3. MODULADORES Y DEMODULADORES

3.1 Modulación de amplitud (AM)

- Señal con modulación de amplitud:

$$S(t) = g(t)\sin(\omega_c t)$$

donde:

$$g(t) = \text{ señal moduladora}$$

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \text{frecuencia de la portadora}$$

- Según sea $g(t)$ distinguiremos diferentes casos posibles de modulación de amplitud.

3.1 Modulación de amplitud (AM)

1º) Modulación de AM convencional

En este caso: $g(t) = 1 + m(t)$

Con la restricción: $|m(t)| \leq 1 \;, \forall t$

$$\Rightarrow \boxed{S(t) = A[1 + m(t)]\sin(\omega_c t)}$$

$m(t) =$ mensaje a transmitir (señal continua periódica o no, secuencia de bits, etc.

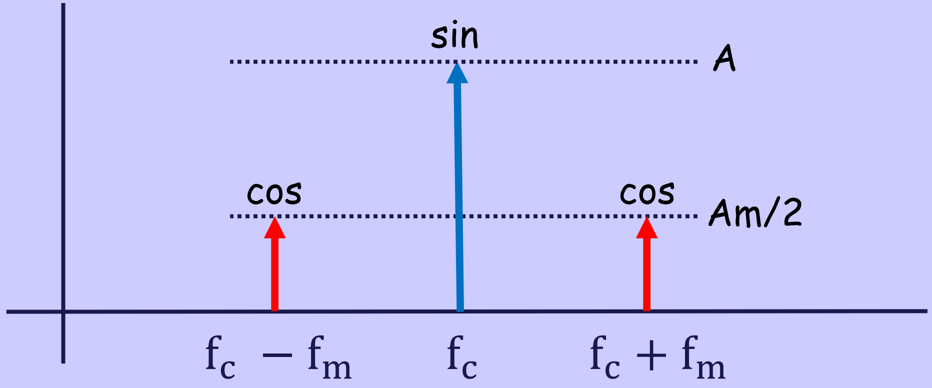
3.1 Modulación de amplitud (AM)

- Supongamos que $\boxed{m(t) = m \sin(\omega_m t)}$

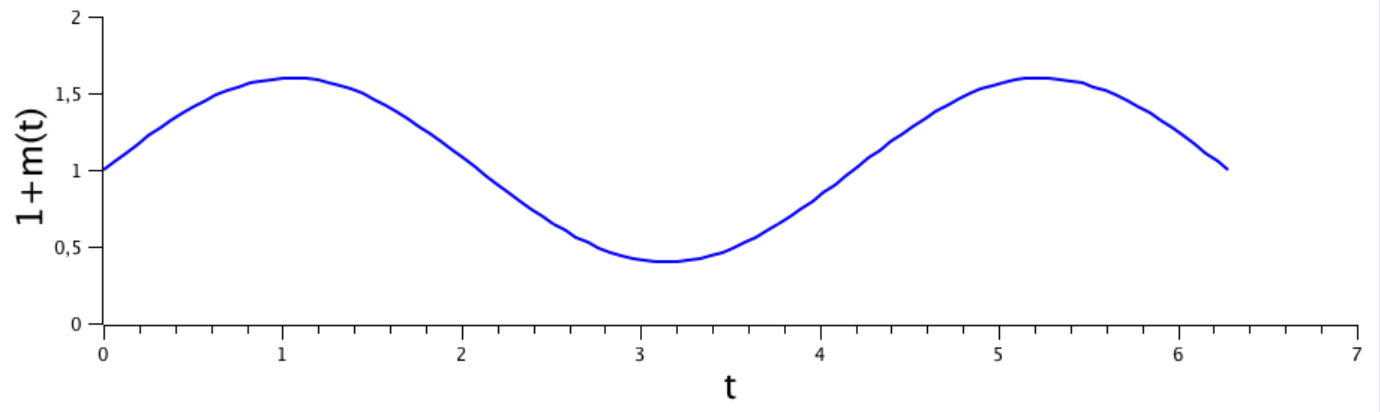
(el mensaje es una nota pura, por ejemplo un LA, DO, MI etc. de frecuencia $f_m = {}^{w_m}/_{2\pi}$)

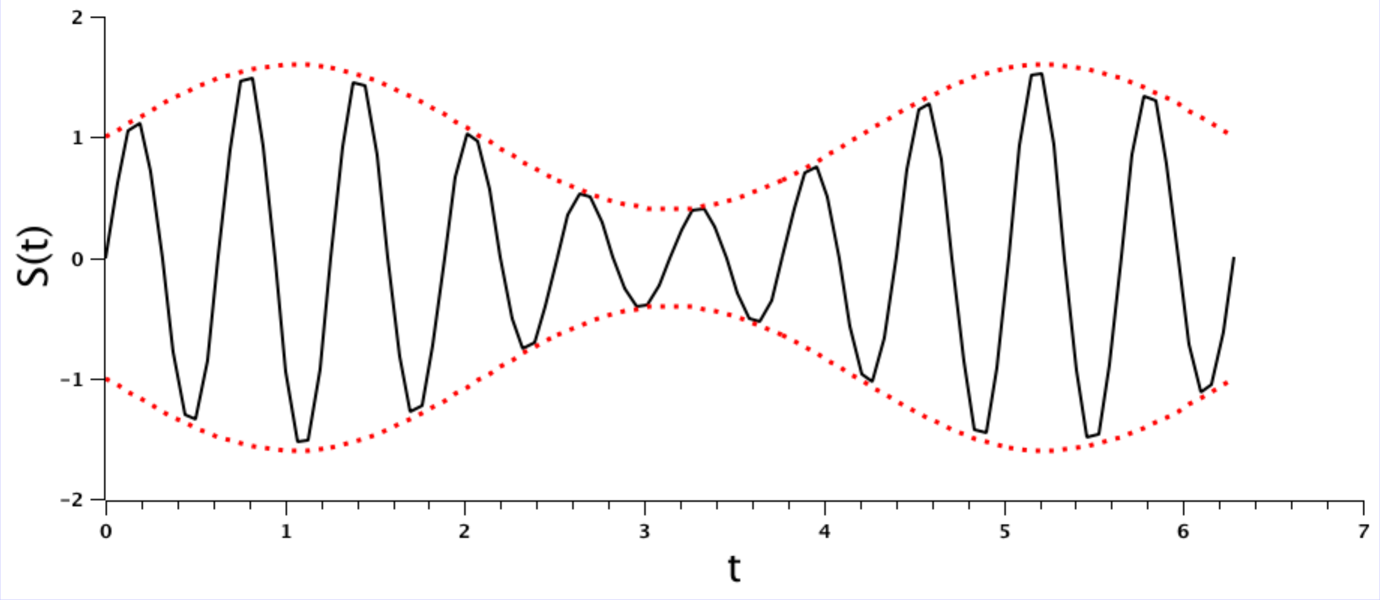
$$S(t) = A\left[\sin(\omega_c t) + m \sin(\omega_m t)\sin(\omega_c t)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{S(t) = A\sin(\omega_c t) + \frac{Am}{2}\cos[(\omega_c - \omega_m)t] - \frac{Am}{2}\cos[(\omega_c + \omega_m)t]}$$



3.1 Modulación de amplitud (AM)





3.1 Modulación de amplitud (AM)

- Ancho de banda de la señal de AM convencional

$$BW = 2f_m \; ^{*}$$

- Potencia de la señal de AM convencional

$$\boxed{P_{total} = A^2 + 2\left(\frac{Am}{2}\right)^2 = A^2\left[1 + \frac{m^2}{2}\right]}$$

$$\frac{P_c}{P_{total}} = \frac{1}{1 + \frac{m^2}{2}} \xrightarrow[m \le 1]{} \boxed{\frac{P_c}{P_{total}} \ge 2/3}$$

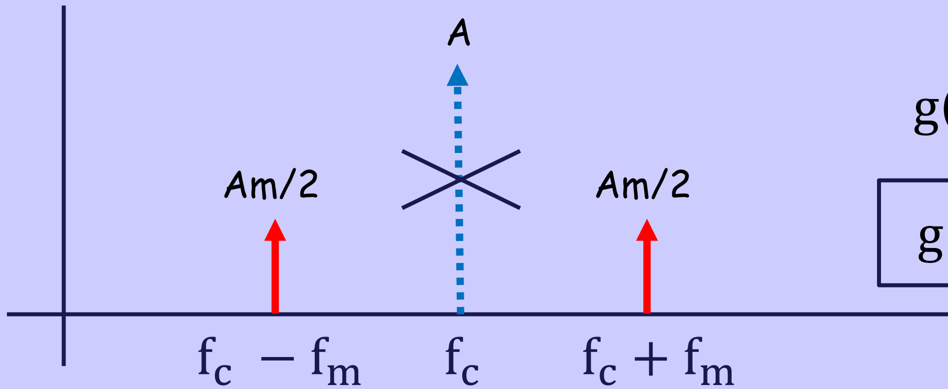
* Si hay más de una componente en la modulación f_m correspondería a la frecuencia máxima.

3.1 Modulación de amplitud (AM)

- El esquema de modulación de AM convencional es muy ineficiente desde el punto de vista energético (la portadora no contribuye al mensaje pero supone por lo menos 2/3 de la potencia radiada).

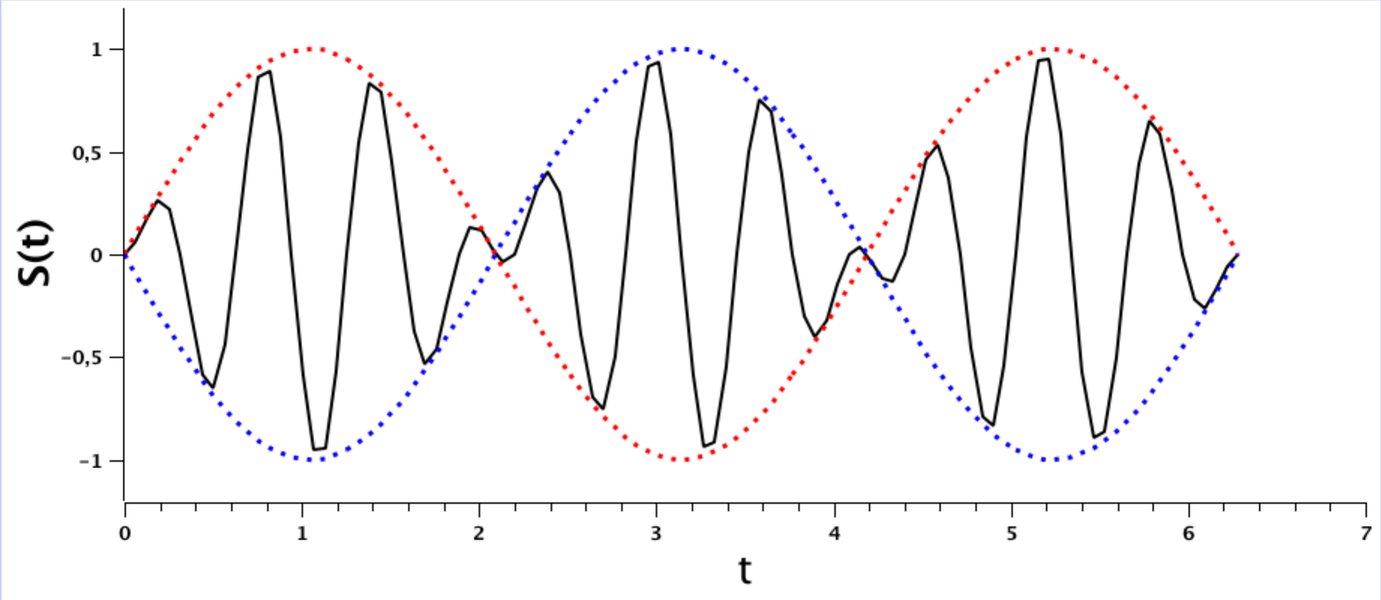
- Un esquema que solventa esta ineficiencia es la modulación (AM) de doble banda lateral con supresión de portadora (DSB - SC).

3.1 Modulación de amplitud (AM)



$$g(t) \neq [1 + m(t)]$$

$$\boxed{g(t) = m(t)}$$



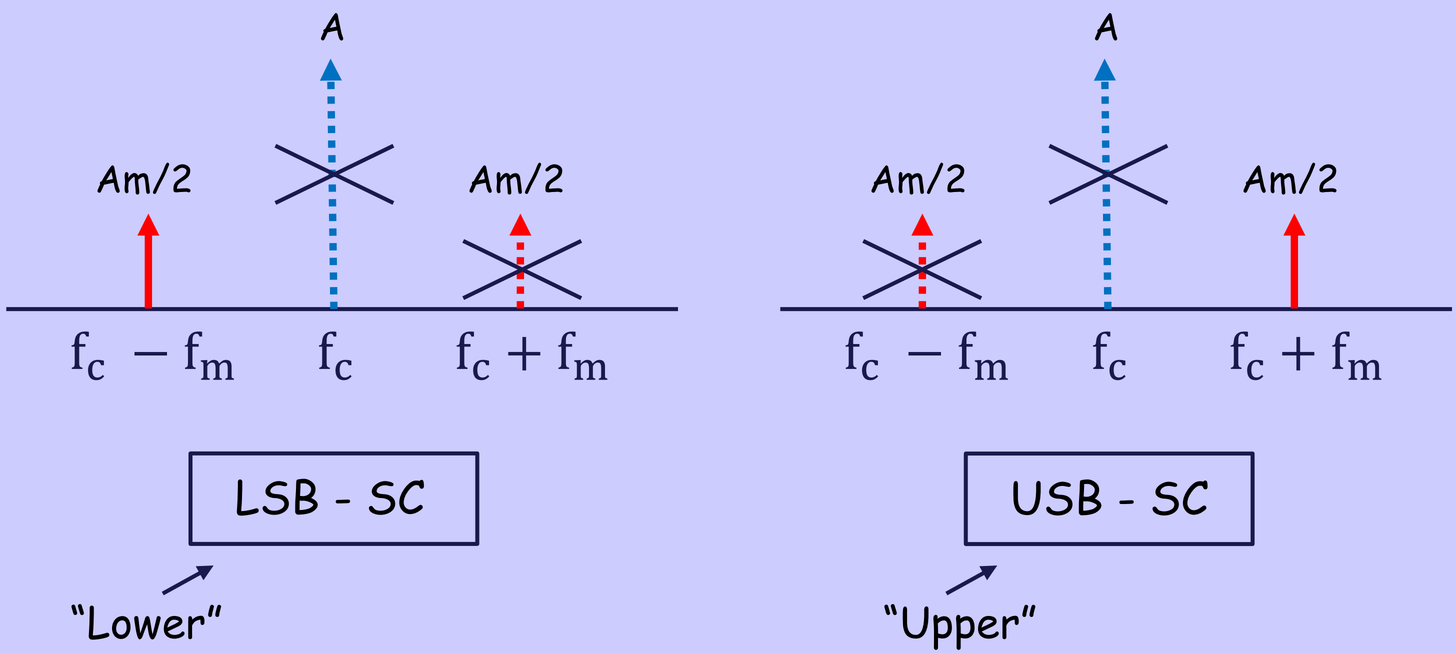
3.1 Modulación de amplitud (AM)

- Con el esquema de modulación DSB-SC sólo se necesita radiar como mucho 1/3 de la potencia de AM convencional para enviar el mismo mensaje.

- Sin embargo este esquema es igual de ineficiente que el anterior en términos de aprovechamiento del espectro:
  - Ambas bandas laterales contienen la misma información. ¿Es posible eliminar una para reducir el BW?

3.1 Modulación de amplitud (AM)

- La respuesta es que si, con los esquemas de banda lateral única (SSB - SC). *



* "Single Side Band Suppressed Carrier"

3.1 Modulación de amplitud (AM)

- Los esquemas de modulación de amplitud de banda lateral única son los más eficientes desde el punto de vista energético.
  - Potencia radiada $\leq 1/6$ AM convencional

- Además son los que aprovechan mejor el espectro.
  - $\mathrm{BW}_{SSB} = {}^{1}/_{2}\ \mathrm{BW}_{\mathrm{DSB}}$

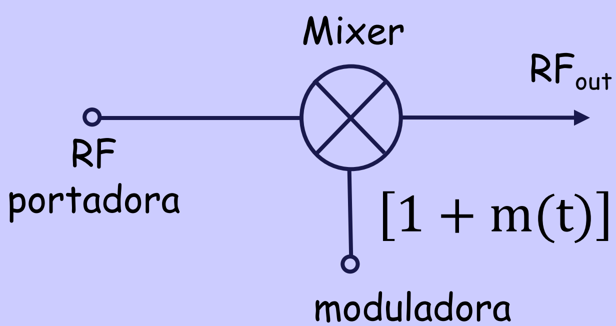
- No obstante, es muy complicado implementar moduladores y demoduladores de SSB.

3.1 Modulación de amplitud (AM)

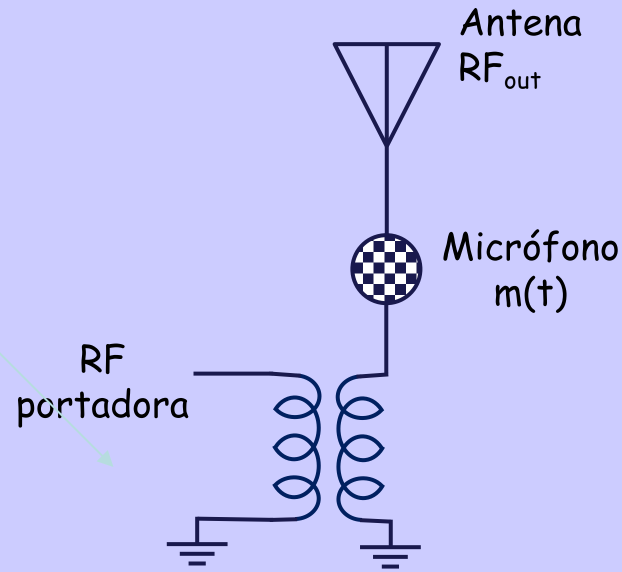
- **Moduladores de AM convencional**

  - La principal característica de la AM convencional es la presencia completa de la portadora "Full Carrier".

(DSB - FC)*



Nivel funcional



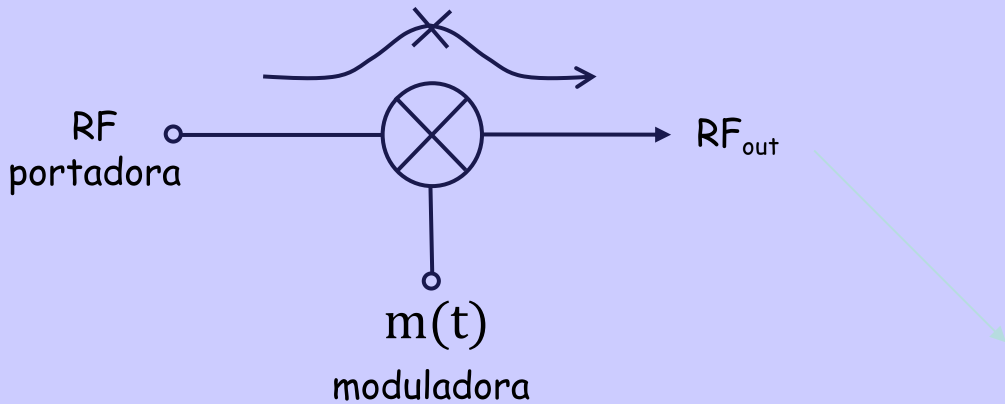
Nivel práctico

Potencia de pico máxima $(m = 1) \longrightarrow \boxed{P_c = 4\,A^2}$

* Double Side Band Full Carrier

3.1 Modulación de amplitud (AM)

- Moduladores DSB - SC



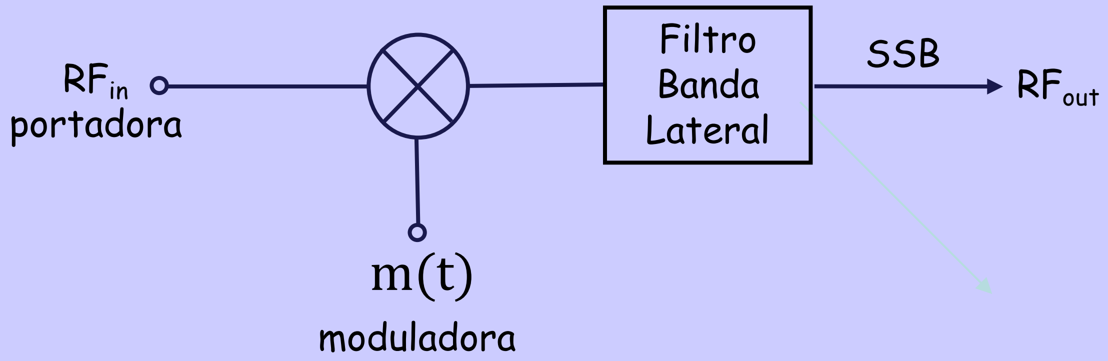
- m(t) ⟶ señal sin componente de continua

- El mixer debe tener una transferencia lineal entre Rf_{in} y Rf_{out} tan pequeña como sea posible (aislamiento entre puertos de entrada y salida).

3.1 Modulación de amplitud (AM)

- Moduladores SSB - SC

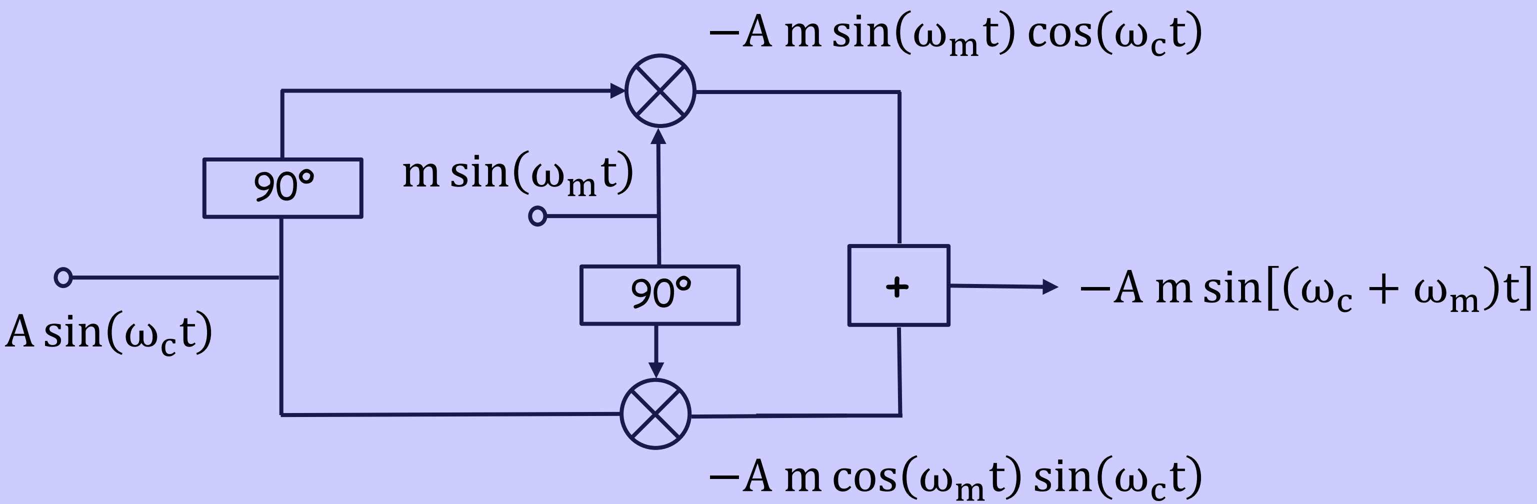
  - La señal con modulación SSB – SC se puede obtener a partir de la DSB – SC mediante filtrado.



  - El principal inconveniente es que las prestaciones del filtro han de ser extremas (se requieren factores del orden de 100.000 !!).

3.1 Modulación de amplitud (AM)

- Al igual que ocurre con la eliminación de la frecuencia imagen, también existe una alternativa al filtrado para eliminar una de las bandas laterales.



- En este caso la salida solo contiene la banda lateral superior (USB - SC).
- ¿Como se conseguiría (LSB - SC)?

3.1 Modulación de amplitud (AM)

- Al igual que ocurre con los Mixers de rechazo de imagen, este esquema de supresión de banda lateral tiene unas prestaciones muy dependientes de:
  - La atenuación diferencial de los diferentes caminos de la señal.
  - La precisión en el desfase de 90º.

- Este último punto es particularmente crítico cuando consideramos la moduladora que es la que tiene una distribución espectral más amplia.

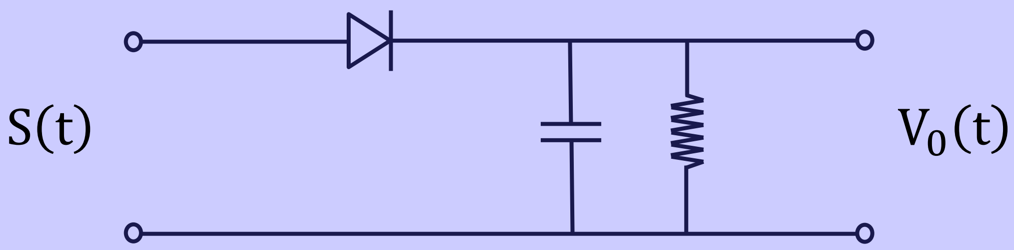
3.2 Demodulación de amplitud

- La demodulación de amplitud se puede realizar de manera síncrona o asíncrona, dependiendo de si se dispone de un oscilador sincronizado en frecuencia y fase con la portadora de señal recibida.

- La sincronización en frecuencia es relativamente fácil de conseguir, no así la sincronización de fase.

3.2 Demodulación de amplitud

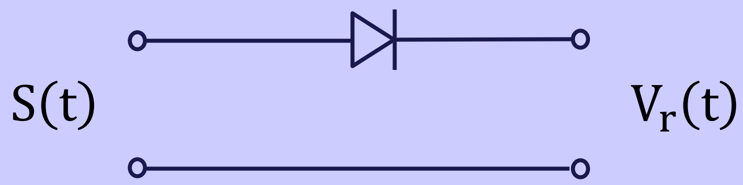
- Demodulación AM asíncrona
  - En este caso no disponemos de un oscilador sintonizado en frecuencia y fase con la portadora.
  - El sistema que permite la demodulación asíncrona de señales con modulación AM es el detector de envolvente.



GRAF Grup de Radio-Freqüència

3.2 Demodulación de amplitud

- Vamos a considerar en primer lugar el rectificador de media onda:



$$V_r(t) = \begin{cases} S(t) & \text{si} \quad S(t) \geq 0 \\ 0 & \text{si} \quad S(t) < 0 \end{cases}$$

3.2 Demodulación de amplitud

- $V_r(t)$ también puede expresarse como:

$$V_r(t) = P(t)\,S(t)$$

$$P(t) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad S(t) \geq 0 \\ 0 & \text{si} \quad S(t) < 0 \end{cases}$$

- La función P(t) es una onda cuadrada entre 0 y 1. Las transiciones entre ambos valores se producen en los pasos por cero de la señal S(t).

3.2 Demodulación de amplitud

- Consideremos que S(t) es una señal modulada en amplitud con:

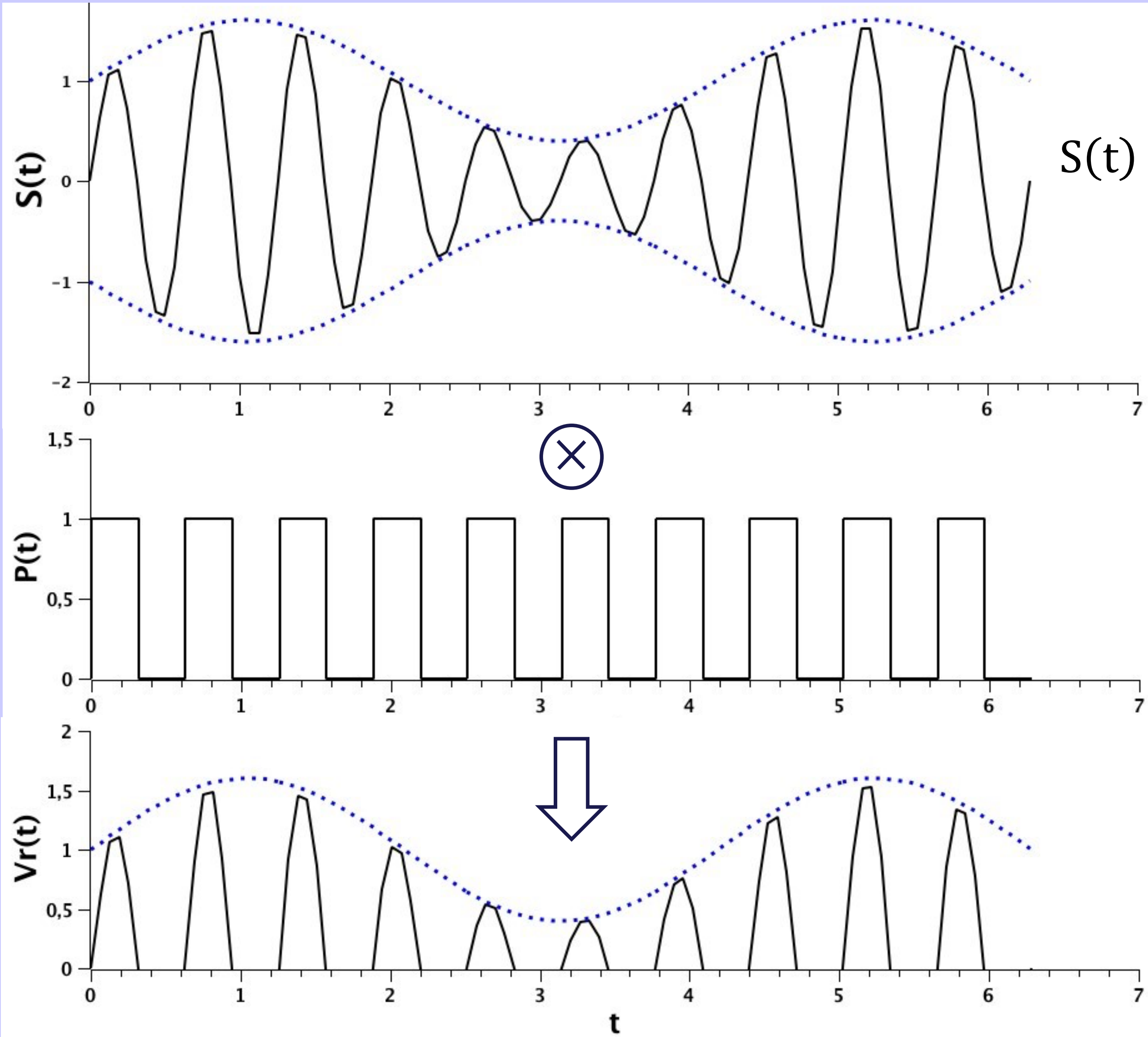
$$S(t) = A[1 + m(t)] \sin(w_c t)$$

- Como que $|m(t)| \leq 1$ $\longrightarrow$

  la señal P(t) presentará transiciones de 0 y 1 exactamente en los pasos por cero de la señal portadora.

- Tendremos una sincronización en frecuencia y en fase !!

3.2 Demodulación de amplitud



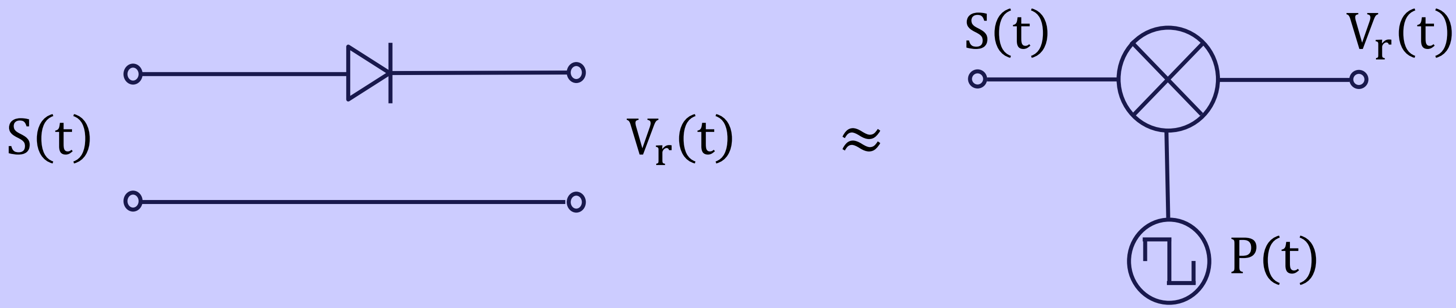
$$S(t) = A[1 + m(t)]\sin(w_c t)$$

$$|m(t)| \leq 1 \quad \forall t$$

$P(t) =$ señal periódica con frecuencia fundamental f_c y sincronizado en fase con la portadora

$V(r) =$ señal rectificado

3.2 Demodulación de amplitud



donde:

$$P(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin[(2n+1)\, w_c t]}{2n+1}$$

el término correspondiente a n=0

$$P(t)\Big|_{n=0} = \frac{2}{\pi}\sin(w_c t)$$

sincronizado en frecuencia y fase con la portadora

3.2 Demodulación de amplitud

- Substituimos P(t) en la expresión de $V_r(t)$

$$V_r(t) = A[1+m(t)]\sin(w_c t)\cdot\left[\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sin[(2n+1)\,w_c t]}{2n+1}\right] =$$

$$= A[1+m(t)]\left[\frac{\sin(w_c t)}{2}+\frac{2}{\pi}\sin^2(w_c t)+\ldots\right] =$$

$$= A[1+m(t)]\left[\frac{1}{\pi}+\frac{\sin(w_c t)}{2}-\frac{\cos(2w_c t)}{2}+\ldots\right]$$

- El término en banda base será:

$$V_r(t)\Big|_{BB} = \frac{A[1+m(t)]}{\pi}$$

3.2 Demodulación de amplitud

- La componente de BB reproduce la modulación original con una atenuación de un factor $1/\pi$.

- En consecuencia la potencia de la señal de modulada se habrá reducido en u factor $1/\pi^2 \approx 0.1$.

- El detector de envolvente puede realizar la demodulación de AM convencional pero con unas pérdidas del 90% de la señal recibida.

- Esto será cierto siempre que las componentes espectrales de m(t) sean de frecuencia muy inferior a f_c ($f_m < f_c/2$).

3.2 Demodulación de amplitud

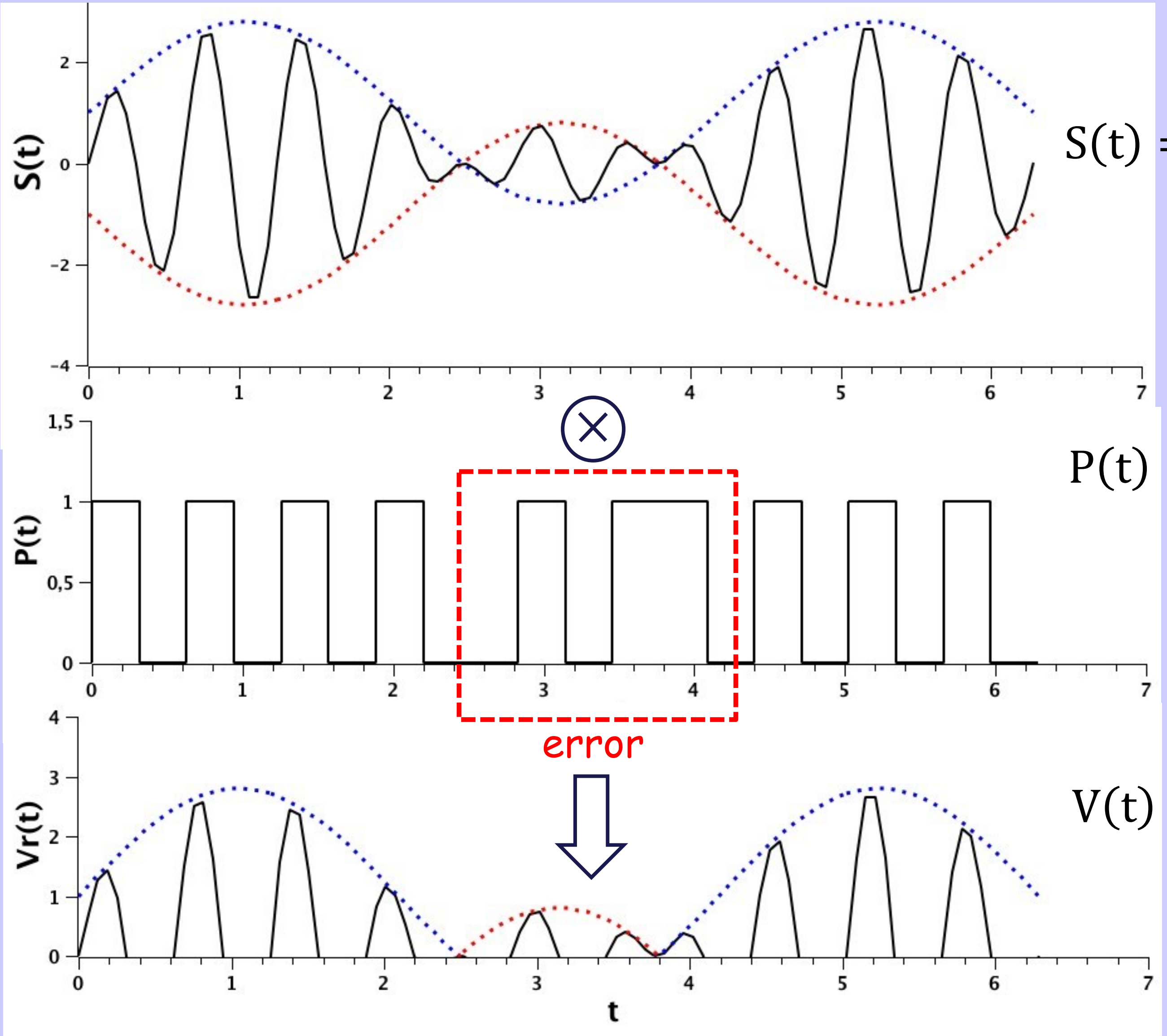
- Veamos que ocurre si el factor de modulación es mayor del 100%.

$$\exists t \quad / \quad |m(t)| > 1$$

- La contribución de las bandas laterales puede ser más importante que la portadora.

- Esta modulación ya no sería de AM convencional. Sería DSB – RC (doble banda lateral con portadora residual).

3.2 Demodulación de amplitud



$$S(t) = A[1 + m(t)]\sin(w_c t)$$

$$\exists t \quad / \quad |m(t)| > 1$$

$P(t)$ = señal no periódica

no reproduce la portadora

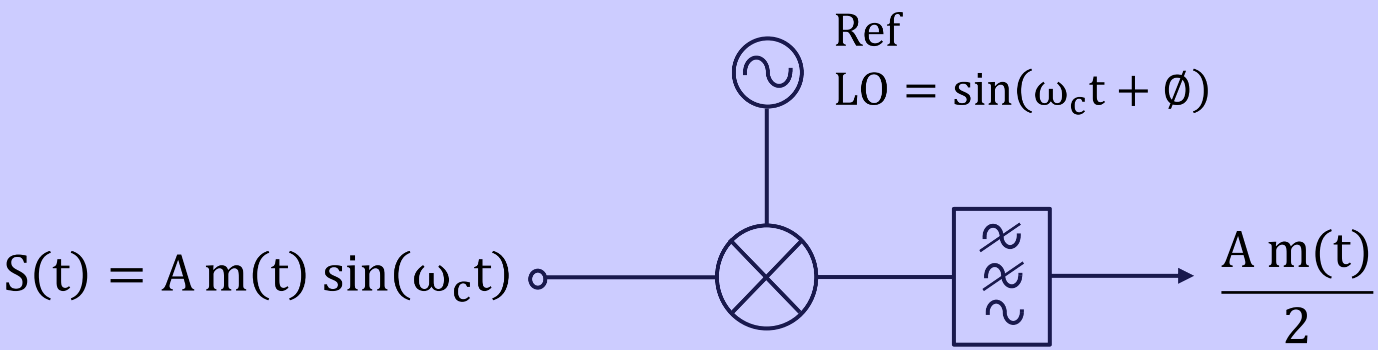
$V(t)$ = señal rectificado que no reproduce la modulación

GRAF Grup de Radio-Freqüència

3.2 Demodulación de amplitud

Demodulación de amplitud síncrona

- Cuando el factor de modulación es superior al 100% no tenemos suficiente portadora en la señal como para que funcione el detector de envolvente.
- Necesitamos un oscilador a nivel local que esté sincronizado con la portadora original. En tal caso:



GRAF Grup de Radio-Freqüència

3.2 Demodulación de amplitud

- La pregunta es ¿cómo sincronizamos un oscilador local con la portadora que ha viajado, se ha reflejado, a atravesado diferentes medios, etc. ; y llega con una frecuencia y fase a priori desconocidas.

- El único rastro que tenemos de la portadora está contenido en la propia señal recibida, S(t).

- Deberemos realizar una “Recuperación de la portadora” a partir de S(t) “Carrier Recovery”.

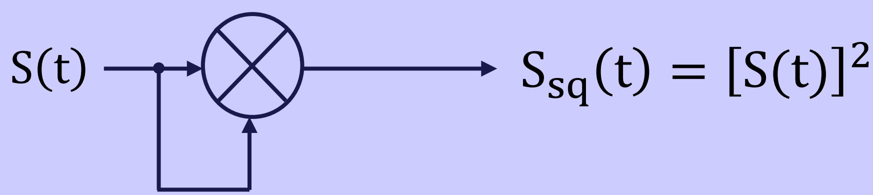
3.2 Demodulación de amplitud

- Consideremos:

$$S(t) = m(t)\sin(\omega_c t + \emptyset)$$

donde m(t) es la moduladora sin restricciones

- Realizamos el producto de esta señal con ella misma.



GRAF
Grup de Radio-Freqüència

3.2 Demodulación de amplitud

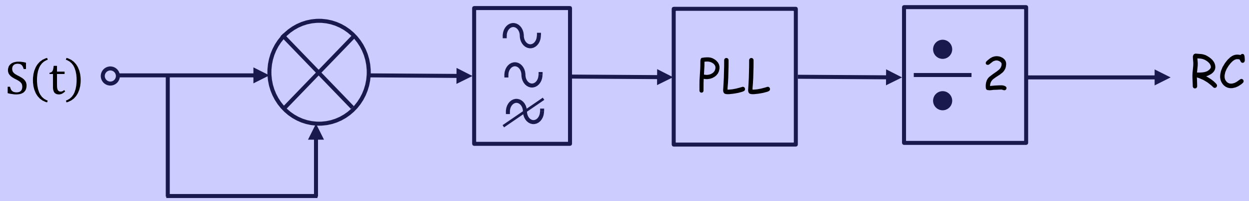
$$S_{sq}(t) = m^2(t)\sin^2(\omega_c t + \emptyset) = \frac{m^2(t)}{2}[1 - \cos(2[\omega_c t + \emptyset])]$$

- Además de un término en banda base tenemos una señal a frecuencia doble de la portadora con modulación de AM convencional !!

$$\frac{m^2(t)}{2} > 0 \quad \forall t$$

3.2 Demodulación de amplitud

- Esta señal de frecuencia doble la utilizaremos como entrada de un bucle de sintonización de fase PLL*.



- A nivel funcional el esquema es correcto pero nos falta saber como dividir la frecuencia por dos.

* Phase Locked Loop

3.2 Demodulación de amplitud

- Veamos matemáticamente a que es equiparable dividir la frecuencia por 2:

$$\left.\begin{array}{l}\cos(w_c t) = \text{real}\ (e^{jwt}) \\ \\ \sin(w_c t) = \text{imag}\ (e^{jwt})\end{array}\right| \Longrightarrow e^{jwt}$$

Dividir la frecuencia por 2 $\Longrightarrow$ $e^{j\frac{wt}{2}}$

pero $$e^{j\frac{wt}{2}} = \left(e^{jwt}\right)^{1/2} = \sqrt{e^{jwt}}$$

- Dividir la frecuencia por 2 es equiparable a hacer una raíz cuadrada.

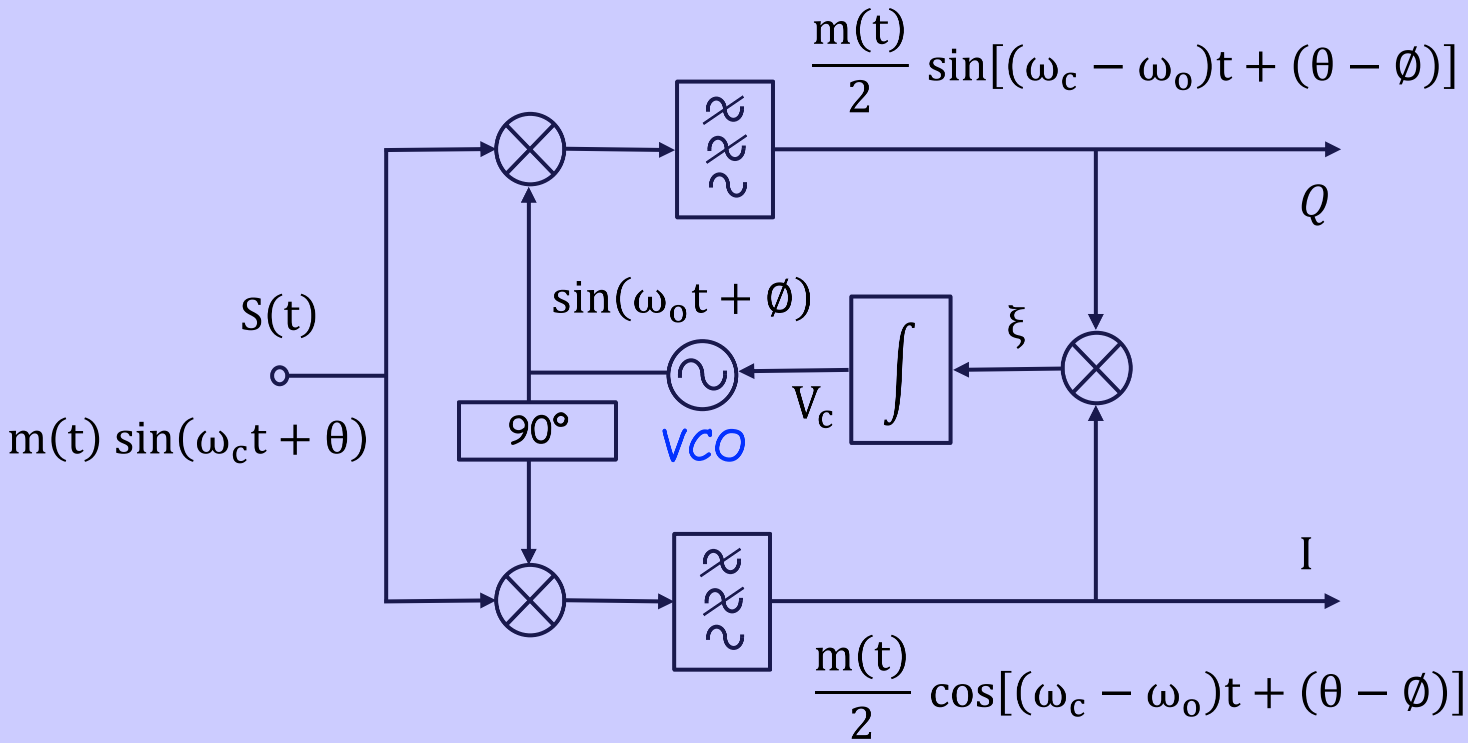
3.2 Demodulación de amplitud

- Una raíz cuadrada siempre tiene 2 soluciones + y -, o lo que es lo mismo dos soluciones desfasadas $\boxed{180°}$.

- Como conclusión vemos que un proceso de recuperación de portadora tendrá una indeterminación en la fase de 180° que no podremos evitar.

- Divisores de frecuencia existen de tipo digital (Flip-Flops) y de tipo analógico, dependiendo de la aplicación se usa uno u otro.

- Un ejemplo práctico de implementación de un esquema de recuperación de portadora es el "Bucle de Costas".



$$\xi=\frac{m^2(t)}{8}\sin[2(\omega_c-\omega_o)t+2(\theta-\emptyset)]$$

3.2 Demodulación de amplitud

- El equilibrio se consigue cuando $\xi = 0$ ➡

1º) $|\xi = 0 \;, \forall t|$ ➡ $\boxed{\omega_c = \omega_o}$ sincronización en frecuencia

2º) $\xi = 0$ $\quad \sin[2(\theta - \emptyset)] = 0$ ➡

➡ $2(\theta - \emptyset) = n\,\pi \quad ; \quad n \in Z$

➡ $\boxed{\theta - \emptyset = n\,\pi/2}$ sincronización en fase

Si n es par ➡ $\boxed{I = \pm\dfrac{m(t)}{2}}$; $\boxed{Q = 0}$

Si n es impar ➡ $\boxed{I = 0}$; $\boxed{Q = \pm\dfrac{m(t)}{2}}$

3.2 Demodulación de amplitud

- Nos queda por analizar el caso de modulación AM SSB.

$$S(t) = \frac{m}{2} \sin[(\omega_c \pm \omega_m)t]$$

- Si introducimos esta señal en un Bucle de Costas obtenemos:

  · En I o Q $= \pm \frac{m}{4}$

  · $\omega_o = \omega_c \pm \omega_m$

- Podría parecer que funciona, pero que pasa si tenemos más de una componente espectral en el mensaje (múltiples ω_m) ?

  · El Bucle no se sincroniza correctamente !!

3.2 Demodulación de amplitud

- Un procedimiento que permite demodular señales SSB consiste en inyectar una señal con la misma frecuencia que la portadora, en la que se conoce como: "Inyección de Portadora".

$$R(t) = \overbrace{A\sin(w_o t)}^{\text{Portadora inyectada}} + SSB =$$

$$= A\sin(w_o t) + \frac{m}{2}\sin[(\omega_c \pm \omega_m)t] =$$

$$|\Delta w = w_o - \omega_c|$$

$$= \sin(w_c t)\left[A\cos(\Delta wt) + \frac{m}{2}\cos(w_m t)\right] \quad +$$

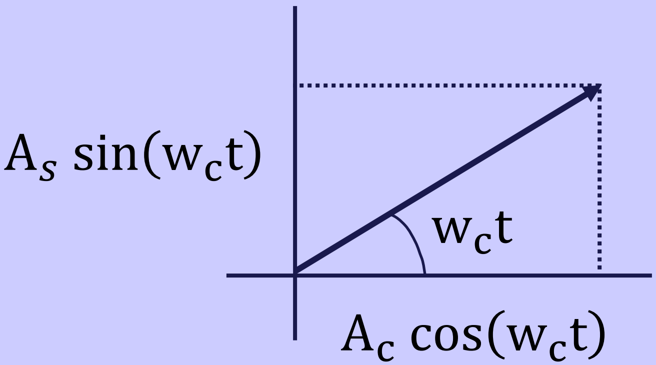
$$+ \cos(w_c t)\left[A\sin(\Delta wt) \pm \frac{m}{2}\sin(w_m t)\right] \quad +$$

A_s

A_c

3.2 Demodulación de amplitud

- Amplitud de la señal $R(t)$



$$|R(t)|^2 = A_c^2 + A_s^2$$

$$|R(t)|^2 = \left(A^2 + \frac{m^2}{4}\right) + Am\cos[(w_m \mp \Delta w)t]$$

Si $A \gg m$ $\Longrightarrow$

$$|R(t)| \approx A + \frac{m}{2}\cos[(w_m \mp \Delta w)t]$$

Señal de AM convencional que se puede demodular usando un detector de envolvente.

3.2 Demodulación de amplitud

- Si la señal SSB tiene más de una componente espectral, el procedimiento sigue siendo válido siempre que:

$$A \gg \sum_n m_n$$

- Es importante destacar que el error en la frecuencia de la portadora inyectada, respecto de la portadora original, Δw, se traslada directamente a las componentes frecuenciales de la señal demodulada.

  - "Corrimiento del mensaje a agudos o graves"