que incluyan herramientas del análisis didáctico que se acaban de introducir por medio de lecturas o presentaciones en vídeo. En consecuencia, la retroalimentación que se puede proporcionar es poca.

#### **2.4. La dialéctica de los medios y los media**

En el caso de la formación del profesorado, se destaca la facilidad de *acceso a los media* y de búsqueda de respuestas existentes en el entorno profesional, por ejemplo, en materiales didácticos, libros de texto, propuestas de innovación educativa, etc. En cambio, la *disponibilidad de medios* de contraste para que estos elementos de respuesta encontrados puedan ser validados, deconstruidos y reconstruidos según las necesidades surgidas en un proceso de formación es mucho menos evidente. En esta dirección, queremos subrayar que un

elemento importante del diseño de los REI-FP es el hecho de incluir y desarrollar actividades conjuntas que sirvan para la construcción progresiva del *medio* didáctico (*M*) de los profesores en formación.

En algunos casos, como la vivencia del REI por parte de los profesores en formación (actividad 1) y la experimentación de la guía didáctica en las aulas de secundaria o primer curso universitario (actividad 3), el *medio* está formado por los propios elementos matemáticos o empíricos en el primer caso y, en el segundo caso, por la actividad desarrollada por los alumnos en el aula. En los demás casos, optamos por una doble estrategia. La primera, utilizada en las dos primeras actividades (describir el REI vivido y elaborar una guía didáctica sobre su posible adaptación), consiste en utilizar la confrontación con las respuestas de los otros grupos de estudiantes como elemento principal de validación. La segunda estrategia, más compleja, es a la vez más natural y se aplicó en la cuarta actividad (análisis de las restricciones institucionales). En este caso son todas las actividades vividas previamente las que nutren el medio del REI-FP. De ahí que, en cierto sentido, esta sea la actividad más propiamente « formativa », donde se concentran los principales elementos del análisis didáctico que hasta el momento los grupos de estudiantes han llevado a cabo de forma relativamente espontánea.

#### *Dialéctica medio-media en la actividad 1*

En el caso de la primera actividad, con la vivencia del REI sobre la previsión de ventas para Desigual, los datos del problema, los elementos de la situación real por modelizar y las cuestiones y respuestas generadas por los distintos grupos de estudiantes (equipos de consultores) sí que son productivos como medio. De todos modos, muchos elementos de repuesta dados por los equipos se utilizan sin demasiada crítica ni necesidad de validación, ni siquiera cuando los formadores introducen elementos de dudas (¿Hay otras formas de medir el error cometido entre previsión y realidad? ¿Qué limitaciones tienen los distintos modelos utilizados?, etc.). En la segunda fase de esta actividad, se usa la confrontación con las respuestas de los otros grupos, creando foros compartidos entre dos equipos de consultores, para que los estudiantes deban crear elementos de justificación de su trabajo, enriqueciendo sus respuestas y debiendo enriquecer el medio de contraste y validación de las respuestas dadas.

Al final de la primera actividad, en la tercera fase, se pide que los equipos produzcan una descripción en términos de cuestiones y respuestas del proceso que han seguido. Ante la enorme dificultad que les genera, los formadores proporcionan (actuando como *media*) una selección de cuestiones y respuestas que pueden extraer de sus discusiones plasmadas en los foros por equipo, para proveerles un medio de trabajo que les ayude a progresar en este primer análisis matemático-didáctico de la actividad.

#### *Dialéctica medio-media en la actividad 2*

Aquí el único elemento de la *dialéctica medio-media* es el contraste con los demás miembros del grupo de la propuesta de guía didáctica individual y, opcionalmente, con los otros grupos de trabajo. Este contraste presenta una enorme dificultad entre el paso de la propuesta individual (fase 1 – actividad 2) a la comparación y evaluación de las guías individuales (fase 2 – actividad 2) hasta, finalmente, la propuesta de la guía didáctica grupal (fase 3 – actividad 2). Tal vez debido a la modalidad online del curso, aunque seguramente se deba a la carencia de una *tecnología didáctica* alternativa a los modelos didácticos más tradicionales. Esta carencia se

plasma principalmente en la discrepancia en acordar los elementos esenciales que deben contener esta guía didáctica y en la toma de decisiones sobre, por ejemplo: la descripción de la organización matemática subyacente (normalmente esta descripción se mantiene en la sombra o se basa en la introducción expositiva de contenidos matemáticos), la planificación del trabajo del alumno, en general muy guiado, sin responsabilidad de introducir nuevas cuestiones o respuestas alternativas, y del profesor como proveedor o media principal de cuestiones y de las herramientas a usar, etc.

Tanto en esta segunda actividad como en la primera, los profesores en formación piden más retroalimentación, lo que muestra una cierta insuficiencia del medio que se consigue generar. Notamos ya que en esta actividad se deberían introducir espacios de puesta en común y discusión de las guías, mediados por los formadores para poner en evidencia los elementos de la *tecnología didáctica espontánea* que utilizan los profesores en las discusiones. Los estudiantes con mayor autoridad o liderazgo acaban imponiendo sus propuestas a los demás, sin que queden claros los criterios de la elección. En futuras experimentaciones nos proponemos, una vez tengamos las guías didácticas iniciales (espontáneas), crear dispositivos para discutir las y proponer elementos comunes de análisis para complementarlas (reparto de responsabilidades, temporalización, objetivos, elementos de evaluación, metodología de aula, gestión de las puestas en común, etc.). Al finalizar esta actividad, se deberían empezar a vislumbrar las principales restricciones institucionales que los profesores asumen implícitamente.

#### *Dialéctica medio-media en la actividad 3*

Este es el caso donde la dialéctica funciona mejor. El principal elemento de respuesta es el artículo de L. Serrano et al. (2013) donde se presenta la experimentación y análisis del REI sobre previsión de ventas similar al propuesto en el curso, pero con estudiantes de primer curso universitario de Administración y Dirección de Empresas. El artículo está publicado en una revista para profesores, con poca terminología técnica, y resulta de fácil lectura. El medio en este caso son las actividades en el aula del profesor con sus propios estudiantes, que es también un medio familiar para ellos y que, contrariamente a nuestras previsiones, funcionó como tal medio con relativa normalidad. En efecto, los profesores elaboraron informes de experimentación de gran calidad y « objetividad », situándose la mayoría como observadores de su propia práctica.

#### *Dialéctica medio-media en la actividad 4*

En esta última actividad, el medio del equipo de estudiantes y formadores se ha enriquecido enormemente con todas las actividades, respuestas aportadas, cuestiones planteadas, discusiones realizadas, etc. del recorrido anterior. Podemos considerar que estamos lo más cerca posible de un *medio adecuado para el análisis didáctico*. Este medio se enriqueció con las retroalimentaciones de los informes de experimentación por parte de los formadores y con las lecturas de los trabajos de Y. Chevallard (2013) y L. Serrano, M. Bosch y J. Gascón (2013) sobre la experimentación de un REI similar al caso de Desigual. También podemos considerar como respuesta preestablecida importante la guía de soporte en la que se describen las secciones principales que debe contener el análisis *a posteriori* del REI. Como hemos indicado anteriormente, estas secciones solicitadas corresponden a: (1) descripción y análisis matemático de la actividad de modelización sobre la evolución de Desigual (análisis epistemológico),

basado en el mapa de cuestiones y respuestas que han ido construyendo a lo largo de las distintas actividades, (2) diseño didáctico, a través de una nueva versión de la guía didáctica conjunta, para su posible implementación en ciertas condiciones escolares, y (3) un breve informe de las distintas experimentaciones y, sobretodo, un resumen de las condiciones que han conseguido crear para la experimentación del REI y de las restricciones institucionales particulares o comunes a las experimentaciones realizadas (análisis ecológico).

## **2.5. La dialéctica de lo individual y lo colectivo**

Como hemos comentado anteriormente, la agrupación en equipos y la inclusión de discusiones intra- e inter- equipos en las actividades del curso se dio principalmente por necesidades de la *dialéctica medio-media* para que los estudiantes pudieran contrastar sus propuestas con los demás compañeros y equipos, y no sólo con los formadores. Además, se quería también observar los elementos de *tecnologías didácticas espontáneas* que utilizaban los profesores en sus diseños y experimentaciones y esperábamos verlos aflorar en las discusiones. De esta forma, las principales restricciones institucionales debían concretarse en los argumentos para organizar la actividad de un modo y no de otro, o para elegir una determinada herramienta matemática, etc. Dado que los participantes en los cursos del CICATA están muy acostumbrados a trabajar en equipo, las modalidades de trabajo propuestas funcionaron bastante bien. También fueron eficaces, en la mayoría de casos, las discusiones en los foros con intervenciones de los formadores, así como el uso de foros por equipos y foros comunes donde se agrupaban las cuestiones que surgían en más de un equipo.

Es muy interesante, al respecto, el uso de los foros de Moodle donde los participantes interaccionan (en su grupo de trabajo o inter-grupo) para elaborar los distintos informes y guías, compartir documentos, exponer dudas y opiniones generales sobre actividades concretadas o el curso en general, y donde se pueden observar con claridad distintas formas de organizar el *trabajo colectivo* (Bosch & Quilio, 2016; Barquero et al., 2016).

Nuestro balance es más negativo en lo que se refiere a los intercambios entre formadores y participantes en gran grupo, sin duda debido a nuestra falta de experiencia en la gestión de cursos online y a distancia, así como al carácter excesivamente intensivo de los cursos (4-5 semanas). Tal vez con otra programación temporal se podría vislumbrar, no sólo la implementación de dispositivos para mejorar esta dimensión del trabajo, sino también para intentar hacer recaer en los participantes, algunas de las decisiones y responsabilidades que asumimos los formadores: formulación de las cuestiones derivadas, elección del material para experimentar, estructura del informe final, etc. Sería muy interesante poder llegar a discutir y negociar con los participantes todos estos elementos, permitiendo un *contrato didáctico de formación* más abierto.

## **3. Conclusiones**

El objetivo de este artículo es mostrar la utilización del esquema herbartiano en el diseño, implementación y análisis de un *recorrido de estudio e investigación para la formación del profesorado*. En el caso que consideramos aquí, el REI-FP tiene la particularidad de ser online y a distancia, lo cual introduce condiciones especiales y distintas de un REI-FP presencial. De todos modos, creemos que la metodología seguida se puede extender, *mutatis mutandis*, al caso de los REI-PF presenciales que propone A. Ruiz-Olarría (2015).

Por la forma en que hemos presentado el curso experimentado, es posible que el esquema herbartiano aparezca más como una herramienta descriptiva y de análisis. Pero cabe resaltar que, en el desarrollo efectivo del curso, su primera utilidad para nosotros fue en el proceso de concepción y diseño. En efecto, y al intentar adaptar la propuesta de A. Ruiz-Olarría (2015) al caso de cursos online y a distancia, caímos en el error inicial —no es fácil escapar al monumentalismo imperante— de centrar el diseño del curso más en las actividades que los estudiantes debían llevar a cabo que en las cuestiones que motivaban estas actividades. También tendíamos a centrarnos más en las obras respuesta ( $R_i^\diamond$ ) que debían poner a disposición de los estudiantes (por ejemplo, nociones y herramientas de la TAD que consideramos útiles para el profesorado) que en los medios accesibles para contrastarlas.

El hecho de obligarnos a acomodar el diseño del curso a la estructura procognitiva del esquema herbartiano nos condujo entonces a formular la cuestión inicial en términos de la problemática del profesor y a esperar, como resultado final del curso, la elaboración de una respuesta propia por parte del grupo de estudiantes. Asimismo, retocamos las actividades inicialmente previstas para que se incluyera, en cada caso, un medio para el contraste de las respuestas parciales abordadas, por ejemplo, en forma de discusión con los demás equipos y no solo con el grupo de formadores. Por motivos temporales, la dialéctica *media-medios* no se pudo enriquecer dejando a los participantes buscar respuestas existentes y fueron los formadores los que las proporcionaron. Y, en cierto sentido, lo mismo ocurre con el reparto de responsabilidades entre profesores y formadores, quedando pendiente el problema de ver si es posible llegar a un mayor equilibrio en la apertura de las actividades propuestas a los participantes, así como en la elección y organización de las mismas.

Consideramos por lo tanto que el uso del esquema herbartiano como herramienta de diseño, gestión y análisis de procesos de estudio puede también resultar de gran utilidad para los propios participantes en el curso. Proponemos por lo tanto poner más énfasis en él en próximas ediciones del curso, para ayudar a los profesores a concebir, aunque sea *a posteriori*, no solo nuevas posibles formas de actividades para llevar a cabo en el aula, sino también para identificar nuevas restricciones que permanecen invisibles al desarrollar las praxeologías docentes.

Como valoración más positiva, queremos resaltar que, en lo que respecta a la evolución de los profesores a lo largo del curso, nos ha sorprendido la facilidad que han mostrado en el momento de adaptarse, implementar y desarrollar un enfoque didáctico complejo como el de la TAD. En las dos ediciones del curso, los participantes han llevado a cabo de forma muy eficiente los intercambios en los foros, incluso cuando los formadores mostraban algunas dificultades para participar en ellos de forma efectiva. También hemos encontrado gran receptividad por parte de los profesores en la difícil cuestión de las restricciones institucionales que dificultan la integración de la modelización matemática en la enseñanza secundaria actual: ¿cómo ser consciente de ellas y, al mismo tiempo, ser capaces de superarlas, aunque sea parcialmente? Por último, si nos basamos en una investigación como la de S. Scott (2010) sobre las posibilidades y límites de la formación del profesorado online, podemos decir que este curso va en la dirección propuesta: tomar como punto de partida un problema abierto profesional; mejorar el trabajo colaborativo; superar la división entre la teoría y la práctica; facilitar el uso de nuevas estrategias de enseñanza que utilizan las TIC y la adaptación crítica de recursos de enseñanza; compartir nuevos enfoques de enseñanza con los compañeros, ayudados por

herramientas teóricas y metodológicas proporcionadas por la investigación e introducidas en el curso.

Finalmente, y este es tal vez el punto que más nos llena de optimismo, los REI-FP experimentados han resultado ser una excelente herramienta de difusión de desarrollos recientes de la investigación entre el profesorado. La potencia del contrato de formación resulta al respecto un tanto sorprendente puesto que, en poco tiempo, se consigue que un grupo de profesores con pocos conocimientos didácticos logren realizar análisis de procesos de enseñanza con herramientas sofisticadas que pocos investigadores saben manejar. En este sentido, somos muy optimistas en cuanto al potencial de los cursos online y a distancia en el mundo de habla hispana.

#### 4. Referencias

- Artaud, M. (2007). La TAD comme théorie pour la formation des professeurs. Structures et fonctions. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 241-259). Jaén, España: Publicaciones de la Universidad de Jaén.
- Barquero, B., Florensa, I., Hausberger, T. & Romo, A. (2016). La prise en compte du collectif dans l'analyse de deux PER online. *Enjeux et débats en didactique des mathématiques. 18ème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques* (pp. 457-486). CD-Rom. Brest: La Pensée sauvage.
- Barquero, B., Bosch, M. & Romo, A. (2015). A Study and Research Path on mathematical modelling for teacher education. En K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 809-815). Prague: Czech Republic.
- Bosch, M. (2016). La prise en compte du collectif dans l'analyse des processus d'étude selon la TAD. En Y. Matheron et al. (Eds.), *Enjeux et débats en didactique des mathématiques* (pp. 127-142). Grenoble: La Pensée sauvage.
- Bosch, M. & Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la Formación del Profesorado de Secundaria. En M. L. González, M. T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 89-113). Santander: SEIEM.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. Paris: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (2011). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. En C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Flückiger, P. Gibel, F. Vandebrouck & F. Wozniak (Eds.), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 81 – 108). Grenoble: La Pensée sauvage.

- Chevallard, Y. (2012). *Journal du Seminaire TAD/IDD. Éléments de didactique du développement durable. Notes & documents.* [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Didactique\\_du\\_DD\\_2012-2013\\_1.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Didactique_du_DD_2012-2013_1.pdf)
- Chevallard, Y. (2013). Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: Alegato a favor de un contraparádigma emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 161-182.
- Chevallard, Y. (2015). Teaching Mathematics in Tomorrow's Society: A Case for an Oncoming Counter Paradigm. En S.J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 173-187). Dordrecht: Springer.
- Cirade, G. (2006). *Devenir professeur de mathématiques. Entre problèmes de la profession et formation à l'IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel.* (Tesis doctoral). Université de Provence, Francia.
- García, F.J. (2017). Modificación de las praxeologías didácticas del profesorado: un programa de desarrollo profesional en torno al aprendizaje por investigación. En G. Cirade, M. Artaud, M. Bosch, J.-P. Bourgade, Y. Chevallard, C. Ladage & T.A. Sierra (Eds.), *Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société* (pp. 529-556). Toulouse: Francia.
- Licera, M. (2017). *Economía y ecología de los números reales en la Enseñanza Secundaria y la Formación del Profesorado.* (Tesis doctoral). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.
- Pedinielly, J. L. & Fernandez, L. (2015). *L'observation clinique et l'étude de cas.* Paris : Armand-Colin.
- Ruiz-Olarría, A. (2015). *La formación matemático-didáctica del profesorado de secundaria: De las matemáticas por enseñar a las matemáticas para la enseñanza.* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Madrid.
- Ruiz-Olarría, A., Sierra, T., Bosch, M. & Gascón, M. (2014). Las Matemáticas para la Enseñanza en una Formación del Profesorado Basada en el Estudio de Cuestiones. *Bolema*, 28(48), 319-340.
- Serrano, L. (2013). *La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica* (Tesis doctoral). Universitat Ramon Llull.
- Serrano, L., Bosch, M. & Gascón, J. (2013). Recorridos de estudio e investigación en la enseñanza universitaria de ciencias económicas y empresariales. *UNO: Revista de didáctica de las matemáticas*, 62, 39-48.
- Sierra, T. A. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas. Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes* (Tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid. <http://eprints.ucm.es/tesis/edu/ucm-t29075.pdf>
- Scott, S. (2010). The theory and practice divide in relation to teacher professional development. En J. O. Lindberg & D. O. Angers (eds.), *Online learning communities and teacher professional development: Methods for improved education delivery* (pp. 20-40). IGI Global.



## Apéndice 1 – Dossier actividad 1

### Previsión de ventas para Desigual

A pesar de la situación de crisis en la que nos encontramos y el estancamiento del consumo, algunas empresas han conseguido desafiar las no muy alentadoras previsiones. Puede resultar interesante iniciar un estudio sencillo, para una de estas empresas que se encuentran en pleno auge, acerca de las posibles claves de su éxito y analizar algunas de las actividades económicas desempeñadas. Nos centraremos en la firma de moda Desigual, una empresa española en expansión internacional.

#### Moda atrevida



«La empresa Desigual tiene su origen en el tándem formado por el diseñador suizo Thomas Meyer, fundador y alma mater de la compañía, y Manel Adell, el ejecutivo que en 2003 tomó las riendas del grupo para dirigir su expansión internacional. Su historia empieza en los años 80, cuando Thomas Meyer se paseaba por el puerto de Ibiza apenas sin superar los 20 años de edad. Thomas Meyer vendía camisetas en el mercadillo de la isla. Puso una tienda, sin nombre, en el barrio de la Marina. En ese tiempo primaban camisetas con el sello I love Ibiza. A contracorriente, imprimió en sus t-shirts estampados basados en grafitis y manchas caleidoscópicas. Así nació Desigual.»

Desigual nos ha facilitado información que representa, de forma orientativa, la evolución de algunas características empresariales y económicas relevantes para la empresa. Nos piden una previsión a corto y largo plazo para cada una de las variables recogidas<sup>6</sup>.

(v1) Número de tiendas propias abiertas a nivel nacional en los últimos trimestres:

| Trimestre        | T1 2008 | T2 2008 | T3 2008 | T4 2008 | T1 2009 | T2 2009 | T3 2009 | T4 2009 | T1 2010 | T2 2010 |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Tiendas abiertas | 15      | 19      | 12      | 22      | 20      | 25      | 24      | 35      | 45      | 55      |

(v4) Evolución de los ingresos semanales (€) desde el 31 de mayo de 2010 en la tienda de A (en Barcelona):

| Semana             | S1    | S2    | S3    | S4    | S5    | S6    | S7    | S8    | S9    | S10   | S11   |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Ingresos semanales | 21570 | 22000 | 25000 | 26750 | 32000 | 37500 | 42000 | 45500 | 55000 | 67500 | 75000 |

(v10) Evolución de las ventas semanales de las camisetas one-print desde el 31 de mayo de 2010 en la tienda B de Desigual (en Barcelona):

| Semana                       | 1  | 2  | 3  | 4  | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   |
|------------------------------|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Camisetas one-print vendidas | 86 | 88 | 99 | 96 | 110 | 150 | 186 | 225 | 345 |

<sup>6</sup> A modo de ejemplo se muestran algunas de las variables (de las diez en total), cuya previsión su evolución futura se repartió entre los grupos de estudiantes.